

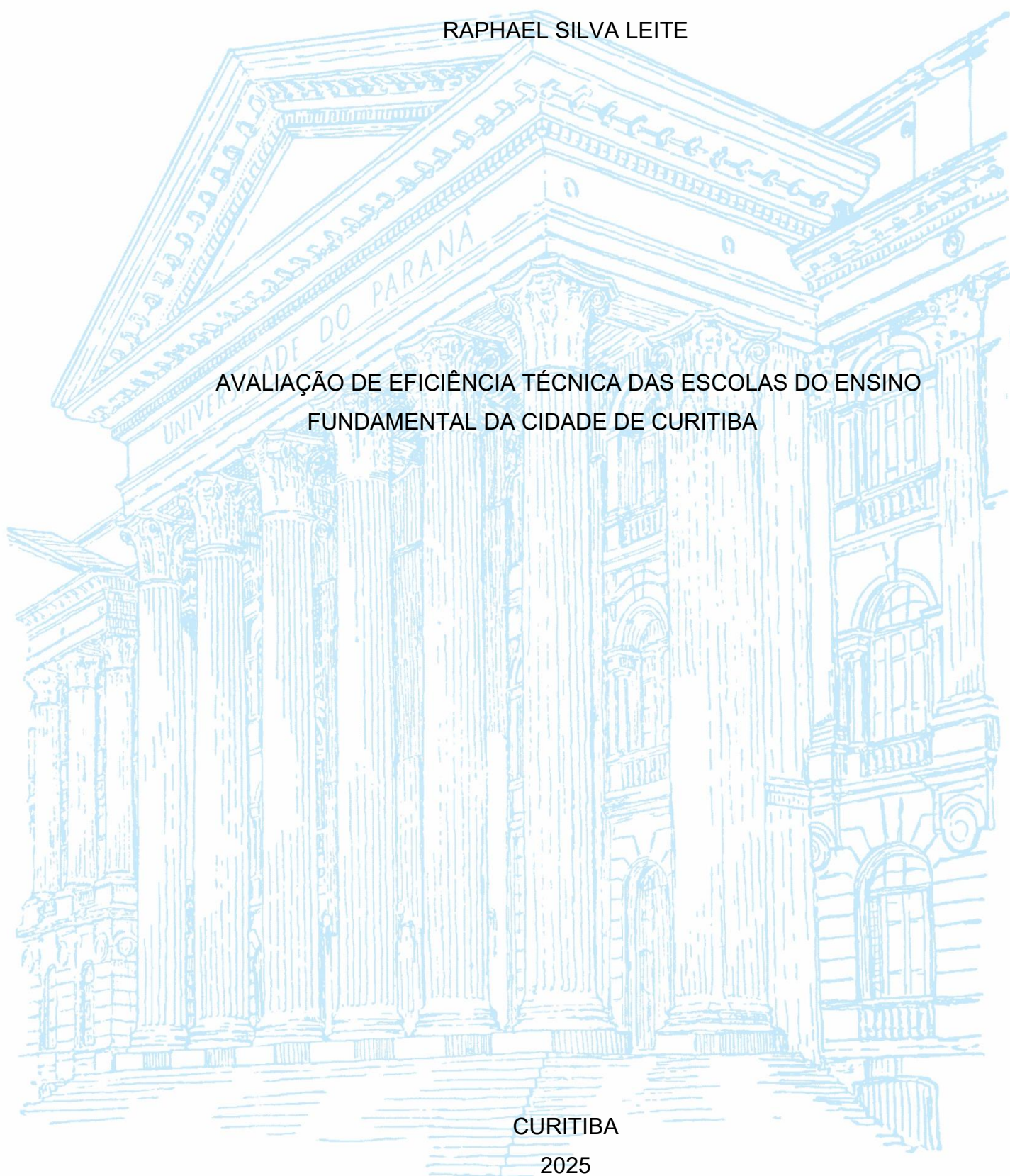
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

RAPHAEL SILVA LEITE

AVALIAÇÃO DE EFICIÊNCIA TÉCNICA DAS ESCOLAS DO ENSINO
FUNDAMENTAL DA CIDADE DE CURITIBA

CURITIBA

2025



Raphael Silva Leite

AVALIAÇÃO DE EFICIÊNCIA TÉCNICA DAS ESCOLAS DO ENSINO
FUNDAMENTAL DA CIDADE DE CURITIBA

Monografia, apresentada ao curso de Ciências Econômicas, Setor de Sociais Aplicadas, Universidade Federal do Paraná, como requisito parcial à obtenção do título de Bacharel em Economia.

Orientador(a): Prof. Dr. Alexandre Alves Porsse.

CURITIBA
2025

AGRADECIMENTOS

Um agradecimento especial a minha mãe, por todo o apoio e incentivo prestado nessa caminhada que durou anos, sem você não seria possível. Ao meu amigo, Léo Bomfim que entrou junto comigo no curso e trouxe muitas conversas, discussões e diversão e foi fundamental ao longo desse percurso, ao meu supervisor de estágio Nelson, por ter me dado a oportunidade de estagiar no TCE-PR que sem dúvidas enriqueceu meu conhecimento sobre o setor público e através disso veio a inspiração para este trabalho e também pela amizade, parceria e ensinamentos que foram muito importantes na minha caminhada.

Agradeço a Universidade Federal do Paraná por me propiciar um ensino que transformou minha maneira de enxergar o mundo e também por abrir novos caminhos e oportunidades para minha vida.

Por fim, um agradecimento especial aos professores do curso de Ciências Econômicas da UFPR, por todo auxílio e ensinamentos ao longo desses 4 anos, em especial ao professor Alexandre Porsse pela excelente orientação prestada durante toda a elaboração deste trabalho, a prof.^a Dayane Aquino por todas as lições dadas nas aulas e reuniões do PET, ao prof. Huáscar Pessali que expandiu a forma como de enxergar a ciência econômica como um todo a partir de um olhar mais crítico.

RESUMO

O presente trabalho busca mensurar e analisar a eficiência na utilização de recursos públicos educação com foco nas escolas municipais do ensino fundamental em Curitiba. Para isso foi utilizado a metodologia Análise Envoltória de Dados (DEA) para calcular a eficiência técnica de escola do município de Curitiba a partir da variável Aluno por turma como insumo e o Índice Nacional da Educação Básica (IDEB) de cada escola como resultado. Os valores de eficiência calculados por escola foram usados como variável dependente em modelos econométricos lineares e espaciais e as variáveis explicativas foram o índice socioeconômico da escola (INSE), o índice de infraestrutura e uma *proxy* do gasto por aluno. Os resultados apresentados mostram que as escolas de Curitiba possuem uma eficiência média de 0,82, um valor alto e próximo da fronteira de eficiência igual a 1. Além disso, a variável representada INSE foi significativa no modelo linear, indicando que fatores como a desigualdade social é um dos condicionantes da ineficiência das escolas. O modelo espacial apresentou uma baixa correlação espacial, mas a análise LISA identificou clusters espaciais nos *scores* de eficiência em bairros da região centro e sul de Curitiba. Os resultados indicam que políticas públicas voltadas para a melhoria das condições das famílias podem impactar positivamente na melhoria da eficiência das escolas.

Palavras-chave: Educação; Eficiência; Análise Envoltória de Dados; Econometria linear e espacial.

ABSTRACT

This study seeks to measure and analyze efficiency in the use of public education resources, with a focus on municipal elementary schools in Curitiba. To this end, the Data Envelopment Analysis (DEA) methodology was used to calculate the technical efficiency of schools in the municipality of Curitiba using the variable Pupil per class as an input and the National Basic Education Index (IDEB) for each school as an output. The efficiency values calculated per school were used as the dependent variable in linear and spatial econometric models and the explanatory variables were the school's socioeconomic index (INSE), the infrastructure index and a proxy for spending per pupil. The results show that Curitiba's schools have an average efficiency of 0.82, a high value and close to the efficiency frontier of 1. In addition, the variable represented by INSE was significant in the linear model, indicating that factors such as social inequality are one of the conditioning factors for school inefficiency. The spatial model showed a low spatial correlation, but the LISA analysis identified spatial clusters in the efficiency scores in neighborhoods in the central and southern regions of Curitiba. The results indicate that public policies pointed at improving family conditions can have a positive impact on improving school efficiency.

Keywords: Education; Efficiency; Data Envelopment Analysis; Linear and spatial econometrics.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	8
2 REVISÃO DE LITERATURA	10
3 DADOS E METODOLOGIA	14
3.1 DADOS E TRATAMENTOS	14
3.1.1 Construção do índice de infraestrutura das escolas.....	18
3.2 DEA E MODELO DE REGRESSÃO PARA EFICIÊNCIA.....	20
3.3 ANÁLISE EXPLORATÓRIA DE DADOS ESPACIAIS	24
3.4 MODELOS DE REGRESSÃO ESPACIAL	26
4 APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS	28
4.1 EFICIÊNCIA DAS ESCOLAS E PADRÕES ESPACIAIS	28
4.2 RESULTADOS DA REGRESSÃO	34
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS	37
REFERÊNCIAS.....	39

1 INTRODUÇÃO

Oferecer uma educação de qualidade e eficiente é um dos grandes desafios que o Brasil enfrenta atualmente. Para identificar se um bom nível educacional é ofertado em geral pelas escolas pode-se utilizar como referência a nota do Índice Nacional da Educação Básica (IDEB), calculado a partir dos resultados das avaliações externas realizadas pelo Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB) em conjunto com a taxa de aprovação escolar (Brasil, 2021). Ao observar os valores do IDEB é facilmente possível notar a diferença entre municípios e escolas. Mas o que determina essa diferença nos resultados?

Este trabalho busca contribuir para esse debate, mas, olhando através da ótica da eficiência na aplicação e utilização dos recursos públicos. Com o intuito de responder as seguintes problemáticas: existem escolas eficientes e ineficientes? E quais são os determinantes desta eficiência ou da ineficiência?

O objetivo principal do presente trabalho é analisar a eficiência técnica das escolas do Ensino Fundamental I da cidade de Curitiba, calculada a partir da DEA e aplicando instrumentos econométricos lineares e espaciais para identificar seus fatores explicativos. Busca-se também comparar os resultados obtidos com outros estudos para identificar diferenças ou similaridades com a literatura.

Em vista disso, será analisado o caso das escolas municipais de Curitiba, com foco no Ensino Fundamental I, que abrange crianças do 1º ao 5º ano escolar. A escolha por essa faixa de ensino deve-se ao fato de que, em 2023, a cidade apresentou uma das maiores notas do Ideb entre as capitais do Brasil. No entanto, também se destacam diferenças relevantes entre os desempenhos das escolas. Por exemplo, a Escola Municipal Marsal Justen obteve nota 7,8, enquanto a Escola Municipal Nansyr Cecato Cavichiolo alcançou 4,9, conforme dados apresentados pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais (INEP).

