

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

LAIS THUANY CARDOSO THEODORO

IMPACTO DA ESTIMATIVA DE GRADIENTES HORIZONTAIS TROPOSFÉRICOS  
DERIVADOS DE PNT NO POSICIONAMENTO POR PONTO PRECISO  
CINEMÁTICO EM REGIÕES BRASILEIRAS

CURITIBA

2025

LAIS THUANY CARDOSO THEODORO

IMPACTO DA ESTIMATIVA DE GRADIENTES HORIZONTAIS TROPOSFÉRICOS  
DERIVADOS DE PNT NO POSICIONAMENTO POR PONTO PRECISO  
CINEMÁTICO EM REGIÕES BRASILEIRAS

Tese apresentada ao Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, Setor de Ciências da Terra, da Universidade Federal do Paraná, como requisito parcial à obtenção do título de Doutor em Ciências Geodésicas.

Orientador: Prof. Dr. Tiago Lima Rodrigues

Coorientador: Prof. Dr. Paulo Sergio de Oliveira Junior

CURITIBA

2025

**DADOS INTERNACIONAIS DE CATALOGAÇÃO NA PUBLICAÇÃO (CIP)**  
**UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ**  
**SISTEMA DE BIBLIOTECAS – BIBLIOTECA CIÊNCIA E TECNOLOGIA**

Theodoro, Lais Thuany Cardoso

Impacto da estimativa de gradientes horizontais troposféricos derivados de PNT no posicionamento por ponto preciso cinemático em regiões brasileiras. / Lais Thuany Cardoso Theodoro. – Curitiba, 2025.

1 recurso on-line : PDF.

Tese – (Doutorado) - Universidade Federal do Paraná, Setor de Ciências da Terra, Programa de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas.

Orientador: Prof. Dr. Tiago Lima Rodrigues

Coorientador: Prof. Dr. Paulo Sergio de Oliveira Junior

1. Atmosfera neutra. 2. Troposfera. 3. Sistema de posicionamento global. 4. Cinemática. I. Universidade Federal do Paraná. II. Programa de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas. III. Rodrigues, Tiago Lima. IV. Oliveira Junior, Paulo Sergio de. V. Título.

Bibliotecária: Roseny Rivelini Morciani CRB-9/1585



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
SETOR DE CIENCIAS DA TERRA  
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ  
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO CIÊNCIAS  
GEODÉSICAS - 40001016002P6

## TERMO DE APROVAÇÃO

Os membros da Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação CIÊNCIAS GEODÉSICAS da Universidade Federal do Paraná foram convocados para realizar a arguição da tese de Doutorado de **LAIS THUANY CARDOSO THEODORO**, intitulada: **Impacto da Estimativa de Gradientes Horizontais Troposféricos Derivados de PNT no Posicionamento por Ponto Preciso Cinemático em diferentes regiões brasileiras**, que após terem inquirido a aluna e realizada a avaliação do trabalho, são de parecer pela sua APROVAÇÃO no rito de defesa.

A outorga do título de doutora está sujeita à homologação pelo colegiado, ao atendimento de todas as indicações e correções solicitadas pela banca e ao pleno atendimento das demandas regimentais do Programa de Pós-Graduação.

CURITIBA, 29 de Agosto de 2025.

Assinatura Eletrônica

19/09/2025 11:11:39,0

TAYNÁ APARECIDA FERREIRA GOUVEIA

Avaliador Externo (33004013)

Assinatura Eletrônica

12/09/2025 16:12:16,0

IVANDRO KLEIN

Avaliador Interno (INSTITUTO FED. DE EDUC., CIÊNC. E TECNOL. DE SANTA CATARINA)

Assinatura Eletrônica

19/09/2025 09:09:34,0

DANIELE BARROCA MARRA ALVES

Avaliador Externo (UNIVERSIDADE EST.PAULISTA JÚLIO DE MESQUITA FILHO/PR.PRUDENT)

## **AGRADECIMENTOS**

Em primeiro lugar, agradeço a Deus, pela força, orientação e por me sustentar em cada passo desta trajetória.

Aos meus pais, Angela e Paulo, minha eterna gratidão por acreditarem em mim desde o início, por cada gesto de amor, cada renúncia e por me darem a base que sustentou meus sonhos. Vocês são minha direção e meu porto seguro.

Aos meus irmãos, Thaís, Talys e Paulo Daniel, obrigada pelo carinho, pelas risadas, pelo companheirismo e por me lembrarem que, mesmo à distância, vocês sempre estariam comigo.

Ao meu noivo, Marciano, obrigada por estar sempre ao meu lado, pela paciência, pelo carinho e compreensão, por me apoiar e me incentivar em momentos em que eu mesma não acreditava.

Aos amigos, em especial ao Kauê pela ajuda preciosa na programação, obrigada pelas conversas leves, pelas risadas, por compreenderem minhas ausências e por me ajudarem a equilibrar a vida além da tese.

Aos meus orientadores, professores dr. Tiago e dr. Paulo, agradeço pela confiança, pela amizade, por sempre me incentivarem.

À banca examinadora, professoras dra. Cláudia, dra. Daniele e dra. Tayná e professor dr. Ivandro, agradeço pela leitura cuidadosa, pelas observações pertinentes e pela contribuição que aprimorou este trabalho.

Agradeço também à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – CAPES pelo apoio financeiro que viabilizou esta pesquisa.

A todos que, de alguma forma, contribuíram para esta conquista deixo meu sincero agradecimento. Cada gesto e palavra de apoio fizeram a diferença.

## RESUMO

A acurácia do Posicionamento por Ponto Preciso (PPP) cinemático é significativamente afetada pelo atraso troposférico, também denominado atraso da atmosfera neutra, uma das principais fontes de erro no posicionamento pelo Sistema Global de Navegação por Satélite (GNSS). Para preencher a lacuna de pesquisa sobre o desempenho de estratégias robustas de modelagem da atmosfera neutra em regiões de alta variabilidade atmosférica, como o Brasil, este estudo avaliou diferentes abordagens aplicadas ao PPP cinemático em distintas regiões do país. O trabalho foi estruturado em três artigos que analisaram a influência da estimativa de gradientes troposféricos, do uso de diferentes Funções de Mapeamento (FMs) e de configurações de constelações GNSS, considerando distintas janelas de tempo de processamento e condições sazonais. Todos os processamentos foram realizados no software RTKLIB, no qual foram implementadas, mediante modificação do código-fonte, as FMs de Viena 1 (VMF1) e de Viena 3 (VMF3). No primeiro artigo, com processamento de 4 horas de dados, foram comparados resultados com e sem a inclusão de gradientes troposféricos, além da avaliação do desempenho da VMF1 em relação à Função de Mapeamento de Niell (NMF – *Niell Mapping Function*), evidenciando ganhos na acurácia planialtimétrica com a inclusão de gradientes, sobretudo na componente vertical e em regiões úmidas, como a Amazônia. No segundo artigo, com processamento de 24 horas, foi comparada a estimativa apenas do Atraso Zenital Troposférico (ZTD – *Zenith Tropospheric Delay*) com a estimativa conjunta de ZTD e gradientes troposféricos, confirmando melhorias nas componentes horizontais em estações tropicais úmidas, especialmente no verão. No terceiro artigo, com processamento de 2 horas, a VMF3 foi comparada com a Estimativa do ZTD, considerando cenários com e sem gradientes troposféricos, e investigando também o impacto de diferentes máscaras de elevação ( $7^\circ$ ,  $10^\circ$ ,  $15^\circ$ ) e constelações (GPS e GPS+GLONASS). Os resultados evidenciaram a superioridade da Estimativa do ZTD no filtro de Kalman Estendido, principalmente na componente vertical, devido à sua capacidade adaptativa de se ajustar às condições atmosféricas locais. A análise integrada dos três artigos indicou que períodos mais longos de processamento favorecem a assimilação das variações atmosféricas, maximizando os benefícios da modelagem com gradientes, com melhorias na acurácia planialtimétrica. Adicionalmente, foi quantificada a superioridade da combinação GPS+GLONASS em relação ao uso exclusivo do GPS, sendo a máscara de elevação de  $10^\circ$  a mais adequada para a maioria dos cenários. Em síntese, os resultados reforçam que a estimativa de gradientes, o uso de múltiplas constelações e a escolha criteriosa da máscara de elevação são fundamentais para otimizar o PPP cinemático em ambientes atmosféricos complexos e dinâmicos, como os encontrados no Brasil.

Palavras-chave: PPP Cinemático. Modelagem da atmosfera neutra. Gradientes Troposféricos.

## ABSTRACT

The accuracy of kinematic Precise Point Positioning (PPP) is significantly affected by the tropospheric delay, also known as the neutral atmosphere delay, which is one of the main error sources in Global Navigation Satellite System (GNSS) positioning. To fill the research gap regarding the performance of robust neutral atmosphere modeling strategies in regions with high atmospheric variability, such as Brazil, this study evaluated different approaches applied to kinematic PPP in distinct regions of the country. The work was structured into three articles that analyzed the influence of estimating tropospheric gradients, the use of different Mapping Functions (MFs), and GNSS constellation configurations, considering distinct processing time windows and seasonal conditions. All processing was performed using the RTKLIB software, in which the Vienna Mapping Function 1 (VMF1) and Vienna Mapping Function 3 (VMF3) were implemented by modifying the source code. In the first article, with 4-hour data processing, results with and without the inclusion of tropospheric gradients were compared, in addition to evaluating the performance of VMF1 relative to the Niell Mapping Function (NMF), showing gains in horizontal and vertical accuracy with the inclusion of gradients, especially in the vertical component and in humid regions, such as the Amazon. In the second article, with 24-hour processing, the estimation of only the Zenith Tropospheric Delay (ZTD) was compared with the joint estimation of ZTD and tropospheric gradients, confirming improvements in the horizontal components at humid tropical stations, especially during summer. In the third article, with 2-hour processing, VMF3 was compared with ZTD estimation, considering scenarios with and without tropospheric gradients, and also investigating the impact of different elevation masks ( $7^\circ$ ,  $10^\circ$ ,  $15^\circ$ ) and constellations (GPS and GPS+GLONASS). The results highlighted the superiority of ZTD estimation within the Extended Kalman Filter, particularly in the vertical component, due to its adaptive capacity to adjust to local atmospheric conditions. The integrated analysis of the three articles indicated that longer processing periods favor the assimilation of atmospheric variations, maximizing the benefits of modeling with gradients, with improvements in horizontal and vertical accuracy. Additionally, the superiority of the GPS+GLONASS combination over the exclusive use of GPS was quantified, with the  $10^\circ$  elevation mask being the most suitable for most scenarios. In summary, the results reinforce that the estimation of gradients, the use of multiple constellations, and the careful choice of the elevation mask are fundamental to optimizing kinematic PPP in complex and dynamic atmospheric environments, such as those found in Brazil.

Keywords: Kinematic PPP. Neutral Atmosphere Modeling. Tropospheric Gradients.

## **LISTA DE FIGURAS**

FIGURA 1: EFEITO DO ATRASO TROPOSFÉRICO NA TRAJETÓRIA DO SINAL GNSS.....	25
FIGURA 2: HISTÓRICO DAS FUNÇÕES DE MAPEAMENTO DA ATMOSFERA SIMÉTRICA.....	31
FIGURA 3: INCLINAÇÃO DO ZÊNITE TROPOSFÉRICO .....	43
FIGURA 4: VARIABILIDADE DOS FATORES DE MAPEAMENTO DE GRADIENTE E CONTRIBUIÇÕES DO GRADIENTE TROPOSFÉRICO .....	46

## **LISTA DE TABELAS**

TABELA 1: MATRIZ METODOLÓGICA DE AMARRAÇÃO DA TESE .....	24
TABELA 2: COEFICIENTES DA FUNÇÃO DE MAPEAMENTO HIDROSTÁTICA ..	35
TABELA 3: COEFICIENTES DA FUNÇÃO DE MAPEAMENTO DA COMPONENTE NÃO HIDROSTÁTICA.....	35

## LISTA DE ABREVIATURAS OU SIGLAS

BMF	- Função de Mapeamento Brasileira / <i>Brazilian Mapping Function</i>
CPTEC	- Centro de Previsão de Tempo e Estudos Climáticos
DAO	- <i>Goddard Space Flight Center Data Assimilation Office</i>
ECMWF	- Centro Europeu de Previsões Meteorológicas de Médio Prazo / <i>European Centre for Medium-Range Weather Forecasts</i>
FMG	- Função de Mapeamento de Gradiente
GMF	- Função de Mapeamento Global / <i>Global Mapping Function</i>
GNSS	- Sistema Global de Navegação por Satélite / <i>Global Navigation Satellite System</i>
GPT	- Modelo Global de Pressão e Temperatura / <i>Global Pressure and Temperature Model</i>
IBGE	- Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
IGS	- Serviço Internacional de GNSS / <i>International GNSS Service</i>
IMF	- Função de Mapeamento Isobárica / <i>Isobaric Mapping Function</i>
INPE	- Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais
MNT	- Modelo Numérico de Tempo
NCEP	- Centro Nacional para Previsão Ambiental / <i>National Center for Environmental Prediction</i>
NMF	- Função de Mapeamento de Niell / <i>Niell Mapping Function</i>
NOAA	- <i>National Oceanic and Atmospheric Administration</i>
PNT	- Previsão Numérica de Tempo
PPP	- Posicionamento por Ponto Preciso
RBMC	- Rede Brasileira de Monitoramento Contínuo dos Sistemas GNSS
REQM	- Raiz do Erro Quadrático Médio
STD	- Atraso Troposférico Inclinado / <i>Slant Tropospheric Delay</i>
VMF	- Função de Mapeamento de Vienna / <i>Vienna Mapping Function</i>
WRF	- <i>Weather Research and Forecasting</i>
ZHD	- Atraso Zenital Hidrostático / <i>Zenith Hydrostatic Delay</i>
ZTD	- Atraso Zenital Troposférico / <i>Zenith Tropospheric Delay</i>
ZWD	- Atraso Zenital Não Hidrostático / <i>Zenith Wet Delay</i>

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO .....</b>	<b>13</b>
1.1 CONTEXTUALIZAÇÃO GERAL.....	13
1.2 JUSTIFICATIVA .....	19
1.3 OBJETIVOS .....	22
1.3.1 Objetivo geral .....	22
1.3.2 Objetivos específicos.....	22
1.4 ESTRUTURA DA TESE .....	23
<b>2 REVISÃO DE LITERATURA .....</b>	<b>25</b>
2.1 ATRASO TROPOSFÉRICO .....	25
2.1.1 Refratividade da Atmosfera e a técnica de <i>raytracing</i> .....	27
2.2 FUNÇÕES DE MAPEAMENTO DA ATMOSFERA SIMÉTRICA.....	30
2.2.1 Função de Mapeamento de Marini .....	31
2.2.2 Função de Mapeamento de Chao .....	31
2.2.3 Função de Mapeamento de Davis et al. (1985).....	32
2.2.4 Função de Mapeamento de Herring .....	33
2.2.5 Função de Mapeamento de Niell.....	33
2.2.6 Função de Mapeamento Isobárica .....	35
2.2.7 Funções de Mapeamento de Vienna.....	36
2.2.8 Função de Mapeamento Brasileira.....	38
2.3 AVANÇOS NA MODELAGEM DA ATMOSFERA NEUTRA.....	38
2.4 FUNÇÕES DE MAPEAMENTO DA ATMOSFERA ANISOTRÓPICA .....	40
2.4.1 Função de Mapeamento de Davis et al. (1993).....	41
2.4.2 Função de Mapeamento de Chen e Herring .....	42
2.4.3 Função de Mapeamento de Meindl .....	43
2.4.4 Comparações das FMGs.....	45
<b>3 IMPACT OF ZTD ESTIMATION AND TROPOSPHERIC GRADIENTS ON KINEMATIC PPP ACCURACY IN THE AMAZON AND SOUTHERN REGIONS OF BRAZIL .....</b>	<b>47</b>
<b>4 IMPACTO DA ESTIMATIVA DE GRADIENTES HORIZONTAIS TROPOSFÉRICOS NO POSICIONAMENTO POR PONTO PRECISO CINEMÁTICO NA REGIÃO BRASILEIRA .....</b>	<b>61</b>

<b>5 IMPACTO DA FUNÇÃO DE MAPEAMENTO DE VIENA 3 (VMF3) E ESTRATÉGIAS DE MODELAGEM TROPOSFÉRICA NO POSICIONAMENTO POR PONTO PRECISO CINEMÁTICO EM REGIÕES BRASILEIRAS .....</b>	<b>82</b>
<b>6 CONCLUSÕES GERAIS E PERSPECTIVAS FUTURAS .....</b>	<b>107</b>
<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>111</b>

## 1 INTRODUÇÃO

### 1.1 CONTEXTUALIZAÇÃO GERAL

O Posicionamento por Ponto Preciso (PPP) pelo Sistema Global de Navegação por Satélite (GNSS) tem se consolidado como uma técnica eficaz e flexível para a determinação de coordenadas geodésicas de alta precisão, dispensando a necessidade de estações de referência. Esse método, ao utilizar órbitas precisas e correções de relógio (ex.: produtos do *International GNSS Service – IGS*), pode atingir precisões submétricas a centimétricas, em muitos casos comparáveis ao posicionamento relativo (ZUMBERGE et al., 1997; KOUBA e HÉROUX, 2001; DE OLIVEIRA Jr. et al., 2017; BRAGA e DAL POZ, 2022). Devido a essas características, é o método mais indicado para estudos geodinâmicos, meteorológicos e atmosféricos, onde a acurácia e a independência de redes locais são críticas (ZUMBERGE et al., 1997; KOUBA e HÉROUX, 2001; GAO e CHEN, 2004; TEUNISSEN e MONTENBRUCK, 2017).

A acurácia do PPP, contudo, é sensivelmente afetada por erros sistemáticos, destacando-se como principais fontes a influência da ionosfera e da atmosfera neutra (ou neutrosfera), isto é, a parte da atmosfera composta por gases não ionizados (BARSEVER et al., 1998; KOUBA e HÉROUX, 2001; GOUVEIA, 2019; ANGRISANO et al., 2020; GOUVEIA et al., 2020). Embora as medições com receptores de dupla frequência permitam a efetiva eliminação dos efeitos dispersivos de primeira ordem da ionosfera (cerca de 99% do efeito total) mediante combinações lineares Iono-Free (BEVIS et al., 1992; HOFMANN-WELLENHOF et al., 2001; BOEHM e SCHUH, 2013), reduzindo erros residuais para cerca de poucos centímetros em condições atmosféricas regulares (ANGRISANO et al., 2020), o atraso não dispersivo causado pela atmosfera neutra persiste como a segunda maior fonte de erro no posicionamento GNSS (CHEN e HERRING, 1997; COLLINS e LANGLEY, 1998).

Esse efeito tem sido sistematicamente estudado desde as décadas de 1990 e 2000, com contribuições fundamentais como as de Davis et al. (1985), sobre modelagem do atraso da atmosfera neutra na Geodésia por interferometria e Niell (1996), no desenvolvimento das primeiras funções de mapeamento globais. Avanços subsequentes, como os modelos empíricos (BOEHM et al., 2006a), técnicas de gradientes horizontais (BAR-SEVER et al., 1998) e a assimilação de dados de multi-

GNSS (LI et al., 2015; DOUSA et al., 2016), refinaram a correção do atraso no PPP, especialmente em regiões de alta umidade (GOUVEIA, 2019).

Mais recentemente, a introdução da Função de Mapeamento de Viena 3 (VMF3) e do modelo GPT3 (LANDSKRON e BÖHM, 2018b) representaram avanços significativos, proporcionando maior acurácia na representação da atmosfera. Além disso, estudos recentes destacam a influência climática regional (GOUVEIA et al., 2020), a aplicação de funções de mapeamento em regiões tropicais (BRAGA e DAL POZ, 2022), bem como abordagens inovadoras baseadas em Previsão Numérica de Tempo e aprendizado de máquina (DE LIMA et al., 2022; DE OLIVEIRA Jr. et al., 2023; ALBUQUERQUE et al., 2024). Observações diretas de gradientes com múltiplas estações GNSS e radiômetros também reforçam a relevância dessa modelagem (NING e ELGERED, 2025). Assim, o efeito da atmosfera neutra no âmbito do PPP tem sido estudado há décadas (GHODDOUSI-FARD, 2009; LI et al., 2015; DOUSA et al., 2016; DE OLIVEIRA Jr. et al., 2017; LANDSKRON e BÖHM, 2018; GOUVEIA, 2019; GOUVEIA et al., 2020; BRAGA e DAL POZ, 2022; DE LIMA et al., 2022; DE OLIVEIRA Jr. et al., 2023; ALBUQUERQUE et al., 2024; NING e ELGERED, 2025).

Ao atravessar a atmosfera neutra, o sinal GNSS sofre curvatura e atraso devido à refração causada pelos constituintes atmosféricos. Essa refração pode ser decomposta em duas componentes: a hidrostática, associada aos gases secos em equilíbrio hidrostático, e a não hidrostática, resultante do vapor d'água atmosférico. A maior concentração de vapor d'água encontra-se na camada mais baixa da atmosfera neutra, denominada troposfera, situada aproximadamente entre a superfície e 8 km de altitude nos polos, ou até 18 km na região da Linha do Equador (REID e GAGE, 1981; TOMIKAWA et al., 2009; BARRIOT e FENG, 2021).

Nesta tese, o efeito do atraso causado pela atmosfera neutra será denominado atraso troposférico, uma vez que a maior parte desse atraso ocorre na troposfera, sendo este o termo convencionalmente adotado na literatura (COLLINS e LANGLEY, 1998; MOREL et al., 2021). Entretanto, vale ressaltar que a contribuição dos gases refrativos presentes nas demais camadas da atmosfera neutra pode representar cerca de 25% do atraso total (HOFMANN-WELLENHOF et al., 2001; TEUNISSEN e MONTENBRUCK, 2017; GOUVEIA et al., 2020). Para obter um posicionamento GNSS de alta qualidade, a modelagem matemática do atraso troposférico deve ser realizada com a maior acurácia possível, visando erros residuais na faixa de

milímetros (tipicamente de 5 mm a 2 cm), o que é crucial para aplicações geodésicas de alta precisão (BOEHM et al., 2006b; LANDSKRON e BÖHM, 2018b).

O atraso troposférico é quantificado a partir do cálculo da refratividade do ar que considera as variáveis meteorológicas: pressão, temperatura e umidade. Quanto mais próximas da realidade da região essas medidas estiverem, melhor será a determinação da trajetória do sinal GNSS entre o satélite e o receptor. O conhecimento dessas variáveis meteorológicas pode ser obtido a partir do uso de radiossondas, de modelos de Previsão Numérica de Tempo (PNT), de medidas GNSS ou de modelos teóricos (ou empíricos) (GOUVEIA, 2019). Geralmente, o atraso troposférico é modelado empregando modelos de correção empíricos, como os recomendados nas Convenções IERS 2010 (PETIT e LUZUM, 2010).

A fim de relacionar o atraso na direção do zênite (ZTD - do inglês *Zenith Tropospheric Delay*) ao atraso troposférico inclinado na direção do receptor (STD - do inglês *Slant Tropospheric Delay*), foram desenvolvidas as Funções de Mapeamento (FMs), baseadas na suposição de que a atmosfera poderia ser dividida em camadas esféricas de índice de refração uniforme (CHAO, 1972; MARINI e MURRAY, 1973). Assim, essas FMs são usadas para calcular o STD a partir das próprias medições geodésicas, relacionando o atraso em qualquer ângulo de elevação com o ZTD (CHEN e HERRING, 1997).

A primeira FM foi proposta por Marini (1972), modelada em forma de fração contínua. Diversas outras FMs foram desenvolvidas com base nessa forma de fração contínua, como Chao (1974), Davis (1985) e Niell (1996). Tais funções almejavam aprimorar a qualidade da modelagem do STD. A Função de Mapeamento Isobárica (IMF) foi desenvolvida por Niell (2000) a partir de dados de PNT, mostrando bons resultados comparados às funções anteriores. A aplicação de dados de PNT abriu caminho para Boehm et al. (2004) proporem a Função de Mapeamento de Vienna (VMF), que empregou a técnica de Traçado de Raio (*raytracing*) (NIEVINSKI, 2009) utilizando dados globais do *European Centre for Medium-Range Weather Forecasts* (ECMWF). Posteriormente, Boehm et al. (2006b) aperfeiçoaram este modelo, desenvolvendo a Função de Mapeamento de Vienna 1 (VMF1), também baseada em *raytracing* e dados do ECMWF, com desempenho superior na modelagem do atraso troposférico.

A partir da VMF1, Santos et al. (2012) propuseram o modelo da *University of New Brunswick*, denominado UNB-VMF1, que combina a VMF1 com técnicas de

*raytrancing* e dados de reanálises do *National Centers for Environmental Prediction* (NCEP), vinculado ao *National Oceanic and Atmospheric Administration* (NOAA). Uma abordagem mais recente e aprimorada é a VMF3, proposta por Landskron e Böhm (2018b), que também é baseada na técnica de *raytrancing* e dados de PNT. A VMF3 refina a VMF1 ao eliminar deficiências nos coeficientes empíricos b e c. Visando aprimorar a descrição da atmosfera neutra brasileira, Gouveia (2019) desenvolveu a Função de Mapeamento Brasileira (BMF), utilizando a técnica de *raytrancing* em conjunto com dados do modelo regional *Weather Research and Forecasting* (WRF), com resultados promissores.

Contudo, a distribuição espaço-temporal do vapor d'água atmosférico é altamente variável, e de difícil modelagem por uma FM que assuma simetria na distribuição do vapor d'água em todas as direções azimutais. Essa assimetria caracteriza a anisotropia da atmosfera neutra, entendida como a variação do índice de refração atmosférico não apenas em função da elevação, mas também do azimute dos satélites. Ignorar a anisotropia da atmosfera neutra pode prejudicar as aplicações GNSS de alta precisão, como estudos geodinâmicos de longo prazo, realização de referenciais territoriais e interpretações meteorológicas e climatológicas. Esse efeito se intensifica durante um evento climático, quando as condições atmosféricas são muito complexas (MIYAZAKI et al., 2003; GHODDOUSI-FARD et al., 2009; MA et al., 2021).

Para abordar essa anisotropia, a ideia de utilizar gradientes horizontais troposféricos foi proposta na década de 90 (por exemplo, Davis et al., 1993; MacMillan, 1995; Chen e Herring, 1997). Essas grandezas fornecem informações adicionais para descrever a variabilidade horizontal da refratividade e a anisotropia da atmosfera neutra (DAVIS et al., 1993). Os modelos de gradientes troposféricos tradicionais propõem uma abordagem linear, na qual a formulação dos gradientes é dada pela integração, ao longo da altitude, das derivadas direcionais norte e leste das partes hidrostática e não hidrostática da refratividade, avaliadas ao longo da vertical local do receptor. Trata-se de uma integração ao longo da linha de visão geométrica (PIERRE e FENG, 2021).

A modelagem do atraso troposférico a partir da combinação de FMs e gradientes horizontais provou-se eficaz desde a formulação pioneira de Davis et al. (1985). Essa abordagem, consolidada por estudos como os de Bar-Sever et al. (1998) e Macmillan e Ma (1997), permite corrigir variações espaciais e temporais nos sinais

GNSS. Trabalhos recentes (Graffigna et al., 2019; Morel et al., 2021; Pierre & Feng, 2021) expandiram esses modelos, incorporando dados multi-GNSS e técnicas de assimilação de dados para ambientes dinâmicos.

Bar-Sever et al. (1998) avaliaram os erros causados pela suposição de homogeneidade azimutal nas FMs da atmosfera neutra em aplicações geodésicas, empregando o método do PPP. Os autores constataram que, sob certas condições, adicionar à FM homogênea uma componente dependente do azimute (o gradiente horizontal troposférico) melhora significativamente aspectos importantes da qualidade da solução. Boehm e Schuh (2001) sugeriram empregar as expansões harmônicas esféricas para descrever o atraso troposférico em função da elevação e da dependência do azimute.

Seko et al. (2004) estabeleceram um modelo polinomial de 2<sup>a</sup> ordem como uma tentativa de melhorar os modelos de gradientes lineares. No entanto, a abordagem que apresenta melhores resultados é o uso de uma Função de Mapeamento de Gradientes (FMG). A FMG pode ser dependente da FM do ZTD, como a proposta por Meindl et al. (2004), denominada Inclinação (*Tilting*); ou independente, como a proposta por Chen e Herring (1997). Por exemplo, a FMG Inclinação consiste em um modelo de gradiente linear baseado na ideia de uma inclinação da atmosfera para representar os gradientes troposféricos, usando uma expansão de série de Taylor na FM do ZTD, truncada após o termo de primeira ordem.

Considerando que a umidade está concentrada na troposfera próxima à superfície (até 3 km) e levando em conta os sinais vindos de satélites com máscara de elevação de 3°, o comportamento do gradiente horizontal pode ser influenciado pela distribuição do padrão de umidade a uma distância de até 57 km da estação (MOREL et al., 2021). Meindl et al. (2004) destacaram que os vetores de gradiente apontam para a Linha do Equador. Segundo os referidos autores, este comportamento reflete a tendência de aumento do conteúdo de vapor d'água atmosférico ao se mover em direção à Linha do Equador da Terra.

Kacmarík et al. (2019) e Morel et al. (2021) notaram que a orientação do gradiente não depende da época do ano, correspondendo a um efeito sistemático relacionado ao meio ambiente ao redor da estação. Morel et al. (2021) investigaram a correlação entre os gradientes horizontais troposféricos e a topografia. A estimativa dos gradientes horizontais troposféricos mostrou que as direções dos gradientes são estáveis ao longo do tempo e geralmente apontam para a direção das montanhas.

Montanhas altas nas proximidades da estação mudam a inclinação da atmosfera neutra, de modo que os gradientes troposféricos médios não apontam para a Linha do Equador, mas sim para as cristas das montanhas (KACMARÍK al., 2019; MOREL et al., 2021).

No Brasil, De Oliveira Jr. et al. (2017) verificaram a influência dos gradientes horizontais troposféricos no posicionamento GNSS de alta acurácia, no modo relativo, para linhas de base longa. Foram consideradas diferentes condições atmosféricas existentes no território brasileiro em períodos de alta e baixa umidade do ar. Os resultados indicaram que a adoção de gradientes horizontais troposféricos proporcionou melhorias de até 3,6 mm na repetibilidade da posição 3D. Esta melhoria é significativa para aplicações como o monitoramento de deslocamentos de estruturas, onde a acurácia necessária é da ordem de poucos milímetros (DE OLIVEIRA Jr. et al., 2017), ou ainda estudos geodinâmicos.

Assim, a estimativa de gradientes horizontais troposféricos no processamento de dados GNSS é uma técnica que pode vir a propor melhorias tanto na acurácia do posicionamento, em aplicações geodésicas, quanto na estimativa do ZTD em estudos meteorológicos (BAR-SEVER et al., 1998; IWABUCHI et al., 2003; MA et al., 2021; MOREL et al., 2021). No entanto, esta estimativa tradicionalmente não leva em consideração FMs e FMGs baseadas em modelos de PNT, as quais podem trazer consideráveis melhorias na qualidade dos gradientes estimados, por levar em conta as reais características atmosféricas sobre a região. Além disso, há uma ausência de pesquisas voltadas às análises do emprego dos gradientes nos casos de posicionamento cinemático.

Esta pesquisa partiu da hipótese de que há influência direta na acurácia planialtimétrica do PPP cinemático quando é utilizada a estimativa do ZTD da atmosfera neutra com gradientes troposféricos em diferentes cenários atmosféricos no território brasileiro. Para investigar cientificamente esta hipótese, o estudo analisou o impacto de estratégias robustas de modelagem da atmosfera neutra, incluindo o uso de diferentes FMs, como a VMF1 e a VMF3. A pesquisa também investigou a comparação da implementação direta da VMF3 com a estratégia de estimativa do ZTD e gradientes no filtro de Kalman. Além disso, foram avaliadas as configurações de constelações GNSS (comparando GPS+GLONASS com GPS apenas) e as diferentes durações de processamento. Os resultados foram avaliados por meio da análise dos ajustamentos de observações, da acurácia do posicionamento, e da comparação com

modelagens alternativas, como a aplicação direta de FMs sem estimativa dos gradientes no filtro de Kalman e o uso de constelações GNSS simplificadas.

## 1.2 JUSTIFICATIVA

A necessidade de considerar gradientes troposféricos em processamentos GNSS de alta precisão é amplamente reconhecida. Na campanha de reprocessamento do IGS, a maioria dos centros de análise, por exemplo, *Center for Orbit Determination in Europe* (CODE), *European Space Agency* (ESA) e *Geo Forschungs Zentrum* (GFZ), empregaram os gradientes troposféricos nos processamentos. Segundo Li et al. (2015), os resultados da investigação com base no modelo de PNT mostram que os gradientes podem variar vários milímetros em um período de tempo muito menor do que 24 horas, dependendo do local e da estação. Emardson (1998) afirma que a suposição de uma atmosfera subdividida horizontalmente em camadas dispostas com simetria azimutal pode gerar erros significativos nas medidas geodésicas em condições atmosféricas assimétricas. Para posicionamentos que requeiram acurácia na ordem do milímetro ou de poucos centímetros, a anisotropia deve ser considerada (DE OLIVEIRA Jr. et al., 2017).

Segundo Meindl et al. (2004), as observações com ângulos de elevação inferiores a 15° são essenciais para melhorar a acurácia das soluções GNSS, em particular para descorrelacionar as altitudes estimadas das estações e os ZTD. A literatura apresenta diferentes FMs empregadas nesse contexto, como a *Niell Mapping Function* (NMF), proposta por Niell (1996), a *Global Mapping Function* (GMF), proposta por Böhm et al. (2006), e a VMF1, também desenvolvida por Böhm et al. (2006). Qiu et al. (2020) investigaram o desempenho dessas três FMs, juntamente com três modelos de gradiente, MacMillan (1995), Chen e Herring (1997), e Meindl et al. (2004), em seis regiões (zona temperada, planalto Qinghai-Tibete, região equatorial, deserto do Saara, floresta amazônica e Polo Norte) na estimativa do atraso troposférico. Acima de um ângulo de elevação de 15°, as três FMs apresentaram desempenho relativamente semelhante, mas abaixo de 15°, a VMF1 mostrou resultados superiores em relação à GMF e à NMF. Além disso, se nenhuma FMG for empregada, a raiz do erro quadrático médio (REQM) do ZTD aumenta significativamente em ângulos baixos. Por exemplo, na zona temperada, a REQM

sobe de aproximadamente 35 mm a 10° de elevação para cerca de 160 mm a 3° (QIU et al., 2020).

Sabendo-se que a ordem de grandeza dos gradientes horizontais é maior para ângulos de baixa elevação, nestes casos haverá maior probabilidade de melhorias no posicionamento GNSS ao considerar os gradientes, como mostrado por Rothacher et al. (1998) e Meindl et al. (2004). Nesse sentido, a estimativa de gradientes troposféricos juntamente com as estimativas dos ZTDs no processamento de dados GNSS é uma técnica bem conhecida e comumente adotada por uma ampla gama de softwares de processamento GNSS, que pode melhorar significativamente a qualidade do posicionamento (MOREL et al., 2014; LI et al., 2015b).

Ao longo dos anos, várias FMGs foram desenvolvidas. Kacmarík et al. (2019) demonstraram que diferentes FMGs geram diferentes termos de contribuição, tanto na magnitude do gradiente estimado quanto na qualidade da solução GNSS obtida. Ao comparar as FMGs de Chen e Herring (1997), Bar-Sever (1998) e Meindl et al. (2004), Kacmarík et al. (2019) constataram que a FMG de Bar-Sever et al. (1998) gera fatores de mapeamento mais altos e, portanto, termos de contribuição de gradiente menores. Por outro lado, a FMG de Chen e Herring (1997) fornece fatores de mapeamento mais baixos e, portanto, termos de contribuição de gradiente mais altos. Já a FMG de Meindl et al. (2004) fornece fatores entre Bar-Sever (1998) e Chen e Herring (1997), e resulta em contribuições de gradiente entre os dois.

Kacmarík et al. (2019) afirmam ainda que, sem um produto de gradiente preciso e independente, ainda é difícil fazer uma recomendação consistente entre diferentes modelos de gradientes troposféricos. Segundo os autores, mais investigações são necessárias para identificar uma FMG ideal, ou seja, que apresente melhor desempenho em termos de acurácia das soluções do PPP, considerando diferentes regiões geográficas e épocas do ano. Para alcançar esse objetivo, seriam necessários conjuntos de dados de PNT com alta resolução temporal (intervalos de segundos) e espacial (densidade de estações GNSS), além de alta precisão (erros centimétricos ou milimétricos), de modo a permitir a avaliação abrangente dos modelos.

Apesar de diversos trabalhos explorarem a estimativa de atrasos troposféricos e gradientes horizontais no GNSS (por exemplo em estações fixas e sessões longas), há carência de investigações que avaliem de forma comparativa e sistemática como a duração da janela de processamento, em especial em cenários do PPP cinematólico,

afeta a estimativa dos gradientes troposféricos e, por conseguinte, o desempenho da solução de posicionamento. A duração da sessão influencia a capacidade do filtro/estimador (por exemplo, um filtro de Kalman) de capturar e modelar a dinâmica atmosférica. Assim, a presente pesquisa justifica-se também por investigar como períodos de curta (2 horas), média (4 horas) e longa duração (24 horas), em distintas estações do ano, afetam a percepção da significância dos gradientes, oferecendo um entendimento mais completo sobre a estabilidade da solução em diversos cenários operacionais.

Diversos estudos buscam aprimorar a modelagem do atraso troposférico com o uso de gradientes a fim de mitigar seu efeito sobre o sinal GNSS como, por exemplo, Chen e Herring (1997), Bar-Sever (1998), Boehm e Schuh (2001), Ghoddousi-Fard et al. (2009), Dousa et al. (2016), Masoumi et al. (2017), De Oliveira Jr. et al. (2017), Barriot e Feng (2021) e Morel et al. (2021). Ma et al. (2021) afirmam que a anisotropia atmosférica ainda pode ser uma ameaça à qualidade do posicionamento GNSS de precisão em eventos climáticos. Dousa et al. (2016) provaram que os gradientes derivados de GNSS só podiam demonstrar a anisotropia atmosférica durante um campo de gradiente homogêneo. Masoumi et al. (2017) destacam que os gradientes troposféricos tiveram um bom desempenho em uma situação de clima normal, mas não conseguiram modelar com precisão a anisotropia atmosférica em eventos climáticos. Nesse contexto, nota-se que a anisotropia, sendo ou não considerada, está presente e afeta de diversas formas a trajetória do sinal GNSS. Para posicionamentos que requeiram maior acurácia, essa anisotropia da atmosfera neutra deve ser considerada. Ainda há bastante estudo a ser feito buscando aprimorar a modelagem da principal influência da atmosfera neutra na propagação de sinais GNSS, que é o atraso troposférico, principalmente considerando sua anisotropia.

A determinação do atraso troposférico com FMs a partir de modelos de PNT tem representado o estado da arte na modelagem do atraso de propagação do sinal GNSS na atmosfera neutra (GOUVEIA, 2019). Contudo, no contexto brasileiro, ainda há uma lacuna de pesquisas focadas nos gradientes troposféricos utilizando FMGs baseadas em FMs que empregam dados de PNT, e na análise de seus efeitos no PPP, bem como nos benefícios que a PNT pode proporcionar à estimativa dos gradientes troposféricos. Nesse contexto, esta pesquisa almeja investigar o uso de FMs e FMGs baseadas em dados de PNT, em diferentes estações do ano, a fim de compreender seu impacto sobre o PPP cinemático no território brasileiro.

## 1.3 OBJETIVOS

### 1.3.1 Objetivo geral

Esta pesquisa tem por objetivo principal investigar e avaliar a influência de estratégias de modelagem da atmosfera neutra robustas, incluindo a estimativa de gradientes horizontais, na acurácia do PPP cinemático com dados de diferentes regiões do Brasil e em distintas estações do ano.

### 1.3.2 Objetivos específicos

Para alcançar o objetivo geral da tese, tem-se como objetivos específicos:

- Investigar e implementar o uso de FMs e FMGs (como a VMF1 e a VMF3) baseadas em dados de PNT global no software RTKLIB;
- Comparar o desempenho de diferentes abordagens de modelagem da atmosfera neutra (com estimativa de gradientes e com parâmetros predefinidos de PNT, com e sem estimativa do ZTD) e verificar o impacto na acurácia do posicionamento GNSS;
- Analisar a aplicabilidade e o comportamento de modelos de gradiente em diversas regiões do território brasileiro, considerando diferentes condições climáticas e topográficas;
- Verificar a acurácia dos resultados dos modelos aplicados nas diferentes regiões do território brasileiro, a partir de dados de estações da Rede Brasileira de Monitoramento Contínuo dos Sistemas GNSS (RBMC) do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE);
- Testar e avaliar a acurácia do posicionamento dos modelos implementados no método do PPP cinemático;
- Disponibilizar as implementações realizadas no RTKLIB e demais produtos gerados.

## 1.4 ESTRUTURA DA TESE

Esta tese de doutorado está estruturada no formato de artigos científicos, visando consolidar e disseminar as contribuições de pesquisa de forma segmentada e alinhada às publicações acadêmicas. Além de uma introdução e uma conclusão geral que contextualizam e sintetizam os resultados, a tese é composta por três artigos principais, que são apresentados como capítulos específicos, resultando na seguinte estrutura:

O capítulo 2 – Revisão de Literatura – estabelece a base teórica essencial para a compreensão dos temas centrais desta pesquisa. Dedica-se à fundamentação do atraso troposférico no GNSS, explora as diversas FMs, tanto simétricas quanto anisotrópicas. Além disso, apresenta os avanços na modelagem da atmosfera neutra e a importância dos gradientes horizontais para o aprimoramento do PPP.

O capítulo 3 é composto por artigo já publicado.

O capítulo 4 é composto por artigo aceito para publicação.

O Capítulo 5 é composto por artigo que ainda será submetido a um periódico científico.

