

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

LARISSA NÚBIA JULIANO LOPES

RADIAÇÃO HAWKING E PARADOXO DA INFORMAÇÃO

**PALOTINA - PR
2025**

LARISSA NÚBIA JULIANO LOPES

RADIAÇÃO HAWKING E PARADOXO DA INFORMAÇÃO

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao
curso de Licenciatura em Ciências Exatas da
Universidade Federal do Paraná - Setor Palotina

Orientador: Prof. Dr. Carlos Henrique Coimbra
Araújo

**PALOTINA
2025**

RESUMO

O vácuo como comumente conhecemos e tratamos em estudos científicos não se trata de um vácuo verdadeiro. Em contrapartida, a realidade mostra a impossibilidade da existência de um espaço onde não haja nada. Tal constatação evidenciou-se com o experimento do efeito Casimir, onde duas placas paralelas dispostas no vácuo sofrem uma aproximação considerável. Essa aproximação se dá pelo fato de que na verdade o vácuo é repleto de pares de partículas e antipartículas que são criadas e destruídas a todo instante. Hawking, ancorado em tal pressuposto, cogitou o que poderia acontecer caso um desses pares surgisse no horizonte de eventos de um buraco negro, onde uma das partículas cai na singularidade e a outra escapa de volta para o universo. A partícula que escapa carrega consigo uma certa energia térmica, denominada como radiação Hawking, que armazena consigo somente informações como a massa, carga elétrica e o momento angular do buraco negro que produzirá a radiação Hawking. Tais informações não contemplam todo o pacote de informações necessárias em cada estrutura, assim tendo as demais informações ainda ficando presas no horizonte de eventos do buraco negro. Conforme a radiação Hawking ocorre, o buraco negro tenderá a diminuir sua massa, consequentemente afetando seu diâmetro, vindo a desaparecer e destruir consigo todas as informações quânticas presas em seu horizonte. Sabendo que a informação não pode ser destruída sob nenhum aspecto, a radiação Hawking resultará no chamado Paradoxo da Informação em buraco negros.

ABSTRACT

The vacuum as we commonly know and treat it in scientific studies is not a true vacuum. In fact, reality shows the impossibility of the existence of a space where there is nothing. This realization became evident with the Casimir effect experiment, where two parallel plates placed in a vacuum experience a considerable attraction. This attraction occurs because the vacuum is actually filled with pairs of particles and antiparticles that are created and destroyed at every instant. Hawking, based on this assumption, wondered what could happen if one of these pairs emerged at the event horizon of a black hole, where one particle falls into the singularity and the other escapes back into the universe. The escaping particle carries with it a certain thermal energy, known as Hawking radiation, which stores only information such as the mass, electric charge, and angular momentum of the black hole that produces the Hawking radiation. Such information does not encompass the entire package of information necessary for each structure, thus leaving the remaining information still trapped at the event horizon of the black hole. As Hawking radiation occurs, the black hole will tend to decrease its mass, consequently affecting its diameter, eventually disappearing and destroying with it all the quantum information trapped in its horizon. Knowing that information cannot be destroyed under any aspect, Hawking radiation will result in the so-called Black Hole Information Paradox.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....	05
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	07
2.1 Origem e classificação de Buracos Negros	07
2.2 Termodinâmica e Entropia de Buracos Negros	08
2.3 O vácuo e o Efeito Casimir	10
2.4 Radiação Hawking	12
2.5 Paradoxo da Informação em Buracos Negros	14
3 METODOLOGIA.....	16
3.1 Métrica de Schwarzschild	16
3.2 Equações Geodésicas	18
4 RESULTADOS	19
5 CONCLUSÃO	21
6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	22

INTRODUÇÃO

As equações da Teoria da Relatividade Geral de Einstein proporcionam inúmeras variações de soluções para buracos negros, cada uma representada e embasada por uma métrica espacial bem estruturada. As principais soluções que se encontram no estudo da literatura são as de Schwarzschild, Reissner-Nordström e Kerr, cada uma possuindo propriedades físicas distintas e, consequentemente, sendo direcionadas para casos específicos de estudos. Um buraco negro caracteriza uma região espaço-temporal onde a velocidade de escape é maior que a velocidade da luz, assim não permitindo que nenhum corpo ou mesmo a luz consigam escapar e, consequentemente, ocasionando uma distorção infinita do tecido do espaço-tempo, região conhecida como singularidade. Um buraco negro também é composto por um ou mais horizonte de eventos e as vezes um disco de acreção. Embora seja notório que a singularidade caracteriza o aspecto de maior interesse no estudo de buracos negros, seu horizonte de eventos também encontra-se em uma posição de destaque. A solução de Schwarzschild, primeira solução para as equações de campo de Einstein, também é responsável por descrever matematicamente o que hoje conhecemos como horizonte de eventos: um limite no espaço-tempo que separa a região interna da região externa de um buraco negro, também conhecido como raio de Schwarzschild, descrito pela fórmula