O conceito de eficiência utilizado e calculado é a eficiência técnica, construído a partir de uma fronteira de eficiência, por meio da relação de insumos e produtos. A metodologia empregada para este cálculo é através do modelo não paramétrico denominado *Data Envelopment Analysis* (DEA), que permite gerar um valor de eficiência para cada unidade produtiva de acordo com os *outputs* e *inputs* escolhidos no cálculo.

A partir dos *scores* de eficiência produzidos, é possível utilizá-los como variável dependente na construção de modelos de regressão linear ou espacial, com o objetivo de encontrar variáveis determinantes que expliquem a eficiência ou a ineficiência das escolas. Para isso, foi empregado um modelo de regressão linear com erros robustos, visando identificar fatores que possam estar associados aos níveis de eficiência entre as escolas.

O presente trabalho se diferencia de estudos como os de Savian e Bezerra (2013) e Pozza, Castro e Porsse (2022), que aplicaram a metodologia DEA para o cálculo da eficiência voltado aos municípios do estado do Paraná. Também se distingue de pesquisas como as de Oliveira et al. (2017) e Delgado e Machado (2007), que realizaram uma análise econométrica do índice de eficiência DEA para escolas estaduais. Esta pesquisa, por sua vez, busca avaliar a eficiência exclusivamente nas escolas do município de Curitiba, com foco em crianças do Ensino Fundamental I.

O estudo está organizado em três capítulos, além da introdução e considerações finais. No primeiro capítulo será realizado uma breve revisão de literatura sobre artigos que empregaram a metodologia DEA em diversas regiões do País seja a nível municipal ou de escolas. Em seguida apresenta-se uma breve explicação metodológica sobre as variáveis escolhidas para os modelos DEA, os procedimentos das técnicas DEA, AEDE e regressão espacial. O terceiro capítulo apresenta e analisa os resultados obtidos.

2 REVISÃO DE LITERATURA

Nesta seção apresentam-se alguns trabalhos que realizaram análises de eficiência na área da educação. No primeiro momento serão apresentados autores que aplicaram o modelo DEA para calcular a eficiência da educação em municípios e nas escolas, com o objetivo de compreender quais foram as principais variáveis utilizadas no modelo e os resultados obtidos nesses estudos.

O trabalho de Machado; Irffi e Benegas (2011) realiza uma análise de eficiência técnica utilizando a método DEA a partir dos gastos em educação, saúde e assistência social para os municípios do Estado do Ceará para o ano de 2005. Foram analisados 67 municípios e foi elaborado um ranking de eficiência técnica das políticas públicas em educação, saúde e assistência. Para a área de educação foi utilizado como *inputs* a despesas per capita com educação e cultura e para os produtos (*outputs*) foi considerado o número de estabelecimentos de educação infantil, Taxa de Alfabetização de Educação e Taxa de Escolarização. O objetivo do estudo foi realizar uma análise orientada a insumos e retornos constantes de escala com o intuito de obter resultados para diminuir os gastos públicos, mas manter o mesmo nível de eficiência na prestação de serviço público. Como resultado, foi apresentado a existência de uma baixa eficiência técnica no gasto público social, em áreas como saúde, educação e segurança.

Da Silva e Almeida (2012) buscam mensurar a eficiência de 167 municípios do Rio Grande do Norte em relação a aplicação do Fundo de Manutenção e Desenvolvimento do Ensino Fundamental (FUNDEF). Além disso, tem o objetivo de relacionar esta eficiência com os indicadores de produção na educação. A metodologia utilizada foi o DEA e FDH (*Free Disposal Hull*). O modelo DEA foi empregado com orientação produto e retorno variável de escala. A variável escolhida como *input* foi o total aplicado do FUNDEF pelo município e os *outputs* foram divididos por municípios: o número total de professores, número de salas de aula, número alunos e o número de escolas. Além disso, com os índices de eficiência calculados foi estimada uma regressão Tobit como um modelo de estimação da função de ineficiência municipal no gasto com educação utilizando diversas variáveis como: idade e escolaridade do prefeito, utilização dos conselhos escolares, total da

arrecadação, localização e a densidade geográfica e o total do PIB. Como resultado, verificou-se que 15 escolas da amostra foram eficientes, e que o município com menor eficiência apresentou altas taxas de reprovação e abandono escolar.

O artigo de Savian e Bezerra (2013) aplica a metodologia DEA para avaliar a eficiência dos gastos públicos nas séries iniciais do Ensino Fundamental para os municípios do estado do Paraná no período 2005 e 2009. Foram utilizadas as seguintes variáveis *inputs*: PIB per capita municipal, despesa por aluno matriculado no ensino fundamental, número de escolas municipais de ensino fundamental, número de matrículas no ensino fundamental em escolas municipais e a relação do total de aluno dividido por professor. Como variável de *output* foi utilizado o Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB). Com os índices de eficiência calculados, os autores realizaram uma análise verificando a proporção de municípios considerados eficientes e compararam os resultados entre diferentes mesorregiões. Como resultado, verificou-se que os municípios com melhor desempenho econômico não são necessariamente os mais eficientes. Os autores recomendam mudanças nas práticas de gestão dos recursos públicos.

Outro trabalho similar é o de Da Silva; Esperidião e De Moura (2024) que realizaram o cálculo da eficiência através da metodologia DEA com retornos variáveis de escala (VRS) e orientação *output* para os municípios do estado de Sergipe. As variáveis utilizadas para o cálculo foram o IDEB como *output* e por *input* foi escolhido o gasto por aluno dos municípios sergipanos matriculados na rede municipal. O artigo apresentou como resultado que os municípios tiveram uma eficiência média de 0,7868 e 0,7605, além disso o estudo mostrou que, os municípios com melhores resultados não foram aqueles que empenharam maiores gastos com ensino.

O trabalho de Pozza, Castro e Porsse (2022) mensurou a eficiência dos gastos públicos com educação básica nos municípios do estado do Paraná, no ano de 2017, utilizando a Análise Envoltória de Dados (DEA). Foram considerados como variáveis de entrada (*inputs*): o número de escolas municipais de ensino fundamental, a razão aluno por função docente, as despesas municipais pagas com o ensino fundamental divididas pela quantidade de matrículas realizadas, e o PIB per capita. Como variável de saída (*output*), utilizou-se a nota do IDEB. Além disso, foi realizada uma análise econométrica espacial, tendo o índice de eficiência como variável dependente. Segundo os autores, a quantidade média de alunos por escola apresentou impacto positivo nos índices de eficiência, indicando que municípios com escolas capazes de

atender um número maior de alunos tendem a ser mais eficientes. O estudo também conclui que os municípios com as maiores notas no IDEB não foram, necessariamente, os que apresentaram os maiores escores de eficiência nos gastos públicos com educação.

Outra forma de medir a eficiência dos gastos públicos com o ensino fundamental é por meio de análises realizadas diretamente nas escolas, utilizando apenas dados de cada unidade escolar, e não do município como um todo. O estudo de Da Silva Filho, Pereira, Da Silva Dantas e Araújo (2016) realizou uma análise da eficiência dos gastos em colégios militares. Com uma amostra de 12 unidades escolares, foi aplicada a metodologia DEA. As variáveis de insumo foram: despesas com educação, número de alunos matriculados e número de professores. Como variável de produto (output), foi utilizada a nota do IDEB para os anos de 2009 e 2011. A partir dos cálculos realizados com os modelos DEA-CCR e DEA-BCC, verificou-se que a maior parte dos colégios apresentou ineficiência.

O artigo de Delgado e Machado (2007) calcula a eficiência das escolas públicas estaduais de Minas Gerais a partir da Análise Envolvória de Dados em dois estágios para detectar a fronteira de eficiência das escolas nos níveis fundamental e médio. Com a primeira etapa, calculando a eficiência pela DEA, utilizando como produto as variáveis: proficiência em matemática, português e quantidade de matrículas. Para os insumos foram cinco variáveis: custo-aluno, quantidade de professores com formação superior, número de salas, indicador de infraestrutura sintético denominado pelos autores como (VCM), que consiste na combinação pelo método análise de componentes principais das variáveis vídeo, computador e multimídia. E no segundo estágio foram realizadas seis regressões com variáveis de condições socioeconômicas familiares, de infraestrutura e dotação das escolas.

Os resultados encontrados pelos autores indicam que a complementariedade dos insumos, tanto dentro quanto fora da escola, contribui para um melhor desempenho. Escolas localizadas nas mesorregiões do estado com maior abundância de recursos educacionais têm mais chances de serem eficientes e de oferecerem um ensino de melhor qualidade. No entanto, também há bons exemplos de desempenho em regiões mais carentes. Os autores concluem que os resultados educacionais do estado podem melhorar, caso se alcance um nível mais elevado de eficiência nas escolas estaduais.

Por fim, o artigo *Avaliação de eficiência das escolas públicas de ensino médio em Goiás: uma análise de dois estágios* de Oliveira *et al.* (2017) realiza através da DEA, verificar o nível de eficiência das escolas estaduais públicas do estado de Goiás por meio do desempenho dos alunos no Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) e o custo médio por aluno. As variáveis utilizadas no primeiro estágio para *outputs* foram a média das notas da escola em linguagem, redação, matemática, ciências humanas e da natureza. Como *inputs* o gasto médio por aluno. Em relação ao modelo de segundo estágio, foram estimadas regressões por máxima verossimilhança. As variáveis escolhidas foram: localização da escola (urbano ou rural); indicador de nível Socioeconômico (INSE); percentual de docentes com nível superior e as *dummy* tempo integral e escola militar. Dentre os resultados destaca-se a significância da variável INSE nas regressões, captando a influência do ambiente socioeconômico para a eficiência escolar.

Os estudos apresentados mostram que existem diversas formas de analisar a eficiência e a metodologia DEA é umas das principais empregadas nesse aspecto. Além disso, há vários modelos aplicados com diferentes variáveis escolhidas, sendo que como *output* destaca-se a escolha de variáveis relacionadas aos resultados dos alunos em avaliações externas e para *input* destaca-se as variáveis custo médio por alunos e a relação aluno por professor.

Este estudo se baseia na literatura existente ao calcular a eficiência das escolas municipais e na realização de modelos econométricos, tanto lineares e espaciais. No entanto, diferencia-se por focar exclusivamente nas escolas municipais de Curitiba.

