

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

STHEFANY ROSY LIMA DOS SANTOS

GEOMETRIA FRACTAL DE KOCH ADAPTADA EM MICROSTRIP APLICADA EM  
DIVISORES DE POTÊNCIA DE MICRO-ONDAS

CURITIBA

2019

STHEFANY ROSY LIMA DOS SANTOS

GEOMETRIA FRACTAL DE KOCH ADAPTADA EM MICROSTRIP APLICADA EM  
DIVISORES DE POTÊNCIA DE MICRO-ONDAS

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Área de Concentração Telecomunicações, Departamento de Engenharia Elétrica, Setor de Tecnologia, Universidade Federal do Paraná, como parte das exigências para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Dr. César Augusto Dartora  
Coorientador: Prof. Dr. Armando Heilman.

CURITIBA

2019

Catálogo na Fonte: Sistema de Bibliotecas, UFPR  
Biblioteca de Ciência e Tecnologia

---

S237g Santos, Sthefany Rosy Lima dos  
Geometria fractal de Koch adaptada em microstrip aplicada em  
divisores de potência de micro-ondas [recurso eletrônico] / Sthefany  
Rosy Lima dos Santos – Curitiba, 2019.

Dissertação - Universidade Federal do Paraná, Setor de  
Tecnologia, Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica.  
Orientador: Prof. Dr. César Augusto Dartora  
Coorientador: Prof. Dr. Armando Heilman

1. Geometria. 2. Fractais. I. Universidade Federal do Paraná. II.  
Dartora, César Augusto. III. Heilman, Armando. IV. Título.

CDD: 514.742

---

Bibliotecária: Roseny Rivelini Morciani CRB-9/1585



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
SETOR DE TECNOLOGIA  
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ  
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO ENGENHARIA  
ELÉTRICA - 40001016043P4

## TERMO DE APROVAÇÃO

Os membros da Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em ENGENHARIA ELÉTRICA da Universidade Federal do Paraná foram convocados para realizar a arguição da dissertação de Mestrado de **STHEFANY ROSY LIMA DOS SANTOS** intitulada: **GEOMETRIA FRACTAL DE KOCH ADAPTADA EM MICROSTRIP APLICADA EM DIVISORES DE POTÊNCIA DE MICRO-ONDAS**, que após terem inquirido a aluna e realizada a avaliação do trabalho, são de parecer pela sua aprovação no rito de defesa.

A outorga do título de mestre está sujeita à homologação pelo colegiado, ao atendimento de todas as indicações e correções solicitadas pela banca e ao pleno atendimento das demandas regimentais do Programa de Pós-Graduação.

CURITIBA, 28 de Novembro de 2019.



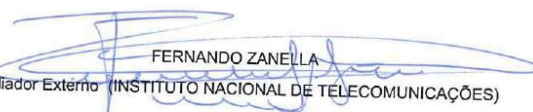
ARMANDO HEILMANN

Presidente da Banca Examinadora (UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ)



EZEQUIEL BURKARTER

Avaliador Externo (INSTITUTO FEDERAL DE EDUC., CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO PARANÁ)



FERNANDO ZANELLA

Avaliador Externo (INSTITUTO NACIONAL DE TELECOMUNICAÇÕES)



EDUARDO GONÇALVES DE LIMA

Avaliador Interno (UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ)

**Dedico este trabalho a DEUS e aos meus pais Luiz Carlos Santos  
e Rosângela Santos.**

## **AGRADECIMENTOS**

A DEUS pela saúde, proteção e por ter sido minha inspiração diária na minha vida acadêmica e pessoal.

Aos meus pais pelo amor, apoio e confiança que depositaram em mim durante toda minha vida.

À toda minha família, em especial ao meu irmão querido Athos Santos, que sempre esteve do meu lado em todos os momentos.

Ao meu namorado e amigo Ornélio Nhaduco, por abraçar o mestrado junto comigo.

Ao meu orientador que muito admiro, professor Dr. Cesar Augusto Dartora e ao meu Coorientador professor Dr. Armando Heilmann, por confiarem em mim na realização desse trabalho.

Ao professor Dr. Fernando Zanella por se dispor em ajudar nas pesquisas relacionadas ao tema de estudo.

À UFPR, em especial ao PPGE (Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica) por abrir as portas para que eu fizesse parte do corpo docente.

Aos professores de pós-graduação da DELT (Departamento de Engenharia Elétrica) pelos ensinamentos transmitidos.

Aos Laboratórios LAMMI (Laboratório de Magnetismo Medidas e Instrumentação), GICS (Group of Integrated Circuits and Systems) e LCE (Laboratório de Compatibilidade Eletromagnética) do departamento de Engenharia Elétrica e LITS (Laboratório de Inovação em Tecnologia de Sensores) do Departamento de Engenharia de Materiais.

Ao apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível superior-Brasil (CAPES) - Código de financiamento 001.

Aos meus amigos durante esses anos de mestrado, em especial a Byanca Amorim, Jamerson Sousa, Fabio Moura, Adriano Rocha, Lana Guimarães, Fernanda Loena, Caisse Amisse, Alex Andrade, Ismael Bezerra, João Paulo Perbiche, Raiff Salles, Diogo Miyazki, Vitor Nypwipwy, Natalia Menezes, Ferdinando Leão e Lucas Felipe.

A todos que direta ou indiretamente fizeram parte da minha formação e/ou contribuíram para o êxito deste trabalho, muito obrigada.

Enquanto há vida, há esperança. (Eclesiastes 9:4)



## RESUMO

A geometria fractal atrai a atenção pela sua capacidade de representar estruturas complexas que possuem invariância de escala e auto-similaridade, muito frequentemente encontradas na natureza, bem como para representar leis de escala com potências fracionárias. Em problemas de Engenharia Eletromagnética ela tem sido utilizada visando a melhor utilização de área disponível para a confecção de circuitos e antenas. O presente trabalho tem por objetivo o estudo de divisores de potência de micro-ondas com uma geometria fractal baseada na curva de Koch. Além da sua forma de floco de neve bem conhecida, uma adaptação visando ocupar menor área de superfície também é desenvolvida. A estrutura geométrica de base para a geração da curva de Koch é o triângulo equilátero. Em um processo iterativo, na primeira ordem cada aresta do triângulo é dividida em três partes, onde a parte mediana de cada aresta é duplicada, multiplicando o perímetro por um fator de escala de  $4/3$ . Matematicamente esse processo de reescalonamento das partes é repetido infinitamente, enquanto na prática deve haver um truncamento, que corresponderá à ordem do fractal. Foi demonstrado que o uso da curva de Koch em formato original é eficiente para miniaturização de dispositivos, por apresentarem comportamento multi-banda e útil na redução da frequência de ressonância. No estudo dos divisores de potência aqui realizado, foram considerados os fractais de Koch de ordem 0, 1 e 2, bem como as geometrias adaptadas nessas mesmas ordens de iteração. Buscou-se através do uso da geometria fractal a operação dos dispositivos em banda larga, na faixa de 4 a 6 GHz. As simulações foram realizadas no *software Advanced Design System* (ADS), que utiliza o Método dos Momentos (MoM) para o cálculo, enquanto as medidas experimentais foram realizadas um *Vector Network Analyzer* (VNA) modelo E5063A da Keysight, que opera desde 100 kHz até 18 GHz. Os resultados obtidos sugerem uma resposta mais plana na banda de interesse com o aumento da ordem fractal.

Palavras-chaves: Geometria fractal. Divisor de potência. Microstrip.



## ABSTRACT

Fractal geometry has been attracting enormous attention due to its advantages in describing complex systems possessing scale invariance and self similarity, often found in nature, as well as its ability to represent power laws scaling with fractional exponents. Fractals has been used in Electromagnetic Engineering aiming miniaturization of antennas and circuits. The main goal of the present work is to study microwave power dividers using fractals based on the so-called Kock curve. Besides the well known snowflake shape, a slightly modification will be put forward, aiming to cover a smaller surface. The Koch curve is built on an equilateral triangle. In the first order of the iterative process, the triangle edge is divided in three equal parts, and a fourth element of equal length is added, multiplying the perimeter by a scaling factor equal to  $4/3$ . Mathematically, similar steps are repeated indefinitely, while in practice a truncation is done at the desired fractal order. It has been demonstrated that the Koch curve in its original shape can be efficiently used for device miniaturization and to obtain multiband behavior or to reduce resonance frequency. Koch fractals of orders 0, 1 and 2 were considered in producing the microwave power dividers analyzed in this study, using the typical snowflake geometry as well as a modified geometry, aiming wideband operation in the range of 4 GHz to 6 GHz. Simulations were performed using the *software Advanced Design System* (ADS), employing the Method of Moments (MoM) in the numerical calculations, while experimental measurements were done using a *Vector Network Analyzer* (VNA) model E5063A by Keysight, which can be used in the wide range of frequencies from 100 kHz to 18 GHz. Both numerical and experimental results suggest that the higher the fractal order the flatter the response is in the band of interest.

Keywords: Fractal geometry. Power divider. Microstrip.

## LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1: GEOMETRIA FRACTAL DE KOCH, ORDEM 0, 1 E 2. ....	18
FIGURA 2: GEOMETRIA FRACTAL DE KOCH, ORDEM 1(ADAPTADA) E 2 (ADAPTADA). ....	18
FIGURA 3: ETAPAS DE CONSTRUÇÃO DO CONJUNTO DE CANTOR .....	22
FIGURA 4: CURVA DE KOCH .....	23
FIGURA 5: REFERENCIAL DE ORIGEM DA CURVA DE KOCH.....	25
FIGURA 6: TRIÂNGULO DE SIERSPINSKI.....	26
FIGURA 7: <i>MICROSTRIP</i> - LINHA DE TRANSMISSÃO PLANAR .....	29
FIGURA 8: LINHAS DE CAMPO EM UMA LINHA DE <i>MICROSTRIP</i> .....	30
FIGURA 9: a) DIVISOR DE POTÊNCIA E b) COMBINADOR DE POTÊNCIA .....	34
FIGURA 10: REDE DE TRÊS PORTAS (JUNÇÃO T), a) GUIA DE ONDAS T NO PLANO E . b) GUIA DE ONDAS T NO PLANO H. (c) DIVISOR DE JUNÇÃO T EM LINHA DE MICROSTRIP.....	35
FIGURA 11: MODELO DE DIVISOR DE POTENCIA DE WILKINSON .....	36
FIGURA 12: DIVISORES DE POTENCIA EM FORMA DE T COM GEOMETRIA FRACTAL DE KOCH: (A) ORDEM 0, (B) ORDEM 1, (C) ORDEM 2, (D) ORDEM 1 ADAPTADA, (E) ORDEM 2 ADAPTADA. ....	38
FIGURA 13: DIVISORES DE POTENCIA DE WILKINSON COM GEOMETRIA FRACTAL DE KOCH: (A) ORDEM 0, (B) ORDEM 1, (C) ORDEM 2, (D) ORDEM 1 ADAPTADA, (E) ORDEM 2 ADAPTADA. ....	39
FIGURA 14: PROTÓTIPOS DE DIVISORES DE POTÊNCIA EM FORMA DE T COM GEOMETRIA FRACTAL DE ORDEM 0,1 E 2.....	40
FIGURA 15: PROTÓTIPOS DE DIVISORES DE POTÊNCIA EM FORMA DE T COM GEOMETRIA FRACTAL DE KOCH DE ORDEM 1 E 2. ....	40
FIGURA 16: PROTÓTIPOS DE DIVISORES DE POTÊNCIA DE WILKINSON COM GEOMETRIA FRACTAL DE KOCH DE ORDEM 0,1 E 2. ....	41
FIGURA 17: PROTÓTIPOS DE DIVISORES DE POTÊNCIA DE WILKINSON COM GEOMETRIA FRACTAL DE KOCH DE ORDEM 1 E 2. ....	41
FIGURA 18: ANALISADOR DE REDE VETORIAL EM TESTE. ....	42
FIGURA 19: COMPARAÇÕES ENTRE DIVISORES DE POTENCIA EM T COM GEOMETRIAS DE KOCH ORIGINAL E ADAPTADA S <sub>11</sub> . ....	45

FIGURA 20: COMPARAÇÕES ENTRE DIVISORES DE POTENCIA EM T COM GEOMETRIAS DE KOCH ORIGINAL E ADAPTADA $S_{21}$ .	47
FIGURA 21: COMPARAÇÕES ENTRE DIVISORES DE POTENCIA DE WILKINSON COM GEOMETRIAS DE KOCH ORIGINAL E ADAPTADA $S_{11}$ .	48
FIGURA 22: COMPARAÇÕES ENTRE DIVISORES DE POTENCIA DE WILKINSON COM GEOMETRIAS DE KOCH ORIGINAL E ADAPTADA $S_{21}$ .	49
FIGURA 23: COMPARAÇÕES ENTRE DIVISORES DE POTENCIA EM T COM GEOMETRIAS DE KOCH ORIGINAL E ADAPTADA $S_{11}$ .	50
FIGURA 24: COMPARAÇÕES ENTRE DIVISORES DE POTENCIA EM T COM GEOMETRIAS DE KOCH ORIGINAL E ADAPTADA $S_{21}$ .	51
FIGURA 25: COMPARAÇÕES ENTRE DIVISORES DE POTENCIA DE WILKINSON COM GEOMETRIAS DE KOCH ORIGINAL E ADAPTADA $S_{11}$ .	52
FIGURA 26: COMPARAÇÕES ENTRE DIVISORES DE POTENCIA DE WILKINSON COM GEOMETRIAS DE KOCH ORIGINAL E ADAPTADA $S_{21}$ .	53
FIGURA 27: COMPARAÇÕES ENTRE A SIMULAÇÃO E EXPERIMENTAÇÃO DOS DIVISORES DE POTENCIA EM T COM GEOMETRIAS DE KOCH ORIGINAL $S_{21}$ .	55
FIGURA 28: COMPARAÇÕES ENTRE A SIMULAÇÃO E EXPERIMENTAÇÃO DOS DIVISORES DE POTENCIA EM T COM GEOMETRIAS DE KOCH ADAPTADA $S_{21}$ .	56

## LISTA DE ABREVIATURAS OU SIGLAS

LAMMI	- Laboratório de Magnetismo, Medidas e Instrumentação
UFPR	- Universidade Federal do Paraná
DELT	- Departamento de Engenharia Elétrica
GHz	- Giga Hertz
ADS	- Advanced Design System
VNA	- Analisador Rede Vetorial
LCE	- Laboratório de Compatibilidade Eletromagnética
SMA	- SubMiniatura Versão A
LITS	- Laboratório de Inovação Tecnológica em Sensores
SOLT	- Short, Open, Load, Thru
TRL	- Thru, Reflection e Line
LT	- Linha de Transmissão
TE	- Elétrica Transversal
TM	- Magnético Transversal
TEM	- Eletromagnético Transversal
RF	- Rádio Frequência
dB	- decibél

## LISTA DE SÍMBOLOS

$Z_0$  - Impedância característica de linha de transmissão

$D$  - Dimensão Fractal

$N$  - Numero de Copias do Objeto

$s$  - Fator de escala

$\lambda$  - Comprimento da Onda

$c$  - Velocidade da luz no vácuo

$f$  - Frequência em Hz

$\mathbf{E}$  - Vetor Intensidade de Campo Elétrico

$\mathbf{H}$  - Vetor Intensidade de Campo Magnético

$[S]$  - Matriz de parâmetros de espalhamento

$a_n$  – Amplitude complexa do sinal propagante na porta  $n$

$b_n$  – Amplitude complexa do sinal contra-propagante na porta  $n$

$\omega$  - Frequência angular temporal

$w$  - Largura da linha

$t$  - Espessura da linha condutora

$h$  - Espessura do substrato dielétrico

$v_p$  - Velocidade de fase

$\beta$  - Constante de propagação

$\epsilon_r$  - Permissividade relativa do substrato

$\epsilon_{ef}$  – Permissividade dielétrica efetiva relativa da linha

FR4 – Flame Resistant 4

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO .....</b>	<b>16</b>
1.1 JUSTIFICATIVA E OBJETIVOS .....	18
<b>ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO .....</b>	<b>20</b>
<b>2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA .....</b>	<b>21</b>
2.1 ASPECTOS BÁSICOS DA GEOMETRIA FRACTAL .....	21
2.2 LINHAS DE TRANSMISSÃO EM <i>MICROSTRIP</i> .....	26
2.3 PARÂMETROS S .....	31
2.4 DIVISORES DE POTÊNCIA DIRECIONAIS .....	34
2.4.1 Divisor de Potência de Wilkinson .....	35
<b>3 MATERIAIS E MÉTODOS .....</b>	<b>37</b>
3.1 CONFECÇÕES DE PROTÓTIPOS .....	39
3.2 CARACTERIZAÇÃO EXPERIMENTAL DA FUNÇÃO RESPOSTA DOS DIVISORES DE POTENCIA NO VNA .....	41
<b>4 RESULTADOS E DISCUSSÕES .....</b>	<b>44</b>
4.1 RESULTADOS DA SIMULAÇÃO DOS DIVISORES DE POTÊNCIA EM T COM GEOMETRIA FRACTAL ADAPTADA. ....	44
4.2 RESULTADOS DA EXPERIMENTAÇÃO DOS DIVISORES DE POTÊNCIA EM T COM GEOMETRIA FRACTAL ADAPTADA. ....	49
4.3 COMPARAÇÕES DA SIMULAÇÃO E EXPERIMENTAÇÃO DOS DIVISORES DE POTÊNCIA EM T COM GEOMETRIA FRACTAL ADAPTADA. ....	54
<b>5 CONCLUSÃO .....</b>	<b>58</b>
<b>6 REFERÊNCIAS .....</b>	<b>60</b>

## 1 INTRODUÇÃO

Atualmente há grande interesse em migrar as redes de comunicação sem fio (*wi-fi*) da banda de 2,4 GHz, que já encontra-se poluída pelo excessivo uso, para outras regiões do espectro de micro-ondas. Uma banda muito promissora está centrada em 5 GHz, que já é utilizada nos padrões IEEE 802.11 (BANGERTER, 2014). Nesse contexto, se faz necessário o desenvolvimento dos mais diversos dispositivos de micro-ondas, como filtros, acopladores, antenas e divisores de potência que possam ser integrados às placas de circuito impresso ocupando a menor área possível, um requisito essencial na busca pela miniaturização dos sistemas eletrônicos. Dispositivos fabricados utilizando linhas de microfita (ou em inglês, *microstrip*) são bastante populares devido a facilidade de fabricação e miniaturização, principalmente quando considera-se a utilização de geometrias fractais (SILVA, 2015).

