

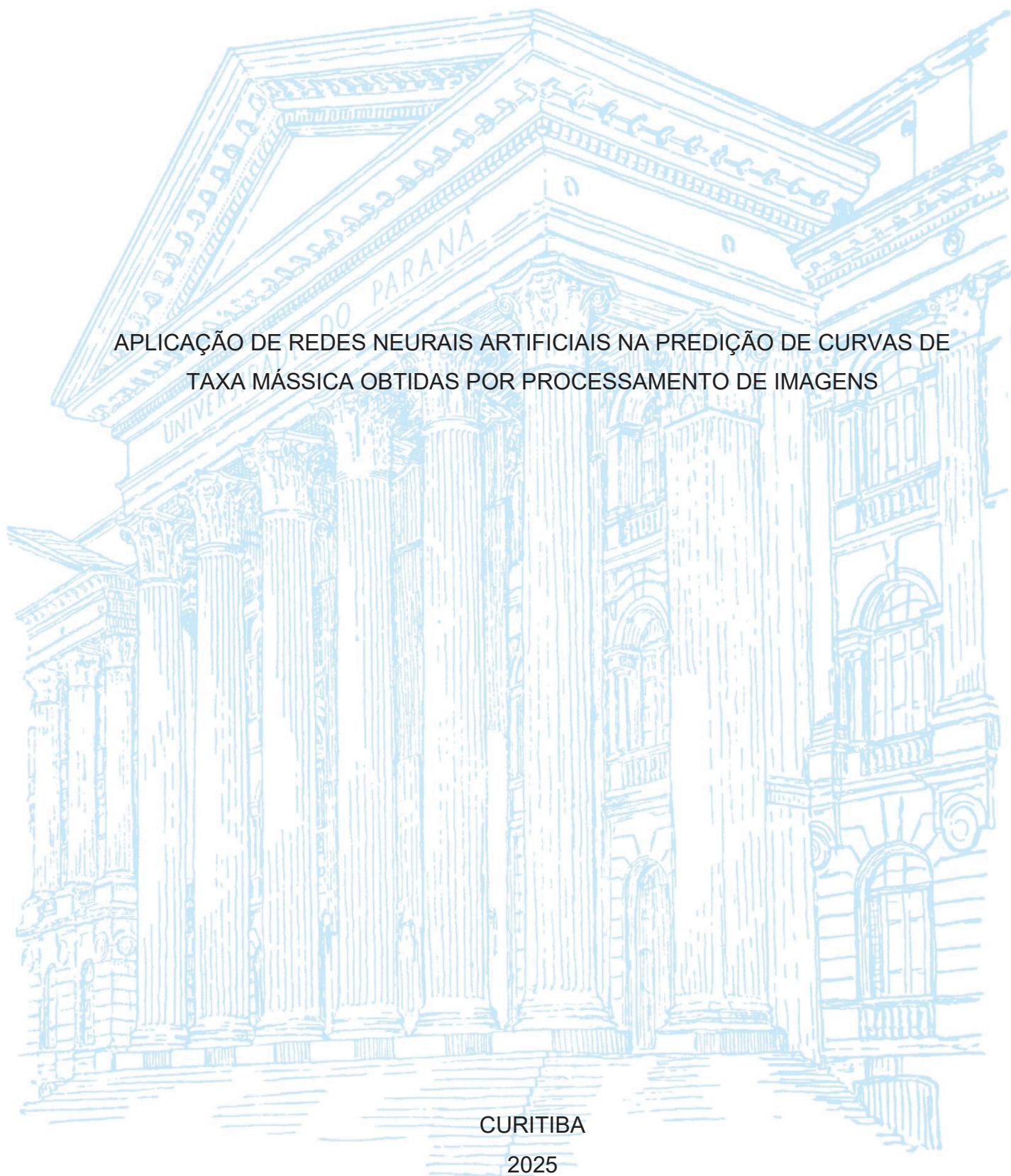
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

MURILO MARCOS BATISTA

APLICAÇÃO DE REDES NEURAIS ARTIFICIAIS NA PREDIÇÃO DE CURVAS DE
TAXA MÁSSICA OBTIDAS POR PROCESSAMENTO DE IMAGENS

CURITIBA

2025



MURILO MARCOS BATISTA

APLICAÇÃO DE REDES NEURAIS ARTIFICIAIS NA PREDIÇÃO DE CURVAS DE
TAXA MÁSSICA OBTIDAS POR PROCESSAMENTO DE IMAGENS

Dissertação apresentada ao curso de Pós-Graduação em Engenharia Química, Setor de Tecnologia, Universidade Federal do Paraná, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Engenharia Química.

Orientador: Prof. Dr. Éliton Fontana

CURITIBA

2025

DADOS INTERNACIONAIS DE CATALOGAÇÃO NA PUBLICAÇÃO (CIP)
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
SISTEMA DE BIBLIOTECAS – BIBLIOTECA CIÊNCIA E TECNOLOGIA

Batista, Murilo Marcos

Aplicação de redes neurais artificiais na predição de curvas de taxa mássica obtidas por processamento de imagens. / Murilo Marcos Batista. – Curitiba, 2025.

1 recurso on-line : PDF.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Paraná, Setor de Tecnologia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Química.

Orientador: Prof. Dr. Éliton Fontana

1. Redes Neurais. 2. Processamento de Imagens. 3. Análise de séries temporais. I. Universidade Federal do Paraná. II. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Química. III. Fontana, Éliton. IV. Título.

Bibliotecária: Roseny Rivelini Morciani CRB-9/1585

TERMO DE APROVAÇÃO

Os membros da Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação ENGENHARIA QUÍMICA da Universidade Federal do Paraná foram convocados para realizar a arguição da Dissertação de Mestrado de **MURILO MARCOS BATISTA**, intitulada: **APLICAÇÃO DE REDES NEURAIS ARTIFICIAIS NA PREDIÇÃO DE CURVAS DE TAXA MÁSSICA OBTIDAS POR PROCESSAMENTO DE IMAGENS**, sob orientação do Prof. Dr. ELITON FONTANA, que após terem inquirido o aluno e realizada a avaliação do trabalho, são de parecer pela sua APROVAÇÃO no rito de defesa.

A outorga do título de mestre está sujeita à homologação pelo colegiado, ao atendimento de todas as indicações e correções solicitadas pela banca e ao pleno atendimento das demandas regimentais do Programa de Pós-Graduação.

CURITIBA, 05 de Agosto de 2025.

Assinatura Eletrônica

05/08/2025 10:46:21.0

ELITON FONTANA

Presidente da Banca Examinadora

Assinatura Eletrônica

05/08/2025 14:54:39.0

FERNANDO AUGUSTO PEDERSEN VOLL

Avaliador Interno (UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ)

Assinatura Eletrônica

05/08/2025 14:40:19.0

LUIS HENRIQUE ASSUMPÇÃO LOLIS

Avaliador Externo (DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA)

AGRADECIMENTOS

Gostaria de agradecer a todos os amigos e professores do curso de Engenharia Química da UFPR, pelo apoio e incentivo ao longo da realização deste mestrado. Em especial, agradeço ao professor Éliton Fontana, meu orientador, por ter me acolhido no programa de pós-graduação e por toda orientação ao longo do trabalho. Agradeço também à CAPES pelo apoio financeiro por meio da bolsa concedida.

RESUMO

Processos de descarga de material sólido são de difícil controle e predição, uma vez que medir o comportamento desses sistemas depende de uma série de fatores como: as propriedades físicas dos sólidos, o formato dos grãos particulados e as dimensões do reservatório. Todos esses fatores e somado a aleatoriedade do movimento dos sólidos torna o processo complexo para se aferir o seu comportamento. Hoje na literatura se encontra uma série de trabalhos voltados a simulações numéricas de processos de descarga de grãos, no entanto, essas simulações muitas vezes são custosas computacionalmente e de difícil determinação dos parâmetros de simulação. Por outro lado, com o desenvolvimento de câmeras mais sofisticadas e a melhoria do processamento computacional, trabalhos voltados ao estudo do movimento dos sólidos a partir de processamento de imagem tem se tornado opções interessantes e muito mais rentáveis que as tradicionais simulações com DEM (Método de Elementos Discretos). Com isso, este trabalho vem com o objetivo de estudar o processo de descarga de grãos esféricos em um reservatório, avaliando como as condições iniciais de tipo de empacotamento e fração mássica podem influenciar no comportamento das curvas de taxa mássica geradas. Além disso, este trabalho propõe a utilização de dados obtidos por processamento de imagem para se treinar dois tipos de arquiteturas de redes neurais artificiais, sendo elas: as redes neurais artificiais do tipo feedforward com backpropagation; e as redes neurais recorrentes. As redes neurais foram utilizadas com o intuito de criar um modelo que conseguisse prever as curvas de taxa mássica com base nas condições iniciais fornecidas. Os resultados demonstraram que o método de processamento de imagem para se estimar a massa em função do tempo apresentou um viés que tende a superestimar o valor das massas finais do processo de descarga. Em relação a influência do empacotamento na descarga, foi verificado que o tipo de empacotamento tende a influenciar o processo de descarga e, portanto, no valor das massas finais dos grãos no processo, tal influência do empacotamento foi resultado do efeito de percolação e bloqueio geométrico das esferas em determinados níveis do empacotamento. Por fim, utilizou-se os dados de curvas de taxa mássica e as condições iniciais do processo para se treinar os modelos de rede neural artificial. Um modelo baseado em rede neural recorrente do tipo LSTM demonstrou um ótimo desempenho, resultando em um modelo que gerou um coeficiente de determinação (R^2) de 97,44% no grupo de teste, indicando a robustez das redes neurais recorrentes em predição de séries temporais.

Palavras-chave: Descarga de Sólidos; Redes Neurais Artificiais; Processamento de Imagem; Empacotamento de Partículas; Predição de séries temporais.

ABSTRACT

Solid material discharge processes are difficult to control and predict, since measuring the behavior of these systems depends on a number of factors such as: the physical properties of the solids, the shape of the particulate grains and the dimensions of the hopper. All these factors, plus the randomness of the solids movement, make it a complex process to measure. There are a lot of studies in the literature about numerical simulations of hopper discharge processes, but these simulations are often computationally expensive and difficult to determine the simulation parameters. On the other hand, with the development of more sophisticated cameras and improvements in computer processing, work aimed at studying the movement of solids using image processing has become an interesting and much more cost-effective option than traditional DEM (Discrete Element Method) simulations. In this way, this work aims to study the process of hopper discharge with spherical grains, evaluating how the initial conditions of packing type and mass fraction can influence the behavior of the mass rate curves generated. In addition, this work proposes the use of data obtained through image processing to train two types of artificial neural network architectures: feedforward artificial neural network with backpropagation and recurrent neural networks. Neural networks were used to create a model that could predict the mass rate curves based on the initial conditions provided. The results showed that the image processing method used to estimate mass over time produced an overestimation of the final mass value of the hopper discharge process. Regarding the influence of packing on unloading, it was found that the type of packing influenced the unloading process and, consequently, the final mass of the grains. This packing influence was the result of the percolation effect and geometric blocking of the spheres at certain levels of packing. Finally, the mass rate curve data and the initial process conditions were used to train the artificial neural network models. A model based on a recurrent neural network LSTM showed excellent performance, resulting in a model that generated a coefficient of determination (R^2) of 97.44% in the test group and demonstrating the effectiveness of recurrent neural networks in predicting time series.

Keywords: Hopper Discharge; Artificial Neural Networks; Image Processing; Particle Packing; Time Series Prediction.

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 – TIPOS DE FLUXOS PARTICULADOS EM UM RESERVATÓRIO. FLUXO DO TIPO: (A) MASSA; (B) FUNIL; (C) MISTO; (D) FLUXO EM RESERVATÓRIO ASSIMÉTRICO.	20
FIGURA 2 – SIMULAÇÕES DE DESCARGA EM RESERVATÓRIO COM RESERVATÓRIOS DE DIFERENTES FORMATOS RESULTANDO EM DIFERENTES FLUXOS DE DESCARGA.	21
FIGURA 3 – ESPECTRO HSV PARA SEGMENTAÇÃO POR COR.....	22
FIGURA 4 – EXEMPLO DE SEGMENTAÇÃO DA COR AZUL FEITA PELO OPENCV.	23
FIGURA 5 – ESQUEMATIZAÇÃO DO PROCESSO DE PROCESSAMENTO DE IMAGEM JUNTAMENTE COM A CONTAGEM DE PIXELS REALIZADAS EM CADA IMAGEM DE CADA INSTANTE DE TEMPO.	24
FIGURA 6 – EXEMPLOS DE MORFOLOGIAS MATEMÁTICAS APLICADAS SOBRE UMA IMAGEM.....	25
FIGURA 7 – MODELO NÃO-LINEAR PARA UM NEURÔNIO ARTIFICIAL DO TIPO PERCEPTRON.	26
FIGURA 8 – FUNÇÕES DE ATIVAÇÃO MAIS UTILIZADAS PARA REDES NEURAIS ARTIFICIAIS.....	28
FIGURA 9 – REDE NEURAL ARTIFICIAL DO TIPO PERCEPTRON DE MULTICAMADAS.....	29
FIGURA 10 – EXEMPLO DE UMA RNN COM CONFIGURAÇÃO DO TIPO LSTM.	29
FIGURA 11 – ESQUEMA DE REDE NEURAL ARTIFICIAL (RNA) PARA PREVISÃO DA TAXA MÉDIA DE DESCARGA.	31
FIGURA 12 – ESQUEMA METODOLÓGICO UTILIZADO POR LIAO <i>et al.</i> (2021) PARA ESTIMAR O NÚMERO DE PARTÍCULAS REMANESCENTES DENTRO DE UM FUNIL.	31
FIGURA 13 – CÂMERA CANON MODELO EOS 6D MARK II.....	33
FIGURA 14 – RECIPIENTE EM FORMA DE CAIXA UTILIZADO PARA O EXPERIMENTO DE DESCARGA DE GRÃOS.	34
FIGURA 15 – ESFERAS DE ACRÍLICO DE 3 A 4 MM DE DIÂMETRO COM CORES VARIADAS.....	35

FIGURA 16 – APARATO EXPERIMENTAL PARA COLETA DE DADOS.	37
FIGURA 17 – ESQUEMATIZAÇÃO DO FLUXO DE INFORMAÇÕES DESDE AS CONDIÇÕES INICIAIS ATÉ OS DADOS DE CURVA DE TAXA MÁSSICA PARA CADA AMOSTRA.....	37
FIGURA 18 – ESQUEMA DO PROCESSO DE SEGMENTAÇÃO POR COR NO EXPERIMENTO.....	38
FIGURA 19 – FRAMES DE UMA FILMAGEM DE DESCARGA DE GRÃOS COM IMAGENS SEGMENTADAS.....	39
FIGURA 20 – ESQUEMATIZAÇÃO DA METODOLOGIA PARA OBTENÇÃO DE DADOS DE MASSA EM RELAÇÃO AO TEMPO NO INTERIOR DE UM RESERVATÓRIO.....	40
FIGURA 21 – PROCEDIMENTO PARA A OBTENÇÃO DOS DADOS DE TAXA MÁSSICA A PARTIR DE SEGMENTAÇÃO POR COR E CONTAGEM DE PIXELS.....	41
FIGURA 22 – ILUSTRAÇÃO REPRESENTATIVA PARA CADA UMA DAS VARIÁVEIS DA TABELA 8.	44
FIGURA 23 – DIFERENÇAS ENTRE A PERSPECTIVA REAL E A CONSIDERADA PELA CÂMERA PARA A DISTRIBUIÇÃO DE ESFERAS AO LONGO DO EIXO HORIZONTAL.....	48
FIGURA 24 – EXEMPLOS DE PICOS EM CURVAS DE TAXA MÁSSICA, ATRELADOS AO EFEITO DE REAPARECIMENTO DE ESFERAS VERMELHAS QUE ANTES ESTAVAM ESCONDIDAS. PELAS ESFERAS AZUIS.....	50
FIGURA 25 – GRÁFICO DE DISPERSÃO PARA MASSAS FINAIS DE ESFERAS VERDES.....	51
FIGURA 26 – GRÁFICO DE DISPERSÃO PARA MASSAS FINAIS DE ESFERAS VERMELHAS.....	51
FIGURA 27 – GRÁFICO DE DISPERSÃO PARA MASSAS FINAIS DE ESFERAS AZUIS.....	51
FIGURA 28 – GRÁFICO DE DISPERSÃO PARA MASSAS FINAIS TOTAIS.....	52
FIGURA 29 – CURVAS DE TAXA MÁSSICA PARA ESFERAS VERDES E DIAGRAMAS DE DISTRIBUIÇÃO DE MASSA FINAL PARA OS DIFERENTES GRUPOS DE EMPACOTAMENTO INICIAL.....	56

FIGURA 30 – CURVAS DE TAXA MÁSSICA E DIAGRAMA DE DISTRIBUIÇÃO DE MASSA FINAL PARA ESFERAS DE COR VERMELHA.	58
FIGURA 31 – CURVAS DE TAXA MÁSSICA E DIAGRAMA DE DISTRIBUIÇÃO DE MASSA FINAL PARA ESFERAS DE COR AZUL.	59
FIGURA 32 – DIFERENÇAS DO MOVIMENTO DE PARTÍCULAS ENTRE OS GRUPOS 4–3–4 E 3–4–3.	62
FIGURA 33 – CURVAS DE ERRO QUADRÁTICO MÉDIO EM FUNÇÃO DO NÚMERO DE EPOCHS PARA O MELHOR MODELO DO TIPO FFB.	66
FIGURA 34 – CURVAS DE ERRO QUADRÁTICO MÉDIO EM FUNÇÃO DO NÚMERO DE EPOCHS PARA O MELHOR MODELO DO TIPO RNN.	67
FIGURA 35 – GRÁFICOS DE DISPERSÃO PARA OS GRUPOS DE TREINAMENTO, VALIDAÇÃO, TESTE E TODOS OS DADOS UTILIZANDO A RNN COM O MELHOR DESEMPENHO.	68
FIGURA 36 – COMPARAÇÃO ENTRE AS CURVAS REAIS E AS CURVAS PREDITAS PELA REDE NEURAL PARA 4 DIFERENTES EXEMPLOS DE AMOSTRAS DO GRUPO DE TESTE.	69

LISTA DE TABELAS

TABELA 1 – RESUMO DAS CONDIÇÕES E CONFIGURAÇÕES DE FILMAGEM E ILUMINAÇÃO.....	33
TABELA 2 – DADOS DE DIMENSÃO DO RESERVATÓRIO.....	34
TABELA 3 – CAPACIDADE MÁSSICA E VOLUMÉTRICA DO RESERVATÓRIO PARA DIFERENTES DIÂMETROS DE PARTÍCULAS.....	34
TABELA 4 – INFORMAÇÕES PARA CADA TIPO DE COR DE PARTÍCULA DE 3 MM DE DIÂMETRO.....	35
TABELA 5 – INFORMAÇÕES PARA CADA TIPO DE COR DE PARTÍCULA DE 4 MM DE DIÂMETRO NOMINAL.....	36
TABELA 6 – VALORES DE FAIXAS DO ESPECTRO HSV PARA LIMIAZIZAÇÃO POR COR E NÚMERO DE ITERAÇÕES DE DILATAÇÃO E FECHAMENTO QUE MELHOR SEGMENTAM AS PARTÍCULAS.....	39
TABELA 7 – RESUMO DAS CONFIGURAÇÕES UTILIZADAS PARA REDES NEURAIS ARTIFICIAIS.....	42
TABELA 8 – DADOS DE CONDIÇÕES INICIAIS DOS EXPERIMENTOS DE DESCARGA DE GRÃOS PARA CADA VIDEO (AMOSTRA) REALIZADO.....	45
TABELA 9 - ERRO ABSOLUTO MÉDIO ENTRE MASSAS FINAIS DE DUPLICATAS.....	54
TABELA 10 - DADOS DE MÉDIA, DESVIO PADRÃO E VARIÂNCIA PARA A MASSA FINAL DE ESFERAS VERDES EM CADA GRUPO.....	55
TABELA 11 - ESTATÍSTICA F E VALOR-P PARA OS TESTES DE LEVENE E ANOVA.....	57
TABELA 12 - TESTE TUKEY-HSD PARA MÚLTIPLAS COMPARAÇÕES DE MÉDIAS PARA AS MASSAS FINAIS DE ESFERAS VERDES DEPENDENDO DO EMPACOTAMENTO.....	57
TABELA 13 - DADOS DE MÉDIA, DESVIO PADRÃO E VARIÂNCIA PARA A MASSA FINAL DE ESFERAS VERMELHAS EM CADA GRUPO.....	58
TABELA 14 - DADOS DE MÉDIA, DESVIO PADRÃO E VARIÂNCIA PARA A MASSA FINAL DE ESFERAS AZUIS EM CADA GRUPO.....	59
TABELA 15 - ESTATÍSTICA F E VALOR-P PARA O TESTE DE KRUSKAL-WALLIS COM AS MASSAS FINAIS VERMELHAS E AZUIS.....	59

TABELA 16 - TESTE TUKEY-HSD PARA MÚLTIPLAS COMPARAÇÕES DE MÉDIAS PARA AS MASSAS FINAIS DE ESFERAS VERMELHAS DEPENDENDO DO EMPACOTAMENTO.....	60
TABELA 17 - TESTE TUKEY-HSD PARA MÚLTIPLAS COMPARAÇÕES DE MÉDIAS PARA AS MASSAS FINAIS DE ESFERAS AZUIS DEPENDENDO DO EMPACOTAMENTO.....	60
TABELA 18 - COMPARAÇÃO DE DIFERENTES ARQUITETURAS DE CAMADAS INTERNAS PARA AS REDES NEURAIS FFB, POR MUDANÇA DE HIPERPARÂMETROS, EM TERMOS DO MSE.	64
TABELA 19 - COMPARAÇÃO DE DIFERENTES ARQUITETURAS DE CAMADAS INTERNAS PARA REDES NEURAIS RNN, POR MUDANÇA DE HIPERPARÂMETROS, EM TERMOS DO MSE.	65

LISTA DE ABREVIATURAS

ANOVA	- Análise de Variância
FFB	- Rede Neural Feedforward com Backpropagation
MLP	- Perceptron Multicamadas
MAE	- Erro Absoluto Médio
MSE	- Erro Quadrático Médio
RNA	- Rede Neural Artificial
RNN	- Rede Neural Recorrente

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	16
1.1 PROBLEMA	17
1.2 OBJETIVOS	17
1.2.1 Objetivo geral	18
1.2.2 Objetivos específicos.....	18
1.3 JUSTIFICATIVA	19
2 REVISÃO DE LITERATURA	20
2.1 COMPORTAMENTO DOS SÓLIDOS PARTICULADOS EM SILOS	20
2.2 PROCESSAMENTO DE IMAGEM	22
2.3 REDES NEURAIS ARTIFICIAIS	25
2.3.1 Estrutura Básica de uma RNA.....	26
2.3.2 Arquiteturas de Rede.....	27
2.3.3 Perceptron Multicamadas (MLP)	28
2.3.4 Redes Recorrentes	29
2.3.5 Trabalhos envolvendo Redes Neurais aplicadas a Descarga de sólidos	30
3 MATERIAIS E MÉTODOS	32
3.1 MATERIAIS	32
3.1.1 Câmera e Iluminação	32
3.1.2 Reservatório de descarga	33
3.1.3 Grãos particulados	34
3.1.4 Aparato Experimental para coleta de dados.....	36
3.2 MÉTODOS	36
3.2.1 Seleção e Organização dos Dados	36
3.2.2 Segmentação por cor no espectro HSV	38
3.2.3 Obtenção dos dados de curvas de taxa mássica	40
3.2.4 Criação de modelos de Redes Neurais Artificiais.....	42
3.2.5 Análise da precisão e reprodutibilidade experimental	43
3.2.6 Análise do Padrão de Empacotamento Inicial	43
4 RESULTADOS E DISCUSSÕES.....	44
4.1 DADOS EXPERIMENTAIS OBTIDOS.....	44
4.2 VIÉS E ERROS DOS PROCEDIMENTOS EXPERIMENTAIS	48
4.2.1 Precisão do Método de Processamento de Imagem	50

4.2.2 Análise de Reprodutibilidade do Experimento	53
4.3 DIFERENÇAS ENTRE PADRÕES DE EMPACOTAMENTO	55
4.4 EFEITO DE PERCOLAÇÃO	61
4.5 TESTE DE REDES NEURAIS ARTIFICIAIS	64
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS	70
5.1 RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	70
REFERÊNCIAS	71

1 INTRODUÇÃO

Os processos de descarga de reservatórios são operações unitárias muito comuns em diversos setores: no setor agrícola para o transporte de grãos; em indústrias de alimentos para transporte de insumos sólidos pelo processo; no ramo farmacêutico para locomoção e preparo de materiais e medicamentos, entre outras indústrias. A presença de materiais sólidos-granulares em meio aos processos industriais traz a necessidade de se desenvolver formas de armazenamento e transporte mais eficientes.