3 DADOS E METODOLOGIA

3.1 DADOS E TRATAMENTOS

Para o cálculo do índice de eficiência em educação, o modelo de primeiro estágio, será realizado a partir da DEA. Para insumo (*input*), foi escolhida a variável relação alunos por turma, com dados tabulados do Censo Escolar de 2023. A variável de produto (*output*) é o Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB) de cada escola do ensino fundamental anos iniciais de Curitiba referente ao ano de 2023. O IDEB é calculado a partir de dados do Censo Escolar referente a aprovação escolar e média de desempenho no Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB). As tabelas abaixo apresentam a descrição das variáveis e suas respectivas estatísticas descritivas:

TABELA 1 - VARIÁVEIS PARA O MODELO DEA (INPUTS E OUTPUTS)

Relação	Variável	Conceito
Input	Aluno por turma	Relação aluno por turma (2023)
Output	Ideb	Índice de Desenvolvimento Da Educação Básica

FONTE: O autor (2025).

TABELA 2 - ESTATÍSTICAS DESCRITIVAS DAS VARIÁVEIS DE PRIMEIRO ESTÁGIO

Variável	Mínimo	1º quartil	Mediana	Média	3º Quartil	Máximo
Alunos por Turma	17,8	24,4	26,1	26,0	28,1	32,0
Ideb	4,9	6,0	6,3	6,3	6,6	7,8

FONTE: O autor (2025), com base nos dados do Censo Escolar de 2023.

Pelo fato de nem todas as escolas municipais de Curitiba possuírem os dados completos para realizar o cálculo do DEA e do modelo de regressão no segundo estágio, estas foram excluídas da amostra por conta da ausência de algum dado relevante. No total 6 escolas foram retiradas, de um total de 184 escolas divulgadas por meio da nota do IDEB, com isso a amostra foi de 178 escolas¹.

¹ As seguintes escolas foram retiradas por não possuírem uma nota do Ideb em 2023, são elas: Professor Brandão; João Cabral de Melo Neto; Joao Cruciani; Jurandyr B Mockell e Profª Nice Braga.

Após a construção do índice de eficiência por meio da metodologia DEA, esta mesma variável será utilizada como uma variável dependente em uma regressão de segundo estágio, buscando encontrar os determinantes para a eficiência ou ineficiência das escolas através de grupo de variáveis explicativas a seguir descritas.

Para construção desse modelo foram utilizadas variáveis de infraestrutura das escolas com informações retiradas a partir do Censo Escolar de 2023, as quais avaliam se a escola possui ou não biblioteca, laboratório de ciências, laboratório de informática, pátio coberto, uma quadra coberta, um refeitório, uma sala multiuso, internet e sala de atendimento especial². Além disso, foi criada uma *proxy* para despesa por escola, através da relação entre o total de professores e o total de alunos da instituição de ensino, considerando que quanto maior a quantidade de professores por aluno maior seria o gasto por aluno da escola³. Por fim, seguindo estudos anteriores como o de Oliveira et al (2017), foi utilizado a média do Indicador de Nível Socioeconômico das escolas (INSE) referente ao ano de 2021 que é o mais recente divulgado.

De acordo com a nota técnica do INEP (BRASIL, 2021), o Indicador de Nível Socioeconômico das Escolas (INSE) mensura as condições socioeconômicas dos alunos e busca contribuir para a identificação de desigualdades educacionais. Seu valor é obtido a partir das respostas coletadas no Questionário do Estudante, aplicado no âmbito do SAEB. Os dados utilizados referem-se ao ano de 2021, o mais recente disponível. Nesse ano, o indicador foi distribuído em oito níveis, sendo o oitavo o mais elevado. O nível de cada estudante é determinado com base nas informações fornecidas nos questionários preenchidos pelos próprios alunos, que indicam se possuem, em sua residência, determinados bens e serviços, como geladeira, fogão, ar-condicionado, computador, carro, acesso à internet, mesa de estudo, entre outros.

As tabelas abaixo apresentam as relações das variáveis utilizadas no segundo estágio para o modelo de regressão e as suas respectivas estatísticas descritivas:

Outra escola que saiu da amostra foi a Vila Torres, por não possuir todos os dados para realização do modelo econométrico espacial.

² De acordo com o dicionário de dados da planilha do Censo Escolar, a sala de atendimento especial é uma dependência física da escola utilizada como Sala de Recursos Multifuncionais para o Atendimento Educacional Especializado (AEE), voltada ao atendimento de alunos com deficiência, transtornos globais do desenvolvimento, entre outros.

³ Essa variável foi criada pelo fato de não ter disponível nenhuma base de dados que mostre a despesa por escola em Curitiba, foi tentado contado junto à Secretaria de Educação de Curitiba, para verificar a existência e possível utilização da mesma para fins acadêmicos, mas não houve retorno.

TABELA 3 - VARIÁVEIS DO MODELO DE REGRESSÃO (SEGUNDO ESTÁGIO)

Variável	Descrição	Fonte	Ano de Referência dos dados
Biblioteca	Variável dummy: Dependências físicas existentes e utilizadas na escola – Biblioteca	Censo Escolar	2023
Laboratório de Ciências	Variável dummy: Dependências físicas existentes e utilizadas na escola – Laboratório de ciências	Censo Escolar	2023
Informática	Variável dummy: Dependências físicas existentes e utilizadas na escola - Laboratório de informática.	Censo Escolar	2023
Pátio Coberto	Variável dummy: Dependências físicas existentes e utilizadas na escola - Pátio coberto.	Censo Escolar	2023
Quadra Coberta	Variável dummy: Dependências físicas existentes e utilizadas na escola - Quadra de esporte coberta.	Censo Escolar	2023
Refeitório	Variável dummy: Dependências físicas existentes e utilizadas na escola – Refeitório.	Censo Escolar	2023
Sala Multiuso	Dependências físicas existentes e utilizadas na escola – Sala multiuso (música, dança e artes)	Censo Escolar	2023
Internet	Variável dummy: Acesso à internet Para uso do ensino e aprendizagem.	Censo Escolar	2023
Sala de Atendimento Especial	Dependências físicas existentes e utilizadas na escola - Sala de Recursos Multifuncionais para Atendimento Educacional Especializado (AEE)	Censo Escolar	2023
INSE	Média dos níveis socioeconômicos dos Alunos em 2021	INEP	2021
Professor por turma (Proxy da Despesa por Escola)	Divisão entre o total de professores da escola pelo total de turmas	Censo Escolar	2023
PC1	Componente principal relacionado à infraestrutura das escolas	O autor	

FONTE: o autor (2025).

TABELA 4 - Estatística descritivas das variáveis de segundo estágio

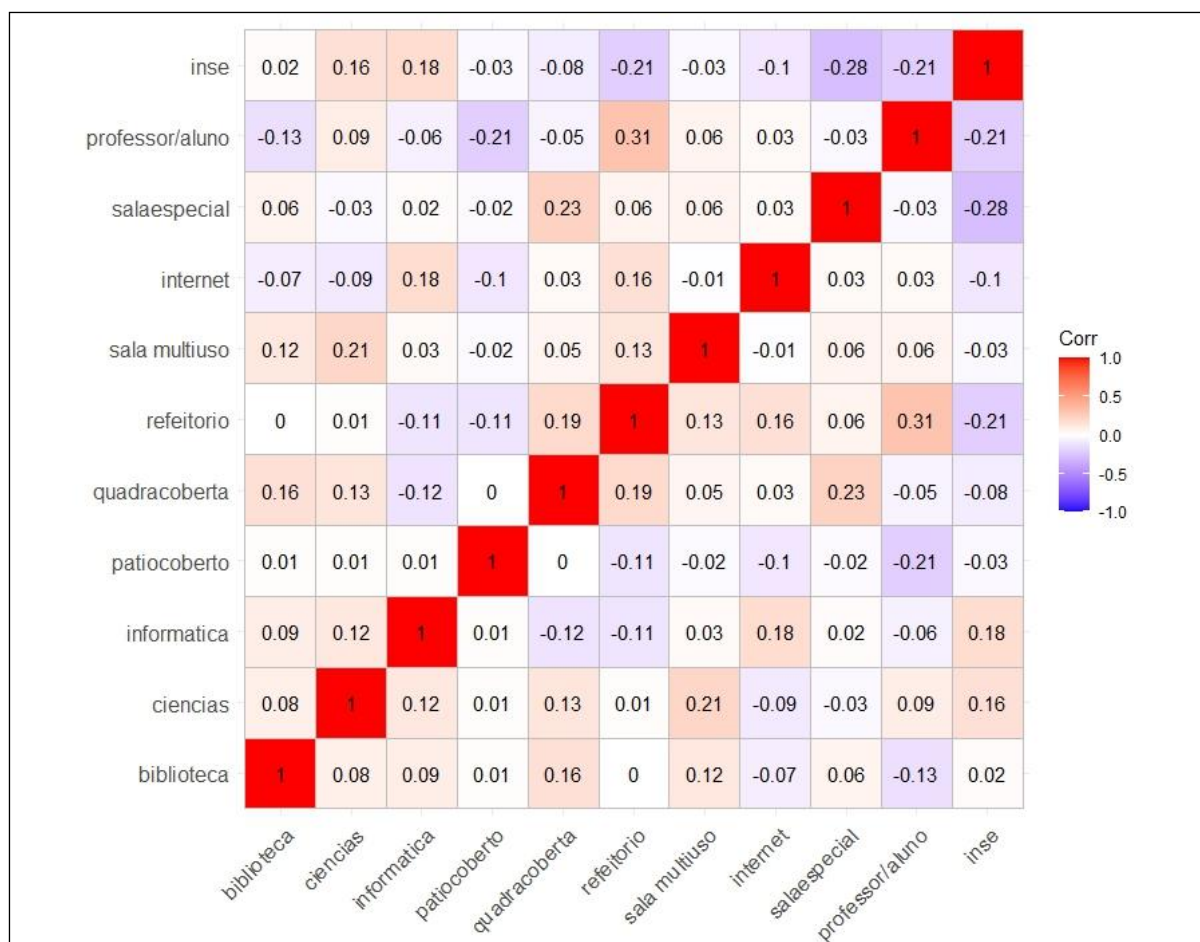
Variável	Mínimo	1º quartil	Mediana	Média	3º Quartil	Máximo
Biblioteca	0,00	1,00	1,00	0,94	1,00	1,00
Laboratório de Ciências	0,00	0,00	0,00	0,18	0,00	1,00

Informática	0,00	1,00	1,00	0,89	1,00	1,00
Pátio Coberto	0,00	1,00	1,00	0,89	1,00	1,00
Quadra Coberta	0,00	1,00	1,00	0,88	1,00	1,00
Refeitório	0,00	0,00	1,00	0,56	1,00	1,00
Sala Multiuso	0,00	0,00	0,00	0,20	0,00	1,00
Internet	0,00	1,00	1,00	0,92	1,00	1,00
Sala de Atendimento Especial	0,00	0,00	0,00	0,47	1,00	1,00
INSE	4,89	5,32	5,49	5,48	5,65	6,00
Professor por turma (Proxy da Despesa por Escola)	0,044	0,060	0,067	0,071	0,078	0,078
PC1	1,098	1,951	2,246	2,178	2,443	2,727

FONTE: o autor (2025).