O Capítulo 6 apresenta as conclusões da tese, incluindo as considerações finais, as principais contribuições do estudo, as limitações e sugestões para trabalhos futuros.

A TABELA 1 apresenta uma síntese metodológica dos três artigos que compõem esta tese, destacando os elementos comuns e as abordagens específicas adotadas em cada estudo.

TABELA 1: MATRIZ METODOLÓGICA DE AMARRAÇÃO DA TESE

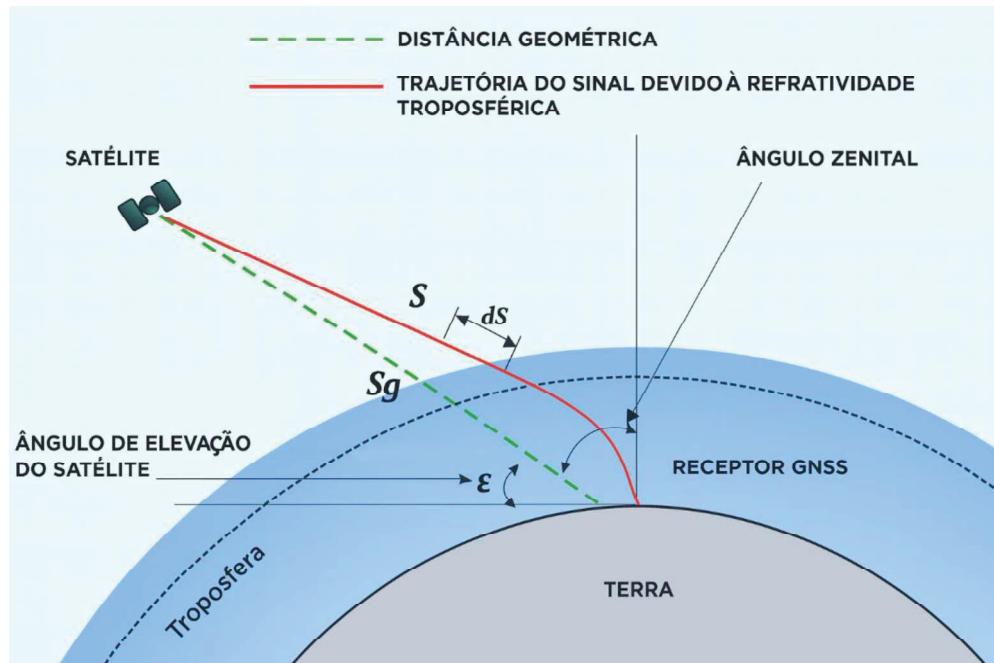
Título	Problema	Objetivo	Justificativa	Método	Status
Impact of ZTD Estimation and Tropospheric Gradients on Kinematic PPP Accuracy in the Amazon and Southern Regions of Brazil.	Modelos troposféricos negligenciam a anisotropia, impactando a acurácia do PPP em regiões complexas.	Analizar o impacto do ZTD+gradiêntes na planítmétrica do PPP cinemático (Amazônia/Sul do Brasil) e comparar VMF1/NMF.	Necessidade de compreender o impacto dos gradiêntes troposféricos para aprimorar a acurácia do PPP em condições atmosféricas variáveis, visto que esses gradiêntes possuem potencial para melhorar tanto o posicionamento quanto a estimativa do ZTD.	Processamento PPP cinemático (RTKLIB v.2.4.2 p12) de 4 estações RBMC (AMCO, NAUS, SAGA, UFPR) em jan/jul 2020, 4h/dia. Comparação ZTD com sem gradiêntes, usando NMF/VMF1. Avaliação por RMSE 2D/Vertical.	Publicado AIGEO 2025 Aceito RBGEO 2025
Impacto da Estimativa de Gradiêntes Horizontais Troposféricos no Posicionamento por Ponto Preciso Cinemático na Região Brasileira.	Como a modelagem do atraso troposférico com a inclusão de gradiêntes influencia a acurácia do PPP em regiões tropicais caracterizadas por elevada heterogeneidade climática?	Avaliar a acurácia do PPP cinemático com/sem gradiêntes troposféricos no RTKLIB, identificando padrões sazonais/regionais.	Modelos empíricos globais são limitados em regiões tropicais; a estimativa de gradiêntes aprimora a representação troposférica; O RTKLIB viabiliza a condução de estudos nessa área.	Processamento PPP cinemático (RTKLIB v.2.4.2 p13) de 10 estações RBMC (jan/jul 2020, 24h/dia). Comparação: ZTD vs. ZTD+gradiêntes. NMF para mapeamento. Avaliação por RMSE (E, N, U). Análises com Python (correlação, boxplots).	A submeter
Impacto da Função de Mapeamento de Viena 3 (VMF3) e Estratégias de Modelagem Troposférica no Posicionamento por Ponto Preciso Cinemático em Regiões Brasileiras.	Lacuna na literatura sobre avaliação da VMF3 no RTKLIB e o impacto da estimativa do ZTD versus aplicação direta de modelos a priori na acurácia do PPP em condições climáticas diversas.	Implementar a VMF3 no RTKLIB e avaliar seu impacto na acurácia do PPP cinemático, comparando-a com a estimativa ZTD/ZTD+gradiêntes, e analisar os gradiêntes estimados/modelados.	Modelos troposféricos precisos são cruciais para a geodésia de alta precisão; necessidade de validar a VMF3 em software de código aberto (RTKLIB) e entender o balanço entre modelos a priori e a estimativa adaptativa.	Processamento PPP cinemático (RTKLIB demo b34 modificado para VMF3) de 10 estações RBMC (jan/jul 2020, 2h/dia). Comparação de 4 estratégias (VMF3 com/sem gradiêntes vs. Estimativa ZTD com/sem gradiêntes). Variáveis: máscaras de elevação ( $7^{\circ}, 10^{\circ}, 15^{\circ}$ ) e constelações (GPS, GPS+GLONASS). Avaliação por RMSE (E, N, Up). Análise de gradientes e variáveis atmosféricas (correlação, evolução diária).	

## 2 REVISÃO DE LITERATURA

### 2.1 ATRASO TROPOSFÉRICO

Um sinal eletromagnético com frequência de até 30 GHz, como é o caso dos sinais GNSS, que se propaga pela atmosfera neutra é afetado pelos gases que compõem esta camada. Tais gases geram uma curvatura no sinal e uma diminuição da sua velocidade, cujo efeito é denominado atraso (COLLINS e LANGLEY, 1998; SAPUCCI, 2001), representado na FIGURA 1. A trajetória curva ou inclinada (linha vermelha contínua) difere da distância geométrica (linha verde intermitente) devido à influência dos gases que compõem a atmosfera neutra (SAPUCCI, 2001).

FIGURA 1: EFEITO DO ATRASO TROPOSFÉRICO NA TRAJETÓRIA DO SINAL GNSS



FONTE: Sapucci (2001).

Considerando que a atmosfera neutra seja estratificada horizontalmente e possua simetria azimutal, ou seja, que as variações do vapor d'água atmosférico com relação ao azimute da direção observada não sejam consideradas, o ZTD é projetado para STD usando as FM (COLLINS e LANGLEY, 1998; MA et al., 2021 e YANG et al., 2021). A formulação do STD considerando as FMs pode ser descrita pela Equação (1):

$$\text{STD}_{(\varepsilon)} = \text{ZHD} * \text{fm}_h(\varepsilon) + \text{ZWD} * \text{fm}_w(\varepsilon), \quad (1)$$

onde o STD é uma função dos atrasos na direção do zênite causados pelos gases atmosféricos em equilíbrio hidrostático (ZHD - do inglês *Zenith Hydrostatic Delay*) e por aqueles gases que não estão em equilíbrio hidrostático (principalmente vapor d'água) (ZWD - do inglês *Zenith Wet Delay*); e suas FMs hidrostática ( $\text{fm}_h$ ) e não hidrostática ( $\text{fm}_w$ ) relativas ao ângulo de elevação do satélite ( $\varepsilon$ ). A influência do ZWD no atraso troposférico é significativa, pois pode ser de até 20% (cerca de 45 cm) em relação ao ZTD, de forma que a soma das componentes hidrostática e não hidrostática é de cerca de 2,3 m (DAVIS et al., 1985; BARRIOT e FENG, 2021; GOUVEIA et al., 2020).

Considerando que o atraso hidrostático pode ser determinado por um modelo empírico, como o de Saastamoinen (1973), a partir da pressão total em hPa e das coordenadas da estação (latitude e altitude em metros), e que as FMs são fornecidas por modelos empíricos ou numéricos previamente definidos, o ZWD pode ser estimado em conjunto com outros parâmetros no contexto de um ajustamento das observáveis GNSS (código e fase) por meio do Método dos Mínimos Quadrados (MMQ), no qual são simultaneamente determinados a posição do receptor, o relógio do receptor e os demais parâmetros necessários (BOEHM et al., 2006b).

Em teoria, o ZHD apresenta comportamento mais previsível, pois depende quase exclusivamente da pressão superficial total que, em condições de equilíbrio hidrostático, representa o peso da coluna de ar acima do usuário (SAASTAMOINEN, 1973). O ZWD, por outro lado, é função da quantidade de vapor d'água presente na coluna atmosférica. Diferentemente do ZHD, não existe uma lei física simples que descreva a distribuição do vapor d'água na atmosfera neutra, o que torna o ZWD altamente variável e a principal fonte de incerteza na modelagem da atmosfera neutra (COLLINS e LANGLEY, 1998).

Portanto, a variabilidade espacial e temporal do vapor d'água faz com que a precisão do ZWD fique no nível do centímetro, podendo chegar ao decímetro. Embora seja possível determinar o ZWD a partir de perfis atmosféricos obtidos por radiossondas ou radiômetros de vapor d'água, essas medições têm caráter pontual e limitado no espaço e no tempo. Assim, na ausência de observações contínuas em toda a coluna atmosférica, a modelagem do vapor d'água na atmosfera neutra sempre

introduzirá erros na determinação do ZWD e, consequentemente, do STD (COLLINS e LANGLEY, 1998).

### 2.1.1 Refratividade da Atmosfera e a técnica de *raytracing*

O atraso troposférico é causado pela variação do índice de refração ( $n$ ) dos gases atmosféricos em relação ao espaço livre (SAPUCCI, 2005). A capacidade de um meio causar mudanças na direção e na velocidade de uma onda eletromagnética que por ele se propaga é quantificada pelo índice de refração. O índice de refração pode ser obtido em função do valor do módulo da velocidade da luz no vácuo ( $c$ ) e de sua velocidade em um meio qualquer ( $v$ ), conforme Equação (2):

$$n = \frac{c}{v}. \quad (2)$$

O caminho efetivamente percorrido ( $S$ ) pelo sinal GNSS desde o satélite até o receptor, em função do índice de refração é dado pela Equação (3).

$$S = \int n * ds. \quad (3)$$

Essa distância  $S$  difere da distância geométrica ( $S_g$ ), ou seja, o atraso troposférico é dado pela Equação (4).

$$STD = S - S_g = \int n * ds - \int ds = \int (n - 1) * ds. \quad (4)$$

Como  $n$  tem valores muito próximos da unidade, é conveniente substituir  $n$  por outra grandeza, denominada refratividade do ar ( $N$ ), dada pela Equação (5).

$$N = (n - 1) * 10^6. \quad (5)$$

Dessa maneira, a Equação (4) pode ser substituída pela Equação (6).

$$STD = 10^{-6} * \int N * ds. \quad (6)$$

Em geral,  $N$  é um número complexo que pode ser dividido em três partes, conforme Equação (7), sendo duas partes reais que causam refração e atraso de propagação dos sinais que viajam pela atmosfera:  $N_0$  independente da frequência ( $f$ ) (não dispersiva) e  $N'(f)$  dependente da frequência (dispersiva); e uma terceira parte imaginária,  $N''(f)$ , que causa absorção (BOEHM e SCHUH, 2013).

$$N = N_0 + N'(f) - iN''(f). \quad (7)$$

Como no contexto dos sinais GNSS as variações de  $N$  ao longo de um comprimento de onda são pequenas, pois os comprimentos de onda GNSS são

menores que alguns decímetros, as partes real e imaginária podem ser consideradas separadamente. Além disso, o efeito da absorção normalmente não é modelado na análise de dados geodésicos espaciais, pois não afeta de forma significativa o atraso de propagação do sinal (BOEHM e SCHUH, 2013).

Assim, após algumas simplificações matemáticas, a parte real de N pode ser expressa em função da pressão, temperatura e umidade (ESSEN e FROOME, 1951) pela Equação (8).

$$N = k_1(f) * \frac{P_h}{T} * Z_H^{-1} + k_2(f) * \frac{P_w}{T} * Z_W^{-1} + k_3(f) * \frac{P_w}{T^2} * Z_W^{-1} + k_4(f) * \rho_{lw}. \quad (8)$$

Essa formulação inclui, em princípio, uma contribuição da densidade da água líquida ( $\rho_{lw}$ ), assumindo que as gotículas são pequenas em comparação com o comprimento de onda das micro-ondas (<1 mm). Entretanto, esse termo é normalmente desprezado, uma vez que sua contribuição é insignificante para o atraso troposférico em aplicações GNSS (HOFMANN-WELLENHOF et al., 2001). As variáveis  $Z_H$  e  $Z_W$  são fatores de compressibilidade para o ar seco e o vapor d'água, respectivamente. Estes descrevem o desvio dos constituintes atmosféricos de um gás ideal (BOEHM e SCHUH, 2013). O fator de compressibilidade para o i-ésimo constituinte do ar é dado pela Equação (9) (BEVIS et al., 1994):

$$Z_i = \frac{P * M_i}{\rho_i * R * T}, \quad (9)$$

sendo  $M_i$  a massa molar e  $R$  a constante universal do gás.

As expressões para obter os valores do inverso da compressibilidade de  $Z_H^{-1}$  e  $Z_W^{-1}$  foram desenvolvidas por Owens (1967) a partir de um ajuste pelo MMQ para dados termodinâmicos, e correspondem às Equações (10) e (11), com  $P_h$  e  $P_w$  em hPa e  $T$  em Kelvin.

$$Z_H^{-1} = 1 + P_h * \left[ 57,97 * 10^{-8} * \left( 1 + \frac{0,52}{T} \right) - 9,4611 * 10^{-4} * \left( \frac{T-273,15}{T^2} \right) \right], \quad (10)$$

$$Z_W^{-1} = 1 + 1650 * \frac{P_w}{T^3} * [1 - 0,01317 * (T - 273,15) + 1,75 * 10^{-4} * (T - 273,15)^2 + 1,44 * 10^{-6} * (T - 273,15)^3]. \quad (11)$$

As maiores variações de N em função da frequência estão na faixa de 50 a 70 GHz. Abaixo de 40GHz o valor de N é aproximadamente constante. Como as técnicas

geodésicas espaciais que usam micro-ondas operam em frequências abaixo de 30 GHz, pode-se considerar que a refração é independente da frequência para micro-ondas (BOEHM e SCHUH, 2013), não sendo possível realizar combinações lineares com receptores de dupla frequência para remover o efeito da atmosfera neutra no posicionamento GNSS.

Ignorando o termo da água líquida e assumindo que  $N$  é independente da frequência, a Equação (8) pode ser expressa pela Equação (12).

$$N = k_1 * \frac{P_h}{T} * Z_H^{-1} + k_2 * \frac{P_w}{T} * Z_W^{-1} + k_3 * \frac{P_w}{T^2} * Z_W^{-1}. \quad (12)$$

Com base na Equação (9), e considerando as deduções matemáticas e aproximações empíricas propostas por Bevis et al. (1994) e fundamentadas nos coeficientes refrativos de Owens (1967), é possível reescrever a Equação (12) como sendo:

$$\begin{aligned} N &= k_1 * \frac{R}{M_H} * \rho + \left( k_2 - k_1 * \frac{M_w}{M_H} \right) * \frac{P_w}{T} * Z_W^{-1} + k_3 * \frac{P_w}{T^2} * Z_W^{-1} \\ &= N_H + N_W. \end{aligned} \quad (13)$$

Os termos  $N_H$  e  $N_W$  correspondem às Equações (14) e (15), respectivamente.

$$N_H = k_1 * \frac{R}{M_H} * \rho, \quad (14)$$

$$N_W = \left( k'_2 - k_1 * \frac{M_w}{M_H} \right) * \frac{P_w}{T} * Z_W^{-1} + k_3 * \frac{P_w}{T^2} * Z_W^{-1}, \quad (15)$$

onde  $N_H$  representa a refratividade hidrostática e  $N_W$  representa a refratividade não hidrostática. A  $N_H$  depende apenas da densidade total do ar, enquanto a  $N_W$  depende da pressão parcial do vapor d'água e da temperatura. Enquanto  $N_H$  é maior que  $N_W$ ,  $N_W$  é muito mais variável e difícil de modelagem (BOEHM e SCHUH, 2013).

O valor de  $N$  varia em função da altitude da coluna vertical da atmosfera. Logo, a Equação (6) deve ser integrada com relação à altitude, dentro da altura efetiva da atmosfera neutra (SAPUCCI, 2005). O resultado será o ZTD que, devido às diferentes características das componentes hidrostática e não hidrostática, é separado nas componentes ZHD e ZWD. Como a espessura da atmosfera neutra, que a trajetória do sinal atravessa, é proporcional ao ângulo de elevação do satélite, a Equação (6) é melhor aproximada pela Equação (1) (SAPUCCI, 2005).

A técnica de *raytracing* é uma abordagem de aproximação, gráfica ou matemática, usada para quantificar o STD ao supor que o sinal eletromagnético se propaga como um raio, obedecendo às leis de reflexão e refração (NIEVINSKI, 2009).

Esta técnica permite descrever o caminho percorrido pelo sinal GNSS a partir dos efeitos dos parâmetros meteorológicos da atmosfera neutra, representando o sinal por meio de um raio.

Os parâmetros de entrada da *raytracing* tipicamente incluem o ângulo de elevação inicial, a altura da estação, a temperatura e a pressão do vapor d'água em diferentes níveis da atmosfera neutra. Ao somar os raios traçados entre o satélite e o receptor, modela-se o caminho percorrido pelo sinal GNSS (GOUVEIA, 2019). Para simplificação, a *raytracing* frequentemente considera a atmosfera neutra simétrica ao redor das estações (BOEHM e SCHUH, 2004).

Devido à sua capacidade de modelar com precisão os efeitos atmosféricos, a técnica de *raytracing* tem sido frequentemente aplicada no desenvolvimento e na validação das FMs (BOEHM e SCHUH, 2004). As FMs surgem como uma solução computacional eficiente para o STD, separando-o em uma componente vertical e outra dependente do ângulo de elevação, o que será detalhado a seguir.

## 2.2 FUNÇÕES DE MAPEAMENTO DA ATMOSFERA SIMÉTRICA

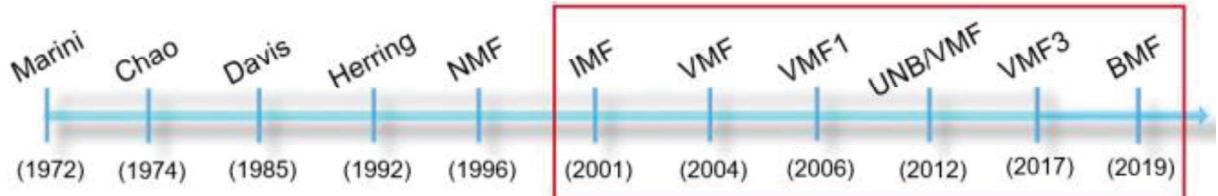
As FMs têm como propósito relacionar o ZTD com o STD, medindo, em termos geométricos, a espessura aparente da atmosfera em comparação com o raio da Terra (NIELL et al. 2001). Em uma atmosfera plana e homogênea, a FM se aproxima da Equação (16):

$$\frac{1}{\operatorname{sen}(\varepsilon)}, \quad (16)$$

Na atmosfera real, porém, a distribuição vertical dos constituintes é diferente: enquanto a componente hidrostática está presente em toda a coluna atmosférica, a componente não hidrostática se concentra nas camadas mais próximas à superfície. Como essa fina camada não hidrostática é mais afetada pela curvatura da Terra, o caminho percorrido pelo sinal se alonga mais em baixas elevações, resultando em uma FM não hidrostática maior do que a FM hidrostática. A única exceção ocorre em ângulos de elevação muito baixos, quando o efeito de flexão geométrica do sinal, que afeta principalmente a componente hidrostática, aumenta bastante, reduzindo a diferença entre as FMs (BOEHM e SCHUH, 2013). Para ângulos de elevação mais altos, acima de 20° de elevação, essas FMs são suficientemente precisas (BOEHM e SCHUH, 2013).

Na FIGURA 2 é apresentada uma linha temporal das FMs, que assumem a atmosfera simétrica em relação à direção azimutal, desenvolvidas ao longo dos anos. As funções em destaque são as que foram modeladas com base em dados de PNT.

FIGURA 2: HISTÓRICO DAS FUNÇÕES DE MAPEAMENTO DA ATMOSFERA SIMÉTRICA



FONTE: Adaptado de Gouveia (2019).

### 2.2.1 Função de Mapeamento de Marini

Marini (1972) mostrou que a dependência do ângulo de elevação para qualquer atmosfera disposta em camadas horizontais pode ser descrita em forma de frações contínuas apresentada na Equação (17).

$$fm(\varepsilon) = \frac{1}{\operatorname{sen}(\varepsilon) + \frac{a}{\operatorname{sen}(\varepsilon) + \frac{b}{\operatorname{sen}(\varepsilon) + \frac{c}{\operatorname{sen}(\varepsilon) + \dots}}}}. \quad (17)$$

Os coeficientes  $a$ ,  $b$  e  $c$  da Equação (17) são constantes, e podem ser usados para aproximar a dependência do ângulo de elevação do atraso atmosférico. Para validação, Marini (1972) usou dados da atmosfera padrão, mas não empregou dados meteorológicos reais.

### 2.2.2 Função de Mapeamento de Chao

As primeiras FMs com diferentes coeficientes para as partes hidrostáticas e não hidrostática foram propostas por Chao (1974), que substituiu o segundo  $\operatorname{sen}(\varepsilon)$  da Equação (17), por  $\tan(\varepsilon)$  para obter unidade na direção do zênite, ou seja, para que  $fm(90) = 1$ . Assim sendo, as FMs de Chao (1974) são dadas pelas Equações (18) e (19).

$$fm_h(\varepsilon) = \frac{1}{\operatorname{sen}(\varepsilon) + \frac{0,00143}{\tan(\varepsilon) + 0,0445}}, \quad (18)$$

$$fm_w(\varepsilon) = \frac{1}{\frac{\operatorname{sen}(\varepsilon)}{0,00035} + \frac{0,017}{\operatorname{tan}(\varepsilon)}}. \quad (19)$$

### 2.2.3 Função de Mapeamento de Davis et al. (1985)

Baseados na abordagem proposta por Chao (1974), Davis et al. (1985) desenvolveram, no *Center for Astrophysics* (CfA), a FM conhecida como CfA2.2. Essa FM foi concebida para modelar atrasos hidrostáticos em ângulos de elevação de até 5° e introduziu uma constante adicional c para melhorar o ajuste em baixas elevações. Os coeficientes a, b e c foram determinados como funções da pressão, da pressão de vapor d'água, da temperatura, de gradientes de temperatura verticais e da altitude da tropopausa, com base na técnica de *raytracing* através de várias atmosferas padrão com ângulos de elevação entre 5 e 90°. A umidade relativa foi considerada constante até 11 km e zero acima dessa altitude, e a pressão total foi considerada dependente do equilíbrio hidrostático. O modelo proposto por Davis et al. (1985) é representado na Equação (20).

$$fm(\varepsilon) = \frac{1}{\frac{\operatorname{sen}(\varepsilon)}{a} + \frac{b}{\frac{\operatorname{tan}(\varepsilon)}{\operatorname{tan}(\varepsilon) + c}}}. \quad (20)$$

Os termos a, b e c dependem de medições ou estimativas, e são obtidos com as Equações (21), (22) e (23).

$$\begin{aligned} a &= 0,001185 \\ &\quad * [1 + 0,6071 * 10^{-4}(P_o - 1000) - 0,1471 * 10^{-3}e_o \\ &\quad + 0,3072 * 10^{-2}(T_o - 20) + 0,1965 * 10^{-1}(\beta + 6,5) \\ &\quad - 0,5645 * 10^{-2}(H_T - 11,231)], \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} b &= 0,001144 \\ &\quad * [1 + 0,1164 * 10^{-4}(P_o - 1000) - 2,2795 * 10^{-3}e_o \\ &\quad + 0,3109 * 10^{-2}(T_o - 20) + 0,3038 * 10^{-1}(\beta + 6,5) \\ &\quad - 0,1217 * 10^{-2}(H_T - 11,231)], \end{aligned} \quad (22)$$

$$c = -0,0090. \quad (23)$$

Sendo  $P_0$  a pressão total da superfície em milibares;  $e_0$  a pressão parcial do vapor d'água na superfície em milibares;  $T_0$  a temperatura da superfície em graus Celsius;  $\beta$  a taxa de variação da temperatura troposférica em Kelvin/km; e  $H_T$  a altura da tropopausa em km.

#### 2.2.4 Função de Mapeamento de Herring

Herring (1992) desenvolveu a FM MIT *Temperature* (MTT) com coeficientes em função da latitude, da altitude e da temperatura no local, a partir de dados de radiossondas. A FM MTT é baseada na forma de fração contínua de Marini (1972) ligeiramente alterada, conforme apresentado na Equação (24). O fator no denominador garante que a FM seja igual a um na direção do zênite.

$$fm(\varepsilon) = \frac{\frac{1 + \frac{a}{1 + \frac{b}{1 + c}}}{a}}{\frac{\sin(\varepsilon) + \frac{b}{\sin(\varepsilon) + c}}{a}}. \quad (24)$$

#### 2.2.5 Função de Mapeamento de Niell

A dependência da temperatura na superfície ainda poderia gerar erros nas FMs anteriores e, consequentemente, na determinação do atraso troposférico. Isto induziu Niell (1996) a desenvolver as Novas FMs (NMF, frequentemente chamadas de FMs de Niell). A NMF não usa parâmetros meteorológicos locais, emprega apenas o dia do ano, a latitude e a altitude da estação como parâmetros de entrada, conforme apresentado nas Equações (25) e (26). Assim, a NMF pode ser utilizada em estações que não possuem sensores meteorológicos, o que muitas vezes é o caso de estações GNSS (BOEHM e SCHUH, 2013).

$$\begin{aligned}
 m_H(\varepsilon) = & \frac{1 + \frac{a_N}{1 + \frac{b_N}{1 + c_N}}}{\sin(\varepsilon) + \frac{a_N}{\sin(\varepsilon) + \frac{b_N}{\sin(\varepsilon) + c_N}}} \\
 & + \left( \frac{1}{\sin(\varepsilon)} - \frac{1 + \frac{a_{ht}}{1 + \frac{b_{ht}}{1 + c_{ht}}}}{\sin(\varepsilon) + \frac{a_{ht}}{\sin(\varepsilon) + \frac{b_{ht}}{\sin(\varepsilon) + c_{ht}}}} \right) H \\
 & * 10^{-3}, \tag{25}
 \end{aligned}$$

$$m_W(\varepsilon) = \frac{1 + \frac{a_N}{1 + \frac{b_N}{1 + c_N}}}{\sin(\varepsilon) + \frac{a_N}{\sin(\varepsilon) + \frac{b_N}{\sin(\varepsilon) + c_N}}}, \tag{26}$$

onde  $a_{ht}$ ,  $b_{ht}$  e  $c_{ht}$  são os valores ajustados pelo MMQ para a correção de altitude, e correspondem a  $2,53 * 10^{-5}$ ,  $5,49 * 10^{-3}$ , e  $1,14 * 10^{-3}$ , respectivamente;  $H$  é a altitude das estações em relação ao nível médio do mar.

Os coeficientes  $a_N$ ,  $b_N$  e  $c_N$  diferente das outras funções, não dependem da temperatura da superfície. Dessa forma, a FM de Niell torna-se melhor que as anteriores, pois sua modelagem não apresenta alguns dos problemas encontrados devido à utilização da temperatura (SAPUCCI, 2001).

A estimativa dos coeficientes da FM de Niell emprega dados de radiossondas de 26 estações distribuídas globalmente. A partir de algumas simplificações foi feito um ajustamento desses dados, abrangendo as latitudes  $74^\circ$  Norte até  $42^\circ$  Sul. No ajustamento foi suposto que as condições atmosféricas no hemisfério Norte e Sul apresentam o mesmo comportamento em relação às estações do ano.

Para a componente hidrostática, foram estimados valores que se referem à média e à amplitude para os coeficientes  $a_N$ ,  $b_N$  e  $c_N$  nas latitudes  $15^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$  e  $75^\circ$ , exibidos na TABELA 2. Para uma latitude qualquer, esses valores podem ser obtidos por uma interpolação linear entre os valores mais próximos tabelados.

TABELA 2: COEFICIENTES DA FUNÇÃO DE MAPEAMENTO HIDROSTÁTICA

Coeficientes	Latitude				
	15°	30°	45°	60°	75°
Média					
$a_N$	$1,2769934 \times 10^{-3}$	$1,2683230 \times 10^{-3}$	$1,2465397 \times 10^{-3}$	$1,2196049 \times 10^{-3}$	$1,2045996 \times 10^{-3}$
$b_N$	$2,9153695 \times 10^{-3}$	$2,9152299 \times 10^{-3}$	$2,9288445 \times 10^{-3}$	$2,9022565 \times 10^{-3}$	$2,9024912 \times 10^{-3}$
$c_N$	$62,610505 \times 10^{-3}$	$62,837393 \times 10^{-3}$	$63,721774 \times 10^{-3}$	$63,824265 \times 10^{-3}$	$64,258455 \times 10^{-3}$
Amplitude					
$a_N$	0,0	$1,2709626 \times 10^{-5}$	$2,6523662 \times 10^{-5}$	$3,4000452 \times 10^{-5}$	$4,1202191 \times 10^{-5}$
$b_N$	0,0	$2,1414979 \times 10^{-5}$	$3,0160779 \times 10^{-5}$	$7,2562722 \times 10^{-5}$	$11,723375 \times 10^{-5}$
$c_N$	0,0	$9,0128400 \times 10^{-5}$	$4,3497037 \times 10^{-5}$	$84,795348 \times 10^{-5}$	$170,37206 \times 10^{-5}$

FONTE: Adaptado de Sapucci (2001).

A determinação dos coeficientes  $a_N$ ,  $b_N$  e  $c_N$  da Equação (25), para a FM da componente hidrostática em uma época  $d$ , dada em dias do ano, é realizada aplicando na Equação (27) os valores obtidos na TABELA 3.

$$a_N(\varphi, d) = a_{N_{\text{med}}}(\varphi) + a_{N_{\text{amp}}}(\varphi) * \cos\left(2\pi \frac{d - 28}{365,25}\right). \quad (27)$$

Já para a componente não hidrostática utiliza-se apenas uma interpolação em latitude, a partir dos dados da TABELA 3, para a determinação dos coeficientes  $a_N$ ,  $b_N$  e  $c_N$  da Equação (26).

TABELA 3: COEFICIENTES DA FUNÇÃO DE MAPEAMENTO DA COMPONENTE NÃO HIDROSTÁTICA

Coeficientes	Latitude				
	15°	30°	45°	60°	75°
$a_N$	$5,8021897 \times 10^{-4}$	$5,6794847 \times 10^{-4}$	$5,8118019 \times 10^{-4}$	$5,9727542 \times 10^{-4}$	$6,1641693 \times 10^{-4}$
$b_N$	$1,4275268 \times 10^{-3}$	$1,5138625 \times 10^{-3}$	$1,4572752 \times 10^{-3}$	$1,5007428 \times 10^{-3}$	$1,7599082 \times 10^{-3}$
$c_N$	$4,3472961 \times 10^{-2}$	$4,6729510 \times 10^{-2}$	$4,3908931 \times 10^{-2}$	$4,4626982 \times 10^{-2}$	$5,4736038 \times 10^{-2}$

FONTE: Adaptado de Sapucci (2001).

## 2.2.6 Função de Mapeamento Isobárica

Niell (2000) foi o primeiro a empregar modelos de PNT na determinação das FM, desenvolvendo assim a IMF. A IMF é separada nas componentes hidrostática  $\text{IMF}_H$  e não hidrostática  $\text{IMF}_W$ , baseadas na forma de fração contínua da Equação (24). Os parâmetros da  $\text{IMF}_H$  são determinados a partir dos dados em grade da reanálise do *Goddard Space Flight Center Data Assimilation Office* (DAO), necessitando apenas da latitude e da altura de nível de 200 hPa em cada um dos pontos da grade. Para a determinação dos coeficientes da  $\text{IMF}_W$  primeiro é determinada uma função, dada pela Equação (24) na elevação de  $3^\circ$ , usando a

técnica de *raytracing* e dados do DAO. Em seguida, essa função e a altitude são utilizados na determinação dos coeficientes  $a$ ,  $b$  e  $c$  da  $\text{IMF}_W$ . A magnitude do desvio padrão do ZWD depende tanto do erro da FM quanto da quantidade de vapor d'água (NIELL, 2000).

### 2.2.7 Funções de Mapeamento de Vienna

A VMF desenvolvida por Boehm e Schuh (2004) empregou a IMF para determinar os coeficientes  $b$  e  $c$  da parte hidrostática e a NMF a  $45^\circ$  de latitude para a parte não hidrostática. Boehm et al. (2006b) desenvolveram uma versão atualizada da VMF de Boehm e Schuh (2004), que é baseada em novos coeficientes  $b$  e  $c$  para a FM hidrostática, denominada VMF1. Tais coeficientes são constantes baseadas em equações empíricas, desenvolvidas a partir da reanálise de 40 anos de dados (ERA-40) do ECMWF, enquanto os coeficientes  $a$  são determinados em relação à época (00, 06, 12, 18 horas UTC) a partir da técnica de *raytracing* em  $3^\circ$  de elevação. Os coeficientes  $b$  e  $c$  da FM não hidrostática não foram alterados em relação à VMF de Boehm e Schuh (2004), porque os atrasos do ZWD são aproximadamente 10 vezes menores do que do ZHD, desse modo, o efeito das variações em  $b$  e  $c$  não é significativo (BOEHM et al., 2006b). A partir da função de Marini é possível determinar o coeficiente  $a$  com a Equação (28).

$$a = \frac{\frac{\text{fm}(\varepsilon) * \text{sen}(\varepsilon) - 1}{\text{fm}(\varepsilon)} - \frac{1}{1 + \frac{b}{1 + c}}}{\frac{\text{sen}(\varepsilon) + \frac{b}{\text{sen}(\varepsilon) + c}}{1 + \frac{b}{1 + c}}} \quad (28)$$

Há três métodos de se empregar a VMF1: o método rigoroso, o método simplificado e o método rápido. O método rigoroso determina todos os três coeficientes  $a$ ,  $b$  e  $c$  pelo ajustamento iterativo do MMQ. No entanto, quando o estado da atmosfera neutra real se afasta muito das suposições esfericamente simétricas, o que é comum para os coeficientes não hidrostáticos ( $a_W$ ,  $b_W$  e  $c_W$ ), principalmente pelas variações complexas do vapor d'água atmosférico, o método rigoroso não consegue alcançar convergência no processo de iteração (LANDSKRON e BOEHM 2018b).

O método simplificado foi proposto por Landskron e Boehm (2018b), e estima apenas o coeficiente  $a$  fixando os coeficientes  $b$  e  $c$  empíricos. Tal método evita o

problema de convergência apresentado no método rigoroso, mas a precisão é um pouco degradada, com erros médios absolutos máximos de 1,9 mm na componente hidrostática e 2,8 mm na componente não hidrostática, em comparação com 0,3 mm e 0,1 mm, respectivamente, obtidos pelo método rigoroso. Já o método rápido calcula apenas o coeficiente  $a$  a partir da FM no ângulo de elevação de saída de 3° ou ângulo de elevação inicial de 3,3°, e fixa os coeficientes  $b$  e  $c$ . O método rápido não requer cálculo iterativo e é o mais eficiente, porém sua acurácia diminui ainda mais, apresentando erros médios absolutos máximos de 2,2 mm (componente hidrostática) e 3,1 mm (componente não hidrostática) (ZHOU et al., 2021).

Uma alternativa que não requer dados externos de PNT, mas apenas as coordenadas da estação e o dia do ano, são as funções empíricas, como o modelo *Global Pressure and Temperature* (GPT) (BOEHM et al., 2007) e o GMF (BOEHM et al., 2006a). Ambos, GPT e GMF, são a expansão das FMs VMF1 em coeficientes harmônicos esféricos até grau e ordem nove, e descrevem a variação anual de pressão e temperatura, para qualquer local na superfície da Terra ou próximo a ela, e os coeficientes da FM. Essas medidas podem ser usadas como fonte para obter o ZHD a priori (BOEHM et al., 2007; LAGLER et al., 2013). Lagler et al. (2013) apresentaram uma versão atualizada do GPT e do GMF, denominada GPT2, que foi obtida a partir de 10 anos de médias climatológicas mensais das últimas reanálises do ECMWF (ERA-Interim).

Uma nova abordagem destinada a refinar a VMF1 foi proposta por Landskron e Boehm (2018a) e denominada VMF3. A VMF3 tem o propósito de melhorar a qualidade da determinação dos coeficientes empíricos  $b$  e  $c$ . Além da VMF3, os referidos autores também apresentaram um novo modelo empírico denominado *Global Pressure and Temperature 3* (GPT3). O GPT3 representa um modelo de atmosfera neutra muito abrangente que pode ser usado para uma série de propósitos geodésicos, meteorológicos e climatológicos e é totalmente consistente com o VMF3 (LANDSKRON e BOEHM, 2018a).

Ademais, tem-se o modelo da *University of New Brunswick – Canadá* (UNB-VMF1), proposto por Santos et al. (2012). A UNB-VMF1 baseia-se no método rápido VMF1, diferindo apenas nos algoritmos da técnica de *raytrancing* e nos dados de entrada, os quais são das reanálises do NCEP do NOAA. As funções VMF1 e UNB-VMF1 apresentam resultados similares (BOEHM et al., 2011; GOUVEIA, 2019).

## 2.2.8 Função de Mapeamento Brasileira

No que concerne ao território brasileiro, Gouveia (2019) utilizou variáveis atmosféricas obtidas a partir do novo modelo de PNT do Centro de Previsão de Tempo e Estudos Climáticos (CPTEC) do Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE), o WRF, para desenvolver a BMF. Os dados do WRF levam em consideração as variações atmosféricas do território brasileiro, com resolução espacial de 5 km e temporal de 1 hora, o que propicia a melhor qualidade no posicionamento de alta acurácia, seja no modo pós-processado ou em tempo real.

Os dados do WRF foram aplicados na técnica de *raytracing* (NIEVINSK, 2009) para o desenvolvimento da FM para o Brasil e a América do Sul. Foram utilizados os resultados da *raytracing* para o ângulo de elevação de 3,3°, como na VMF1, para determinar o coeficiente  $\alpha$  da Equação (28). Os coeficientes  $b$  e  $c$  são as constantes da VMF1. A BMF apresenta resultados promissores para o território brasileiro. Mais detalhes sobre a BMF podem ser obtidos em Gouveia (2019).

Tanto a VMF3 como a BMF utilizam o método simplificado (LANDSKRON e BOEHM, 2018b). O método rigoroso, mais acurado que os demais, é ignorado na modelagem da FM operacional, e não há investigações detalhadas sobre a convergência e a acurácia deste método nos estudos atuais (ZHOU et al., 2021).

## 2.3 AVANÇOS NA MODELAGEM DA ATMOSFERA NEUTRA

Diversas pesquisas têm sido realizadas ao longo dos anos para melhorar a determinação do atraso troposférico e dos efeitos que a atmosfera neutra pode causar nas medidas geodésicas. Essas pesquisas têm como foco principal desenvolver modelos mais precisos para a determinação do ZHD a priori, e também aprimorar as FMs hidrostática e não hidrostática usadas na Equação (1).

Tregoning e Herring (2006) realizaram uma investigação sobre o efeito de um modelo a priori do ZHD nas estimativas de altura e do ZTD, comparando três conjuntos de soluções para o ZHD: valor atmosférico padrão (constante) ao nível do mar; pressão superficial derivada do modelo GPT; e pressão superficial observada no local. Os resultados indicaram que o uso do ZHD impreciso leva a grandes vieses na componente altimétrica (até 10 mm) e, consequentemente, erros na estimativa do ZTD. O modelo GPT remove a maioria dos vieses de altura média causados pelo uso

de um valor de pressão estática. No entanto, apenas o uso da pressão de superfície observada no local permite que as variações de alta frequência em ZHD sejam modeladas adequadamente, evitando assim a propagação dessas variações para a altura da estação e de estimativas do ZTD. O uso do ZHD a priori com variação no tempo extraído de um modelo de PNT melhora as soluções GNSS em comparação com o uso de pressão constante ao nível do mar padrão (TREGONING e HERRING, 2006).

Uma investigação foi realizada por Tregoning e Watson (2009) para estudar o impacto do uso de diferentes FMs, dados externos a priori e modelos de deformação de carga atmosférica no posicionamento GNSS. O emprego da VMF1 e ZHD a priori dependente do tempo resulta em níveis de ruído mais baixos em comparação com o uso de funções empíricas GMF e GPT, particularmente quando modelos de deformação de carga atmosférica são empregados (TREGONING e WATSON, 2009).