Um projeto adequado de um reservatório leva em consideração: o fluxo do material que está sendo transportado; suas propriedades físicas e mecânicas; a geometria e inclinação do reservatório, bem como suas dimensões de orifício de descarga por onde o sólido passa. Essas informações evitam problemas de formação de arcos ou regiões de estagnação de material que impedem ou dificultam o descarregamento. Esses problemas podem causar perdas econômicas, operacionais e ambientais, além de comprometer a qualidade e a segurança do produto ou do processo.

Na literatura, atualmente, a maioria das pesquisas sobre transporte de materiais sólidos e operações de descarga envolvem o uso de métodos computacionais utilizando o Método de Elementos Discretos (ou normalmente conhecido como “DEM”, do inglês Discrete Element Method), no entanto, simulações numéricas como essas são custosas computacionalmente e geralmente trabalhosas devido ao alto número de variáveis envolvidas. Por outro lado, métodos experimentais para se avaliar o movimento dos sólidos na prática, são pouco estudados devido à dificuldade de se extrair dados experimentais.

O uso de processamento de imagem em estudos de identificação de sólidos em movimento tem crescido nos últimos anos devido aos avanços dos processamentos computacionais e a qualidade de imagem que as câmeras podem proporcionar. Com isso, ferramentas para o estudo de imagens têm sido cada vez mais acessíveis e robustas, como o uso da linguagem de programação Python e o uso da biblioteca OpenCV, sendo um ótimo recurso analisar informações obtidas por imagens.

Além do processamento de imagem, outra técnica eficiente para o estudo do movimento dos sólidos tem sido a aplicação de redes neurais artificiais para tentar

prever e simular o movimento de grãos particulados em diferentes condições de empacotamento inicial dentro de um reservatório de descarga.

Com isso, este trabalho propõe o uso de métodos de processamento de imagem para se estudar o movimento dos sólidos, e com isso, avaliar como a taxa mássica de descarga é influenciada quando as características do empacotamento inicial são alteradas. A partir de filmagens, foi realizado uma segmentação por cor, no qual, foi possível estudar o comportamento individual de cada nível do empacotamento de esferas, constituído de diferentes frações mássicas e diâmetro em cada nível. O intuito foi treinar diferentes tipos de rede neural artificial a fim de se criar um modelo que conseguisse relacionar as condições iniciais do reservatório com as curvas de taxa mássica obtidas pelo processamento de imagem.

1.1 PROBLEMA

O transporte de sólidos é uma área de estudo complexa, na qual o movimento dos materiais é analisado por meio de diversas simulações. Devido à natureza muitas vezes aleatória desse movimento, a previsão da vazão de sólidos em um volume de controle torna-se desafiador. Para lidar com isso, comumente são realizadas simulações computacionais, nas quais, numerosos parâmetros relacionados às propriedades mecânicas dos sólidos são inseridos em softwares específicos, buscando representar o comportamento real dos materiais.

No entanto, algumas simulações são frequentemente trabalhosas e exigem alto esforço computacional, especialmente em problemas mais complexos. Diante desse contexto, o presente trabalho propõe uma abordagem alternativa para prever o movimento dos sólidos. Essa abordagem consiste na análise visual por meio de filmagens da descarga de grãos, combinada ao processamento de imagens, com o objetivo de extrair dados a partir das filmagens. Os dados obtidos são então utilizados na avaliação do comportamento dos sólidos por meio de redes neurais artificiais.

1.2 OBJETIVOS

Esta seção abordará os objetivos gerais e específicos acerca deste trabalho, descrevendo os passos que foram necessários para se chegar aos resultados.

1.2.1 Objetivo geral

O objetivo geral deste trabalho consiste na criação e o desenvolvimento de um modelo de rede neural capaz de prever as curvas de taxa mássica para diferentes proporções de misturas polidispersas em camadas, sendo essas misturas binárias, com diâmetros de esferas de 3 a 4 mm. Além disso, este trabalho vem com a proposta de se estimar a massa de diferentes componentes dentro de um reservatório a partir de dados de filmagens e processamento de imagem.

1.2.2 Objetivos específicos

Alguns objetivos específicos foram estabelecidos, como segue a seguir:

- Calibrar as configurações da câmera e condições de iluminação, no que consiste em: ajustar a distância focal da lente; determinar uma faixa de sensibilidade ISO; calibrar a abertura da lente; testar posições e distâncias da lâmpada com o reservatório;
- Listar diferentes condições iniciais para criar um banco de dados diversificado, alterando as frações mássicas em cada nível do reservatório e determinando o tipo de empacotamento inicial em cada caso;
- Criar um algoritmo de segmentação por cor capaz de contabilizar os pixels em cada frame de uma filmagem com diferentes cores, e assim, convertendo a porcentagem de pixel em porcentagem de massa para cada cor, obtendo assim, dados de massa em função do tempo (taxa mássica) para cada caso;
- Avaliar o erro gerado pelo método de estimação de massa a partir do processamento de imagem de filmagens, afim de se estimar o viés atrelado ao método, e se ele subestima ou superestima os valores das massas reais.
- Estudar o efeito que diferentes tipos de empacotamento inicial têm sobre o comportamento das esferas na descarga do reservatório, avaliando se o tipo de padrão de empacotamento influencia ou não na descarga dos grãos particulados;

- Desenvolver algoritmos de aprendizado de máquina baseados em redes neurais artificiais do tipo feedforward com backpropagation e rede neural recorrente;
- Testar diferentes hiperparâmetros para os tipos de redes neurais estudados, estabelecendo o número de camadas, número de neurônios e funções de ativação em cada camada;
- Utilizar os dados obtidos pelo processamento de imagem para o treinamento, validação e testes dos modelos de redes neurais;
- Predizer curvas de taxa mássica para amostras com diferentes dados de entrada e compara-los com as curvas reais;
- Avaliar o desempenho de cada algoritmo de rede neural a partir do erro quadrático médio (MSE) e coeficiente de determinação (R^2).

1.3 JUSTIFICATIVA

Este trabalho se justifica pela elevada importância de desenvolver e aprimorar estratégias para o transporte e armazenamento de materiais sólidos, abrangendo setores como a indústria agropecuária, a indústria de alimentos e o setor de mineração. A compreensão e o controle do comportamento dos sólidos são essenciais para garantir a eficiência operacional, segurança e qualidade nos processos industriais.

Adicionalmente, o estudo propõe alternativas que evitam o alto custo computacional típico das simulações tradicionais, oferecendo uma abordagem mais acessível e eficaz para a análise do fenômeno de transporte de sólidos. Essa perspectiva busca otimizar o uso de recursos e ampliar as possibilidades de aplicação em diferentes contextos industriais.

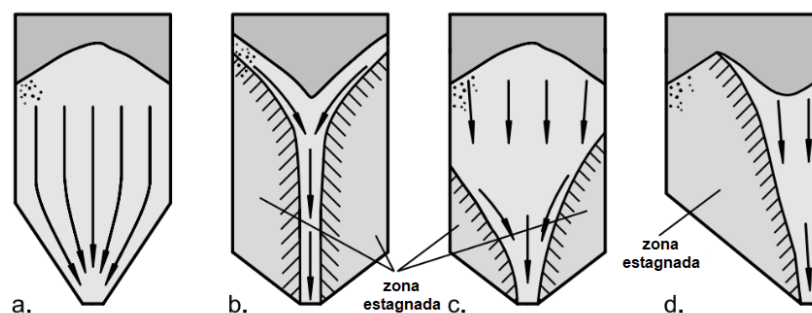
2 REVISÃO DE LITERATURA

Este capítulo faz um levantamento das pesquisas feitas sobre movimento de materiais sólidos particulados em reservatórios, a aplicação de processamento de imagens, e uma breve introdução sobre redes neurais feedforward e rede neural recorrente.

2.1 COMPORTAMENTO DOS SÓLIDOS PARTICULADOS EM SILOS

Quando uma quantidade de sólidos a granel é descarregada de um silo ou reservatório sob a ação da gravidade, existem dois tipos de fluxos atuando no transporte: o fluxo em massa e o fluxo do tipo funil. No fluxo em massa, todas as partículas sólidas dentro do reservatório se movem sempre que a saída é aberta, desde que não ocorra arqueamento perto da saída, como visto da Figura 1(a). O fluxo em massa só é possível se as paredes do reservatório forem íngremes e/ou apresentarem um baixo atrito. Se a parede do reservatório for muito plana ou possuir muita fricção, ocorrerá um fluxo do tipo funil, que neste caso, inicialmente apenas o sólido a granel em um canal acima da abertura flui para baixo, formando-se um funil como pode ser visto na Figura 1(b). O sólido a granel localizado nas zonas estagnadas (também designadas como zonas mortas), que se desenvolvem nas paredes da tremonha diretamente acima da abertura, só podem ser descarregadas se o funil de grãos central estiver completamente esvaziado (Schulze, 2021). Na Figura 1 é possível visualizar os diferentes perfis de fluxo existentes em um reservatório.

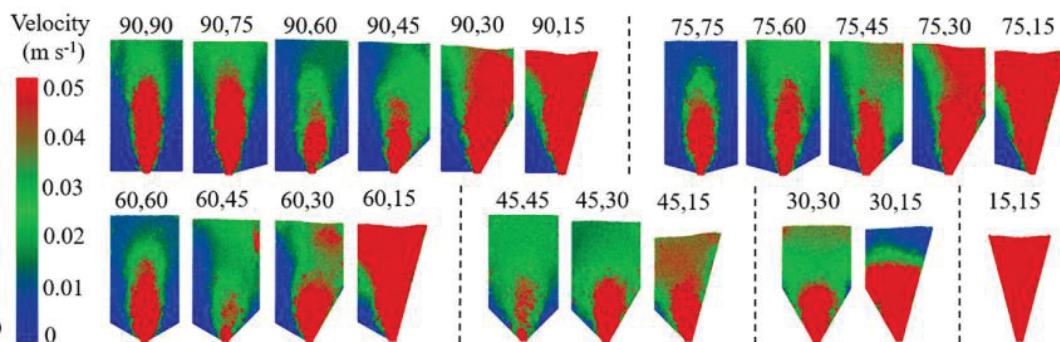
FIGURA 1 – TIPOS DE FLUXOS PARTICULADOS EM UM RESERVATÓRIO. FLUXO DO TIPO: (A) MASSA; (B) FUNIL; (C) MISTO; (D) FLUXO EM RESERVATÓRIO ASSIMÉTRICO.



FONTE: Modificado de Schulze (2021).

Um fator que é frequentemente investigado nessa área é o ângulo do funil e a assimetria do reservatório. Em um trabalho de Huang *et al.* (2024), os autores investigaram a taxa de descarga de reservatórios com diferentes assimetrias e ângulos de funil. Suas descobertas revelam que conforme o ângulo do funil diminui: a área da região ativa das partículas aumenta; a zona de estagnação diminui; e o arco de queda livre tornou-se instável. É interessante se visualizar o efeito de diferentes ângulos de funil assim como é mostrado em simulações computacionais, esses efeitos podem ser vistos na Figura 2 a seguir.

FIGURA 2 – SIMULAÇÕES DE DESCARGA EM RESERVATÓRIO COM RESERVATÓRIOS DE DIFERENTES FORMATOS RESULTANDO EM DIFERENTES FLUXOS DE DESCARGA.



FONTE: Huang *et al.* (2024).

Em relação aos estudos voltados ao comportamento dos sólidos particulados dentro de um reservatório, Liao *et al.* (2020) investigaram a influência do padrão de empacotamento de partículas no fluxo granular transitório em um funil em formato de cunha. Utilizando métodos experimentais e simulações numéricas, eles analisaram como diferentes padrões de empacotamento afetam a cinética em escala de partícula e a estrutura do fluxo. Seus estudos revelaram que, partículas menores podem converter a energia potencial em cinética de forma mais eficiente, escoando mais rápido. Para misturas de dois tamanhos de partículas, as interações entre partículas alteram a distribuição de energia cinética, com partículas maiores ganhando mais energia por conta das colisões e do contato com as menores. Em camadas, a posição das partículas pequenas influencia o fluxo: se estão no topo, dificultam o movimento inicial por conta do efeito de percolação; se estão na base, aumentam a eficiência do fluxo.

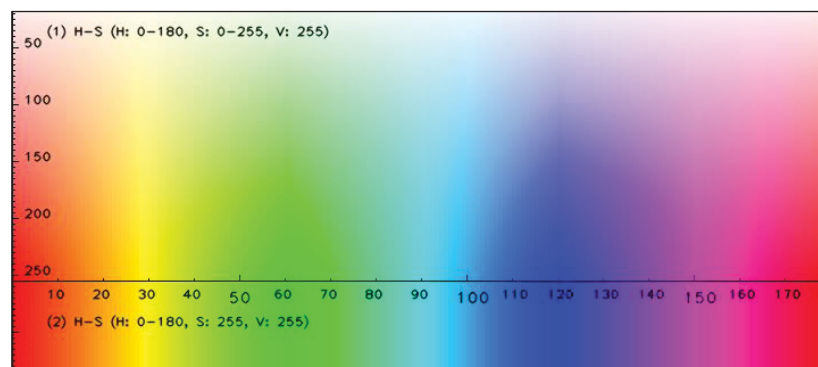
2.2 PROCESSAMENTO DE IMAGEM

Estudar movimento de sólidos particulados é complicado, diferente de líquidos ou gases, seu fluxo é muitas vezes descrito como aleatório. Além disso, simulações numéricas para descrever seu comportamento são custosas computacionalmente. Tendo isso em vista, outras formas de se estudar e visualizar o comportamento dos sólidos em diferentes padrões de empacotamento vem sendo estudadas.

O processamento de imagem digital é um método bastante útil para se extrair informações de padrões em imagens. Este método envolve a aquisição, análise e interpretação de imagens para extrair informações relevantes. No contexto de silos, essa técnica pode ser utilizada principalmente para monitorar o comportamento do material durante o descarregamento, detectar padrões de fluxo e identificar fenômenos como a formação de arcos, canais de fluxo preferencial e segregação de partículas (Liao *et al.*, 2020).

A segmentação por cor é uma técnica essencial no processamento de imagem, responsável por identificar e separar diferentes regiões de uma imagem com base em suas características cromáticas. Esta técnica de separação, pode ser feita utilizando a linguagem Python, e mais especificamente a biblioteca OpenCV, uma ferramenta capaz de realizar processamento em imagens. Convencionalmente, o método mais utilizado para a segmentação por cor é a conversão de imagens RGB em HSV, assim, utilizando o espectro do HSV é possível segmentar faixas de cores mais precisas, este espectro é mostrado na Figura 3, juntamente com um exemplo de segmentação de cor na Figura 4.

FIGURA 3 – ESPECTRO HSV PARA SEGMENTAÇÃO POR COR.



FONTE: Solano (2019).

FIGURA 4 – EXEMPLO DE SEGMENTAÇÃO DA COR AZUL FEITA PELO OPENCV.



FONTE: Opencv.org (2024).

Essa abordagem é especialmente útil no estudo de sólidos granulares quando as partículas apresentam diferentes cores naturais ou são artificialmente coloridas para facilitar a análise.

Em reservatórios, a segmentação por cor pode ser utilizada para:

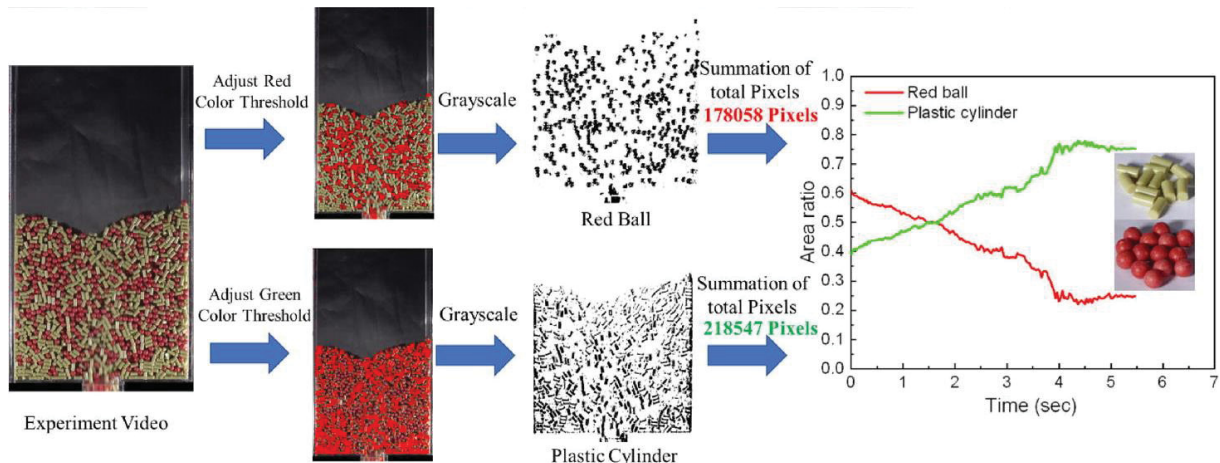
- Monitorar a segregação de partículas: Identificação de diferentes frações de sólidos, ajudando a avaliar como partículas de diferentes tamanhos ou densidades se distribuem durante o escoamento;
- Análise de fluxo: Diferenciação de camadas de material, permitindo identificar a formação de zonas mortas ou padrões de fluxo anômalos.

Em um estudo recente feito por Jian e Gao (2023), os autores propuseram um método fácil e eficaz de se estimar a curva de taxa de área em função do tempo de sistemas de sólidos particulados com diferentes tipos de partículas. O método consistiu na filmagem de diferentes configurações de sistemas particulados sendo descarregados, no qual, as partículas solidas possuíam diferentes formatos e cores. Como resultado, os pesquisadores puderam estimar não só a curva de taxa mássica geral do sistema como também avaliar a vazão mássica referente a cada componente de forma individual através de curvas de taxa de área em imagens. A Figura 5 esquematiza o método utilizado pelos pesquisadores bem como os resultados obtidos com o experimento.

Quando só os métodos de segmentação por cor não mostram bem a totalidade das informações de uma imagem, é necessário aplicar certos filtros à imagem para que as informações sejam apresentadas de forma mais clara e com menos ruídos. Além da segmentação por cor, muitas das vezes, é aplicada sobre a

máscara que segmenta a imagem uma operação de morfologia matemática que pode alterar a estrutura da máscara que está segmentando uma cor da imagem.

FIGURA 5 – ESQUEMATIZAÇÃO DO PROCESSO DE PROCESSAMENTO DE IMAGEM JUNTAMENTE COM A CONTAGEM DE PIXELS REALIZADAS EM CADA IMAGEM DE CADA INSTANTE DE TEMPO.



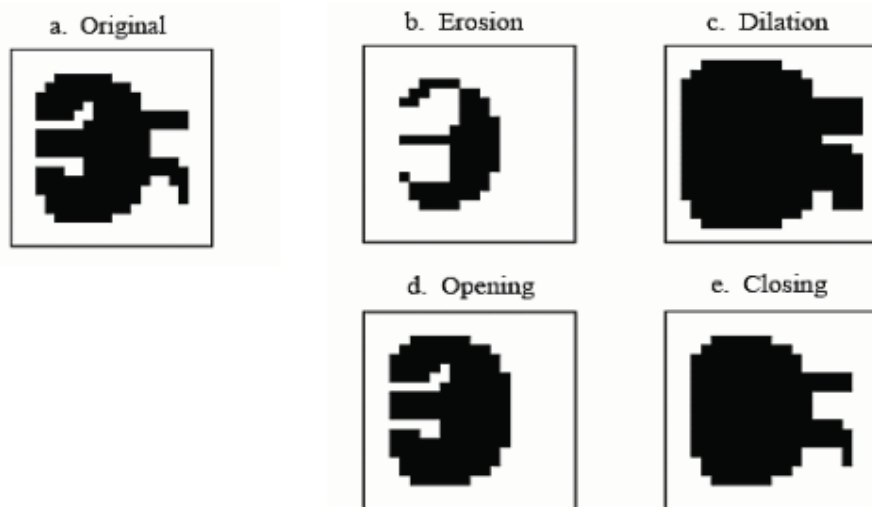
FONTE: Jian e Gao (2023).