Embora alguns conceitos da geometria fractal tenham sido discutidos desde Leibniz no século XVII, os matemáticos Gaston Julia (1893-1978) e Pierre Fatou (1878–1929) investigaram em 1918, o processo de iteração de uma função complexa, e obtiveram o conjunto conhecido como *conjunto de Julia*, que é um marco no campo de geometria fractal (GARG *et al*, 2014). Influenciado pelos trabalhos de Fatou e Julia, matemático franco-polonês Benoit Mandelbrot (1924-2010), formalizou conceitualmente a geometria fractal a partir de 1965. Foi no ano de 1967 que Mandelbrot cunhou o termo *fractal* (FREDRIKSSON, 2015).

As aplicações da geometria fractal na engenharia de dispositivos eletromagnéticos tiveram início meados da década de 1980 (COHEN, 2002 citado por MATOS, 2012, p.1). O pioneiro foi Nathan Cohen, que introduziu o conceito no projeto de antenas fractais, que são estruturas auto-similares em diversas escalas de tamanho. Uma estrutura auto-similar é aquela em que uma porção se parece com o todo, ou seja, a ampliação de uma pequena parte vai possuir as mesmas formas e propriedades geométricas do objeto em escala maior (ASSIS *et al*, 2008).

Estruturas fractais têm sido desenvolvidas utilizando o substrato dielétrico FR4<sup>1</sup> (*Flame Resistant 4*), tipicamente buscando o aumento da largura da banda de operação dos dispositivos projetados e a redução da área necessária para a

---

<sup>1</sup> FR4- É um material composto de Fibra de Vidro e epoxi, que tem esta denominação devido à característica de baixa inflamabilidade (VERASTEGUI, 2007),



implementação dos dispositivos. A literatura tem demonstrado que os dispositivos fractais apresentam vantagens sobre as geometrias comuns, como as euclidianas (AHMED *et al*, 2015).

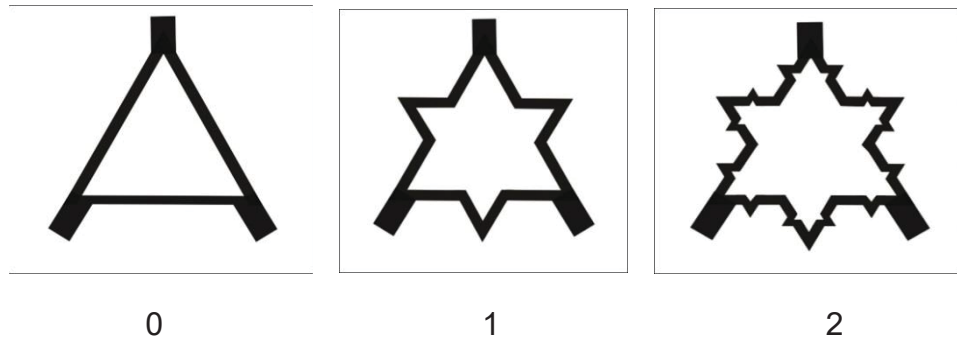
No presente trabalho uma estrutura fractal será empregada no desenvolvimento de divisores de potências de micro-ondas na faixa de 4 GHz a 6 GHz, com centro da banda em 5 GHz, vislumbrando as potenciais aplicações em dispositivos de wi-fi nos padrões IEEE 802.11. Especificamente, será considerada a confecção de estruturas fractais inspiradas na curva de Koch. O substrato dielétrico a ser utilizado neste trabalho é o FR4, mas esta não é uma restrição fundamental ao uso de fractais, que podem ser feitos sobre outro material dielétrico de alto desempenho em micro-ondas, como o teflon.

A curva de Koch é uma das mais antigas estruturas fractais conhecidas, e sua variante mais conhecida como *Koch snowflake* é empregada para modelar um floco de neve (*snowflake*). Uma estrutura matemática caracterizada por auto-similaridade exata somente é encontrada em fractais teóricos (PODHOSTNIK, 2012), já que o procedimento recursivo para a sua geração tem que ser repetido até o limite de iterações tendendo ao infinito (ASSIS *et al*, 2008). Na prática, todavia, é necessário introduzir uma ordem de truncamento, denominada usualmente de ordem do fractal. Existem diversos algoritmos para a obtenção de fractais, baseados na iteração de alguma função matemática específica, como o método desenvolvido por J. Hutchinson, M. Barnsley e S. Demko, em que a geração de fractais é feita através de um conjunto de transformações de escala, também denominadas de mapeamentos contrativos, de uma imagem sobre si própria (BOCATO E ZUBEN, 2010).

Segundo Alqaisy (2014), na aplicação da curva de Koch em uma placa de circuito impresso é possível verificar o aumento da largura de banda de operação da estrutura com o aumento da ordem do fractal. Considerando-se esse fato, foram desenvolvidos no LAMMI (Laboratório de Magnetismo, Medidas e Instrumentação) da UFPR (Universidade Federal do Paraná) alguns protótipos de dispositivos em micro-ondas utilizando a geometria fractal de Koch em linhas em *microstrip*, mirando a utilização em divisores de potência. As linhas mostradas nas Figuras 1 e 2 são as trilhas condutoras sobre uma das faces do substrato dielétrico de FR4, tendo a outra face como plano de terra. Na FIGURA 1 são apresentadas as geometrias do floco de neve de Koch original em iterações de ordem 0, 1 e 2 a serem empregadas. Na FIGURA 2 são ilustradas as adaptações do floco de neve de Koch, construídas

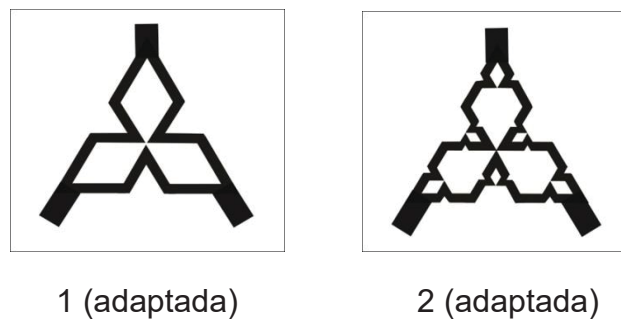
visando o melhor aproveitamento do espaço sobre o substrato, reduzindo a área necessária para fabricar os dispositivos.

FIGURA 1: GEOMETRIA FRACTAL DE KOCH, ORDEM 0, 1 E 2.



FONTE: O autor (2019).

FIGURA 2: GEOMETRIA FRACTAL DE KOCH, ORDEM 1(ADAPTADA) E 2 (ADAPTADA).



FONTE: O autor (2019).

## 1.1 JUSTIFICATIVA E OBJETIVOS

Apesar dos estudos com a geometria de Koch original terem se mostrado promissores em projetos de micro-ondas, ainda não são conhecidos em maiores detalhes os efeitos da modificação dessa geometria em circuitos de microstrip (SANTOS *et al*, 2019). Desse modo, a presente dissertação de mestrado tem como objetivo geral desenvolver e caracterizar uma geometria fractal de Koch modificada, para fabricar um divisor de potência de micro-ondas na faixa de frequência de

operação entre 4GHz e 6GHz. As estruturas concebidas em ordem fractal 0, 1 e 2 são simuladas no software *ADS* e os protótipos construídos são caracterizados experimentalmente utilizando um *Vector Network Analyzer* (VNA) modelo E5063A da Keysight, que opera desde 100 kHz até 18 GHz.

Os objetivos específicos a serem atingidos para a concretização do objetivo geral são listados a seguir:

- Realização de revisão bibliográfica acerca da geometria fractal e suas características predominantes, aplicações de fractais em linhas de *microstrip* e estudo da teoria de divisores de potência para o uso em micro-ondas;
- Simulação dos dispositivos divisores de potência propostos com geometria fractal de Koch no software *ADS* (*Advanced Design System*, desenvolvido pela Keysight) e comparação dos resultados obtidos com o esperado para um divisor de potência ideal, para verificar a eficácia da geometria proposta;
- Construção de divisores de potência com geometria fractal, utilizando *microstrip*, com a mesmas dimensões físicas das trilhas empregadas nas simulações;
- Caracterização experimental da função resposta dos divisores, em termos dos parâmetros de espalhamento, na banda de 4 GHz a 6 GHz, utilizando o VNA;
- Comparações entre valores previstos pela simulação e aqueles medidos experimentalmente, bem como a comparação entre a geometria original de Koch e a geometria adaptada, para verificar a influência da modificação introduzida neste trabalho.

## ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

A presente dissertação está estruturada da seguinte forma: No Capítulo 2, a fundamentação teórica abordará os conceitos básicos para a compreensão deste trabalho, apresentando os principais conceitos acerca da geometria fractal, bem como da teoria das linhas de *microstrip* e dos parâmetros S, amplamente empregados na caracterização experimental dos dispositivos de micro-ondas.

No Capítulo 3, a metodologia utilizada neste trabalho será apresentada em maiores detalhes, trazendo as informações necessárias acerca dos protótipos aqui fabricados utilizando a geometria fractal de Koch original e sua adaptação.

No Capítulo 4, os resultados das simulações numéricas e da caracterização experimental serão apresentados e discutidos em maiores detalhes. Finalmente, no Capítulo 5 serão apresentadas as conclusões do trabalho.

## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

O presente capítulo está dividido em 4 seções principais. Na Seção 2.1 são discutidos os conceitos essenciais a respeito da geometria fractal. A Seção 2.2 aborda os principais conceitos das linhas de transmissão em microstrip utilizados no trabalho. Os parâmetros de espalhamento  $S$  são apresentados e discutidos na Seção 2.3 e finalmente, na Seção 2.4 a teoria dos divisores de potência de micro-ondas é apresentada, sendo o divisor de Wilkinson discutido em maiores detalhes.

### 2.1 ASPECTOS BÁSICOS DA GEOMETRIA FRACTAL

Uma definição precisa de fractal pode ser considerada um problema ainda em aberto na matemática, mas existe um consenso a respeito de algumas características gerais em uma estrutura geométrica que a levam a ser enquadrada inequivocamente no âmbito da geometria fractal (CARVALHO, 2005). Essas características gerais são: i) auto-similaridade, que pode ser exata ou estatística (e nesse caso denominada de auto-afinidade, quando uma parte da estrutura apresenta propriedades similares ao todo apenas de forma estatística), ii) complexidade infinita, ou seja, a estrutura se repete em qualquer escala e iii) dimensão efetiva não inteira (ou fracionária), também denominada dimensão fractal.

As definições pioneiras sobre estruturas fractais surgiram ainda no século XVII por Gottfried Leibniz, que introduziu as primeiras ferramentas matemáticas indicando o reconhecimento de estrutura com padrões de auto-similaridade (TORRES e CANTOR, 1883). Em 1872, Karl Weierstrass propôs com a ajuda de Bernhard Riemann, a função de Weierstrass, que pode ser representada através de uma série de Fourier modificada, com a propriedade de ser contínua em todo seu domínio, mas em nenhuma parte diferenciável, e que apresenta auto-similaridade, ou seja, o padrão da função se repete para qualquer escala de ampliação da variável independente (SILVA e SOUZA, 2010).

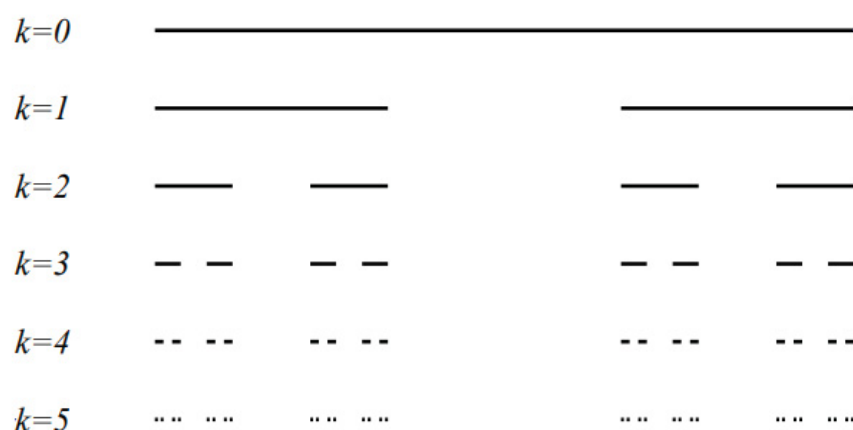
Por meio das pesquisas relacionadas a sistemas dinâmicos caóticos, Henri Poincaré (1854-1912) em 1880, descobriu que certos sistemas apresentavam atratores no diagrama de fase com aspectos de auto-similaridade, relacionando o caos à geometria fractal (LIEBOVITCH e SCHEURLE, 2000). Levou alguns anos para entender o comportamento fractal e tentar construir uma geometria que pudesse

adquirir suas propriedades. Considerando-se a falta de ferramentas matemáticas mais adequadas para descrevê-los e analisá-los, matemáticos desta época deram aos fractais o nome de "monstros" matemáticos (PODHOSTNIK, 2012).

No ano de 1883 o matemático Georg Cantor (1845-1918) desenvolveu um objeto fractal conhecido como conjunto do terço médio de Cantor, sendo o fractal mais conhecido e o de mais simples construção. Ele é construído a partir de um intervalo unitário, por uma sequência de operações de eliminação (MACEDO, 2015). Segundo Arsie (2009), a formação do conjunto de Cantor é muito simples: considerando-se a reta no intervalo  $[0, 1]$ , esta é dividida em três partes iguais,  $[0, 1/3]$ ,  $(1/3, 2/3)$  e  $[2/3, 1]$ , e remove-se o intervalo  $(1/3, 2/3)$  do intervalo.

Fica-se então com o conjunto união  $[0, 1/3] \cup [2/3, 1]$ . O processo é repetido novamente, dividindo-se em três partes iguais cada subconjunto e removendo o terço médio. Quando o número de iterações é levado ao infinito, o conjunto de pontos não retirados é denominado conjunto de Cantor, ou poeira de Cantor. Essa estrutura exhibe muitas características não usuais, típicas dos fractais matemáticos, onde o processo recursivo é levado ao infinito. Por exemplo, esse fractal tem número infinito de elementos e comprimento nulo (ARSIE, 2009, p.2). A FIGURA 3 ilustra o procedimento iterativo até  $k=5$  iterações.

FIGURA 3: ETAPAS DE CONSTRUÇÃO DO CONJUNTO DE CANTOR



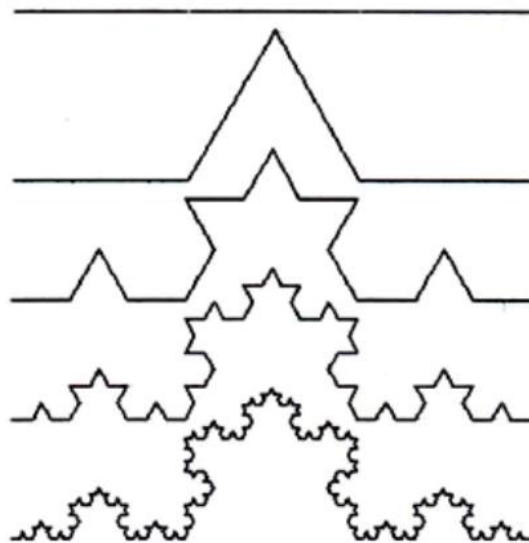
FONTE: Arsie, (2009).