Ainda que o cálculo do ZHD seja de maior qualidade possível, a suposição de uma atmosfera simétrica imposta ao atraso troposférico na Equação (1) pode criar erros de alguns decímetros na modelagem do atraso em ângulos de baixa elevação (BOEHM, 2007). A abordagem mais comumente usada para efetivar a anisotropia da atmosfera neutra é estimar parâmetros adicionais de gradiente horizontal linear nas direções norte-sul (GN) e leste-oeste (GE) (Davis et al., 1993); assim, a formulação do atraso troposférico da atmosfera anisotrópica, em função do ângulo de elevação e do azimute ( $\alpha$ ), é obtida acrescentando-se na Equação (1) um termo de gradiente  $\Delta G$ .

$$STD_{(\varepsilon, \alpha)} = ZHD * fm_h(\varepsilon) + ZWD * fm_w(\varepsilon) + \Delta G(\varepsilon, \alpha) \quad (29)$$

Avanços recentes na modelagem da atmosfera neutra têm enfatizado a integração de dados multi-GNSS e técnicas de assimilação de dados para aprimorar a estimativa de gradientes horizontais, especialmente em cenários dinâmicos como eventos climáticos extremos. Graffigna et al. (2019) analisaram gradientes troposféricos durante o Furacão Harvey, utilizando dados GPS para quantificar anisotropias associadas a precipitações intensas, revelando variações significativas nos gradientes que impactam a acurácia do PPP em até 20 mm na componente vertical. Essa abordagem destaca a necessidade de modelos adaptativos em regiões tropicais úmidas, como partes do Brasil, onde a variabilidade sazonal do vapor d'água amplifica esses efeitos.

Kacmarík et al. (2019) investigaram a sensibilidade de gradientes troposféricos a opções de processamento GNSS, incluindo diferentes FMGs, e demonstraram que a escolha da função influencia diretamente a magnitude dos gradientes estimados, com implicações para a convergência do filtro de Kalman no PPP. Morel et al. (2021) expandiram essa análise ao correlacionar gradientes com a topografia local, utilizando dados GNSS e radiômetros em múltiplas estações, e constataram que montanhas próximas alteram a direção dos gradientes, desviando-os da tendência equatorial típica. Esse estudo reforça a relevância de modelos regionalizados para o território brasileiro, marcado por variações topográficas como a Amazônia e os planaltos sulistas.

Ma et al. (2021) enfatizaram que a anisotropia atmosférica persiste como um desafio ao PPP de alta precisão durante eventos climáticos, propondo a integração de dados multi-GNSS (GPS+GLONASS+Galileo) para melhorar a resolução dos gradientes, com reduções de até 15% nos erros residuais em comparações com constelações únicas. No contexto brasileiro, De Lima et al. (2022) avaliaram modelos de ZWD sob as perspectivas de atraso e altura usando estações em diferentes climas, confirmando a superioridade de abordagens baseadas em PNT para regiões tropicais. De Oliveira Jr. et al. (2023) avançaram ao propor correções SSR para PPP-RTK com restrições adaptativas, incorporando gradientes troposféricos e demonstrando ganhos de acurácia de até 30% em baselines longas no Brasil.

Mais recentemente, Albuquerque et al. (2024) introduziram modelagem baseada em aprendizado de máquina para estimar ZWD usando dados meteorológicos terrestres, alcançando precisões sub-centimétricas em território brasileiro, o que abre caminhos para hibridizações com FMs tradicionais. Ning e Elgered (2025) validaram gradientes horizontais com estações GNSS co-locadas e radiômetros, evidenciando melhorias na modelagem anisotrópica para aplicações em tempo real, com reduções de vieses de até 5 mm em componentes horizontais.

## 2.4 FUNÇÕES DE MAPEAMENTO DA ATMOSFERA ANISOTRÓPICA

A maioria dos modelos e FMs desenvolvidos ao longo dos anos teve como objetivo modelar a atmosfera simétrica, não levando em consideração a parte assimétrica (GHODDOUSI-FARD, 2009). Nesta seção serão revisadas as FMGs.

A relação entre o azimute ( $\alpha$ ) e o ângulo de elevação ( $\varepsilon$ ) entre dois pontos com distância geométrica ( $S$ ) pode ser relacionada ao sistema de coordenadas geodésicas locais da seguinte forma (GHODDOUSI-FARD, 2009):

$$E = S * \cos(\varepsilon) * \sin(\alpha), \quad (30)$$

$$N = S * \cos(\varepsilon) * \cos(\alpha), \quad (31)$$

$$h = S * \sin(\varepsilon), \quad (32)$$

onde  $E, N$  e  $h$  são as componentes leste, norte e altitude, respectivamente. O vetor posição pode então ser determinado pela Equação (33), que é a base dos modelos de gradiente disponíveis (GHODDOUSI-FARD, 2009).

$$\vec{x}(\varepsilon, \alpha) \cong h * \cot(\varepsilon) * [\cos(\alpha * \hat{n}) + \sin(\alpha * \hat{e})], \quad (33)$$

sendo  $\hat{n}$  e  $\hat{e}$  os vetores unitários ao norte e ao leste, respectivamente.

#### 2.4.1 Função de Mapeamento de Davis et al. (1993)

Davis et al. (1993) desenvolveu a primeira FMG. Tal função considera que a anisotropia atmosférica possui uma variação linear da refratividade com a distância horizontal. A FMG de Davis é definida pela Equação (34).

$$\Delta G(\varepsilon, \alpha) = f m_{sim}(\varepsilon) * \cot(\varepsilon') * [GN * \cos(\alpha) + GE * \sin(\alpha)], \quad (34)$$

onde  $f m_{sim}(\varepsilon)$  é uma FM simétrica (isto é, não varia conforme a direção horizontal);  $\varepsilon'$  é o ângulo de elevação refratado; e (GN) e (GE) são os gradientes de atraso nas direções norte e leste, respectivamente.

Por convenção, a  $f m_{sim}(\varepsilon)$  depende do ângulo de elevação verdadeiro (não refratado).

No entanto, o termo cotangente depende do ângulo de elevação refratado, para modelar de forma mais realista o caminho do raio entre o vapor d'água presente na atmosfera. Davis assume que a curvatura em azimute devido aos gradientes horizontais não é significativa, ou seja, o azimute ( $\alpha$ ) é igual ao azimute refratado ( $\alpha'$ ).

Os ângulos de elevação refratado e não refratado (vácuo) são relacionados pela Equação (35).

$$\varepsilon' = \varepsilon + \delta\varepsilon(\varepsilon). \quad (35)$$

Uma relação aproximada entre o ângulo de elevação refratado e não refratado é dado por Bean e Dutton (1966):

$$\delta\varepsilon(\varepsilon) \cong 10^{-6} N_s * \cot(\varepsilon), \quad (36)$$

onde  $N_s$  é a refratividade total da superfície e  $\delta\varepsilon$  é dado em radianos.

O modelo de gradiente de Davis é definido então como pela Equação (37).

$$\begin{aligned}\Delta G(\varepsilon, \alpha) \cong & fm_{sim}(\varepsilon) * \cot(\varepsilon) * [1 - 10^{-6} N_s * \cossec^2(\varepsilon)] \\ & * [GN * \cos(\alpha) + GE * \sin(\alpha)].\end{aligned}\quad (37)$$

MacMillan (1995) aplicou o modelo de gradiente de Davis na análise VLBI, simplificando a notação original de Davis ao substituir  $\varepsilon'$  por  $\varepsilon$  na Equação (34). Assim, a FMG de MacMillan é dada pela Equação (38).

$$\Delta G(\varepsilon, \alpha) = fm_{sim}(\varepsilon) * \cot(\varepsilon) * [GN * \cos(\alpha) + GE * \sin(\alpha)]. \quad (38)$$

MacMillan notou que utilizar uma FM hidrostática ou uma FM não hidrostática na  $fm_{sim}(\varepsilon)$  não gerava diferenças significativas nos resultados. Bar-Sever et al. (1998) foram os primeiros a implementar o modelo de gradiente de MacMillan na análise de dados GPS. Os referidos autores substituíram a FM Herring (1992), empregada na FMG de MacMillan, pela NMF (1996).

#### 2.4.2 Função de Mapeamento de Chen e Herring

Baseado na forma de fração contínua de Marini (1973), Chen e Herring (1997) mostraram que a FMG pode ser definida a partir da Equação (39).

$$\Delta G(\varepsilon, \alpha) = \frac{1}{\frac{\sin(\varepsilon) * \tan(\varepsilon)}{C_1} + \frac{C_2}{\frac{\sin(\varepsilon) * \tan(\varepsilon)}{C_1} + \frac{C_2}{\frac{\sin(\varepsilon) * \tan(\varepsilon)}{C_1} + \dots}}}. \quad (39)$$

Chen e Herring mantiveram apenas o primeiro termo. Deste modo, a FMG de Chen e Herring é dada pela Equação (40).

$$\Delta G(\varepsilon, \alpha) = \frac{1}{\sin(\varepsilon) * \tan(\varepsilon) + C}. \quad (40)$$

O valor do coeficiente  $C$  pode ser obtido com a Equação (41).

$$C = \frac{3 \int \nabla N * h^2 * dh}{2 \int \nabla N * h(h + r_0) * dh}, \quad (41)$$

onde  $\nabla N$  é o gradiente de refratividade,  $h$  é a altitude e  $R$  é o raio da Terra.

Para a componente hidrostática com uma altitude de 13 km e o raio da Terra igual a 6.370 km, Chen e Herring sugerem empregar  $C = 0,0031$ . Para a componente não hidrostática, com uma altitude de 3 km, os autores sugerem utilizar  $C = 0,0007$ . O parâmetro  $C$  também pode ser obtido a partir dos resultados da técnica de *raytracing* ajustando a Equação (40) à dependência do ângulo de elevação da parte anisotrópica

do atraso atmosférico. Também é possível determinar C por integração direta da equação (41). Chen e Herring empregaram um valor combinado de  $C = 0,0032$  em suas análises VLBI, pois é difícil estimar as partes hidrostática e não hidrostática separadamente.

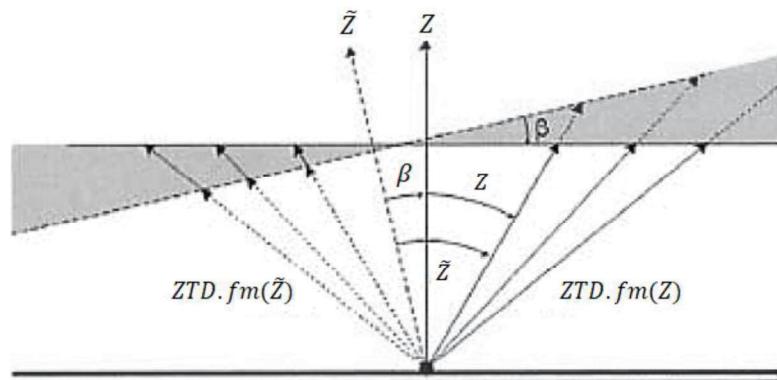
Para utilizar a FMG de Chen e Herring, basta substituir a Equação (40) no lugar de  $\Delta G(\varepsilon, \alpha)$  da Equação (29).

#### 2.4.3 Função de Mapeamento de Meindl

Uma nova formulação foi proposta por Meindl et al. (2004) denominada Inclinação. A FMG Inclinação propõe inclinar a direção do zênite na FM por um pequeno ângulo  $\beta$ , tendo assim a direção zenital troposférica, ou seja, a direção na qual o atraso troposférico é mínimo. Esse ângulo  $\beta$  é bastante reduzido, com valores típicos em torno de 30–40 segundos de arco ( $\approx 0,01^\circ$ ). Embora pequeno, tal desvio pode representar diferenças de até 15 cm no atraso troposférico para observações em  $3^\circ$  de elevação, evidenciando sua relevância em baixas elevações.

Empregando a direção zenital troposférica tem-se o ângulo zenital troposférico  $\tilde{Z}$ , que geralmente difere do ângulo zenital geométrico  $Z$ , conforme apresentado na FIGURA 3.

FIGURA 3: INCLINAÇÃO DO ZÊNITE TROPOSFÉRICO



FONTE: Adaptado de Meindl et al. (2004).

Estes dois ângulos são relacionados através da Equação (42).

$$\cos(\tilde{Z}) = \cos(\beta) * \cos(z) + \sin(\beta) * \sin(z) * \cos(A - A_0), \quad (42)$$

sendo  $A$  o azimute da observação e  $A_0$  o azimute da direção zenital troposférica  $\tilde{z}$  em relação à direção zenital geométrica  $Z$ . Assumindo que  $\beta$  seja um valor muito pequeno, a Equação (42) torna-se:

$$\cos(\tilde{z}) = \cos(z) + \beta * \operatorname{sen}(z) * \cos(A - A_0). \quad (43)$$

Assumindo ainda que:

$$\tilde{z} = z + \delta z \quad (44)$$

A direção zenital troposférica pode então ser dada pela Equação (45).

$$\begin{aligned} \tilde{z} &= \cos(z + \delta z) \\ &= \cos(\beta) * \cos(z) + \operatorname{sen}(\beta) * \operatorname{sen}(z) * \cos(A - A_0), \end{aligned} \quad (45)$$

ou ainda pela Equação (46).

$$\begin{aligned} \cos(z) * \cos(\delta z) - \operatorname{sen}(z) * \operatorname{sen}(\delta z) \\ = \cos(z) + \beta * \operatorname{sen}(z) * \cos(A - A_0). \end{aligned} \quad (46)$$

Uma vez que  $\delta z$  é muito pequeno, pode-se simplificar a Equação (46), resultando na Equação (47).

$$\cos(z) - \operatorname{sen}(z) * \delta z = \cos(z) + \beta * \operatorname{sen}(z) * \cos(A - A_0), \quad (47)$$

que resulta em:

$$\delta z = -\beta * \cos(A - A_0). \quad (48)$$

A partir das Equações (44) e (48) pode-se escrever:

$$\tilde{z} = z - \beta * \cos(A - A_0). \quad (49)$$

Por definição tem-se as Equações (50) e (51), que podem ser escritas pela Equação (53).

$$x = -\beta * \cos(A_0), \quad (50)$$

$$y = -\beta * \operatorname{sen}(A_0), \quad (51)$$

Com a Equação (52), da subtração de arcos,

$$\cos(A - A_0) = \cos(A) * \cos(A_0) + \operatorname{sen}(A) * \operatorname{sen}(A_0), \quad (52)$$

e as Equações (50) e (51), a Equação (49) pode ser dada pela Equação (53) ou ainda pela Equação (54).

$$\tilde{z} = z + x * \cos(A) + y * \operatorname{sen}(A). \quad (53)$$

$$\tilde{z} - z = \delta z = x * \cos(A) + y * \operatorname{sen}(A). \quad (54)$$

Considerando a Equação (44), pode-se dizer que é válida a Equação (55).

$$\int(\tilde{z}) = \int(z + \delta z). \quad (55)$$

A partir da Equação (55) e de uma aproximação linear, usando a série de Taylor, chega-se à Equação (56).

$$f(\tilde{z}) = f(z) + \frac{\partial f}{\partial z}(z + \delta z - z) = f(z) + \frac{\partial f}{\partial z}(\delta z). \quad (56)$$

Considerando a Equação (54), finalmente pode-se obter a FMG Inclinação, apresentada na Equação (57).

$$\begin{aligned} f(\tilde{z}) &= f(z) + \frac{\partial f}{\partial z}x * \cos(A) + \frac{\partial f}{\partial z}y * \sin(A) \\ &= f(z) + \frac{\partial f}{\partial z}[x * \cos(A) + y * \sin(A)]. \end{aligned} \quad (57)$$

Assumindo uma FM arbitrária a Equação (57) pode ser expressa de forma similar à Equação (34), sendo x e y equivalentes aos termos GN e GE, respectivamente.

#### 2.4.4 Comparações das FMGs

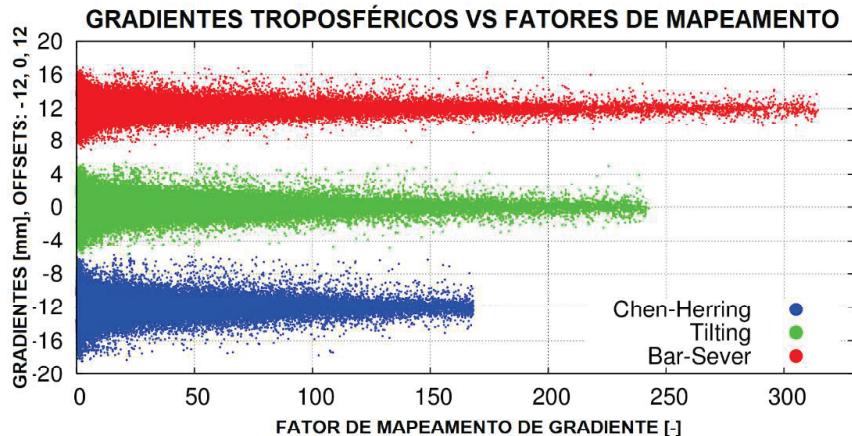
Em um estudo com 20 estações IGS distribuídas globalmente, Urquhart (2011) comparou as FMGs lineares (Davis, MacMillan, Chen e Herring, Inclinação), a função polinomial de 2<sup>a</sup> ordem de Seko e a formulação dos esféricos harmônicos. A formulação de 2<sup>a</sup> ordem e os harmônicos esféricos foram capazes de reduzir a raiz do valor quadrático médio (RMS - do inglês *root mean square*) dos resíduos quando comparados às formulações de gradiente horizontal linear, principalmente em ângulos de elevação abaixo de 7°. A redução mais notável foi observada na formulação de 2<sup>a</sup> ordem de Seko, que reduziu o RMS (para a componente hidrostática) em quase um fator de três no ângulo de elevação de 3°, passando de aproximadamente 10 mm (RMS das formulações lineares) para cerca de 3 mm (RMS de Seko).

No entanto, a adição de parâmetros dificulta o processo de estimativa dos gradientes troposféricos junto com a posição do receptor. Esses modelos podem não ser práticos para a estimativa dos demais parâmetros de observações geodésicas espaciais, mas eles podem fornecer um meio de representar a anisotropia da atmosfera neutra de uma forma mais aproximada, que poderia ser usada para distribuir correções para o atraso troposférico assimétrico aos usuários (URQUHART, 2011).

Urquhart (2011) constatou que as formulações Chen e Herring (1997) e Inclinação foram consideradas as formulações de gradiente horizontal linear ideais. Os autores sugerem que ao estimar os parâmetros de gradiente junto com a posição do receptor e outros parâmetros para fins de posicionamento, uma dessas duas formulações seja usada. Em alguns casos, foi encontrada uma melhora significativa quando o coeficiente “C”, do modelo Chen e Herring (1997), foi estimado junto com outros parâmetros, embora nenhuma parametrização clara desse coeficiente pudesse ser estabelecida. Se uma correlação puder ser encontrada entre o coeficiente “C” e um parâmetro específico do local ou época, isso pode melhorar significativamente a estimativa do gradiente troposférico (URQUHART, 2011).

Graffigna et al. (2019) afirma que diferentes FMGs podem ser a causa de discrepâncias entre as estimativas de gradientes troposféricos. Kacmarík et al. (2018) compararam três FMGs, Chen e Herring (1997), Bar-Sever (1998) e Inclinação. Os autores constataram que há uma variabilidade no valor do termo de contribuição do gradiente  $[GN.\cos(\alpha)+GE.\sin(\alpha)]$  e no tamanho dos fatores de mapeamento representados pelos valores reais das FMGs, conforme apresentado na FIGURA 4.

FIGURA 4: VARIABILIDADE DOS FATORES DE MAPEAMENTO DE GRADIENTE E CONTRIBUIÇÕES DO GRADIENTE TROPOSFÉRICO



FONTE: Kacmarík et al. (2018).

Enquanto a FMG Bar-Sever gera fatores de mapeamento mais altos e, portanto, termos de contribuição de gradiente menores (dispersos no eixo vertical), a FMG Chen-Herring fornece fatores de mapeamento mais baixos e, portanto, termos de contribuição de gradiente mais altos. A FMG Inclinação fornece fatores entre Bar-Sever e Chen-Herring e resulta em contribuições de gradiente entre os dois

(KACMARÍK et al., 2018). Kacmarík et al. (2018) afirmam que a FMG Bar-Sever proporcionou uma modelagem da atmosfera neutra mais precisa. Mas complementam que sem um produto de gradiente preciso e independente, ainda é difícil fazer uma recomendação consistente entre diferentes FMGs, ou seja, resultando em diferentes valores de gradiente absolutos.

Mais pesquisas precisam ser feitas para encontrar uma FMG ideal, e isso exigirá conjuntos de dados de PNT de alta resolução e alta precisão (URQUHART, 2011; KACMARÍK et al., 2018; GRAFFIGNA et al., 2019). Neste contexto, o presente trabalho contribui para essa discussão ao investigar, de forma comparativa, o impacto da estimativa de gradientes troposféricos e do uso de funções de mapeamento derivadas de PNT (VMF1 e VMF3) no PPP cinemático em regiões brasileiras. São analisados diferentes cenários de processamento (2h, 4h e 24h), máscaras de elevação e combinações de constelações (GPS e GPS+GLONASS), de modo a quantificar a eficiência dessas estratégias em diferentes condições atmosféricas e topográficas.

### **3 IMPACT OF ZTD ESTIMATION AND TROPOSPHERIC GRADIENTS ON KINEMATIC PPP ACCURACY IN THE AMAZON AND SOUTHERN REGIONS OF BRAZIL**

Esse artigo foi publicado no Anuário do Instituto de Geociências em abril de 2025, conforme as páginas seguintes.

ENVIRONMENTAL SCIENCES

# Impact of ZTD Estimation and Tropospheric Gradients on Kinematic PPP Accuracy in the Amazon and Southern Regions of Brazil

*Análise da Aplicação da Estimativa do ZTD e de Gradientes Troposféricos no PPP Cinemático nas Regiões Amazônica e Sul do Brasil*

Lais Thuany Cardoso Theodoro , Kauê de Moraes Vestena , Tiago Lima Rodrigues  & Paulo Sérgio de Oliveira Junior 

Universidade Federal do Paraná, Departamento de Geomática, Curitiba, PR, Brasil

E-mails: [lais.thuany.lt@gmail.com](mailto:lais.thuany.lt@gmail.com); [kauemv2@gmail.com](mailto:kauemv2@gmail.com); [tiagorodrigues@ufpr.br](mailto:tiagorodrigues@ufpr.br); [paulo.junior@ufpr.br](mailto:paulo.junior@ufpr.br)

## Abstract

The study investigated the influence of tropospheric gradients on the accuracy of Precise Point Positioning (PPP), using data from Brazilian Network for Continuous Monitoring of the GNSS Systems (RBMC) in the Amazon and southern regions of Brazil. The research was conducted due to the need to better understand how tropospheric gradients affect the accuracy of kinematic PPP. Understanding these effects is crucial to improving the accuracy of Global Navigation Satellite System (GNSS) positioning, especially in regions with variable atmospheric conditions. The study used RBMC data and tropospheric delay modeling based on Numerical Weather Prediction (PNT) data. The results showed significant improvements in the planimetric accuracy of kinematic PPP with the inclusion of tropospheric gradients. The improvements were observed on the order of millimeters, with increases of up to 3% in horizontal accuracy and 7% in vertical accuracy. The analysis also revealed that estimating tropospheric gradients was more significant in the vertical component and regions with higher humidity tropospheric scenarios. It was concluded that including tropospheric gradients is crucial to improving the accuracy of kinematic PPP, especially in the Amazon region, where tropospheric scenarios are more humid. Additionally, estimating tropospheric gradients was considered as or even more significant in planimetric accuracy than using a Mapping Function based on PNT data. This research highlights the importance of considering tropospheric gradients in GNSS positioning and provides valuable insights for future studies and practical applications in the field of geodesy and satellite navigation.

**Keywords:** Tropospheric Delay; Niell Mapping Function; Vienna Mapping Functions 1

## Resumo

Este estudo investigou a influência dos gradientes troposféricos na acurácia do Posicionamento Por Ponto Preciso (PPP) cinemático, utilizando dados da Rede Brasileira de Monitoramento Contínuo dos Sistemas GNSS (RBMC) nas regiões amazônica e sul do Brasil. A pesquisa foi realizada devido à necessidade de compreender melhor como os gradientes troposféricos afetam a precisão do PPP cinemático. Compreender esses efeitos é crucial para melhorar a precisão do posicionamento Sistema Global de Navegação por Satélite (GNSS), especialmente em regiões com condições atmosféricas variáveis. Este estudo utilizou dados da RBMC e a modelagem do atraso troposférico com base em dados de Previsão Numérica de Tempo (PNT). Os resultados mostraram melhorias significativas na acurácia planimétrica do PPP cinemático com a inclusão dos gradientes troposféricos. As melhorias observadas foram na ordem do milímetro, com aumento de até 3% na acurácia horizontal e 7% na acurácia vertical. A análise também revelou que a estimativa dos gradientes troposféricos foi mais significativa na componente vertical e em regiões com cenários troposféricos de maior umidade. Concluiu-se que a inclusão dos gradientes troposféricos é crucial para melhorar a precisão do PPP cinemático, especialmente na região amazônica, cujos cenários troposféricos são de maior umidade. Além disso, a estimativa dos gradientes troposféricos foi considerada tão ou até mais significativa na acurácia planimétrica do que o uso de uma Função de Mapeamento baseada em dados de PNT. Esta pesquisa destaca a importância de considerar os gradientes troposféricos no posicionamento GNSS e fornece conhecimentos valiosos para futuros estudos e aplicações práticas no campo da geodésia e da navegação por satélite.

**Keywords:** Atraso Troposférico; Função de Mapeamento de Niell; Função de Mapeamento de Viena 1

Received: 26 June 2024; Accepted: 15 September 2024

Anu. Inst. Geociênc., Rio de Janeiro, vol. 48, 2025, e64564

DOI: [https://doi.org/10.11137/1982-3908\\_2025\\_48\\_64564](https://doi.org/10.11137/1982-3908_2025_48_64564)

1



## 1 Introduction

The PPP method offers a versatile approach to satellite-based positioning, eliminating the need for reference stations and simplifying data processing. Despite its advantages, achieving high accuracy with PPP relies on effectively addressing systematic errors, particularly those arising from atmospheric conditions such as tropospheric delay (Gao & Chen 2004; Kouba & Héroux 2001; Zumberge et al. 1997).

This research investigates the impact of incorporating horizontal tropospheric gradients in Zenith Total Delay (ZTD) estimation on the planimetric accuracy of kinematic PPP in stations in the Amazon region and southern Brazil. Additionally, the study assessed the performance of Vienna Mapping Function 1 (VMF1) compared to traditional Niell Mapping Function (NMF) in correcting tropospheric delays.

Tropospheric delay, primarily caused by atmospheric gases like water vapor, poses a significant source of error in GNSS positioning. Current correction models often simplify tropospheric effects, neglecting the anisotropic nature of atmospheric conditions, particularly in regions with complex atmospheric characteristics, such as the Amazon region. Incorporating horizontal tropospheric gradients offers a potential improvement in positioning accuracy and ZTD estimation, with implications for geodetic, meteorological, and environmental studies (Ghoddousi-Fard 2009; Gouveia et al. 2020; Ma et al. 2021; Macmillan 1995).

The overarching objective of this research was to analyse the influence of ZTD estimation with horizontal tropospheric gradients on the planimetric accuracy of kinematic PPP in the Amazon region and southern Brazil.

The specific objectives of this research are to estimate the Zenith Total Delay (ZTD) with the inclusion of horizontal tropospheric gradients in kinematic PPP processing, assess the planimetric accuracy of this approach, and compare the effectiveness of VMF1 and NMF in correcting tropospheric delays for GNSS positioning in the Amazon and Southern Regions of Brazil.

## 2 Zenith Total Delay (ZTD)

The quality of the PPP depends directly on the efficiency of treating the many systematic errors involved in GNSS observation data. One of the errors is the curvature of the GNSS signal and a delay when crossing through the neutrosphere, an atmospheric layer with a medium extension of 50 km (Bevis et al. 1992). The delay is due to atmospheric gases in hydrostatic balance (Zenith Hydrostatic Delay – ZHD) and gases that are not in hydrostatic delay (especially water vapor) (Zenith Wet Delay – ZWD) present in this

layer. The ZWD influence can go up to 20% (nearly 45 cm) compared to ZTD, nearly 2.3 m (Barriot & Feng 2021; Davis et al. 1985). As most of the delay occurs within the troposphere, all delay is generally called “tropospheric delay” (Collins & Langley 1998; Morel et al. 2021).

Besides the ionosphere effect, the tropospheric delay is the second biggest source of errors in GNSS positioning, being highly indicated by its correction (Gouveia et al. 2020). Generally, this delay is modeled using empirical correction models, such as the ones recommended at the International Earth Rotation and Reference Systems Service (IERS), 2010 conference (Petit & Luzum 2010).

However, most models and Mapping Functions (MFs) developed throughout the years aimed to model the systematic effect considering the influence of the tropospheric layer in a horizontal symmetric way (Ghoddousi-Fard 2009). This may not be efficient enough to describe the complexity in a realistic way, which is always anisotropic at a particular elevation angle, especially when the weather conditions are too complex (Ghoddousi-Fard 2009; Ma et al. 2021; Macmillan 1995).

To circumvent this simplification, Davis et al. (1993) introduced the concept of horizontal tropospheric gradients. These gradients add information about the neutrosphere's horizontal dimension. The estimative of horizontal tropospheric gradients in GNSS data processing is a technique that may propose improvements both in the positioning's accuracy, in geodetic applications, and the ZTD's estimation, for example, in meteorological studies (Bar-Sever, Kroger & Borjesson 1998; Meindl et al. 2004; Morel et al. 2021; de Oliveira Jr. et al. 2017).

Morel et al. (2021) investigated the correlation between horizontal tropospheric gradients and the positioning location's topography. In the study, the estimative of horizontal tropospheric gradients showed that the gradients' directions are stable throughout time and usually point to the direction of the mountains. Meindl et al. (2004) highlighted that the gradient vectors point to the Equator. According to the aforementioned authors, this behavior reflects the bias of atmospheric water vapor content to increase as it moves toward the Equator.

Thus, ignoring the neutrosphere anisotropy could damage the high accuracy of GNSS applications, such as long-term geodynamic studies, implementation of territorial references, and meteorological and weather condition interpretations. This is especially true when weather conditions are very complex in a weather event (Ghoddousi-Fard 2009; Ma et al. 2021; Miyazaki et al. 2003).

For example, it is possible to mention that in the International GNSS Service (IGS) reprocessing campaign



and most of the analysis centers, such as the Center for Orbit Determination in Europe (CODE), the European Space Agency (ESA), and the GeoForschungsZentrum (GFZ), used the tropospheric gradients in the processing. The investigation's results based on the PNT model showed that gradients could vary several millimeters in a period shorter than 24 hours, depending on the location and time of the year (Li et al. 2015).

Another concern within the context of modeling the tropospheric delay is determining MFs. The most traditional MFs, such as Niell Mapping Function (NMF) (Niell 1996), do not consider PNT data, which could considerably improve the model's quality once it considers the real atmospheric characteristics over the location (Gouveia et al. 2020), especially when using tropospheric gradients. An example of MF using PNT data is Vienna's MF, VMF1 (Boehm, Werl & Schuh 2006).

### 3 ZTD Estimation with Horizontal Tropospheric Gradients

The widely used tropospheric models assume a symmetric atmosphere, that is, divided into spherical layers with uniform refraction index, in which ZTD is projected to Slant Tropospheric Delay (STD), using the called MFs (Collins & Langley 1998; Ma et al. 2021; Yang et al. 2021). ZTD's formulation from the symmetric atmosphere can be described by Equation 1:

$$STD = ZHD \cdot mf_{ZHD}(e) + ZWD \cdot mf_{ZWD}(e) \quad (1)$$

where STD is a function of ZHD and ZWD; and are, respectively, its hydrostatic and non-hydrostatic MFs, in the function of the satellite's elevation angle ( $\epsilon$ ) in the positioning's location (Barriot & Feng 2021).

In theory, when using empirical models, ZHD can be predicted with accuracy in the order of the millimetre once it is only a function of the total superficial pressure. However, considering the same modeling, the highly variable nature of atmospheric water vapor, without a physical law that can describe its distribution in the lower atmosphere, causes the ZTD's accuracy to be in the order of centimeters or even decimeters (Collins & Langley 1998).

Considering that ZHD can be determined through an empirical model, such as Saastamoinen (1973), from full pressure in hPa and the station's approximate coordinates (latitude and height, in meters), and that the MFs ( $e$ ) are assumed as known, the ZWD delays can be estimated as parameters within the context of an adjustment by the Least Squares Quadratic (LSQ) (Boehm, Werl & Schuh 2006).

Traditionally in modelling, ZWD is considered symmetric in terms of azimuth, variable only with the satellite's elevation. However, the atmospheric water vapor space-time distribution is highly variable and difficult to model by an MF that assumes symmetry in the distribution of water vapor in all azimuthal directions. Emardson, Elgered & Johansson (1998) says the assumption of an atmosphere horizontally subdivided into layers arranged with azimuthal symmetry may generate significant errors in the geodetic measurements in asymmetrical atmospheric conditions.

To consider the idea of anisotropy in the troposphere, it was proposed to use horizontal tropospheric gradients in the 90s (Chen & Herring 1997; Davis et al. 1993; Macmillan 1995). Bar-Sever, Kroger & Borjesson (1998) evaluated the errors caused by the azimuthal symmetry supposition in the troposphere's MFs in geodetic applications using the PPP method. The authors noted that, under certain conditions, adding an azimuth-dependent component to the symmetric MF improves significantly important aspects of the solution quality. Thus, the so-called Gradient Mapping Functions (GMFs) are applied in the ZWD component.

Over the last few years, several GMFs were proposed to determine the delay in the GNSS signal considering the troposphere's anisotropy, such as the one by Davis et al. (1993), from MacMillan (1995), Chen and Herring (1997), and the one from Meindl et al. (2004). It is worth mentioning that the Gradient Mapping Function (GMF) may be dependent on the MF of the ZWD, like the one proposed by Meindl et al. (2004), or independent, like the one proposed by Chen and Herring (1997). as a function of the azimuth ( $\alpha$ ) and the elevation angle ( $\epsilon$ ) can be described by Equation 2:

$$STD = ZHD \cdot mf_{ZHD}(e) + ZWD \cdot mf_{ZWD}(e) + mf_g(e) \cdot [GN \cdot \cos(\alpha) + GE \cdot \sin(\alpha)] \quad (2)$$

where the terms and represent delay gradients in the north-south and east-west directions, respectively.

Davis et al. (1993) GMF is given by Equation 3:

$$mf_g = mf_{ZWD}(e) \cdot \cot(e) \cdot [1 - 10^{-6} N_s \cdot \cosec^2(e)] \quad (3)$$

being a horizontally symmetric MF of the non-hydrostatic component; and the refractivity at the surface.

Chen and Herring's (1997) GMF is given by Equation 4:



$$mf_g = \frac{1}{\sin(e) \cdot \tan(e) + C} \quad (4)$$

in which the term is in function of the refractivity, the height of the atmospheric layer, and the Earth's radius. Chen & Herring (1997) suggest using the constant value of .

MacMillan (1995) simplified the original notation from Davis et al. (1993) and used as Herring's MF (1992). Thus, GMF by MacMillan (1995) is presented in Equation 5.

$$mf_g = mf_{ZWD}(e) \cdot \cot(e) \quad (5)$$

Bar-Sever, Kroger and Borjesson (1998) were the first to implement MacMillan's MFs (1995) in GPS data analysis. The referred authors replaced Herring's MF (1992), used in MacMillan's GMF, with NMF (1996).

Meindl et al. (2004) GMF, called Tilting, proposes tilt the MF's zenith direction by a small angle. Tilting GMF is defined as the derivative of in relation to the elevation angle, represented by Equation 6.

$$mf_g = \frac{\partial mf_{ZWD}}{\partial e} \quad (6)$$

In this context, the most used approach to model the effect of the troposphere's anisotropy is to estimate additional parameters of a linear horizontal gradient in the north-south and east-west directions (Davis et al. 1993; Morel et al. 2021).

To measure the RMSE variability, it is possible to observe the interquartile interval, or the boxplot's height, which is a more robust statistic to measure variability, once it does not suffer the influence of outliers (Mcgill, Tukey & Larsen 1978; Mishra et al. 2019).

The boxplot with greater height indicates high variability and standard deviation on RMSE values. The greater this variability, the less predictable the values will be. A flatter boxplot indicates a lower variability and standard deviation on RMSE values. If the boxplot is flat, has low variability, and is positioned high on the vertical axis. Thus the mean and median are high values. If it is positioned low on the vertical axis, it means the mean and median are low values. In addition, an outlier distorts the symmetry of the graph when compared to a graph without an outlier (Mcgill, Tukey & Larsen 1978; Mishra et al. 2019).

## 4 Methodology

The study was accomplished in 4 RBMC stations in two periods in which the temperature and humidity variations were more significant, according to weather data from CPTEC (2022). This comprised from the 1<sup>st</sup> to the 31<sup>st</sup> of January and July, during the summer and winter seasons in the Southern Hemisphere, respectively. The data are from 2020, a year of low solar activity according to NASA-NOAA (2019). The processing time range started at 9:00 AM and ended at 1:00 PM, Brasilia Time, when ionospheric activity in Brazil is lower, primarily because it corresponds to the morning hours, when the solar ionization is still increasing, but has not yet peaked (Matsuoka, de Oliveira & Batista 2006).

The lower ionospheric activity during this time frame (9:00 AM to 1:00 PM) means fewer disturbances or fluctuations in the ionospheric layers, which are critical for the propagation of radio signals, including those used in GNSS. By selecting a time with lower ionospheric activity, the study minimizes those effects, leading to more stable and reliable data, which is essential for accurate atmospheric parameter analysis and modeling.

The selection of this study's stations was intended to allow the investigation of what abrupt changes in temperature, pressure, and humidity in different regions can bring to GNSS positioning. Thus, 3 stations belonging to RBMC were selected in the Amazon region: Coari (AMCO), Manaus (NAUS), and São Gabriel da Cachoeira (SAGA); and one RBMC station in Southern Brazil, in Curitiba (UFPR), presented in Figure 1. The stations AMCO, NAUS, and SAGA have 75.873 m, 93.890 m, and 94.886 m of height, respectively; while the UFPR station has a considerably higher height, equivalent to 925.807 m.

It is worth mentioning that, as mentioned, the selection criteria in the Amazon region are due to its proximity to the Equator and the large amounts of water vapor in the tropospheric layer. The latter is linked to the vast expanse of the tropical forest, the large load of moisture stemming from the Atlantic Ocean that causes rainfall in the region, and the evapotranspiration from subsoil and rivers to the air made by the forest itself. Within this scenario, the production of humidity in the Amazon occurs on a large scale, with hundreds of millions of waters in gaseous form throughout the day.





**Figure 1** Location of the RBMC Stations used in the study.

On the other hand, the station in Curitiba (UFPR) is located at an altitude of 925.807 meters, significantly higher than the Amazon stations of Coari (AMCO), Manaus (NAUS), and São Gabriel da Cachoeira (SAGA), which are all below 100 meters. This difference in altitude leads to variations in atmospheric conditions, such as lower pressure and temperature in Curitiba, affecting air density and, consequently, the propagation of GNSS signals. At higher altitudes, ionospheric and tropospheric delays tend to be reduced due to the lesser mass of air above, impacting GNSS performance. These differences allow the study to investigate how abrupt changes in temperature, pressure, and humidity at different altitudes affect GNSS positioning accuracy, providing a broader understanding of atmospheric effects on navigation system performance.

The processing was carried out in the software RTKLIB, version 2.4.2 p12. RTKLIB is a package of open-source programs for GNSS positioning developed by Takasu (2013). The code measurements C1C and C2C and phase in the carriers L1 and L2 from GPS and GLONASS constellations by the PPP method were used, with a data acquisition interval of 15 seconds. All the processing was carried out in the simulated kinematic mode, in which the coordinates from the RBMC stations are estimated epoch

by epoch, meaning that the position of the RBMC stations between adjacent epochs are independent. To eliminate the first-order effects of the ionosphere, we employed the so-called ion-free linear combination, which also eliminates the differential bias between hardware that involves the codes C1W and C2, and L1 and L2. To model the differential bias between the codes C1W and C1C in the satellite's hardware, the correction values present in precise Differential Code Bias (DCB) C1P1 files were used. The other processing settings are presented in Table 1.

The processing used an elevation mask of 7°, considering that for a more significant estimative of the tropospheric gradients, the elevation mask should be the lowest possible, with a maximum of 10 degrees (Chen & Herring 1997; Bar-Sever, Kroger & Borjesson 1998; Davis et al. 1993; Macmillan 1995). Besides that, the use of data with low elevation (below 10°) is highly recommended to decorrelate the estimation of the troposphere and height of the stations (Landskron & Boehm 2018; Meindl et al. 2004; de Oliveira Jr. et al. 2017).

The final Earth Rotation Parameters files, released by IGS, were used to correct for the pole movement. The tide ocean load was also considered, and it was modeled using the FES2014b model (CNES 2019).



**Table 1** GNSS processing settings in the experiments.

Item	Models
Positioning method	Kinematic PPP
Frequency Carriers	L1+L2
Type of filter	Combined
Elevation mask	7°
Ocean load correction	Solid/OTL
Ionospheric correction	Linear combination Ion-Free
Tropospheric correction	Estimated ZTD and estimated ZTD+GRAD
Ephemeris	Precise (IGS+IGL)
Systems	GPS+GLONASS
Ambiguity resolution	Float
Differential Code Bias (DCB)	P1C1
Tropospheric correction	ZTD estimation with NMF
	ZTD / tropospheric gradients estimation with NMF
	ZTD estimation with VMF1
	ZTD / tropospheric gradients estimation with VMF1

In the context of correcting the tropospheric delay, besides NMF, the use of VMF1 as MF and GMF was also analyzed. VMF1 data are based on empirical equations developed from the reanalysis of 40 years of PNT global data from the European Centre for Medium-Range Weather Forecasts (ECMWF). It's worth noticing that NMF does not use local meteorological parameters, but only the day of the year and the station's latitude and height as input parameters.