A morfologia matemática é uma técnica de processamento de imagens que analisa e manipula formas e estruturas. Ela usa operações como erosão, dilatação, abertura e fechamento, aplicadas com um elemento estruturante (uma "ferramenta" que desliza sobre a imagem), a descrição de cada operação pode ser dita como:

- Erosão: "Desgasta" os objetos, removendo pixels das bordas e reduzindo seu tamanho. É útil para eliminar ruídos ou separar objetos próximos.
- Dilatação: "Expande" os objetos, adicionando pixels às bordas. Serve para preencher buracos ou conectar partes quase tocantes.
- Abertura: Combina erosão seguida de dilatação. Remove pequenos ruídos ou objetos sem afetar muito os maiores, "limpando" a imagem.
- Fechamento: Combina dilatação seguida de erosão. Fecha buracos ou falhas e conecta partes próximas, mantendo o tamanho original dos objetos.

Essas operações são usadas em áreas como medicina (para destacar órgãos) e sensoriamento remoto (para identificar padrões geográficos). Elas são versáteis e podem ser combinadas para resolver diversos problemas de processamento de imagens. A Figura 6 mostra um exemplo dessas operações em uma imagem.

FIGURA 6 – EXEMPLOS DE MORFOLOGIAS MATEMÁTICAS APLICADAS SOBRE UMA IMAGEM.



FONTE: Kassir (2019).

2.3 REDES NEURAIS ARTIFICIAIS

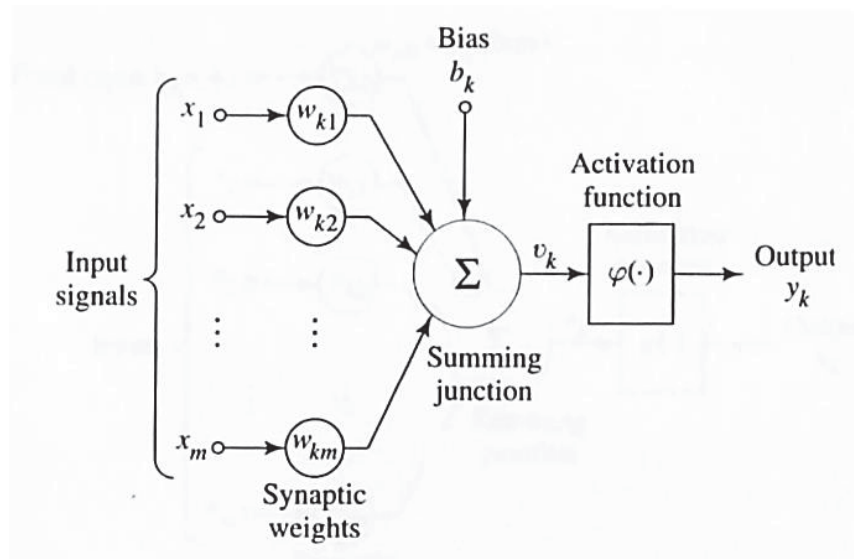
As redes neurais artificiais (RNA's) são modelos computacionais complexos, caracterizadas por combinações de unidades básicas de processamento (analogamente denominadas por neurônios) interligados entre si. Da mesma forma que acontece com os neurônios e o cérebro humano, as RNA's, tem uma fase de aprendizado baseada na análise de grande quantidade de informações, detectando padrões e conseguindo generalizar o aprendizado para identificar novos padrões, desde que estes padrões tenham uma certa similaridade com os dados vistos na base de aprendizado.

A partir de 2010, o campo das redes neurais experimentou um crescimento exponencial com o advento do deep learning. O aumento da capacidade computacional, aliado à disponibilidade de grandes volumes de dados, possibilitou o treinamento de redes profundas, como as redes convolucionais profundas para reconhecimento de padrões e as redes transformadoras para processamento de linguagem natural. Essas abordagens demonstraram desempenho superior em diversas tarefas, consolidando as redes neurais como o estado da arte em aprendizado de máquina.

2.3.1 Estrutura Básica de uma RNA

Os neurônios são o que formam a estrutura das RNA's, sendo eles uma unidade de processamento de informação que é fundamental para o funcionamento de uma rede. O diagrama de blocos abaixo (Figura 7) mostra o modelo de um neurônio, que forma a base para diferentes projetos de redes neurais e seus diferentes tipos conhecidos hoje na literatura.

FIGURA 7 – MODELO NÃO-LINEAR PARA UM NEURÔNIO ARTIFICIAL DO TIPO PERCEPTRON.



FONTE: Haykin (2001).

O tipo de rede mostrado na imagem há pouco é o mais comum entre as redes neurais e também a primeira rede neural idealizada, chamada de Perceptron. A partir dela, muitas outras redes neurais foram desenvolvidas, utilizando diferentes estratégias e configurações de neurônios. Dito isso, existem três elementos básicos na formação de um modelo neural que é necessário saber. O primeiro deles é o conjunto de sinais ou elos de conexão, esses elementos são caracterizados por possuírem um peso próprio, assim, um sinal x_j na entrada da sinapse j conectada ao neurônio k é multiplicado pelo peso sináptico w_{kj} . Em seguida, temos um somador que soma os sinais de entrada, ponderados pelas respectivas sinapses do neurônio, sendo essa operação descrita como um combinador linear. Por fim, uma função de ativação é empregada, restringindo a amplitude da saída de um neurônio, limitando o intervalo permitido para a amplitude do sinal de saída de um valor finito (Haykin, 2001).

Além dos três elementos base, um modelo neural inclui também um bias aplicado externamente, representado por b_k . O bias b_k tem a função de aumentar ou diminuir a entrada líquida da função de ativação dependendo se ele é positivo ou negativo, respectivamente.

Em termos matemáticos, um neurônio k pode ser escrito como o seguinte par de equações:

$$u_k = \sum_{j=1}^m w_{kj} x_j \quad (1)$$

e

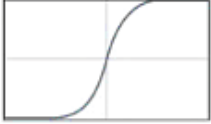
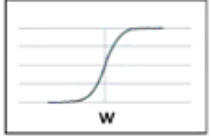
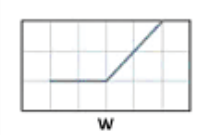
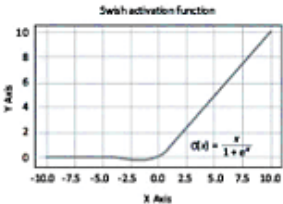
$$y_k = \varphi(u_k + b_k) \quad (2)$$

no qual $x_1, x_2, \dots, x_m$ são os sinais de entrada enquanto $w_{k1}, w_{k2}, \dots, w_{km}$ são os pesos sinápticos do neurônio; u_k é a saída do combinador linear a partir dos sinais de entrada; b_k é o bias; $\varphi(.)$ é a função de ativação; e y_k é o sinal de saída do neurônio. Na Figura 8 são apresentadas algumas funções de ativação.

2.3.2 Arquiteturas de Rede

A configuração e a distribuição dos neurônios em uma rede neural estão intimamente ligadas com o algoritmo de aprendizado usado para o treinamento da rede. Nesses algoritmos, os neurônios podem ser usados em grande número, sendo eles colocados ou não em camadas conectadas entre si. Além disso, o fluxo de informação pela rede pode ser em um único sentido ou a informação de saída de uma camada ou neurônio pode ser alimentado a outro como em uma retropropagação. A seguir discutiremos mais detalhadamente as duas arquiteturas principais utilizadas no estudo deste trabalho.

FIGURA 8 – FUNÇÕES DE ATIVAÇÃO MAIS UTILIZADAS PARA REDES NEURAIS ARTIFICIAIS.

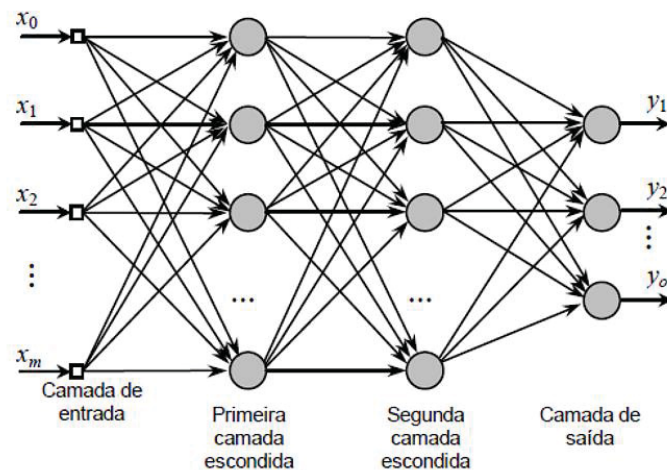
Função	Forma	Comentários	Gráfico
Função linear	$\Phi(w) = b \cdot w$		
Função logística (sigmoide)	$\Phi(w) = \frac{1}{1 + e^{-aw}}$	A saída $\Phi(w)$ varia entre 0 e 1	
Função tangente hiperbólica (tanh)	$\Phi(w) = \frac{2}{1 + e^{-2w}} - 1$	A saída $\Phi(w)$ varia entre -1 e 1	
Função ReLU (Rectified linear unit)	$\Phi(w) = \max(0, w)$		
Softmax (logística generalizada)	$\Phi(w_i) = \frac{\exp(w_i)}{\sum_i^n \exp(w_i)}$	Outputs positivos Soma de todos os outputs é igual a 1	
SWISH	$\Phi(w) = \frac{w}{1 + \exp(-w)}$	Propostas por cientistas da Google. Segundo eles, é melhor que ReLU	

FONTE: Siscú, Samartini e Barth (2023).

2.3.3 Perceptron Multicamadas (MLP)

Para resolver problemas não lineares utilizando RNA's, uma alternativa é utilizar redes com mais de uma camada intermediária. As redes do tipo Perceptron Multicamadas (MLP, do inglês Multilayer Perceptron) apresentam uma ou mais camadas intermediárias de neurônios e uma saída. A arquitetura mais comum para este tipo de rede é a completamente conectada, de forma que os neurônios de uma camada estão conectados a todos os neurônios da camada seguinte, já para a camada inicial intermediária, cada neurônio dessa camada estará conectado a todos os atributos de entrada. A Figura 9 ilustra uma típica MLP (Haykin, 2001).

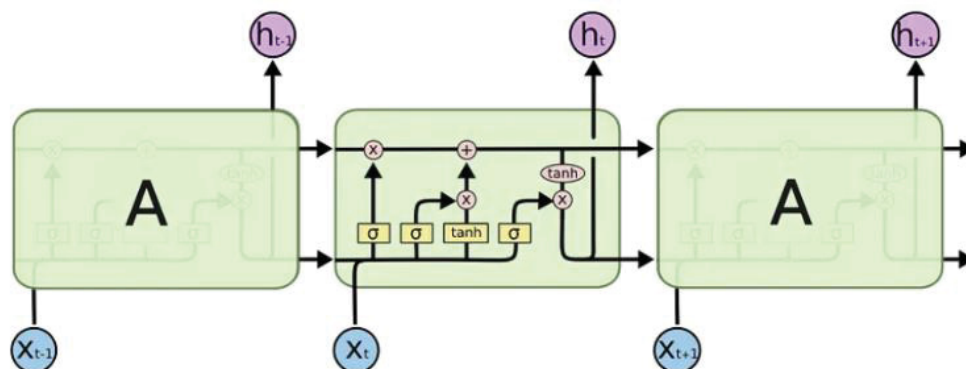
FIGURA 9 – REDE NEURAL ARTIFICIAL DO TIPO PERCEPTRON DE MULTICAMADAS.

FONTE: Oliveira *et al.* (2010).

2.3.4 Redes Recorrentes

As redes neurais recorrentes (RNN, do inglês Recurrent Neural Networks) são um tipo de rede neural artificial projetada para processar dados sequenciais, ou seja, dados onde a ordem das informações é importante. Diferente das redes neurais tradicionais, que tratam cada entrada de forma independente, as RNN's possuem conexões recorrentes que permitem armazenar informações passadas e utilizá-las no processamento de novas entradas. Essa característica torna as RNN's ideais para tarefas como processamento de linguagem natural, reconhecimento de fala, tradução automática e previsão de séries temporais (Haykin, 2001; Junior, 2019). A Figura 10, a seguir, ilustra o funcionamento de uma RNN com um neurônio com configuração do tipo LSTM.

FIGURA 10 – EXEMPLO DE UMA RNN COM CONFIGURAÇÃO DO TIPO LSTM.



FONTE: Junior (2019).

Uma rede neural LSTM (Long Short-Term Memory) é um tipo especial de rede neural recorrente (RNN) projetada para lidar com dados sequenciais e superar um dos maiores problemas das RNN's tradicionais: o desvanecimento do gradiente (Vanishing Gradient). Isso significa que ela consegue "lembrar" informações importantes por longos períodos, algo essencial em tarefas de séries temporais, tradução automática, reconhecimento de fala, entre outros.

2.3.5 Trabalhos envolvendo Redes Neurais aplicadas a Descarga de sólidos

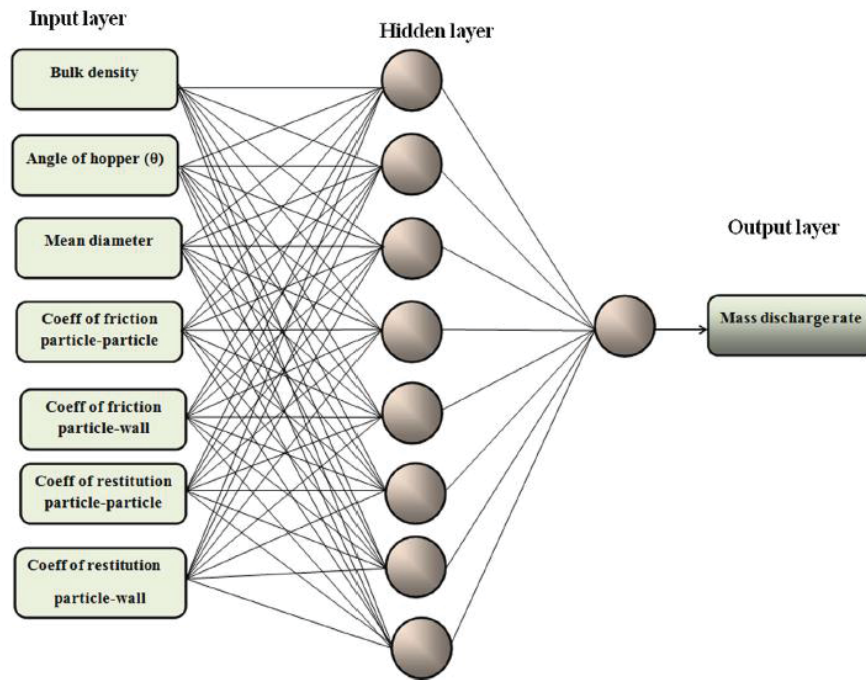
As redes neurais vêm sendo amplamente utilizadas em diferentes áreas do conhecimento nos últimos anos, o que não seria diferente para a área de processos envolvendo sólidos particulados. Kumar *et al.* (2018) propuseram o uso de rede neural artificial para prever a taxa média de descarga de materiais granulados em silos cônicos utilizando dados obtidos por simulação de DEM. O objetivo deles foi criar uma opção menos custosa computacionalmente com uma rede neural artificial, em alternativa ao uso do DEM. Suas entradas para o modelo consistiam em parâmetros e coeficientes que eram usados como entrada na simulação, e os valores de saída eram as taxas mássicas médias obtidas pela simulação. Como resultado, eles obtiveram um modelo de rede neural artificial que conseguia prever a taxa de descarga de materiais granulares com um erro inferior a 13% em relação a taxa mássica validada experimentalmente. A Figura 11 mostra o esquema da arquitetura da rede neural utilizada pelos autores.

Liao *et al.* (2021) investigaram o comportamento do fluxo granular em um funil em formato de cunha ao combinar o Discrete Element Method (DEM) com técnicas de aprendizado profundo. O objetivo do estudo foi reduzir o custo computacional elevado das simulações DEM puras, utilizando imagens extraídas dessas simulações para treinar modelos preditivos baseados em redes neurais. Para isso, os autores propuseram dois modelos distintos: o Alexnet-FC, utilizado para prever o tempo de descarga de partículas a partir de imagens instantâneas, e o CNN-LSTM, que previu a razão do número de partículas remanescentes (NRRP) ao longo do tempo, com base em uma sequência temporal de dados.

Seus resultados mostraram que o modelo Alexnet-FC alcançou alta precisão na previsão do tempo de descarga, com um erro médio relativo inferior a 6,3% e um coeficiente de determinação (R^2) superior a 0,997. Já o modelo CNN-LSTM conseguiu

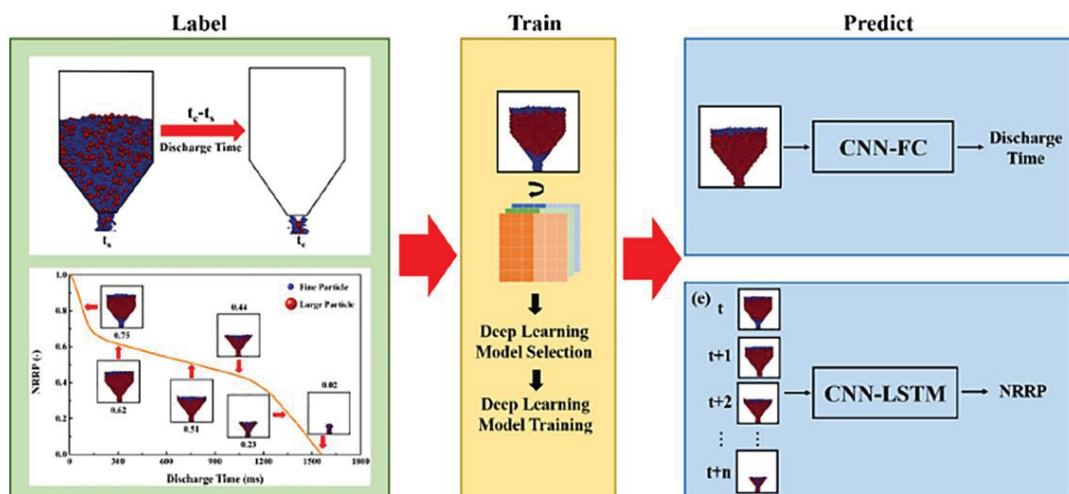
prever o comportamento do NRRP ao longo do processo de descarga, reduzindo em aproximadamente 75% o tempo computacional em comparação com a simulação DEM convencional. A Figura 12 apresenta um esboço da metodologia utilizada pelos autores.

FIGURA 11 – ESQUEMA DE REDE NEURAL ARTIFICIAL (RNA) PARA PREVISÃO DA TAXA MÉDIA DE DESCARGA.



Fonte: Kumar *et al.* (2018).

FIGURA 12 – ESQUEMA METODOLÓGICO UTILIZADO POR LIAO *et al.* (2021) PARA ESTIMAR O NÚMERO DE PARTÍCULAS REMANESCENTES DENTRO DE UM FUNIL.



Fonte: Liao *et al.* (2021).

3 MATERIAIS E MÉTODOS

Esta sessão apresenta os materiais e métodos necessários para se obter os resultados do presente trabalho. A sessão foi dividida em duas subseções: na descrição detalhada dos materiais utilizados no experimento; e a sessão onde é descrito os métodos utilizados para se extrair os dados, onde é descrito como aplicá-los em redes neurais artificiais para a predição de curvas de taxa mássica.

3.1 MATERIAIS

Para a realização deste projeto foi considerado os seguintes materiais que são descritos abaixo:

- Câmera Profissional EOS;
- Reservatório de descarga de partículas;
- Partículas de material acrílico em diversas cores no formato de esferas de 3 a 4 mm de diâmetro;
- Balança analítica de 0,0001 g de incerteza;

As especificações dos materiais são descritas em detalhes nas sessões a seguir.

3.1.1 Câmera e Iluminação

A câmera utilizada nas filmagens foi a câmera digital Canon de modelo EOS 6D Mark II, que possuía uma lente do tipo Canon EF Zoom 24-105mm f/3.5-5.6 IS STM. Tal equipamento pode ser visto na Figura 13.

A iluminação utilizada no experimento foi uma lâmpada de LED tipo bivolt (100 ~ 240V) de 6W de potência e com frequência de 60Hz, utilizada para minimizar o efeito “flicker” nas filmagens. Já as configurações da câmera como sensibilidade ISO, ajuste focal, abertura de lente, distância da câmera foram calibradas experimentalmente antes da coleta de dados, seguido de algumas condições de filmagens a serem atingidas. O resumo das configurações da câmera e iluminação seguem na Tabela 1.

FIGURA 13 – CÂMERA CANON MODELO EOS 6D MARK II.



FONTE: O autor (2025).

TABELA 1 – RESUMO DAS CONDIÇÕES E CONFIGURAÇÕES DE FILMAGEM E ILUMINAÇÃO.

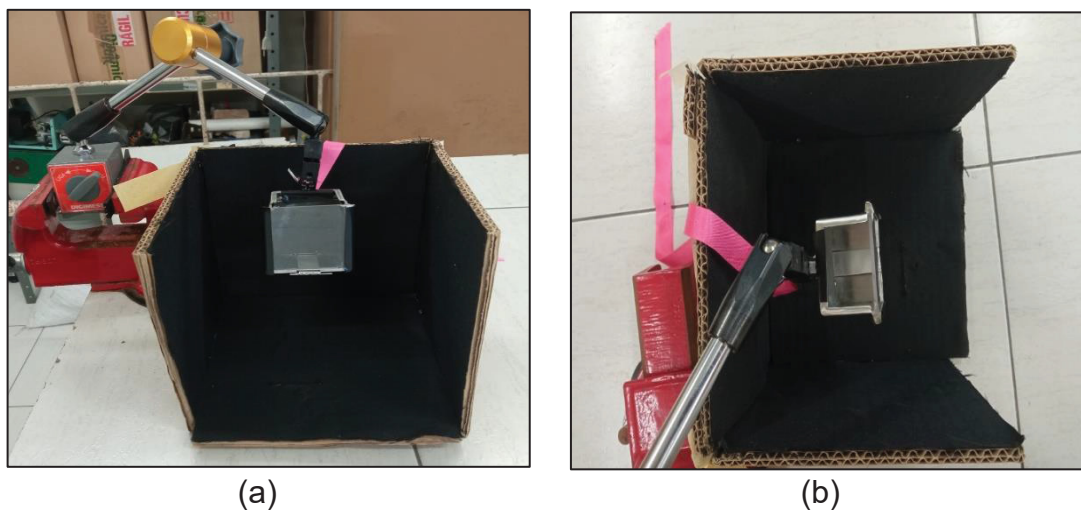
Condições de filmagem para a câmera	
Velocidade do obturador	1/1000
Abertura do Diafragma	F10.0
ISO (Sensibilidade a luz)	ISO 8000
Distância Focal da Lente	75 mm
Distância - Lente da Câmera/Reservatório	21,5 cm
Ângulo de iluminação reservatório/lâmpada	
Ângulo vista lateral	de 30° até 45°
Ângulo vista de cima	de 0° até 20°

FONTE: O autor (2025).