As variáveis de infraestruturas das escolas foram inicialmente tratadas como variáveis *dummies* (valor 0 ou 1). Esperava-se que essas variáveis fossem fortemente correlacionadas entre si, mas a figura abaixo apresenta uma pequena correlação entre elas. Entretanto, como a amostra de escolas apresenta alto percentual em algumas dessas variáveis (Biblioteca, Informática, Pátio Coberto, Quadra Coberta e Internet), foi criado um índice de infraestrutura sintético para capturar melhor as diferenças de infraestrutura entre as escolas. O procedimento de elaboração do índice é apresentado a seguir.

FIGURA 1 - MATRIZ DE CORRELAÇÃO DAS VARIÁVEIS EXPLICATIVAS DO MODELO DE SEGUNDO ESTÁGIO



FONTE: o autor (2025).

3.1.1 Construção do índice de infraestrutura das escolas

Foi construída uma nova variável chamada PC1 que representa um índice sintético das variáveis de infraestrutura das escolas. O cálculo do índice foi realizado a partir da metodologia Análise de Componentes Principais (ACP).

De acordo com o *Workbook* do *Geoda*, de autoria de Anselin (2020), a Análise de Componentes Principais (ACP) é um tratamento que visa encontrar novas variáveis a partir de uma combinação linear das variáveis originais de modo que maximizem a variância explicada entre elas. O objetivo da técnica é resumir a informação contida nas variáveis principais, transformando-as em um conjunto menor e ter uma perda mínima de informações.

Conforme apresenta Ribeiro *et al.* (2015, p.56) "trata-se também de um conjunto de técnicas de interdependência, isto é, busca-se explorar o potencial explicativo das

variáveis ao invés de prever ou analisar o comportamento de uma variável dependente". A combinação linear pode ser assumida pela equação:

$$z_i = a'_1 \quad (1)$$

em que z_i representa o i-ésimo componente principal; a'_1 é um fator de ponderação e y representa o vetor de variáveis originais. A ponderação "é o vetor característico normalizado da matriz de covariância formada a partir da matriz ortogonal das variáveis originais, ao passo que os componentes principais são combinações lineares dessas variáveis" (RIBEIRO *et al.*, 2015, p.57).

Na seção anterior, foi mostrado o total de 11 variáveis explicativas para realizar a regressão de segundo estágio, as variáveis relacionadas as infraestruturas das escolas como: biblioteca, laboratório de ciências, laboratório de informática, pátio coberto, quadra coberta, refeitório, sala multiuso, internet e sala de atendimento especial, se tornaram cada, um componente para realizar a técnica. Estas, foram separadas das outras pelo fato de serem conceitualmente próximas e *dummys*. Com isso foi utilizado o método ACP para construir um índice de infraestrutura das escolas unificando as variáveis em uma só. A tabela a seguir apresenta uma síntese dos resultados da ACP.

TABELA 5 - SÍNTESE DA ANÁLISE DOS COMPONENTES PRINCIPAIS

Componentes	Autovalores	Proporção da Variância	Proporção acumulada
PC1	4,898	0,824	0,824
PC2	0,248	0,041	0,865
PC3	0,236	0,039	0,905
PC4	0,167	0,028	0,933
PC5	0,107	0,018	0,951
PC6	0,097	0,016	0,968
PC7	0,083	0,014	0,982
PC8	0,058	0,009	0,992
PC9	0,046	1,007	1,000

FONTE: o autor (2025).

A partir da tabela acima é possível notar que somente o componente PC1 possui autovalor maior do que 1 e apresenta uma proporção da variância em torno de 82,4%, se destacando das demais e se tornando um componente dominante em comparação com os demais componentes.

A tabela abaixo apresenta a correlação quadrada do componente PC1 com cada variável de infraestrutura, mostrando o quanto da variância de cada variável original é explicada pelo componente PC1. Em destaque ficam as variáveis Sala Especial, Internet e biblioteca que são 34,6%, 24,1% e 14,3% respectivamente explicadas pela variável PC1.

TABELA 6- RESULTADOS DO COMPONENTE PRINCIPAL 1 (PC1)

Variáveis	Pesos	Correlação ao Quadrado
Biblioteca	0,4306	0,1428
Laboratório de Ciências	-0,1466	0,0009
Laboratório de Informática	-0,0343	0,0013
Pátio Coberto	0,0450	0,0241
Quadra Coberta	0,0794	0,0158
Refeitório	0,0167	0,0013
Sala Multiuso	0,1429	0,0174
Internet	-0,4670	0,2407
Sala Especial	-0,7380	0,3465

FONTE: elaboração própria

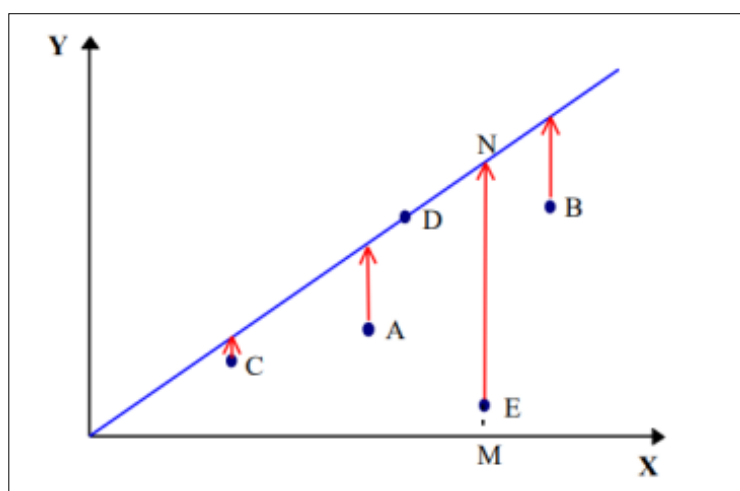
3.2 DEA E MODELO DE REGRESSÃO PARA EFICIÊNCIA

O modelo DEA foi criado por Abraham Charnes, William Cooper e Edward Rhodes em seu trabalho publicado em 1978 com o objetivo de avaliar a eficiência de unidades de tomada de decisão (*DMUs -Decision Making Unit*). É um método que utiliza técnicas de programação linear e possibilita a análise de eficiência com base nos insumos e produtos das organizações, através da comparação do desempenho das unidades de produção (*DMU*), sendo uma condição necessária a utilização das mesmas variáveis de insumo(s) e produto(s) para todas as unidades da amostra (Fochezatto *et al.*, 2019, p.16).

O modelo é baseado na teoria da firma, que possui o objetivo de maximizar o lucro e minimizar os custos para produzir no ponto que condiz com a sua produção máxima, dado a uma tecnologia disponível. Segundo Junior, Irffi e Benegas (2011), existem diferentes produtividades entre as unidades produtivas que utilizam a mesma tecnologia. É desta forma que surge a questão da eficiência, na qual uma unidade produtiva é eficiente quando está em um ponto sobre a fronteira de produção (Junior; Irffi; Banegas, 2011, p.93).

A metodologia identifica diferentes desempenhos a partir da avaliação relativa das unidades organizacionais selecionadas, que utilizam múltiplos insumos (inputs) para gerar produtos (outputs). Uma unidade organizacional é considerada eficiente quando não é possível aumentar nenhum insumo ou produto sem reduzir algum outro insumo ou produto (Cordeiro, 2024, p.24). O gráfico abaixo apresenta a ideia por trás da DEA. Conforme apresenta Cordeiro (2024), as unidades eficientes são aquelas conhecidas como Pareto eficientes ou extremo-eficientes, são representadas pelos pontos na fronteira de produção (linha azul) e possuem o índice de eficiência igual a 1. Já as unidades produtivas menos eficientes estão abaixo da fronteira em uma região denominada envelope ou envoltória, portanto elas têm valores entre 0 e menor que 1 (Cordeiro, 2024, p.24).

FIGURA 2 - GRÁFICO DEA



FONTE: Cordeiro, 2024, p.24.

Segundo Savian e Bezerra (2013), o modelo pode ser aplicado de quatro formas distintas: o modelo de retornos constantes de escala, conhecido como Charnes, Cooper, Rhodes (CCR), em que qualquer variação nas entradas produz variação proporcional nas saídas; o modelo Banker, Charnes e Cooper (1984) conhecido como (BCC), conhecido o modelo de retorno variável de escala que substitui a proporcionalidade pela convexidade; o modelo aditivo; e o modelo multiplicativo (Savian; Bezerra, 2013, p.32).

A partir de autores como Da Silva e Almeida (2012), Da Silva Filho et al. (2014), Pozza, Castro e Porsse (2022), entre outros, foi adotado o modelo com retornos variáveis de escala. Assume-se que as DMUs (Unidades de Tomada de Decisão)

operam sob retornos variáveis, ou seja, não há proporcionalidade entre os insumos e os produtos. Nesse modelo, a fronteira de produção torna-se convexa.

Além disso, a DEA permite calcular a eficiência a partir de orientação insumo e produto. A orientação insumo tem por objetivo a redução dos inputs para se obter o mesmo nível de resultado. Em relação a orientação produto, o foco passa a ser maximizar o produto, caso for mantido o mesmo nível de *inputs*. Neste trabalho será aplicado o modelo de orientação *output*, com o intuito de maximizar o produto, portanto busca-se verificar se as escolas conseguem ser mais eficientes com os recursos disponíveis. Assim, será calculado o índice de eficiência pelo método BCC com retorno variáveis de escala.

O modelo matemático da técnica DEA utilizado nesta pesquisa segue o exemplo apresentado por Zoghbi *et.al* (2009). Como o DEA é uma técnica de programação linear que constrói fronteiras de produção, tendo como base a ideia de que são escolhidas as mesmas variáveis para insumos m e os produtos k para os valores n Estados, “para todo Estado existe um y (vetor coluna dos produtos ou serviços) e um x (vetor coluna de insumos). De maneira complementar, existe uma matriz X ($k \times n$) de insumos e uma matriz Y ($m \times n$) de produto” (Zoghbi *et al.*, 2009, p.793). A partir dessas definições, pode-se apresentar o problema matemático de programação linear apresentado por Zoghbi *et al* (2009):

$$\begin{aligned}
 & \text{Max}_{\theta l} \theta \\
 & \text{Sujeito a } qy_i - Yl \leq 0 \\
 & \quad -X_i + Xl \leq 0 \\
 & \quad n_i l = 1 \\
 & \quad -l \leq 0
 \end{aligned} \tag{2}$$

Nesta equação, θ é um escalar, com valores menor ou igual a 1 que mede a eficiência técnica do Estado (X_i, Y_i) , sendo considerado uma medida de distância entre o Estado e a fronteira de eficiência. Caso $\theta < 1$, o Estado está dentro da fronteira e é considerado ineficiente. No entanto, se $\theta = 1$, o Estado está na fronteira e, por conta disso, é eficiente (Zoghbi *et.al*, 2009, p.793). Quanto mais próximo θ estiver de 1, mais próximo da fronteira de eficiência ele estará, logo, pode ser considerado mais eficiente do que outro Estado com um valor mais distante de 1.