In its original form, RTKLIB uses NMF as the default MF. The option to use VMF1 is not available. Thus, to process with VMF1, this function was implemented in RTKLIB. In this software, the tropospheric correction using ZTD estimation (symmetrical atmosphere), or ZTD and tropospheric gradient estimation (anisotropic atmosphere), is described by Equation 7. ZTD is obtained by the Saastamoinen model (1973) with a zenith angle and relative humidity equal to zero. RTKLIB has a particular form already implemented to calculate tropospheric gradients that most closely approximates the GMF of Bar-Sever, Kroger and Borjesson (1998). The ZTD and the tropospheric gradients are estimated, from Equation 7, from unknown parameters in the parameter estimation process, using the Kalman extended filter.

$$STD = ZHD \cdot mf_{ZHD}(e) + mf(e) \cdot (ZTD - ZHD) \quad (7)$$

being from Equation 7 given by Equation 8.

$$mf(e) = mf_{ZWD}(e) \cdot \{1 + \cot(e) \cdot [GN \cdot \cos(\alpha) + GE \cdot \sin(\alpha)]\} \quad (8)$$

where the factor is responsible for the increase in the horizontal refractivity along the signal path as the elevation decreases.

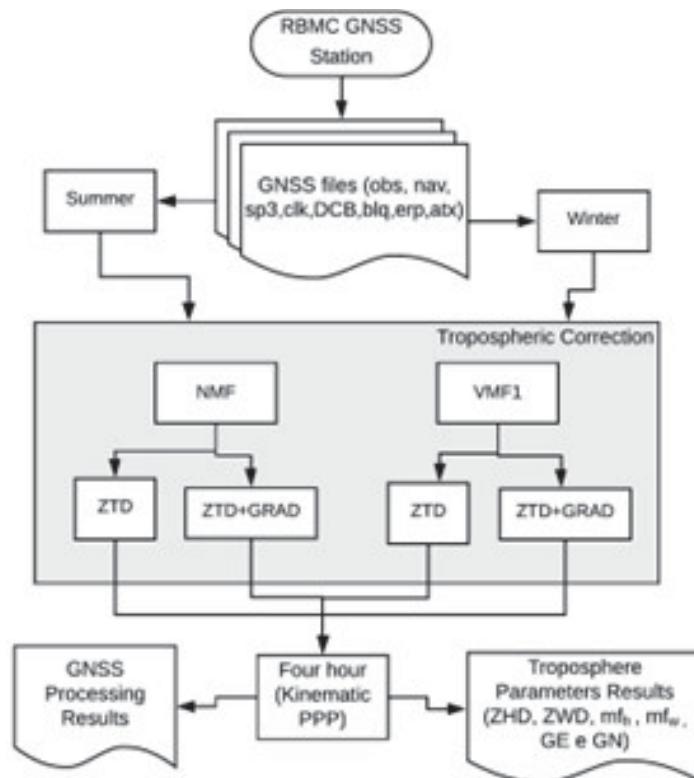
RTKLIB can also resolve PPP ambiguities on an experimental module in this research were initially accomplished by applying PPP-AR, the results indicate that the ambiguity resolution strategy in RTKLIB gives an unstable and imprecise solution compared to the default PPP approach. This corroborates with the results found by Angrisano et al. (2020), possibly due to the experimental character of this processing mode.

A flowchart elaborated and presented in Figure 2 helps the reader better understand the steps of the used GNSS processing.

To perform the analysis, 992 processing were performed, which correspond to 4 RBMC stations; 62 days referred to January and July of 2020; 4 modes of tropospheric correction: I) estimating the ZTD using NMF on Equation 1; II) estimating the ZTD using VMF1 on Equation 1; III) estimating the ZTD and the tropospheric gradients using NMF on equations 7 and 8; and IV) estimating the ZTD and the tropospheric gradients using VMF1 on Equations 7 and 8.

Statistical analysis of the accuracy of the results was performed based on the Root Mean Square Errors (RMSE) calculations, according to Monico et al. (2009), in horizontal positioning or 2D and vertical. As reference values, the coordinates of the RBMC stations from SIRGAS-CON network solutions (SIRGAS 2021). The results were also analyzed from boxplot graphics with daily RMSE values.





**Figure 2** Flowchart of the GNSS processing steps.

## 5 Results and Discussions

The boxplot elaborated with RMSE (in meters) values of the horizontal component during summer, respectively, for stations AMCO, NAUS, SAGA, and UFPR, are presented in Figure 3.

In Figure 3, the green line represents the median, the green triangle represents the mean, and the circle represents the outlier. NMF ZTD is referred to as the RMSE obtained using the NMF and estimated using only the ZTD; NMF ZTD+GRAD represents the NMF with ZTD and tropospheric gradients estimation; VMF ZTD refers to VMF1 with ZTD estimation only; and VMF ZTD+GRAD refers to VMF1 with the ZTD and tropospheric gradients estimation. Is possible to notice that to estimate or not estimate the tropospheric gradients generates boxplots that are more different from each other in comparison to modify the MF (NMF or ZTD), that is, the estimation of tropospheric gradients exerts a more significant influence to the accuracy of 2D positioning than changing the MF (NMF or VMF1).

Besides that, the greatest variability of RMSE values occurred in the UFPR station, with 50% of the RMSE values varying between approximately 4 cm to 10.5 cm, approximately. At the SAGA station, 50% of the RMSE

varied between 5 cm and approximately 8 cm. At the AMCO station, 50% of the RMSE has a variability of approximately 4 cm to 6.5 cm. RMSE with smaller variability and standard deviation occurred at the NAUS station, where 50% of the RMSE values are between approximately 2 cm and 4.5 cm.

This is likely due to the greater climatic instability during the summer in the southern region, which is characterized by rapid and intense variations in temperature, pressure, and humidity, affecting negatively the propagation of GNSS signals, thus increasing positioning errors. In contrast, at the stations in the Amazon (SAGA, AMCO, and NAUS), although there is a significant amount of water vapor, the weather is more stable, consequently atmospheric conditions are more predictable.

Figure 4 presents the boxplots made with the values of RMSE for the vertical component, in the summer, for stations AMCO, NAYS, SAGA, and UFPR.

In Figure 4, the variability in RMSE values for the vertical component is significantly bigger than for the horizontal component, as previously seen. The upper boxplot bounds for the SAGA station are approximately 60 cm. However, the axis was kept at 30 cm to preserve the general scale of the graphs and maintain a visualisation level that allows the analysis to be performed more properly.



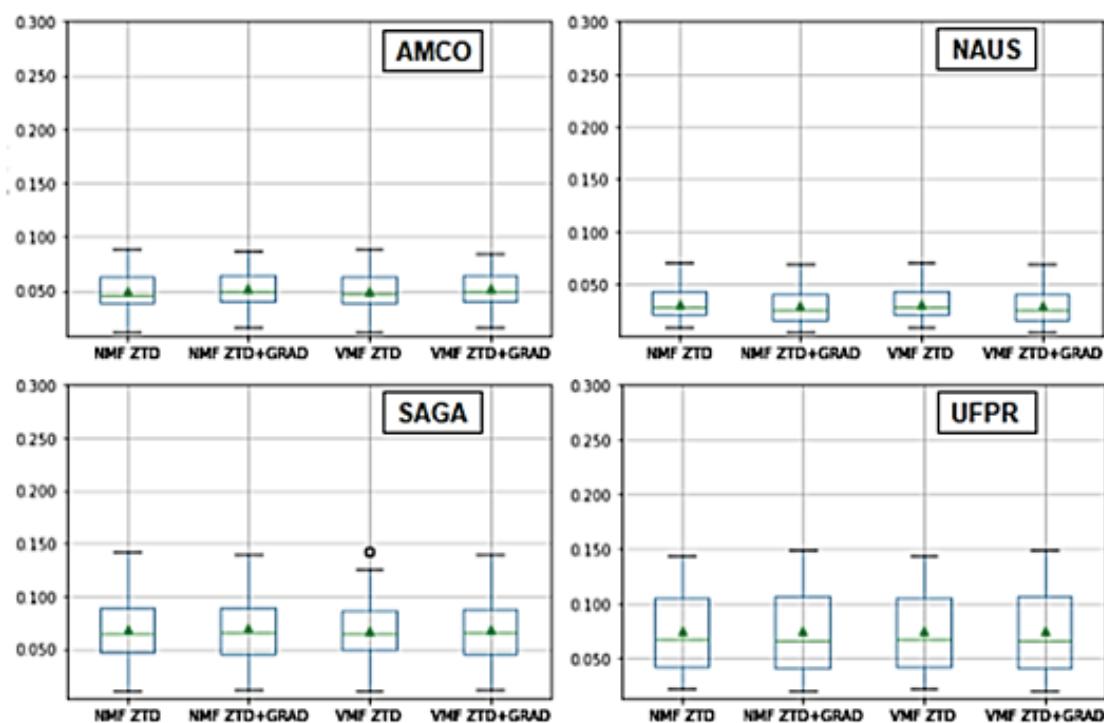


Figure 3 Statistical analysis of RMSE (in meters) values of the horizontal component in January.

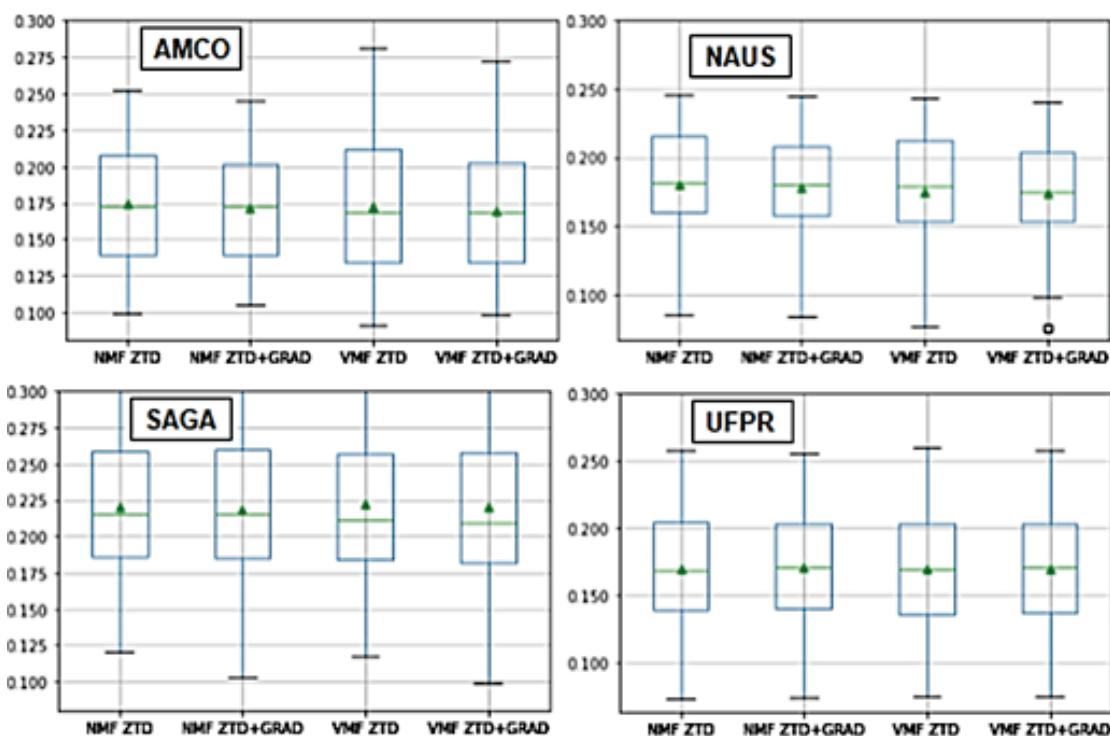


Figure 4 Statistical analysis of RMSE (in metres) values of the vertical component in January.

In the boxplots referent to the stations located in the Amazon region (AMCO, NAUS, and SAGA), it is possible to notice that the type of MF and the estimation of tropospheric gradients are significant parameters in vertical GNSS positioning. In these stations, it is possible to notice that the estimation of the tropospheric gradients decreased the RMSE mean value. This is probably because tropospheric gradients can better describe the behavior of large amounts of water vapor in the atmosphere.

The greatest variability of the RMSE occurred in the SAGA station, which also had the biggest RMSE values with VMF1, deviating the mean from the median; on the other hand, the smallest variability of the RMSE occurred when estimating the tropospheric gradients in the NAUS station, regardless of the chosen MF.

Therefore, the amount of water vapor in the region is a significant element in the planialtimetric accuracy in kinematic PPP. Locations with lower amounts of water vapor in the atmosphere have less atmospheric interference, which can lead to a better-quality GNSS signal. Water vapor in the atmosphere can cause attenuation in GNSS satellite signals, resulting in positioning errors. Therefore, locations with lower humidity generally tend to offer more favorable conditions for more precise GNSS positioning.

Figure 5 presents the boxplots made with RMSE values for the horizontal component in the winter. In these boxplots, it is possible to notice that estimating or not the tropospheric gradients generated boxplots that were more different from each other than modifying the MF (NMF or ZTD). It is also possible to notice that in 75% of the 31 days, the RMSE value was under 4 cm in the 2D component in the AMCO and NAUS stations and below 5 cm in the SAGA and UFPR stations.

However, in contrast, the influences of both the gradient and MF type were smaller at the UFPR station, due to several factors related to its location and specific characteristics. Being at a significantly higher altitude compared to the Amazonian stations, UFPR experiences reduced atmospheric delays, which diminishes the impact of variations in gradients and MF types. Additionally, Curitiba has more stable and less extreme climatic conditions than the Amazon, further contributing to lower sensitivity to atmospheric variations. The combination of higher altitude, reduced atmospheric delays, stable climatic conditions, and effective data processing techniques results in a smaller influence of gradient and MF type variations at the UFPR station.

Besides that, the greatest variability in RMSE values occurred at the SAGA station, with approximately 50% of RMSE values varying around 3 cm to 5 cm. The RMSE

with the lowest variability and standard deviation occurred at the UFPR station, in which approximately 50% of the RMSE values are between 3 cm and 4.5 cm.

Comparing the 2D accuracy during summer and winter, it is possible to notice that during the winter, the boxplots are flatter and lower in the vertical axis; that is, the variability and magnitude of the RMSE values were generally smaller than during summer. Besides that, this effect was most significant at the UFPR station, probably because this station is in a region where the “atmospheric predictability” is higher, with a best-defined climatic seasonality, besides being in a region with lower humidity. Another important fact is that UFPR’s height of 925.807 meters is higher than the other stations analyzed. Thus, the atmosphere’s thickness in the GNSS signal path between the satellite and the receiver is smaller at the UFPR station than at the other stations.

Figure 6 presents the boxplots made with RMSE values for the vertical component in the winter. It is possible to notice that, just like in the 2D component, the winter boxplots were flatter and lower in the vertical axis than in summer, that is, the variability and magnitude of the RMSE values were, overall, smaller in winter than in summer.

The variability of RMSE values in the vertical component is significantly bigger than in the horizontal component, as previously seen in Figure 6. The upper bounds of the box plots referring to the SAGA station are approximately 60 cm. However, the axis was kept at 30 cm to preserve the general scale of the graphs and maintain a visualization level that allows the analysis to be performed more properly.

In the boxplots referent to the stations located in the Amazon region (AMCO, NAUS, and SAGA, respectively), it is possible to notice that the type of MF and the estimative of tropospheric gradients are significant parameters in the vertical GNSS positioning, especially at the SAGA station. These parameters are less significant at the UFPR station. Adding tropospheric gradients in the processing decreased the mean and median RMSE of the stations AMCO and SAGA, regardless of the chosen MF.

Still, in relation to Figure 6, the biggest RMSE variability occurred at the SAGA station. In this station, the biggest value and variability for RMSE with VMF1 also occurred, considerably deviating the mean from the median. On the other hand, the addition of tropospheric gradients significantly reduced the RMSE in VMF1, increasing the vertical positioning accuracy. The smallest variabilities and values of RMSE occurred using VMF1, with or without gradients, at the UFPR station.

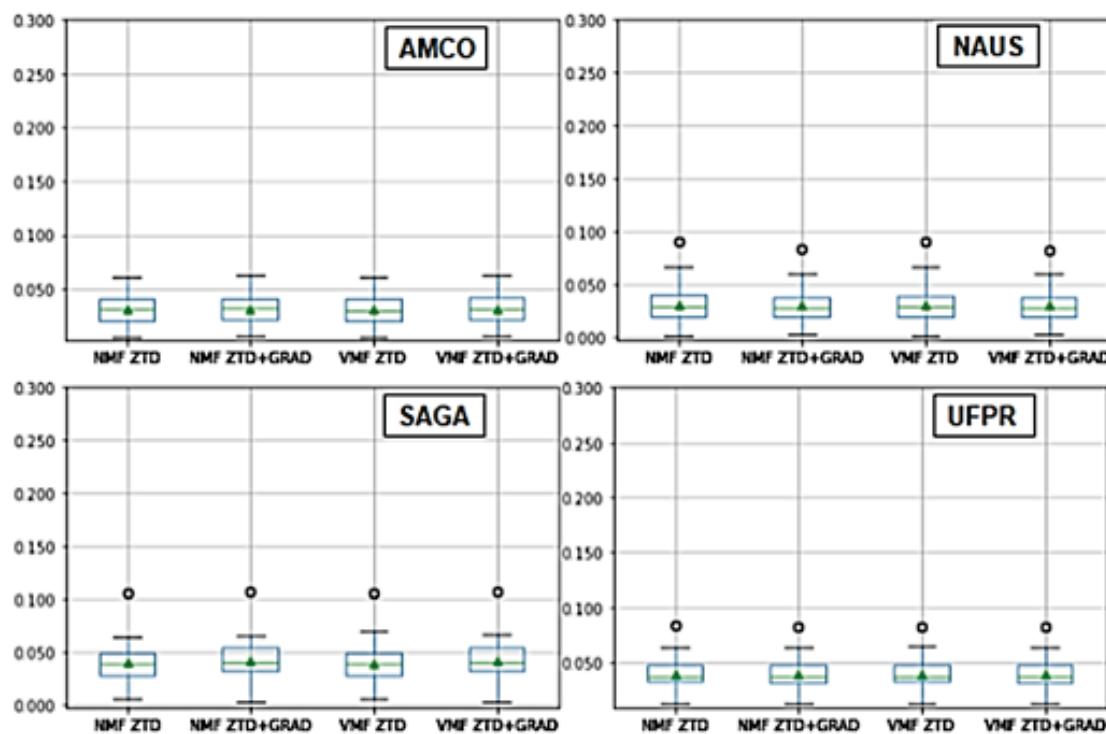


Figure 5 Statistical analysis of RMSE (in meters) horizontal component in July.

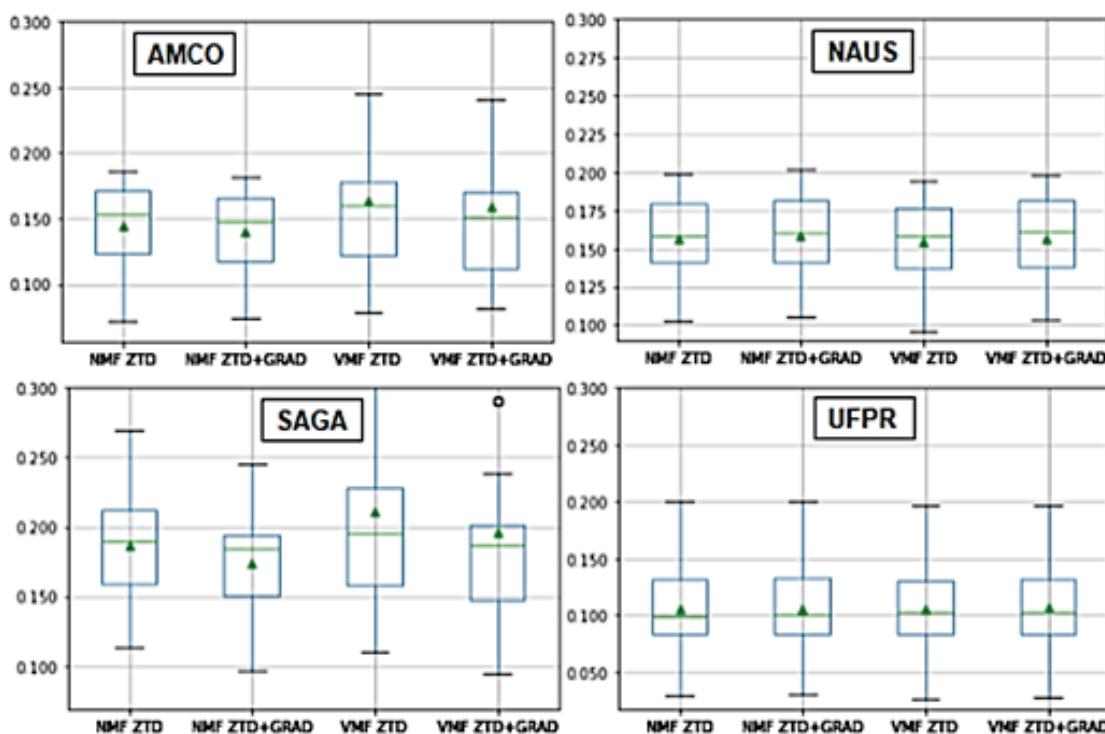


Figure 6 Statistical analysis of RMSE (in metres) values of the vertical component in July.



## 6 Conclusions and Recommendations

In conclusion, this article has shed light on the significant impact of tropospheric gradients and the choice of MFs on PPP in the Amazon region and Southern Brazil. The research findings underscore the crucial role of estimating tropospheric gradients in enhancing positioning accuracy, surpassing the influence of MF selection. Moreover, the study highlights the pronounced effect of tropospheric gradients on vertical accuracies, particularly in areas with higher humidity, like the Amazon region.

When comparing the results from the stations during summer and winter, significant differences in GNSS positioning accuracy are observed, reflected in the variability and magnitude of RMSE values. The boxplots show greater variability and higher values during the summer, especially at Amazonian stations like AMCO, NAUS, and SAGA. This is consistent with the higher amounts and dynamics of water vapor in the Amazon region, which affect positioning accuracy due to more extreme atmospheric variations.

In contrast, during winter, the boxplots are flatter and exhibit generally lower RMSE values. This effect is particularly pronounced at the UFPR station, which benefits from more stable climatic conditions and higher altitude. This results in reduced atmospheric thickness and, therefore, less atmospheric interference with GNSS signals. The combination of lower humidity and more predictable atmospheric conditions during winter improves GNSS positioning accuracy. The higher altitude of the UFPR station also plays a crucial role, reducing atmospheric delays and providing more favorable conditions for GNSS accuracy.

The improvements achieved by incorporating tropospheric gradients, albeit on the millimeter scale, hold considerable importance for various GNSS applications, including structural displacement monitoring, terrestrial reference implementation, and geodynamic studies. Notably, the quantity of water vapor in the atmosphere is a significant factor influencing planimetric accuracy in kinematic PPP, with lower humidity locations offering more favorable conditions for precise GNSS positioning due to reduced atmospheric interference.

This study marks an initial exploration into the influence of the anisotropic atmosphere on kinematic PPP within the Brazilian territory. Further comprehensive analyses, encompassing more stations and utilizing advanced techniques such as VMF1, are recommended to explore improvement patterns with tropospheric gradient estimation and provide more robust results. Additionally,

investigating the correlation between gradient direction and local topography using established methodologies could offer valuable insights into tropospheric gradient behavior.

For future endeavors to enhance PPP accuracy, leveraging NWF data and employing high-precision processing techniques for tropospheric gradient estimation are suggested. This approach facilitates a more accurate description and modeling of the regional atmosphere's real characteristics, thereby advancing the reliability and precision of GNSS positioning in diverse applications.

## 7 References

- Angrisano, A., Dardanelli, G., Innac, A., Pisciotta, A., Pipitone, C., & Gaglione, S. 2020, 'Performance Assessment of PPP Surveys With Open Source Software Using The GNSS GPS–GLONASS–Galileo Constellations', *Applied Sciences*, vol. 10, no. 16, 5420.
- Bar-Sever, Y.E., Kroger, P.M. & Borjesson, J.A. 1998, 'Estimating Horizontal Gradients of Tropospheric Path Delay With a Single GPS Receiver', *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, vol. 103, no. 3, pp. 5019–35.
- Barriot, J.P. & Feng, P. 2021, Beyond Mapping Functions and Gradients. Geodetic Sciences-Theory, Applications and Recent Developments, in B. Erol & S. Erol (eds), *Geodetic Sciences: Theory, Applications and Recent Developments*, Intechopen, London.
- Bevis, M., Businger, S., Herring, T. A., Rocken, C., Anthes, R. A., & Ware, R. H. 1992, 'GPS Meteorology: Remote Sensing of Atmospheric Water Vapor Using The Global Positioning System', *Journal of Geophysical Research*, vol. 97, no. D14, pp. 787-801.
- Boehm, J., Werl, B. & Schuh, H. 2006, 'Troposphere Mapping Functions For GPS And Very Long Baseline Interferometry From European Centre For Medium-Range Weather Forecasts Operational Analysis Data', *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, vol. 111, no. 2, pp. 1-9.
- Centro de Previsão de Tempo e Estudos Climáticos – CPTEC 2022, *Infoclima*, viewed 03 September 2024, <<http://infoclima1.ctec.inpe.br/#>>.
- Chen, G. & Herring, T.A. 1997, 'Effects of Atmospheric Azimuthal Asymmetry on The Analysis of Space Geodetic Data', *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, vol. 102, no. B9, pp. 20489-502.
- CNES 2019, *NWS Space Weather Prediction Center*, viewed 03 September 2024, <<https://www.swpc.noaa.gov/news/solar-cycle-25-forecast-update>>.
- Collins, J.P. & Langley, R.B. 1998, 'The residual tropospheric propagation delay: How bad can it get?', *Proceedings of the 11th international technical meeting of the satellite division of the Institute of Navigation*, Nashville, pp. 729-38.
- Davis, J.L., Elgered, G., Niell, A.E. & Kuehn, C.E. 1993, 'Ground-Based Measurement of Gradients in the "Wet" Radio Refractivity of Air', *Radio Science*, vol. 28, no. 6, pp. 1003-18.



- Davis, J.L., Herring, T.A., Shapiro, I.I., Rogers, A.E.E. & Elgered, G. 1985, 'Geodesy by Radio Interferometry: Effects of Atmospheric Modeling Errors on Estimates of Baseline Length', *Radio science*, vol. 20, no. 6, pp. 1593-607.
- Emardson, T.R., Elgered, G. & Johansson, J.M. 1998, 'Three Months of Continuous Monitoring of Atmospheric Water Vapor With a Network of Global Positioning System Receivers', *Journal of Geophysical Research: Atmospheres*, vol. 103, no. D2, pp. 1807-20.
- Gao, Y. & Chen, K. 2004, 'Performance Analysis of Precise Point Positioning Using Real-Time Orbit and Clock Products', *Journal of Global Positioning Systems*, vol. 3, no. 1-2, pp. 95-100.
- Gouveia, T.A.F., Monico, J.F.G., Alves, D.B.M., Sapucci, L.F. & Geremia-Nievinski, F. 2020, '50 Years of Synergy Between Space Geodesy And Meteorology: From a GNSS Positioning Error to Precipitation Nowcasting Applications', *Revista Brasileira de Cartografia*, vol. 72, pp. 1509-35.
- Ghoddousi-Fard, R. 2009, 'Modelling tropospheric gradients and parameters from NWP models: Effects on GPS estimates', PhD Thesis, University of New Brunswick.
- Kouba, J.A.N. & Héroux, P. 2001, 'PPP Using IGS Orbit And Clock Products', *GPS Solutions*, vol. 5, no. 2, pp. 12-28.
- Landskron, D. & Boehm, J. 2018, 'Refined Discrete And Empirical Horizontal Gradients In VLBI Analysis', *Journal of geodesy*, vol. 92, no. 12, pp. 1387-99.
- Li, X., Zus, F., Lu, C., Dick, G., Ning, T., Ge, M., Wickert, J. & Schuh, H. 2015, 'Retrieving of Atmospheric Parameters From Multi-GNSS In Real Time: Validation With Water Vapor Radiometer And Numerical Weather Model', *Journal of Geophysical Research: Atmospheres*, vol. 120, no. 14, pp. 7189-204.
- Ma, H., Psychas, D., Xing, X., Zhao, Q., Verhagen, S. & Liu, X. 2021, 'Influence of The Inhomogeneous Troposphere on GNSS Positioning And Integer Ambiguity Resolution', *Advances in Space Research*, vol. 67, no. 6, pp. 1914-28.
- Macmillan, D.S. 1995, 'Atmospheric Gradients From Very Long Baseline Interferometry Observations', *Geophysical Research Letters*, vol. 22, no. 9, pp. 1041-4.
- Matsuoka, M.T., de Oliveira P.C. & Batista, I.S. 2006, 'Impacto de Explosões Solares no Comportamento da Ionosfera e no Posicionamento Com GPS na Região Brasileira: Estudo de Caso Para o Dia 28 de Outubro de 2003', *Boletim de Ciências Geodésicas*, vol. 12, no. 2, pp. 315-34.
- Meindl, M., Schaer, S., Hugentobler, U. & Beutler, G. 2004, 'Tropospheric Gradient Estimation at Code: Results From Global Solutions', *Journal of the Meteorological Society of Japan*, vol. 82, pp. 331-8.
- Mcgill, R., Tukey, J.W. & Larsen, W.A. 1978, 'Variations of Box Plots', *The American Statistician*, vol. 32, no. 1, pp. 12-16.
- Mishra, P., Pandey, C.M., Singh, U., Gupta, A., Sahu, C. & Keshri, A. 2019, 'Descriptive Statistics And Normality Tests For Statistical Data', *Annals of Cardiac Anaesthesia*, vol. 22, no. 1, 67.
- Miyazaki, S.I., Iwabuchi, T., Heki, K. & Naito, I. 2003, 'An Impact of Estimating Tropospheric Delay Gradients on Precise Positioning In The Summer Using The Japanese Nationwide GPS Array', *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, vol. 108, no. B7.
- Monico, J.F.G., Dal Poz, A.P., Galo, M., Dos Santos, M.C. & De Oliveira, L.C. 2009, 'Acurácia e Precisão: Revendo os Conceitos de Forma Acurada', *Boletim de Ciências Geodésicas*, vol. 15, no. 3, pp. 469-83.
- Morel, L., Moudni, O., Durand, F., Nicolas, J., Follin, J.M., Durand, S., Nicolas, J., Follin, J. M., Durand, E., Pottiaux, E., Baeten, J.V. & de Oliveira Jr., P.S. 2021, 'On The Relation Between GPS Tropospheric Gradients And The Local Topography', *Advances in Space Research*, vol. 68, no. 4, pp. 1676-89.
- Niell, A.E. 1996, 'Global Mapping Functions For The Atmosphere Delay At Radio Wavelengths', *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, vol. 101, no. B2, pp. 3227-46.
- de Oliveira Jr., P.S., Morel, L., Fund, F., Legros, R., Monico, J.F.G., Durand, S. & Durand, F. 2017, 'Modeling Tropospheric Wet Delays With Dense And Sparse Network Configurations For PPP-RTK', *GPS Solutions*, vol. 21, no. 1, pp. 237-50.
- Petit, G. & Luzum, B. 2010, 'IERS Conventions', *Frankfurt am Main: Verlag des Bundesamts für Kartographie und Geodäsie*, 179.
- Saastamoinen, J. 1973, 'Contributions to The Theory of Atmospheric Refraction', *Bulletin Géodésique*, vol. 107, no. 1, pp. 13-34.
- SIRGAS 2021, *SIRGAS-CON*, viewed 03 September 2024, <<https://sirgas.ipgh.org/pt/realizacoes/sirgas-con/>>.
- Takasu, T. 2013, *RTKLIB: An Open Source Program Package for GNSS Positioning*, viewed 03 September 2024, <<http://www.rtklib.com/>>.
- Yang, F., Guo, J., Zhang, C., Li, Y. & Li, J. 2021, 'A Regional Zenith Tropospheric Delay (ZTD) Model Based on GPT3 And ANN', *Remote Sensing*, vol. 13, no. 5, pp. 1-19.
- Zumberge, J.F., Heflin, M.B., Jefferson, D.C., Watkins, M.M. & Webb, F.H. 1997, 'Precise Point Positioning For The Efficient And Robust Analysis of GPS Data From Large Networks', *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, vol. 102, no. B3, pp. 5005-17.



**Author contributions**

**Lais Thuany Cardoso Theodoro:** conceptualization; formal analysis; methodology; software; validation; writing – original draft. **Kauê de Moraes Vestena:** software; writing review and editing. **Tiago Lima Rodrigues:** conceptualization; writing review and editing; supervision. **Paulo Sergio de Oliveira Junior:** conceptualization; writing review and editing; supervision.

**Conflict of interest**

The authors declare no conflict of interest.

**Data availability statement**

Scripts and code are available on request.

**Funding information**

CAPES, Process N° 88887.481812/2020-00

**Editor-in-chief**

Dr. Claudine Dereczynski

**Associate Editor**

Dr. Gustavo Mota de Sousa

**How to cite:**

Theodoro, L. T. C. Vestena, K. M. Rodrigues, T. L. & Oliveira Junior, P. S. 2025, 'Impact of ZTD Estimation and Tropospheric Gradients on Kinematic PPP Accuracy in the Amazon and Southern Regions of Brazil', *Anuário do Instituto de Geociências*, 48:e64564. [https://doi.org/10.11137/1982-3908\\_2025\\_48\\_64564](https://doi.org/10.11137/1982-3908_2025_48_64564)



#### **4 IMPACTO DA ESTIMATIVA DE GRADIENTES HORIZONTAIS TROPOSFÉRICOS NO POSICIONAMENTO POR PONTO PRECISO CINEMÁTICO NA REGIÃO BRASILEIRA**

Esse artigo foi aceito na Revista Brasileira de Geomática em junho de 2025, conforme as páginas seguintes.

# Impacto da Estimativa de Gradientes Horizontais Troposféricos no Posicionamento por Ponto Preciso Cinemático na Região Brasileira

## RESUMO

A acurácia do Posicionamento por Ponto Preciso (PPP) é fortemente influenciada pela modelagem do atraso troposférico, cuja representação pode ser aprimorada com a inclusão de gradientes horizontais. Este estudo comparou dois cenários do PPP cinemático: (1) com estimativa apenas do Atraso Zenital Troposférico (ZTD), e (2) com estimativa combinada do ZTD e gradientes troposféricos, utilizando o software RTKLIB e dados GNSS em diferentes regiões do Brasil através das estações da Rede Brasileira de Monitoramento Contínuo dos Sistemas GNSS (RBMC), processados para os meses de janeiro e julho de 2020. Os resultados, avaliados por meio do Erro Médio Quadrático (RMSE), mostraram que a inclusão de gradientes reduziu os erros horizontais em até 9 mm em estações como CUIB e ONRJ, enquanto a componente vertical (U) manteve-se como a mais sensível, com valores variando entre 0,13 m em SSA1 no verão e 0,26 m em SAGA no inverno. Melhorias modestas na componente U foram observadas em regiões equatoriais, como SAGA (+2,27% no verão) e SSA1 (+2,15% no inverno). Em contrapartida, em áreas subtropicais e de relevo elevado, como UFPR e POAL, registrou-se degradação da acurácia vertical, chegando a -3,34% em POAL no verão. De modo geral, o verão apresentou maior acurácia nas estimativas, em função da variabilidade atmosférica mais intensa associada ao longo período de rastreio, que favorece o refinamento do ZTD pelo Filtro de Kalman estendido. Esses resultados reforçam a importância de considerar a sazonalidade e a climatologia local na escolha da modelagem troposférica, bem como o potencial de futuras abordagens baseadas em Previsão Numérica de Tempo e técnicas de aprendizado de máquina para aprimorar o PPP no território brasileiro.

**PALAVRAS-CHAVE:** Posicionamento por Ponto Preciso. Correção Troposférica. RTKLIB.

## INTRODUÇÃO

O Posicionamento Por Ponto Preciso (PPP) tem se consolidado como uma técnica eficaz para a determinação de coordenadas geodésicas de alta precisão, dispensando a necessidade de estações de referência próximas. Contudo, o desempenho do PPP é sensivelmente afetado por erros sistemáticos, sendo os efeitos da troposfera um dos principais desafios (GOUVEIA et al., 2020; KOUBA e HÉROUX, 2001; OLIVEIRA, ALVES e FERREIRA, 2014; THEODORO et al., 2022). Esses efeitos tornam-se ainda mais pronunciados em regiões tropicais, como o Brasil, onde a heterogeneidade climática impõe desafios específicos (GOUVEIA et al., 2020; OLIVEIRA, ALVES e FERREIRA, 2014; THEODORO et al., 2022).

Variações locais e sazonais podem afetar significativamente a precisão do PPP, especialmente em condições de baixa elevação dos satélites. Dessa forma, a avaliação do desempenho de modelos de correção troposférica em diferentes contextos climáticos é crucial para o desenvolvimento e aprimoramento contínuo dessas metodologias de correção (ALVES et al., 2016; BOEHM et al., 2006; BRAGA e DAL POZ, 2022; DOUSA e VACLAVOVIC, 2014; GOUVEIA et al., 2020; LEANDRO, SANTOS e Langley, 2006; DE OLIVEIRA JR et al., 2023).

A influência das condições climáticas locais nos modelos de correção troposférica tem sido amplamente discutida na literatura. Estudos apontam que variáveis atmosféricas, como temperatura, umidade relativa e pressão, são determinantes no comportamento do atraso troposférico e dos gradientes troposféricos. Modelos empíricos amplamente utilizados, como Saastamoinen (1972), e funções de mapeamento como a Função de Mapeamento de Niell (NMF), assumem valores médios para essas variáveis. No entanto, a variação espacial e temporal dos parâmetros atmosféricos pode afetar significativamente a precisão das estimativas de atraso troposférico, especialmente em regiões com climas extremos ou altamente variáveis (DE ABREU, ALVES e GOUVEIA, 2014; BOEHM et al., 2006; BRAGA e DAL POZ, 2022; GOUVEIA et al., 2020; NIELL, 1996; OLIVEIRA, ALVES e FERREIRA, 2014).

Regiões tropicais, como a Amazônia, frequentemente apresentam níveis elevados de umidade, contribuindo para um aumento no Atraso Zenital não Hidrostático (ZWD) e nos gradientes troposféricos. Em contrapartida, regiões mais secas, como o Sudeste e o Sul do Brasil, tendem a apresentar atrasos menores devido à redução da umidade. Essas características destacam a necessidade de abordagens adaptativas para modelar o comportamento troposférico de maneira mais precisa (CHEN e HERRING, 1997; LEANDRO, SANTOS e Langley, 2006; DE OLIVEIRA JR et al., 2017; DE OLIVEIRA JR et al., 2023).

Enquanto modelos empíricos globais apresentam limitações em regiões tropicais devido à sua incapacidade de representar a variabilidade atmosférica local, estudos recentes têm explorado abordagens mais sofisticadas, incluindo a estimativa de gradientes horizontais troposféricos e o desenvolvimento de modelos baseados em Previsão Numérica de Tempo (PNT) e machine learning, buscando aprimorar a representação do atraso troposférico e, consequentemente, a acurácia do posicionamento GNSS (ALBUQUERQUE et al., 2024; DE LIMA et al., 2022; DE OLIVEIRA JR et al. 2023; THEODORO et al., 2022).

Neste estudo, apresentamos os resultados do PPP cinemático utilizando a estimativa do Atraso Zenital Troposférico (ZTD), com e sem a inclusão de

gradientes troposféricos, disponível no software RTKLIB, versão 2.4.2 p13, aplicado a dados de estações da Rede Brasileira de Monitoramento Contínuo dos Sistemas GNSS (RBMC). As estações foram selecionadas de modo a representar diferentes regiões e condições climáticas do Brasil, permitindo uma análise abrangente do impacto da sazonalidade e das características regionais nos resultados.

Na estimativa do ZTD realizada pelo RTKLIB, o Atraso Zenital Hidrostático (ZHD) é calculado, por padrão, pelo modelo de Saastamoinen (1972), assumindo umidade relativa nula. O ZTD e os gradientes troposféricos (no caso da opção "Estimate ZTD+Grad") são estimados como parâmetros desconhecidos no ajuste. Para a projeção do atraso total em diferentes elevações, é empregada a NMF.

Considerando-se os aspectos da literatura discutidos anteriormente, essa contribuição tem por objetivo avaliar a acurácia de coordenadas estimadas, com diferentes modelagens troposféricas, observando-se parâmetros como o Erro Médio Quadrático (RMSE) em relação às coordenadas oficiais da rede SIRGAS-CON. Além disso, buscamos identificar padrões de comportamento que possam contribuir para o desenvolvimento de modelos mais robustos no futuro. O software RTKLIB foi escolhido devido à sua natureza gratuita e de código aberto, facilitando a implementação de estudos comparativos e proporcionando uma base versátil para o aprimoramento contínuo dos modelos de correção troposférica (TAKASU, 2013).

## MODELAGEM TROPOSFÉRICA NO GNSS

Os sinais do Sistema Global de Navegação por Satélite (GNSS) são afetados pela troposfera, que introduz atrasos devido ao índice de refração atmosférico. Esses atrasos podem ser divididos em duas componentes principais: o ZHD e o ZWD. A modelagem do ZTD é expressa pela Equação 1.

$$ZTD = ZHD + ZWD. \quad (1)$$

Em condições normais, o ZHD, que depende principalmente da pressão atmosférica e é quase estático, compõe 80% a 90% do ZTD. O ZWD, por outro lado, está associado ao vapor d'água na troposfera e é mais difícil de modelar com precisão. Por isso, é frequentemente estimado como um parâmetro desconhecido durante o processamento GNSS. Ele representa cerca de 10% a 20% do ZTD. Em regiões tropicais ou em dias de alta umidade, essa porcentagem pode ser ligeiramente maior devido ao maior teor de vapor d'água na atmosfera (BOEHM et al., 2006; DAVIS et al., 1985; LEANDRO, SANTOS e LANGLEY, 2006). Avanços recentes sugerem a incorporação de modelos mais sofisticados para capturar a variabilidade atmosférica, como discutido por Barriot e Feng (2021).

Oliveira, Alves E Ferreira (2014) e Gouveia et al. (2020) observaram que o ZWD apresenta grande variabilidade em regiões como a Amazônia, e que modelos regionais baseados em PNT são mais eficazes na sua estimativa. Theodoro et al. (2022) concluíram que modelos globais empíricos apresentam limitações em regiões tropicais, como o Brasil, devido à incapacidade de representar adequadamente a variabilidade atmosférica local, o que se manifesta em erros verticais aumentados, especialmente durante a estação chuvosa, e resulta em acurácia decimétrica no PPP com resolução de ambiguidades.