3.1.2 Reservatório de descarga

O reservatório utilizado no experimento consistiu em uma pequena caixa de metal com uma tela de vidro em um dos lados frontais, sendo possível a visualização do fluxo do material pela câmera. Este equipamento também possuía uma abertura retangular no fundo do recipiente, onde ocorria a descarga dos grãos particulados. A abertura do fundo pode ser controlada manualmente por uma alavanca. Este equipamento é visto na Figura 14(a) e 14(b).

FIGURA 14 – RECIPIENTE EM FORMA DE CAIXA UTILIZADO PARA O EXPERIMENTO DE DESCARGA DE GRÃOS.



FONTE: O autor (2025).

As dimensões do reservatório, bem como sua capacidade mássica e volumétrica de grãos, são apresentadas nas Tabelas 2 e 3 a seguir.

TABELA 2 – DADOS DE DIMENSÃO DO RESERVATÓRIO.

Altura	4,74	cm
Comprimento	4,53	cm
Largura	3,15	cm
Largura do orifício	1,49	cm
Volume Total	67,535	cm ³
	67534,8	mm ³

FONTE: O autor (2025).

TABELA 3 – CAPACIDADE MÁSSICA E VOLUMÉTRICA DO RESERVATÓRIO PARA DIFERENTES DIÂMETROS DE PARTÍCULAS.

Diâmetro das Partículas	3 mm	4 mm
Volume de esferas (cm³)	35,500	36,124
Capacidade total de esferas (g)	38,776	38,812

FONTE: O autor (2025).

3.1.3 Grãos particulados

Os grãos particulados utilizados neste trabalho são partículas esféricas de 3 a 4 mm de diâmetro, sendo elas feitas de material acrílico, nas cores verde, vermelho e azul, como pode ser visto na Figura 15. Já nas Tabelas 4 e 5, são apresentados os

dados de propriedades físicas das esferas utilizadas, no qual, esses dados foram obtidos a partir de uma caracterização preliminar das esferas antes da realização dos experimentos.

FIGURA 15 – ESFERAS DE ACRÍLICO DE 3 A 4 MM DE DIÂMETRO COM CORES VARIADAS.



FONTE: O autor (2025).

TABELA 4 – INFORMAÇÕES PARA CADA TIPO DE COR DE PARTÍCULA DE 3 MM DE DIÂMETRO.

Diâmetro Nominal		3 mm
		Verde
Diâmetro Médio Real	(mm)	2,925 ± 0,013
Volume	(mm ³)	13,109 ± 0,340
Massa	(g)	0,014 ± 1,002E-04
Densidade	(g/mm ³)	1,090E-03 ± 2,933E-05
		Azul
Diâmetro Médio Real	(mm)	2,809 ± 0,010
Volume	(mm ³)	11,605 ± 0,250
Massa	(g)	0,012 ± 1,013E-04
Densidade	(g/mm ³)	1,114E-03 ± 2,554E-05
		Vermelho
Diâmetro Médio Real	(mm)	2,876 ± 0,016
Volume	(mm ³)	12,455 ± 0,425
Massa	(g)	0,013 ± 1,077E-04
Densidade	(g/mm ³)	1,071E-03 ± 3,763E-05

FONTE: O autor (2025).

TABELA 5 – INFORMAÇÕES PARA CADA TIPO DE COR DE PARTÍCULA DE 4 MM DE DIÂMETRO NOMINAL.

Diâmetro Nominal		4 mm
		Verde
Diâmetro Médio	(mm)	3,887 ± 0,007
Volume	(mm ³)	30,762 ± 0,331
Massa	(g)	0,034 ± 1,011E-04
Densidade	(g/mm ³)	1,100E-03 ± 1,227E-05
		Azul
Diâmetro Médio	(mm)	3,876 ± 0,013
Volume	(mm ³)	30,489 ± 0,629
Massa	(g)	0,032 ± 1,022E-04
Densidade	(g/mm ³)	1,059E-03 ± 2,218E-05
		Vermelho
Diâmetro Médio	(mm)	3,858 ± 0,008
Volume	(mm ³)	30,066 ± 0,388
Massa	(g)	0,032 ± 1,057E-04
Densidade	(g/mm ³)	1,064E-03 ± 1,418E-05

FONTE: O autor (2025).

3.1.4 Aparato Experimental para coleta de dados

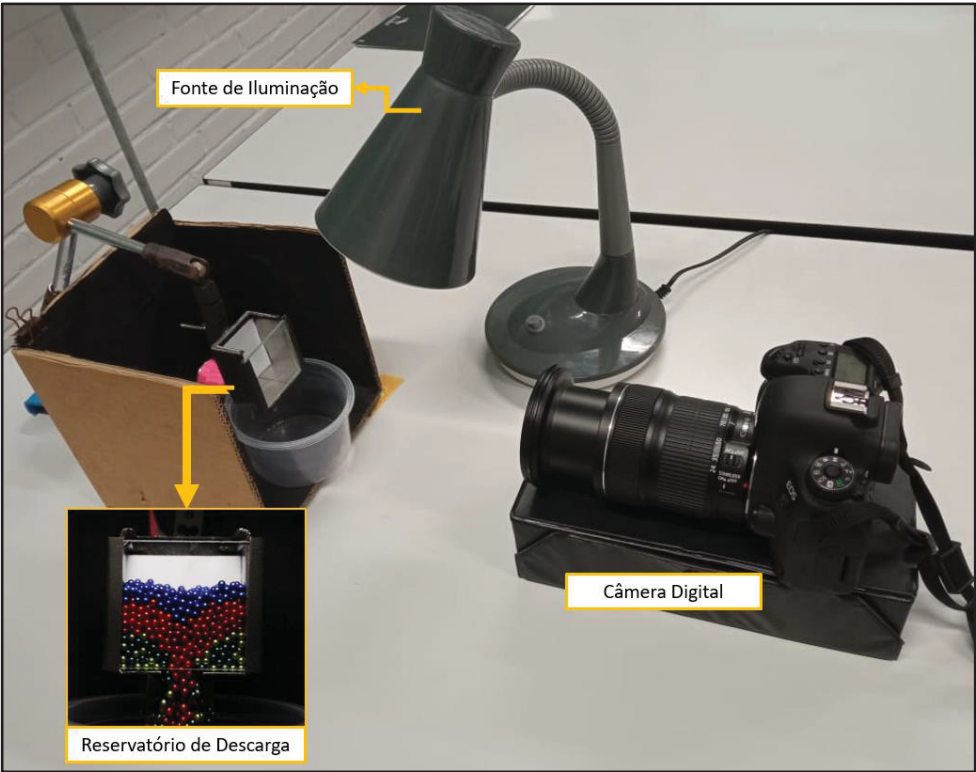
Por fim, a combinação dos materiais apresentados forma o aparato experimental, sendo ele utilizado para as filmagens de descarga de partículas esféricas dentro, o arranjo final desse aparato pode ser visto na Figura 16.

3.2 MÉTODOS

3.2.1 Seleção e Organização dos Dados

Para criar um banco de dados diversificado, foi alterado as condições iniciais das esferas no reservatório, sendo: a fração mássica em cada nível, ou altura, de cor e o tipo de empacotamento inicial. Em cada caso, ou amostra de filmagem, foi realizado uma filmagem do descarregamento do reservatório a partir das condições iniciais especificadas. As condições iniciais foram computadas em uma planilha juntamente com um ID do vídeo que representa a filmagem do descarregamento. Esse ID, serviu tanto para realizar a segmentação por cor das filmagens como também para referenciar os valores saída de cada um dos casos de filmagem, sendo esses dados a curva de taxa mássica.

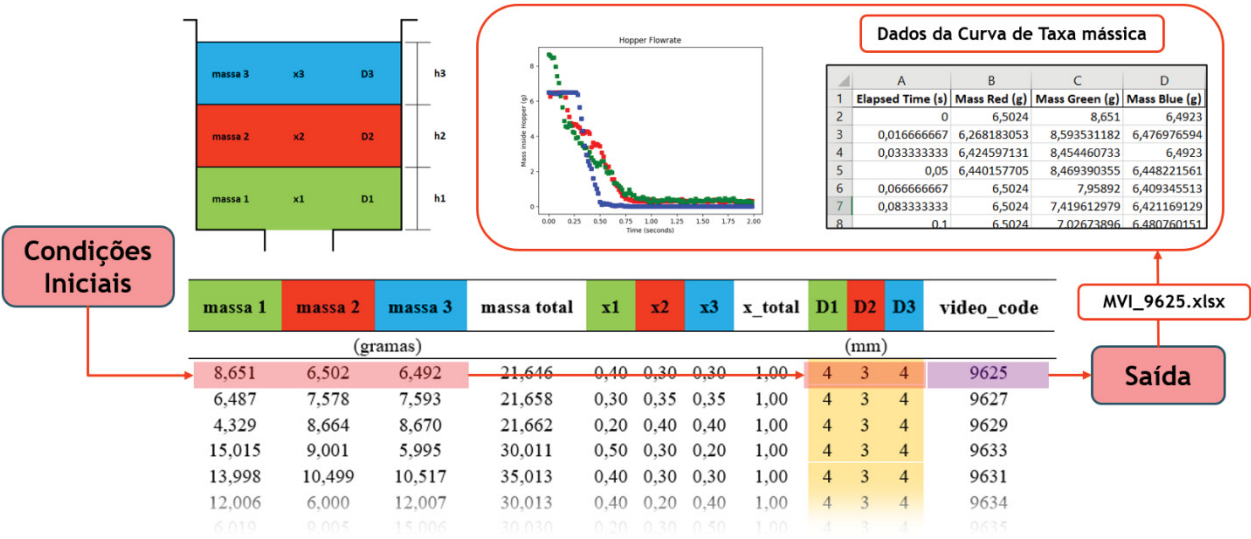
FIGURA 16 – APARATO EXPERIMENTAL PARA COLETA DE DADOS.



FONTE: O autor (2025).

A Figura 17 a seguir esquematiza a organização dos dados bem como o fluxo de informação considerado desde os dados de entrada (condições iniciais) até os dados de saída (dados de curva de taxa mássica).

FIGURA 17 – ESQUEMATIZAÇÃO DO FLUXO DE INFORMAÇÕES DESDE AS CONDIÇÕES INICIAIS ATÉ OS DADOS DE CURVA DE TAXA MÁSSICA PARA CADA AMOSTRA.



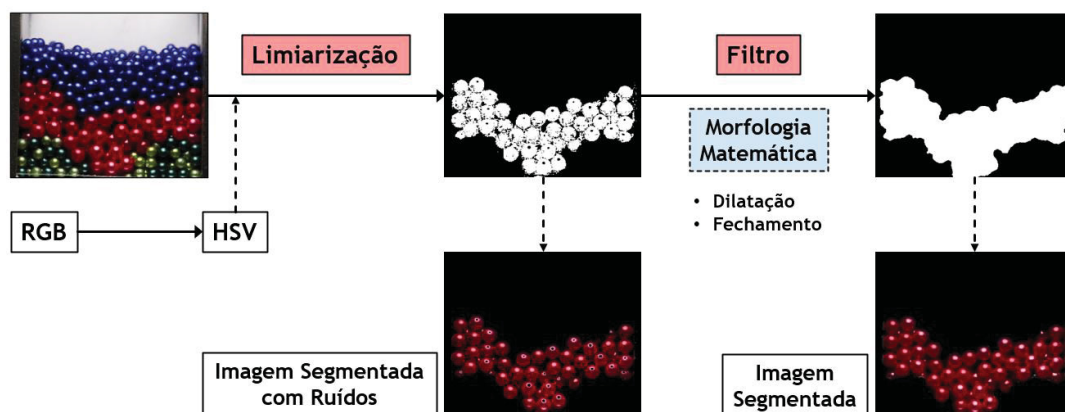
FONTE: O autor (2025).

Como pode ser vista na Figura 17, cada linha da planilha representa os dados de entrada sendo, esses as condições iniciais de cada filmagem, no qual, foi computado as massas experimentais que foram medidas inicialmente em cada nível de cor, com o auxílio de uma balança analítica, antes da filmagem. O diâmetro das esferas em cada nível, formaram uma combinação chamada de padrão de empacotamento, neste trabalho foi considerado quatro combinações de empacotamento inicial que serão melhor discutidas mais à frente. Para cada filmagem a câmera gerou um código de ID, este código referência os vídeos para a segmentação por cor e também referencia as planilhas com os dados de curva de taxa mássica para cada filmagem realizada.

3.2.2 Segmentação por cor no espectro HSV

Para segmentar as partículas de interesse em cada frame das filmagens, foi aplicado a limiarização por cor utilizando-se do espectro de cor HSV. Além disso, foi aplicado uma técnica de morfologia matemática nas mascaras criadas a partir da segmentação, uma operação de dilatação seguida de uma operação de fechamento. O kernel utilizado para a operação de dilatação foi um $k = (3 \times 3)$ de morfologia elíptica e para a operação de fechamento o kernel utilizado foi um $k = (5 \times 5)$ de morfologia elíptica. A Figura 18 esquematiza o fluxo do algoritmo para segmentação da cor vermelha em um frame de uma filmagem.

FIGURA 18 – ESQUEMA DO PROCESSO DE SEGMENTAÇÃO POR COR NO EXPERIMENTO.



FONTE: O autor (2025).

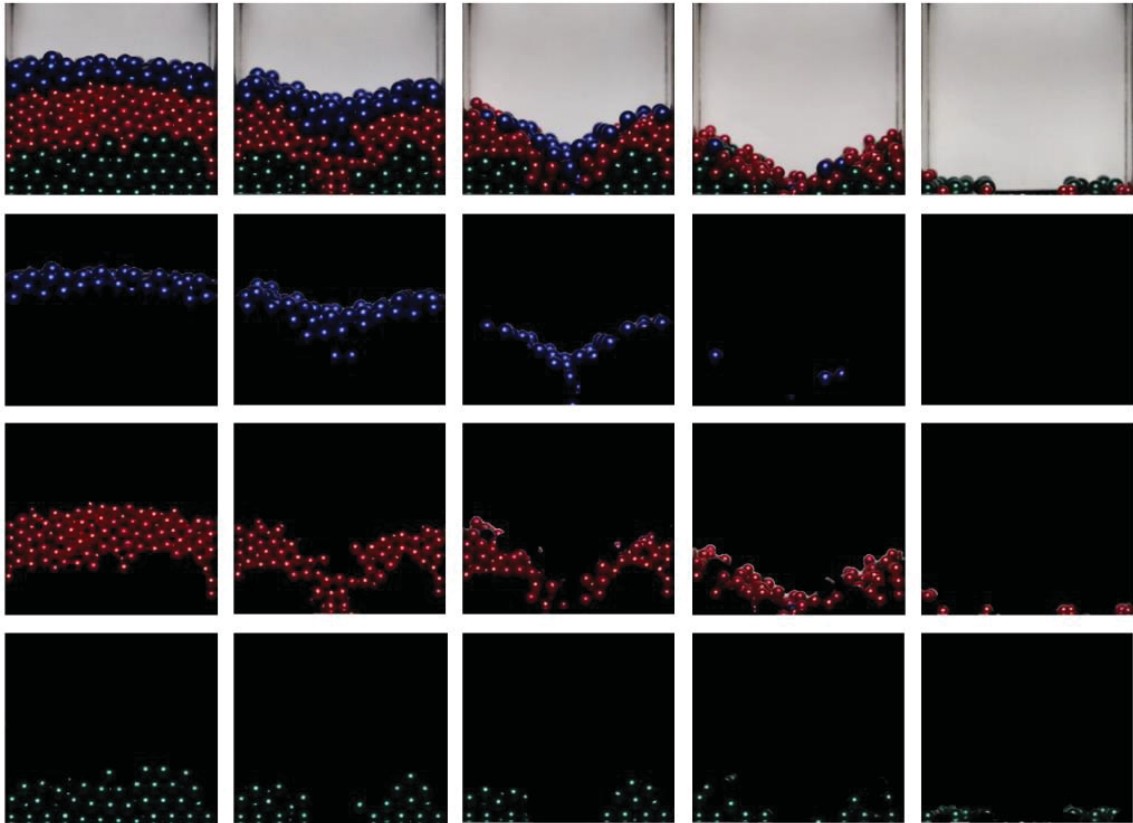
Note na Figura 18, que apenas aplicar a limiarização na imagem não é o suficiente, resultando em uma imagem com ruídos, para corrigir isso foi necessário aplicar as operações de morfologia matemática. A Tabela 6 mostra as melhores condições para a limiarização por cor seguida do número de interações necessárias em cada operação de morfologia matemática na imagem. A Figura 19 apresenta um exemplo de filmagem onde foi realizado a segmentação por cor em cada frame.

TABELA 6 – VALORES DE FAIXAS DO ESPECTRO HSV PARA LIMIARIZAÇÃO POR COR E NÚMERO DE ITERAÇÕES DE DILATAÇÃO E FECHAMENTO QUE MELHOR SEGMENTAM AS PARTÍCULAS.

	Faixa HSV			Nº de Iterações dilatação/fechamento	
	H	S	V	Dilatação	Fecham.
Verde	21 - 94	85-255	0-255	2	3
Azul	114-127	106-255	30-255	2	3
Vermelho	160-179	70-255	30-255	2	3

FONTE: O autor (2025).

FIGURA 19 – FRAMES DE UMA FILMAGEM DE DESCARGA DE GRÃOS COM IMAGENS SEGMENTADAS.

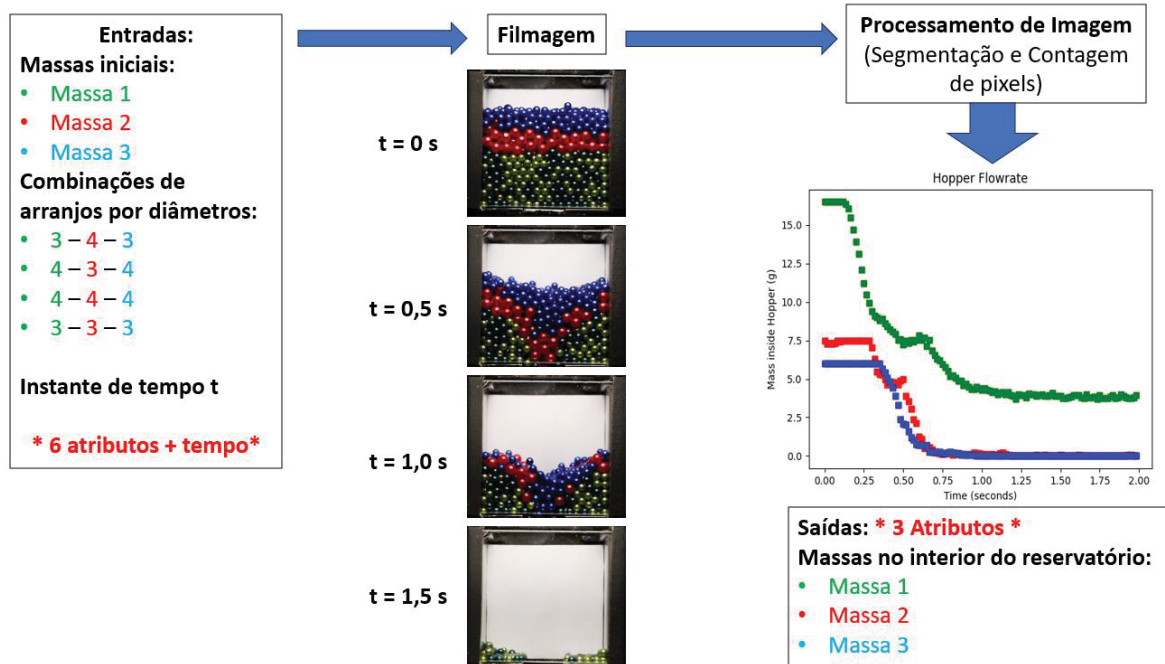


FONTE: O autor (2025).

3.2.3 Obtenção dos dados de curvas de taxa mássica

Um esquema metodológico que define o processo de obtenção dos dados de curvas de taxa mássica é apresentado na figura 20.

FIGURA 20 – ESQUEMATIZAÇÃO DA METODOLOGIA PARA OBTENÇÃO DE DADOS DE MASSA EM RELAÇÃO AO TEMPO NO INTERIOR DE UM RESERVATÓRIO.



FONTE: O autor (2025).