A partir da construção do índice de eficiência para cada escola do município de Curitiba⁴, estes valores serão utilizados como variável explicativa para o modelo de regressão por MQO (segundo estágio) com o objetivo de identificar variáveis explicativas que expliquem as possíveis causas da eficiência ou da ineficiência das escolas. De acordo com Cordeiro (2013, p.32) a técnica de segundo estágio usa variáveis ambientais como variáveis explicativas em modelos como o MQO, Logit, Probit entre outros.

Nesta pesquisa, escolheu-se pelo modelo MQO. Segundo Guajarati e Porter (2011), a regressão por MQO possui estimadores expressos em quantidades observáveis de forma amostral, com estimadores pontuais, ou seja, expressão um único valor do parâmetro. A equação pode ser resumida da seguinte forma:

$$Y_i = \beta_0 + X_i\beta_1 + X_2\beta_2 + X_3\beta_3 + \dots + X_n\beta_n + \mu_t \quad (3)$$

em que Y_i é a variável dependente da regressão (valor estimado), os valores de $X_i\beta_i$ são os estimadores de MQO e as variáveis independentes do modelo e μ_t é o resíduo (termo do erro) da regressão. As variáveis explicativas estão listadas na tabela 3, mas as variáveis de infraestrutura das escolas foram transformadas em um índice sintético, conforme explicado na seção.

Além disso, como as unidades escolares estão distribuídas espacialmente é interessante verificar se ocorre a presença de dependência espacial na variável de eficiência calculada a partir da DEA e nos resíduos do modelo de regressão por MQO para avaliar a necessidade de realizar uma regressão espacial.

Conforme apresenta Pozza, Castro e Porsse (2022, p.232) é importante verificar a hipótese de inexistência de dependência espacial nos resíduos, visto que em relação a dados espaciais, a violação desta hipótese implica em problemas de viés e ineficiência na estimação MQO. Por conta disso é fundamental investigar a presença de dependência espacial por meio da Análise exploratória de dados espaciais através da estatística I de Moran.

⁴ O cálculo foi realizado por meio do software R através do pacote Benchmarking.

3.3 ANÁLISE EXPLORATÓRIA DE DADOS ESPACIAIS

A Análise Exploratória de Dados Espaciais (AEDE) foi utilizada com o intuito de verificar a existência de dependência espacial e autocorrelação espacial entre as escolas. De acordo com Stampe, Porsse e Portugal (2011) esse método tem o intuito de descrever a distribuição espacial das variáveis em análise, bem como os padrões associativos no espaço (clusters espaciais) e a forma de associação (estacionária ou não).

Para Almeida (2012) a autocorrelação espacial significa que o valor de uma variável de interesse em uma região i tende a estar associado ao valor dessa variável nas regiões vizinhas j . A equação da autocorrelação espacial pode ser apresentada pela matriz de variância-covariância. Para realizar cálculo “é preciso impor um arranjo para a ocorrência das interações espaciais entre as interações” (ALMEIDA, 2012, p.74). O objetivo é reduzir a quantidade de parâmetros e estimá-los de forma reduzida, para isso, especifica-se uma matriz de ponderação espacial (W) que procura refletir um determinado arranjo espacial como resultado do fenômeno a ser estudado (ALMEIDA, 2012, p.75).

A matriz de pesos espaciais pode ser definida como uma célula que representa um “peso espacial” da matriz de ponderação espacial criada a partir da conexão entre regiões que interagem mais entre si do que as regiões de menor interação (ALMEIDA, 2012, p.75).

Existem diversas formas e técnicas para o cálculo das matrizes de pesos espaciais. As matrizes geográficas podem ser baseadas em contiguidade (fronteira comum) ou distância. Como os dados utilizados das escolas municipais são dadas em pontos (coordenadas de latitude e longitude), foi usada a matriz inversa calculada pela métrica euclidiana (ALMEIDA, 2012).

Para a construção da matriz inversa usa-se a equação da função inversa determinada por:

$$w_{ij} = d_{ij}^{-b} \quad (4)$$

em que w_{ij} são os pesos espaciais de uma função da distância entre as regiões i e j , sendo o parâmetro b de amortecimento da influência da distância sobre a força de interação, um aumento no valor de b diminui a força de interação entre duas regiões.

Almeida (2012, p.104) apresenta que o primeiro passo em um estudo AEDE é testar a hipótese que os dados espaciais sejam distribuídos aleatoriamente, que significa que os valores de uma variável especificada em uma região não dependem dos valores deste atributo nas regiões vizinhas. Para isso é fundamental construir um coeficiente de autocorrelação que descreva se um conjunto de dados está ordenado em uma determinada sequência.

A estatística I de Moran, calcula um coeficiente de autocorrelação espacial pode ser definida matematicamente pela seguinte forma no caso univariado:

$$A = \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_{ij} (y_i - \bar{y})(y_j - \bar{y})}{\sum_{j=1}^n (y_i - \bar{y})} \quad (5)$$

em que a variável analisada y é expressa pelo desvio em relação à média ($y_i - \bar{y}$), w_{ij} é a matriz de pesos espaciais que indica a relação de vizinhança (STAMPE, PORSSE E PORTUGAL, 2011, p.7). A estatística de I de Moran é uma forma de coeficiente de autocorrelação e a hipótese nula a ser testada é de aleatoriedade espacial.

Em resumo, o I de Moran fornece três tipos de informação. O nível de significância provê a informação sobre os dados estarem distribuídos aleatoriamente ou não. O sinal positivo da estatística I de Moran, desde que significativo, indica que os dados estão concentrados através das regiões. O sinal negativo, por sua vez, indica a dispersão dos dados. A magnitude da estatística fornece a força da autocorrelação espacial. Quanto mais próximo de um, mais forte é a concentração; quanto mais próximo de -1, mais dispersos estão os dados". (ALMEIDA, 2012, p.108)

Portanto o I de Moran é um importante indicador para compreender a existência ou não de autocorrelação espacial global, mas não captura relações de vizinhança em nível local. De acordo com Porsse e Vale (2020) é possível decompor o diagrama do I de Moran global em quatro quadrantes (AA, BB, AB, BA) transformando em I-Moran Local, conhecido como LISA univariado (*Local Indicator of Spatial Association*) definido pela equação:

$$I_i = z_i \sum_{j=1}^j w_{ij} z_j \quad (6)$$

Com isso, “A partir da significância estatística dos índices LISA pode-se identificar padrões locais de homogeneidade ou heterogeneidade espacial (clusters espaciais)” (PORSSE; VALE, 2020, p.42).

3.4 MODELOS DE REGRESSÃO ESPACIAL

A estimação dos modelos de dependência espacial pode ser realizada por diversos métodos. Dentro da econometria a mais usual é dos mínimos quadrados ordinários (MQO), no entanto, de acordo com Almeida (2012, p.186) esse método pode não ser o melhor, tendo em vista que, na econometria espacial as aplicações mais adotadas utilizam o princípio da máxima verossimilhança, já que são melhores porque garantem a normalidade do erro.

Para Golgher (2015, p.15) os modelos lineares clássicos assumem que os erros das observações não são correlacionados, porém em modelos espaciais pode-se incorporar a correlação espacial nos erros. Outro fator que impede utilização do MQO são fatores associados a não independência das observações. Em termos espaciais a interação entre as regiões e a dependência das unidades observadas pode estar relacionada aos erros das medidas, a externalidades, *spillovers* e similaridades por conta da proximidade locacional (Golgher, 2015, p.16).

Considerando a especificação do modelo de regressão padrão $Y = X\beta + \epsilon$, são incluídos termos espaciais para a realização da estimação espacial, como por exemplo os modelos de lag espacial (SAR) que inclui o termo ρWY e mostra a variável dependente é parcialmente determinada pelos valores da mesma variável dos vizinhos. Outro modelo é de erro espacial (SEM) que inclui o termo λWu representando o resíduo da regressão λWu no lugar do erro dos resíduos usuais (ϵ), ou seja, controla os erros espacialmente correlacionados (Golgher, 2015, p.32).

A escolha de um modelo empírico espacial deve levar em consideração os fatores como a existência de dependência espacial nos resíduos do modelo de regressão MQO (Golgher, 2015, p.124). Por conta disso é necessário realizar o teste

de I de Moran em conjunto com os testes de multiplicador de Lagrange para as especificações SAR e SEM.

Almeida (2012, p.217) apresenta o teste de I de Moran busca especificar a autocorrelação espacial dos resíduos da regressão em contexto de uma regressão linear. Ele pode ser descrito como a soma dos produtos-cruzados de resíduos para regiões vizinhas, em que W a matriz normalizada na linha S_o , formulada pela equação:

$$I = \frac{e'We}{e'e} \quad (7)$$

A hipótese nula do teste assume que os resíduos da regressão estimada por MQO são distribuídos aleatoriamente ao longo do espaço, tendo em vista que caso a hipótese nula é rejeitada os resíduos são autocorrelacionados espacialmente. A hipótese alternativa é que existe dependência espacial, mas o teste I não permite deduzir como esta correlação se manifesta por ser um teste não focado.

Para resolver o problema da não especificação da dependência espacial quando a hipótese nula é rejeitada, pode-se aplicar os testes focados. Almeida (2012, p.220) expõe o teste multiplicador de Lagrange como um exemplo de teste capaz de especificar a forma assumida pela correlação espacial.

O teste multiplicador de Lagrange possui como hipótese nula o modelo restrito. O intuito do teste é verificar se a adoção de um modelo irrestrito (SAR ou SEM) aumenta o poder explicativo do modelo. Com base na maximização da função de log-verossimilhança condicionada a restrição de que as estimações dos modelos restritos são iguais as estimativas do modelo irrestrito (ALMEIDA, 2012, p.220). Ao realizar o teste busca-se analisar se a hipótese nula é dada pelo modelo restrito ao passo que a hipótese alternativa é a existência do modelo irrestrito (SAR ou SEM). De acordo com Almeida (2012, p.222) a lógica do teste é compreender se o relaxamento das restrições faz com que aumente o potencial explicativo das variáveis.

4 APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS

4.1 EFICIÊNCIA DAS ESCOLAS E PADRÕES ESPACIAIS

O cálculo da eficiência das escolas de Curitiba por meio da DEA orientado a *output* e com retorno variável de escala revelou que elas possuem uma média de 0,822, um nível eficiência relativamente alto, levando em conta que os valores que são calculados por meio do DEA variam da escala entre 0 e 1. No entanto, das 178 escolas somente 2 escolas conseguiram obter valor máximo de 1, que foram as escolas Marçal Justen e Tancredo Neves.