## FUNÇÃO DE MAPEAMENTO DE NIELL

Para corrigir os atrasos troposféricos ao longo da linha de visada do satélite, utilizam-se funções de mapeamento, que projetam o atraso zenital em direções arbitrárias. No RTKLIB, a função padrão é a NMF. Ela é definida separadamente para o ZHD e o ZWD. A fórmula geral é dada pela Equação 2.

$$m(E) = \frac{1}{\operatorname{sen}(E) + \frac{a}{\operatorname{sen}(E) + \frac{b}{\operatorname{sen}(E) + c}}}. \quad (2)$$

onde:

$E$  é o ângulo de elevação do satélite, e

$a, b, c$  são os parâmetros ajustados empiricamente para o ZHD e o ZWD, variando conforme a localização e a estação do ano.

Os parâmetros para o ZHD são ajustados com base em tabelas globais pré-definidas que consideram latitude, altitude e época do ano (diferenciando verão e inverno). Já o ZWD apresenta alta variabilidade espaço-temporal por depender do vapor d'água atmosférico, sendo usualmente estimado durante o processamento, pois modelos empíricos não conseguem representá-lo com a mesma precisão do ZHD (LEANDRO, SANTOS e Langley, 2006; NIELL, 1996; TAKASU, 2013).

No entanto, autores como Boehm et al. (2006) e Braga e Dal Poz (2022) demonstraram que a NMF apresenta limitações significativas em regiões tropicais, como o Brasil, sugerindo o uso de funções de mapeamento regionais baseadas em dados meteorológicos reais, como as Funções de Mapeamento de Viena (VMF1 e VMF3). Tais funções, baseadas em dados de PNT, superam as limitações da NMF em regiões tropicais, oferecendo correções mais precisas para ZTD e gradientes horizontais. Estudos recentes (Li et al., 2022) demonstram que a integração multi-GNSS potencializa essa abordagem, especialmente em PPP-RTK.

## GRADIENTES TROPOSFÉRICOS

O RTKLIB permite estimar não apenas o ZTD, mas também os gradientes horizontais troposféricos ( $G_N$  e  $G_E$ ). Esses gradientes capturam variações horizontais nos atrasos troposféricos, sendo especialmente úteis em regiões de grande heterogeneidade atmosférica. Em cenários de grande variação climática e geográfica, a modelagem adequada desses gradientes pode melhorar significativamente a precisão do PPP, ao permitir uma representação mais fiel das condições atmosféricas locais (TAKASU, 2013; YASUDA, 2009).

Estudos como os de Dousa e Vaclavovic (2014) destacam a importância da estimativa do ZTD e gradientes troposféricos para aplicações em previsão do tempo e no PPP, enquanto Chen e Herring (1997) demonstram a influência da assimetria atmosférica na precisão de dados geodésicos. Além disso, de Oliveira Jr et al. (2017) e Rocken, Van Hove e Ware (1997) ressaltam a importância de modelar as variações atmosféricas para aprimorar a precisão em cenários de grande heterogeneidade. Complementando essas abordagens, Ning e Elgered

(2025) evidenciam que os gradientes horizontais troposféricos estimados a partir de dados GNSS contêm informações valiosas sobre as condições meteorológicas locais, sendo cruciais para melhorar a acurácia do ZTD derivado do GNSS.

Morel et al. (2021) investigaram a correlação entre os gradientes troposféricos horizontais e a topografia local, observando que as direções dos gradientes tendem a apontar para o relevo, explicando este comportamento por uma deformação vertical da camada troposférica na presença de montanhas. Essa correlação é mais evidente em estações próximas a cadeias de montanhas ou montanhas isoladas, e a orientação dos gradientes parece ser uma característica sistemática, não dependente de variações sazonais ou diurnas significativas.

O atraso adicional devido aos gradientes é descrito pela Equação 3 (DAVIS et al., 1993; MACMILLAN, 1995).

$$\Delta T(E, A) = fm_g \times [G_N \times \cos(A) + G_E \times \sin(A)]. \quad (3)$$

onde:

$fm_g$  é a função de mapeamento de gradiente arbitrária,

$A$  é o azimute do satélite,

$G_N$  é o gradiente na direção norte, e

$G_E$  é o gradiente na direção leste.

Esses parâmetros são tratados como desconhecidos no ajuste de parâmetros realizado pelo RTKLIB (TAKASU, 2013).

## MODELOS BASEADOS EM DADOS E TECNOLOGIAS AVANÇADAS

Funções de mapeamento modernas, como a VMF3, baseadas em dados de PNT, superam as limitações da NMF em regiões tropicais, oferecendo correções mais precisas para ZTD e gradientes horizontais. Estudos como Theodoro et al. (2022) mostraram que modelos de PNT (Eta15km) e a estimativa do ZTD podem fornecer acurácia em nível centimétrico, diferentemente do Saastamoinen, que apresentou acurácia decimétrica.

Além disso, a modelagem do ZWD tem sido aprimorada com o uso de técnicas de machine learning. Albuquerque et al. (2024) desenvolveram um modelo baseado em Random Forest que alcançou um RMSE de aproximadamente 3.8 cm para o ZWD no Brasil, demonstrando o potencial de modelos baseados em dados meteorológicos de superfície para estimativas precisas. De Lima et al. (2022) também reforçam a superioridade de modelos baseados em PNT em comparação com empíricos no domínio do atraso e da altura, com diferenças de acurácia de até 16 cm na componente de altura. Essas abordagens são cruciais para o desenvolvimento de técnicas como o PPP-RTK, onde a mitigação dos efeitos atmosféricos é um desafio central para a rápida convergência e alta acurácia.

Nesse contexto, De Oliveira Jr. et al. (2023) propuseram uma alternativa para derivar correções SSR (State Space Representation) troposféricas (e também ionosféricas) para PPP-RTK, utilizando restrições adaptativas. Tal estudo abordou

a modelagem do ZWD e de outros parâmetros atmosféricos, buscando aprimorar a representação da variabilidade atmosférica.

## METODOLOGIA

### DADOS E ESTAÇÕES RBMC

Os dados utilizados neste estudo foram coletados a partir de 10 estações da RBMC, abrangendo o período de 24 horas nos dias 1 a 31 de janeiro e julho de 2020. Esses meses foram escolhidos para representar as estações de verão e inverno no hemisfério sul, respectivamente, permitindo a análise dos efeitos sazonais no atraso troposférico e na precisão do PPP. As estações selecionadas estão distribuídas em diferentes regiões do Brasil, cobrindo uma variedade de condições climáticas, desde áreas tropicais úmidas até regiões mais secas e temperadas. A localização das estações é apresentada na Figura 1.

Figura 1 – Localização das Estações RBMC Selecionadas



Fonte: Autoria própria (2025).

O processamento dos dados foi realizado utilizando o software RTKLIB, versão 2.4.2 p13, com configurações específicas para o PPP cinemático. As principais configurações adotadas estão detalhadas na Tabela 1. O método de posicionamento escolhido foi o PPP cinemático, com o uso de frequências portadoras L1 e L2 para eliminar o efeito ionosférico de primeira ordem. O filtro combinado foi aplicado para suavizar os dados, e uma máscara de elevação de 7° foi utilizada para evitar erros associados a sinais de satélites com baixa elevação. Além disso, foram aplicadas correções para Efeitos de Carga Oceânica Sólida (OTL) e Vieses de Código Diferencial (DCBs). As efemérides precisas finais do Serviço Internacional GNSS (IGS) e Serviço Internacional GLONASS (IGL) foram utilizadas para garantir a precisão orbital e de relógio.

Para a correção troposférica, dois cenários foram comparados: (1) estimativa apenas do ZTD e (2) estimativa do ZTD combinada com gradientes troposféricos. A

NMF foi utilizada para projetar os atrasos zenitais em direções arbitrárias. A resolução de ambiguidades foi mantida no modo "float", uma vez que o PPP tradicional não resolve ambiguidades de fase de forma fixa.

As principais configurações adotadas para o processamento estão apresentadas na Tabela 1.

Tabela 1 – Configurações de Processamento

Item	Modelo
Método de Posicionamento	PPP Cinemático
Observáveis	L1+L2
Filtro de Kalman estendido	Combinado
Máscara de Elevação	7°
Correção de Carga Oceânica	Solid Earth Tides/Ocean Tide Loading
Mitigação dos Efeitos Ionosféricos	<i>Ion-free</i>
Efemérides	Efemérides Finais (IGS e IGL)
Constelações	GPS+GLONASS
Tipo de Solução das Ambiguidades	Float
Differential Code Biases (DCB)	P1C1
Correção Troposférica	Estimativa do ZTD versus Estimativa do ZTD+GRAD
Função de Mapeamento	NMF

Fonte: Autoria própria (2025).

As coordenadas de referência utilizadas para o cálculo do RMSE foram obtidas a partir das soluções semanais da rede SIRGAS-CON, compatíveis com o referencial IGS14, garantindo a compatibilidade temporal com os dados GNSS processados. Para permitir a análise dos erros nas componentes norte (N), leste (E) e vertical (U), essas coordenadas foram convertidas do sistema geocêntrico ITRF para o Sistema Geodésico Local (SGL) por meio da projeção em um plano topográfico local. Essa abordagem possibilitou uma avaliação detalhada do impacto da estimativa de gradientes troposféricos na precisão do PPP, bem como a identificação de padrões de comportamento associados às variações climáticas e sazonais, com ênfase nas diferenças entre os períodos de verão e inverno.

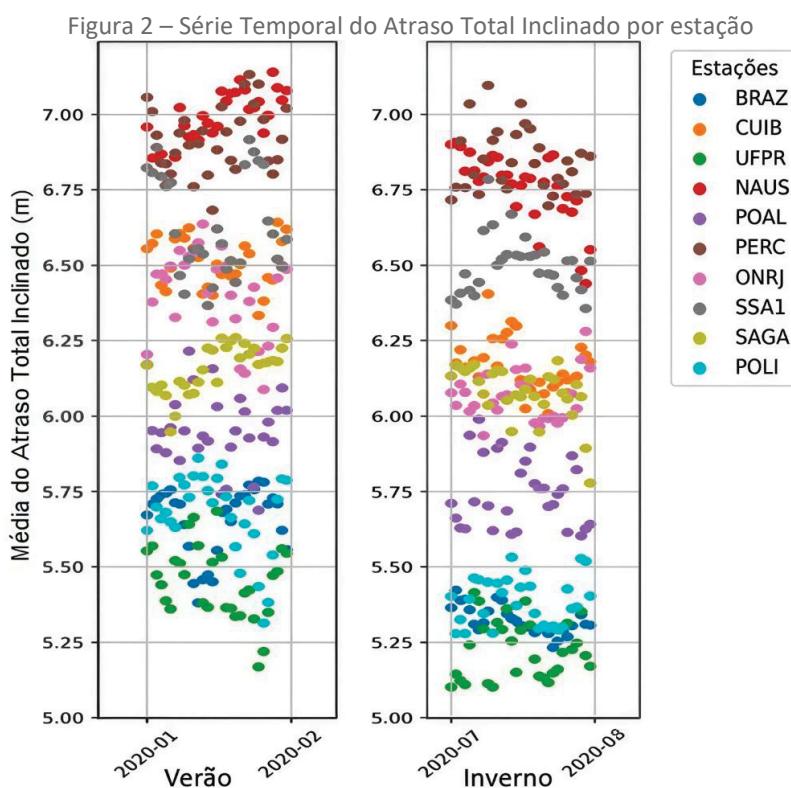
Além do cálculo do RMSE, foram realizadas análises estatísticas complementares com o objetivo de aprofundar a avaliação da acurácia posicional. A análise de correlação visou identificar relações entre variáveis atmosféricas, como ZTD, ZHD, ZWD e os gradientes troposféricos. Para isso, foi empregado o coeficiente de correlação de Pearson, adequado para avaliar a intensidade e a direção de associações lineares entre variáveis contínuas. Essa abordagem permitiu verificar a influência de parâmetros atmosféricos sobre os erros de posicionamento observados.

Como complemento, foram utilizados boxplots como ferramenta gráfica para representar a dispersão, a variabilidade e a assimetria dos erros posicionais, bem

como para destacar a presença de outliers. As análises estatísticas foram conduzidas com o auxílio da plataforma Google Colab, utilizando scripts em Python e as bibliotecas pandas, matplotlib e seaborn. O conjunto de dados analisado corresponde a 1240 processamentos realizados (10 estações RBMC × 2 meses × 31 dias por mês × 2 cenários de correção troposférica).

## RESULTADOS E DISCUSSÕES

Os resultados dos parâmetros troposféricos foram analisados para verificar a eficácia dos diferentes tipos de tratamento para os efeitos da troposfera disponíveis na biblioteca RTKLIB. A Figura 2 apresenta as séries temporais do atraso troposférico nos meses de verão e inverno.



Fonte: Autoria própria (2025).

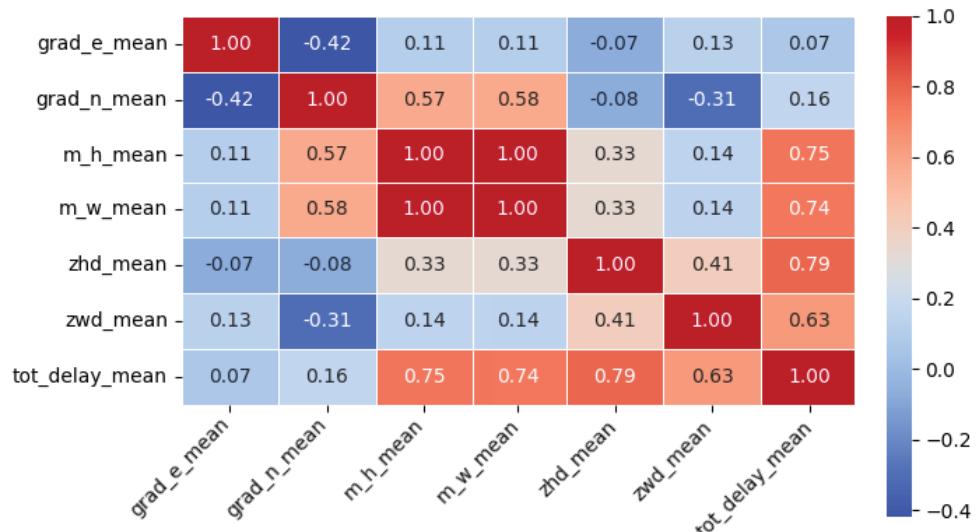
Observa-se que as estações localizadas em regiões mais quentes e úmidas, como Manaus (NAUS) e Recife (PERC), apresentaram atrasos mais elevados em janeiro devido ao aumento da umidade e calor típicos do verão nessas áreas tropicais. Em contrapartida, as estações do Sul, Sudeste e Centro-Oeste, como Porto Alegre (POAL), São Paulo (POLI), Curitiba (UFPR) e Brasília (BRAZ), mostraram atrasos menores em julho, quando o clima mais seco e frio reduz a umidade e, consequentemente, os atrasos troposféricos. Já em Salvador (SSA1), a diferença entre os meses foi mais equilibrada, devido à relativa estabilidade climática ao longo do ano.

A estação São Gabriel da Cachoeira (SAGA), localizada na região amazônica, também seguiu padrões semelhantes aos de outras estações equatoriais, com atrasos mais elevados em janeiro devido ao calor e à alta umidade do período.

Embora a diferença entre janeiro e julho não tenha sido tão extrema quanto em outras estações, o impacto da umidade elevada e das condições climáticas típicas da região amazônica contribuiu para uma variação considerável nos atrasos troposféricos. Isso demonstra a forte influência do clima local na refratividade troposférica e como ele varia ao longo do ano, corroborando com as conclusões de De Abreu, Alves e Gouveia (2014).

Na Figura 3, as correlações entre as variáveis para as 10 estações RBMC no período de janeiro e julho destacam o comportamento das relações entre os gradientes troposféricos e os atrasos zenitais, especialmente quando combinados com as funções de mapeamento hidrostática ( $m_h$ ) e não hidrostática ( $m_w$ ). Os gradientes troposféricos no sentido leste (grad\_e) e norte (grad\_n), embora com correlação mais fraca com o atraso total, ainda desempenham um papel importante na definição do comportamento atmosférico. A relação positiva e forte entre as funções de mapeamento e os atrasos totais médios (tot\_delay\_mean) indica que a precisão das funções de mapeamento pode ser crucial para a estimativa dos atrasos troposféricos, especialmente nas regiões em que as variações climáticas podem ser mais intensas.

Figura 3 – Correlação entre Variáveis Atmosféricas e Atrasos Troposféricos



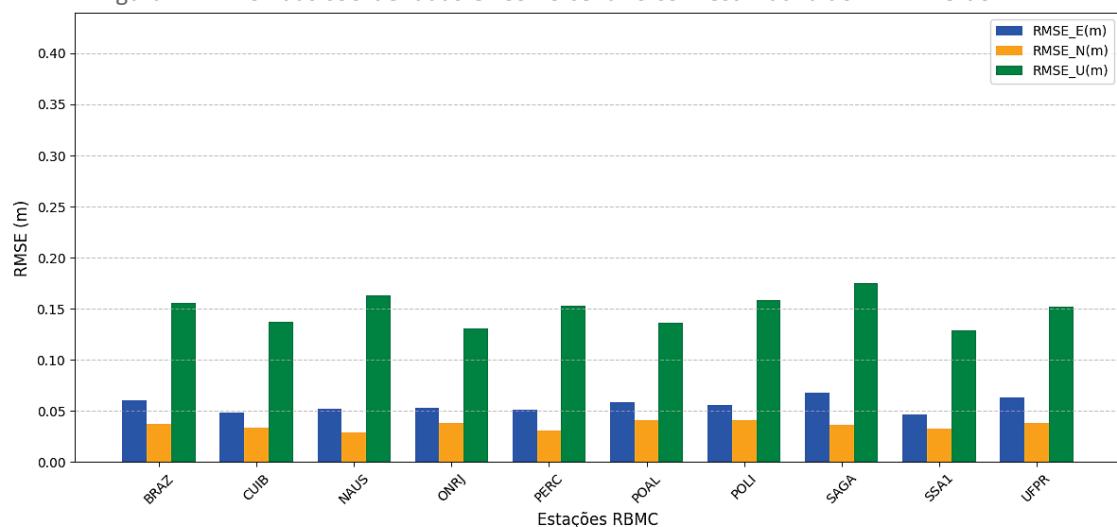
Fonte: Autoria própria (2025).

Os valores de correlação entre as variáveis revelam a complexa interação entre os gradientes troposféricos, as funções de mapeamento e os atrasos zenitais, que afetam diretamente o atraso total. Em particular, observou-se que os gradientes troposféricos apresentam correlações moderadas, mas negativas entre si, sugerindo que, em alguns cenários, um aumento em uma direção pode estar associado a uma diminuição na outra. As funções de mapeamento hidrostática e não hidrostática têm correlação perfeita, indicando que ambas respondem de maneira similar às variações atmosféricas. Além disso, o ZHD e o ZWD estão positivamente correlacionados com o atraso total, sendo os maiores responsáveis pela variação desse atraso, especialmente no caso do ZHD, que apresenta a correlação mais forte (0,79). As funções de mapeamento também desempenham um papel significativo, apresentando uma correlação de 0,75 com o atraso total.

pela rede SIRGAS-CON, utilizando o RMSE para avaliar a acurácia das estimativas. Os resultados do RMSE foram analisados por meio de histogramas e Boxplots, proporcionando uma visão detalhada da distribuição e variabilidade dos erros para cada estação.

A Figura 4 apresenta a análise dos valores de RMSE para as diferentes estações RBMC, considerando a estimativa do ZTD sem a inclusão de gradientes troposféricos no verão.

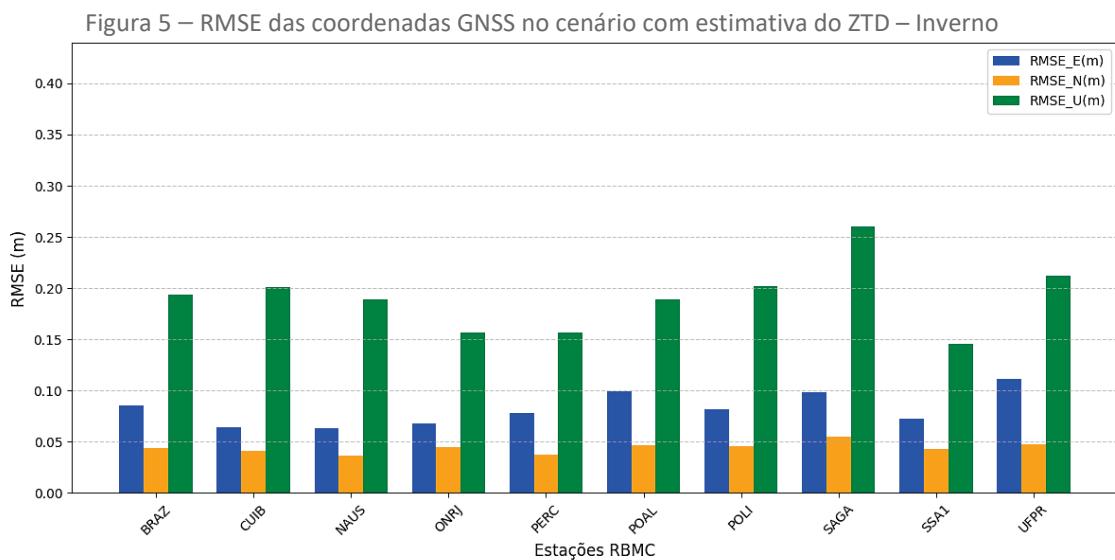
Figura 4 – RMSE das coordenadas GNSS no cenário com estimativa do ZTD – Verão



Fonte: Autoria própria (2025).

Na Figura 4, no verão, a componente U apresentou os menores valores de RMSE nas estações SSA1 (0,129 m) e ONRJ (0,131 m), ambas litorâneas, onde a influência marítima contribui para uma atmosfera mais estável e menos heterogênea. Em contrapartida, as maiores magnitudes foram observadas em SAGA (0,175 m) e NAUS (0,163 m), situadas na região amazônica, caracterizada por forte convecção e elevada variabilidade de umidade, fatores que aumentam a complexidade do atraso troposférico. Estações localizadas em regiões de relevo mais elevado, como BRAZ (0,156 m), UFPR (0,152 m) e POLI (0,159 m), apresentaram valores intermediários, evidenciando que a topografia também afeta a homogeneidade atmosférica e, consequentemente, a acurácia. As componentes horizontais (E e N) permaneceram baixas, com E variando de 0,047 m (SSA1) a 0,068 m (SAGA) e N de 0,029 m (NAUS) a 0,041 m (POAL e POLI), mostrando que os erros nas componentes horizontais foram menos sensíveis do que os erros na componente U no verão.

Na Figura 5 são apresentados os resultados de RMSE para o cenário com a estimativa do ZTD, sem a inclusão de gradientes troposféricos, no período do inverno.



Fonte: Autoria própria (2025).

Durante o mês de julho, no inverno (Figura 5), os resultados indicam uma degradação geral da acurácia em comparação a janeiro. A estação SAGA apresentou os maiores valores de RMSE, chegando a 0,26 m na componente U, o que reflete a dificuldade da modelagem troposférica em uma região equatorial úmida e com forte convecção atmosférica mesmo no período de inverno. De forma semelhante, UFPR e POAL, ambas em regiões de relevo mais acidentado e sujeitas a frentes frias e variabilidade atmosférica marcante no inverno, também apresentaram resultados piores, com RMSE na componente U próximos de 0,20 m. Em contraste, SSA1 e ONRJ mantiveram-se entre as estações mais estáveis, embora com degradação em relação ao verão, apresentando valores de RMSE entre 0,14 a 0,16 m na componente U. Nota-se ainda que as estações de interior como BRAZ e CUIB, embora com valores intermediários, sofreram degradação significativa entre janeiro e julho, refletindo as diferenças sazonais da troposfera brasileira.

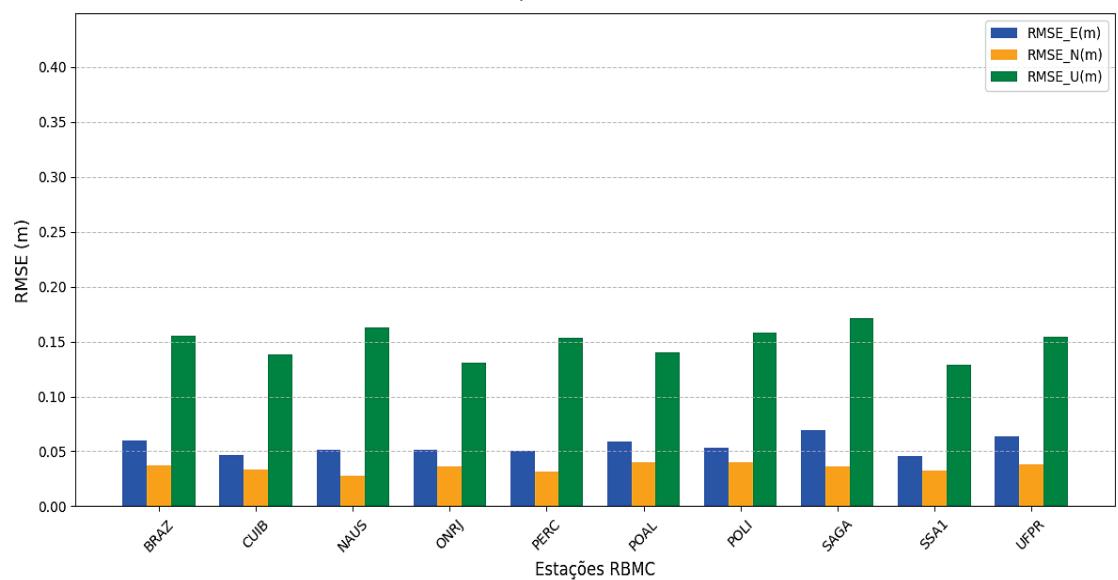
De modo geral, os resultados evidenciam que o cenário de janeiro apresentou melhor acurácia em praticamente todas as estações, especialmente na componente U, quando comparado ao inverno de julho. Essa tendência pode ser explicada pelo fato de que, durante o verão, a maior variabilidade do vapor d'água atmosférico fornece um sinal mais pronunciado para o Filtro de Kalman estendido, permitindo um ajuste mais refinado do ZTD no PPP cinemático. No inverno, apesar da atmosfera ser menos úmida, as heterogeneidades locais, associadas à atuação de frentes frias, inversões térmicas e maior estabilidade atmosférica, acabam dificultando a estimativa precisa dos parâmetros troposféricos.

Além disso, o processamento com 24 horas de rastreio possibilita que o filtro do RTKLIB refine continuamente os parâmetros ao longo do dia. No verão, esse longo período de rastreio favorece a convergência do modelo, já que as variações do ZWD são mais intensas e ajudam a ajustar o ZTD às condições atmosféricas locais. Já no inverno, em que a variabilidade do vapor d'água é menor, o mesmo intervalo de rastreio prolongado não fornece informação atmosférica suficiente para compensar as heterogeneidades regionais, resultando em maior degradação dos resultados. Assim, a modelagem baseada apenas na estimativa do ZTD

mostrou-se mais eficiente no verão, enquanto no inverno apresentou limitações mais evidentes, sobretudo em estações situadas em regiões de relevo acentuado (UFPR, POAL) ou sob forte variabilidade climática (SAGA).

Na Figura 6 são apresentados os resultados de RMSE para o cenário com a estimativa do ZTD e a inclusão de gradientes troposféricos, no período do verão.

Figura 6 – RMSE das coordenadas GNSS no cenário com estimativa do ZTD e gradientes troposféricos – Verão

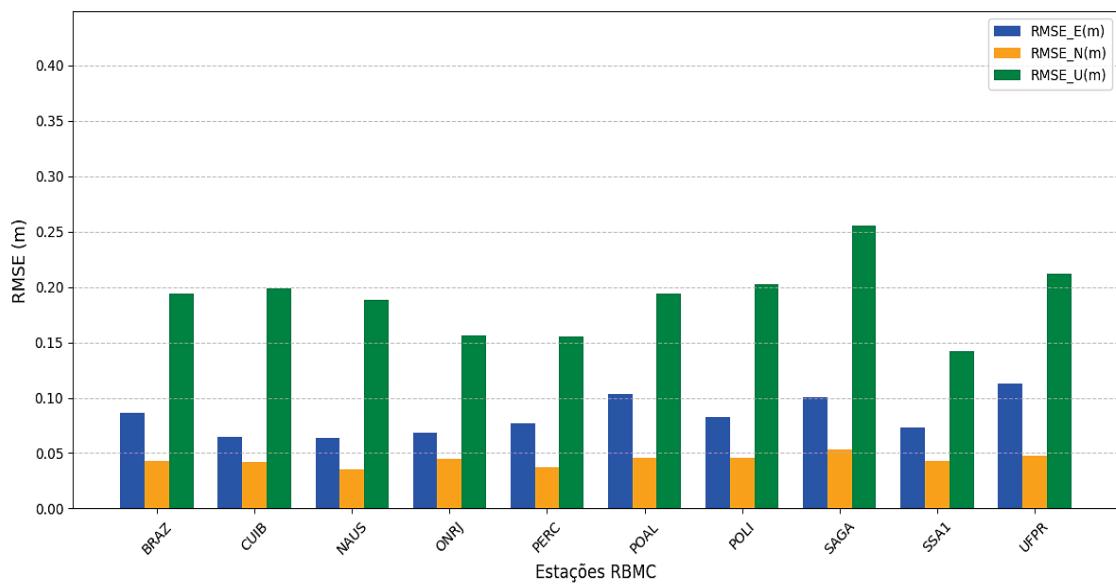


Fonte: Autoria própria (2025).

Na Figura 6, correspondente ao verão com a inclusão de gradientes troposféricos, nota-se que as estações SSA1 (0,129 m) e ONRJ (0,131 m), ambas em regiões litorâneas, continuam apresentando as melhores acurárias na componente U. A influência marítima e a menor heterogeneidade atmosférica dessas áreas explicam a estabilidade nos resultados, inclusive após a inclusão de gradientes. Entre as piores estações aparecem SAGA (0,171 m) e NAUS (0,163 m), ambas localizadas na Amazônia, onde a alta umidade e a forte convecção atmosférica geram maior variabilidade do atraso troposférico. No caso de SAGA, observa-se uma modesta melhora na componente U em relação ao cenário sem gradientes (0,175 m). Estações em áreas de relevo mais elevado, como BRAZ (0,156 m), POLI (0,159 m) e UFPR (0,154 m), mantiveram resultados intermediários, reforçando o papel da topografia na degradação da homogeneidade atmosférica. Assim como no cenário anterior, as componentes horizontais apresentaram erros reduzidos e estáveis, variando entre 0,028 m (componente N em NAUS) e 0,069 m (componente E em SAGA), demonstrando que a maior contribuição dos gradientes está relacionada à redução de assimetrias horizontais, embora a componente U continue a ser a mais impactada.

Na Figura 7 são apresentados os resultados de RMSE para o cenário com a estimativa do ZTD e a inclusão de gradientes troposféricos, no período do inverno.

Figura 7 – RMSE das coordenadas GNSS no cenário com estimativa do ZTD e gradientes troposféricos – Inverno

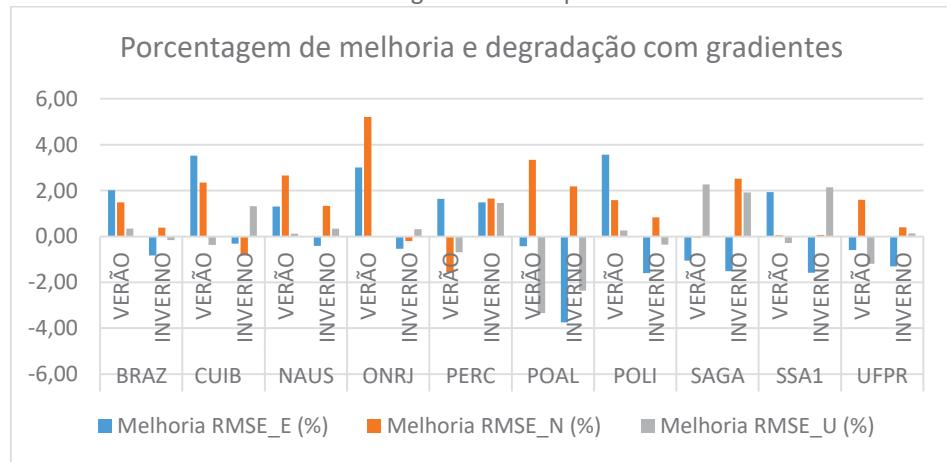


Fonte: Autoria própria (2025).

No inverno, com a inclusão dos gradientes, a estação SAGA manteve-se como a mais crítica, alcançando 0,255 m na componente U, valor muito acima da média das demais estações, reflexo da dificuldade em modelar atmosferas equatoriais. De modo semelhante, UFPR (0,212 m) e POLI (0,203 m), em regiões de relevo mais acentuado, apresentaram elevados valores de RMSE, reforçando o impacto da topografia na estimativa dos parâmetros. Em contrapartida, SSA1 (0,142 m) e ONRJ (0,156 m) mantiveram os melhores desempenhos, ainda que com degradação em relação ao verão. As estações de interior, como BRAZ (0,194 m) e CUIB (0,199 m), apresentaram valores intermediários, mas também sofreram degradação sazonal. As componentes horizontais permaneceram em níveis baixos, geralmente abaixo de 0,10 m, evidenciando que, embora os gradientes melhorem a modelagem das assimetrias horizontais, a componente U continua sendo a mais afetada.

A Figura 8 apresenta os resultados de melhorias e degradações para as componentes E, N e U, evidenciando o impacto dos gradientes nas diferentes estações RBMC.

Figura 8 – Variações percentuais no RMSE (melhorias ou degradações) obtidas com a inclusão de gradientes troposféricos.



Fonte: Autoria própria (2025).

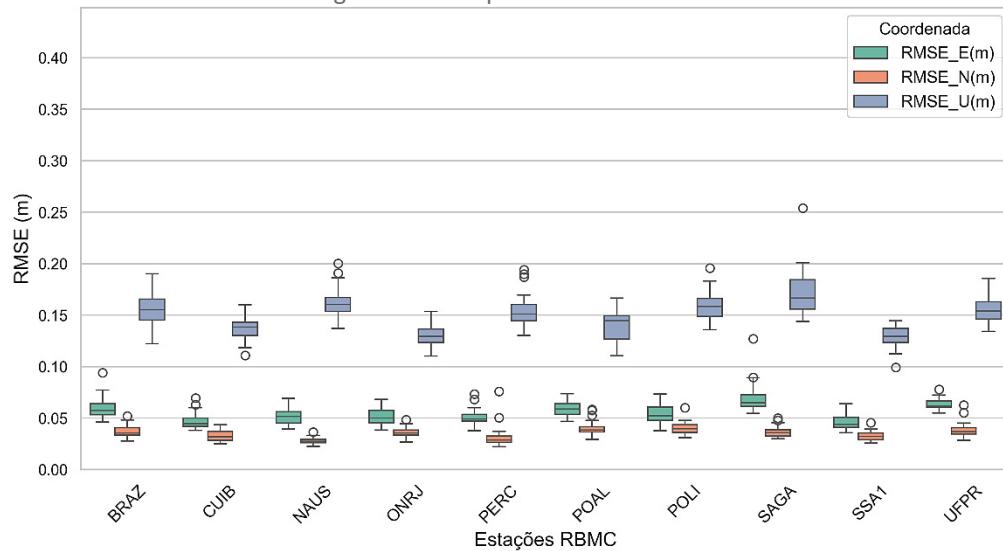
A Figura 8 indica que, no verão, os gradientes são mais efetivos para reduzir assimetrias horizontais, com ganhos nas componentes horizontais em várias regiões. Em áreas litorâneas e de interior, como ONRJ e CUIB, observam-se melhorias nas componentes horizontais, padrão que também aparece em BRAZ e NAUS. A componente U no verão permanece, na maioria das estações, neutra ou levemente degradada em ambientes subtropicais/altos (POAL -3,34% e UFPR -1,19%), indicando que a componente U segue mais sensível à modelagem troposférica mesmo com a estimativa de gradientes. Uma exceção importante é a Amazônia: SAGA apresenta melhoria na componente U (+2,27%), coerente com a forte anisotropia induzida por convecção; em NAUS pode-se observar melhorias nas componentes E e N e melhorias mais modestas na componente U.

No inverno, o padrão se inverte parcialmente: a componente E tende a degradar em muitas estações (como POAL -3,75% e POLI -1,59%), enquanto N mantém ganhos modestos (SAGA +2,52%, PERC +1,65%). Já a componente U melhora sobretudo em ambientes equatoriais e litorâneos: SAGA (+1,92%), NAUS (+0,34%), SSA1 (+2,15%) e PERC (+1,45%), além de um ganho menor em ONRJ (+0,31%), e piora em regiões subtropicais/altas e de relevo acentuado (POAL -2,37%, POLI -0,36%, BRAZ -0,16%). No inverno, a menor variabilidade do vapor d'água reduz a informação disponível ao longo das 24 horas para estimar gradientes com estabilidade. Por outro lado, a presença marítima ou convecção residual em regiões costeiras/equatoriais ainda fornece assimetrias suficientes para beneficiar a componente U.

Os resultados sugerem priorizar gradientes no verão quando o objetivo principal for refinar E e N (litoral e interior tropicais) e, no inverno, quando o foco for U em regiões amazônicas e litorâneas. Em áreas subtropicais/altas (POAL, POLI, UFPR, BRAZ), sobretudo no inverno, a inclusão de gradientes exige cautela por potencial degradação da componente U. Ressalta-se que as variações percentuais são pequenas, na ordem de milímetros sobre os RMSE absolutos. Portanto, a decisão de usar gradientes deve considerar a componente do experimento e a climatologia local em cada época do ano.

Na Figura 9 são apresentados os Boxplots para o cenário considerando a estimativa do ZTD com a inclusão de gradientes troposféricos, no verão. Nas figuras de Boxplot, a linha horizontal no interior de cada caixa representa a mediana dos valores, enquanto os círculos indicam outliers, ou seja, observações discrepantes em relação ao conjunto de dados.

Figura 9 – Boxplots dos RMSE das coordenadas GNSS no cenário com estimativa do ZTD e gradientes troposféricos – Verão



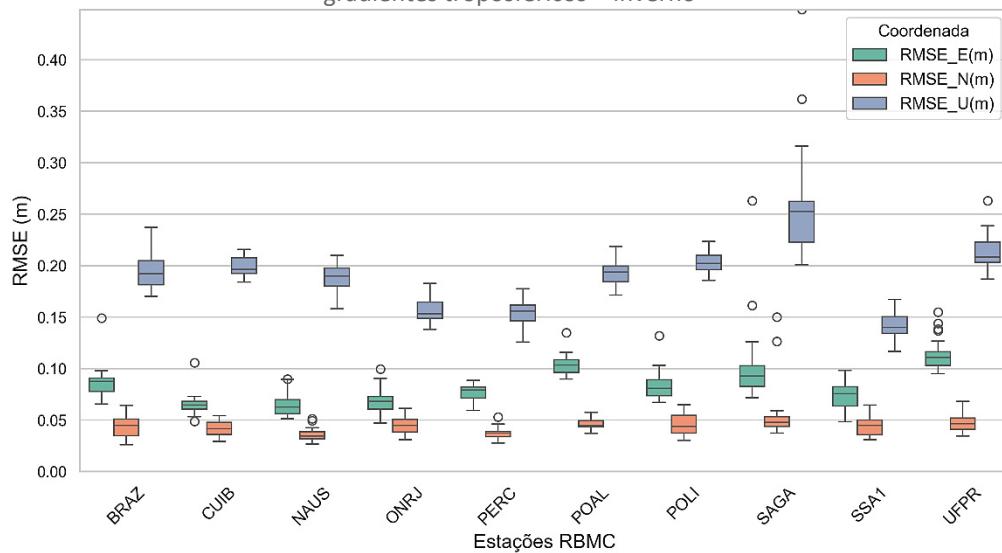
Fonte: Autoria própria (2025).

Na Figura 9, a componente U é a que apresenta os maiores valores de RMSE em todas as estações, como esperado, já que os efeitos troposféricos impactam mais fortemente essa direção. Mesmo assim, em estações litorâneas e de baixa altitude, como ONRJ (35 m), SSA1 (-2 m) e PERC (12 m), a mediana da componente U se mantém relativamente baixa (em torno de 0,13–0,15 m), e as caixas são curtas, indicando resultados mais acurados. Nessas mesmas estações, as componentes E e N ficam próximas de 0,04–0,05 m, mostrando estabilidade também no plano horizontal.

Por outro lado, em regiões de relevo acentuado ou de maior variabilidade atmosférica, a componente U apresenta maior dispersão. É o caso de UFPR (925 m) e POLI (731 m), que apresentam caixas mais altas e alguns outliers em POLI, elevando o RMSE da componente U. Já na Amazônia, a estação SAGA (95 m) apresenta uma das maiores medianas e caudas longas na componente U, reflexo da intensa variabilidade de umidade e convecção atmosférica na região.

Na Figura 10 são apresentados os Boxplots para o cenário considerando a estimativa do ZTD com a inclusão de gradientes troposféricos, no inverno.

Figura 10 – Boxplots dos RMSE das coordenadas GNSS no cenário com estimativa do ZTD e gradientes troposféricos – Inverno



Fonte: Autoria própria (2025).

No inverno, observa-se um aumento nos valores da componente U em praticamente todas as estações, com medianas variando em torno de 0,18–0,23 m e presença de caixas mais altas e caudas alongadas. Isso indica não apenas maiores erros na componente U, mas também maior variabilidade entre os dias. As estações SAGA, UFPR e POLI apresentam os desempenhos menos acurados, com caixas mais altas e outliers na componente U, reforçando a dificuldade de modelagem. A estação SAGA exibe as medianas mais elevadas e a maior dispersão na componente U em relação às demais estações.