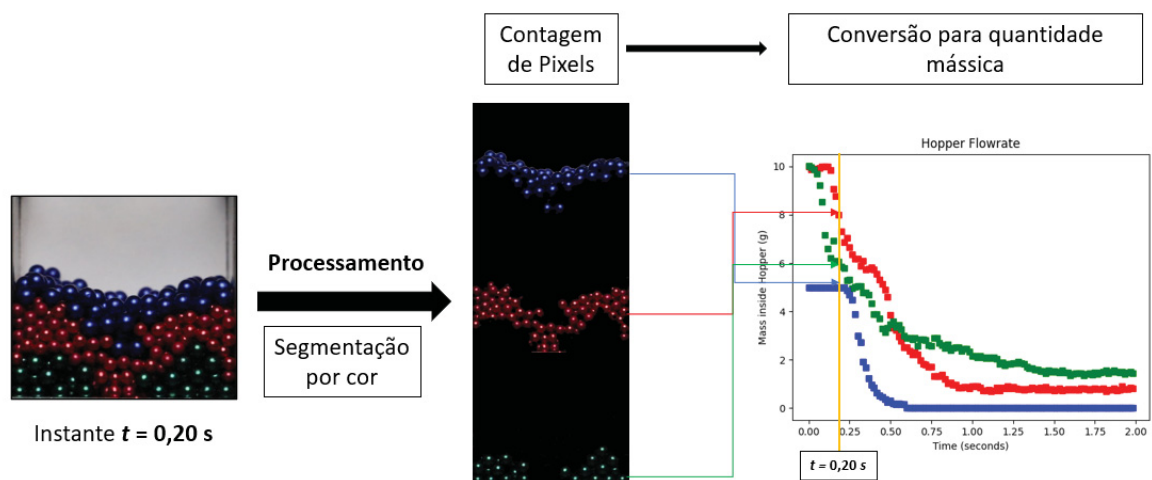
As etapas para a obtenção dos dados seguem-se abaixo:

1. Primeiro foi estabelecido as condições iniciais das partículas no reservatório, como: as massas iniciais para cada conjunto de cor; o diâmetro da partícula em cada nível do empacotamento; e a configuração de cores desse empacotamento;
2. Definidas as condições iniciais, seguiu-se para a etapa de filmagem. Com a ajuda de uma câmera profissional em alta resolução foram feitas as filmagens do processo de descarga. Para todas as gravações, foi ajustado as condições de filmagem da câmera, seu posicionamento e iluminação. Em seguida, a gravação é ligada, após isso, foi aberto a portilha no fundo do reservatório e então a descarga dos grãos é realizada e a filmagem dessa operação é obtida. Isso foi feito para diversos casos uma única vez, somente sendo feita

duplicatas de gravações para alguns casos específicos quando necessário, para posterior análise da reprodutibilidade do experimento;

3. Após a filmagem, as gravações foram convertidas em imagens, uma imagem para cada frame do vídeo, formando um conjunto de imagem para cada vídeo. Cada conjunto de imagem foi salvo em arquivos separados, eliminando as imagens iniciais e finais não uteis, considerando um número estabelecidos de imagem para cada conjunto de imagem como 120 frames em cada um;
4. Cada conjunto de imagens passou por um processamento de imagem, utilizando-se de algoritmos em Python e a biblioteca OpenCV. A partir de uma faixa do espectro de HSV estabelecida, foi possível fixar os pixels referentes as esferas de uma determinada cor. Com isso, foi possível contar os pixels para a imagem dessas esferas, um esquema desse processo pode ser visto na Figura 21;
5. A hipótese empregada nesse trabalho é que a porcentagem de pixels da imagem de grãos esféricos de uma determinada cor é proporcional a quantidade mássica desses grãos no reservatório. Sabendo-se da massa inicial no reservatório, a fração de pixels de uma imagem em um determinado instante de tempo t é multiplicada junta a massa inicial para obter a massa em um instante t .

FIGURA 21 – PROCEDIMENTO PARA A OBTENÇÃO DOS DADOS DE TAXA MÁSSICA A PARTIR DE SEGMENTAÇÃO POR COR E CONTAGEM DE PIXELS.



FONTE: O autor (2025).

3.2.4 Criação de modelos de Redes Neurais Artificiais

Com o banco de dados criado, seguiu-se para os testes com os algoritmos de aprendizado de máquina. Dentre eles foram utilizados dois algoritmos de redes neurais artificiais: a rede neural feedforward com backpropagation (FFB) e rede neural recorrente (RNN). Ambas foram implementadas utilizando a biblioteca do Keras do Tensorflow. Para facilitar a construção dos modelos, foi empregada a API Sequencial do Keras, que permite empilhar as camadas umas nas outras de forma mais intuitiva, sendo uma ferramenta de fácil compreensão para a criação de redes neurais.

Para as redes neurais do tipo FFB, foi utilizado camadas do tipo Dense, testando-se diferentes funções de ativação: ReLU, Tanh e Sigmoid. A arquitetura foi ajustada variando-se os hiperparâmetros, como o número de camadas e neurônios, sendo o desempenho avaliado pela função de perda do erro quadrático médio (MSE). No caso das redes RNN, empregou-se a camada LSTM, com diferentes configurações de camadas e neurônios. A função de ativação utilizada foi a Tanh, por apresentar melhor desempenho com os dados. O treinamento de ambas as redes foi realizado com 50 epochs. O otimizador adotado foi o Adam, devido à sua capacidade de ajustar dinamicamente a taxa de aprendizado durante o treinamento, o que favorece a convergência rápida e estável mesmo em arquiteturas mais complexas. A Tabela 7 apresenta um resumo das camadas, funções de ativação e função de perda utilizadas na construção das arquiteturas.

TABELA 7 – RESUMO DAS CONFIGURAÇÕES UTILIZADAS PARA REDES NEURAIIS ARTIFICIAIS.

Tipo de Rede	Camada	Funções de ativação da camada oculta	Função de perda
FFB	Dense	Relu Tanh Sigmoid	Erro quadrático médio (MSE)
RNN	LSTM	Tanh	Erro quadrático médio (MSE)

FONTE: O autor (2025).

A porcentagem de dados para treinamento, validação e teste das redes neurais foi dividida como, 70% para treinamento, 15% para validação e 15% para teste. Os dados foram estratificados em relação ao padrão de empacotamento, obtendo o mesmo número de amostras de cada empacotamento em cada divisão.

As métricas de análise utilizadas para verificar a performance das redes neurais foram: o erro médio quadrático (MSE) para cada conjunto; curvas de erro vs epochs; coeficiente de determinação (R^2); juntamente com o gráfico de dispersão dos grupos de treinamento, validação e teste.

3.2.5 Análise da precisão e reprodutibilidade experimental

A precisão do método de leitura foi validada a partir da diferença dos valores de massa ao final do processo no reservatório, com os valores de massa computados pelo processamento de imagem para cada componente de cor. As diferenças foram avaliadas a partir da análise de gráfico de dispersão com sua curva de ajuste, determinando se o método de processamento de imagem tende a superestimar ou subestimar os valores de massa real, indicando o viés do método de processamento de imagem. Já a reprodutibilidade do método experimental foi validada comparando as curvas de taxa mássica de diferentes duplicatas experimentais, utilizando o erro absoluto médio (MAE), ponto a ponto, para as curvas de taxa mássica de cada componente de cor, em cada duplicata.

3.2.6 Análise do Padrão de Empacotamento Inicial

O padrão de empacotamento foi estudado neste trabalho afim de verificar se a diferença da combinação dos diferentes diâmetros de esferas em cada nível do reservatório resultaria em uma diferença significativa no comportamento dos dados. Os dados obtidos possuíam quatro grupos de padrões de empacotamento distintos. Para a análise, foi considerado, para cada componente de cor, a massa de esferas obtidas ao final do processo de descarga. Tais valores de massa foram submetidos a análises de variância (ANOVA e teste de Kruskal-Wallis), indicando se os padrões de empacotamento possuem ou não diferenças estatisticamente significativas entre si.

Após a análise de variância, foi empregado um teste post-hoc de Tukey-HSD para Múltiplas Comparações de Médias, evidenciando quais grupos apresentavam maior diferença na massa final de um componente de cor, em relação aos outros grupos. Posteriormente, foi verificado a partir de imagens, os efeitos físicos atrelados a essas diferenças entre os padrões de empacotamento inicial.

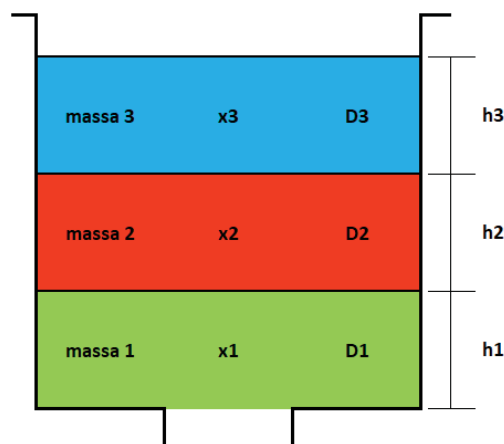
4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Esta seção apresenta e discute os resultados obtidos ao longo deste trabalho. Inicialmente, realizou-se a análise dos dados experimentais, acompanhada de uma verificação quanto a possíveis vieses e erros associados ao método de medição. Em seguida, são apresentados os resultados da análise de variância (ANOVA), que avalia a influência do empacotamento inicial nas curvas de taxa mássica. Por fim, é feita a análise do desempenho de diferentes modelos de redes neurais artificiais, variando-se seus hiperparâmetros. Com o modelo de melhor desempenho, foram testadas as previsões do modelo, e seus resultados foram comparados com as curvas reais por meio de gráficos de dispersão e comparação visual.

4.1 DADOS EXPERIMENTAIS OBTIDOS

A partir dos métodos experimentais de obtenção dos dados, foi realizado as filmagens com base na massa inicial das esferas e de seus diâmetros, com isso, foram obtidos dados de condição inicial em cada filmagem, esses dados iniciais de massa, fração mássica, diâmetro das esferas em cada nível e código de vídeo (ID) podem ser vistos na Tabela 8. Já na Figura 22 é indicado o que cada coluna da Tabela 8 representa.

FIGURA 22 – ILUSTRAÇÃO REPRESENTATIVA PARA CADA UMA DAS VARIÁVEIS DA TABELA 8.



FONTE: O autor (2025).

TABELA 8 – DADOS DE CONDIÇÕES INICIAIS DOS EXPERIMENTOS DE DESCARGA DE GRÃOS PARA CADA VIDEO (AMOSTRA) REALIZADO.

Grupo	Massa 1 (g)	Massa 2 (g)	Massa 3 (g)	Massa Total (g)	Fração Mássica			Vídeo ID (Amostra)	Linha
					x1	x2	x3		
4-4-4	12,002	9,025	9,022	30,049	0,40	0,30	0,30	9700	1
	9,008	10,527	10,504	30,040	0,30	0,35	0,35	9701	2
	6,005	17,994	6,081	30,079	0,20	0,60	0,20	9702	3
	6,018	9,001	14,997	30,016	0,20	0,30	0,50	9706	4
	9,003	9,023	11,991	30,018	0,30	0,30	0,40	9708	5
	15,055	8,993	5,997	30,045	0,50	0,30	0,20	9715	6
	6,028	12,024	12,015	30,068	0,20	0,40	0,40	9717	7
	8,997	12,006	9,011	30,014	0,30	0,40	0,30	9718	8
	12,013	11,999	5,993	30,004	0,40	0,40	0,20	9719	9
	7,520	13,506	9,022	30,048	0,25	0,45	0,30	9744	10
	6,015	15,007	9,025	30,046	0,20	0,50	0,30	9745	11
	9,049	15,024	6,010	30,083	0,30	0,50	0,20	9746	12
	6,006	6,000	18,013	30,020	0,20	0,20	0,60	9747	13
	9,004	6,020	15,000	30,024	0,30	0,20	0,50	9748	14
	12,026	6,013	12,017	30,055	0,40	0,20	0,40	9749	15
	15,006	6,020	9,007	30,033	0,50	0,20	0,30	9750	16
	18,020	6,018	6,013	30,051	0,60	0,20	0,20	9751	17
	10,518	7,508	12,012	30,037	0,35	0,25	0,40	9752	18
	7,502	9,007	13,515	30,023	0,25	0,30	0,45	9753	19
	13,524	7,500	9,020	30,044	0,45	0,25	0,30	9754	20
	12,000	10,523	7,500	30,023	0,40	0,35	0,25	9755	21
	7,505	16,529	6,038	30,072	0,25	0,55	0,20	9756	22
	16,495	7,512	5,991	29,998	0,55	0,25	0,20	9757	23
	7,516	16,526	6,017	30,059	0,25	0,55	0,20	9758	24
	9,021	12,019	9,044	30,083	0,30	0,40	0,30	9759	25
	9,090	9,005	12,018	30,112	0,30	0,30	0,40	9760	26
	12,008	9,006	9,019	30,033	0,40	0,30	0,30	9761	27
	12,005	6,029	12,006	30,039	0,40	0,20	0,40	9762	28
	7,528	13,510	9,001	30,039	0,25	0,45	0,30	9763	29
	12,016	7,511	10,514	30,041	0,40	0,25	0,35	9764	30
4-3-4	15,015	9,001	5,995	30,011	0,50	0,30	0,20	9633	31
	12,006	6,000	12,007	30,013	0,40	0,20	0,40	9634	32
	6,019	9,005	15,006	30,030	0,20	0,30	0,50	9635	33
	6,001	18,020	6,021	30,042	0,20	0,60	0,20	9661	34
	6,005	15,010	9,001	30,016	0,20	0,50	0,30	9662	35
	8,992	5,990	15,079	30,061	0,30	0,20	0,50	9664	36
	18,016	5,990	6,085	30,091	0,60	0,20	0,20	9665	37
	9,037	15,027	6,006	30,070	0,30	0,50	0,20	9666	38
	8,994	12,007	9,001	30,002	0,30	0,40	0,30	9667	39
	6,017	6,002	18,008	30,028	0,20	0,20	0,60	9668	40
	9,012	9,001	12,008	30,021	0,30	0,30	0,40	9669	41
	14,980	6,002	8,994	29,975	0,50	0,20	0,30	9670	42
	10,504	7,498	12,007	30,008	0,35	0,25	0,40	9671	43
	7,495	8,998	13,509	30,001	0,25	0,30	0,45	9672	44
	13,515	7,512	9,007	30,035	0,45	0,25	0,30	9674	45

4-3-4	11,993	10,506	7,502	30,001	0,40	0,35	0,25	9675	46
	7,515	13,505	9,020	30,040	0,25	0,45	0,30	9676	47
	7,505	16,498	6,010	30,013	0,25	0,55	0,20	9677	48
	16,508	7,498	5,996	30,002	0,55	0,25	0,20	9678	49
	7,517	16,507	6,002	30,026	0,25	0,55	0,20	9691	50
	9,003	12,014	9,006	30,023	0,30	0,40	0,30	9692	51
	9,006	9,004	12,008	30,018	0,30	0,30	0,40	9693	52
	12,000	8,989	9,001	29,989	0,40	0,30	0,30	9694	53
	12,096	6,012	12,014	30,122	0,40	0,20	0,40	9695	54
	12,023	9,006	8,994	30,022	0,40	0,30	0,30	9766	55
	9,019	10,508	10,515	30,043	0,30	0,35	0,35	9767	56
	6,007	12,009	12,013	30,028	0,20	0,40	0,40	9768	57
	12,019	9,010	8,998	30,028	0,40	0,30	0,30	9769	58
	9,019	10,501	10,500	30,020	0,30	0,35	0,35	9770	59
	12,000	12,000	6,021	30,021	0,40	0,40	0,20	9771	60
3-4-3	11,997	9,003	8,999	29,999	0,40	0,30	0,30	9644	61
	9,005	10,508	10,505	30,018	0,30	0,35	0,35	9645	62
	6,000	12,015	12,001	30,016	0,20	0,40	0,40	9646	63
	15,002	9,020	6,007	30,030	0,50	0,30	0,20	9647	64
	9,003	10,508	10,510	30,021	0,30	0,35	0,35	9648	65
	12,011	6,004	12,000	30,015	0,40	0,20	0,40	9649	66
	12,004	9,016	9,009	30,029	0,40	0,30	0,30	9652	67
	6,001	9,016	15,003	30,020	0,20	0,30	0,50	9653	68
	12,008	11,998	6,005	30,011	0,40	0,40	0,20	9654	69
	6,005	18,006	6,006	30,017	0,20	0,60	0,20	9655	70
	5,995	14,992	9,002	29,989	0,20	0,50	0,30	9656	71
	9,012	6,021	15,009	30,042	0,30	0,20	0,50	9657	72
	18,006	6,020	6,012	30,039	0,60	0,20	0,20	9658	73
	9,012	15,017	6,008	30,037	0,30	0,50	0,20	9659	74
	9,007	12,013	9,008	30,028	0,30	0,40	0,30	9660	75
	9,002	9,008	12,009	30,018	0,30	0,30	0,40	9679	76
	15,006	5,992	9,000	29,998	0,50	0,20	0,30	9680	77
	6,000	6,019	18,000	30,019	0,20	0,20	0,60	9681	78
	10,506	7,491	12,008	30,004	0,35	0,25	0,40	9682	79
	7,505	8,980	13,505	29,989	0,25	0,30	0,45	9683	80
	13,510	7,491	9,008	30,009	0,45	0,25	0,30	9684	81
	12,001	10,501	7,500	30,002	0,40	0,35	0,25	9685	82
	7,504	13,512	9,013	30,030	0,25	0,45	0,30	9686	83
	7,505	16,512	6,007	30,024	0,25	0,55	0,20	9688	84
	16,494	7,498	5,997	29,989	0,55	0,25	0,20	9689	85
	7,512	16,521	5,999	30,032	0,25	0,55	0,20	9690	86
	9,000	12,000	8,939	29,939	0,30	0,40	0,30	9696	87
	9,003	9,000	12,032	30,035	0,30	0,30	0,40	9698	88
	12,013	9,015	9,019	30,047	0,40	0,30	0,30	9699	89
	12,013	6,021	12,024	30,058	0,40	0,20	0,40	9765	90
3-3-3	11,996	9,010	9,042	30,048	0,40	0,30	0,30	9703	91
	9,002	10,508	10,498	30,009	0,30	0,35	0,35	9709	92
	6,004	18,004	6,009	30,016	0,20	0,60	0,20	9710	93
	5,999	9,011	15,003	30,013	0,20	0,30	0,50	9711	94
	9,014	8,993	12,011	30,019	0,30	0,30	0,40	9712	95
	15,002	9,001	6,014	30,017	0,50	0,30	0,20	9713	96

	6,008	12,009	12,004	30,020	0,20	0,40	0,40	9714	97
	9,003	12,010	9,001	30,014	0,30	0,40	0,30	9721	98
	12,011	12,003	6,008	30,023	0,40	0,40	0,20	9722	99
	7,513	13,508	9,006	30,027	0,25	0,45	0,30	9723	100
	6,002	15,024	9,011	30,036	0,20	0,50	0,30	9724	101
	9,005	15,005	6,009	30,019	0,30	0,50	0,20	9725	102
	5,993	5,997	18,002	29,992	0,20	0,20	0,60	9726	103
	9,010	5,998	15,007	30,014	0,30	0,20	0,50	9727	104
	12,010	6,003	12,006	30,019	0,40	0,20	0,40	9728	105
	15,001	6,002	9,008	30,011	0,50	0,20	0,30	9729	106
3-3-3	18,004	6,005	6,004	30,013	0,60	0,20	0,20	9730	107
	10,512	7,508	12,004	30,023	0,35	0,25	0,40	9731	108
	7,509	9,013	13,512	30,034	0,25	0,30	0,45	9732	109
	13,509	7,510	9,001	30,020	0,45	0,25	0,30	9733	110
	12,003	10,507	7,511	30,021	0,40	0,35	0,25	9735	111
	7,515	16,502	6,020	30,037	0,25	0,55	0,20	9736	112
	16,511	7,510	6,021	30,042	0,55	0,25	0,20	9737	113
	7,509	16,510	6,013	30,033	0,25	0,55	0,20	9738	114
	9,004	12,004	9,005	30,012	0,30	0,40	0,30	9739	115
	9,015	9,001	12,001	30,016	0,30	0,30	0,40	9740	116
	12,010	9,007	9,008	30,025	0,40	0,30	0,30	9741	117
	12,006	6,009	12,002	30,017	0,40	0,20	0,40	9742	118
	7,503	13,510	9,011	30,024	0,25	0,45	0,30	9743	119
	12,005	7,530	10,506	30,041	0,40	0,25	0,35	9734	120

FONTE: O autor (2025).

A massa total de esferas dentro do reservatório sempre foi próxima de 30 gramas, no qual, foi variado apenas a proporção das esferas em cada coloração. A coluna “Grupos” representa o padrão de empacotamento inicial de esferas dentro do reservatório, esse empacotamento estava ligado em como as esferas de diferentes diâmetros eram dispostas em cada camada de cor, por exemplo, o grupo 4-3-4 representa o empacotamento inicial com esferas verdes de 4 mm, dispostas no nível 1, logo acima dessas foi colocado esferas vermelhas de 3 mm e, por fim, esferas azuis de 4 mm dispostas acima dessas. Cada linha possui um ID atribuído aos dados da filmagem obtida com o experimento. Com esse ID foi possível relacionar os dados de curvas de taxa mássica com os dados de condições iniciais. O intervalo para as frações mássicas nunca foi menor do que 20% de valor mássico, isso porque valores menores do que 20% não preenchiam completamente um nível de cor em toda a sua extensão horizontal, o que poderia afetar na leitura pelo método de filmagem.

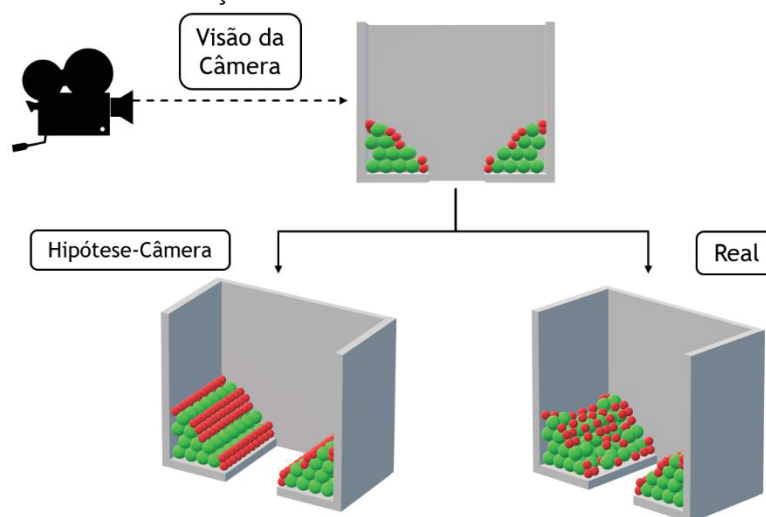
4.2 VIÉS E ERROS DOS PROCEDIMENTOS EXPERIMENTAIS

Apesar do método de processamento de imagem apresentar dados coerentes ao comportamento dinâmico do sistema, através das curvas de taxa mássica, existe um desvio do valor entre a massa real dentro do reservatório e a massa lida pelo método de contagem de pixels.

A hipótese empregada pelo método de leitura foi de que a porcentagem de pixels para uma determinada cor, em cada frame (correspondente a um instante de tempo), era proporcional a porcentagem de massa dentro do reservatório. No entanto, existia uma limitação intrínseca ao instrumento utilizado, no qual, a câmera só podia capturar as imagens em uma única direção do reservatório, no qual, possuía uma tela transparente de vidro, onde era possível visualizar as esferas se despejando.

O que foi considerado, então, foi que as esferas atrás de uma esfera visualizada pela câmera, são da mesma cor, isso era verdade até um certo ponto, mas, conforme as esferas foram se descarregando do reservatório, era inevitável a presença do movimento aleatório das partículas, no qual, o desarranjo das esferas se tornava predominante conforme o seu movimento. A Figura 23 representa este comportamento, diferenciando a perspectiva da câmera da real perspectiva.

FIGURA 23 – DIFERENÇAS ENTRE A PERSPECTIVA REAL E A CONSIDERADA PELA CÂMERA PARA A DISTRIBUIÇÃO DE ESFERAS AO LONGO DO EIXO HORIZONTAL.