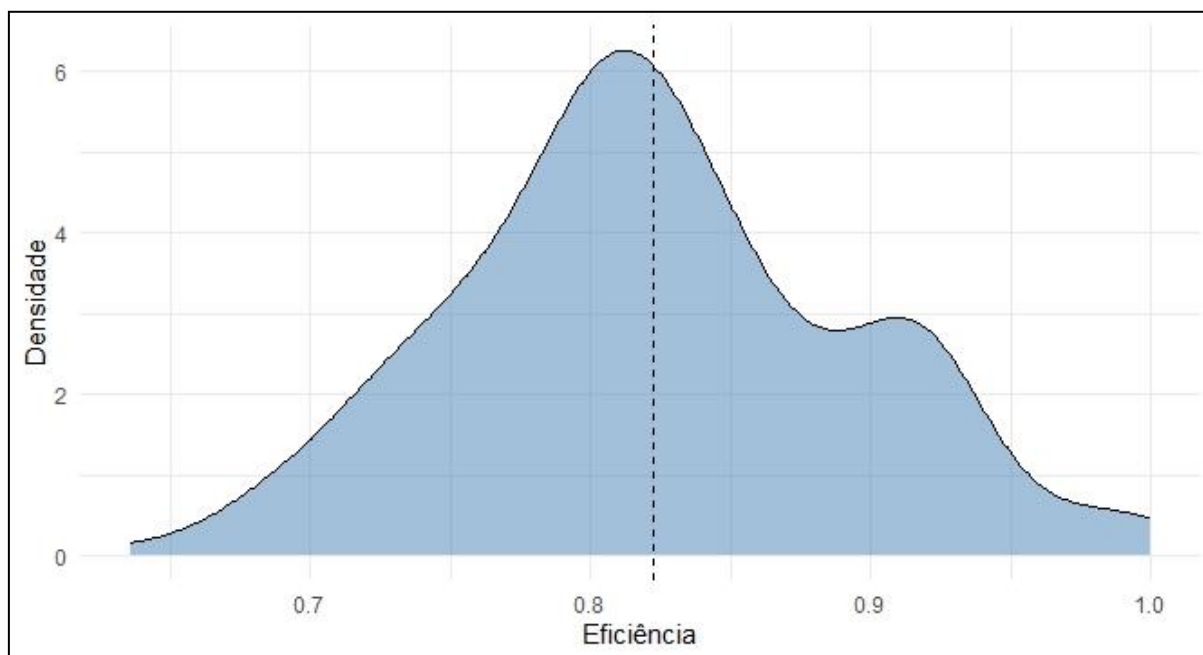
A tabela abaixo apresenta as estatísticas descritivas dos valores do índice de eficiência para as 179 escolas municipais de Curitiba:

TABELA 7 - ESTATÍSTICA DESCRITIVAS DO ÍNDICE DE EFICIÊNCIA DAS ESCOLAS (DEA)

Variável	Mínimo	1º quartil	Mediana	Média	3º Quartil	Máximo
Eficiência	0.636	0.777	0.820	0.822	0.869	1.000

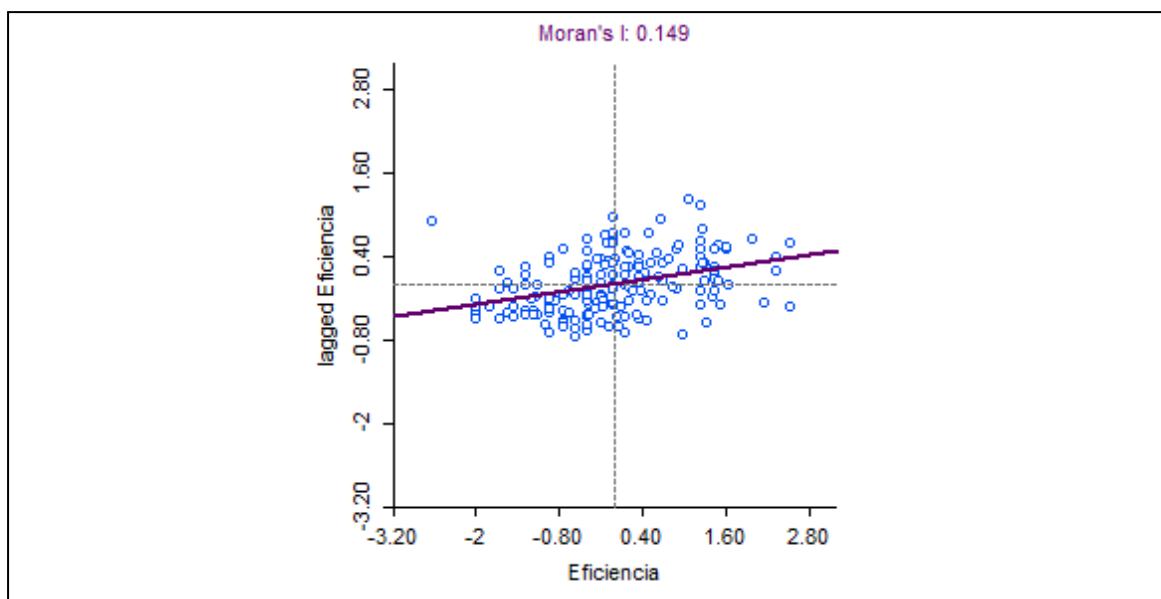
FONTE: o autor (2025).

A figura 3 mostra os dados de eficiência em um gráfico de distribuição de densidade, em que apresenta uma concentração alta de escolas com scores próximos de 0,800. A linha tracejada da figura representa um corte no valor onde está a média da eficiência. A distribuição possui o topo no valor aproximado de 0,81, mas indica um novo pico com valores aproximados em 0,90, indicando uma leve bimodalidade dos valores das eficiências das escolas.

FIGURA 3 - GRÁFICO DE DENSIDADE DOS VALORES DE EFICIÊNCIA (DEA)

FONTE: o autor (2025)

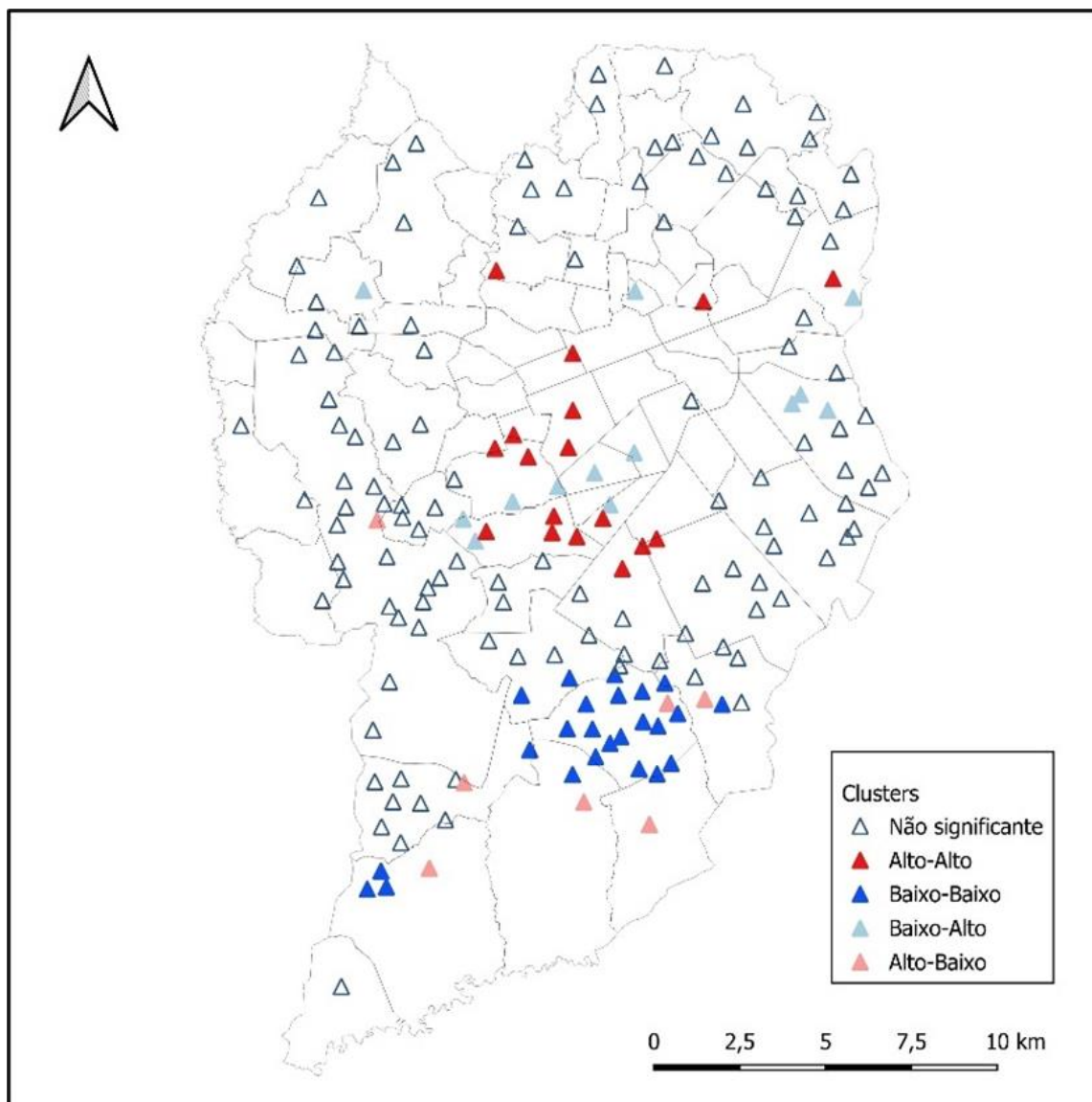
Também cabe destacar que há um número elevado de escolas dentro do intervalo de 0,75 até 0,85. Esses valores enunciam que o município de Curitiba possui uma quantidade alta de escolas bem próximas da fronteira de eficiência, mas existe espaço para melhorias principalmente pelo fato de haver um grupo de escolas com valores abaixo de 0,75. Por meio dos índices de eficiência de cada escola é possível investigar a existência de correlação espacial entre as escolas. Para isso, foi calculado o índice I de Moran, apresentado na figura 4.

FIGURA 4 - GRÁFICO DO I DE MORAN DA EFICIÊNCIA DAS ESCOLAS DE CURITIBA

FONTE: o autor (2025)

A imagem acima apresenta um índice de Moran no valor de 0,149, significando uma autocorrelação espacial positiva fraca do índice de eficiência DEA. A reta da regressão com inclinação positiva mostra a tendência da associação entre as regiões, mostrando que há um padrão de associação espacial positivo.