No ano de 1904, Niels Fabian Helge von Koch (1870-1924) também desenvolveu uma estrutura que ficou conhecida como curva de Koch (FIGURA 4), que aplicada aos lados de um triângulo equilátero gera a ilha de Koch, ou floco de neve

de Koch (*Koch snowflake*). Essa curva é um exemplo de curva continua em todo intervalo mas não diferenciável (SILVIA; RABAY, 2013).

Para construir esta curva, o ponto de partida do processo é uma reta de comprimento unitário, dividida em três partes iguais. Substitui-se então o segmento central por um triângulo equilátero de lado  $1/3$ , eliminando-se a base. Em seguida o processo é repetido em cada segmento da estrutura gerada, seguindo a mesma lógica, ou seja, dividindo cada segmento em três partes iguais e substituindo o segmento médio por um triângulo equilátero, eliminando-se a base (DOMINGOS, 2013). O procedimento iterativo para a obtenção da curva de Koch é mostrado na FIGURA 4.

FIGURA 4: CURVA DE KOCH



FONTE: Domingos (2013).

Observa-se que a curva de Koch é uma figura regular cuja fronteira é composta por infinitos lados cada vez menores (NUNES, 2006).

Os exemplos do conjunto de Cantor e da curva de Koch permitem compreender de modo didático o conceito de auto-similaridade. Um objeto é considerado auto-similar quando uma parte desse objeto é semelhante ao todo, não importando a escala de ampliação. Pode-se compreender a auto-similaridade como uma simetria do objeto por transformação de escala, ou seja, um certo padrão geométrico é recorrente em



escalas cada vez menores ou cada vez maiores. Exemplos na natureza são abundantes, indo desde as costas marítimas, que são fractais estatísticos, até as formas geométricas de plantas. Vide o caso específico da couve-flor, onde um ramo menor se parece com o todo. A auto-similaridade exata é o princípio geral utilizado na geração de fractais matemáticos (CRUZ, 2014).

Para que seja observada a chamada complexidade infinita, o padrão de auto-similaridade deve se repetir em todas as escalas, não importando qual seja a ordem de ampliação aplicada a qualquer parte do objeto. Do ponto de vista de geração matemática de um fractal, isso significa que o processo recursivo ou iterativo deve ser repetido até limite de número de operações tender ao infinito (ASSIS *et al*, 2008).

Um parâmetro quantitativo para descrever uma estrutura geométrica é a dimensão fractal, que por sua vez, está relacionada à ocupação efetiva do espaço topológico (ou geométrico) em que uma estrutura está embutida. De maneira simples, em um espaço vetorial definido por uma métrica euclidiana, a dimensão topológica do espaço é igual ao número de coordenadas ou eixos linearmente independentes necessários para descrever aquele espaço. Por exemplo, uma reta tem dimensão topológica igual a 1, um plano tem dimensão topológica igual a 2 e assim sucessivamente. Por outro lado, para determinar a dimensão fractal de um objeto utiliza-se a dimensão de Hausdorff-Besicovitch, definida na equação que segue:

$$D = \log N / \log s , \quad (1)$$

onde  $N$  é número de cópias do objeto original e  $s$  é o fator de resolução ou de escala (DAGA, 2017). Existem estruturas embutidas em um espaço topológico para as quais a dimensão fractal, que pode ser fracionária ou inteira, é sempre estritamente maior que a dimensão topológica. A dimensão topológica de um espaço é sempre inteira e no máximo igual à dimensão de Hausdorff (PODHOSTNIK, 2012). Em outras palavras, um objeto pode ser considerado fractal quando sua dimensão de Hausdorff excede sua dimensão topológica.

Para esclarecer a ideia de dimensão fractal será aplicada a Equação (1) ao caso da curva de Koch, cujo processo iterativo está novamente ilustrado na FIGURA 5. Na primeira iteração tem-se apenas um segmento de reta cujo comprimento é unitário. No nível de iteração seguinte, o segmento é dividido em 3 partes iguais, (cada segmento de comprimento  $1/3$ ) e o segmento central é substituído por dois segmentos

de  $1/3$ . Observe que a nova estrutura passa a ter 4 segmentos idênticos e comprimento efetivo de  $4/3$ . O procedimento deve ser repetido novamente em cada segmento, levando-se ao limite de iterações  $k$  tendendo ao infinito.

FIGURA 5: REFERENCIAL DE ORIGEM DA CURVA DE KOCH



FONTE: O autor, (2019).

No próximo passo, cada segmento de tamanho  $1/3$  passará a ter comprimento total  $1/9$ , mas haverá 16 segmentos idênticos, que levam a nova estrutura a ter comprimento total  $16/9$ . Na ordem de iteração  $k$ -ésima, haverá  $4^k$  segmentos de comprimento  $1/3^k$ . Para que um desses segmentos seja ampliado até o tamanho unitário da reta original o fator de escala será  $3^k$ . Aplicando agora a equação (1) para a curva de Koch obtida na  $k$ -ésima iteração encontra-se que  $D = \frac{k \log 4}{k \log 3} = 1,26$ , ou seja, a dimensão de Hausdorff-Besicovitch da curva de Koch é superior à dimensão topológica da reta, caracterizando assim um fractal (BARROS e RAMIREZ, 2017).

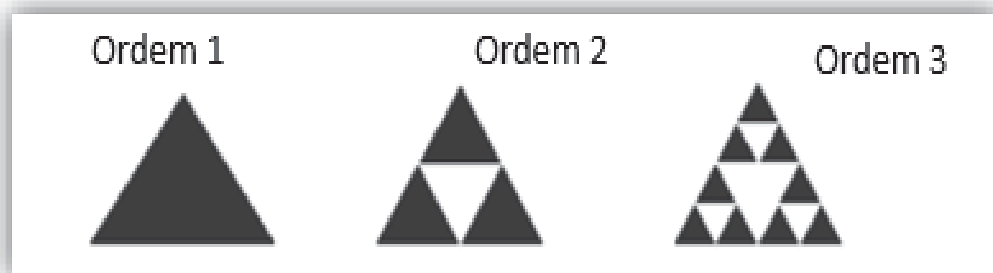
É importante destacar que se torna impossível representar graficamente um fractal matemático verdadeiro, de complexidade infinita, pois a sua representação gráfica está limitada pela resolução do computador, onde o número de iterações tem que ser truncado em algum momento. Sendo assim o que fazemos é conceber mentalmente a ideia de fractal (MORAIS, 2014).

Estudos relacionados às características de auto-similaridade muito presentes na geometria fractal ganharam espaço na área de Engenharia de Micro-ondas. A união da matemática fractal com a teoria eletromagnética tornou-se um novo campo de pesquisa denominado de Eletrodinâmica Fractal (BARBOSA e HENRIQUE, 2013). Este campo propicia as bases teóricas para o desenvolvimento de dispositivos de micro-ondas. Há grande interesse no uso das geometrias fractais em filtros, antenas, acopladores e sensores, visando a otimização da ocupação de área disponível na

confeção de circuitos, tipicamente utilizando linhas de transmissão do tipo *microstrip* (SOUSA, 2011).

Uma das geometrias mais utilizadas na confecção de antenas fractais é o triângulo de Sierpinski, mostrado na FIGURA 6 (CRUZ, 2014), buscando o aumento da largura de banda de operação e a redução do espaço necessário na placa de circuito impresso para a confecção da antena integrada.

FIGURA 6: TRIÂNGULO DE SIERSPINSKI.



FONTE: O autor (2019).

O fractal de Minkowski também foi empregado no desenvolvimento das antenas de medição em um sistema para detecção de perda de massa óssea em um método de prevenção da osteoporose (OLIVEIRA, NOGUEIRA e NETO, 2018).

## 2.2 LINHAS DE TRANSMISSÃO EM MICROSTRIP

Linhas de transmissão são estruturas eletromagnéticas compostas de pelos menos duas superfícies condutoras mantidas a uma certa diferença de potencial, separadas por materiais dielétricos, e que são capazes de suportar a propagação de ondas eletromagnéticas em longas distâncias, através dos modos TEM (Transversal Eletro Magnéticos, onde tanto o campo elétrico quanto o campo magnético, são perpendiculares à direção de propagação da onda), ou modos que são aproximadamente TEM. Uma característica fundamental dos modos TEM em linhas de transmissão é que eles não apresentam frequência de corte e ondas de qualquer frequência  $f \geq 0$  podem se propagar, satisfazendo equações de onda conhecidas como equações do telegrafista (SADIKU, 1989). Para uma linha de transmissão sem

perdas (condutores e dielétricos ideais) as equações do telegrafista, mostradas nas equações (2) e (3), a seguir:

$$\frac{\partial V(z, t)}{\partial z} = -L \frac{\partial I(z, t)}{\partial t} , \quad (2)$$

$$\frac{\partial I(z, t)}{\partial z} = -C \frac{\partial V(z, t)}{\partial t} , \quad (3)$$

onde  $V(z, t)$  e  $I(z, t)$  correspondem à onda de tensão e de corrente na linha de transmissão, respectivamente,  $z$  é o eixo de propagação da onda e  $t$  é o tempo,  $L$  e  $C$  são a indutância e a capacitância por unidade de comprimento da linha, medidas em H/m e F/m no SI, respectivamente, e dependem das propriedades eletromagnéticas de permissividade dielétrica  $\varepsilon$ , permeabilidade magnética  $\mu$  e condutividade elétrica  $\sigma$  dos meios utilizados na fabricação da linha, bem como de aspectos geométricos da construção. Para ondas harmônicas de frequência angular  $\omega$  [rad/s] as equações (2) e (3) têm por solução ondas de tensão e corrente na forma a seguir:

$$V(z, t) = a e^{i(\omega t - \beta z)} + b e^{i(\omega t + \beta z)} , \quad (4)$$

$$I(z, t) = \frac{1}{Z_0} [a e^{i(\omega t - \beta z)} - b e^{i(\omega t + \beta z)}] , \quad (5)$$

onde  $a$  e  $b$  são as amplitudes complexas da onda propagante e contra-propagante ao longo do eixo  $z$  na linha de transmissão, a impedância característica da linha, medida em ohms, é dada pela seguinte expressão:

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} , \quad (6)$$

Enquanto a constante de fase  $\beta$  [rad/m] é determinada pela seguinte expressão:

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda_g} = \frac{\omega}{v} \quad (7)$$

sendo  $\lambda_g$  o comprimento de onda associado à frequência angular  $\omega = 2\pi f$  na linha de transmissão e  $v$  [m/s] é a velocidade de propagação dessas ondas na linha de transmissão. A velocidade de propagação das ondas na linha é função das propriedades eletromagnéticas dos meios materiais com que a linha é fabricada, bem como da geometria da estrutura. Costuma-se então definir o índice de refração efetivo da linha de transmissão:

$$n_{ef} = \frac{c}{v} = \sqrt{\epsilon_{ef}} \geq 1, \quad (8)$$

onde  $c = 2,9979 \times 10^8$  m/s é a velocidade da luz no vácuo. A expressão (8) é válida para linhas de transmissão onde a permeabilidade magnética dos meios empregados é igual ou aproximadamente igual à do vácuo, de forma que a permeabilidade relativa possa ser aproximada por  $\mu_r = 1$ . Nesse caso o índice de refração efetivo da linha é função direta da permissividade dielétrica relativa efetiva  $\epsilon_{ef}$  da estrutura.

Agora serão discutidas brevemente as linhas de transmissão em *microstrip*, utilizadas na realização desta dissertação. As linhas *microstrip* suportam soluções quase-TEM e são corretamente descritas pelas equações (2)-(8). Segundo Nobrega (2008) as linhas *microstrip* atendem alguns requisitos interessantes no desenvolvimento de circuitos, como por exemplo, estrutura leve, dimensões reduzidas, facilidade de construção e instalação, fácil integração com circuitos eletrônicos de comunicação e a possibilidade de excitação por ondas de superfície e radiação em um hemisfério.

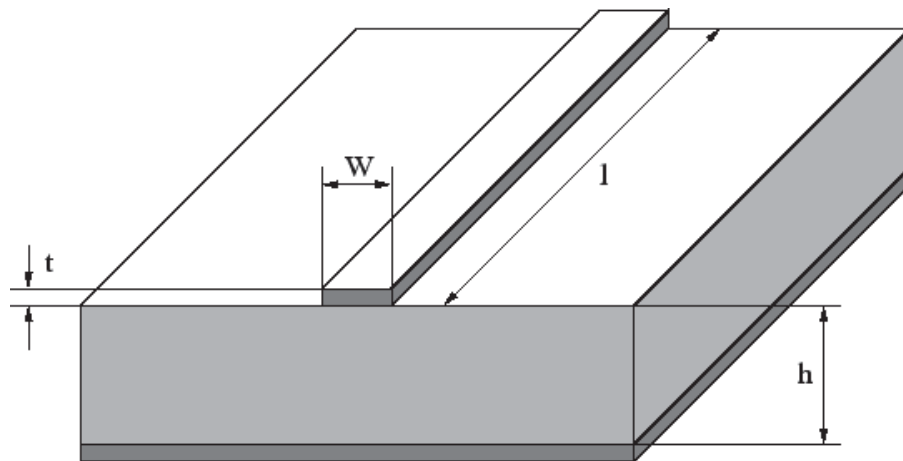
São amplamente empregadas no desenvolvimento dos elementos essenciais da eletrônica de RF, como filtros, redes de casamento de impedância, atenuadores, ressonadores, divisores de potência e acopladores (DIMYAN, 1969).

Uma *microstrip* é um tipo de linha de transmissão planar, conforme ilustrado na FIGURA 7, e consiste de uma fita de linha condutora fina, de largura  $w$  e espessura  $t$ , impressa na superfície de um substrato dielétrico de espessura  $h$ , que pode ser um semicondutor de alta resistividade ou um óxido isolante. Na outra superfície do material dielétrico há um plano de material condutor formando um plano de terra comum para o sistema de transmissão.

Ao contrário do que ocorre com a propagação de ondas em um cabo coaxial, onde os campos eletromagnéticos ficam confinados na região do material dielétrico

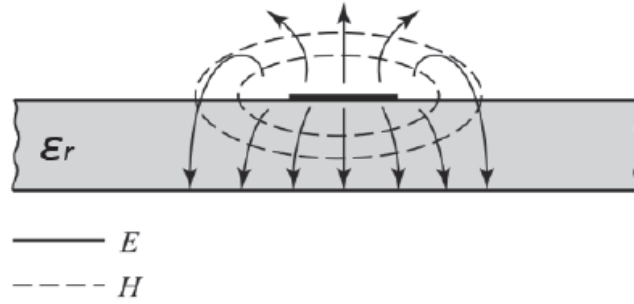
homogêneo dentro do cabo coaxial, em uma *microstrip* parte das linhas de campo estão presentes na região de ar acima da microfita. Nesta região, a velocidade de fase das ondas é maior do que na região do substrato dielétrico, devido à diferença das permissividades dielétricas e consequentemente dos índices de refração (AYQUIPA, 2017). Por essa razão, uma condição de contorno requer o casamento de fase da onda confinada no interior do dielétrico com a fase da onda presente no ar, produzindo assim um índice de refração efetivo  $1 < n_{ef} < \sqrt{\epsilon_r}$ , sendo  $\epsilon_r$  a permissividade dielétrica do substrato. Além disso, como o meio onde a fita condutora está inserida não é homogêneo, havendo pelo menos uma interface entre o substrato e o ar, uma análise mais detalhada do comportamento desta estrutura, que está além do escopo deste trabalho, mostra que as linhas de *microstrip* não conseguem suportar ondas TEM puras e sim ondas híbridas TM-TE (CASTRO, 2017). Todavia, na maioria das aplicações práticas o substrato dielétrico é eletricamente muito fino ( $h \ll \lambda$ ), os campos se tornam quase transversais, com as linhas de campo (SILVA, 2015), ilustradas na FIGURA 8.

FIGURA 7: MICROSTRIP- LINHA DE TRANSMISSÃO PLANAR



FONTE: O autor, (2019).

FIGURA 8: LINHAS DE CAMPO EM UMA LINHA DE MICROSTRIP



FONTE: Castro, (2017).

As características de propagação das ondas eletromagnéticas nas *microstrip* são descritas essencialmente por dois parâmetros, a sua constante dielétrica efetiva  $\epsilon_{ef}$  e a impedância característica  $Z_0$ , que são obtidos pela análise quase-estática<sup>2</sup> (LIRA, 2016). Para o cálculo da impedância característica da linha ( $Z_0$ ) e da permissividade dielétrica efetiva ( $\epsilon_{ef}$ ), a razão  $w/h$  é normalmente usada nas seguintes expressões aproximadas (POZAR, 2011):

$$\epsilon_{ef} = \frac{\epsilon_r + 1}{2} + \frac{\epsilon_r - 1}{2} \frac{1}{\sqrt{1 + 12 h/w}} \quad (9)$$

$$Z_0 = \begin{cases} \frac{60}{\sqrt{\epsilon_{ef}}} \ln \left( \frac{8h}{w} + \frac{w}{4h} \right), & \text{se } \frac{w}{h} > 1 \\ \frac{120\pi}{\sqrt{\epsilon_{ef}} \left( \frac{w}{h} + 1,393 + 0,667 \ln \left( \frac{w}{d} + 1,444 \right) \right)}, & \text{se } \frac{w}{d} > 1 \end{cases} \quad (10)$$

Em muitas situações é interessante considerar a fase, medida em radianos, associada ao atraso de propagação  $\Delta t = \frac{l}{v} = \theta/\omega$  para uma distância propagada  $l$ , sendo dada pela expressão abaixo:

$$\theta = \beta l \quad (11)$$

<sup>2</sup> Quase-estática: Quando as amplitudes dos componentes longitudinais dos campos em uma linha *Microstrip* permanecem muito menores que amplitudes dos componentes transversais, podendo ser desprezados, o que caracteriza um modo de propagação quase-TEM (ALVES, 2007).