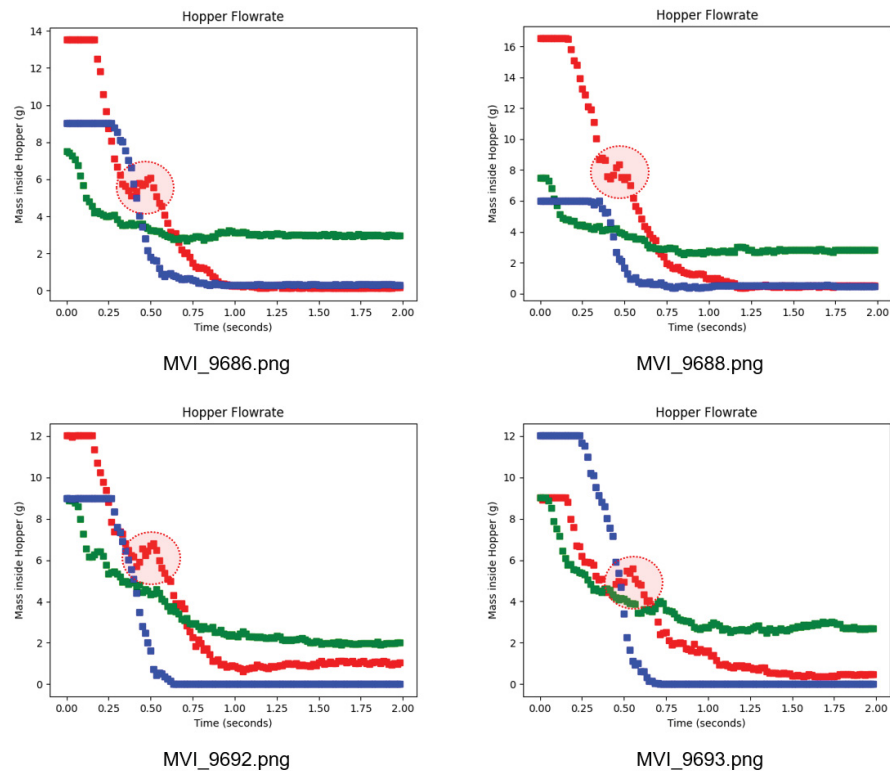
FONTE: O autor (2025).

Para entender o impacto desse problema sobre os dados gerados, é necessário analisar o comportamento das esferas atrelado à perspectiva da câmera,

para entender em qual ponto do processo os desvios da idealidade são significativos. A seguir serão apresentadas as etapas, em detalhes, de como o processo impacta nos dados gerados:

- Primeiro, as esferas são colocadas no reservatório ordenadas em camadas, formando camadas de cor. Após serem colocadas, a saída ao fundo é aberta e então acontece o processo de descarga das partículas, o perfil do fluxo de partículas é típico de um reservatório ou silo, no qual, é criado um funil onde os grãos de cima são descarregados primeiro e as esferas restantes ficam em uma zona de estagnação;
- Conforme as esferas vão se descarregando, elas se desprendem e se misturam com as esferas das camadas mais baixas. À medida que as esferas azuis vão se descarregando elas se misturam com as esferas vermelhas, e isso gera certos “picos” que podem ser vistos nas curvas de taxa mássica para as esferas de cores vermelhas, como mostra na Figura 24. Isso acontece porque quando as esferas azuis se misturam com as esferas vermelhas abaixo, as esferas azuis podem se sobrepor ficando na frente das esferas vermelhas, que não são vistas. Com isso, a câmera só visualiza as esferas azuis, levando ao entendimento de que, se está “sumindo” esferas vermelhas, logo elas estão sendo descarregadas, o que na verdade é considerado um equívoco e um desvio relacionado ao método. Quando as esferas azuis terminam de se descarregar, as esferas vermelhas antes não vistas são reveladas, assim, aumentando a porcentagem de pixels para esta cor, e então, mostrando um pequeno pico na curva de taxa mássica para as esferas vermelhas, que coincide com a inflexão da curva para a taxa mássica de esferas azuis quando descarregadas;
- O mesmo acontece com a curva de taxa mássica para as esferas verdes em alguns casos. Conforme as esferas vermelhas vão se descarregando, vão reaparecendo esferas verdes que antes não eram vistas, gerando também um pequeno pico na curva de taxa mássica verde, coincidindo também com a inflexão da curva vermelha;

FIGURA 24 – EXEMPLOS DE PICOS EM CURVAS DE TAXA MÁSSICA, ATRELADOS AO EFEITO DE REAPARECIMENTO DE ESFERAS VERMELHAS QUE ANTES ESTAVAM ESCONDIDAS. PELAS ESFERAS AZUIS.



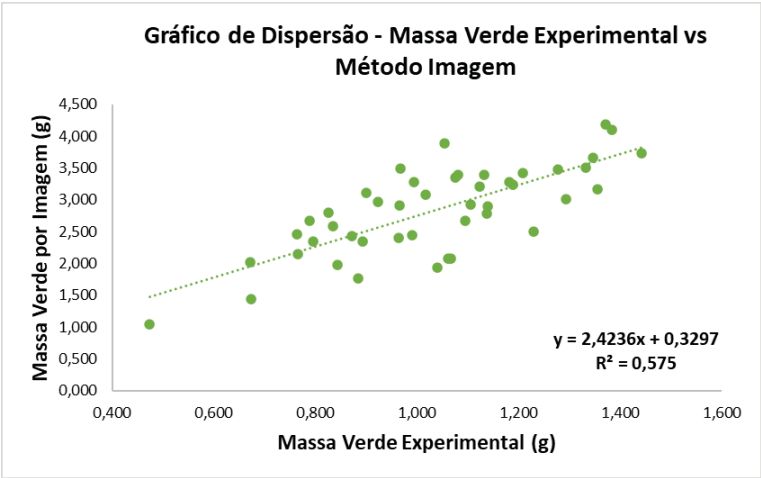
FONTE: O autor (2025).

- Conforme o processo vai chegando ao final, algumas partículas vermelhas que ficaram no reservatório começam a se misturar com as partículas verdes por um movimento aleatório das partículas, conforme a filmagem ocorre, a visão das esferas remanescentes no reservatório é limitada apenas as esferas que ficam na frente e parcialmente pode ser visto as esferas que ficam atrás, sendo possível visualizá-las apenas por uma questão de profundidade na imagem.

4.2.1 Precisão do Método de Processamento de Imagem

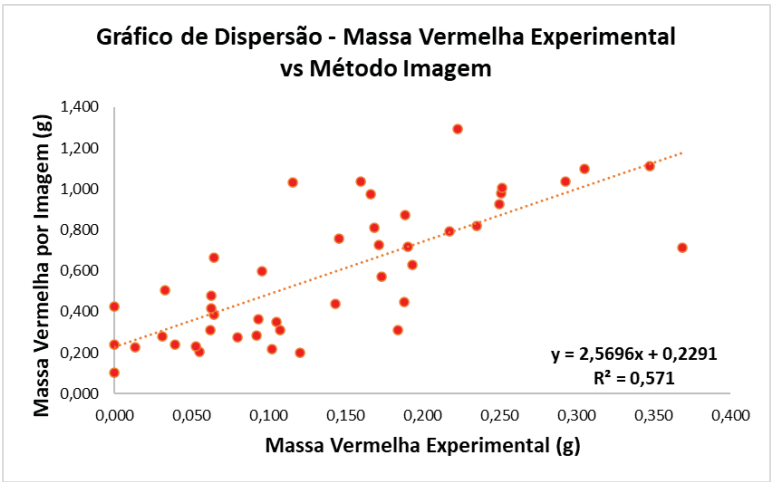
A fim de avaliar a precisão do método de obtenção das massas por imagem nas frações coloridas, foram elaborados gráficos de dispersão correlacionando as massas obtidas experimentalmente com aquelas lidas a partir das imagens processadas. A Figura 25, 26, 27 e 28 apresentam os gráficos de dispersão das massas finais obtidas experimentalmente, comparadas com as correspondentes estimativas geradas pelo processamento das imagens.

FIGURA 25 – GRÁFICO DE DISPERSÃO PARA MASSAS FINAIS DE ESFERAS VERDES.



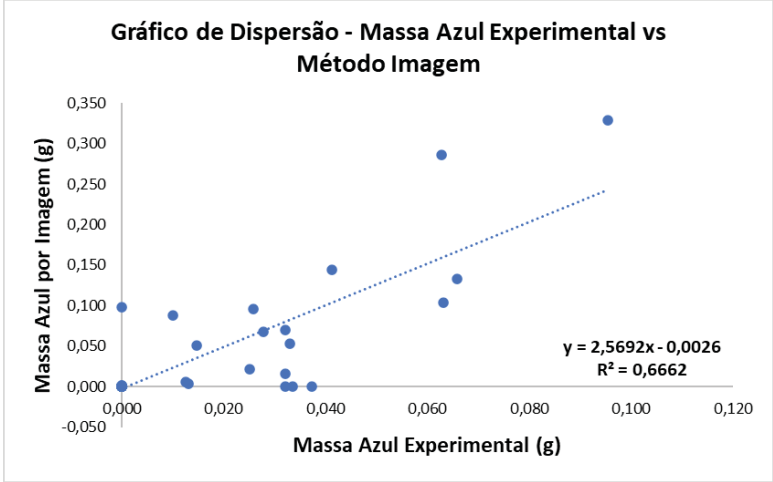
FONTE: O autor (2025).

FIGURA 26 – GRÁFICO DE DISPERSÃO PARA MASSAS FINAIS DE ESFERAS VERMELHAS.



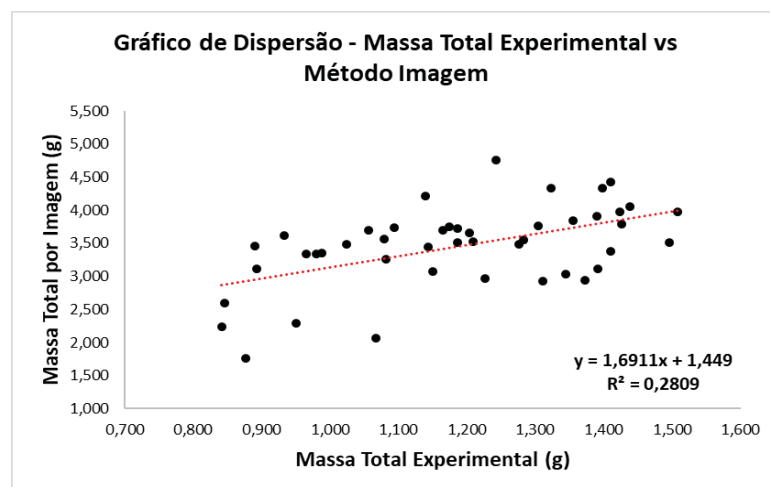
FONTE: O autor (2025).

FIGURA 27 – GRÁFICO DE DISPERSÃO PARA MASSAS FINAIS DE ESFERAS AZUIS.



FONTE: O autor (2025).

FIGURA 28 – GRÁFICO DE DISPERSÃO PARA MASSAS FINAIS TOTAIS.



FONTE: O autor (2025).

Com base nas Figuras 25, 26 e 27, em todas as análises, observou-se uma correlação linear positiva, com tendência à superestimação dos valores pelo método de imagem. Para a massa verde, a relação foi razoavelmente consistente, com um coeficiente de determinação (R^2) de 0,575 e a equação da reta $y = 2,4236x + 0,3297$. Isso indica que o método de imagem estimou massas aproximadamente 2,4 vezes superiores às experimentais, além de apresentar um desvio fixo de cerca de 0,33 g. Embora a correlação não seja tão forte, ela ainda evidencia a tendência do método em superestimar os valores. No caso da massa vermelha, a correlação foi semelhante, com R^2 de 0,571 e equação da reta $y = 2,5696x + 0,2291$. A superestimação manteve-se próxima de 2,5 vezes em relação aos valores experimentais, com um deslocamento de aproximadamente 0,23 g. Já para a massa azul, foi gerado um coeficiente de determinação um pouco superior, com R^2 de 0,6662 e equação $y = 2,5692x - 0,0026$. A inclinação da reta indica, novamente, uma superestimação de aproximadamente 2,5 vezes, embora com intercepto praticamente nulo. Mesmo com uma correlação moderada, estes resultados são coerentes, demonstrando a suscetibilidade do método em superestimar valores de massa.

A Figura 28 apresenta o gráfico de dispersão entre as massas totais obtidas experimentalmente (soma das três componentes de cores) com e aquelas estimadas pelo método de processamento de imagem. A análise de regressão linear resultou na equação $y = 1,6911x + 1,449$, com coeficiente de determinação $R^2 = 0,2809$. Esse valor indica que apenas cerca de 28% da variabilidade nas massas estimadas por imagem é explicada pelas massas experimentais. A fraca correlação está atrelada a

aleatoriedade em que as esferas se depositam ao final do processo. Supõe-se que, à medida que o processo de descarregamento avança, a desorganização crescente das partículas intensifique a discrepância entre os valores reais e os estimados. Assim, é plausível que os maiores erros ocorram nas etapas finais, quando a complexidade visual e o grau de sobreposição aumentam.

Uma vez que as esferas tendem a se desorganizarem mais acentuadamente ao final do processo, seria interessante, em trabalhos futuros, que seja coletado dados experimentais em diferentes instantes do processo, não apenas ao final. Isso permitiria avaliar com maior profundidade como a discrepância entre os métodos evolui ao longo do tempo, fornecendo subsídios para melhorar o modelo e compreender em que estágio do processo o erro tende a se acentuar.

Apesar desses desvios, o movimento descrito nas curvas de taxa mássica a partir da contabilização de pixels são condizentes com a realidade e com os experimentos de Jian e Gao (2023) onde descrevem a mesma metodologia para estimar as curvas de taxa de área de pixels para um processo de descarga.

4.2.2 Análise de Reprodutibilidade do Experimento

Feita a análise da precisão para o método experimental, foi avaliado sua reprodutibilidade, verificando quão consistentes são as medições quando repetidas sob as mesmas condições. A análise da reprodutibilidade foi realizada a partir do cálculo do Erro Absoluto Médio (MAE) entre as curvas de taxa mássica obtidas nas duplicatas de cada experimento. O MAE foi escolhido como principal métrica por fornecer uma estimativa clara e direta do erro médio ponto a ponto entre as duas leituras realizadas em duplicata. A Tabela 9 apresenta o erro médio absoluto entre as curvas de taxa mássica de duplicatas para cada cor de partícula, bem como, valores estatísticos relacionados a essas diferenças.

TABELA 9 - ERRO ABSOLUTO MÉDIO ENTRE MASSAS
FINAIS DE DUPLICATAS.

Duplicatas (ID Code)		Erro Absoluto Médio (gramas)		
		Verde	Vermelho	Azul
9700	9761	0,586	0,393	0,204
9708	9760	0,399	0,270	0,241
9718	9759	0,261	0,287	0,166
9744	9763	0,323	0,326	0,332
9749	9762	0,361	0,322	0,418
9756	9758	0,324	0,482	0,198
9634	9695	0,387	0,361	0,433
9667	9692	0,220	0,250	0,082
9669	9693	0,353	0,343	0,241
9677	9691	0,235	0,522	0,041
9694	9769	1,504	0,457	0,293
9767	9770	0,225	0,423	0,159
9644	9652	0,204	0,314	0,172
9645	9648	0,274	0,133	0,319
9649	9765	0,646	0,397	0,316
9660	9696	0,384	0,333	0,290
9679	9698	0,313	0,483	0,223
9703	9741	0,216	0,272	0,047
9712	9740	0,643	0,287	0,366
9721	9739	0,733	0,298	0,196
9723	9743	0,972	0,240	0,137
9728	9742	0,587	0,290	0,129
9736	9738	0,390	0,183	0,078
Média (gramas)		0,458	0,333	0,221
Desvio Padrão		0,301	0,097	0,112

FONTE: O autor (2025).

De modo geral, os valores de MAE obtidos foram moderadamente baixos, sugerindo uma boa reprodutibilidade do método, ou seja, quando realizada uma duplicata, os experimentos com as mesmas condições experimentais resultarão em curvas de taxa mássica parecidas. Valores mais próximos de zero indicam que, em média, as duplicatas apresentaram pequenas discrepâncias ao longo de toda a curva, refletindo a consistência e precisão da metodologia empregada

Embora o método experimental seja reprodutível, há uma variabilidade intrínseca que pode influenciar as medições, especialmente para as partículas verdes e vermelhas. Essa variabilidade pode estar associada a uma pequena aleatoriedade de como as esferas se depositam ao fundo do reservatório ao final do processo, neste caso a câmera pode enxergar mais ou menos esferas para um mesmo caso

dependendo de quais partículas estão mais a frente ou mais visíveis. Apesar disso, as esferas tem uma tendência de comportamento a se depositarem em uma determinada quantidade dependendo do tipo de empacotamento inicial devido ao efeito de segregação por percolação, efeito este que será discutido na próxima sessão.

4.3 DIFERENÇAS ENTRE PADRÕES DE EMPACOTAMENTO

No experimento, foram utilizados diferentes padrões de empacotamento inicial, variando o diâmetro das esferas de acordo com a coloração e a altura no empacotamento. Com isso, foram gerados os seguintes padrões: 4 – 3 – 4 (esferas verdes de 4 mm, esferas vermelhas de 3 mm e esferas azuis de 4 mm), 4 – 4 – 4, 3 – 4 – 3 e 3 – 3 – 3. As diferenças entre esses padrões foram avaliadas com base na massa final das esferas de cada coloração. Primeiramente, foi avaliado como os diferentes padrões de empacotamento influenciam a massa final das esferas verdes, uma vez que elas foram as mais afetadas pelo tipo de esferas posicionadas acima delas. A Figura 29 apresenta, em um único gráfico, todas as curvas de taxa mássica para as observações realizadas em cada amostra. Ao lado desse gráfico, é mostrada a distribuição da massa final das esferas verdes de todos os grupos. Logo abaixo, são apresentadas as curvas de taxa mássica de acordo com cada grupo, acompanhadas do respectivo gráfico de distribuição da massa final. Os dados estatísticos de cada grupo são apresentados na Tabela 10.

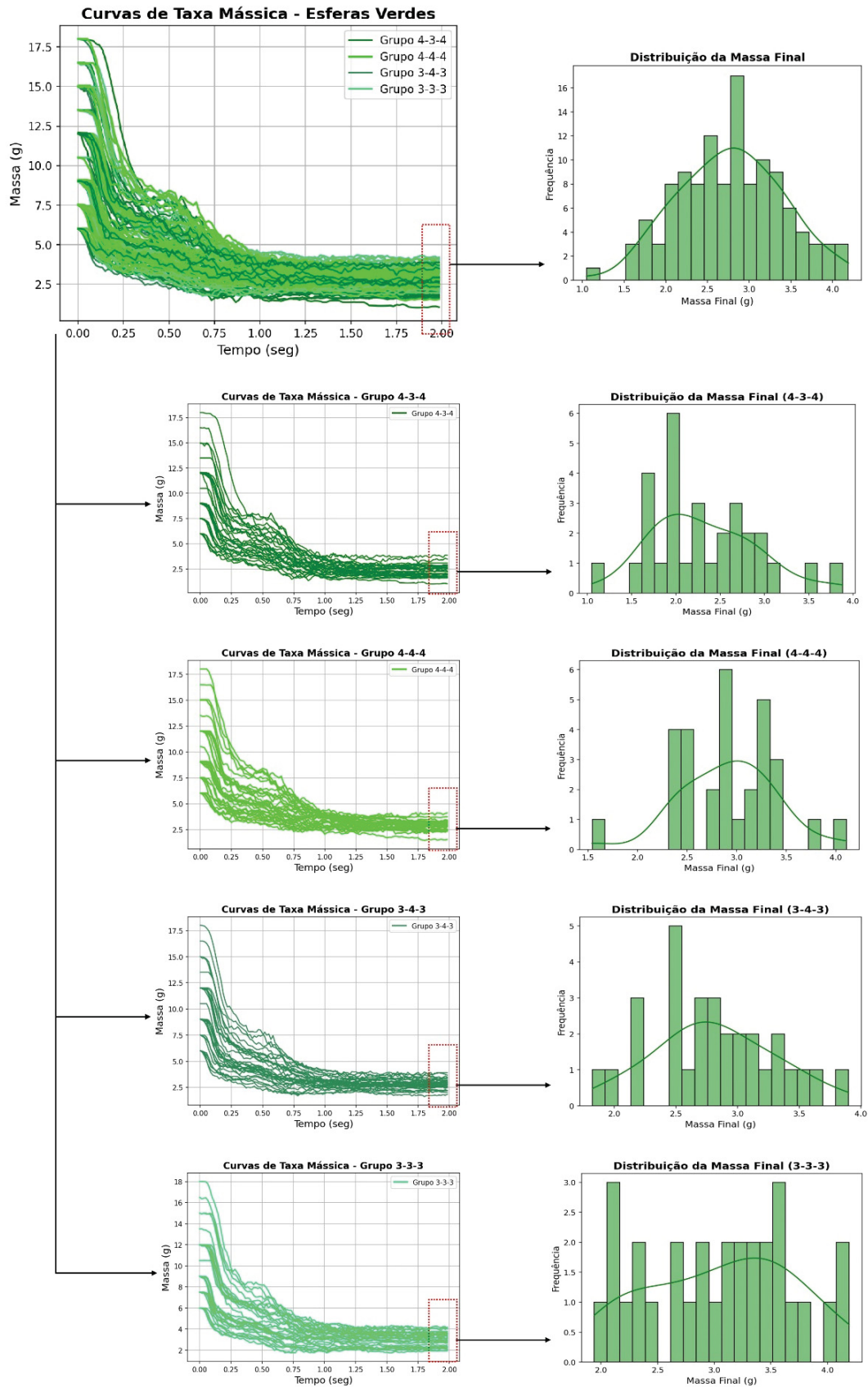
TABELA 10 - DADOS DE MÉDIA, DESVIO PADRÃO E VARIÂNCIA PARA A MASSA FINAL DE ESFERAS VERDES EM CADA GRUPO.

Grupo	Média (g)	Desvio Padrão	Variância
4-3-4	2,32	0,61	0,37
4-4-4	2,91	0,50	0,25
3-4-3	2,81	0,49	0,24
3-3-3	3,06	0,65	0,42

FONTE: O autor (2025).

Uma abordagem para se avaliar se o empacotamento inicial influencia ou não na massa final de descarga foi realizar uma análise de variância (ANOVA) para os quatro grupos estudados. A ANOVA avaliou a hipótese de se existe ao menos um tipo de empacotamento que é estatisticamente diferente dos outros.