A partir do I de Moran é possível decompô-lo em quatro partes Alto-Alto (AA), Baixo-Baixo (BB), Alto-Baixo (AB) e Baixo-Alto (BA) transformando em I-Moran Local, conhecido como LISA. Através da LISA é possível verificar se as escolas com baixa eficiência estão próximas de escolas ineficientes e se escolas com um alto nível de eficiência estão próximas de escolas com eficiência elevada. Essa relação pode ser verificada no mapa de Clusters das escolas de Curitiba, na imagem a abaixo:

FIGURA 5 - MAPA DE CLUSTERS DAS ESCOLAS DE MUNICIPAIS DE CURITIBA

FONTE: o autor (2025).

NOTA: Análise realizada com uma matriz de distância inversa.

O mapa refere-se as 178 escolas da amostra, onde cada ponto apresenta uma respectiva escola. Destas, 117 escolas não foram significativas, ou seja, não apresentam uma relação entre si por meio de seus respectivos valores de eficiência. No entanto, 17 escolas apresentaram uma relação Alto-Alto (AA), indicando que as escolas com valores altos de eficiência são rodeadas por escolas de valores também altos. A partir da visualização do mapa é possível notar que as escolas (AA) do LISA estão predominantemente localizadas próximas ao centro da cidade.

Além disso, um total de 24 escolas aparecem com LISA Baixo-Baixo (BB), indicando que escolas com valores baixos de eficiência estão próximas de escolas com valores abaixo da média. A partir da visualização do mapa de Clusters é possível aferir que estas estão localizadas na região sul de Curitiba, nos bairros Sítio Cercado, Pinheirinho, Campo do Santana, Umbará e Tatuquara.

Adicionalmente, 13 escolas apresentaram uma relação Baixo-Alto (BA) sendo escolas com um baixo valor de eficiência, mas vizinhas de escolas de médias elevadas e 7 escolas foram identificadas como Alto-Baixo (AB), que diz respeito ao grupo de escolas com altos valores de eficiência e são vizinhas de escolas com baixo desempenho.

A tabela 8 mostra a relação de escolas significativas do LISA classificadas nos clusters AA, BB, AB e BA, especificando também o bairro no qual elas estão localizadas.

TABELA 8 - CLUSTERS ESPACIAIS DAS ESCOLAS MUNICIPAIS DE CURITIBA

Escola	Bairro	LISA
Batel	Centro	AA
São Luiz	Água Verde	AA
Desembargador Marsal Justen	Água Verde	AA
Dom Manuel da Silveira D'Elboux	Hugo Lange	AA
Presidente Pedrosa	Portão	AA
Campo Mourão	Vila Izabel	AA
Nympha Maria da Rocha Peplow	Vista Alegre	AA
Curitiba Ano 300	Bairro Alto	AA
Elevir Dionysio	Fanny	AA
Doutor Osvaldo Cruz	Novo Mundo	AA
Arapongas	Novo Mundo	AA
Madre Maria dos Anjos	Novo Mundo	AA
Maria Clara Brandão Tesserolli	Novo Mundo	AA
Professora Maria Nicolas	Santa Quitéria	AA
Professor Guilherme Butler	Boqueirão	AA
Professora Tereza Matsumoto	Boqueirão	AA
Francisco Derosso	Xaxim	AA
Maestro Bento Mossurunga	Alto Boqueirão	BB
Érico Veríssimo	Alto Boqueirão	BB
Professor João Cavallin	Sítio Cercado	BB
Colombo	Sítio Cercado	BB

Professora Cecelia Maria Westphalen	Sítio Cercado	BB
Pedro Viriato Parigot de Souza	Sítio Cercado	BB
Paulo Rogerio Guimaraes Esmanhoto	Sítio Cercado	BB
Carlos Drummond de Andrade	Sítio Cercado	BB
Rio Negro	Sítio Cercado	BB
Dona Lulu	Sítio Cercado	BB
Professora Augusta G Ribas	Sítio Cercado	BB
Sady Sousa	Sítio Cercado	BB
Paulo Freire	Sítio Cercado	BB
Heráclito Fontoura Sobral Pinto	Sítio Cercado	BB
Bairro Novo do CAIC Guilherme Lacerda Braga Sobrinho	Sítio Cercado	BB
Professora Rejane Maria Silveira Sachette	Sítio Cercado	BB
Miracy Rodrigues De Araújo	Sítio Cercado	BB
Maringá	Pinheirinho	BB
Vereadora Laís Peretti	Pinheirinho	BB
Rio Bonito	Campo de Santana	BB
Helena Kolody	Campo de Santana	BB
João Amazonas	Campo de Santana	BB
Professora Maria Neide Gabardo Betiatto	Umbará	BB
Professor Antônio Pietruza	Tatuquara	BB
Prof. Brandão	Alto da Glória	BA
Pref. Linneu Ferreira do Amaral	Cajuru	BA
Cel. Durival Britto e Silva	Cajuru	BA
Pref. Omar Sabbag	Cajuru	BA
Profa. Nansyr Cecato Cavichiolo	Parolin	BA
Itacelina Bittencourt	Guaíra	BA
Papa João XXIII	Portão	BA
Miguel Krug	Portão	BA
Professor Kó Yamawaki	Bairro Alto	BA
Belmiro César	Fanny	BA
Professora Nair De Macedo	Novo Mundo	BA
Expedicionário	Novo Mundo	BA
Julio Moreira	São Braz	BA
Profa. Sophia Gaertner Roslindo	Alto Boqueirão	AB
Me. Teresa de Calcutá	Sítio Cercado	AB
Sta. Ana Mestra	Campo de Santana	AB

Profa. Carmen Salomão Teixeira	Ganchinho	AB
Profa. Nathália de Conto Costa	Umbará	AB
Professora Erica Plewka lynarczyk	Tatuquara	AB
Pres. Tancredo de Almeida Neves	Cidade Industrial de Curitiba	AB

FONTE: O autor (2025)

Um aspecto importante que se pode notar é a diferença de renda média entre o grupo de bairros que estão classificados na relação (AA) e (BB), conforme dados obtidos a partir da tabulação feita pelo IPPUC⁵ com os dados do Censo de 2010.

Os três bairros com maior frequência na relação (BB) foram Sítio Cercado, Alto Boqueirão e Campo do Santana que obtiveram uma média simples do rendimento de R\$766,50. Já em relação aos três bairros de maior frequência na relação (AA) temos Novo Mundo, Água Verde e Boqueirão que em conjunto tiveram a média de R\$1879,53. Portanto, é possível visualizar uma desigualdade de renda significativa entre os bairros que compõem os clusters regionais Alto-Alto e Baixo-Baixo.

4.2 RESULTADOS DA REGRESSÃO

Os resultados dos testes I de Moran nos resíduos do modelo MQO e Multiplicadores de Lagrange não foram significativos a 5%, portanto, não apresentando forte dependência espacial (Tabela 9). Com isso não é necessário utilizar os modelos de regressão espaciais.

Por conta disso, estimou-se modelo linear de regressão por erros robustos por conta da presença de heterocedasticidade apontada pelo teste de Breusch-Pagan que foi significativo a nível de 5% de significância com p-valor de 0.0000.

TABELA 9 - RESULTADOS DA REGRESSÃO POR MQO

Resultados da estimação MQO		
Variável	Coefficiente Estimado	p-valor
Intercepto	-0,047175	0,7052
PC1	-0,021107	0,1837
INSE	0,163130	0,0000

⁵ Disponível em: <https://infocuritiba.ippuc.org.br/>.

Proxy do Gasto	0,286487	0,4472
Dados da Regressão		
R2	0,3063	
R2 ajustado	0,2944	
Testes da Regressão (MQO)	Estatística	p-valor
Teste F	25,61	0,0000
Jarque-Bera	3,0103	0,22199
Breusch-Pagan test	38,0971	0,00000
Testes de Dependência Espacial	Estatística	p-valor
Moran's I (resíduos)	1,7958	0,07253
Lagrange Multiplier (lag)	3,0011	0,08321
Robust LM (lag)	1,3335	0,24819
Lagrange Multiplier (error)	1,7231	0,18930
Robust LM (error)	0,0554	0,81390
Lagrange Multiplier (SARMA)	3,0565	0,21691

FONTE: Elaboração Própria

A tabela 9 apresenta que a regressão em conjunto foi significativa a 5% por meio do teste F. Além disso, os resíduos da regressão manifestam-se estar normalmente distribuídos de acordo com o teste Jarque-Bera a nível de 5% não rejeita a hipótese nula de normalidade dos resíduos.

Sobre os coeficientes estimados, a proxy do gasto — formada pela relação entre o total de professores e o total de alunos nos estabelecimentos de ensino — não foi significativa ao nível de 5%. Vale lembrar que essa variável não foi utilizada em outros estudos, mas foi incluída nesta pesquisa devido à ausência de uma variável que representasse a despesa por escola.

A variável PC1 elaborada por meio da análise multivariadas dos componentes principais também não foi significativa a 5%. Esse fato também ocorreu no estudo de Delgado e Machado (2007, p.455), no qual algumas variáveis de infraestrutura não foram significativas em seu modelo de segundo estágio para as escolas estaduais de Minas Gerais. O estudo apontou que a existência de equipamentos como televisores, aparelhos multimídia, presença de biblioteca e sala de leitura nem sempre podem contribuir para o desempenho escolar, já que depende se o mesmo é utilizado e se as unidades conseguem valer-se de forma que contribua para uma melhora nos resultados dos alunos.

A variável INSE foi significativa a 5%, indicando que diferenciais nos níveis socioeconômicos podem ser as possíveis causas para explicar o diferencial de eficiência das escolas. Esse resultado também ocorreu no artigo publicado por Oliveira *et al.* (2017), que identificou significância nesta mesma variável em uma regressão por máxima verossimilhança com o score de eficiência DEA como variável dependente, porém tal estudo foi realizado em escolas do ensino médio.

De acordo com Soares *et al* (2020, p.6) as condições socioeconômicas vêm se mostrando relevante para explicar as desigualdades nos resultados educacionais e argumenta que muitas pesquisas no cenário nacional têm destacado o INSE como uns dos fatores preponderantes para explicar as diferenças de desempenho entre os alunos.

Portanto, os resultados alcançados nesta pesquisa visando encontrar determinantes para eficiência das unidades escolares, por meio da estimação por MQO de erros robustos, apresentou resultados que em acordo com o que vem sendo discutido na literatura vigente. Entretanto, foram encontrados poucos estudos de análise de eficiência aplicados ao nível de escolas, sendo necessário compará-los com outras pesquisas futuras.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esse trabalho constitui um esforço de mensurar e analisar a eficiência técnica das escolas municipais de Curitiba, onde cada unidade escolar foi tratada separadamente e medida por meio de seus resultados no IDEB e na relação aluno por turma. Em geral, os resultados dos níveis de eficiência calculados para as escolas foram altos com média de 0,820, um valor próximo da fronteira de eficiência.