E ainda é comum em projetos de micro-ondas expressar os comprimentos de linhas de transmissão  $l$  necessários em termos do valor de fase requerido para produzir um certo atraso naquela linha.

Finalmente, cabe mencionar que a caracterização de linhas de *microstrip* com maior precisão, em estruturas que utilizem geometrias mais complicadas, deve ser feita através de ferramentas computacionais. Na presente dissertação as simulações foram realizadas no software ADS utilizando o método dos momentos (MoM), que pode ser selecionado dentre outros disponíveis na biblioteca do software. Para o leitor interessado, recomenda-se a descrição do método feita por Nepomuceno (2016). A principal vantagem prática da técnica MoM é na discretização do problema físico para resolver numericamente, a malha MoM é planar, mesmo para resolver um problema de volume, reduzindo o esforço computacional (MORRIS; 2014, adaptado).

## 2.3 PARÂMETROS S

Os parâmetros de espalhamento, ou simplesmente parâmetros S (do inglês, *scattering*) são amplamente empregados no estudo de dispositivos de micro-ondas (POZAR, 2011), e serão utilizados para a caracterização dos divisores de potência fabricados neste trabalho.

Considere um sistema de RF genérico com  $n$  portas obedecendo o princípio de linearidade e superposição. Nesse caso, as tensões e as correntes presentes em cada porta podem ser decompostas, utilizando expressões similares àsquelas dadas nas equações (4) e (5), como a soma de ondas que se propagam em sentido opostos no respectivo trecho de linha de transmissão, ou seja, ao incidir um sinal eletromagnético em uma das portas, este será propagado para os demais terminais, mas também poderá ser parcialmente refletido naquela porta, produzindo assim a superposição (ESTEVÃO e JUNIOR, 2014). Matematicamente, a tensão e a corrente na  $n$ -ésima porta do sistema são expressas na forma que segue:

$$V_n = (a_n + b_n) e^{i\omega t}, \quad (12)$$

$$I_n = \frac{1}{Z_n} (a_n - b_n) e^{i\omega t}, \quad (13)$$

onde  $a_n$  e  $b_n$  são amplitudes complexas que representam a onda propagante e contra-propagante na entrada da  $n$ -ésima porta e  $Z_n$  é a impedância característica associada.

Enquanto em circuitos elétricos de baixas frequências é difícil separar as contribuições da onda propagante e contra-propagante em cada ponto do circuito, em frequências de operação na faixa de micro-ondas o aspecto ondulatório fica evidente e torna-se mais útil tratar o problema considerando as amplitudes  $a_n$  das ondas incidentes em cada porta como estímulos e as amplitudes das ondas emergentes (ou contra-propagantes)  $b_n$  de cada porta como as respostas ou saídas dos sistema. Uma onda pode emergir em uma porta porque a onda incidente naquela mesma porta foi parcialmente refletida, ou porque o estímulo aplicado em outra porta foi transmitido para aquela que está sendo considerada (ESTEVÃO e JUNIOR, 2014). A matriz de espalhamento é constituída de um conjunto de elementos, conhecidos como parâmetros S (POZAR, 2011), que relacionam as amplitudes das ondas propagantes nas portas (estímulos) do sistema e as ondas contra-propagantes (respostas). Para um sistema de  $N$  portas é possível montar o seguinte conjunto de  $N$  equações:

$$b_1 = S_{11}a_1 + S_{12}a_2 + \dots + S_{1N}a_N, \quad (14)$$

$$b_2 = S_{21}a_1 + S_{22}a_2 + \dots + S_{2N}a_N, \quad (15)$$

$$b_n = S_{n1}a_1 + S_{n2}a_2 + \dots + S_{nN}a_N, \quad (16)$$

$$b_N = S_{N1}a_1 + S_{N2}a_2 + \dots + S_{NN}a_N, \quad (17)$$

onde  $S_{ij}$  é o parâmetro de espalhamento que conecta a saída na porta  $i$ -ésima ao estímulo aplicado na porta  $j$ -ésima, considerando-se que todos os estímulos nas portas  $k \neq j$  estão desligados. Matematicamente, podemos escrever as equações acima em forma matricial (PETROLI, 2012):

$$\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_i \\ \vdots \\ b_N \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & \dots & S_{1N} \\ S_{21} & S_{22} & & S_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{N1} & S_{N2} & \dots & S_{NN} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_j \\ \vdots \\ a_N \end{pmatrix}, \quad (18)$$

sendo definida a matriz S ou matriz de espalhamento na forma abaixo:

$$[\mathbf{S}] = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & \dots & S_{1N} \\ S_{21} & S_{22} & & S_{2N} \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ S_{N1} & S_{N2} & \dots & S_{NN} \end{bmatrix}, \quad (19)$$

e os elementos calculados através da expressão:

$$S_{ij} = \left. \frac{b_i}{a_j} \right|_{a_{k \neq j} = 0}, \quad (20)$$

sugerindo que para medir o parâmetro  $S_{ij}$  é necessário estimular a porta j-ésima com uma onda incidente àquela porta de amplitude  $a_j$  e medir a amplitude do sinal de saída  $b_i$  na porta i-ésima, garantindo não haja estímulo em nenhuma das outras portas, ou seja, para toda porta  $k \neq j$  é necessário que  $a_{k \neq j} = 0$ . Isso somente pode ser obtido eliminando possíveis reflexões em todas as portas k que terão uma onda de amplitude  $b_k$  produzida pelo estímulo na j-ésima porta, o que é feito casando-se as impedâncias de todas as portas  $k \neq j$  do sistema.

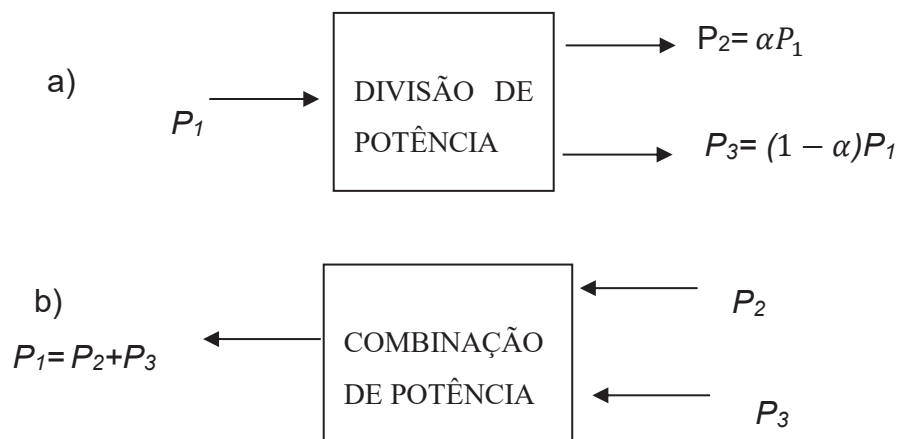
Fisicamente, é fácil compreender que os parâmetros S medem a magnitude e a fase das reflexões e dos espalhamentos das ondas eletromagnéticas em dado sistema (LIMA, SILVA E JUNIOR, 2013). O elemento  $S_{jj}$  da diagonal da matriz S mede a amplitudes relativa da onda refletida na porta j com o estímulo aplicado a essa mesma porta, e por isso é conhecido como coeficiente de reflexão da porta j-ésima, enquanto que o parâmetro  $S_{ij}$  é o parâmetro ou coeficiente de transmissão da porta j-ésima para a porta i-ésima.

Tendo em vista que os parâmetros S são números complexos associados às amplitudes de campos eletromagnéticos, em módulo e fase, é importante relacionar estes à potência transportada pelas ondas e nesse caso adota-se o valor do módulo ao quadrado, ou seja,  $|S_{ij}|^2$ . Esse valor é apresentado tipicamente na escala logarítmica em decibel (dB), fazendo-se  $|S_{ij}|_{dB} = 20 \log_{10} |S_{ij}|$ .

## 2.4 DIVISORES DE POTÊNCIA DIRECIONAIS

Os divisores de potência são produzidos em uma ampla variedade de modelos para múltiplas aplicações, com a finalidade de divisão ou combinação de potência. Estes dispositivos são tipicamente componentes passivos de micro-ondas de três ou mais portas e podem ser (idealmente) sem perdas, (SILVA, 2016). Na divisão de potência temos um sinal de entrada que é dividido em dois (ou mais) sinais de saída de menor potência (POZAR, 2011), ao passo em que quando os sinais são inseridos nos terminais de saída, formam uma combinação linear na porta de entrada, caracterizando assim um combinador de potência. Esse comportamento de divisor e combinador é ilustrado na FIGURA 9:

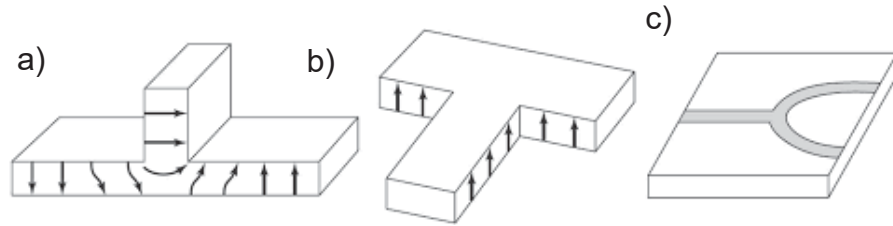
FIGURA 9: a) DIVISOR DE POTÊNCIA E b) COMBINADOR DE POTÊNCIA



FONTE: Adaptado de Pozar (2011).

Em divisores de potência ideais de 3 portas, se a divisão de potência é feita igualmente, cada porta de saída receberá -3 dB, ou seja, a potência será dividida por um fator 2. É possível fazer divisões em diferentes proporções, ou ainda acrescentar atenuação. As configurações mais comuns de divisores de potência de 3 portas utilizam a topologia em T (POZAR, 2011), como ilustrado na FIGURA 10.

FIGURA 10: REDE DE TRÊS PORTAS (JUNÇÃO T), a) GUIA DE ONDAS T NO PLANO E . b) GUIA DE ONDAS T NO PLANO H. (c) DIVISOR DE JUNÇÃO T EM LINHA DE MICROSTRIP.



FONTE: Penchel (2017).

A matriz de espalhamento de uma rede arbitrária de três portas possui nove elementos independentes:

$$[S] = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} \end{bmatrix}. \quad (21)$$

Para uma rede sem perdas, a conservação de energia exige que a matriz de espalhamento satisfaça a propriedade de unitariedade (POZAR, 2011), ou seja, a inversa deve ser igual à transposta conjugada,  $[S]^{-1} = [S]^\dagger$ . Se o dispositivo é passivo e não contém materiais anisotrópicos a matriz de espalhamento é recíproca e nesse caso,  $S_{ij} = S_{ji}$ . Idealmente, com as portas casadas tem-se  $S_{ii} = 0$  e a matriz de espalhamento de um divisor de potência toma a seguinte forma:

$$[S] = \begin{bmatrix} 0 & S_{12} & S_{13} \\ S_{12} & 0 & S_{23} \\ S_{13} & S_{23} & 0 \end{bmatrix}. \quad (22)$$

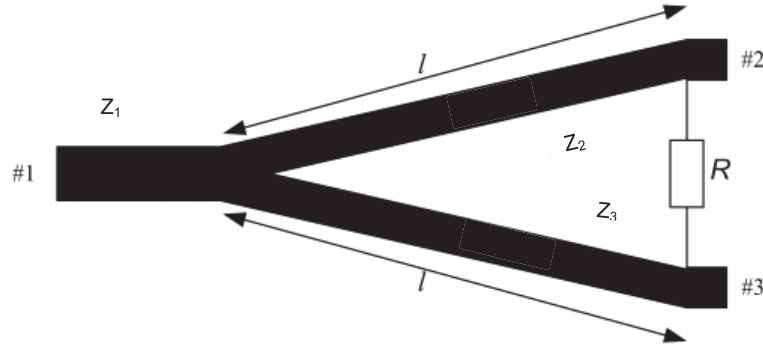
Para divisão igual de potências, considerando-se a porta 1 como entrada e as portas 2 e 3 como saída, os parâmetros S devem satisfazer  $|S_{13}| = |S_{12}| = 1/\sqrt{2}$ .

#### 2.4.1 Divisor de Potência de Wilkinson

O divisor de Wilkinson, ilustrado na FIGURA 11, foi inventado em 1960 e possui portas de saída completamente compatíveis com isolamento suficientemente alto entre elas (MOHRA, 2008), onde as tensões ao longo das trilhas são iguais em magnitude e fase, anulando a corrente nos resistores e evitando a dissipação de

potência (POZAR, 2011). Este é um tipo de dispositivo passivo utilizado para dividir ou combinar sinais de potências (ESTEVÃO, ANTONIO e JUNIOR, 2014).

FIGURA 11: MODELO DE DIVISOR DE POTENCIA DE WILKINSON



FONTE: Adaptado de Estevão, Antônio e Junior (2014).

De acordo com Collin (2001, p. 445, apud, Estevão, Antônio e Júnior, p.6), os comprimentos  $l$  das linhas em um divisor de Wilkinson ideal são iguais a  $\lambda_g/4$  e para divisão igual de potência em 3dB deve-se fazer:

$$R = 2Z_1 \quad (23)$$

$$Z_2 = Z_3 = Z_1\sqrt{2} \quad (24)$$

Seguindo a literatura, a matriz de espalhamento do divisor de Wilkinson ideal de 3dB é dada abaixo:

$$S = \frac{-1}{\sqrt{2}} \begin{vmatrix} 0 & j & j \\ j & 0 & 0 \\ j & 0 & 0 \end{vmatrix} \quad (25)$$

Tendo em conta comportamento de um divisor de Wilkinson ideal, nesse trabalho foram desenvolvidos e caracterizados divisores de potência utilizando geometria fractal baseada na curva de Koch.

### 3 MATERIAIS E MÉTODOS

No presente capítulo serão apresentados em maiores detalhes os materiais utilizados na confecção dos divisores de potência fractais, bem como os métodos de fabricação e caracterização dos dispositivos.

Os protótipos foram desenvolvidos em placas de substrato dielétrico FR4, cuja permissividade dielétrica relativa vale  $\varepsilon_r = 4,8$ . A espessura da camada dielétrica é  $h = 0,1\text{cm}$ . Tipicamente, no modelo simplificado de índice de refração efetivo e impedância característica das linhas em *microstrip*, seguindo as equações (9) e (10), não leva-se em conta a espessura das camadas condutoras, mas em uma simulação numérica mais apropriada utilizando o software ADS, adotou-se o valor conhecido para espessura da fita de cobre de  $t = 0,01\text{cm}$ , bem como a condutividade do cobre em temperatura ambiente.

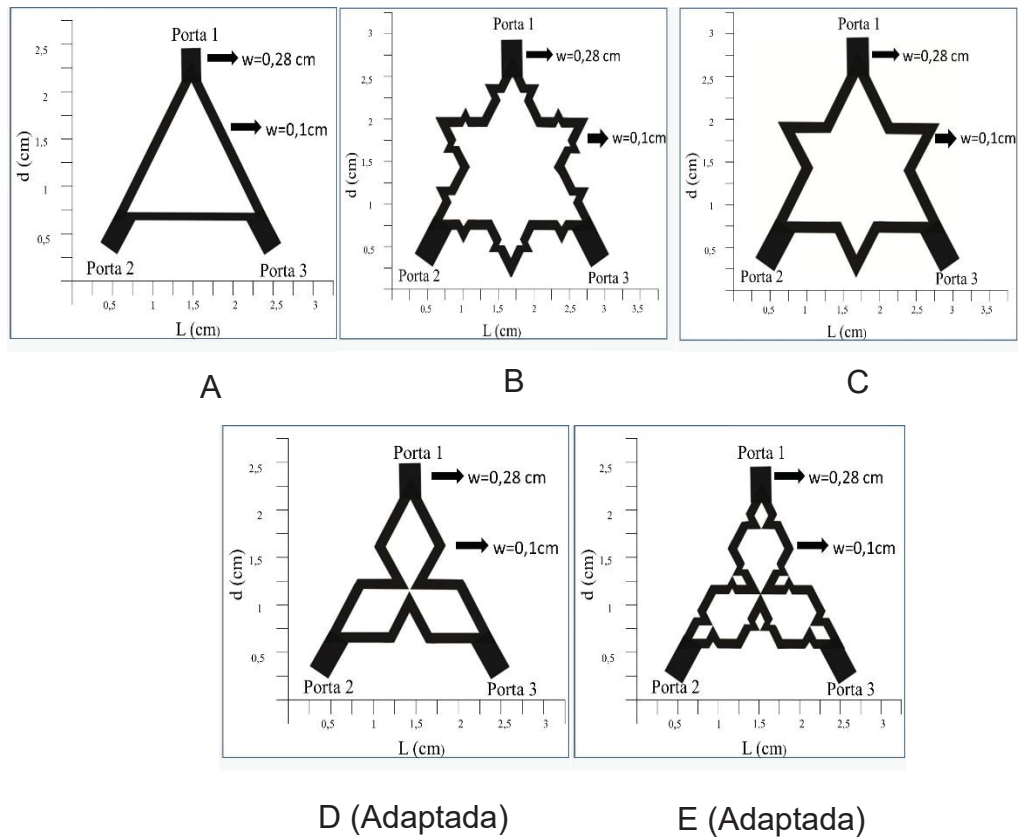
Sendo assim, para a obtenção de impedâncias características de linha em *microstrip* que levam para as conexões externas de 50 ohms e para as linhas do dispositivo com impedância característica de 80 ohms, foram projetados no simulador ADS os parâmetros dimensionais dessas fitas, tendo-se como resultado  $d = 2,5\text{ cm}$ ,  $L = 3\text{ cm}$  e largura da linha  $w = 0,1\text{ cm}$  para as linhas de 80 ohms e  $w = 0,28\text{ cm}$  para as linhas externas de 50 ohms. Para analisar o efeito da ordem do fractal sobre o comportamento dos dispositivos, foram desenvolvidos três protótipos dos divisores de potência baseados na curva de Koch nas ordens 0, 1 e 2, ilustrado da FIGURA 12.