Em contrapartida, as estações litorâneas e de baixa altitude, como ONRJ, SSA1 e PERC, continuam apresentando os resultados mais acurados, com medianas mais baixas e caixas mais curtas em todas as componentes. Mesmo na componente U, onde os erros são maiores, os valores permanecem mais controlados nessas estações, evidenciando a influência positiva da localização costeira e das condições climáticas mais estáveis.

## CONCLUSÃO

Este estudo avaliou o impacto da modelagem troposférica no desempenho do PPP cinemático, utilizando dados de 10 estações da RBMC durante os meses de janeiro e julho de 2020. A análise comparou dois cenários de correção troposférica no software RTKLIB: a estimativa exclusiva do ZTD e a estimativa combinada do ZTD com gradientes troposféricos. Os resultados foram avaliados por meio do RMSE em relação às coordenadas de referência da rede SIRGAS-CON, considerando as componentes E, N e U, além de análises estatísticas como correlações e boxplots.

Os resultados demonstram que o desempenho do PPP é diretamente influenciado pelas condições climáticas e sazonais. No geral, o verão apresentou uma acurácia superior ao inverno em quase todas as estações, especialmente na componente U. Isso se deve ao fato de que, no verão, a maior variabilidade do

vapor d'água fornece um sinal mais pronunciado para o filtro. O tempo de rastreio de 24 horas possibilitou que o filtro do RTKLIB refinasse continuamente os parâmetros ao longo do dia, favorecendo a convergência do modelo. Já no inverno, a menor quantidade de vapor d'água e a maior heterogeneidade local, como frentes frias e inversões térmicas, dificultam a modelagem precisa, resultando em erros mais significativos. Nesse período, o intervalo de rastreio prolongado não forneceu informação atmosférica suficiente para compensar as heterogeneidades regionais, o que resultou em uma maior degradação dos resultados.

A inclusão dos gradientes troposféricos teve um impacto notável, embora com resultados variados dependendo da estação e da época do ano. No verão, a estimativa dos gradientes foi mais eficaz para refinar a acurácia das componentes horizontais (E e N) em diversas estações, especialmente em regiões litorâneas e de interior tropical. Já a componente U apresentou melhorias modestas ou, em alguns casos, até uma leve degradação, exceto na estação SAGA, que mostrou um ganho na componente U considerável.

No inverno, a situação se inverteu parcialmente. As melhorias mais expressivas com a estimativa de gradientes foram observadas na componente U em regiões equatoriais e litorâneas, como SAGA, NAUS, SSA1 e PERC. Por outro lado, a componente horizontal E tendeu a degradar em diversas estações. A menor variabilidade do vapor d'água no inverno torna a estimativa de gradientes menos estável, mas a presença de fatores como a convecção residual em áreas costeiras e equatoriais ainda fornece assimetrias atmosféricas suficientes para beneficiar a componente U. Em estações localizadas em regiões de relevo acentuado, como UFPR, POLI e POAL, a inclusão de gradientes no inverno exigiu cautela, pois, em alguns casos, resultou em degradação da acurácia na componente U. Essa sensibilidade destaca a complexa interação entre a topografia e a modelagem atmosférica.

Em síntese, os resultados sugerem que a estimativa de gradientes horizontais troposféricos pode ser uma ferramenta valiosa para aprimorar o PPP cinemático, mas sua eficácia depende do contexto geográfico e sazonal. A maior contribuição dos gradientes está relacionada à modelagem de assimetrias horizontais, embora a componente U continue a ser a mais impactada pelos erros troposféricos. Este estudo reforça a necessidade de abordagens adaptativas para a modelagem troposférica no Brasil e contribui para a compreensão de como as variações climáticas locais afetam o posicionamento GNSS, um passo importante para o desenvolvimento de modelos mais robustos no futuro.

## REFERÊNCIAS

DE ABREU, P. A. G.; ALVES, D. B. M.; GOUVEIA, T. A. F. Aplicação e avaliação do modelo de previsão numérica do tempo eta15km no posicionamento absoluto. *Revista Brasileira de Cartografia*, n. 66/3, p. 555-567, 2014.

ALBUQUERQUE, A. M.; NESPOLO, R. S.; TOMMASELLI, A. M. G.; MARTINS-NETO, R. P.; IMAI, N. N.; ALVES, D. B. M.; GOUVEIA, T.A.F.; JEREZ, G. O. Machine learning-based modelling of zenith wet delay using terrestrial meteorological data in the Brazilian territory. *ISPRS Annals of the Photogrammetry, Remote Sensing and*

---

**Spatial Information Sciences**, v. X-3-2024, p. 13-19, 2024.  
<https://doi.org/10.5194/isprs-annals-X-3-2024-13-2024>.

ALVES, D. B. M.; SAPUCCI, L. F.; MARQUES, H. A.; SOUZA, E.; GOUVEIA, T. A. F.; Magário, J. A. Using a regional numerical weather prediction model for GNSS positioning over Brazil. **GPS Solutions**, v. 20, p. 677-685, 2016.  
<https://doi.org/10.1007/s10291-015-0477-x>.

BARRIOT, J.-P.; FENG, P. Beyond Mapping Functions and Gradients. **Geodetic Sciences: Theory, Applications and Recent Developments**, v. 2, p. 125, 2021.  
<https://doi.org/10.5772/intechopen.96982>.

BOEHM, J.; NIELL, A.; TREGONING, P.; SCHUH, H. Global Mapping Function (GMF): A new empirical mapping function based on numerical weather model data. **Geophysical Research Letters**, v. 33, n. 7, L07304, 2006.  
<https://doi.org/10.1029/2005GL025546>.

BRAGA, F. L. S.; DAL POZ, W. R. Efeitos da Refração Troposférica no Posicionamento por Ponto Preciso no Brasil. **Pesquisas em Geociências**, v. 49, n. 2, 2022.  
<https://doi.org/10.22456/1807-9806.118014>.

CHEN, G.; HERRING, T. A. Effects of atmospheric azimuthal asymmetry on the analysis of space geodetic data. **Journal of Geophysical Research: Solid Earth**, v. 102, n. B9, p. 20489-20502, 1997. <https://doi.org/10.1029/97JB01739>.

DAVIS, J. L.; ELGENED, G.; NIELL, A. E.; KUEHN, C. E. Ground-based measurement of gradients in the ‘wet’ radio refractivity of air. **Radio Science**, v. 28, n. 5, p. 1003-1018, 1993. <https://doi.org/10.1029/93RS01917>.

DAVIS, J. L.; HERRING, T. A.; SHAPIRO, I. I.; ROGERS, A. E. E.; ELGERED, G. Geodesy by radio interferometry: Effects of atmospheric modeling errors on estimates of baseline length. **Radio Science**, v. 20, n. 6, p. 1593-1607, 1985.  
<https://doi.org/10.1029/RS020i006p01593>.

DOUSA, J.; VACLAVOVIC, P. Real-time zenith tropospheric delays in support of numerical weather prediction applications. **Advances in Space Research**, v. 53, n. 9, p. 1347-1358, 2014. <https://doi.org/10.1016/j.asr.2014.02.021>.

GOUVEIA, T. A. F.; MONICO, J. F. G.; ALVES, D. B. M.; SAPUCCI, L. F.; GEREMIA-NIEVINSKI, F. 50 years of synergy between Space Geodesy and Meteorology: from a GNSS positioning error to precipitation nowcasting applications. **Revista brasileira de cartografia**, v. 72, n. 50, p. 1536-1561, 2020.  
<http://dx.doi.org/10.14393/rbcv72nespecial50anos-56767>.

KOUBA, J.; HÉROUX, P. Precise Point Positioning using IGS orbit and clock products. **GPS Solutions**, v. 5, n. 2, p. 12-28, 2001.

LANDSKRON, D.; BÖHM, J. VMF3/GPT3: refined discrete and empirical troposphere mapping functions. **Journal of Geodesy**, v. 92, p. 349-360, 2018. <https://doi.org/10.1007/s00190-017-1066-2>.

LEANDRO, R. F.; SANTOS, M. C.; LANGLEY, R. B. UNB neutral atmosphere models: Development and performance. In: **NATIONAL TECHNICAL MEETING OF THE INSTITUTE OF NAVIGATION**, 2006, Monterey, CA. *Proceedings [...]*. Monterey, CA: Institute of Navigation, 2006. p. 564-573.

LI, X.; WANG, Q.; WU, J.; YUAN, Y.; XIONG, Y.; GONG, X.; WU, Z. Multi-GNSS products and services at iGMAS Wuhan Innovation Application Center: Strategy and evaluation. **Satellite Navigation**, v. 3, p. 20, 2022. <https://doi.org/10.1186/s43020-022-00081-3>.

DE LIMA, T. M. A.; SANTOS, M.; ALVES, D. B. M.; NIKOLAIDOU, T.; GOUVEIA, T. A. F. Assessing ZWD models in delay and height domains using data from stations in different climate regions. **Applied Geomatics**, v. 14, p. 93-103, 2022. <https://doi.org/10.1007/s12518-021-00414-y>.

MACMILLAN, D. S. Atmospheric gradients from very long baseline interferometry observations. **Geophysical Research Letters**, v. 22, n. 9, p. 1041-1044, 1995. <https://doi.org/10.1029/95GL00887>.

MOREL, L.; MOUDNI, O.; DURAND, F.; NICOLAS, J.; FOLLIN, J. M.; DURAND, S.; POTTIAUX, E.; BAELEN, J. V.; DE OLIVEIRA JR, P. S. On the relation between GPS tropospheric gradients and the local topography. **Advances in Space Research**, v. 68, n. 4, p. 1676-1689, 2021. <https://doi.org/10.1016/j.asr.2021.04.008>.

NIELL, A. E. Global mapping functions for the atmosphere delay at radio wavelengths. **Journal of Geophysical Research: Solid Earth**, v. 101, n. B2, p. 3227-3246, 1996. <https://doi.org/10.1029/95JB03048>.

NING, T.; ELGERED, G. Atmospheric horizontal gradients measured with eight co-located GNSS stations and a microwave radiometer. **Atmospheric Measurement Techniques**, v. 18, n. 9, p. 2069-2082, 2025. <https://doi.org/10.5194/amt-18-2069-2025>.

OLIVEIRA, A. F.; ALVES, D. B. M.; FERREIRA, L. D. D. Avaliação de diferentes modelos troposféricos de previsão numérica do tempo no posicionamento em redes.

**Boletim de Ciências Geodésicas**, v. 20, n. 4, p. 716–733, 2014.  
<https://doi.org/10.14393/rbcv66n3-44765>.

DE OLIVEIRA JR, P. S.; MOREL, L.; FUND, F.; LEGROS, R.; MONICO, J. F. G.; DURAND, S.; DURAND, F. Modeling tropospheric wet delays with dense and sparse network configurations for PPP-RTK. **GPS Solutions**, v. 21, n. 1, p. 237-250, 2017.  
<http://dx.doi.org/10.1007/s10291-016-0518-0>.

DE OLIVEIRA JR, P. S.; MOREL, L.; GALERA MONICO, J. F.; DURAND, S.; DURAND, F.; BEZERRA, L. D. S. An alternative to derive ionospheric and tropospheric SSR corrections for PPP-RTK using adaptive constraints. **Survey Review**, v. 55, p. 524-535, 2023. <https://doi.org/10.1080/00396265.2023.2169063>.

ROCKEN, C.; VAN HOVE, T.; WARE, R. Near real-time GPS sensing of atmospheric water vapor. **Geophysical Research Letters**, v. 24, n. 24, p. 3221-3224, 1997.  
<https://doi.org/10.1029/97GL03312>.

SAASTAMOINEN, J. Atmospheric correction for the troposphere and stratosphere in radio ranging of satellites. **Geophysical Monograph Series**, v. 15, p. 247-251, 1972. <https://doi.org/10.1029/GM015p0247>.

TAKASU, T. **RTKLIB: An open-source program package for GNSS positioning**. RTKLIB Documentation, 2013. Disponível em: <http://www.rtklib.com/>.

THEODORO, L. T. C.; RODRIGUES, T. L.; OLIVEIRA JUNIOR, P. S. D.; VESTENA, K. D. M. Assessment of tropospheric modeling on PPP-AR performances under brazilian atmospheric condition. **Boletim de Ciências Geodésicas**, v. 28, n 3, 2022.  
<https://doi.org/10.1590/s1982-21702022000300013>.

## **5 IMPACTO DA FUNÇÃO DE MAPEAMENTO DE VIENA 3 (VMF3) E ESTRATÉGIAS DE MODELAGEM TROPOSFÉRICA NO POSICIONAMENTO POR PONTO PRECISO CINEMÁTICO EM REGIÕES BRASILEIRAS**

O artigo a seguir será submetido a um periódico científico.

# **Impacto da Função de Mapeamento de Viena 3 (VMF3) e Estratégias de Modelagem Troposférica no Posicionamento por Ponto Preciso Cinemático em Regiões Brasileiras**

**Resumo:** A acurácia do Posicionamento por Ponto Preciso (PPP) cinemático é impactada pelo atraso troposférico, uma das maiores fontes de erro no Sistema Global de Navegação por Satélite (GNSS). Embora modelos como a Função de Mapeamento de Viena 3 (VMF3) tenham avançado a modelagem a priori, ainda existe uma lacuna na literatura sobre seu desempenho em comparação com estratégias de Estimativa do Atraso Zenital Troposférico (*ZTD – Zenith Tropospheric Delay*), especialmente em softwares de código aberto e em regiões de alta variabilidade atmosférica como o Brasil. Para preencher essa lacuna, este estudo avaliou o impacto da VMF3 e de diferentes estratégias de modelagem troposférica no PPP cinemático em regiões brasileiras. Para isso, foram utilizados dados de 10 estações da Rede Brasileira de Monitoramento Contínuo (RBMC) dos sistemas GNSS nos meses de janeiro e julho de 2020. Foram comparados os resultados obtidos com a implementação direta da VMF3 no software RTKLIB com aqueles obtidos a partir da estratégia de Estimativa do ZTD, que é estimado como parâmetro estocástico em um filtro de Kalman estendido, enquanto os gradientes troposféricos são modelados segundo MacMillan (1995), considerando diferentes máscaras de elevação ( $7^\circ$ ,  $10^\circ$ ,  $15^\circ$ ) e constelações (GPS e GPS+GLONASS). Os resultados da combinação GPS+GLONASS são superiores àqueles obtidos com uso apenas do GPS, com melhorias significativas no erro médio quadrático (RMSE – Root Mean Square Error) (variando de 23,71% a 35,99%). Isso se deve sobretudo à maior redundância de observações e melhor geometria dos satélites no posicionamento multi-GNSS. A Estimativa do ZTD superou a aplicação direta da VMF3 na maioria dos cenários, especialmente na componente vertical (U), onde obteve melhorias superiores a 43% sobre a VMF3. Essa superioridade é atribuída à capacidade adaptativa do filtro de Kalman de se ajustar às condições atmosféricas locais, reduzindo os erros residuais. A análise revelou que a inclusão dos gradientes teve um efeito pouco expressivo na acurácia do posicionamento. Ainda assim, os gradientes estimados demonstram maior variabilidade e intensidade, o que é um forte indicativo da capacidade da filtragem de Kalman de se ajustar às condições atmosféricas dinâmicas. A análise sazonal corroborou com a ideia de que os RMSEs são maiores no verão (janeiro) devido à maior variabilidade atmosférica e umidade, enquanto as condições mais estáveis do inverno (julho) resultam em maior acurácia. A máscara de elevação de  $10^\circ$  revelou-se o ponto ótimo para a maioria das componentes, promovendo uma redução significativa no RMSE ao mitigar o impacto de observações ruidosas em baixas elevações, sem comprometer substancialmente a quantidade de dados disponíveis. A Estimativa do ZTD mostrou maior adaptabilidade, embora a VMF3 tenha sido competitiva na região amazônica, caracterizada por maior umidade (estação NAUS), mas inferior em estações de alta altitude (UFPR). Em suma, o estudo enfatiza o balanço entre a fidelidade de um modelo a priori e a flexibilidade adaptativa da Estimativa do ZTD para o PPP cinemático.

## **1. Introdução**

O Posicionamento por Ponto Preciso (PPP) tem se estabelecido como uma técnica robusta e versátil para o posicionamento pelo Sistema Global de Navegação por Satélite (GNSS) de alta precisão, viabilizando a determinação de coordenadas com precisão centimétrica sem a dependência de estações de referência próximas (Zumberge et al., 1997; Kouba e Héroux, 2001; Gao e Chen, 2004; Kouba, 2015; Teunissen e Montenbruck, 2017). Apesar de suas significativas vantagens, a acurácia do PPP é notadamente

influenciada por erros sistemáticos, particularmente aqueles inerentes aos atrasos induzidos pela atmosfera neutra (Zumberge et al. 1997; Kouba e Héroux 2001; Gao e Chen 2004; Kouba, 2015; Morel et al. 2021).

Ao atravessar a atmosfera neutra, o sinal GNSS sofre uma curvatura e um atraso em decorrência da refração causada pelos gases hidrostáticos e não hidrostáticos presentes nessa camada atmosférica (Gouveia et al., 2020). A maior concentração de vapor d'água encontra-se na troposfera, situada aproximadamente entre a superfície e 8 km de altitude nos polos, ou até 18 km na região da Linha do Equador (Reid e Gage, 1981; Tomikawa et al., 2009; Barriot e Feng, 2021). Embora a maior parte do atraso ocorra nesta camada, a contribuição de outros gases refratários na estratosfera pode chegar a 25% do atraso total (Hofmann-Wellenhof et al., 2001; Teunissen e Montenbruck, 2017; Gouveia et al., 2020), sendo o fenômeno convencionalmente referido como “atraso troposférico” (Collins e Langley, 1998; Morel et al., 2021). Para obter um posicionamento GNSS com melhor qualidade, a determinação do atraso troposférico deve ser realizada com a maior acurácia possível (Bar-Sever et al., 1998; Gouveia et al., 2020).

O Atraso Zenital Troposférico (ZTD – *Zenith Tropospheric Delay*) representa o atraso acumulado por um sinal GNSS ao atravessar a atmosfera neutra na direção vertical (zênite) sobre o receptor. O ZTD é composto por duas parcelas principais: o Atraso Zenital Hidrostático (ZHD – *Zenith Hydrostatic Delay*), relacionado à pressão atmosférica e bem modelado por meio de modelos empíricos (como o de Saastamoinen, 1973), e o Atraso Zenital Não Hidrostático (ZWD – *Zenith Wet Delay*), diretamente associado ao vapor d'água na atmosfera, o qual apresenta alta variabilidade espaço-temporal. Essa instabilidade do ZWD faz dele uma das principais fontes de erro residual no posicionamento GNSS (Bevis et al., 1992; Boehm e Schuh, 2004; Landskron e Boehm, 2018; Ma et al., 2021). A contribuição do ZWD pode atingir até 20% do ZTD, que por sua vez pode variar de 2,3 metros a 2,6 metros na direção do zênite (Davis et al., 1985; Teunissen e Montenbruck, 2017; Gouveia et al., 2020; Barriot e Feng 2021). No entanto, como os sinais GNSS geralmente não chegam pela vertical, mas sim por trajetórias oblíquas em diferentes ângulos de elevação, é necessário projetar o ZTD para o atraso real sofrido pelo sinal ao longo de sua linha de visada, o chamado Atraso Total Inclinado (STD). Para essa projeção, utilizam-se as Funções de Mapeamento (FMs), FM Hisdrostática (MFH) e FM Não Hidrostática (MFW), que projetam ZHD e ZWD nas direções dos satélites em diversas elevações.

A Função de Mapeamento de Niell (NMF), por exemplo, é amplamente utilizada devido à sua simplicidade e independência de dados meteorológicos locais (Niell, 1996). Contudo, estudos têm demonstrado que a NMF apresenta limitações, sobretudo em regiões tropicais como o Brasil (Ma et al., 2021; Braga e Dal Poz, 2022). Para superar essa simplificação e aprimorar a precisão, em particular em cenários de grande heterogeneidade atmosférica, foi introduzido o conceito de gradientes horizontais troposféricos (Davis et al., 1993; MacMillan, 1995; Chen e Herring, 1997). Esses gradientes permitem capturar a assimetria horizontal da refratividade atmosférica, refinando a modelagem do atraso troposférico além da suposição tradicional de simetria azimutal. Com isso, surgiram diversas Funções de Mapeamento de Gradiente (FMGs), como as propostas por Davis et al. (1993), MacMillan (1995), Chen e Herring (1997) e Meindl et al. (2004), que incorporaram os efeitos direcionais dos gradientes na estimativa do atraso ao longo da linha de visada. A inclusão desses gradientes na modelagem tem proporcionado melhorias na precisão do posicionamento, especialmente na componente

vertical e em regiões de maior umidade (Bar-Sever, Kroger e Borjesson, 1998; Morel et al., 2021).

Avanços recentes na modelagem troposférica incorporam dados de Previsão Numérica de Tempo (PNT) para desenvolver FMs mais sofisticadas, como as Funções de Mapeamento de Viena (VMF). A VMF3 (*Vienna Mapping Function 3*), desenvolvida por Landskron e Böhm (2018), representa um avanço significativo, fornecendo não apenas MFH e MFW, mas também os valores de ZHD, ZWD e gradientes horizontais troposféricos (Gnh, Gnw, Geh e Gew), todos derivados de modelos atmosféricos de alta resolução, o modelo do *European Centre for Medium-Range Weather Forecasts* (ECMWF) (grade de  $1^\circ \times 1^\circ$ ) (Boehm, Werl e Schuh, 2006b; Li et al., 2015). Apesar da crescente relevância dos modelos baseados em PNT, ainda existe uma lacuna na literatura quanto à sua aplicação e avaliação em softwares de código aberto para posicionamento GNSS, como o RTKLIB desenvolvido por Takasu (2013).

O RTKLIB oferece suporte a diversos modos de posicionamento, como o relativo (estático e cinemático) e o PPP, tanto em tempo real quanto em pós-processamento (Takasu, 2013). Em sua configuração padrão para correção troposférica, o RTKLIB emprega o modelo de Saastamoinen para calcular o ZHD e a NMF como função de mapeamento. O RTKLIB não oferece a opção de utilizar diretamente os parâmetros da VMF3. Além disso, enquanto a VMF3 fornece parâmetros troposféricos derivados de um modelo atmosférico global de alta resolução, baseado em dados de PNT, o RTKLIB estima o ZTD e os gradientes no filtro de Kalman, o que pode influenciar o desempenho esperado de um modelo a priori direto, um ponto que merece investigação aprofundada.

Modelos troposféricos precisos são fundamentais para a Geodésia de alta precisão, tornando necessária a validação de modelos de última geração, como a VMF3, em aplicações práticas. Este estudo teve como objetivo avaliar o impacto da VMF3 e de diferentes estratégias de modelagem troposférica no PPP cinemático, utilizando o software RTKLIB em regiões brasileiras. Foram analisados os resultados obtidos com a VMF3 em comparação com as abordagens de Estimativa do ZTD e de Estimativa do ZTD com gradientes, dispostas no RTKLIB (baseadas no uso do modelo de Saastamoinen e na NMF), considerando diferentes máscaras de elevação ( $7^\circ$ ,  $10^\circ$ ,  $15^\circ$ ) e configurações de constelações, GPS+GLONASS e apenas GPS.

Adicionalmente, foi realizada uma análise comparativa da evolução e magnitude dos gradientes troposféricos estimados pelo RTKLIB e modelados diretamente pela VMF3. O estudo visa fornecer insights sobre a acurácia alcançada e a sensibilidade do PPP cinemático a essas distintas estratégias de modelagem troposférica em diversas condições geográficas e sazonais do Brasil, utilizando dados de 10 estações da Rede Brasileira de Monitoramento Contínuo dos Sistemas GNSS (RBMC) processados para os meses de janeiro e julho de 2020.

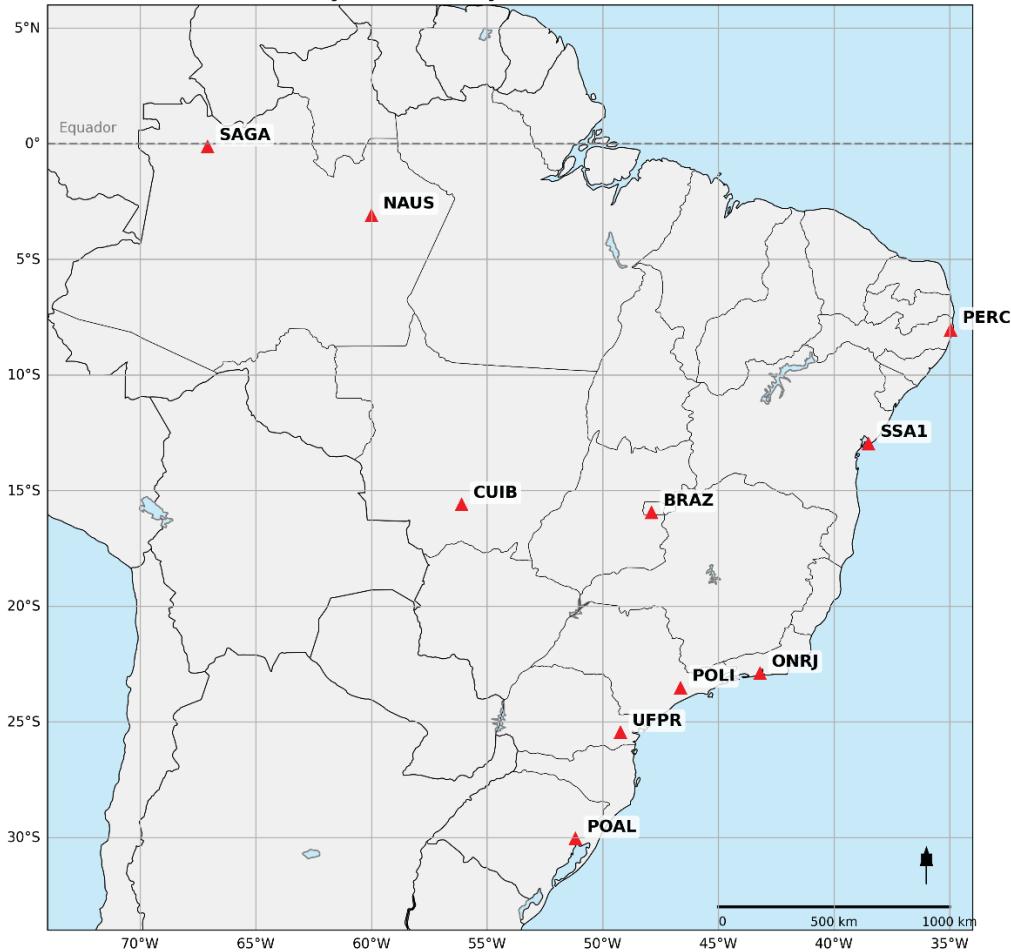
## 2. Metodologia

### 2.1. Estações e Período de Estudo

Foram selecionadas 10 estações da RBMC para a análise, distribuídas geograficamente de maneira estratégica para cobrir uma variedade de características climatológicas e topográficas no território brasileiro, conforme ilustrado na Figura 1. As

estações são: BRAZ (Brasília), CUIB (Cuiabá), UFPR (Curitiba), NAUS (Manaus), POAL (Porto Alegre), PERC (Recife), ONRJ (Rio de Janeiro), SSA1 (Salvador), SAGA (São Gabriel da Cachoeira) e POLI (São Paulo).

Figura 1: Distribuição das estações RBMC utilizadas no estudo



O período de estudo compreendeu os dias 01 a 31 dos meses de janeiro e julho de 2020, representando as estações verão e inverno no hemisfério sul, respectivamente, e permitindo uma análise abrangente dos efeitos sazonais. Os dados observacionais GNSS, no formato *Receiver Independent Exchange Format* (RINEX) com intervalo de coleta de 15 segundos, foram processados para o período de 10h às 12h UTC (7h às 9h do horário de Brasília) de cada dia, com o objetivo de garantir a consistência temporal no cálculo da raiz do erro médio quadrático (RMSE – *Root Mean Square Error*). Esse intervalo foi escolhido por ser um período em que os efeitos da ionosfera tendem a ser menos intensos e mais estáveis, uma vez que a densidade de elétrons ainda está em crescimento após o nascer do sol, o que reduz a ocorrência de atrasos e distúrbios ionosféricos significativos (Klobuchar, 1987; Hernández-Pajares et al., 2009). Além disso, corresponde a um horário em que, na prática, muitos usuários costumam realizar levantamentos GNSS em campo, tornando a análise mais representativa das condições operacionais reais.

As coordenadas de referência para avaliação da acurácia foram obtidas a partir dos arquivos de coordenadas semanais das estações RBMC da rede SIRGAS-CON, compatíveis com o referencial IGS14. Para a análise dos erros nas componentes horizontal e vertical, as coordenadas cartesianas geocêntricas (X, Y, Z) estimadas foram

transformadas para o Sistema Geodésico Local (SGL), também conhecido como Sistema Local Topocêntrico ENU, correspondentes às direções Leste (E), Norte (N) e Altura (U), em relação às coordenadas de referência de cada estação (Teunissen e Montenbruck, 2017).

## 2.2. Processamento PPP Cinemático e Modificações no RTKLIB

O processamento foi realizado em modo PPP cinemático, no qual as coordenadas são estimadas época a época. Foram utilizados arquivos de observação no formato RINEX e efemérides finais precisas, variando conforme a constelação considerada. Para os casos em que foi utilizada apenas a constelação GPS, empregaram-se efemérides e relógios precisos do IGS (IGS Final e relógios IGS Final). Já para os casos com a combinação GPS+GLONASS, foram utilizados produtos oriundos do sistema MGEX, incluindo efemérides finais precisas, arquivos de navegação e relógios, a fim de garantir compatibilidade e suporte à constelação GLONASS no processamento.

Para possibilitar a integração da VMF3 e expandir as capacidades de modelagem troposférica, o código-fonte da versão demo5 b34 do RTKLIB foi modificado. As principais alterações concentraram-se na função `model_trop` do arquivo `ppp.c`, responsável pelo cálculo do atraso troposférico no modo PPP, permitindo a utilização direta dos valores de ZHD, ZWD, MFH, MFW e gradientes fornecidos pela VMF3. Além disso, foram modificados outros arquivos, incluindo `rtklib.h`, `rtkcmn.c`, `postpos.c`, `rtkpos.c`, `solution.c`, `pntpos.c` e `options.c`, para garantir a integração completa da lógica de leitura e aplicação dos parâmetros da VMF3. Também foram criados dois novos arquivos, `vmf3_functions.c` e `vmf3_functions.h`, que concentram as funções específicas de leitura, interpolação e cálculo da VMF3, incluindo a gestão de cache para otimização do acesso aos dados das grades. As modificações realizadas no código-fonte do RTKLIB, incluindo a implementação da VMF3, estão disponíveis publicamente no repositório GitHub: [https://github.com/LaisTheodoro/rtklib\\_modelo\\_vmf3](https://github.com/LaisTheodoro/rtklib_modelo_vmf3).

Para investigar a influência da geometria dos satélites e da modelagem troposférica em diferentes cenários, foram consideradas as constelações: apenas GPS e GPS+GLONASS. Adicionalmente, foram aplicadas diferentes máscaras de elevação: 7°, 10° e 15°. A escolha de máscaras de elevação mais baixas (como 7°) é recomendada para a estimativa de gradientes e para descorrelacionar a estimativa da altura da estação e o ZTD (Chen e Herring, 1997; Bar-Sever et al., 1998; Meindl et al., 2004). As configurações gerais de processamento GNSS no RTKLIB estão detalhadas na Tabela 1.

Tabela 1: Configurações de Processamento GNSS no RTKLIB.

Item	Configuração	Referência no RTKLIB Manual
Método de Posicionamento	PPP Cinemático	<code>pos1-posmode = ppp-kinematic</code>
Constelações	GPS e GPS+GLONASS	<code>pos1-navsys</code>
Frequências Portadoras	L1+L2 (combinação iono-free)	<code>pos1-frequency = l1+l2/e5b</code>
Tipo de Filtro	Forward	<code>pos1-soltype = forward</code>
Máscara de Elevação	7°, 10°, 15°	<code>pos1-elmask</code>

Correção de Carga Oceânica	FES2014b	pos1-tidecorr = Solid/OTL (file-blqfile para FES2014b)
Efemérides	Precisas (IGS Final e MGEX)	pos1-sateph = precise
Resolução de Ambiguidades	Float	pos2-armode = off
Vieses de Código Diferencial (DCB)	P1C1 (CODE)	file-dcbfile
Outras Correções	Modelo de deslocamento da crosta terrestre (tides), efeitos relativísticos e pressão de radiação solar.	Implementados automaticamente pelo RTKLIB.

### 2.3. Modelos de Correção Troposférica Comparados

Quatro estratégias distintas de modelagem do atraso troposférico foram comparadas neste estudo:

**1) VMF3 (Implementada no RTKLIB):** A VMF3 foi implementada no código-fonte do RTKLIB, permitindo a leitura direta dos valores de atraso e gradientes de sua grade global de  $1^\circ \times 1^\circ$ . Neste cenário, os parâmetros troposféricos (ZHD, ZWD, MFH, MFW, GNh, GNw, GEh e GEw) foram utilizados diretamente. Para os gradientes, as componentes ZHD e ZWD foram somadas algebraicamente ( $GN = GNh + GNw$ ,  $GE = GEh + GEw$ ) para obter os gradientes totais aplicados no cálculo do atraso inclinado e apresentados nas análises.

- 1.1) Com Gradientes Troposféricos:** Utilização de ZHD, ZWD, MFH, MFW e dos gradientes horizontais troposféricos (GNh, GNw, GEh e GEw) fornecidos pela VMF3.
- 1.2) Sem Gradientes Troposféricos:** Utilização apenas de ZHD, ZWD, MFH e MFW da VMF3, sem a modelagem explícita dos gradientes.

**2) Estimativa do ZTD e gradientes:** As configurações padrão de modelagem troposférica do RTKLIB foram utilizadas como base de comparação. Nesse modelo, o ZHD é calculado a partir da formulação de Saastamoinen (1972), enquanto o mapeamento dos atrasos zenitais para a linha de visada é realizado por meio da NMF (Niell, 1996).Com Gradientes Troposféricos (Estimativa do ZTD+grad): O RTKLIB estima o ZTD e os gradientes troposféricos (GN e GE) diretamente como parâmetros desconhecidos no filtro de Kalman estendido.

- 2.2) Sem Gradientes Troposféricos (Estimativa do ZTD):** Apenas o ZTD é estimado como parâmetro troposférico, assumindo-se uma atmosfera horizontalmente simétrica.

No total, foram realizados 16 conjuntos de processamento por estação RBMC e por dia, distribuídos da seguinte forma:

- 12 conjuntos utilizando as constelações GPS+GLONASS, combinando duas estratégias de modelagem troposférica (VMF3 e Estimativa do ZTD), com e sem gradientes, para três máscaras de elevação ( $7^\circ$ ,  $10^\circ$  e  $15^\circ$ );

- 4 conjuntos adicionais utilizando apenas a constelação GPS com máscara de 7°, também combinando as duas estratégias de modelagem (VMF3 e Estimativa do ZTD), com e sem gradientes.

Esses processamentos foram realizados para todos os dias dos meses de janeiro e julho de 2020, totalizando 62 dias por estação. Dessa forma, foram gerados 992 processamentos por estação, o que permitiu uma análise detalhada dos efeitos sazonais (verão e inverno) sobre o desempenho das diferentes estratégias de modelagem troposférica.

## 2.4. Validação e Métrica de Avaliação da Acurácia

A acurácia do posicionamento cinemático foi avaliada utilizando o RMSE para cada uma das três componentes do sistema de coordenadas local (E, N e U). O RMSE é uma métrica estatística robusta que quantifica a diferença entre os valores estimados e os valores de referência, fornecendo uma medida da acurácia (Teunissen e Montenbruck, 2017), conforme disposto na Equação 1:

$$RMSE_X = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - X_{ref})^2} \quad (1)$$

onde:

- $x_i$  representa o valor da coordenada estimada em um determinado instante i.
- $X_{ref}$  é o valor da coordenada de referência para a estação.
- $N$  é o número total de épocas processadas no intervalo de duas horas (10h às 12h UTC).

Além do RMSE, foram utilizadas análises estatísticas complementares, como a visualização da distribuição dos erros por meio de boxplots, que permitem analisar a dispersão, variabilidade e presença de outliers. As análises estatísticas foram realizadas utilizando bibliotecas Python (pandas, numpy, pyproj).

Os boxplots utilizados nesta análise estatística representam graficamente a distribuição dos valores de erro para cada componente (E, N e U). A linha central da caixa indica a mediana, enquanto as extremidades da caixa correspondem ao primeiro e terceiro quartis (Q1 e Q3), abrangendo assim 50% dos dados. Os bigodes se estendem até o menor e o maior valor dentro de 1,5 vezes o intervalo interquartil ( $IQR = Q3 - Q1$ ), e os pontos fora desse intervalo são considerados outliers. Esse tipo de representação permite avaliar de forma clara a dispersão dos erros, a presença de assimetrias e valores atípicos, fornecendo uma visão mais completa da variabilidade associada a cada configuração de processamento (Wilks, 2011).

Adicionalmente, foi realizada a análise dos atrasos troposféricos e de variáveis associadas (ZHD, ZWD, MFH, MFW, GN e GE), com o objetivo de avaliar a coerência interna e a consistência entre os parâmetros estimados e modelados. Foram gerados gráficos da evolução temporal das médias diárias do ZWD por estação.

## 3. Resultados e Discussão

Nesta seção, a análise dos resultados foi conduzida para investigar o impacto das diferentes abordagens de modelagem troposférica (VMF3 e Estimativa do ZTD), o efeito da inclusão de gradientes e o uso de diferentes constelações GNSS na acurácia do PPP cinemático. Os resultados são apresentados em termos de RMSE para as componentes E, N e U. Adicionalmente, foi realizada uma análise detalhada dos atrasos troposféricos e de variáveis associadas (ZTD, ZWD, MFH, MFW, GN e GE), com o intuito de compreender a coerência entre os valores estimados e modelados, e como essas diferenças influenciam a acurácia do posicionamento, especialmente em cenários regionais e sazonais distintos.

### **3.1. Impacto Geral da Modelagem Troposférica: VMF3 vs. Estimativa do ZTD e o Efeito dos Gradientes**

Para uma visão geral do desempenho dos modelos, a Tabela 2 detalha os RMSEs médios gerais para as componentes E, N e U, consolidados para todas as estações e dias, para as diferentes configurações de modelagem troposférica e constelações, com uma máscara de elevação de 7°.

Tabela 2: Valores de RMSEs médios gerais para analisar a variável constelação (máscara de elevação de 7°)

Modelo	Constelação	Gradientes	RMSE_E (m)	RMSE_N (m)	RMSE_U (m)
<b>Estimativa do ZTD</b>	GPS	sim	0,289	0,126	0,317
<b>Estimativa do ZTD</b>	GPS	não	0,281	0,126	0,313
<b>Estimativa do ZTD</b>	GPS+GLONASS	sim	0,185	0,087	0,212
<b>Estimativa do ZTD</b>	GPS+GLONASS	não	0,185	0,087	0,214
<b>VMF3</b>	GPS	sim	0,310	0,146	0,398
<b>VMF3</b>	GPS	não	0,310	0,146	0,398
<b>VMF3</b>	GPS+GLONASS	sim	0,210	0,103	0,303
<b>VMF3</b>	GPS+GLONASS	não	0,210	0,103	0,304

Observa-se na Tabela 2 que, em geral, a Estimativa do ZTD apresentou RMSEs médios menores em todas as componentes (E, N e U) em comparação com a VMF3, tanto para a configuração GPS quanto para GPS+GLONASS. As melhorias variam de 7,35% a 43,25%, sendo mais proeminentes na componente Vertical (conforme Apêndice I). Este comportamento pode ser interpretado pelo fato de que a Estimativa do ZTD no filtro de Kalman lhe confere uma capacidade adaptativa de absorver erros residuais e se ajustar às condições atmosféricas locais. Em contrapartida, a VMF3 foi aplicada utilizando seus parâmetros diretos, sem estimativa adicional no filtro. Embora a VMF3 seja um modelo sofisticado e baseado em PNT, a falta de estimativa, isto é, o injuncionamento absoluto dos valores no ajustamento, pode limitar sua capacidade de se ajustar às variações atmosféricas não previstas ou mal modeladas, um fenômeno já apontado na literatura como um balanço delicado entre a fidelidade do modelo e a capacidade de estimativa do filtro no posicionamento (Bar-Sever et al., 1998; Ma et al., 2021).

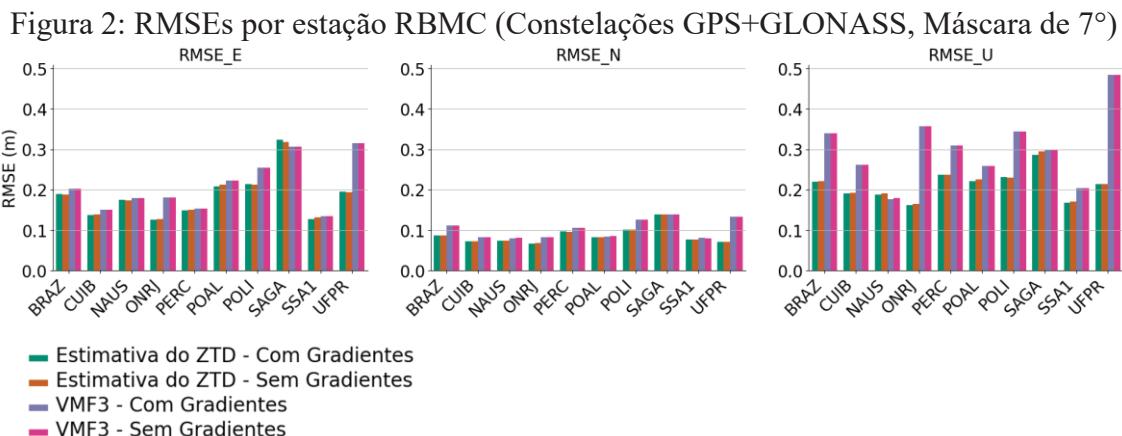
Na Comparaçāo GPS vs. GPS+GLONASS (ambos com máscara de elevação de 7°), observa-se que o desempenho do GPS foi menos acurado em todas as componentes

e para ambas as modelagens troposféricas (Estimativa do ZTD e VMF3) quando comparado à solução GPS+GLONASS. As degradações variam de 23,71% a 35,99% (conforme Apêndice I), destacando a superioridade da combinação de constelações em termos de acurácia, atribuída ao aumento da redundância de observações e à melhoria da geometria dos satélites.