FIGURA 29 – CURVAS DE TAXA MÁSSICA PARA ESFERAS VERDES E DIAGRAMAS DE DISTRIBUIÇÃO DE MASSA FINAL PARA OS DIFERENTES GRUPOS DE EMPACOTAMENTO INICIAL.



FONTE: O autor (2025).

Com base na Figura 29, foi possível visualizar que a distribuição de massas finais possui uma distribuição normal, sendo essa uma das condições para se realizar a ANOVA. A segunda condição para a ANOVA foi verificar a homogeneidade das variâncias, neste caso, foi utilizado o teste de Levene, considerando um nível de significância de 0,05. Os resultados do teste mostraram um valor de Estatística F = 1,78 e um valor-p = 0,15, o que é maior do que 0,05, com isso, consideramos a hipótese nula (H0) que indica que há uma homogeneidade das variâncias.

Por fim, foi realizado o teste de ANOVA com o nível de significância de 0,05, com os resultados de Estatística F = 9,74 e p-valor = $8,80 \times 10^{-6}$, (sendo muito menor do que 0,05), assim, descartamos a hipótese nula (H0). Isso significa que há diferenças estatisticamente significativas entre os grupos, ou seja, o tipo de empacotamento influencia significativamente a massa final. Os dados dos testes de Levene e ANOVA são mostrados na Tabela 11.

TABELA 11 - ESTATÍSTICA F E VALOR-P PARA OS TESTES DE LEVENE E ANOVA

Teste	Estatística F	Valor-p
Levene	1,78	0,15
ANOVA	9,74	8,80E-06

FONTE: O autor (2025).

Após o teste de ANOVA, foi feito um teste post-hoc para identificar quais grupos possuem diferenças estatisticamente significativas. O teste utilizado foi o de Tukey HSD para comparações de múltiplos grupos. O nível de significância foi de 0,05 para o teste e os resultados gerados no Python são apresentados na Tabela 12.

TABELA 12 - TESTE TUKEY-HSD PARA MÚLTIPLAS COMPARAÇÕES DE MÉDIAS PARA AS MASSAS FINAIS DE ESFERAS VERDES DEPENDENDO DO EMPACOTAMENTO.

group1	group2	meandiff	p-adj	lower	upper	reject
3-3-3	3-4-3	-0,245	0,344	-0,626	0,137	False
3-3-3	4-3-4	-0,744	0,000	-1,125	-0,362	True
3-3-3	4-4-4	-0,146	0,751	-0,527	0,235	False
3-4-3	4-3-4	-0,499	0,005	-0,881	-0,118	True
3-4-3	4-4-4	0,099	0,907	-0,283	0,480	False
4-3-4	4-4-4	0,598	0,001	0,217	0,979	True

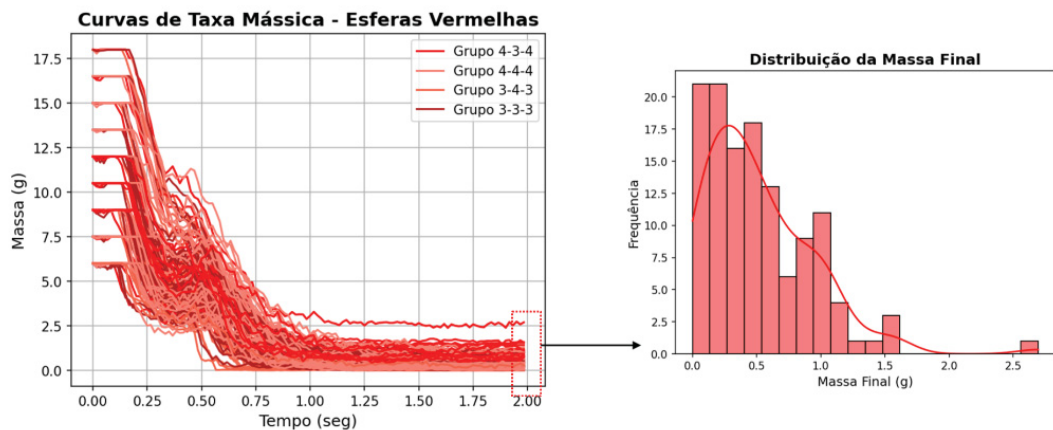
FONTE: O autor (2025).

LEGENDA: p-adj: valor-p ajustado – meandiff: diferença média entre os grupos – lower e upper: limite inferior e superior do intervalo de confiança (95%) – reject: resultado lógico do teste de hipótese.

Os resultados indicaram que o grupo 4-3-4 apresentou uma média menor em comparação aos grupos 3-3-3 ($p\text{-adj} = 0,000$) e 3-4-3 ($p\text{-adj} = 0,005$). Além disso, o grupo 4-4-4 mostrou uma média significativamente maior que o grupo 4-3-4 ($p\text{-adj} = 0,001$). Não foram observadas diferenças significativas entre os grupos 3-3-3 e 3-4-3 ($p\text{-adj} = 0,344$), 3-3-3 e 4-4-4 ($p\text{-adj} = 0,751$) ou 3-4-3 e 4-4-4 ($p\text{-adj} = 0,907$). Esses resultados sugerem que o empacotamento inicial influencia na massa final de descarga, com o grupo 4-3-4 apresentando maior diferença entre eles.

Além da análise para as esferas verdes, foi verificado a distribuição de massa final para as esferas vermelha e azuis, considerando as massas em todos os quatro grupos, essas distribuições são vistas nas Figuras 30 e 31. Os dados estatísticos de média, desvio padrão e variância para os grupos de cores vermelhos é apresentado na Tabela 13 e as informações para a cor azul está na Tabela 14.

FIGURA 30 – CURVAS DE TAXA MÁSSICA E DIAGRAMA DE DISTRIBUIÇÃO DE MASSA FINAL PARA ESFERAS DE COR VERMELHA.



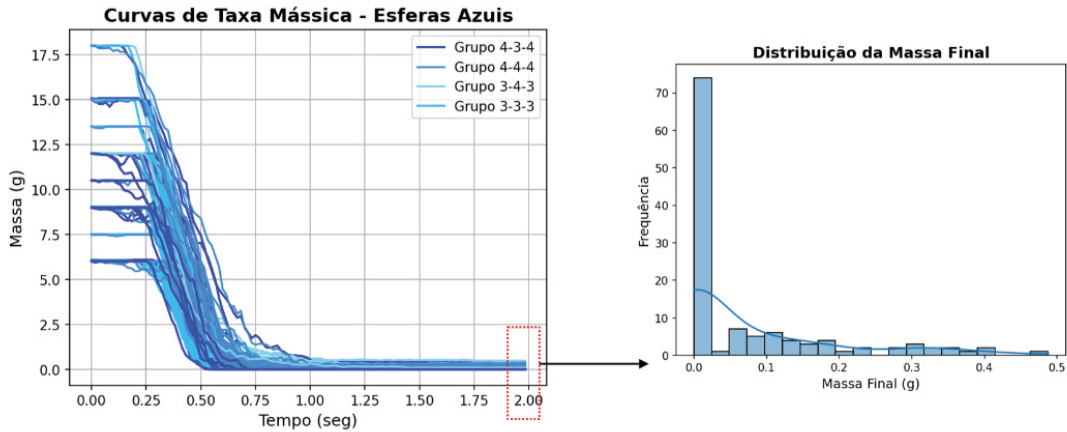
FONTE: O autor (2025).

TABELA 13 - DADOS DE MÉDIA, DESVIO PADRÃO E VARIÂNCIA PARA A MASSA FINAL DE ESFERAS VERMELHAS EM CADA GRUPO.

Grupo	Média (g)	Desvio Padrão	Variância
4-3-4	0,91	0,50	0,25
4-4-4	0,50	0,34	0,11
3-4-3	0,23	0,21	0,04
3-3-3	0,46	0,32	0,11

FONTE: O autor (2025).

FIGURA 31 – CURVAS DE TAXA MÁSSICA E DIAGRAMA DE DISTRIBUIÇÃO DE MASSA FINAL PARA ESFERAS DE COR AZUL.



FONTE: O autor (2025).

TABELA 14 - DADOS DE MÉDIA, DESVIO PADRÃO E VARIÂNCIA PARA A MASSA FINAL DE ESFERAS AZUIS EM CADA GRUPO.

Grupo	Média (g)	Desvio Padrão	Variância
4-3-4	0,02	0,08	0,01
4-4-4	0,05	0,10	0,01
3-4-3	0,17	0,14	0,02
3-3-3	0,03	0,05	0,00

FONTE: O autor (2025).

Como pode ser visto nas Figuras 30 e 31, os dois diagramas de massas finais para cada cor não seguem uma distribuição normal. As massas finais para esferas vermelhas possuem uma assimetria positiva, já para as esferas azuis, sua massa final se concentra no eixo 0. Como os dados não seguem uma distribuição normal, foi utilizado o teste de Kruskal-Wallis, que é análogo à ANOVA. Os resultados dos testes são apresentados a seguir na Tabela 15.

TABELA 15 - ESTATÍSTICA F E VALOR-P PARA O TESTE DE KRUSKAL-WALLIS COM AS MASSAS FINAIS VERMELHAS E AZUIS.

Cor	Teste de Kruskal-Wallis	
	Estatística F	Valor-p
Vermelho	40,78	7,28E-09
Azul	41,32	5,60E-09

FONTE: O autor (2025).

Em ambos os casos o valor-p deu muito abaixo do nível de significância de 0,05, indicando que os tipos de empacotamento influenciam da massa final tanto para as esferas vermelhas como para as azuis. Logo em seguida, foi feito o teste de Tukey-HSD para os dois grupos e os resultados são apresentados nas Tabelas 16 e 17.

TABELA 16 - TESTE TUKEY-HSD PARA MÚLTIPLAS COMPARAÇÕES DE MÉDIAS PARA AS MASSAS FINAIS DE ESFERAS VERMELHAS DEPENDENDO DO EMPACOTAMENTO.

group1	group2	meandiff	p-adj	lower	upper	reject
3-3-3	3-4-3	-0,228	0,072	-0,470	0,014	False
3-3-3	4-3-4	0,451	0,000	0,209	0,692	True
3-3-3	4-4-4	0,044	0,966	-0,198	0,285	False
3-4-3	4-3-4	0,679	0,000	0,437	0,921	True
3-4-3	4-4-4	0,272	0,021	0,030	0,514	True
4-3-4	4-4-4	-0,407	0,000	-0,649	-0,165	True

FONTE: O autor (2025).

LEGENDA: p-adj: valor-p ajustado – meandiff: diferença média entre os grupos – lower e upper: limite inferior e superior do intervalo de confiança (95%) – reject: resultado lógico do teste de hipótese.

TABELA 17 - TESTE TUKEY-HSD PARA MÚLTIPLAS COMPARAÇÕES DE MÉDIAS PARA AS MASSAS FINAIS DE ESFERAS AZUIS DEPENDENDO DO EMPACOTAMENTO.

group1	group2	meandiff	p-adj	lower	upper	reject
3-3-3	3-4-3	0,144	0,000	0,078	0,210	True
3-3-3	4-3-4	-0,008	0,990	-0,074	0,058	False
3-3-3	4-4-4	0,024	0,784	-0,042	0,090	False
3-4-3	4-3-4	-0,152	0,000	-0,218	-0,085	True
3-4-3	4-4-4	-0,120	0,000	-0,186	-0,054	True
4-3-4	4-4-4	0,032	0,600	-0,035	0,098	False

FONTE: O autor (2025).

LEGENDA: p-adj: valor-p ajustado – meandiff: diferença média entre os grupos – lower e upper: limite inferior e superior do intervalo de confiança (95%) – reject: resultado lógico do teste de hipótese.

A análise revelou diferenças estatisticamente significativas nas massas finais das esferas vermelhas e azuis em função do empacotamento. Para as esferas vermelhas, observou-se que o empacotamento 4-3-4 resultou em massas finais significativamente maiores em comparação com os empacotamentos 3-3-3, 3-4-3 e 4-4-4 ($p\text{-adj} = 0,000$). Além disso, foi verificado que o grupo 4-4-4 tem uma média maior do que o grupo 3-4-3 ($p\text{-adj} = 0,021$). No entanto, as demais comparações não apresentaram diferenças estatisticamente significativas, indicando que os outros arranjos possuem massas finais similares entre si.

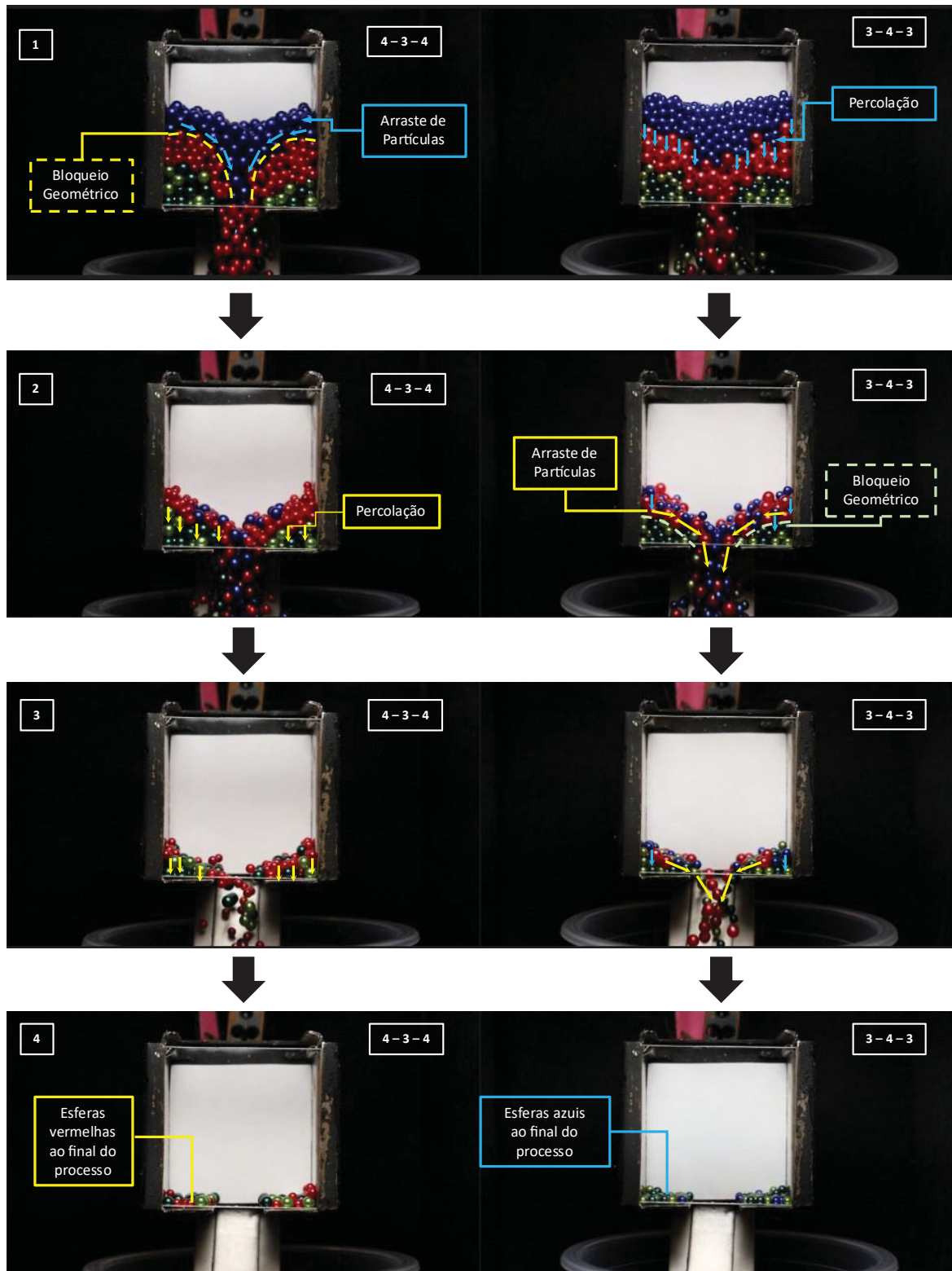
Para as esferas azuis, verificou-se que o empacotamento 3-4-3 levou a massas significativamente maiores de esferas azuis ao fim do processo, em comparação aos demais empacotamentos, todos levando a um p -valor ajustado (p -adj) igual a 0,000. As demais comparações não indicaram diferenças estatísticas relevantes, sugerindo que os outros arranjos possuem efeitos semelhantes sobre as massas finais dessas esferas.

4.4 EFEITO DE PERCOLAÇÃO

Os dados estatísticos mostraram que o 4-3-4 possui uma clara diferença entre os outros padrões de empacotamento, principalmente quando se invertiam os diâmetros nas camadas, como no caso do grupo 3-4-3. Mas, para analisar essas diferenças experimentais e compreender como a variação de diâmetro nos empacotamentos influencia de maneira física o fluxo de massa dentro do reservatório, foram comparados dois experimentos: um com o padrão de empacotamento 4-3-4 e outro com o padrão 3-4-3. Em ambos os casos, foi utilizado a mesma quantidade, em massa, de esferas verdes, vermelhas e azuis. A Figura 32 ilustra, em cada etapa do descarregamento, como a diferença nos diâmetros das partículas afeta o movimento dos sólidos, estes efeitos visualizados nesta figura podem ser explicados a seguir:

- **Bloqueio Geométrico:** Quando partículas menores estão na parte inferior e partículas maiores estão acima, pode ocorrer uma barreira que impede a infiltração das partículas maiores. Isso acontece porque as partículas pequenas ocupam os espaços intersticiais e criam uma estrutura compacta, reduzindo os vazios onde as partículas grandes poderiam cair;
- **Arraste de Partículas:** Com o bloqueio geométrico na camada inferior, as esferas acima podem sofrerem um efeito de força de arraste proveniente do movimento das esferas que ficam abaixo, isso acontece pelo efeito de convecção granular, onde as esferas menores podem acabar arrastando esferas de maior diâmetro;
- **Percolação:** É um fenômeno que acontece quando partículas de diâmetro menor conseguem se infiltrar pelos interstícios entre partículas maiores.

FIGURA 32 – DIFERENÇAS DO MOVIMENTO DE PARTÍCULAS ENTRE OS GRUPOS 4-3-4 E 3-4-3.



FONTE: O autor (2025).

Explicados os efeitos visualizados no experimento, podemos entender o que acontece etapa por etapa na Figura 32:

1.

- a. [4-3-4]: Na primeira etapa, para o experimento com padrão 4-3-4, a camada de esferas vermelhas cria um bloqueio geométrico que impede a infiltração das esferas azuis, além disso, as esferas vermelhas contribuem para o descarregamento das esferas azuis pelo efeito de arraste de partículas;
- b. [3-4-3]: Para o experimento com padrão 3-4-3, a camada de esferas vermelhas sofre o efeito de percolação das esferas azuis que se infiltram nos interstícios dessa camada.

2.

- a. [4-3-4]: Na segunda etapa, após a maioria das esferas azuis terem descarregado, as esferas vermelhas começam a realizar o efeito de percolação sob a camada de esferas verdes;
- b. [3-4-3]: Depois de uma parte das esferas azuis terem conseguido se infiltrar na camada de esferas vermelhas, as esferas vermelhas acabam não conseguindo fazer o mesmo na camada de baixo pelo efeito de bloqueio geométrico, com isso, o efeito de arraste de partículas acaba sendo gerado pelas esferas menores, as esferas azuis neste caso ainda continuam a percolação.

3.

- a. [4-3-4]: As esferas azuis se descarregam completamente, restando o efeito de percolação das esferas vermelhas sob as verdes;
- b. [3-4-3]: As esferas de menor diâmetro tentam arrastar as esferas vermelhas de maior diâmetro para fora do reservatório por convecção granular.

4.

- a. [4-3-4]: Ao final do processo de descarga, pode ser visto esferas vermelhas que percolaram sob a camada de esferas verdes;
- b. [3-4-3]: Ao final do processo de descarga, pode ser visto esferas azuis que percolaram substancialmente a camada de esferas vermelhas e que conseguiram percolar alguns interstícios da camada de esferas verdes.

4.5 TESTE DE REDES NEURAIS ARTIFICIAIS

Foi avaliado o desempenho de dois tipos de algoritmos de aprendizado de máquina: as redes neurais artificiais (RNA's) do tipo feedforward com backpropagation (FFB) e as redes neurais recorrentes (RNN's), que são capazes de trabalhar com sequências de dados. Para ambos os modelos, foram testadas diferentes combinações de hiperparâmetros, como o número de neurônios, o número de camadas ocultas e a função de ativação. De modo semelhante ao utilizado em uma abordagem de Grid Search, os parâmetros foram ajustados com o objetivo de identificar as condições que proporcionassem o menor erro quadrático médio (MSE). A função de ativação na camada de saída foi sempre linear, uma vez que os valores de saída correspondem às massas dos três componentes de cor. Além disso, foram consideradas 50 epochs para o treinamento das redes.

No caso da rede FFB, além dos seis parâmetros mencionados na metodologia, foi incluído como entrada o instante de tempo t , visto que esse tipo de rede opera com valores de entrada independentes de sequência. Já para as RNN's, foram utilizados como entrada apenas os seis parâmetros citados na metodologia. As Tabelas 18 e 19 apresentam os resultados dos testes realizados com diferentes combinações de camadas e número de neurônios em cada modelo.

TABELA 18 - COMPARAÇÃO DE DIFERENTES ARQUITETURAS DE CAMADAS INTERNAS PARA AS REDES NEURAIS FFB, POR MUDANÇA DE HIPERPARÂMETROS, EM TERMOS DO MSE.

RNA - Estrutura	Erro de Treinamento	Erro de Validação	Erro de Teste	Função de Ativação
32	0,14895	0,38216	0,48040	Relu
16	0,21129	0,43980	0,45684	Relu
16	0,21091	0,40953	0,45457	Tanh
16	0,25306	0,47334	0,46360	Sigmoid
8	0,29815	0,49203	0,68202	Relu
8	0,32797	0,54806	0,51935	Tanh
8	0,31763	0,51403	0,56488	Sigmoid
4-8	0,32057	0,51473	0,58709	Relu
4-8	0,26565	0,51491	1,25873	Tanh
8-16	0,15399	0,34226	0,46579	Relu
8-16	0,20215	0,40728	0,38732	Sigmoid
16-16	0,13443	0,34065	0,56748	Relu
16-32	0,12611	0,37344	0,45583	Relu
16-32	0,14382	0,34764	0,35108	Sigmoid

32-64	0,11900	0,32534	0,41087	Sigmoid
32-64	0,09936	0,40974	0,63274	Relu
64-64	0,08139	0,46950	0,36748	Relu
64-32	0,08841	0,34738	0,45694	Relu
64-120	0,08516	0,45662	0,39847	Relu
64-120-64	0,07349	0,49474	0,50965	Relu
8-16-8	0,14908	0,27942	0,44628	Relu
8-16-8	0,19457	0,37269	0,48063	Sigmoid
16-32-16	0,12597	0,30510	0,54615	Sigmoid
16-32-16	0,11212	0,38571	0,62640	Relu
32-64-32	0,10418	0,34696	0,43672	Sigmoid
32-64-32	0,08238	0,51027	0,40834	Relu
64-120-64	0,06653	0,41323	0,48162	Relu

FONTE: O autor (2025).