Por limitações experimentais dadas pelas técnicas de fabricação disponíveis nos laboratórios da UFPR e sobretudo considerando o limite de resolução da largura das linhas, não foi possível obter fractais de ordem 3.

Os dispositivos de ordem fractal 1 e 2 foram confeccionados utilizando a geometria do floco de neve de Koch original, onde os segmentos adicionados em cada processo de iteração são orientados para fora do triângulo equilátero original, bem como utilizando uma adaptação, em que cada segmento adicionado ao lado do triângulo foi orientado para dentro, visto na FIGURA 12. A versão adaptada permite reduzir a área ocupada pelo dispositivo, mas por outro lado, em uma análise preliminar, parece maximizar efeitos de capacitâncias parasitas próximas do centro da estrutura. Uma comparação entre as versões originais e modificadas será realizada buscando determinar o grau de influência dessa modificação para o funcionamento dos divisores aqui propostos.



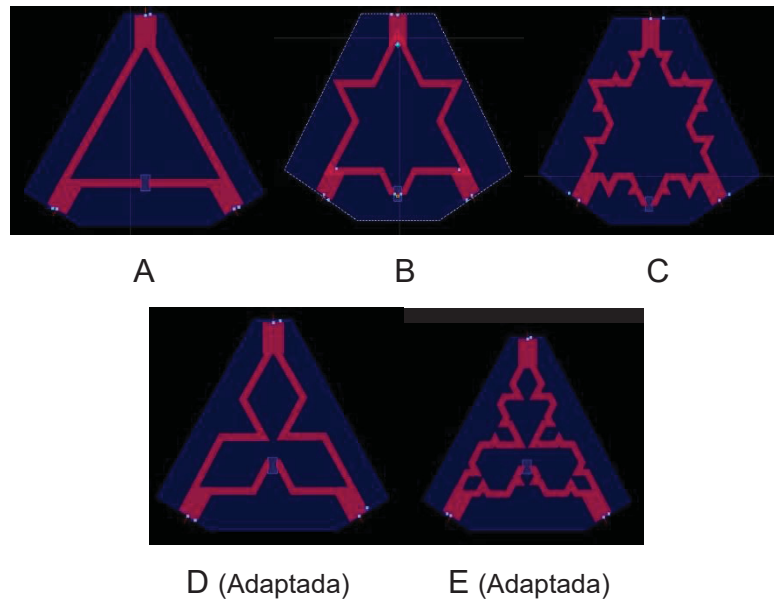
FIGURA 12: DIVISORES DE POTENCIA EM FORMA DE T COM GEOMETRIA FRACTAL DE KOCH: (A) ORDEM 0, (B) ORDEM 1, (C) ORDEM 2, (D) ORDEM 1 ADAPTADA, (E) ORDEM 2 ADAPTADA.



FONTE: O autor, (2019).

O divisor de Wilkinson tradicional apresentado na Seção 2.4.1, foi utilizado como referência para o projeto de divisor com geometria fractal, visto na FIGURA 13. A modificação em relação às estruturas acima descritas (FIGURA 12) é a inserção de um resistor no ponto médio da aresta que conectava entre si os terminais de saída do fractal. O valor do resistor SMD acrescentado foi de 80 ohms.

FIGURA 13: DIVISORES DE POTENCIA DE WILKINSON COM GEOMETRIA FRACTAL DE KOCH: (A) ORDEM 0, (B) ORDEM 1, (C) ORDEM 2, (D) ORDEM 1 ADAPTADA, (E) ORDEM 2 ADAPTADA.



FONTE: O autor, (2019).

### 3.1 CONFECÇÕES DE PROTÓTIPOS

Os protótipos foram desenvolvidos e produzidos dentro dos laboratórios LAMMI (Laboratório de Magnetismo, Medidas e Instrumentação), LITS (Laboratório de Inovação Tecnológica em Sensores) e GICS (Grupo de Circuitos e Sistemas Integrados) da UFPR (Universidade Federal do Paraná). Para a construção dos protótipos, inicialmente os desenhos das geometrias consideradas foram impressos já na escala apropriada em folha de acetato e na sequência colocados sobre uma das faces da placa de FR4.

Para a transferir o desenho da folha de acetato para a fita de cobre na placa de FR4, utilizou-se uma prensa térmica durante dois minutos. As imperfeições nas linhas do desenho transferido para a superfície de cobre do FR4 foram visualizadas com auxílio de um microscópio óptico (modelo 008377, PROC CNPQ 472030/ Marca TD CNPQ 2005) e então corrigidas através do uso de uma caneta permanente (modelo 4181, Reval com ponta de 1.0 mm).

Após esse processo as placas foram imersas em uma solução aquosa de percloroeto de ferro com concentração de 42% e deixadas por pelo menos uma hora em uma capela para realizar a corrosão do cobre nas regiões não recobertas pelo desenho. Foi tomando o cuidado de proteger da corrosão a outra superfície condutora

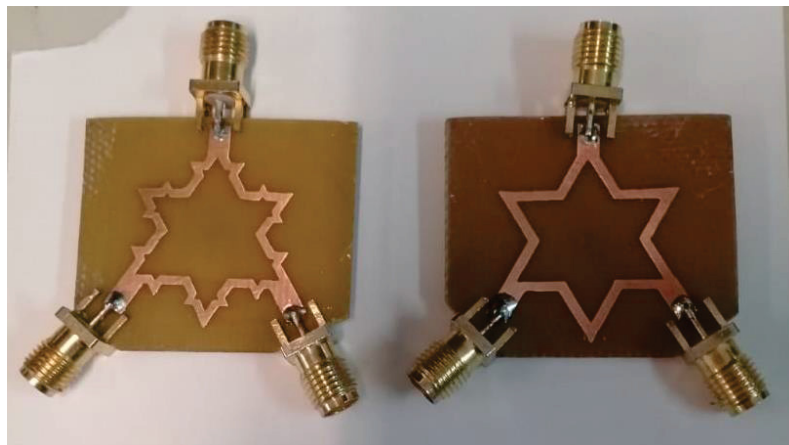
da placa, para fazer o papel de plano de terra dos dispositivos. Por fim, as placas foram limpas com água e deixadas para secar em temperatura ambiente por 20 minutos (quanto tempo?). Não se faz necessário o controle de temperatura durante o processo de corrosão e secagem. Finalmente, foram soldados os conectores do tipo SMA de 50 ohms nas portas do dispositivo. Os protótipos já construídos estão apresentados nas FIGURAS 14, 15, 16 e 17.

FIGURA 14: PROTÓTIPOS DE DIVISORES DE POTÊNCIA EM FORMA DE T COM GEOMETRIA FRACTAL DE ORDEM 0,1 E 2.



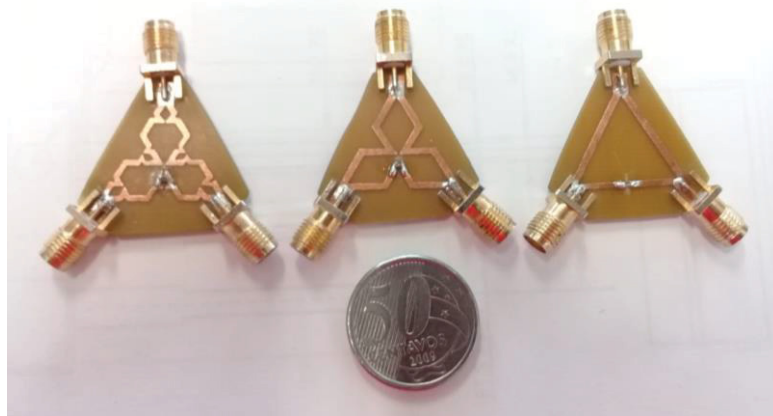
FONTE: O autor (2019).

FIGURA 15: PROTÓTIPOS DE DIVISORES DE POTÊNCIA EM FORMA DE T COM GEOMETRIA FRACTAL DE KOCH DE ORDEM 1 E 2.



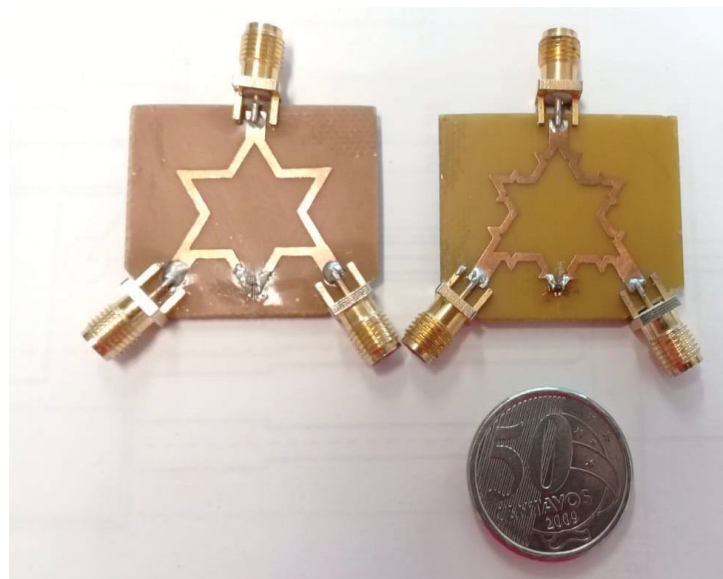
FONTE: O autor (2019).

FIGURA 16: PROTÓTIPOS DE DIVISORES DE POTÊNCIA DE WILKINSON COM GEOMETRIA FRACTAL DE KOCH DE ORDEM 0,1 E 2.



FONTE: O autor (2019).

FIGURA 17: PROTÓTIPOS DE DIVISORES DE POTÊNCIA DE WILKINSON COM GEOMETRIA FRACTAL DE KOCH DE ORDEM 1 E 2.



FONTE: O autor (2019).

### 3.2 CARACTERIZAÇÃO EXPERIMENTAL DA FUNÇÃO RESPOSTA DOS DIVISORES DE POTENCIA NO VNA

A caracterização experimental dos protótipos aqui desenvolvidos foi realizada através de um Analisador Vetorial de Redes (VNA – do inglês *Vector Network Analyzer*), que é capaz de medir os parâmetros de espalhamento. Nesse contexto,

termo "vetorial" serve para enfatizar que tanto a amplitude quanto a fase dos parâmetros S que estão sendo medidos (GUSTRAU, 2012).

Um VNA geralmente possui duas portas de medição com impedância de entrada de 50 ohms. Um sistema (denominada rede) de uma porta ou de duas portas pode ser diretamente conectada às portas de medição usando linhas de transmissão (GUSTRAU, 2012).

Neste trabalho as medidas experimentais foram realizadas através de um VNA modelo E5063A da Keysight, que opera desde 100 kHz até 18 GHz, disponível no Laboratório de Compatibilidade Eletromagnética (LCE) da UFPR. A FIGURA 18 mostra o equipamento, com linhas de medição coaxial de alta precisão conectadas ao dispositivo sob teste (DUT – do inglês *Device Under Test*), neste caso temos um divisor de potência com uma carga de 50 ohms inserida em seu terminal, o uso dessa carga contribui para o casamento das portas. Antes de extrair as medidas, é realizada uma calibração<sup>3</sup> com as placas de impedância 50 ohms.

FIGURA 18: ANALISADOR DE REDE VETORIAL EM TESTE.



Fonte: O autor, 2019.

Existem dois tipos de calibração comuns que são identificados como SOLT (*Short, Open, Load e Thru*) e TRL (*Thru, Reflection e Line*), todavia, para a realização das medidas neste trabalho, foi utilizado apenas SOLT. Tal procedimento foi adotado, pois o VNA usufrui de um manual disponível pela Keysight (empresa que fabrica equipamentos e software para teste e medição de eletrônicos) que direciona a

---

<sup>3</sup> “A calibração é um conjunto de operações, sobre condições especiais, que relacionam as medições de um dado instrumento, com valores estabelecidos por um padrão” (RUMIANTSEV e RIDLER, 2008).

execução da calibração (KEYSIGHT, 2017). A calibração SOLT é realizada através da conexão de cada um dos padrões nos extremos dos cabos montados para conexão com o dispositivo sob teste ao VNA, e detecção dos mesmos através de comandos de detecção no VNA (MEDEIROS, 2018). As linhas utilizadas para a conexão dos dispositivos são cabos coaxiais (Modelo AVN-CN 43/05) de impedância característica 50 ohms. As cargas padrão são o curto circuito (*short*), a linha terminada em circuito aberto (*open*), a carga de 50 ohms (*load*) e a conexão direta entre as portas (*thru*) do VNA.

## 4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

### 4.1 RESULTADOS DA SIMULAÇÃO DOS DIVISORES DE POTÊNCIA EM T COM GEOMETRIA FRACTAL ADAPTADA.

O presente capítulo está dividido em 3 seções principais. Na Seção 4.1 são apresentados e discutidos os resultados das simulações realizadas através do software ADS para os diversos dispositivos aqui propostos. Por sua vez, a Seção 4.2 aborda os resultados da caracterização experimental dos divisores de potência propostos, com geometria fractal de Koch de ordens fractais 0, 1 e 2 e suas adaptações. Finalmente, a Seção 4.3 fornece uma comparação entre os resultados simulados e aqueles obtidos experimentalmente.

Com o objetivo inicial de verificar o comportamento das geometrias propostas para os divisores de potência utilizando a geometria fractal de Koch, foram realizadas simulações no software ADS, disponibilizado pelo laboratório do Grupo de Circuitos e Sistemas Integrados (GICS) da UFPR. A banda espectral simulada estendeu-se de 4GHz até 6GHz, com o interesse no centro da banda, em 5GHz, nesta banda existem bem menos interferência no sinal comparado ao 2.4 GHz. Em todas as simulações realizadas foi considerado o casamento de todas as portas a 50 ohms.

Na FIGURA 19, é apresentada a magnitude do coeficiente de reflexão ( $S_{11}$ ) ou perda de retorno da porta 1, considerado o terminal de entrada dos dispositivos fabricados. A geometria de ordem 0 (não fractal) tem comportamento claramente distinto das demais, e uma perda de retorno de aproximadamente 0,8dB é observada entre 4GHz e 4,5GHz. A magnitude do coeficiente de reflexão para a geometria de ordem 0 somente fica abaixo de -3dB a partir de 5GHz.

É importante ressaltar que, idealmente, a magnitude do coeficiente de reflexão da porta 1 deveria ir a infinito negativo e na prática esperam-se valores de dezenas de dB (POZAR, 2011). Nenhum dos dispositivos aqui simulados com a finalidade de divisão de potência ficou abaixo de -10dB para a magnitude do parâmetro  $S_{11}$  e nesse sentido pode-se dizer que a geometria fractal aqui proposta não apresentou grandes vantagens competitivas em relação aos divisores de potência tradicionais, como o de Wilkinson.