Adicionalmente, a inclusão de gradientes troposféricos, tanto para a Estimativa do ZTD quanto para a VMF3, mostrou um efeito pouco expressivo na acurácia geral quando comparada à configuração sem gradientes. Nota-se que a diferença no RMSE entre as estratégias de modelagem com e sem gradientes está na ordem de grandeza de milímetros. As maiores diferenças são observadas na estratégia de Estimativa do ZTD com a constelação GPS, variando de ~0,2 mm a ~7,8 mm. Nas outras configurações, as diferenças são ainda menores, muito próximas de zero. O impacto dos gradientes é mais aparente no cenário com apenas a constelação GPS, pois os parâmetros dos gradientes contribuem para mitigar os erros causados pela geometria menos favorável, enquanto no cenário GPS+GLONASS, a solução já é um pouco mais robusta, de modo que o efeito adicional dos gradientes é minimizado.

### 3.2. Variações Regionais e Sazonais no Desempenho

A Figura 2 detalha os RMSEs médios por estação para as constelações GPS+GLONASS, com máscara de 7°.



A análise por estação, visível na Figura 2 revela padrões de desempenho que sugerem indícios regionais na eficácia dos modelos troposféricos.

- Região Amazônica (NAUS, SAGA): A estação NAUS, localizada na região amazônica e caracterizada por alta umidade, apresentou um comportamento notável. Conforme a Figura 2, a VMF3 (com e sem gradientes) resultou em um RMSE U ligeiramente mais acurado (0,176m para a VMF3 com Gradientes) em comparação com a Estimativa do ZTD (0,189m para a Estimativa do ZTD com Gradientes). Este é um indício de que a modelagem *a priori* da VMF3, baseada em dados de PNT, pode capturar de forma mais eficaz as características complexas e a alta quantidade de vapor d'água da atmosfera amazônica, mesmo quando aplicada diretamente sem estimativa no filtro. A estação SAGA, também na Amazônia, mostrou um desempenho mais diversificado, com a VMF3

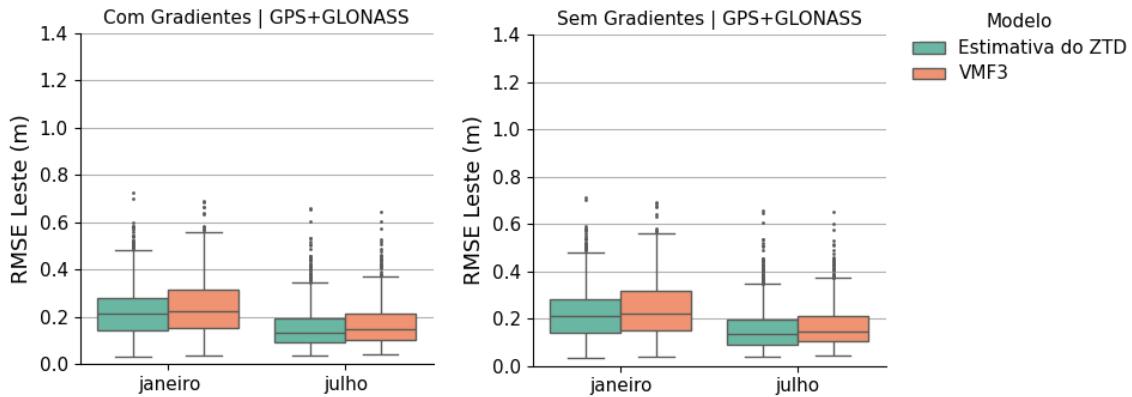
apresentando RMSEs horizontais ligeiramente mais acurados do que a Estimativa do ZTD, mas RMSEs U ligeiramente menos acurados.

- Estação de Alta Altitude (UFPR): A estação UFPR, que se distingue por sua altitude significativamente maior em comparação com as demais estações, apresentou um desempenho notavelmente inferior com o modelo VMF3, conforme ilustrado na Figura 2. O RMSE U da VMF3 (0,484m) foi mais que o dobro do encontrado com a Estimativa do ZTD (0,214m). Isso sugere que a aplicação direta da VMF3 pode não ser otimizada para ambientes de alta altitude, onde as condições atmosféricas (pressão, temperatura, umidade) seguem um perfil vertical diferente. A resolução de grade de  $1^\circ \times 1^\circ$  da VMF3 pode ser insuficiente para representar de forma precisa as variações atmosféricas locais em altitudes elevadas, resultando em erros significativos. A capacidade de estimativa do filtro de Kalman do RTKLIB, por outro lado, é particularmente eficaz nesses cenários, pois a solução é capaz de se adaptar aos parâmetros atmosféricos específicos da estação, superando as limitações do modelo a priori.
- Outras Regiões (Estações restantes): Para a maioria das outras estações distribuídas pelas regiões Sudeste, Centro-Oeste e Nordeste (BRAZ, CUIB, ONRJ, PERC, POAL, POLI, SSA1), a Estimativa do ZTD manteve sua superioridade ou acurácia muito próxima à da VMF3 em todas as componentes, como mostra a Figuras 2. Isso pode indicar que, para as condições atmosféricas mais generalizadas nessas regiões, a estratégia de estimativa adaptativa da Estimativa do ZTD é mais robusta ou suficiente do que a aplicação direta dos parâmetros da VMF3.

A variação sazonal é ilustrada pelos *boxplots* nas Figuras 3(a), 3(b) e 3(c), que apresentam os RMSEs por mês para as componentes E, N e U, respectivamente, para as constelações GPS+GLONASS.

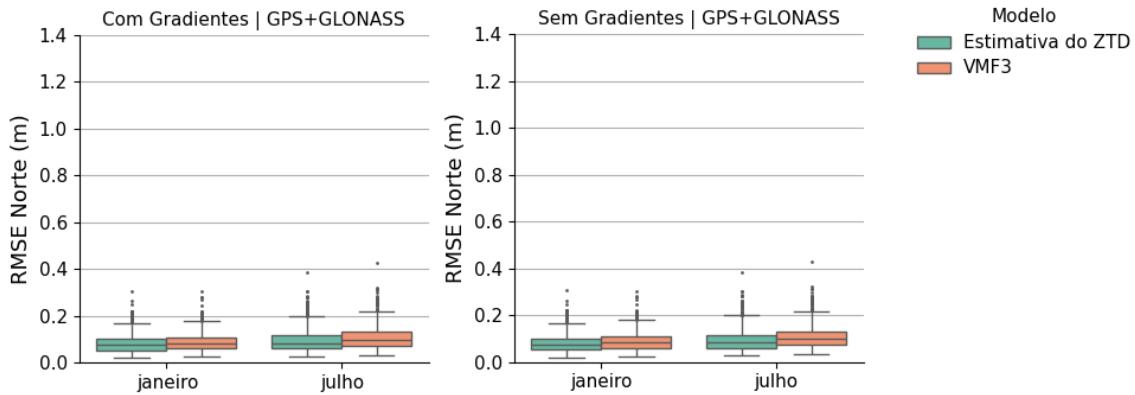
A Figura 3(a) apresenta a distribuição dos RMSEs na componente E para os meses de janeiro e julho, comparando as estratégias de modelagem (Estimativa do ZTD e VMF3) com e sem gradientes. De modo geral, observa-se que os RMSEs na componente E são maiores em janeiro do que em julho em todas as configurações, indicando uma menor acurácia durante o período de verão. As caixas dos boxplots são visivelmente mais altas em janeiro, refletindo uma maior dispersão dos erros neste mês. Quanto aos modelos, a Estimativa do ZTD geralmente exibe caixas mais baixas e menos dispersas que a VMF3, sugerindo uma performance superior ou mais estável em ambas as estações e configurações de gradiente. A inclusão de gradientes parece ter um efeito pouco expressivo na componente E para ambos os modelos.

Figura 3(a): Distribuição dos RMSEs – Componente Leste – janeiro vs. Julho



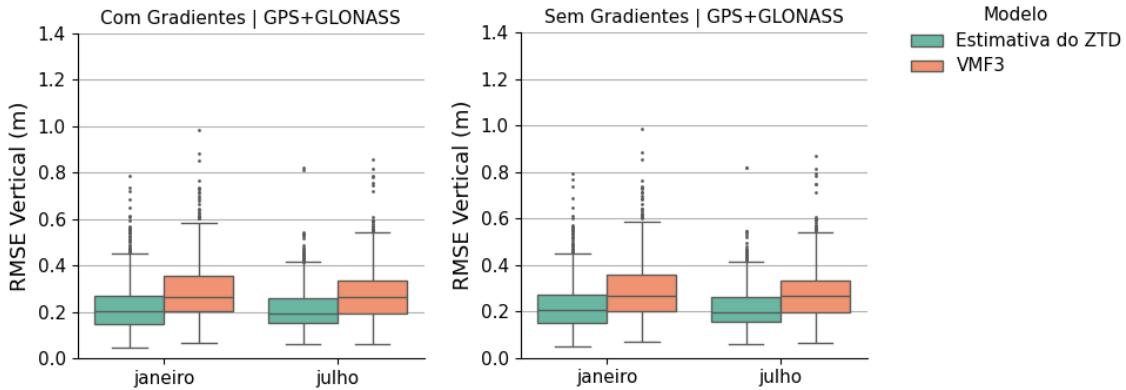
A Figura 3(b) ilustra a distribuição dos RMSEs na componente N para janeiro e julho. Diferente das outras componentes, a acurácia na componente N mostra pouca variação sazonal. As caixas dos boxplots de janeiro e julho têm alturas e posições de mediana muito semelhantes, indicando que o posicionamento nesta direção é menos sensível às variações atmosféricas entre as estações. Mesmo com a falta de variação sazonal, a Estimativa do ZTD continua a apresentar uma performance superior à da VMF3. Os erros são ligeiramente menores e a dispersão é mais contida com a estratégia de estimativa do filtro de Kalman. O impacto dos gradientes na componente N é mínimo, semelhante ao que foi observado na componente E.

Figura 3(b): Distribuição dos RMSEs – Componente Norte – janeiro vs. Julho



A Figura 3(c), que detalha a distribuição dos RMSEs na componente U, é a que mais claramente revela o impacto da sazonalidade. Os RMSEs na componente U são significativamente maiores e mais dispersos em janeiro em comparação com julho. As caixas dos boxplots de janeiro são notavelmente mais altas e têm mais outliers, o que reflete a extrema sensibilidade da altura às condições atmosféricas instáveis e à alta umidade do verão. A Estimativa do ZTD apresenta um desempenho drasticamente superior ao da VMF3. A diferença é mais evidente nesta componente, com as caixas verdes sendo visivelmente menores e com menos dispersão do que as laranjas. Isso indica que a capacidade adaptativa do filtro de Kalman é crucial para mitigar os erros atmosféricos que afetam a altura. Similar às outras componentes, a inclusão de gradientes não resulta em uma melhoria significativa da acurácia, com as caixas dos painéis superiores e inferiores sendo muito parecidas para cada modelo.

Figura 3(c): Distribuição dos RMSEs – Componente U – janeiro vs. Julho



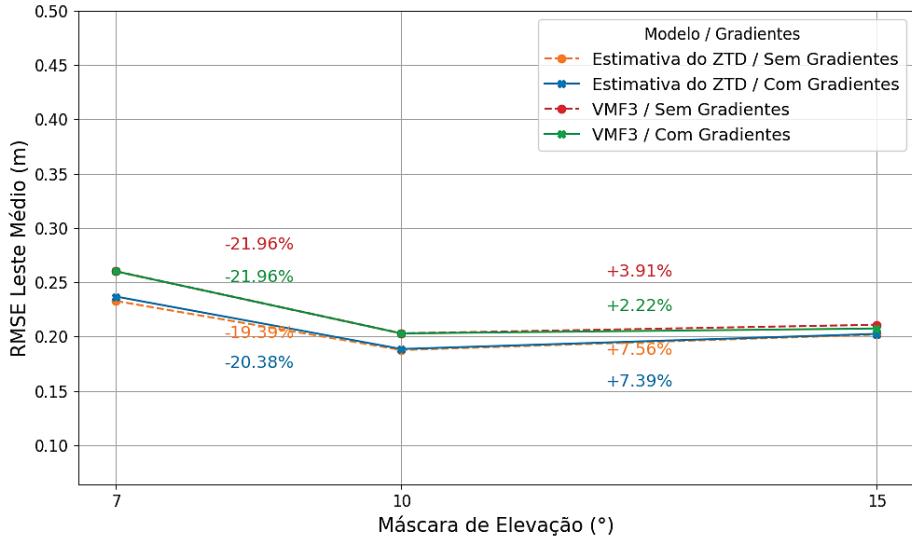
Observa-se nas Figuras 3(a), 3(b) e 3(c) que, para a maioria dos cenários a Estimativa do ZTD mantém seu desempenho superior em ambos os meses, ou pelo menos mais estável, em comparação com a VMF3, especialmente na componente U. A VMF3, mesmo sendo baseada em dados de PNT, parece ter uma performance inferior quando seus parâmetros são aplicados diretamente em comparação com a Estimativa do ZTD.

### 3.3. Impacto da Máscara de Elevação ( $7^\circ$ , $10^\circ$ e $15^\circ$ )

A influência da máscara de elevação na acurácia do PPP cinemático foi avaliada para a constelação GPS+GLONASS, comparando a Estimativa do ZTD e o modelo VMF3. As Figuras 4(a), 4(b) e 4(c) ilustram as tendências dos RMSEs médios gerais e porcentagens de melhorias/degradações para as componentes E, N e U, respectivamente, em função das diferentes máscaras de elevação.

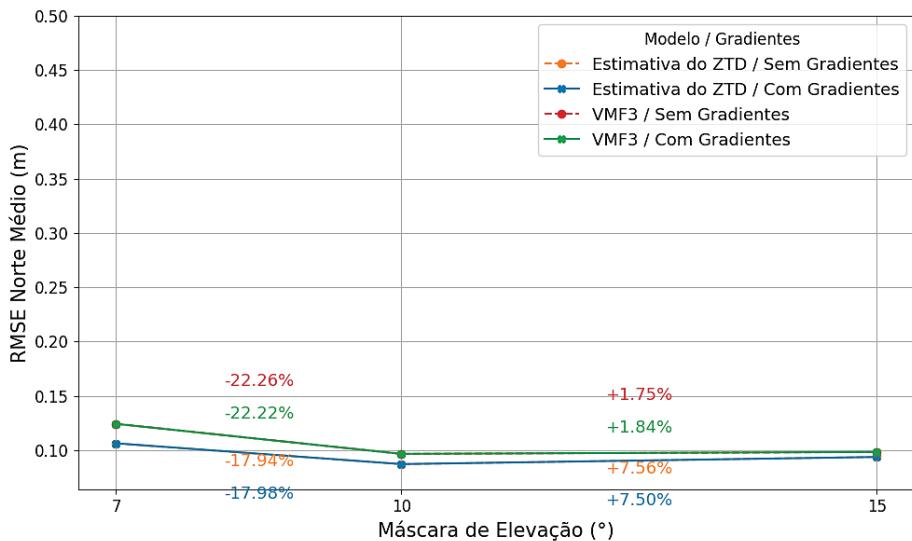
A Figura 4(a) demonstra que, para a componente E, a máscara de elevação de  $10^\circ$  oferece o menor RMSE para todas as abordagens de processamento. Observa-se uma notável redução nos erros ao transitar de  $7^\circ$  para  $10^\circ$ , com a estimativa do ZTD com gradiente alcançando uma melhoria de aproximadamente 20,38%, e o modelo VMF3 sem gradiente exibindo uma redução de 21,96%. Contudo, o aumento da máscara para  $15^\circ$  resulta em uma pequena deterioração da acurácia para a maioria dos casos, sugerindo que um ponto ótimo é atingido em  $10^\circ$ , onde o benefício da eliminação de ruídos em baixas elevações supera a perda de observações úteis.

Figura 4(a): RMSE Médio – Componente E por Máscara de Elevação



Conforme ilustrado na Figura 4(b), a componente N exibe um padrão de comportamento similar ao da componente E. A máscara de elevação de  $10^\circ$  mostra-se como a configuração mais favorável, proporcionando os menores valores de RMSE. A transição de  $7^\circ$  para  $10^\circ$  resulta em melhorias significativas, com o RMSE da VMF3 com gradiente diminuindo em cerca de 22,22%, e a estimativa do ZTD com gradiente em aproximadamente 17,98%. A partir de  $10^\circ$ , um leve aumento no RMSE é observado para  $15^\circ$ , o que pode ser atribuído à diminuição do número de satélites visíveis ou à degradação da geometria, impactando negativamente a determinação da componente N.

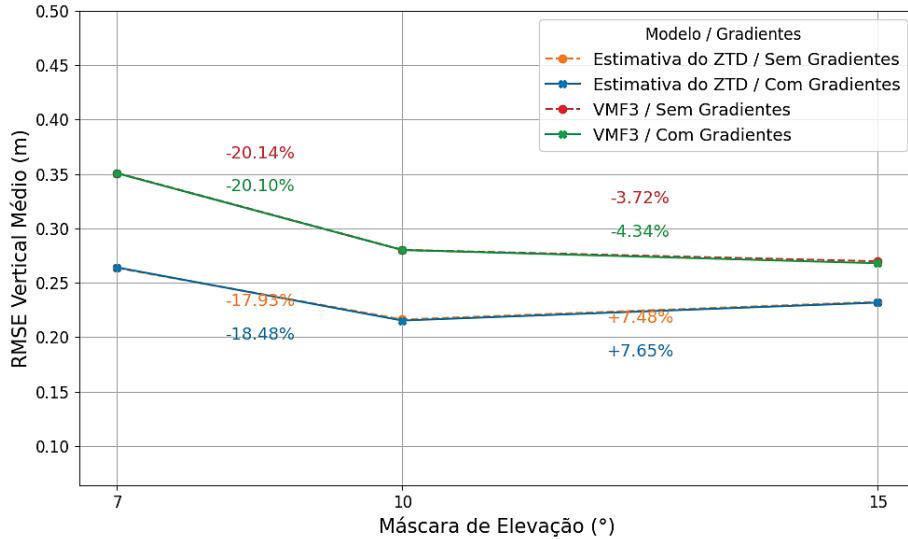
Figura 4(b): RMSE Médio – Componente Norte por Máscara de Elevação



A Figura 4(c), que detalha a variação do RMSE U, revela um cenário distinto para essa componente. Embora a transição de  $7^\circ$  para  $10^\circ$  também resulte em reduções expressivas do RMSE para todas as metodologias, como a diminuição de 18,48% para a estimativa do ZTD com gradiente, o comportamento de  $10^\circ$  para  $15^\circ$  difere. Enquanto a estimativa do ZTD continua a apresentar um aumento no RMSE, o modelo VMF3 demonstra uma redução adicional para  $15^\circ$ , com quedas de 3,72% (sem gradiente) e 4,34% (com gradiente), tornando esta a configuração de menor erro vertical. Embora o

aumento para  $15^\circ$  proporcione uma leve melhoria na componente U no caso da VMF3, essa configuração compromete a acurácia das demais componentes.

Figura 4(c): RMSE Médio – Componente Vertical por Máscara de Elevação



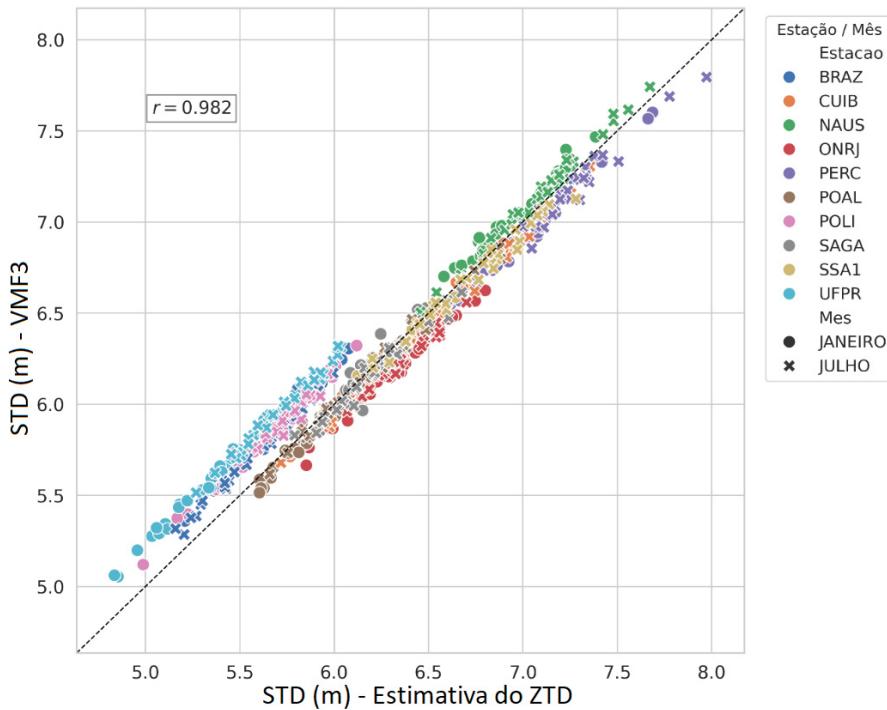
Esses resultados evidenciam que a máscara de elevação de  $10^\circ$  representa um ponto de equilíbrio entre a qualidade e a quantidade das observações GNSS utilizadas. Máscaras mais baixas, como a de  $7^\circ$ , embora aumentem o número de observações disponíveis, tendem a incluir sinais em baixas elevações, mais suscetíveis a ruídos sistemáticos, como efeitos de multicaminho e erros troposféricos ampliados, o que compromete a acurácia, especialmente nas componentes horizontais. Por outro lado, máscaras mais restritivas, como a de  $15^\circ$ , atenuam esses efeitos, mas reduzem significativamente a geometria da constelação e a redundância das observações, o que pode afetar a estabilidade da solução. Assim, a configuração com  $10^\circ$  se destacou por mitigar os impactos dos erros em baixas elevações sem comprometer substancialmente a densidade de observações, proporcionando melhor desempenho global no PPP cinemático.

### 3.4 Análise dos Atrasos Troposféricos e das Variáveis Associadas

A fim de complementar a análise dos RMSEs nas componentes E, N e U, foi investigado o comportamento dos atrasos troposféricos modelados pela VMF3 e estimados no filtro de Kalman. A intenção foi verificar se as diferenças de acurácia observadas nas seções anteriores poderiam estar relacionadas a discrepâncias sistemáticas entre os modelos de atraso.

A Figura 5 apresenta a correlação entre os STDs estimados no filtro de Kalman na Estimativa do ZTD e os valores modelados com base na VMF3, ambos considerando gradientes troposféricos, máscara de  $7^\circ$  e constelações GPS+GLONASS.

Figura 5: Correlação entre STDs obtidos através da solução Estimativa do ZTD e aqueles obtidos através de modelagem da VMF3 (com Gradientes Troposféricos)

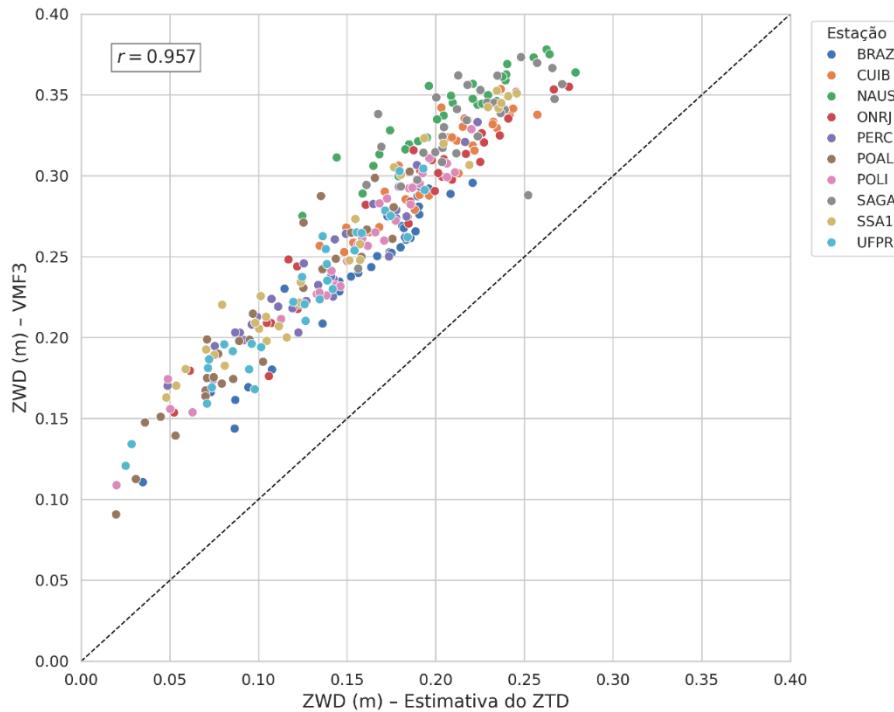


Observa-se na Figura 5 uma correlação muito forte entre o STD estimado com a Estimativa do ZTD e o STD modelado com a VMF3. O coeficiente de correlação de  $r = 0,982$  evidencia uma forte relação linear entre os dois métodos. Os pontos se alinham de forma bastante próxima à linha de igualdade (1:1), indicando que, apesar das diferenças metodológicas, sendo a Estimativa do ZTD adaptável às condições atmosféricas locais e a VMF3 um modelo a priori, ambos os métodos fornecem valores de STD compatíveis.

A Figura 6 mostra a comparação entre os valores da componente ZWD, também considerando gradientes troposféricos.

Na Figura 6, a correlação entre os valores do ZWD estimados pela estratégia de Estimativa do ZTD e os modelados pela VMF3 é de  $r = 0,957$ . Embora essa correlação ainda seja considerada alta, ela é inferior à observada para o STD, e a dispersão dos pontos é visivelmente maior. Esse comportamento é esperado, uma vez que o ZWD, associado ao vapor d'água, é a componente mais variável e complexa do STD. A maior dispersão indica que, embora os modelos acompanhem a tendência geral, há diferenças mais expressivas nos valores pontuais do ZWD em comparação ao STD, que inclui também a componente hidrostática, mais estável. Essa análise evidencia que a modelagem do vapor d'água permanece como o principal desafio e fonte das maiores discrepâncias entre os modelos de correção troposférica.

Figura 6: Correlação entre ZWDs obtidos através da solução Estimativa do ZTD e aqueles obtidos através de modelagem da VMF3 (com Gradientes Troposféricos)



As Figuras 7 e 8 apresentam a evolução diária da componente ZWD para os meses de janeiro e julho de 2020, nas dez estações da RBMC analisadas. A Figura 7 refere-se aos valores estimados no RTKLIB com base na Estimativa do ZTD e dos gradientes troposféricos, enquanto a Figura 8 apresenta os valores obtidos a partir do modelo VMF3. Em ambas as figuras, verifica-se que os valores do ZWD são maiores no mês de janeiro, especialmente nas regiões Norte (SAGA, NAUS) e Nordeste (PERC, SSA1), em comparação a julho, quando os valores se reduzem de forma significativa. Esta variação está diretamente relacionada à maior concentração de vapor d'água na atmosfera durante o verão, devido ao aumento da temperatura e da umidade relativa.

No entanto, a análise detalhada por estação mostra que essa tendência sazonal não é homogênea em todo o território, refletindo a diversidade climática do Brasil. Por exemplo, em estações mais ao sul e em áreas de maior altitude, como UFPR e POAL, a diferença sazonal no ZWD não é tão pronunciada quanto nas regiões equatoriais e costeiras. Em algumas dessas estações, os valores do ZWD em julho se mantêm próximos ou se sobrepõem aos de janeiro, indicando que a variabilidade atmosférica e a presença de vapor d'água são influenciadas por fatores mais complexos do que a simples transição entre verão e inverno. Essa heterogeneidade regional e sazonal ressalta a importância de considerar as especificidades climáticas locais para a modelagem precisa do vapor d'água no Brasil, confirmando o desafio principal da correção troposférica.

Figura 7: Evolução Diária da Componente ZWD Estimada com Base na Estimativa do ZTD + Gradientes Troposféricos – Estações RBMC (Janeiro e Julho de 2020)

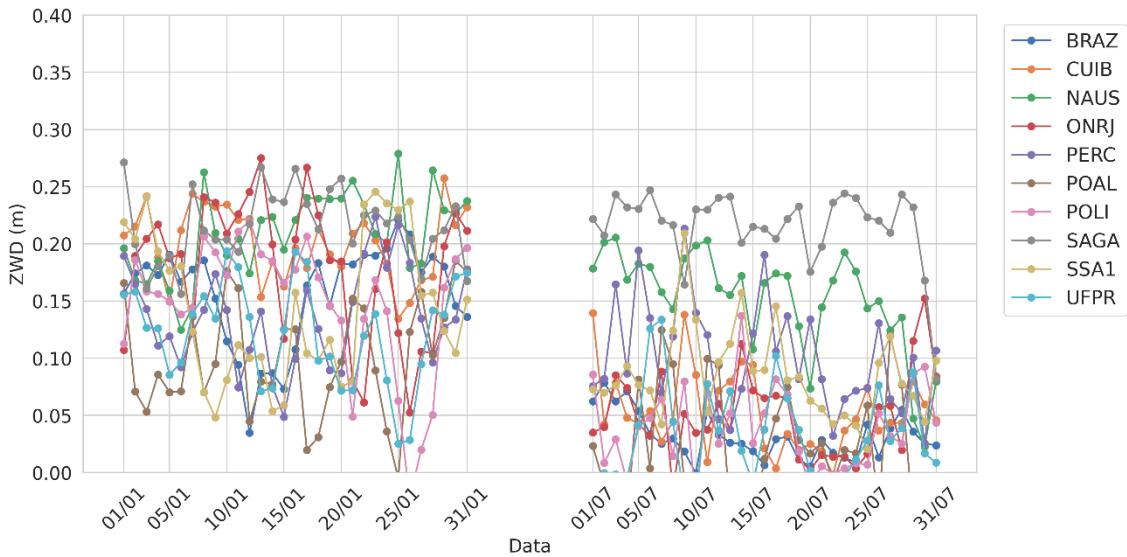
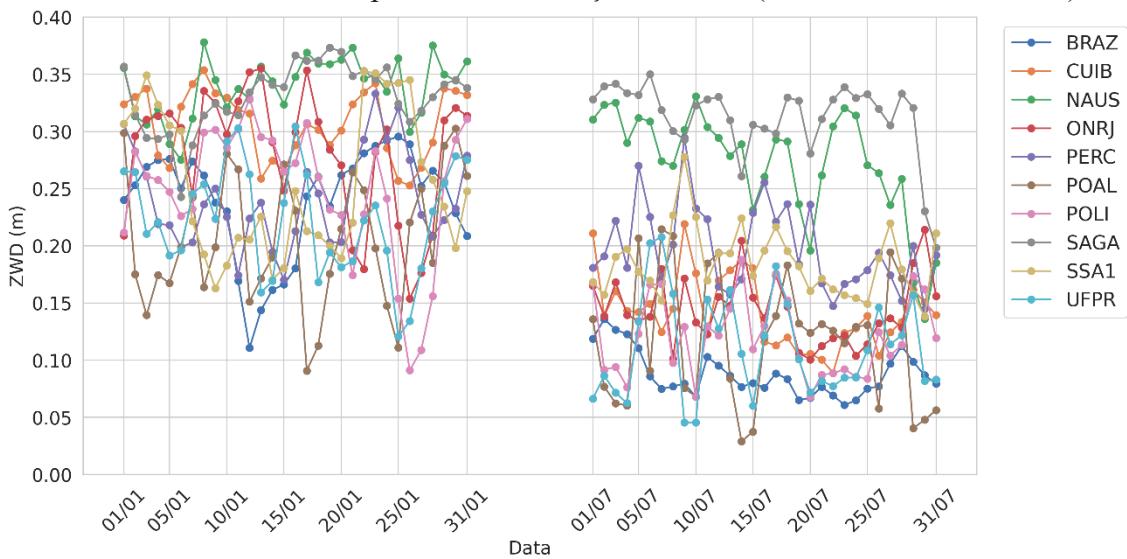


Figura 8: Evolução Diária da Componente ZWD Calculada com Base no Modelo VMF3 + Gradientes Troposféricos – Estações RBMC (Janeiro e Julho de 2020)



As Figuras 9 e 10 ilustram o módulo dos gradientes horizontais troposféricos para as 10 estações da RBMC nos meses de janeiro e julho de 2020. A Figura 9 apresenta os gradientes estimados no filtro de Kalman na abordagem de Estimativa do ZTD, enquanto a Figura 10 ilustra os gradientes derivados diretamente do modelo VMF3. Ambos os gráficos revelam a variabilidade temporal e a ordem de magnitude desses gradientes na região brasileira.

Figura 9: Evolução Diária do Módulo dos Gradientes Horizontais Troposféricos Estimados (Estimativa do ZTD) - Estações RBMC (Janeiro e Julho de 2020)

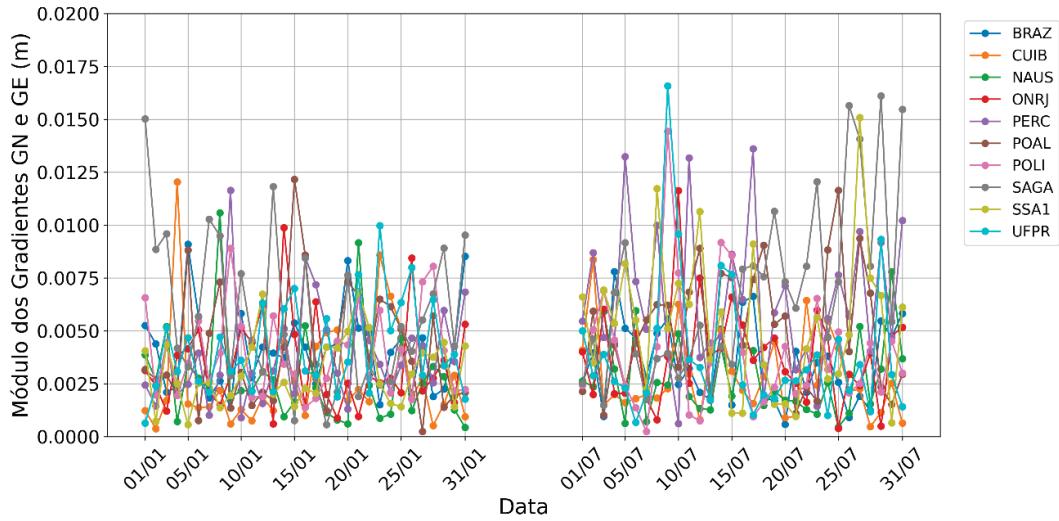
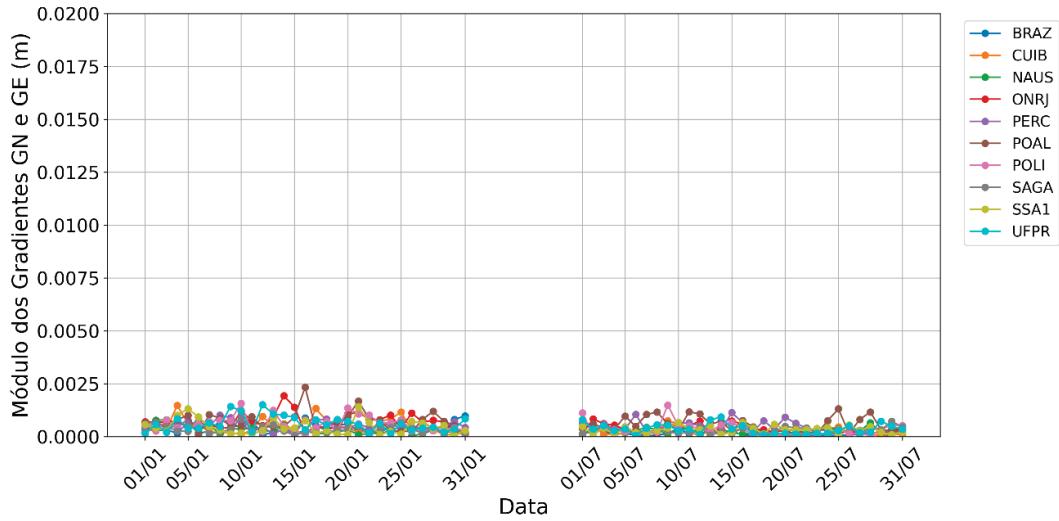


Figura 10: Evolução Diária do Módulo dos Gradientes Horizontais Troposféricos Modelados (VMF3) - Estações RBMC (Janeiro e Julho de 2020)



As Figuras 9 e 10 evidenciam variações sazonais e regionais nos gradientes troposféricos. Em termos de sazonalidade, observa-se que os gradientes tendem a apresentar maior magnitude e variabilidade em janeiro, quando comparados a julho, o que está de acordo com a maior umidade atmosférica e a dinâmica climática mais intensa do verão brasileiro, que favorecem a ocorrência de assimetrias troposféricas. Quanto à regionalidade, destacam-se estações situadas em áreas de elevada umidade e complexidade atmosférica, como NAUS e SAGA (região amazônica) e PERC e SSA1 (litoral do Nordeste e Sudeste), as quais frequentemente exibem gradientes mais acentuados. Esse comportamento reforça a influência da concentração de vapor d'água e das características geográficas locais na geração de anisotropias troposféricas.

Ao comparar as Figuras 9 e 10, nota-se uma diferença na amplitude e dispersão dos valores. A Figura 9 exibe valores mais acentuados e uma maior variabilidade diária em comparação com a Figura 10. Os picos na Figura 9 podem atingir magnitudes de até aproximadamente 0,015 m a 0,018 m, enquanto na Figura 10, os valores raramente

ultrapassam 0,002 m. Essa diferença sugere que a abordagem de Estimativa do ZTD possui uma maior capacidade adaptativa para capturar as flutuações e assimetrias atmosféricas locais que são mais dinâmicas e intensas, resultando em gradientes de maior magnitude. Em contraste, a VMF3, sendo um modelo *a priori* baseado em dados de PNT com uma resolução de grade de  $1^\circ \times 1^\circ$ , pode ter uma capacidade limitada de representar as variações horizontais de curto alcance, o que é esperado especialmente em regiões de forte heterogeneidade atmosférica local. Isso se reflete em gradientes de menor amplitude e aparentemente mais suavizados na Figura 10.

A menor magnitude dos gradientes da VMF3, neste estudo, pode ser atribuída à forma como foram calculados, pela soma algébrica das componentes hidrostáticas e não hidrostáticas. Esta soma pode resultar em um cancelamento parcial se as componentes tiverem sinais opostos, enquanto a capacidade adaptativa do filtro de Kalman na Estimativa do ZTD busca e estima o gradiente total sem essa restrição, refletindo de forma mais abrangente a assimetria atmosférica. A maior variabilidade e magnitude dos gradientes estimados serve como um forte indicativo da capacidade do filtro de Kalman de se ajustar às condições atmosféricas dinâmicas. Essa adaptabilidade na modelagem das assimetrias troposféricas é a principal razão por trás da maior acurácia geral da Estimativa do ZTD em comparação com a VMF3, especialmente na componente vertical.

#### 4. Conclusão e Recomendações

Este estudo investigou o impacto de diferentes estratégias de modelagem troposférica, a inclusão de gradientes horizontais e o uso de múltiplas constelações GNSS na acurácia do PPP cinemático em diversas regiões do Brasil. Os resultados demonstraram que a combinação de constelações GPS+GLONASS é superior ao uso apenas do GPS, com melhorias de RMSE que variaram de 23,71% a 35,99%, evidenciando os benefícios da maior redundância de observações e da melhoria na geometria dos satélites. A Estimativa do ZTD, juntamente com a estimativa de gradientes no filtro de Kalman, superou a aplicação direta da VMF3 na maioria dos cenários, especialmente na componente U, onde a Estimativa do ZTD obteve ganhos de até 43,25% sobre a VMF3. Essa superioridade é atribuída à capacidade adaptativa do filtro de Kalman de se ajustar às condições atmosféricas locais, absorvendo erros residuais que modelos *a priori* podem não capturar integralmente. A análise detalhada dos gradientes revelou que, enquanto os gradientes modelados pela VMF3 apresentam menor magnitude, os gradientes estimados pelo filtro de Kalman demonstram maior variabilidade e intensidade, o que é um forte indicativo da capacidade do filtro de Kalman de se ajustar às condições atmosféricas dinâmicas. A análise sazonal corroborou que os RMSEs são maiores no verão (janeiro) devido à maior variabilidade atmosférica e umidade, enquanto as condições mais estáveis do inverno (julho) resultam em maior acurácia.

No que tange à máscara de elevação, o valor de  $10^\circ$  graus mostrou-se como o ponto ótimo para a maioria das componentes e estratégias, promovendo reduções significativas no RMSE ao mitigar o impacto de observações ruidosas de baixa elevação. Contudo, o aumento da máscara para  $15^\circ$  geralmente levou a uma degradação da acurácia nas componentes horizontais para ambos os modelos, sugerindo uma perda excessiva de observações úteis. Para a componente U a VMF3 apresentou uma leve melhoria (3,72% a 4,34%) com a máscara de  $15^\circ$ . A análise regional revelou a adaptabilidade da Estimativa do ZTD para a maioria das estações, enquanto a VMF3 demonstrou performance competitiva ou superior na úmida região amazônica (estação NAUS), mas foi

notavelmente inferior em estações de alta altitude como a UFPR, reforçando que a escolha do modelo troposférico deve considerar as características geográficas e atmosféricas específicas da área de interesse.