TABELA 19 - COMPARAÇÃO DE DIFERENTES ARQUITETURAS DE CAMADAS INTERNAS PARA REDES NEURAIS RNN, POR MUDANÇA DE HIPERPARÂMETROS, EM TERMOS DO MSE.

Estrutura Camada Dense	Função de Ativação	Estrutura LSTM	Erro de Treinamento	Erro de Validação	Erro de Teste
-	-	8	2,22417	2,13650	2,69579
-	-	16	0,68644	0,71673	0,71902
-	-	32	0,34291	0,37287	0,36763
-	-	64	0,45020	0,49190	0,48543
-	-	80	0,20309	0,22971	0,23013
-	-	128	0,17496	0,22904	0,19647
-	-	50	0,22107	0,25161	0,24352
-	-	16-32	0,58936	0,60897	0,65725
-	-	32-16	0,54771	0,54152	0,71582
-	-	32-64	0,37747	0,41938	0,42260
-	-	64-80	0,20481	0,28023	0,24018
-	-	64-120	0,25126	0,27754	0,31448
-	-	80-120	0,26001	0,27885	0,36682
-	-	128-64	0,25457	0,02899	0,26190
8	Sigmoid	64	0,33594	0,36710	0,36741
16	Sigmoid	64	0,28414	0,32050	0,30529
16	Relu	64	0,24164	0,27440	0,32033
32	Relu	64	0,28885	0,29220	0,34524
16	Relu	32-64	0,33596	0,35215	0,40624
16	Sigmoid	32-64	0,34753	0,38210	0,39698
16	Relu	64-80	0,22841	0,26214	0,29685
32	Relu	64-32	0,31432	0,34293	0,39423
32	Relu	80-64	0,26860	0,30093	0,30729

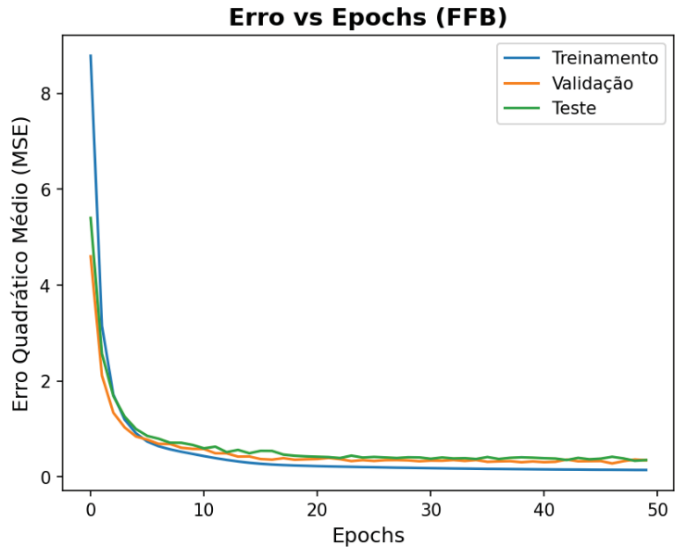
32	Relu	128-64	0,19919	0,25044	0,25947
64	Relu	128-64	0,22955	0,26548	0,27997
32	Relu	128-80	0,27461	0,32549	0,33418
32	Relu	80-64	0,24398	0,29381	0,28892
32	Relu	64-32	0,31639	0,33647	0,35010

FONTE: O autor (2025).

A partir das Tabelas 18 e 19, observa-se que, para a rede do tipo FFB, o modelo com menor erro quadrático médio (MSE) no grupo de teste foi aquele com arquitetura composta por duas camadas ocultas, contendo 16 e 32 neurônios, respectivamente. Ambas as camadas utilizaram a função de ativação Sigmoid, o que resultou em um MSE de 0,35108 no grupo de teste.

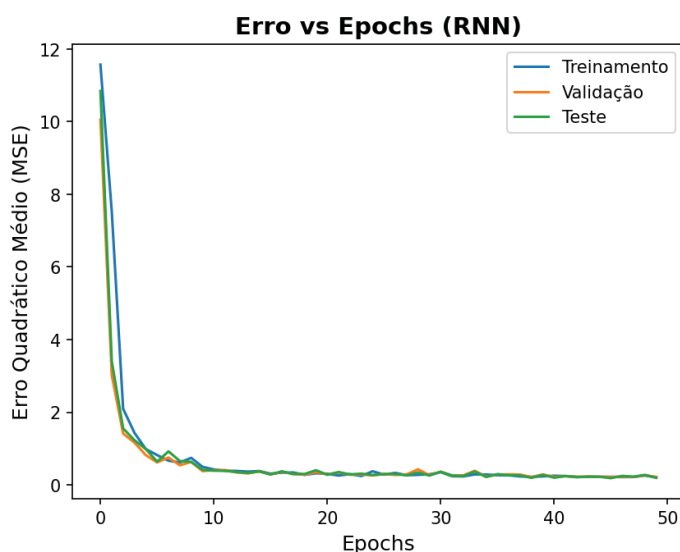
Por outro lado, ao utilizar uma arquitetura do RNN, a configuração que apresentou o menor MSE no grupo de teste foi a composta por uma camada LSTM com 128 unidades. Por padrão, as camadas LSTM utilizam a função de ativação Tanh, e essa configuração resultou em um MSE de 0,19647 no grupo de teste. É importante destacar que os erros para os grupos de treinamento e validação também foram baixos nesse caso, com MSE de 0,17496 e 0,22904, respectivamente. Dessa forma, observa-se que a rede neural do tipo RNN apresentou melhor desempenho na predição das curvas de taxas mássicas. A seguir, nas Figuras 33 e 34, são apresentadas as curvas de desempenho do processo de treinamento, comparando as curvas de Epochs versus MSE dos melhores modelos FFB e RNN.

FIGURA 33 – CURVAS DE ERRO QUADRÁTICO MÉDIO EM FUNÇÃO DO NÚMERO DE EPOCHS PARA O MELHOR MODELO DO TIPO FFB.



FONTE: O autor (2025).

FIGURA 34 – CURVAS DE ERRO QUADRÁTICO MÉDIO EM FUNÇÃO DO NÚMERO DE EPOCHS PARA O MELHOR MODELO DO TIPO RNN.

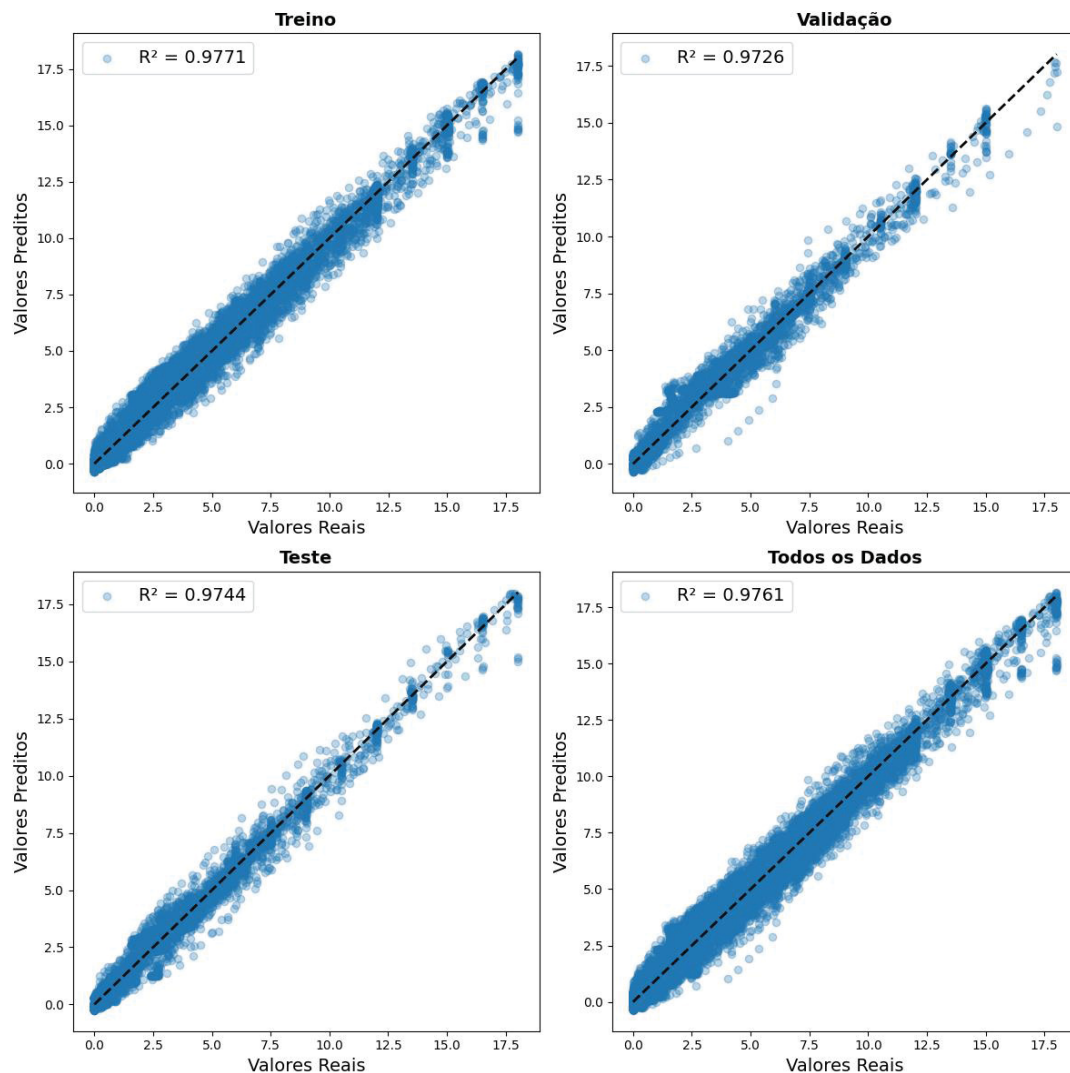


FONTE: O autor (2025).

A partir das Figuras 33 e 34, foi possível notar que ambas refletiram em um bom desempenho de treinamento para ambos os modelos. Em relação as curvas de erro do modelo de rede FFB, a curva de erro de treinamento atingiu valores próximos de zero rapidamente e as curvas de validação e teste tiveram certa proximidade com a curva de treinamento, sugerindo que o modelo não teve um grau tão alto de complexidade que refletisse no distanciamento progressivo da curva de teste. Já em relação as curvas de erro para o modelo do tipo RNN, as curvas de erro MSE de teste e validação tiveram proximidade considerável com a curva de treinamento, que rapidamente decaiu para zero logo no início do processo de treinamento, essa proximidade entre as curvas e o rápido decréscimo do valor de erro MSE reflete a robustez do modelo constituído de camada LSTM, uma vez que ela pode avaliar dados de séries temporais rapidamente e atribuir certas tendências em relação aos valores iniciais de entrada.

A seguir é apresentado na Figura 35, os gráficos de dispersão para o modelo RNN de melhor desempenho quando testado com os grupos de treinamento, validação, teste e com todos os dados. Também é mostrado o coeficiente de determinação R^2 , para os grupos onde a predição pelo modelo foi realizada. A partir disso, foi possível verificar que o modelo RNN teve um ajuste de R^2 de 0,9744 para o grupo de teste, sendo considerado um bom ajuste levando em consideração a complexidade da dinâmica do sistema de descarga de grãos.

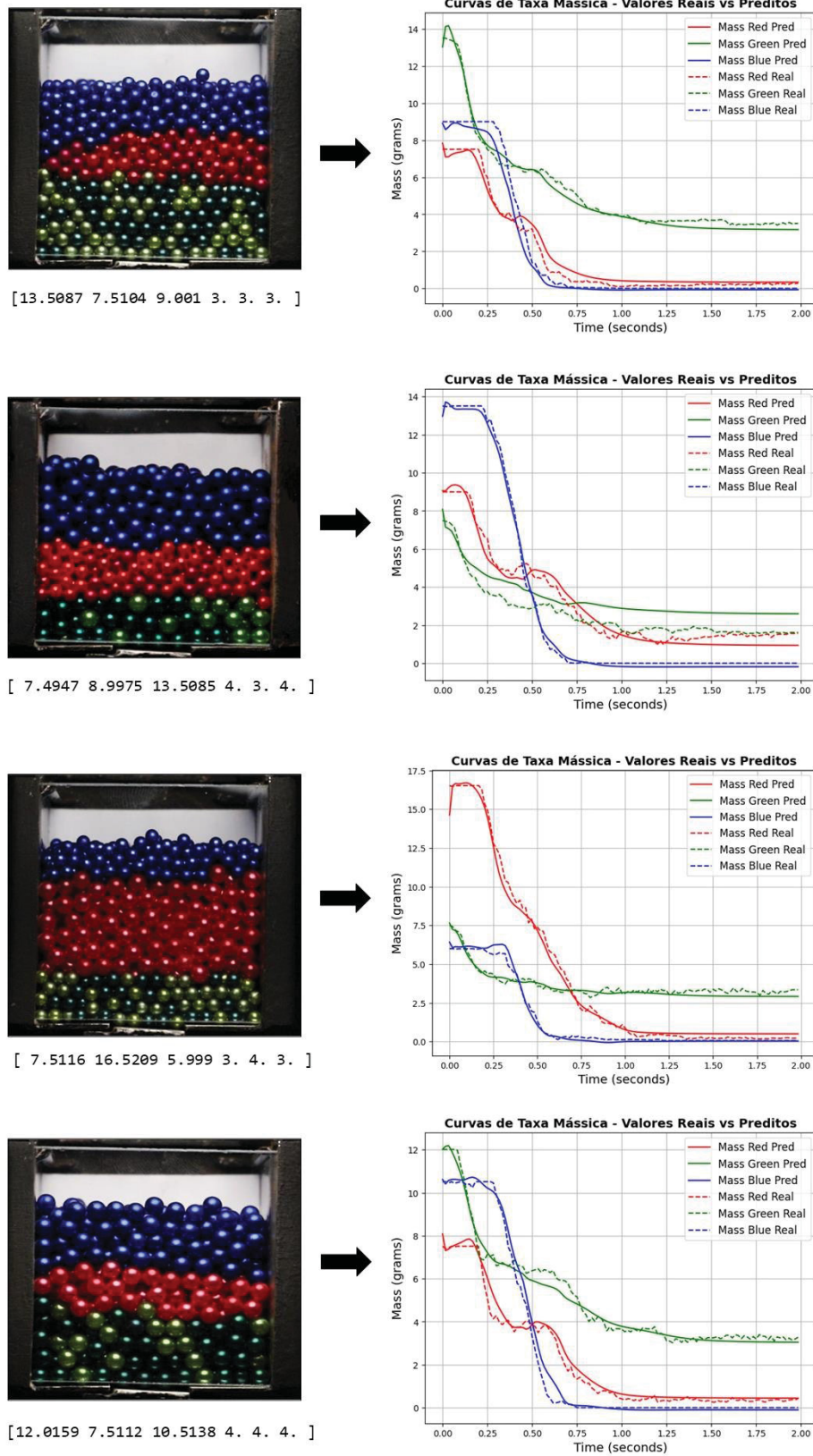
FIGURA 35 – GRÁFICOS DE DISPERSÃO PARA OS GRUPOS DE TREINAMENTO, VALIDAÇÃO, TESTE E TODOS OS DADOS UTILIZANDO A RNN COM O MELHOR DESEMPENHO.



FONTE: O autor (2025).

Por fim, foi feita algumas previsões com o modelo de rede RNN escolhido, a fim de se visualizar o comportamento da predição com os dados reais do grupo de teste. A Figura 36 apresenta 4 amostras de processos de descarga e suas respectivas curvas de taxa mássica. É possível notar que a rede RNN, em todos os casos, tem uma predição ruim no início da sequência temporal, já que não existe uma célula de memória anterior para ela predizer a próxima massa no próximo instante de tempo, sendo assim, apresentado um pequeno desvio inicial em cada curva. No entanto, conforme a sequência avança, o modelo teve um bom ajuste ao comportamento dinâmico dos diferentes casos apresentados, evidenciando o bom desempenho que este tipo de rede apresenta diante de problemas complexos de séries temporais.

FIGURA 36 – COMPARAÇÃO ENTRE AS CURVAS REAIS E AS CURVAS PREDITAS PELA REDE NEURAL PARA 4 DIFERENTES EXEMPLOS DE AMOSTRAS DO GRUPO DE TESTE.



Entradas = [Massa (g): Verde; Vermelha; Azul. Diâmetro (mm): Verde; Vermelho; Azul]

FONTE: O autor (2025).

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

De acordo com os resultados obtidos, foi possível concluir que o método de processamento de imagem utilizado para medir a massa no interior do reservatório apresentou vieses que superestimaram as massas em cada nível de cor. Além disso, foi possível verificar que diferentes padrões de empacotamento interferem na massa final das esferas verdes, vermelhas e azuis, sendo os grupos de empacotamento 4-3-4 e 3-4-3 os grupos que mais refletiram em diferenças estatisticamente significativas em relação aos outros grupos.

Em relação aos modelos de redes neurais, o modelo que melhor se ajustou as curvas de taxa mássica foi um modelo de RNN com camada LSTM de 128 neurônios, no qual, demonstrou uma predição relativamente precisa do comportamento dos sólidos particulados quando são descarregados do reservatório. Os resultados que esse modelo gerou implicam que a utilização de RNN's para prever estados dinâmicos e movimento de sólidos particulados em função do tempo é uma opção viável e menos custosa quando comparado com outros modelos utilizados hoje na área de estudo, como o método de elementos discretos (DEM). As RNN's podem ser consideradas boas alternativas para estudos em futuras investigações em diferentes casos de descarregamento de reservatórios.

5.1 RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Algumas recomendações para trabalhos futuros são apresentadas a seguir:

- Implementar uma calibração no método de estimação de massas por imagem, considerando um valor de viés em relação ao tempo para cada nível de cor, ajustando o modelo de processamento de imagem para estimar a massa, em cada instante de tempo, atribuindo pesos específicos para cada contagem de pixels de cada cor dependendo de um instante no tempo;
- Avaliar o viés do método de imagem em outros instantes de tempo do processo além do tempo final;
- Trabalhar com um reservatório de largura menor a fim de se minimizar os erros de visualização de esferas pela câmera.

REFERÊNCIAS

- ANAND, A. et al. Predicting discharge dynamics from a rectangular hopper using the discrete element method (DEM). **Chemical Engineering Science**, v. 63, n. 24, p. 5821–5830, dez. 2008.
- CHEN, P. et al. Modeling the Discharge Rate of a Screw Conveyor Considering Hopper–Conveyor Coupling Parameters. **Agriculture (Switzerland)**, v. 14, n. 7, 1 jul. 2024.
- CHEN, S. et al. Classification of particle height in a hopper bin from limited discharge data using convolutional neural network models. **Powder Technology**, v. 339, p. 615–624, 1 nov. 2018.
- GUO, C. et al. Detection method of hopper discharge characteristics based on discharge time distribution combined with machine vision and neural network. **Chemical Engineering Science**, v. 293, 5 jul. 2024.
- HAYKIN, Simon. *Redes Neurais: Princípios e Prática*. 2. ed. Porto Alegre: Bookman, 2001.
- HUANG, T. et al. Characterization of discharge and flow rate predictions for asymmetric wedge-shaped hoppers. **Biosystems Engineering**, v. 245, p. 96-105, 2024.
- JIAN, B.; GAO, X. Investigation of spherical and non-spherical binary particles flow characteristics in a discharge hopper. **Advanced Powder Technology**, v. 34, n. 5, 1 maio 2023.
- JUNIOR, Jose R. F. *Redes neurais recorrentes: LSTM*. Medium, 2019. Disponível em: <https://medium.com/@web2ajax/redes-neurais-recorrentes-lstm-b90b720dc3f6>. Acesso em: 24 fev. 2025.
- KASSIR, S. A. et al. Brain tumor localization and extraction algorithm in MRI images. 2019.
- KUMAR, R. et al. Prediction of hopper discharge rate using combined discrete element method and artificial neural network. **Advanced Powder Technology**, v. 29, n. 11, p. 2822–2834, 1 nov. 2018.
- LIAO, Z. et al. Influence of particle packed pattern on the transient granular flow in a wedge-shaped hopper. **Advanced Powder Technology**, v. 31, n. 2, p. 670–677, 1 fev. 2020.
- LIAO, Z. et al. Image-based prediction of granular flow behaviors in a wedge-shaped hopper by combining DEM and deep learning methods. **Powder Technology**, v. 383, p. 159–166, 1 maio 2021.
- LIU, H. et al. An experimental investigation on jamming and critical orifice size in the discharge of a two-dimensional silo with curved hopper. **Advanced Powder Technology**, v. 32, n. 1, p. 88–98, 1 jan. 2021.

OLIVEIRA, A. et al. Aplicação de redes neurais artificiais na previsão da produção de álcool. **Ciência e Agrotecnologia**, v. 34, p. 279-284, 2010.

OPENCV. Open Source Computer Vision Library. OpenCV, [s.d.]. Disponível em: <https://opencv.org>. Acesso em: 24 fev. 2025.

SCHULZE, Dietmar. **Powders and bulk solids**. Cham: Springer International Publishing, 2021.

SHAMLOU, P. A. **Handling of bulk solids: theory and practice**. [s.l.] Butterworth & Co (Publishers) Ltd, 1990.

SICSÚ, A. L.; SAMARTINI, A.; BARTH, N. L. **Técnicas de machine learning**. São Paulo: Editora Blucher, 2023. E-book. p.292.

SOLANO, Gabriela. Detección de colores. OMES-VA, 2019. Disponível em: <https://omes-va.com/deteccion-de-colores/>. Acesso em: 24 fev. 2025.

TANGRI, H.; GUO, Y.; CURTIS, J. S. Hopper discharge of elongated particles of varying aspect ratio: Experiments and DEM simulations. **Chemical Engineering Science: X**, v. 4, 1 nov. 2019.

WOODCOCK, C. R.; MASON, J. S. **Bulk Solids Handling**. Dordrecht: Springer Netherlands, 1988.