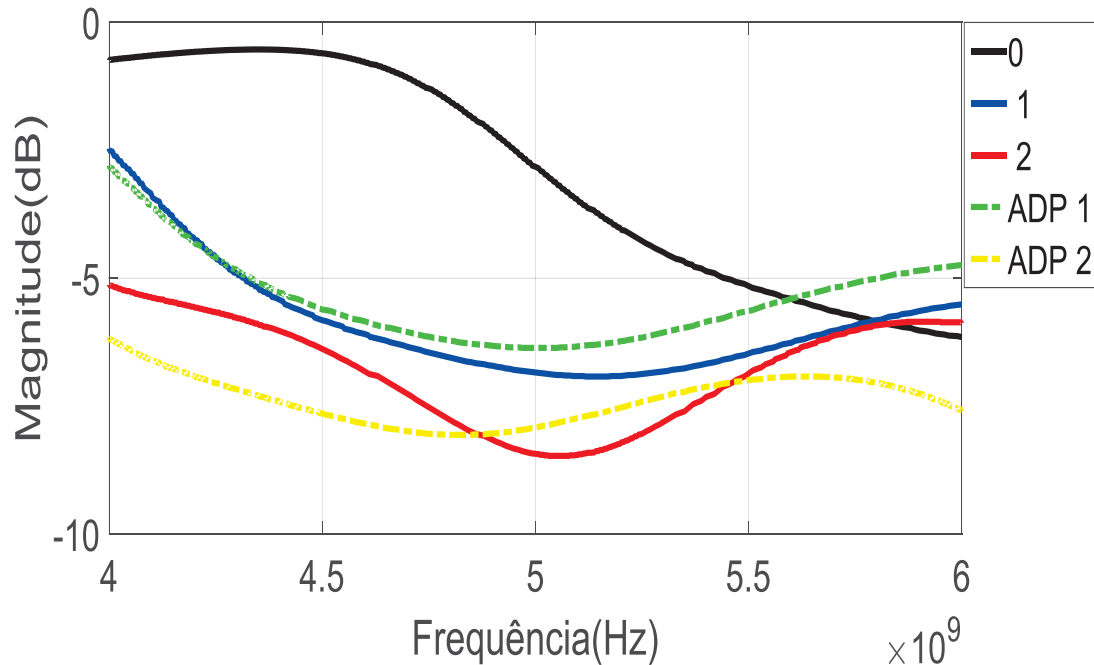
De toda forma, pode-se observar que em relação à geometria de ordem 0, os fractais de ordem 1 e 2 possuem perdas de retorno mais adequadas em toda a banda



de interesse, com a geometria de ordem 2 adaptada possuindo a resposta mais próxima do esperado em toda a banda (ESTEVIÃO, ANTONIO e JUNIOR, 2014), ficando a magnitude de  $S_{11}$  abaixo de -5dB em toda a faixa. Todavia, o melhor desempenho próximo da frequência central de 5GHz claramente foi apresentado pela geometria de Koch original de ordem 2, que tem uma perda de retorno de -8dB em 5GHz, e também fica abaixo de -5dB em toda a banda.

Uma conclusão importante retirada da simulação é que a ordem fractal afeta o desempenho dos dispositivos propostos e quanto maior a ordem, mais o desempenho se aproxima do esperado. Também foi possível observar que o efeito da adaptação sobre o fractal de Koch original afeta o desempenho dos divisores. Pode-se intuitivamente atribuir esta mudança de desempenho ao aparecimento de capacitâncias parasitas que acoplam mais fortemente os dois ramos do divisor, próximo da região do centro das geometrias propostas.

FIGURA 19: COMPARAÇÕES ENTRE DIVISORES DE POTENCIA EM T COM GEOMETRIAS DE KOCH ORIGINAL E ADAPTADA  $S_{11}$ .



FONTE: O autor (2019).

Indo além na análise do efeito divisor de potência, é fundamental observar o que ocorre com o parâmetro de transmissão  $S_{21}$  o qual permite avaliar a transferência de potência da porta 1 para a porta 2 do dispositivo. Por uma questão de simetria das



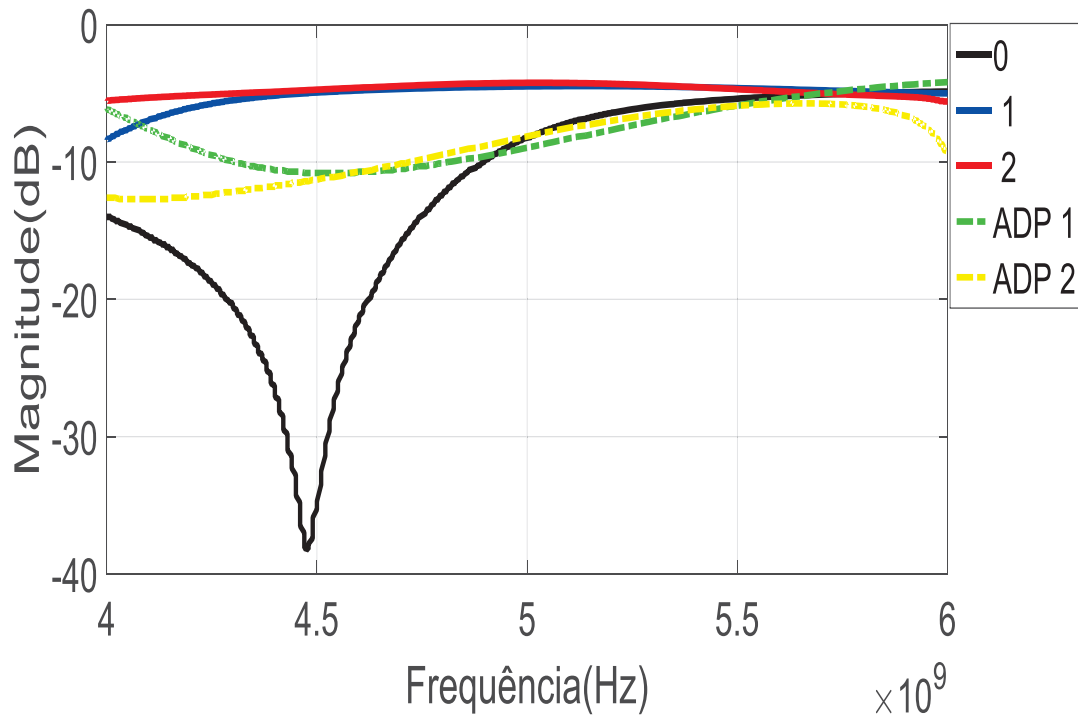
geometrias propostas sabemos que  $S_{21} = S_{31}$  e, portanto, somente serão ilustradas na FIGURA 20 as magnitudes do coeficiente de transmissão  $S_{21}$  dos dispositivos propostos.

Observe que para a geometria de ordem 0, a potência negligenciável é transferida da porta 1 para a porta 2 (e também para porta 3) na faixa de 4GHz a 5GHz, com a magnitude de  $S_{21}$  inferior a -10 dB em praticamente toda essa faixa, enquanto que há uma frequência de rejeição bem caracterizada em aproximadamente 4,5GHz, com a magnitude do coeficiente de transmissão chegando a aproximadamente -40dB.

Este resultado aponta para o funcionamento do dispositivo mais como um filtro rejeita-banda do que como um divisor de potência. Novamente, é clara a contribuição da ordem fractal para a melhoria do funcionamento dos dispositivos. Os fractais de Koch originais de ordem 1 e 2 tiveram o melhor desempenho na faixa desejada, e em ambos os casos a magnitude de  $S_{21}$  ficou próxima de -5dB entre 4,5GHz e 5,5GHz, valor mais próximo de -3dB esperado (POZAR, 2011), para um divisor de potência ideal (sem perdas) em quantidades iguais entre 2 portas.

A FIGURA 20, indica que o fractal de ordem 2 é o que cumpre melhor o critério de planicidade (magnitude constante) em toda a banda desejada, e pode-se ver que tem transmissão ( $S_{21}$ ) em aproximadamente -5dB ao longo de toda a faixa de 4GHz a 6 GHz. A simulação computacional sugere que as geometrias de Koch adaptadas não têm bom desempenho como divisores de potência ao longo da faixa, pois a resposta fica, em boa parte da banda, principalmente entre 4GHz e 5GHz, abaixo de -5dB.

FIGURA 20: COMPARAÇÕES ENTRE DIVISORES DE POTENCIA EM T COM GEOMETRIAS DE KOCH ORIGINAL E ADAPTADA  $S_{21}$ .



FONTE: O autor (2019).

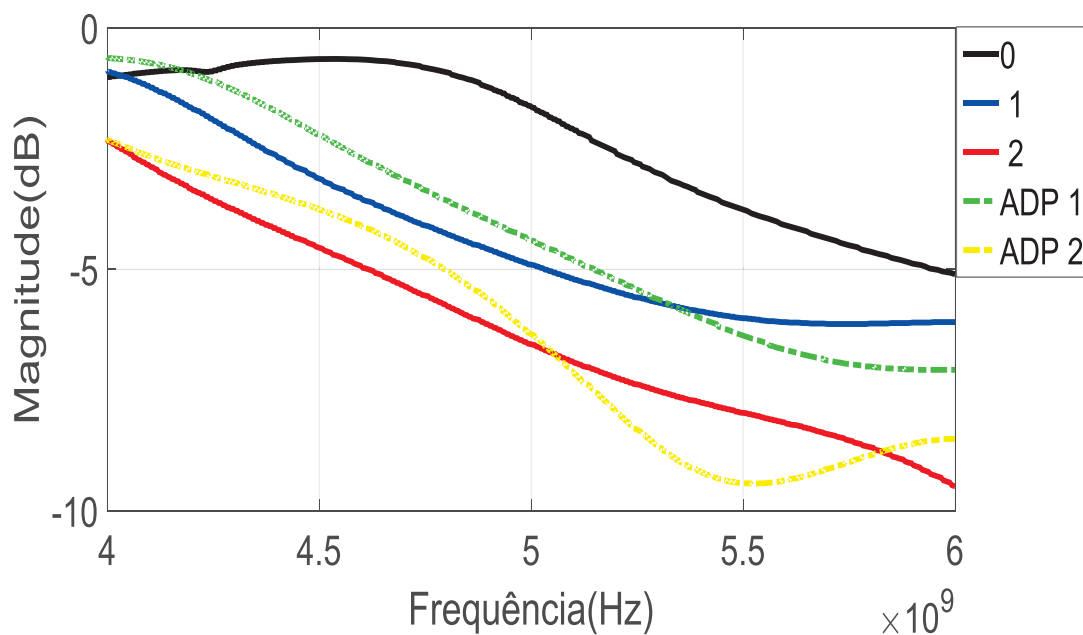
Tendo em vista os resultados discutidos nas FIGURAS 19 e 20, buscou-se melhorar o desempenho dos dispositivos propostos, foi inserido um resistor SMD de 80 ohms entre as portas 2 e 3, seccionando a linha de transmissão que conectava essas duas portas diretamente. No caso anterior a simetria entre as portas 1, 2 e 3 era completa, mas agora a porta 1 tem que ser tomada como entrada do dispositivo, que fica mais próximo da configuração de um divisor de potência de Wilkinson.

Por esse motivo, os divisores, construídos nesse trabalho, contendo esse resistor adicional foram denominados de divisores de Wilkinson. Os resultados são ilustrados na FIGURA 21 para a magnitude de  $S_{11}$  e na FIGURA 22 para a magnitude de  $S_{21}$ . Novamente, cabe destacar que as portas 2 e 3 continuam simétricas entre si e por isso  $S_{31}$  não será mostrado.

Como se pode observar, a inserção do resistor de 80 ohms implica na diminuição da planicidade da resposta em todas as geometrias. A geometria de ordem 0 continua tendo desempenho mais compatível com a operação como filtro rejeita-faixa na transmissão  $S_{21}$ , havendo apenas um pequeno desvio da frequência central da rejeição, encontrada.

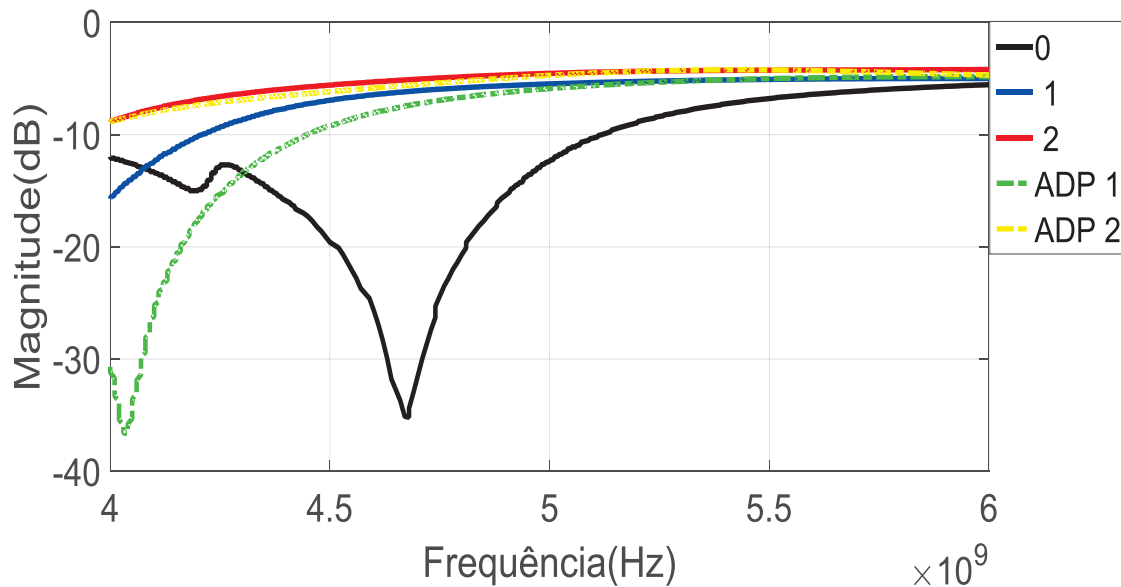
Na FIGURA 22, pode-se verificar novamente a geometria fractal de Koch de ordem 2, foi a que apresentou a resposta mais plana, quando se considera a transmissão  $S_{21}$ , ficando próximo de -5 dB, como no caso dos divisores em T. Todavia, comparando-se com o caso anterior, percebe-se que a adaptação do fractal de ordem 2 tem pouca influência sobre o comportamento do divisor de potência, sugerindo que é possível utilizar a adaptação para reduzir a área de superfície do substrato necessária para construir o dispositivo, sem afetar fortemente o desempenho. Observou-se também na FIGURA 22, um bom desempenho do fractal de Koch original de ordem 1, enquanto o fractal de ordem 1 adaptado ficou abaixo do fractal de ordem 1 original, no que se refere à planicidade da magnitude de  $S_{21}$ .

FIGURA 21: COMPARAÇÕES ENTRE DIVISORES DE POTENCIA DE WILKINSON COM GEOMÉTRIAS DE KOCH ORIGINAL E ADAPTADA  $S_{11}$ .



FONTE: O autor (2019).

FIGURA 22: COMPARAÇÕES ENTRE DIVISORES DE POTENCIA DE WILKINSON COM GEOMETRIAS DE KOCH ORIGINAL E ADAPTADA  $S_{21}$ .



FONTE: O autor (2019).

Como conclusão geral da presente seção, pode-se afirmar que a geometria fractal teve influência positiva sobre o comportamento de divisores de potência, produzindo respostas mais planas na banda de interesse, com divisão de potência de -5 dB, que fica mais próximo do ideal de -3dB (POZAR, 2011), o que é observado através do parâmetro  $S_{21}$ . Todavia, a análise do comportamento de  $S_{11}$  para todos os dispositivos simulados, observa-se que há grande perda de retorno, e a geometria fractal nas configurações aqui propostas, não foi capaz de sanar esse problema, embora tenha produzido significativa diminuição das perdas de retorno.

#### 4.2 RESULTADOS DA EXPERIMENTAÇÃO DOS DIVISORES DE POTÊNCIA EM T COM GEOMETRIA FRACTAL ADAPTADA.

Com o objetivo inicial de verificar o comportamento das geometrias propostas para os divisores de potência utilizando a geometria fractal de Koch, foram realizadas algumas medidas no VNA, disponibilizado pelo LCE (Laboratório de Compatibilidade Eletromagnética) da UFPR. A banda espectral simulada estendeu-se de 4 GHz até 6 GHz, com o interesse no centro da banda, em 5 GHz. Em todas as medidas realizadas foi considerado o casamento de todas as portas a 50 ohms.