Ademais, as análises dos atrasos troposféricos e das variáveis associadas revelaram uma clara variação sazonal dos valores do ZWD, com maiores amplitudes no verão, especialmente na região Norte do Brasil. Essas evidências confirmam que os atrasos troposféricos não apenas influenciam diretamente os resultados de posicionamento, mas também variam de forma considerável entre os modelos e ao longo do tempo.

Com base nos resultados obtidos, recomenda-se que usuários do PPP cinemático no Brasil priorizem o uso de múltiplas constelações (GPS+GLONASS) para maximizar a redundância de observações e a geometria dos satélites, resultando em acurácia superior. Em termos de modelagem troposférica, a Estimativa do ZTD e dos gradientes no filtro de Kalman do RTKLIB demonstrou ser a abordagem mais robusta e acurada para a maioria das regiões brasileiras, sendo particularmente eficaz na componente vertical. A adoção de uma máscara de elevação de  $10^{\circ}$  é fortemente recomendada como o melhor equilíbrio entre a qualidade dos dados e a quantidade de observações, otimizando a acurácia para as componentes horizontais.

Em suma, os resultados apontam para um balanço delicado entre a fidelidade de um modelo a priori (como a VMF3) e a flexibilidade adaptativa da estimativa (como a Estimativa do ZTD), sendo que a performance ideal pode variar significativamente com as características geográficas e atmosféricas do local.

#### **4.1 Perspectivas para Trabalhos Futuros**

Em pesquisas futuras, é importante investigar a eficácia de estimar parcialmente os parâmetros da VMF3 dentro do filtro de Kalman. Isso pode conciliar a precisão do modelo a priori com a adaptabilidade da estimativa nas condições locais do usuário, melhorando o desempenho em regiões com características atmosféricas desafiadoras como a Amazônia e estações de alta altitude.

Além disso, é interessante realizar o estudo sobre a influência de diferentes modelos de ruído e parâmetros de constraints (injunções) na estimativa dos parâmetros troposféricos no filtro de Kalman, visando otimizar a convergência e a acurácia da solução PPP.

Um ponto a ser considerado para aumentar a representatividade estatística dos resultados trata-se da inclusão de mais estações RBMC e um período de tempo mais longo, abrangendo diferentes ciclos sazonais e eventos climáticos extremos, como frentes frias ou secas prolongadas.

Finalmente, em pesquisas mais aplicadas, seria possível explorar o potencial da modelagem refinada do ZWD e dos gradientes troposféricos, derivados de observações GNSS, para o monitoramento e caracterização de ilhas de calor urbanas. A integração desses dados com técnicas de Inteligência Artificial (IA), como aprendizado de máquina e redes neurais, pode permitir a identificação de padrões espaço-temporais de

variabilidade da umidade atmosférica e sua correlação com fenômenos de ilha de calor, oferecendo novas ferramentas para estudos climáticos e gestão urbana.

## Referências

- BAR-SEVER, Y. E.; KROGER, P. M.; BORJESSON, J. A. Estimating horizontal gradients of tropospheric path delay with a single GPS receiver. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, v. 103, n. B3, p. 5019–5035, 1998. DOI: 10.1029/97JB03534.
- BARRIOT, J.-P.; FENG, P. Beyond mapping functions and gradients. *Geodetic Sciences: Theory, Applications and Recent Developments*, v. 2, p. 125, 2021. DOI: 10.5772/intechopen.96982.
- BEVIS, M.; BUSINGER, S.; HERRING, T. A.; ROCKEN, C.; ANTHES, R. A.; WARE, R. H. GPS meteorology: Remote sensing of atmospheric water vapor using the Global Positioning System. *Journal of Geophysical Research: Atmospheres*, v. 97, n. D14, p. 787–801, 1992. DOI: 10.1029/92JD01517.
- BOEHM, J.; SCHUH, H. Vienna mapping functions in VLBI analyses. *Geophysical Research Letters*, v. 31, n. 1, 2004. DOI: 10.1029/2003GL018984.
- BOEHM, J.; WERL, B.; SCHUH, H. Troposphere mapping functions for GPS and very long baseline interferometry from ECMWF operational analysis data. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, v. 111, B02406, 2006b. DOI: 10.1029/2005JB003629.
- BRAGA, F. L. S.; DAL POZ, W. R. Efeitos da refração troposférica no posicionamento preciso de pontos no Brasil. *Pesquisas em Geociências*, v. 49, n. 1, p. 123–135, 2022. DOI: 10.22456/1807-9806.118014.
- CHEN, G.; HERRING, T. A. Effects of atmospheric azimuthal asymmetry on the analysis of space geodetic data. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, v. 102, n. B9, p. 20489–20502, 1997. DOI: 10.1029/97JB01739.
- COLLINS, J. P.; LANGLEY, R. B. The Residual Tropospheric Propagation Delay: How Bad Can It Get?. Proceedings of the 11th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GPS 1998), p. 729-738. 1998. Disponível em: <<http://gauss.gge.unb.ca/papers.pdf/iongps98.tropo.pdf>>. Acesso em: ago.2025.
- DAVIS, J. L.; HERRING, T. A.; SHAPIRO, I. I.; ROGERS, A. E. E.; ELGERED, G. Geodesy by radio interferometry: Effects of atmospheric modeling errors on estimates of baseline length. *Radio Science*, v. 20, n. 6, p. 1593–1607, 1985. DOI: 10.1029/RS020i006p01593.
- DAVIS, J. L.; ELGERED, G.; HERRING, T. A.; SHAPIRO, I. I. Ground-based measurement of gradients in the “wet” radio refractivity of air. *Radio Science*, v. 28, n. 6, p. 1003–1018, 1993. DOI: 10.1029/93RS01917.

GAO, Y.; CHEN, K. Performance analysis of Precise Point Positioning using real-time orbit and clock products. *Journal of Global Positioning Systems*, v. 3, n. 1–2, p. 95–100, 2004. DOI: 10.5081/jgps.3.1.95.

GOUVEIA, T. A. F.; GALERA MONICO, J. F.; ALVES, D. B. M.; SAPUCCI, L. F.; GEREMIA-NIEVINSKI, F. 50 years of synergy between space geodesy and meteorology: From a GNSS positioning error to precipitation nowcasting applications. *Revista Brasileira de Cartografia*, v. 72, p. 1509–1535, 2020. DOI: 10.14393/RBCV72NESPECIAL50ANOS-56767.

HERNÁNDEZ-PAJARES, M. et al. The IGS VTEC maps: A reliable source of ionospheric information since 1998. *Journal of Geodesy*, v. 83, n. 3, p. 263–275, 2009. DOI: 10.1007/s00190-008-0266-1.

HOFMANN-WELLENHOF, B.; LICHTENEGGER, H.; COLLINS, J. Global Positioning System: Theory and Practice. 5. ed. New York: Springer, 2001. DOI: 10.1007/978-3-7091-6199-9.

KLOBUCHAR, J. A. Ionospheric time-delay algorithm for single-frequency GPS users. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, v. AES-23, n. 3, p. 325–331, 1987. DOI: 10.1109/TAES.1987.310829.

KOUBA, J.; HÉROUX, P. Precise Point Positioning using IGS orbit and clock products. *GPS Solutions*, v. 5, n. 2, p. 12–28, 2001. DOI: 10.1007/PL00012883.

KOUBA, J. *A guide to using International GNSS Service (IGS) products*. Geodetic Survey Division, Natural Resources Canada, v. 5, n. 1, p. 1–51, 2015.

LANDSKRON, D.; BOEHM, J. VMF3/GPT3: Refined discrete and empirical troposphere mapping functions. *Journal of Geodesy*, v. 92, p. 349–360, 2018. DOI: 10.1007/s00190-017-1066-2.

MACMILLAN, D. S. Atmospheric gradients from very long baseline interferometry observations. *Geophysical Research Letters*, v. 22, n. 9, p. 1041–1044, 1995. DOI: 10.1029/95GL00887.

MEINDL, M.; SCHÄFER, S.; HUGENTOBLER, U.; BEUTLER, G. Tropospheric gradient estimation at CODE: Results from global solutions. *Journal of the Meteorological Society of Japan. Ser. II*, v. 82, n. 1B, p. 331–338, 2004. DOI: 10.2151/jmsj.2004.331.

MOREL, L.; MOUDNI, O.; DURAND, F.; NICOLAS, J.; FOLLIN, J. M.; DURAND, S.; POTTIAUX, E.; BAELEN, J. V.; DE OLIVEIRA JR, P. S. On the relation between GPS tropospheric gradients and the local topography. *Advances in Space Research*, v. 68, n. 4, p. 1676–1689, 2021. DOI: 10.1016/j.asr.2021.04.008.

NIELL, A. E. Global mapping functions for the atmospheric delay at radio wavelengths. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, v. 101, n. B2, p. 3227–3246, 1996. DOI: 10.1029/95JB03048.

REID, George C.; GAGE, Kenneth S. On the annual variation in height of the tropical tropopause. *Journal of Atmospheric Sciences*, v. 38, n. 9, p. 1928-1938, 1981. DOI: 10.1175/1520-0469(1981)038<1928:OTAVIH>2.0.CO;2.

SAASTAMOINEN, J. Contributions to the theory of atmospheric refraction. *Bulletin Géodésique*, v. 107, n. 1, p. 13–34, 1973. DOI: 10.1007/BF02522083.

TAKASU, T. RTKLIB: An open source program package for GNSS positioning. 2013. Disponível em: <http://www.rtklib.com/>. Acesso em: jan. 2025.

TEUNISSEN, P. J.; MONTENBRUCK, O. (Org.). *Springer Handbook of Global Navigation Satellite Systems*. Cham: Springer, 2017.

TOMIKAWA, Y.; NISHIMURA, Y.; YAMANOUCHI, T. Characteristics of tropopause and tropopause inversion layer in the polar region. *Sola*, v. 5, p. 141-144, 2009. DOI: 10.2151/sola.2009-036.

WILKS, D. S. *Statistical methods in the atmospheric sciences*. 3. ed. Amsterdam: Academic Press, 2011.

ZUMBERGE, J. F.; HEFLIN, M. B.; JEFFERSON, D. C.; WATKINS, M. M.; WEBB, F. H. Precise Point Positioning for the efficient and robust analysis of GPS data from large networks. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, v. 102, n. B3, p. 5005–5017, 1997. DOI: 10.1029/96JB03860.

**APÊNDICE I: VARIAÇÃO PERCENTUAL DO RMSE EM FUNÇÃO DAS ESTRATÉGIAS DE PROCESSAMENTO**

<b>Modelo</b>	<b>Gradiente</b>	<b>RMSE_E (%)</b>	<b>RMSE_N (%)</b>	<b>RMSE_Up (%)</b>	<b>Comparação</b>
Estimativa do ZTD	sim	-35,99	-31,28	-33,10	GPS vs GPS+GLONASS
Estimativa do ZTD	não	-34,36	-31,23	-31,64	GPS vs GPS+GLONASS
VMF3	sim	-32,26	-29,78	-23,77	GPS vs GPS+GLONASS
VMF3	não	-32,21	-29,82	-23,71	GPS vs GPS+GLONASS
GPS	sim	7,35	15,81	25,72	Estimativa do ZTD vs VMF3 (máscara de 7°)
GPS	não	10,31	16,06	27,12	Estimativa do ZTD vs VMF3 (máscara de 7°)
GPS+GLONASS	sim	13,61	18,34	43,25	Estimativa do ZTD vs VMF3 (máscara de 7°)
GPS+GLONASS	não	13,91	18,43	41,86	Estimativa do ZTD vs VMF3 (máscara de 7°)
Estimativa do ZTD	sim	-20,38	-17,98	-18,48	7°vs 10°
Estimativa do ZTD	não	-19,39	-17,94	-17,93	7°vs 10°
VMF3	sim	-21,96	-22,22	-20,10	7°vs 10°
VMF3	não	-21,96	-22,26	-20,14	7°vs 10°
Estimativa do ZTD	sim	7,39	7,50	7,65	10°vs 15°
Estimativa do ZTD	não	7,56	7,56	7,48	10°vs 15°
VMF3	sim	2,22	1,84	-4,34	10°vs 15°
VMF3	não	3,91	1,75	-3,72	10°vs 15°

No Apêndice I os valores positivos representam uma melhoria da acurácia do primeiro elemento em comparação com o segundo na coluna Comparação, enquanto valores negativos indicam uma degradação na acurácia.

## 6 CONCLUSÕES GERAIS E PERSPECTIVAS FUTURAS

A presente tese investigou e avaliou, por meio de três artigos científicos, a influência da aplicação de FMs e FMGs baseadas em dados de PNT, bem como as estratégias de estimativa de parâmetros da atmosfera neutra diretamente no PPP, para o cálculo de gradientes troposféricos e a análise da acurácia do PPP cinemático em território brasileiro, considerando diferentes épocas do ano. Os resultados demonstraram que a modelagem mais realística da atmosfera neutra é um fator crítico para a obtenção de melhor acurácia no posicionamento GNSS, especialmente no contexto climático diversificado do Brasil.

O Artigo 1, o qual focou na análise da aplicação da estimativa do ZTD e de gradientes troposféricos no PPP cinemático nas regiões Amazônica e Sul do Brasil, com um período de processamento de 4 horas (9:00h às 13:00h, Horário de Brasília), revelou que a inclusão dos gradientes troposféricos é de fato significativa. Foram observadas melhorias na ordem de milímetros na acurácia planimétrica, com aumentos de até 3% na acurácia horizontal e 7% na acurácia vertical. Notavelmente, a estimativa dos gradientes troposféricos mostrou-se mais relevante na componente vertical e em regiões de maior umidade.

Complementarmente, o Artigo 2, que expandiu a análise para a região brasileira com um período de processamento de 24 horas, reforçou a importância da inclusão dos gradientes horizontais. Os resultados indicaram reduções médias de até 4,1% no erro médio quadrático (RMSE – Root Mean Square Error) das componentes horizontais, com os benefícios sendo mais evidentes no verão e nas estações localizadas em regiões tropicais úmidas, como Manaus e Recife. Embora tenha sido observada uma degradação de até 2,8% na componente vertical em algumas estações durante o inverno, a importância da anisotropia atmosférica em ambientes tropicais foi evidenciada.

Por outro lado, o Artigo 3, que avaliou o impacto da VMF3 e de diferentes estratégias de modelagem da atmosfera neutra com um tempo de processamento mais curto, de 2 horas (10h às 12h UTC), indicou que a inclusão de gradientes troposféricos apresentou um efeito pouco expressivo na acurácia geral. Essa aparente discrepância na significância dos gradientes, quando comparada aos Artigos 1 e 2, pode ser atribuída diretamente ao menor período de processamento. Períodos mais longos permitem que os modelos capturem de forma mais robusta as variações

dinâmicas dos gradientes, absorvendo erros residuais e revelando um impacto mais perceptível na acurácia. A capacidade adaptativa do filtro de Kalman na estimativa do ZTD se mostrou superior à aplicação direta de modelos a priori como a VMF3, especialmente na componente vertical, onde a Estimativa do ZTD obteve ganhos de até 43,25% sobre a VMF3.

A análise conjunta dos três artigos permite inferir que a escolha da constelação GNSS tem um impacto significativo, com a combinação GPS+GLONASS superando consideravelmente o uso isolado do GPS, devido à maior redundância de observações e à melhor geometria dos satélites. A máscara de elevação de 10° mostrou-se como o ponto ótimo para a maioria das componentes, equilibrando a mitigação de observações ruidosas em baixas elevações com a manutenção de um número adequado de satélites visíveis. Regionalmente, a estratégia de Estimativa do ZTD demonstrou maior adaptabilidade para a maioria das estações, enquanto a VMF3 mostrou-se competitiva na úmida região amazônica (NAUS), mas inferior em estações de alta altitude (UFPR). A sazonalidade também é um fator crucial, com maiores RMSEs no verão devido à maior variabilidade atmosférica e umidade, e maior acurácia no inverno devido a condições atmosféricas mais estáveis.

Em suma, esta tese ressalta o delicado equilíbrio entre a fidelidade de um modelo da atmosfera neutra a priori e a flexibilidade adaptativa da estimativa dos parâmetros da atmosfera neutra. Os resultados confirmam que, para otimizar o PPP cinemático no Brasil, é fundamental priorizar a utilização de múltiplas constelações GNSS e a estimativa do ZTD e dos gradientes no filtro de Kalman, preferencialmente com uma máscara de elevação de 10°. A pesquisa contribui para a comunidade geodésica, fornecendo *insights* sobre a sensibilidade do PPP cinemático a distintas estratégias de modelagem da atmosfera neutra em diversas condições geográficas e sazonais do Brasil.

Além das contribuições científicas, esta pesquisa apresenta uma contribuição prática ao disponibilizar publicamente as implementações realizadas no software RTKLIB. A inclusão da VMF1 e da VMF3 no RTKLIB possibilita que pesquisadores e acadêmicos utilizem e validem modelos da atmosfera neutra robustos sem recorrer a softwares proprietários, democratizando o acesso a ferramentas de alta precisão para a otimização do PPP cinemático. Ressalta-se, contudo, que o pleno aproveitamento dessas implementações ainda demanda conhecimento técnico em programação para a compilação e customização do código, o que direciona essa contribuição,

principalmente, à comunidade acadêmica e a desenvolvedores, mas também abre caminho para o desenvolvimento futuro de interfaces mais amigáveis e acessíveis.

Apesar das contribuições desta tese para o PPP cinemático no Brasil, é fundamental reconhecer algumas limitações que podem influenciar a generalização dos resultados e que indicam direções para futuras pesquisas. A dependência da significância dos gradientes troposféricos em relação à duração do período de processamento (observada na menor expressividade em 2 horas de processamento versus melhorias em 4 e 24 horas), as características e a necessidade de modificações diretas realizadas no código-fonte do software RTKLIB, a representatividade geográfica e temporal dos dados (focando em 10 estações e nos meses de janeiro e julho de 2020), a ausência de uma validação mais extensiva dos parâmetros da atmosfera neutra com dados independentes como radiossondas, e o foco exclusivo no PPP cinemático são aspectos que delimitam o escopo da presente investigação.

**Para trabalhos futuros, recomenda-se:**

- Investigar a eficácia de estimar apenas parte dos parâmetros da VMF3 dentro do filtro de Kalman. Nessa abordagem híbrida, alguns parâmetros seriam mantidos a partir do modelo a priori, enquanto outros seriam estimados em tempo real, conciliando a precisão de um modelo pré-definido com a adaptabilidade do filtro, de modo a melhorar o desempenho em regiões com características atmosféricas complexas ou atípicas, como a Amazônia e estações de alta altitude.
- Ampliar o estudo para incluir um maior número de estações da RBMC e um período de tempo mais longo, abrangendo diferentes ciclos sazonais e eventos climáticos extremos, como frentes frias e secas prolongadas, para garantir uma representação ainda mais robusta das condições atmosféricas.
- Explorar modelos de ordens superiores para FMGs, a fim de investigar variações não lineares nos efeitos da atmosfera neutra.
- Explorar o potencial da modelagem do ZWD e dos gradientes troposféricos, derivados de observações GNSS, para o monitoramento e caracterização de fenômenos climáticos locais, como ilhas de calor urbanas. A integração desses dados com técnicas de Inteligência

Artificial (IA), como aprendizado de máquina e redes neurais, pode permitir a identificação de padrões espaço-temporais de variabilidade da umidade atmosférica e sua correlação com esses fenômenos, oferecendo novas ferramentas para estudos climáticos e gestão urbana.

- Adicionalmente, a investigação aprofundada da relação entre os gradientes troposféricos e a topografia local, conforme indicado por Morel et al. (2021), é crucial para o desenvolvimento de modelos ainda mais robustos e adaptados às complexidades do território brasileiro.

## REFERÊNCIAS

ALBUQUERQUE, A. M.; NESPOLO, R. S.; TOMMASELLI, A. M. G.; MARTINS-NETO, R. P.; IMAI, N. N.; ALVES, D. B. M.; GOUVEIA, T.A.F.; JEREZ, G. O. Machine learning-based modelling of zenith wet delay using terrestrial meteorological data in the Brazilian territory. **ISPRS Annals of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences**, v. X-3-2024, p. 13-19, 2024. DOI: 10.5194/isprs-annals-X-3-2024-13-2024.

ANGRISANO, A. et al. Performance Assessment of PPP Surveys with Open Source Software Using the GNSS GPS–GLONASS–Galileo Constellations. **Applied Sciences**, v. 10, n. 16, p. 5420, 2020. DOI: 10.3390/app10165420.

BARRIOT, J. P.; FENG, P. Beyond mapping functions and gradients. **Geodetic Sciences-Theory, Applications and Recent Developments**. IntechOpen, 2021. Disponível em: <<https://www.intechopen.com/chapters/75874>>. Acesso em: nov/2021.

BAR-SEVER, Y. E.; KROGER, P. M.; BORJESSON, J. A. Estimating horizontal gradients of tropospheric path delay with a single GPS receiver. **Journal of Geophysical Research: Solid Earth**, v. 103, n. 3, p. 5019–5035, 1998. DOI: 10.1029/97JB03534.

BEAN, B. R.; DUTTON, E. J. **Radio Meteorology**. 1996. 435f. National Bureau of Standards Boulder, Colorado, 1966. Tese (Doutorado). Disponível em: <<https://nvlpubs.nist.gov/nistpubs/Legacy/MONO/nbsmonograph92.pdf>>. Acesso em nov./2021.

BEVIS, M.; BUSINGER, S.; HERRING, T. A.; ROCKEN, C.; ANTHES, R. A.; WARE, R. H. GPS meteorology: remote sensing of atmospheric water vapor using the global positioning system. **Journal of Geophysical Research**, v. 97, n. D14, p. 787–801, 1992. DOI: 10.1029/92JD01517.

BOEHM, J. et al. Global Mapping Function (GMF): A new empirical mapping function based on numerical weather model data. **Geophysical research letters**, v. 33, n. 7, 2006a. DOI: 10.1029/2005GL025546.

BOEHM, J.; HEINKELMANN, R.; SCHUH, H. Short Note: A global model of pressure and temperature for geodetic applications. **Journal of Geodesy**, v. 81, n. 10, p. 679-683, 2007. DOI: 10.1007/s00190-007-0135-3.

BOEHM, J.; SCHUH, H. **Atmospheric effects in space geodesy.** (Vol. 5). Berlin: Springer, 2013.

BOEHM, J.; SCHUH, H. Spherical harmonics as a supplement to global tropospheric mapping functions and horizontal gradients. **Proceedings of the 15th Working Meeting on European VLBI for Geodesy and Astrometry**, v. 15, p. 143 – 148, 2001. Disponível em: <[https://www.researchgate.net/publication/252083205\\_Spherical\\_Harmonics\\_as\\_a\\_Supplement\\_to\\_Global\\_Tropospheric\\_Mapping\\_Functions\\_and\\_Horizontal\\_Gradient\\_s](https://www.researchgate.net/publication/252083205_Spherical_Harmonics_as_a_Supplement_to_Global_Tropospheric_Mapping_Functions_and_Horizontal_Gradient_s)>. Acesso em: nov/2021.

BOEHM, J.; SCHUH, H. Vienna mapping functions in VLBI analyses. **Geophysical Research Letters**, v. 31, n. 1, 2004. DOI: 10.1029/2003GL018984.

BOEHM, J.; WERL, B.; SCHUH, H. Troposphere mapping functions for GPS and very long baseline interferometry from European Centre for Medium- Range Weather Forecasts operational analysis data. **Journal of Geophysical Research: Solid Earth**, v. 111, n. B2, 2006b. DOI: 10.1029/2005JB003629.

BRAGA, F. L. S.; DAL POZ, W. R. Efeitos da Refração Troposférica no Posicionamento por Ponto Preciso no Brasil. **Pesquisas em Geociências**, v. 49, n. 2, 2022. DOI: 10.22456/1807-9806.118014.

CHAO, C. C. A model for tropospheric calibration from daily surface and radiosonde balloon measurements. **Tech. Memo. 391-350, Jet Propul. Lab.**, 1972.

CHAO, C. C. The troposphere calibration model for mariner mars 1971. Technical Report 32–1587, NASA JPL, Pasadena, CA, 1974.

CHEN, G.; HERRING, T. A. Effects of atmospheric azimuthal asymmetry on the analysis of space geodetic data. **Journal of Geophysical Research: Solid Earth**, v. 102, n. B9, p. 20489–20502, 1997. DOI: 10.1029/97JB01739.

COLLINS, J. P.; LANGLEY, R. B. The Residual Tropospheric Propagation Delay: How Bad Can It Get?. **Proceedings of the 11th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GPS 1998)**, p. 729-738. 1998. Disponível em: <<http://gauss.gge.unb.ca/papers.pdf/iongps98.tropo.pdf>>. Acesso em: nov/2021.

DAVIS, J. L.; HERRING, T. A.; SHAPIRO, I. I.; ROGERS, A. E. E.; ELGERED, G. Geodesy by radio interferometry: Effects of atmospheric modeling errors on estimates of baseline length. **Radio science**, v. 20, n. 6, p. 1593-1607, 1985. DOI: 10.1029/RS020i006p01593.

DAVIS, J. L.; ELGERED, G.; NIELL, A. E.; KUEHN, C. E. Ground-based measurement of gradients in the “wet” radio refractivity of air. **Radio Science**, v. 28, n. 6, p. 1003-1018, 1993. DOI: 10.1029/93RS01917.

DOUSA, J. et al. Benchmark campaign and case study episode in central Europe for development and assessment of advanced GNSS tropospheric models and products. **Atmospheric Measurement Techniques**, v. 9, n. 7, p. 2989-3008, 2016. DOI: 10.5194/amt-9-2989-2016.

EMARDSON, T. R. **Studies of Atmospheric Water Vapor Using the Global Positioning System**. 1998. 220f. Tese (Doutorado) - School of Electrical and Computer Engineering Charmers University of Technology, Göteborg, Sweden, 1998.

ESSEN, L.; FROOME, K. D. The refractive indices and dielectric constants of air and its principal constituents at 24,000 Mc/s. **Proceedings of the Physical Society. Section B**, v. 64, n. 10, p. 862, 1951. DOI: 10.1088/0370-1301/64/10/303.

GAO, Y.; CHEN, K. Performance Analysis of Precise Point Positioning Using Rea-Time Orbit and Clock Products. **Journal of Global Positioning Systems**, v. 3, n. 1–2, p. 95–100, 2004. DOI: 10.5081/jgps.3.1.95.

GHODDOUSI-FARD, R. **Modelling tropospheric gradients and parameters from NWP models: Effects on GPS estimates**. 2009. 244f. Tese (Doutorado). University of New Brunswick, Department of Geodesy and Geomatics Engineering, Fredericton, Canadá, 2009. Disponível em: <<http://www2.unb.ca/gge/Pubs/TR264.pdf>>. Acesso em: nov/2021.

GOUVEIA, T. A. F. **Função de mapeamento brasileira da atmosfera neutra e sua aplicação no posicionamento GNSS na América do Sul**. 2019. 129 f. Tese (Doutorado em Ciências Cartográficas) - Campus de Presidente Prudente, Universidade Estadual Paulista, São Paulo, 2019. Disponível em: <<https://repositorio.unesp.br/handle/11449/186250>>. Acesso em: nov/2021.

GOUVEIA, T. A. F.; GALERA MONICO, J. F.; ALVES, D. B. M.; SAPUCCI, L. F.; GEREMIA-NIEVINSKI, F. 50 years of synergy between space geodesy and meteorology: From a GNSS positioning error to precipitation nowcasting applications. **Revista Brasileira de Cartografia**, v. 72, p. 1509–1535, 2020. DOI: 10.14393/RBCV72NESPECIAL50ANOS-56767.

GRAFFIGNA, V.; HERNÁNDEZ-PAJARES, M.; GENDE, M.; AZPILICUETA, F.; ANTICO, P. Interpretation Of The Tropospheric Gradients Estimated With GPS During

Hurricane Harvey. **Earth and Space Science**, v. 6, n. 8, p. 1348-1365, 2019. DOI: 10.1029/2018EA000527.

HERRING, T. A. Modeling atmospheric delays in the analysis of space geodetic data. **Proceedings of refraction of transatmospheric signals in geodesy**, v. 36, n. 4, p. 157–164, 1992. Disponível em: <<https://ncgeo.nl/wp-content/uploads/2024/06/36DeMunck.pdf#page=167>>. Acesso em: ago/2025.

HOFMANN-WELLENHOF, B.; LICHTENEGGER, H.; COLLINS, J. **Global Positioning System: Theory and Practice**. 5. ed. New York: Springer, 2001. DOI: 10.1007/978-3-7091-6199-9.

IWABUCHI, T.; MIYAZAKI, S. I.; HEKI, K.; NAITO, I.; HATANAKA, Y. An impact of estimating tropospheric delay gradients on tropospheric delay estimations in the summer using the Japanese nationwide GPS array. **Journal of Geophysical Research: Atmospheres**, v. 108, n. D10, 2003. DOI: 10.1029/2002JD002214.

KACMARÍK, M. et al. Sensitivity of GNSS tropospheric gradients to processing options. **Annales Geophysicae**, v.3, n. 3, p. 429-446, 2019. DOI: 10.5194/angeo-37-429-2019.

KOUBA, J. A. N.; HEROUX, P. PPP using IGS orbit and clock products. **GPS Solutions**, v. 5, n. 2, p. 12–28, 2001. Disponível em: <<https://link.springer.com/content/pdf/10.1007/PL00012883.pdf>>. Acesso em: nov/2021.

LANDSKRON, D.; BOEHM, J. Refined discrete and empirical horizontal gradients in VLBI analysis. **Journal of geodesy**, v. 92, n. 12, p. 1387-1399, 2018a. DOI: 10.1007/s00190-018-1127-1.

LANDSKRON, D.; BOEHM, J. VMF3/GPT3: refined discrete and empirical troposphere mapping functions. **Journal of Geodesy**, v. 92, n. 4, p. 349-360, 2018b. DOI: 10.1007/s00190-017-1066-2.

LAGLER, K. et al. GPT2: Empirical slant delay model for radio space geodetic techniques. **Geophysical research letters**, v. 40, n. 6, p. 1069-1073, 2013. DOI: 10.1002/grl.50288.

LI, X. et al. Retrieving of atmospheric parameters from multi-GNSS in real time: Validation with water vapor radiometer and numerical weather model. **Journal of Geophysical Research: Atmospheres**, v. 120, n. 14, p. 7189-7204, 2015. DOI: 10.1002/2015JD023454.

LI, X. et al. Accuracy and reliability of multi-GNSS real-time precise positioning: GPS, GLONASS, BeiDou, and Galileo. **Journal of Geodesy**, v. 89, n. 6, p. 607-635, 2015b. DOI: 10.1007/s00190-015-0802-8.

DE LIMA, T. M. A.; SANTOS, M.; ALVES, D. B. M.; NIKOLAIDOU, T.; GOUVEIA, T. A. F. Assessing ZWD models in delay and height domains using data from stations in different climate regions. **Applied Geomatics**, v. 14, p. 93-103, 2022. DOI: 10.1007/s12518-021-00414-y.

MA, H.; PSYCHAS, D.; XING, X.; ZHAO, Q.; LIU, X. Influence of the inhomogenous troposphere on GNSS. **Advances in Space Research**, 2021. DOI: 10.1016/j.asr.2020.12.043.

MACMILLAN, D. S. Atmospheric gradients from very long baseline interferometry observations. **Geophysical Research Letters**, v. 22, n. 9, p. 1041–1044, 1995. DOI: 10.1029/95GL00887.

MACMILLAN, D. S.; MA, C. Atmospheric gradients and the VLBI terrestrial and celestial reference frames. **Geophysical Research Letters**, v. 24, n. 4, p. 453-456, 1997. DOI: 10.1029/97GL00143.

MARINI, J. W. Correction of satellite tracking data for an arbitrary tropospheric profile. **Radio Science**, v. 7, n. 2, p. 223-231, 1972. DOI: 10.1029/RS007i002p00223.

MARINI, J. W.; MURRAY Jr. C. W. **Correction of laser range tracking data for atmospheric refraction at elevations above 10 degrees**. 1973. Disponível em: <<https://core.ac.uk/download/pdf/42898736.pdf>>. Acesso em: nov/2021.

MASOUMI, S. **GPS tropospheric modelling: new developments and insights**. 2018. 185 f. The Australian National University (Australia). 2018. Disponível em: <[https://openresearch-repository.anu.edu.au/bitstream/1885/148041/1/Salim\\_Masoumi%20Thesis%202018.pdf](https://openresearch-repository.anu.edu.au/bitstream/1885/148041/1/Salim_Masoumi%20Thesis%202018.pdf)>. Acesso em: nov/2021.

MASOUMI, S.; MCCLUSKY, S.; KOULALI, A.; TREGONING, P. A directional model of tropospheric horizontal gradients in Global Positioning System and its application for particular weather scenarios. **Journal of Geophysical Research: Atmospheres**, v. 122, n. 8, p. 4401-4425, 2017. DOI: 10.1002/2016JD026184.

MEINDL, M.; SCHÄFER, S.; HUGENTOBELER, U.; BEUTLER, G. Tropospheric gradient estimation at CODE: Results from global solutions. **Journal of the Meteorological Society of Japan. Ser. II**, v. 82, n. 1B, p. 331-338, 2004. DOI: 10.2151/jmsj.2004.331.

MIYAZAKI, S. I.; IWABUCHI, T.; HEKI, K.; NAITO, I. An impact of estimating tropospheric delay gradients on precise positioning in the summer using the Japanese nationwide GPS array. **Journal of Geophysical Research: Solid Earth**, v. 108, n. B7, 2003. DOI: 10.1029/2000JB000113.

MOREL, L. et al. Validity and behaviour of tropospheric gradients estimated by GPS in Corsica. **Advances in Space Research**, v. 55, n. 1, p. 135-149, 2014. DOI: 10.1016/j.asr.2014.10.004.

MOREL, L.; MOUDNI, O.; DURAND, F.; et al. On the relation between GPS tropospheric gradients and the local topography. **Advances in Space Research**, v. 68, n. 4, p. 1676–1689, 2021. DOI: 10.1016/j.asr.2021.04.008.

NIELL, A. E. Global mapping functions for the atmosphere delay at radio wavelengths. **Journal of Geophysical Research: Solid Earth**, v. 101, n. B2, p. 3227-3246, 1996. DOI: 10.1029/95JB03048.

NIELL, A. E. Improved atmospheric mapping functions for VLBI and GPS. **Earth, Planets and Space**, v. 52, n. 10, p. 699-702, 2000. DOI: 10.1186/BF03352267.

NIELL, A. E. et al. Comparison of measurements of atmospheric wet delay by radiosonde, water vapor radiometer, GPS, and VLBI. **Journal of Atmospheric and Oceanic Technology**, v. 18, n. 6, p. 830-850, 2001. DOI: 10.1175/1520-0426(2001)018<0830:COMOAW>2.0.CO;2.

NIEVINSKI, F.G. **Ray-tracing options to mitigate the neutral atmosphere delay in GPS**. 2009. 230 f. Dissertação (MSc), University of New Brunswick, Canada, 2009. Disponível em: <<http://www2.unb.ca/gge/Pubs/TR262.pdf>>. Acesso em: nov/2021.

NING, T.; ELGERED, G. Atmospheric horizontal gradients measured with eight co-located GNSS stations and a microwave radiometer. **Atmospheric Measurement Techniques**, v. 18, n. 9, p. 2069-2082, 2025. DOI: 10.5194/amt-18-2069-2025.

DE OLIVEIRA, Jr. P. S.; MONICO, J. F. G.; SAPUCCI, L. F. Influência da estimativa do gradiente horizontal troposférico na qualidade do posicionamento GNSS de alta acurácia. **Revista Brasileira de Cartografia**, v. 69, n. 2, 2017. Disponível em: <[https://www.researchgate.net/publication/321532670\\_Influencia\\_da\\_Estimativa\\_do\\_Gradiente\\_Horizontal\\_Troposferico\\_na\\_Qualidade\\_do\\_Posicionamento\\_GNSS\\_de\\_Alta\\_Acuracia](https://www.researchgate.net/publication/321532670_Influencia_da_Estimativa_do_Gradiente_Horizontal_Troposferico_na_Qualidade_do_Posicionamento_GNSS_de_Alta_Acuracia)>. Acesso em: nov/2021.

DE OLIVEIRA JR, P. S.; MOREL, L.; GALERA MONICO, J. F.; DURAND, S.; DURAND, F.; BEZERRA, L. D. S. An alternative to derive ionospheric and tropospheric

SSR corrections for PPP-RTK using adaptive constraints. **Survey Review**, v. 55, p. 524-535, 2023. DOI: 10.1080/00396265.2023.2169063.

OWENS, J. C. Optical refractive index of air: dependence on pressure, temperature and composition. **Applied optics**, v. 6, n. 1, p. 51-59, 1967. DOI: 10.1364/AO.6.000051.

PETIT, G.; LUZUM, B. **IERS conventions (2010)**. (IERS technical note; 36). Verlag des Bundesamts fur Kartographie und Geodasie, Frankfurt am Main, v. 179, 2010. Disponível em: <<https://www.iers.org/IERS/EN/Publications/TechnicalNotes/tn36.html>>. Acesso em: nov/2021.

QIU, C. et al. The performance of different mapping functions and gradient models in the determination of slant tropospheric delay. **Remote Sensing**, v. 12, n. 1, p. 130, 2020. DOI: 10.3390/rs12010130.

REID, George C.; GAGE, Kenneth S. On the annual variation in height of the tropical tropopause. **Journal of Atmospheric Sciences**, v. 38, n. 9, p. 1928-1938, 1981. DOI: 10.1175/1520-0469(1981)038<1928:OTAVIH>2.0.CO;2.

ROTHACHER, M.; SPRINGER, T. A.; SCHÄFER, S.; BEUTLER, G. Processing strategies for regional GPS networks. **Advances in Positioning and Reference Frames**. Springer, Berlin, Heidelberg, 1998. p. 93-100. Disponível em: <<https://link.springer.com/content/pdf/10.1007%2F978-3-662-03714-0.pdf>>. Acesso em: nov/2021.

SAASTAMOINEN, J. Contributions to the theory of atmospheric refraction. **Bulletin Géodésique**, v. 107, n. 1, p. 13-34, 1973. DOI: 10.1007/BF02522083.

SANTOS, M. C; MCADAM M. P; BÖEHM, J. Implementation Status of the UNB-VMF1. Geophysical Research Abstracts, **European Geosciences Union General Assembly** (EGU 2012), v. 14, p. 22–27, 2012. Disponível em: <<http://unb-vmf1.gge.unb.ca/publications/EGU2012-poster-UNB-VMF1.pdf>>. Acesso em: nov/2021.

SAPUCCI, L. **Estimativa do Vapor d'Água Atmosférico e Avaliação da Modelagem do Atraso Zenital Troposférico Utilizando GPS**. 2001. 167 f. Dissertação (Mestrado em Ciências Cartográficas) - Campus de Presidente Prudente, Universidade Estadual Paulista, São Paulo, 2001. Disponível em: <[https://repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/88549/sapucci\\_if\\_me\\_prud.pdf?sequence=1&isAllowed=y](https://repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/88549/sapucci_if_me_prud.pdf?sequence=1&isAllowed=y)>. Acesso em: nov/2021.

SAPUCCI, L. F. **Estimativas do IWV utilizando receptores GPS em bases terrestres no Brasil: sinergia entre a Geodésia e a Meteorologia.** 2005. 200 f. Tese (Doutorado em Ciências Cartográficas) - Campus de Presidente Prudente, Universidade Estadual Paulista, São Paulo, 2005. Disponível em: <[https://repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/100933/sapucci\\_lf\\_dr\\_prud.pdf?sequence=1&isAllowed=y](https://repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/100933/sapucci_lf_dr_prud.pdf?sequence=1&isAllowed=y)>. Acesso em: nov/2021.

SEKO, H.; NAKAMURA, H.; SHIMADA, S. An evaluation of atmospheric models for GPS data retrieval by output from a numerical weather model. **Journal of the Meteorological Society of Japan**, Vol. 82, n. 1B, p. 339–350, 2004. DOI: 10.2151/jmsj.2004.339.

TOMIKAWA, Y.; NISHIMURA, Y.; YAMANOUCHI, T. Characteristics of tropopause and tropopause inversion layer in the polar region. **Sola**, v. 5, p. 141-144, 2009. DOI: 10.2151/sola.2009-036.

TREGONING, P.; HERRING, T. A. Impact of a priori zenith hydrostatic delay errors on GPS estimates of station heights and zenith total delays. **Geophysical Research Letters**, v. 33, n. 23, 2006. DOI: 10.1029/2006GL027706.

TREGONING, P.; WATSON, C. Atmospheric effects and spurious signals in GPS analyses. **Journal of Geophysical Research: Solid Earth**, v. 114, n. B9, 2009. DOI: 10.1029/2009JB006344.

URQUHART, L. **Assessment of Tropospheric Slant Factor Models: Comparison with Three Dimensional Ray-Tracing and Impact on Geodetic Positioning.** 2011. 166 Tese (Doutorado) - Department of Geodesy and Geomatics Engineering, University of New Brunswick, Fredericton, Canada, 2011. Disponível em: <<http://www2.unb.ca/gge/Pubs/TR275.pdf>>. Acesso em: nov/2021.

YANG, F.; GUO, J.; ZHANG, C.; LI, Y.; LI, J. A regional zenith tropospheric delay (ZTD) model based on GPT3 and ANN. **Remote Sensing**, v. 13, n. 5, p. 1–19, 2021. DOI: 10.3390/rs13050838.

ZHOU, Y. et al. An improved tropospheric mapping function modeling method for space geodetic techniques. **Journal of Geodesy**, v. 95, n. 9, p. 1-14, 2021. DOI: 10.1007/s00190-021-01556-y.

ZUMBERGE, J. F.; HEFLIN, M. B.; JEFFERSON, D. C.; WATKINS, M. M.; WEBB, F. H. Precise Point Positioning for the efficient and robust analysis of GPS data from large networks. **Journal of Geophysical Research: Solid Earth**, v. 102, n. B3, p. 5005–5017, 1997. DOI: 10.1029/96JB03860.