Sobre os efeitos da dependência espacial dos valores de eficiência identificou-se que foram positivos, porém baixos. Entretanto, algumas regiões apresentaram clusters regionais significativos, principalmente no caso de escolas do cluster Alto-Alto localizadas na região central e do cluster Baixo-Baixo localizadas no sul da cidade.

A análise das possíveis causas da eficiência foi realizada por intermédio da regressão de mínimos quadros ordinários (MQO) pelo método de erros robustos, considerando como variáveis explicativas como proxy do gasto público, o índice de infraestrutura (PC1) e as condições socioeconômicas (INSE). Somente a variável INSE foi significativa a 5%, o que ressalta a importância de políticas públicas voltadas para as famílias com maior vulnerabilidade econômica como um possível fator que pode melhorar o desempenho das escolas públicas municipais de Curitiba, tornando-as mais eficientes. Lembrando que, por conta da ausência de dados sobre cada escola não possível medir o impacto de variáveis pedagógicas como a existência de reforço, alimentação, escolas em tempo integral etc.

A análise envoltória de dados apresentou-se como uma ferramenta relevante para a avaliação de eficiência das escolas de Curitiba, mas, os *scores* de eficiência calculados nesse trabalho devem ser observados com cautela. Como a possível existência de outros indicadores de desempenho para avaliar a gestão escolar municipal, principalmente aqueles voltados para a área pedagógica, com isso, é preciso avançar na agenda de pesquisa para obter resultados mais concretos sobre a realidade das escolas.

Em relação à limitação do trabalho, destaque-se que o modelo de variáveis utilizados para calcular o DEA pode ser ampliado, colocando mais variáveis em *inputs*, e com isso oferecer uma dimensão mais precisa do contexto das escolas, principalmente a partir da inclusão de valores dos custos de cada escola. Além disso, a metodologia DEA tem um problema que é ser uma ferramenta não-paramétrica e

por conta disso não avalia se as variáveis de insumo e produto escolhidas são de fato significativas para explicar a eficiência entre as unidades produtivas.

Com base nessa pesquisa e em outros estudos sobre a eficiência na educação recomenda-se para trabalhos futuros a inclusão de mais variáveis de *input* como por exemplo, a despesa por escola. Ademais, quanto a abordagem de cálculo da eficiência, pode-se avançar para métodos paramétricos, sendo uma metodologia recomendada o método das fronteiras estocásticas de produção.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, E. S. **Econometria Espacial Aplicada**. Campinas: Editora Alínea, 2012.

ALVES, Maria Teresa Gonzaga; SOARES, José Francisco; XAVIER, Flavia Pereira. Índice socioeconômico das escolas de educação básica brasileiras. **Ensaio: Avaliação e Políticas Públicas em Educação**, v. 22, 2014. p. 671-703.

Anselin, Luc. Dimension Reduction Methods: **Principal Component Annalysis (PCA)**. Geoda. 2020. Disponível em: https://geodacenter.github.io/workbook/7aa_dimensionreduction/lab7aa.html. Acesso em: 10 jun. 2025.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP). *Censo Escolar – Resultados*. Brasília: INEP, [s.d.]. Disponível em: <https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/pesquisas-estatisticas-e-indicadores/censo-escolar/resultados>. Acesso em: 27 jun. 2025.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep). **Saeb 2021: Indicador de Nível Socioeconômico do Saeb 2021: nota técnica**. Brasília, DF: Inep, 2023.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep). **Ideb**. Brasília, 2021. Disponível em: <https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/pesquisas-estatisticas-e-indicadores/ideb>. Acesso em: 18 de jun.2025.

BRASIL. Ministério de Educação e Cultura. **LDB - Lei nº 9394/96**, de 20 de dezembro de 1996.

CORDEIRO, Leonardo Bastos. **Análise da eficiência na Educação Básica através de Data Envelopment Analysis (DEA) em dois estágios**. 2023. [67] f., il. Dissertação (Mestrado Profissional em Economia) — Universidade de Brasília, Brasília, 2023.

CRUZ, Louisee; LOUREIRO, André. Alcançando um nível de educação de excelência em condições socioeconômicas adversas: O caso de Sobral. **World Bank Group**, 2020.

CURITIBA. Instituto de Pesquisa e Planejamento Urbano de Curitiba - IPPUC). **InfoCuritiba**. Disponível em: <https://infocuritiba.ippuc.org.br/>. Acesso em: 11 jun. 2025.

DA COSTA DANTAS, Fabiano; COSTA, Edward Martins; DA SILVA, Jorge Luiz Mariano. Eficiência nos gastos públicos em educação fundamental nos municípios do Rio Grande do Norte. **Revista Econômica do Nordeste**, v. 46, n. 1, 2015. p. 27-40.

DA SILVA, Cicero Filipe Rocha; ESPERIDIÃO, Fernanda; DE MOURA, Fábio Rodrigues. Eficiência dos gastos públicos com educação fundamental em Sergipe: uma análise dos municípios sergipanos. *In: XXII Encontro Nacional da Associação Brasileira de Estudos Regionais e Urbanos*, 2024, Vitória. **Os Desafios das**

Desigualdades Regionais e Urbanas frente às Mudanças Climáticas. Vitória, 2024. p. 1-20.

DA SILVA FILHO, et al. O. Análise da eficiência nos gastos públicos com educação fundamental nos colégios militares do exército em 2014. **Revista Evidenciação Contábil & Finanças**, v.4, n.1, 2016. p.50-64.

DA SILVA, Jorge Luiz Mariano; ALMEIDA, Júlio César Lima. Eficiência no gasto público com educação: uma análise dos municípios do rio grande do norte. **Planejamento e Políticas públicas**, n.39, 2012. Disponível em: <https://www.ipea.gov.br/ppp/index.php/PPP/article/view/320>. Acesso em: 10 jul. 2025.

DELGADO, Victor Maia Senna; MACHADO, Ana Flávia. Eficiência das escolas públicas estaduais de Minas Gerais. **Pesquisa e Planejamento Econômico** v.37, n.3, p.427-464. 2007. Disponível em: <https://ppe.ipea.gov.br/index.php/ppe/article/view/1054>. Acesso: 25 maio de 2025.

DINIZ, Josediton Alves. **Eficiência das transferências intergovernamentais para a educação fundamental de municípios brasileiros.** 2012. 179 f. Tese (Doutorado) - Universidade de São Paulo. Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade, São Paulo, 2012.

DOS SANTOS, Rodolfo Rocha; DE FREITAS, Marcelo Machado; FLACH, Leonardo. Análise Envolvória de Dados como ferramenta de avaliação da eficiência dos gastos públicos com educação dos municípios de Santa Catarina. **Anais do Congresso Brasileiro de Custos - ABC**, [S. I.], Disponível em: <https://anaiscbc.emnuvens.com.br/anais/article/view/3946>. Acesso em: 10 jun. 2025.

FOCHEZATTO, Adelar et al. Análise da eficiência relativa dos gastos públicos em educação nas escolas públicas estaduais do Rio Grande do Sul. **Revista de Desenvolvimento Econômico**, v.1, n.42. 2019. p.186-205.

GOLGHER, A. B. **Introdução à Econometria Espacial.** Jundiaí, Paco Editorial, 2015.

JUNIOR, Sárís Pinto Machado; IRFFI, Guilherme Irffi; BENEGAS, Mauricio Benegas Benegas. Análise da eficiência técnica dos gastos com educação, saúde e assistência social dos municípios cearenses. **Planejamento e Políticas públicas**, n. 36, p. 87-113, disponível em: <https://www.ipea.gov.br/ppp/index.php/ppp/article/view/223>. Acesso em: 10 jul.2025.

OLIVEIRA, Guilherme Resende et al. Avaliação de eficiência das escolas públicas de ensino médio em Goiás: uma análise de dois estágios. **Economia Aplicada**, v. 21, n. 2, 2017. p.163-181.

PORSSE, A. A.; VALE, V. A. **Economia Regional e Urbana.** Núcleo de Estudos em Desenvolvimento Urbano e Regional (NEDUR) da Universidade Federal do Paraná (UFPR), Curitiba-PR, 2020. Disponível em: <https://nedur.ufpr.br/cursos>. Acesso em: 10 jun.2025.

POZZA, Daniel; CASTRO, Gustavo Henrique Leite; PORSSE, Alexandre Alves. Eficiência do gasto público com educação no estado do Paraná: uma análise com modelos econométricos espaciais. **Geosul**, v.37, n.82, 2022. p. 221-251.

RIBEIRO, Luiz Carlos Santana; JORGE, Marco Antônio; DA CRUZ, Italo Spinelli. Desconcentração da indústria em Sergipe? Uma análise descritiva do período 2000-2010. *Revista Brasileira de Estudos Regionais e Urbanos*, v. 9, n. 1, 2015. p. 50-70.

SAVIAN, Mayá Patricia Gemelli; BEZERRA, Fernanda Mendes. Análise de eficiência dos gastos públicos com educação no ensino fundamental no estado do Paraná. **Economia & Região**, v. 1, n. 1, 2013. p. 26-47.

SILVA, C. M. D. da. **Eficiência na alocação de recursos públicos na Educação Básica em Minas Gerais**. 2013. 184 p. Dissertação (Mestrado em Gestão de Negócios, Economia e Mercado)-Universidade Federal de Lavras, Lavras, 2013.

SOARES, Denilson Junio Marques; SOARES, Talita Emidio Andrade; DOS SANTOS, Wagner. Infraestrutura e desempenho escolar na Prova Brasil: aspectos e conexões. **Olhar de Professor**, v. 23, 2020. p. 1-18. Disponível em: <https://revistas.uepg.br/index.php/olhardeprofessor/article/view/15023>. Acesso em: 10 jul.2025.

STAMPE, Marianne Zwilling; PORSSE, Alexandre Alves; PORTUGAL, Marcelo Savino. Mudança demográfica e crescimento econômico no Brasil: uma análise exploratória de dados espaciais. **XXXII Encontro Nacional de Economia-ANPEC, Foz do Iguaçu**, 2011. p.1-18.

ZOGHBI, A. C. P. et.al. Mensurando o Desempenho e a Eficiência dos Gastos Estaduais em Educação Fundamental e Média. **Estudo Econômico**. São Paulo, v.39. n.4, 2009. p. 785-809. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/ee/a/b6y4FqVBZFfv5CqXnStHKnw/?lang=pt>. Acesso: 10 jun.2025.