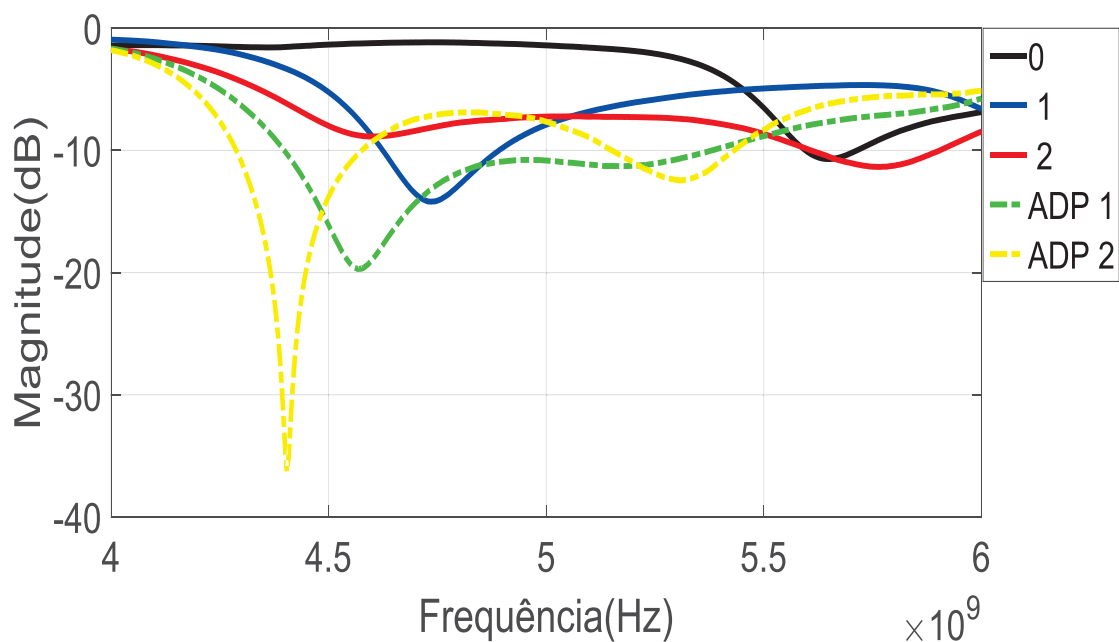
Na FIGURA 23, observa-se a perda de retorno ( $S_{11}$ ), na qual as geometrias 0, 2 e ADP1, não apresentam reflexões em 5GHz, pois há deslocamento das curvas. As

geometrias de ordem 1 e ADP2, quando analisadas na frequência de interesse, mostram um decaimento em -9dB, indicando perda de retorno para ambas, apenas em outras frequências.

Contudo, pode-se perceber a variação da resposta em magnitude, sendo essa uma resposta diferente quando faz-se uma comparação com a simulação. Como por exemplo, a geometria ADP2 tem uma perda de retorno em aproximadamente -37dB na faixa de 4,4GHz e a geometria ADP1 com perda de retorno em -20dB na frequência 4,6GHz. Vale ressaltar que nos resultados da simulação dos parâmetros ( $S_{11}$ ), não se tem uma perda de retorno abaixo de -10 dB, logo pode-se ver que há interferência de parasitas no sistema experimental, fazendo com que haja uma deslocação de curvas.

A geometria de ordem 0, continua tendo desempenho mais compatível com a operação como filtro rejeita-faixa na transmissão  $S_{21}$ , havendo apenas um pequeno desvio da frequência central da rejeição, próximo de 4,9GHz, como observado na FIGURA 24, para a frequência de 4,8GHz, visto claramente na FIGURA 26.

FIGURA 23: COMPARAÇÕES ENTRE DIVISORES DE POTENCIA EM T COM GEOMETRIAS DE KOCH ORIGINAL E ADAPTADA  $S_{11}$ .



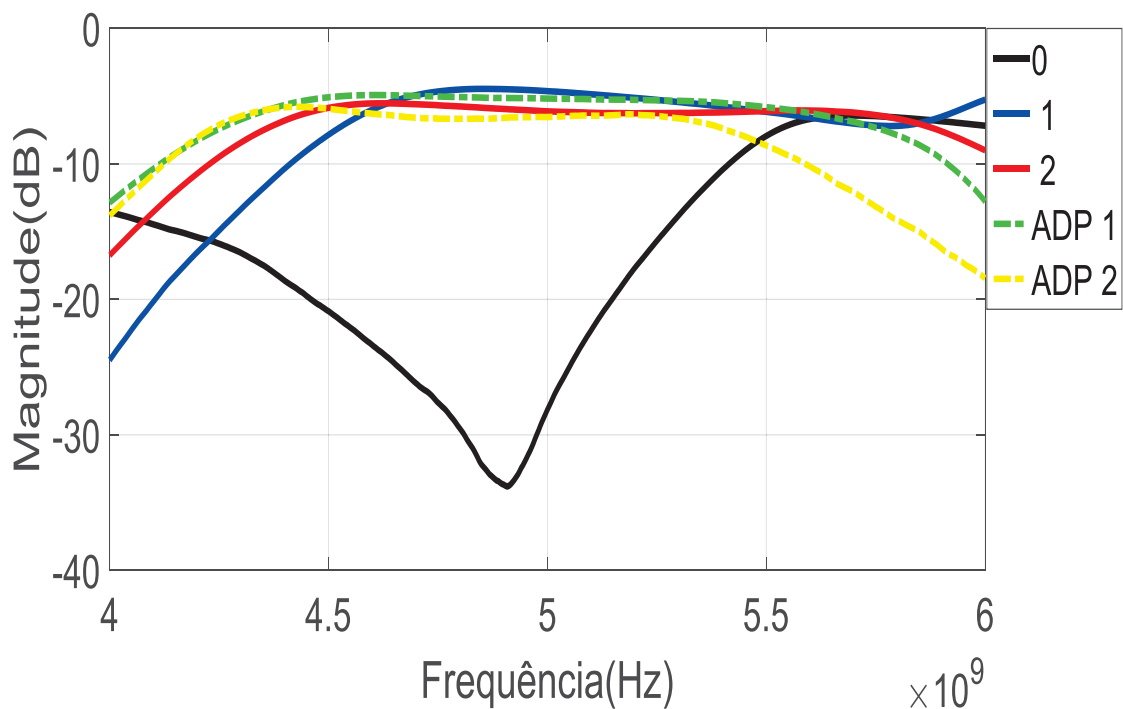
FONTE: O autor (2019).

Na FIGURA 24, podemos observar os parâmetros de transmissão ( $S_{21}$ ). Aonde é visto que em 5GHz, as geometrias 1, 2, ADP 1 e ADP2, trazem uma resposta plana entre -5dB e -7dB, tais respostas se diferem das geometrias 0 que sofre um

decaimento na frequência de interesse. Nota-se, que as geometrias ADP1 e ADP2 estão localizadas em uma categoria mais abaixo que a 1 e 2. O motivo para a diferença na resposta das geometrias ADP1 e ADP2, pode ser as pontas inseridas no interior da estrutura, que teriam a influência de parasitas no dispositivo.

Novamente, é clara a contribuição da ordem fractal para a melhoria do funcionamento dos dispositivos. Os fractais de Koch originais de ordem 1 e 2 tiveram o melhor desempenho na faixa desejada, e em ambos os casos a magnitude de  $S_{21}$  ficou próxima de -5 dB entre 4,5GHz e 5,5GHz, valor mais próximo de -3 dB esperado para um divisor de potência ideal (sem perdas) em quantidades iguais entre 2 portas.

FIGURA 24: COMPARAÇÕES ENTRE DIVISORES DE POTENCIA EM T COM GEOMETRIAS DE KOCH ORIGINAL E ADAPTADA  $S_{21}$ .

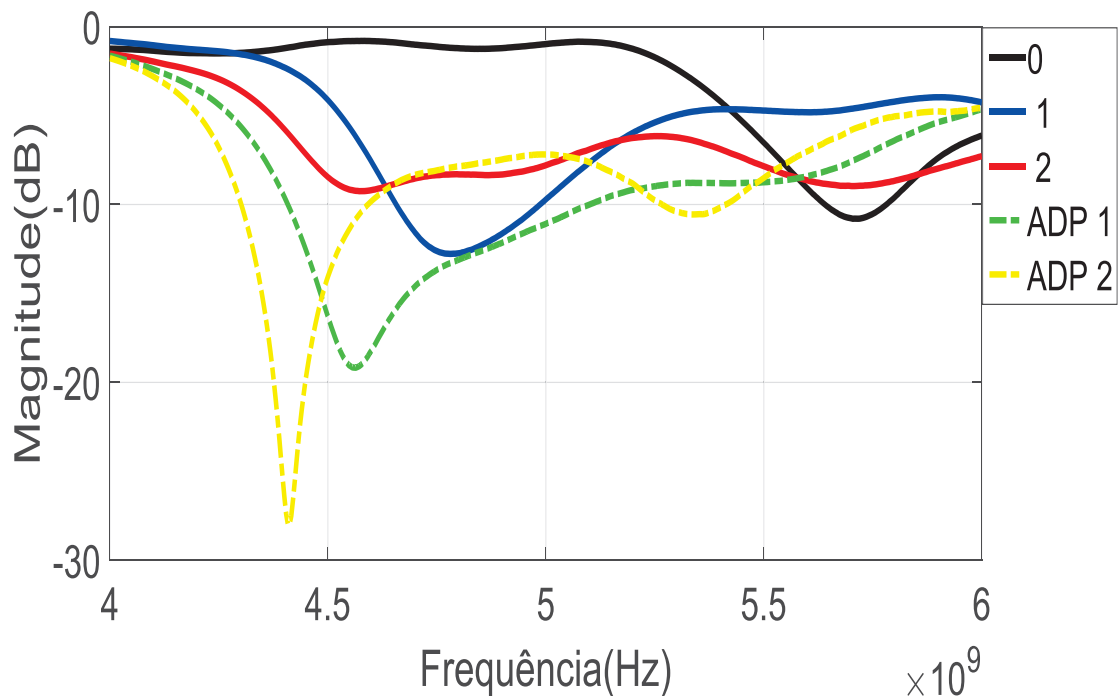


FONTE: O autor (2019).

Os divisores de Wilkinson desenvolvidos nesse trabalho contendo o resistor adicional (Como visto em 4. 1, na simulação do protótipo através do ADS), são ilustrados na FIGURA 25 para a magnitude de  $S_{11}$  e na FIGURA 26 para a magnitude de  $S_{21}$ . Novamente, cabe destacar que as portas 2 e 3 continuam simétricas entre si e por isso  $S_{31}$  não será mostrado.

Na FIGURA 25, observa-se a perda de retorno ( $S_{11}$ ), aonde a geometrias 0, não apresenta reflexões em 5GHz, pois obedece uma forma de curva constante até em aproximadamente 5,3GHz. A perda de retorno para tal, é vista apenas em 5,8GHz. Os dispositivos com geometrias fractais de ordem 1, 2, ADP1 e ADP2, não apresentam ter reflexão do sinal na frequência de interesse desse estudo, somente em outra frequência, sendo vista uma maior perda de retorno em 4,4GHz na ADP2. As demais geometrias estão com respostas deslocadas em outras frequências.

FIGURA 25: COMPARAÇÕES ENTRE DIVISORES DE POTENCIA DE WILKINSON COM GEOMETRIAS DE KOCH ORIGINAL E ADAPTADA  $S_{11}$ .



FONTE: O autor (2019).

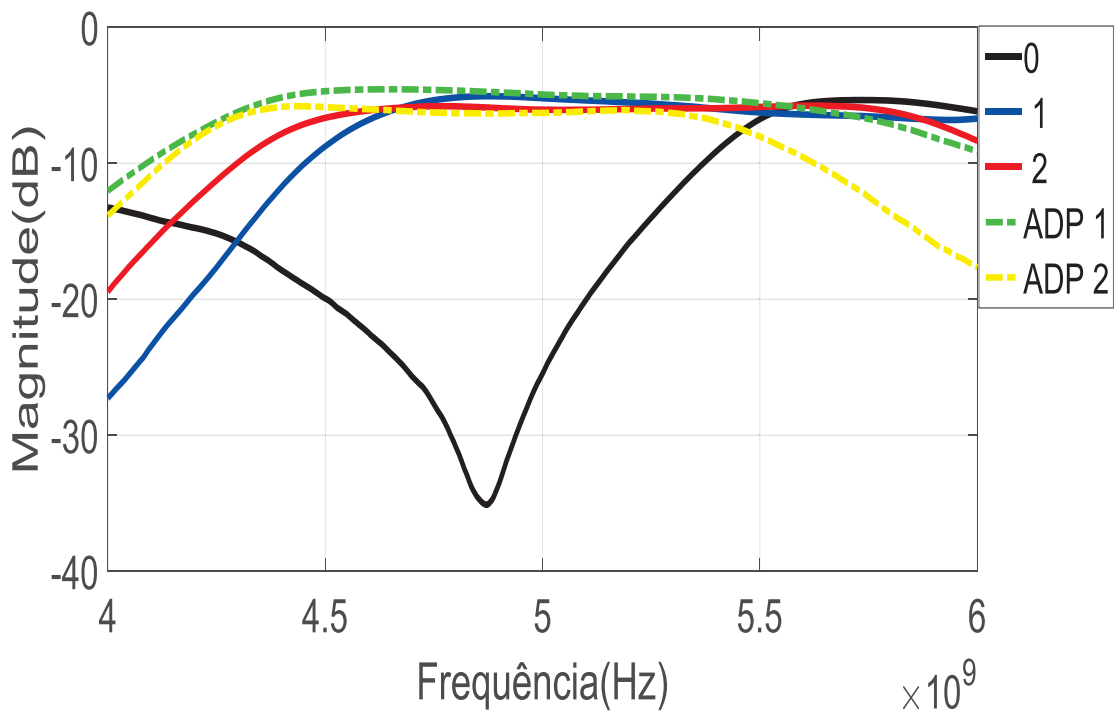
Na FIGURA 26, podemos observar os parâmetros de transmissão ( $S_{21}$ ), aonde é visto que em 5GHz, as geometrias 1, 2, ADP1 e ADP2 trazem uma resposta aparentemente plana, sendo que a geometria ADP1, tem uma resposta em magnitude maior em relação às demais. Podemos observar também na geometria ADP1, que há uma redução no decaimento da curva próximo de 5,7GHz. Esse resultado se difere do protótipo de divisor de potência em T, (visto na FIGURA 24), aonde obtém um decaimento maior quando analisado 5,7GHz.

Nesta análise experimental, é notável perceber que após a inserção do resistor nos terminais de saída do dispositivo, a geometria ADP1 trouxe resultados próximo

de -5dB entre 4,5GHz e 5,4GHz, valor mais próximo de -3 dB esperado para um divisor de potência ideal (sem perdas) em quantidades iguais entre 2 portas.

Ao colocar o resistor de 100 ohms, os resultados da geometria adaptada ficaram mais próximos de -5dB que na FIGURA 20, ou seja, o resistor contribui para a extração de parasitas levando a um circuito mais ideal do que analisado sem o resistor.

FIGURA 26: COMPARAÇÕES ENTRE DIVISORES DE POTENCIA DE WILKINSON COM GEOMETRIAS DE KOCH ORIGINAL E ADAPTADA  $S_{21}$ .



FONTE: O autor (2019).

A partir dos resultados analisados nessa seção, pode-se afirmar que a geometria fractal teve influência positiva sobre o comportamento de divisores de potência, produzindo respostas mais planas na banda de interesse, com divisão de potência de -5 dB, que fica mais próximo do ideal de -3dB (POZAR, 2011), o que é observado através do parâmetro  $S_{21}$ . Todavia, a análise do comportamento de  $S_{11}$  para todos os dispositivos experimentais, pode-se ver a diminuição da largura de banda e perda de retorno em outras frequências. Para a frequência de interesse desse estudo, foi verificado apenas o decaimento da curva. A geometria fractal nas configurações aqui propostas, não foi capaz de sanar esse problema, embora tenha produzido significativa diminuição das perdas de retorno.



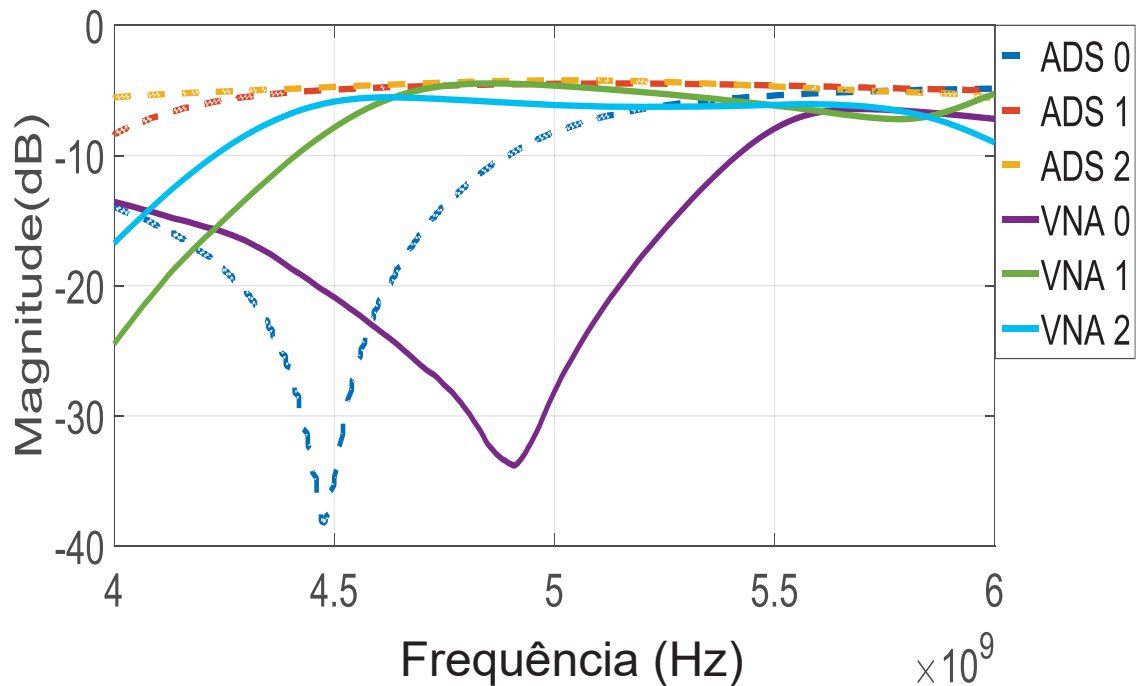
#### 4.3 COMPARAÇÕES DA SIMULAÇÃO E EXPERIMENTAÇÃO DOS DIVISORES DE POTÊNCIA EM T COM GEOMETRIA FRACTAL ADAPTADA.

Para poder observar melhor os resultados entre simulação e experimentação fornecido pelo ADS e VNA, foi gerado alguns dados de comparação de dois protótipos, vistos na FIGURA 27 e 28.

Ao analisar a FIGURA 27, nota-se que o resultado experimental (VNA) da geometria 0 tem um deslocamento da curva em quase 5GHz, aumento da largura de banda, e diferença entre os níveis de conversão que ficam entre -33dB à -39dB em relação a simulada (ADS). E para as demais geometrias, mesmo havendo deslocamento entre as curvas é possível verificar o crescimento em magnitude das geometrias 1 e 2, experimental e simulada, entre 4 e 4,6GHz, seguindo aproximadamente constantes até 5,9GHz.

Logo, A geometria 0 para ambos resultados apresentados, obtém um menor percentual de potência na frequência de interesse em relação as geometrias fractalizadas, onde verifica-se que em  $S_{21}$ , a partir de 4,3GHz temos uma resposta considerável com a passagem de potência aparentemente igual nas geometrias fractalizadas, que segue em até 5.9GHz.

FIGURA 27: COMPARAÇÕES ENTRE A SIMULAÇÃO E EXPERIMENTAÇÃO DOS DIVISORES DE POTÊNCIA EM T COM GEOMETRIAS DE KOCH ORIGINAL  $S_{21}$ .

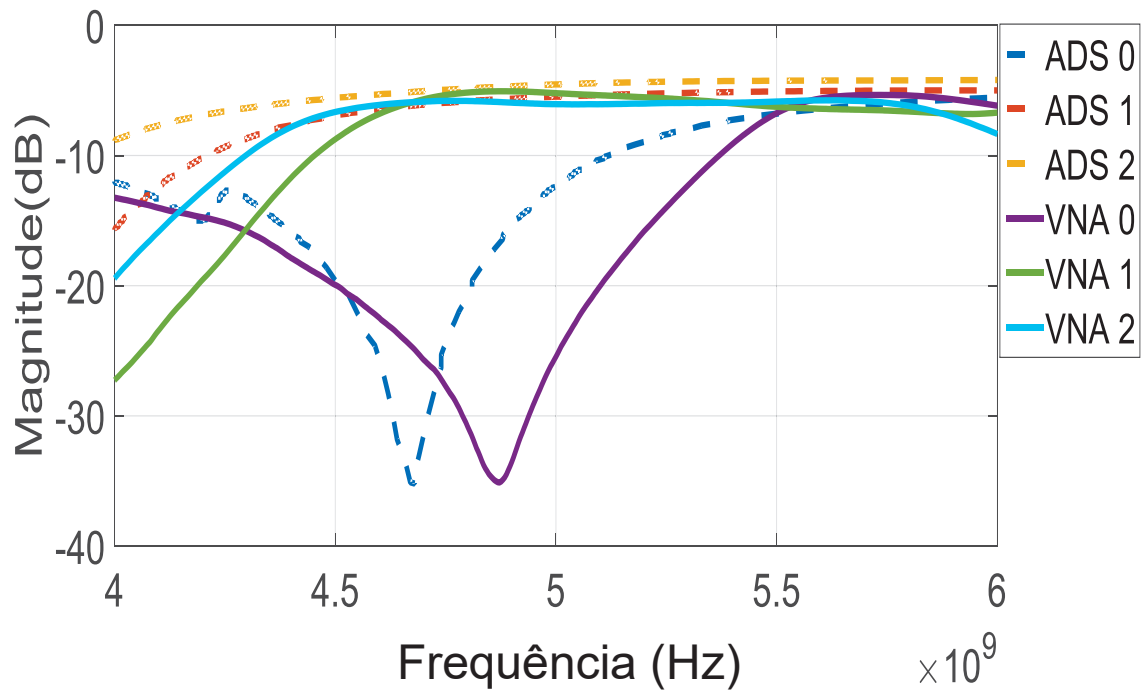


FONTE: O autor (2019)

Ao analisar a FIGURA 28, nota-se que o resultado experimental (VNA) da geometria 0 tem um deslocamento da curva, sendo observada em 4,8GHz em relação a simulada (ADS) que chega por volta de 4,5GHz, além de ter aumento da largura de banda, e diferença entre os níveis de conversão que ficam entre -35dB à -39dB em relação a simulada (ADS). Mesmo havendo deslocamento entre as curvas é possível verificar o decaimento das geometrias 1 e 2 experimental e simulada próximo de 4,4GHz, e em aproximadamente 5,4GHz todas as curvas estão aparentemente mais próximas, se não fosse o deslocamento e decaimento das geometrias de ordem 2 e 0 experimental.

Logo, a geometria 0 para ambos resultados apresentados, obtém um menor percentual de potência na frequência de interesse em relação as geometrias fractalizadas, onde verifica-se que em  $S_{21}$ , a partir de 4,4GHz temos uma resposta considerável com a passagem de potência aparentemente igual nas geometrias fractalizadas, que seguem até 5.4GHz.

FIGURA 28: COMPARAÇÕES ENTRE A SIMULAÇÃO E EXPERIMENTAÇÃO DOS DIVISORES DE POTENCIA EM T COM GEOMETRIAS DE KOCH ADAPTADA  $S_{21}$ .



FONTE: O autor (2019).

Ao comparar os dados experimentais de todos os dispositivos, notou-se que o divisor de potência de Wilkinson com geometria fractal (adaptada e não adaptada) foi o que mais se aproximou dos resultados da simulação. Como por exemplo, podemos observar na figura 28, a diminuição do deslocamento das curvas ADS 0 e VNA 0, essas curvas também aparentaram ter o mesmo nível de magnitude e algumas semelhanças na largura de banda, esses resultados se difere da figura 27. Logo, é notável que o resistor inserido, provocou sim alguma alteração nas portas de saída desses dispositivos causando um melhor efeito, já que as respostas estão menos deslocadas e próximas de -5dB.

O divisor em T e de Wilkinson com a geometria fractal de koch adaptada e não adaptada foi projetado, para a frequência de 5GHz, contudo analisados entre a faixa de 4 a 6GHz. Os resultados obtidos apresentaram certas discordâncias nas respostas dos dispositivos quando se compara os resultados da simulação e experimentação. As comparações entre a experimentação e simulação tendem a ser aproximados, como visto na figura 28 a geometria 0, uma vez que, sofrem algumas modificações quando produzidas em laboratório, pois, as possibilidades de perdas

estão desde o momento de fabricação da geometria até a extração de resultados no VNA.

Pode-se dizer que essas perdas estão relacionadas ao uso de conectores SMA e pela soldagem do resistor, que por sua vez, acabam provocando efeitos parasitas, alterando os resultados experimentais. Nos resultados das simulações, é analisado um circuito ideal, aonde não se tem perdas, pois se trata de uma reprodução do comportamento do dispositivo sem o uso de matéria prima.

## 5 CONCLUSÃO

Este trabalho apresentou o estudo sobre 12 divisores de potência, sendo eles com características de divisores em T e de Wilkinson, que utilizam sucessivas interações da geometria fractal de Koch, conhecida como floco de neve. Esta geometria, sofreu algumas alterações em sua estrutura para que fosse possível a redução do espaço da *microstrip*.

Para poder compreender o comportamento dessas geometrias, foram apresentadas também neste trabalho estudos sobre aplicações de fractais em linhas de *microstrip* e estudo da teoria de divisores de potência para o uso em micro-ondas.

A partir dos estudos, foi feito a simulação da geometria fractal de Koch como divisor de potência no software ADS, foi empregado no desenvolvimento desse dispositivo de micro-ondas, uma faixa de 4 GHz a 6 GHz, com centro da banda em 5 GHz. Por meio do software, foram extraídos dados das sucessivas interações da geometria e comparados.

Em prática, foi feita a construção desses divisores de potência com geometria fractal, utilizando *microstrip*, atendendo a mesmas dimensões físicas das trilhas empregadas nas simulações. Para poder extrair os resultados, foi feita caracterização experimental da função resposta dos divisores, em termos dos parâmetros de espalhamento, na banda de 4 GHz a 6 GHz, utilizando o VNA. Foi feito também as comparações entre os resultados da simulação e os medidos experimentalmente, bem como a comparação entre a geometria original de Koch e a geometria adaptada.

Os resultados simulados e experimentais, não chegaram ao esperado de um divisor de potência ideal que obtém uma resposta em -3dB. Porém, chegaram próximas, atingindo um resultado em -5dB. Vale ressaltar, que só foi analisado nesse estudo, apenas duas ordens da geometria adaptada e não adaptada. Por tanto, para que fosse possível obter uma resposta em -3dB, seria essencial a continuação do estudo da geometria de Koch em outras ordens.

Por virtude das análises adquiridas, para trabalhos futuros seria de grande importância tentar aumentar a variação de frequências, isto é considerável porque poderia visualizar em que local as geometrias mais fractalizadas trazem respostas mais interessantes, as análises poderão ser de mais magnitude para o projeto caso se tenha interesse em identificar dados em uma maior faixa de frequência. Outra sugestão, é utilizar diferentes tipos de estrutura e compará-las, como por exemplo,

verificar a eficiência de um dispositivo de alguma estrutura fractal localizada na natureza e comparar com um modelo matemático.

## 6 REFERÊNCIAS

- AHMED, H. S.; SALIM, A. J.; ALI, J. K. A Compact Dual-band Bandstop Filter Based on Fractal Microstrip Resonators. p. 140–144, 2015.
- ALQAISY, M.; CHAKRABRATY, C.; ALI, J.; ALHAWARI, H. R. A.; A Miniature Fractal-Basead Dual-Mode Dual-Band Microstrip Bandpass Filter Design, v.28, p.127-133, 2014.
- AYQUIPA, S. A. M.; Contribuição ao Estudo, Simulação e Caracterização Eletromagnética de Dispositivos de Micro-ondas Baseado na Fita de Mobius: Microstrip e Guia de Onda Coplanar na Configuração Back-to-Back, 2017.
- ARSIE, K. C.; Dimensão Espacial, 2009.
- ASSIS, A. T.; MIRANDA, V. G. J.; MOTA, B. F.; ANDRADE, S. F. R; CASTILHO, C. M. C.; Geometria fractal: propriedades e características de fractais ideais. **Revista Brasileira De Ensino De Física**, v. 30, n. 2, p.1-10, 2008.
- ALVES, R. C.; Um Novo Filtro de Microndas com Dupla Banda Passante Utilizando Ressonadores Miniaturizados, 2007.
- AZEVEDO, P. Manual de FTL Antenas , Propagação e Linhas de Transmissão. 2013.
- BANGERTER, B.; TALWAR, S.; AREFI, R.; STEWART, K.; Networks and Devices for the 5G Era. IEEE Communications Magazine, v. 52, p.90-96, 2014.
- BARROS, P. T.; RAMIREZ, S. E.; Miniaturización de Acopladores Utilizando la Técnica Fractal en Banda L. **Revista Digital de las tecnologías de la informacion y las telecomunicaciones**, v.16, n.3, p. 28-40, 2017.
- BARBOSA, M. M.; HENRIQUE, P. Projeto e Análise de Dispositivos Fractais de Microfita Para a Faixa de Micro-Ondas. n. 1, (2013).
- BOCATO, L.; ZUBEN, F. J V., Introdução a Computação Natural, 2010.
- CARVALHO, H. C.; Geometria Fractal: Perspectivas e Possibilidades Para o Ensino de Matemática, 2005.
- CASTRO, B. L. V.; Miniaturização de um Amplificador de Baixo Ruído em Micro-ondas, P. 1-83, 2017.
- CRUZ, P. G.; Fractais: Padrões Complexos De Incrível Beleza, 2014.
- DAGA, M. S.; Uma Análise da Geometria Fractal, 2017.
- DIMYAN, M. Y.; Propagation Characteristics Of Microstrip Transmission Lines On Intrinsic Germanium Substrates, McNastcr University, 1969.

- DOMINGOS, A. M. F.; Fractais: da Geometria a video Arte, 2013.
- ESTEVÃO, A.; JUNIOR, F. A. A.; Projeto e Analise de Circuitos Acopladores e Divisores de Sinais na Faixa de Radiofrequencia Utilizando Microlinha de Fita. **Revista Telecomunicações**, v. 16, n.01, p.1-11, 2014.
- FREDRIKSSON, B.; An Introduction To The Mandelbrot Set, 2015.
- GARG, A.; AGRAWAL, A.; NEGI, A; Uma Revisão Sobre o Fenomeno Natural da Geometria Fractal. **International Journal of Computer Applications**. v.86, n.4, p.2,2014.
- GUSTRAU, F.; RF and Microwave Engineering e Sons, New Jersey, 2012.
- Keysight Technologies Compreendendo os Principios Fundamentais da Analise Vetorial de Redes, 2017.
- LIEBOVITCH, L. S.; SCHEURLE, D. Two lessons from fractals and chaos. *Complexity*, v. 5, n. 4, p. 34–43, 2000.
- LIMA, P. M. A; SILVA, R. T. P. A.; JUNIOR, F. A.; Estudo; Projeto e Simulação de Circuitos Passivos na Faixa de Radiofrequencia., 2013.
- LIRA, B. J. D.; Projetos de Acopladores Branch-Line com Banda Dupla Usando Linhas de Transmissões Artificiais, 2016.
- MACEDO, R. D.; Introdução a Teoria de Fractais e a Derivada Métrica, 2015.
- MATOS, R. O.; Antenas Multibandas Utilizando a Geometria Fractal do Triangulo de Sierpinski, 2012.
- MEDEIROS, C. R.; Tecnicas de Compensação para Medidas Elétricas de Dispositivos e Estruturas Planares, 2018.
- NEPOMUCENO, E. G.; Método dos Momentos-MoM, 2016.
- MOHRA, A. S. S.; Compact Dual Band Wilkinson Power Divider. **Microwave and Optical Technology Letters**, V. 50, N. 6, p. 1678, June 2008.
- MORAIS, L.; Equações de Diferenças, Caos e Fractais, 2014.
- MORRIS, D.; Keysight Technologies, 2014.
- NOBREGA, L. C.; Otimização dos Parametros de Monopolos Planares de Microfita para Aplicações em Sistemas de Banda ultra larga, 2008.
- NUNES, R. S. R.; Geometria Fractal e Aplicações, 2006.
- OLIVEIRA, M. K. L.; NOGUEIRA, A. K. J.; NETO, S. P. V.; Utilização de Antena de Microfita em Geometria Fractal na Detecção da Perda de Massa Óssea, v 75, p. 1-5



2018.

PENCHEL, R. A.; Divisores e Acopladores Direcionais, 2017.

PETROLI, L.; Avaliação de um Modelo para a Integridade de Sinais em Circuitos Eletrônicos, 2012.

PODHOSTNIK, J.; Fractal Structures, v.4, p.1-15, 2012.

POZAR, D. M.; Microwave Engineering, 2011.

RUMIANTSEV, A.; RIDLER, N. M.; VNA Calibration, **IEEE Microwave Magazine**, p. 86 –89, 2008.

SADIKU, M. N. O.; Elementos de Eletromagnetismo, 1989.

SANTOS, S. R. L.; AMORIM, B. J. S.; MIYAZAKI, D. R.; HEILMAN, A.; DARTORA, C. A.; Geometria Fractal de Koch Adaptada para Microstrip, Aplicada em Acopladores de Microondas, Seminário de Microeletrônica do Paraná, v. 2, p.2, 2019.

SILVA, L. J.; Estudo Do Comportamento De Antena De Microfita Com Substrato Metamaterial, 2015.

SILVA, C. P. N.; Interferômetros Baseados Na Geometria Fractal de Hilbert, 2016.

SILVA, M. M.; SOUZA, W. A. Dimensão Fractal. **Revista Eletrônica de Matemática**, v. 2, p. 1–15, 2010.

SILVIA, Y.; RABAY, F. ESTUDO E APLICAÇÕES DA. 2013.

SOUSA, S. R. O.; Modelamento de Dispositivos de Micro-ondas Utilizando Algoritmos Genéticos, 2011.

TORRES, A.; CANTOR, G. No Title. p. 1– 4, 1883.

URBANAVICIUS, V.; MIKUCIONIS, R.; MARATAVICIUS, R.; Model of the Coupled

VERASTEGUI, T. M. N., Propagação de Modos Entre Planos de Referência em Placas de Circuitos Impressos de Múltiplas Camadas, 2007.