$$r_s = \frac{2GM}{c^2} \quad (1)$$

onde G representa a constante gravitacional de Newton, M representa a massa do buraco negro e c representa a velocidade da luz.

Karl Schwarzschild apresentou uma solução que descreve o campo gravitacional na região externa de um corpo massivo estático e esféricamente simétrico. Rapidamente percebeu-se que essa solução tem um comportamento peculiar para uma distância radial específica que hoje chamamos de raio de Schwarzschild. Neste ponto, a solução encontrada por Schwarzschild torna-se singular (SOARES et al. 2023, pág. 91).¹

Independentemente do tamanho e das demais propriedades que possui, todo buraco negro exerce interações com o vácuo do espaço, fazendo com que haja a ocorrência de fenômenos quânticos em seus arredores. Dado que o vácuo do espaço não é um vácuo verdadeiro, mas sim sendo composto por oscilações quânticas que acabam por criar pares de partículas virtuais que, normalmente, se aniquilam formando energia. Porém, é somente em um buraco negro de Schwarzschild (primeira solução para as equações de campo de Einstein), conhecido como primordial, que tais interações são consideradas relevantes em suas estruturas intrínsecas. Dado que buracos negros possuem a capacidade de armazenar em seu horizonte

de eventos as informações quânticas de tudo o que cai em sua singularidade, deve-se voltar os estudos para interações quânticas para compreender melhor tais características.

Em buracos negros primordiais a interação quântica de maior interesse é a Radiação Hawking. Proposta em 1974, caracteriza a retirada de energia, e consequentemente massa, de buracos negros, tal radiação térmica transporta consigo as informações de massa, energia e momento angular neles presente. Durante sua ocorrência, a radiação Hawking ocasiona uma gradual diminuição da estrutura física do buraco negro, acarretando assim em sua destruição e desaparecimento no universo. Para buracos negros supermassivos, da ordem de milhões de massas solares, a radiação Hawking torna-se desprezível pois o buraco negro jamais seria destruído durante a existência do universo. Logo, buracos negros de Schwarzschild são os mais adequados para se estudar fenômenos quânticos, pois os mesmos são caracterizados por possuírem tamanhos ínfimos, de pequenas escalas macroscópicas até ordens quânticas. Por conseguinte, a radiação Hawking ancora-se no fato de que não existe um vácuo verdadeiro, a todo momento há o surgimento de pares de partículas virtuais, tal conceito foi comprovado pelo experimento do efeito Casimir, executado por Hendrik Casimir. Assim, se faz essencial inicialmente compreender o conceito de vácuo para entender efetivamente o que é e como ocorre a radiação Hawking.

Este trabalho tem como objetivo dois aspectos principais. O primeiro se dá em compreender a radiação Hawking, tendo o efeito Casimir como auxiliar, bem como estudar a trajetória (geodésica) de uma determinada partícula ao se aproximar do horizonte de eventos de um buraco negro, verificando matematicamente e graficamente como a radiação Hawking pode afetar o percurso da partícula. O segundo objetivo, por sua vez, se dá em estudar como a ocorrência da radiação Hawking pode gerar o paradoxo da informação em buracos negros.

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 Origem e classificação de buracos negros

O estudo das estrelas fornece não somente um pleno entendimento sobre sua estrutura e funcionamento, mas podem também auxiliar no descobrimento de novos fenômenos astronômicos. Dentre as diversas particularidades presentes na estrutura de uma estrela, pode-se enfatizar que seu colapso gravitacional fomenta ainda mais os empenhos dedicados a entender seus mecanismos, pois até então tinha-se como impossível que tal acontecimento pudesse acontecer. “*Albert Einstein chegou a escrever um artigo em 1939 alegando que as estrelas não podiam entrar em colapso sob a gravidade, porque a matéria não podia ser comprimida além de certo ponto*” (HAWKING, S. W. pág. 15)².

Poucos foram os físicos que tomaram a frente em interpor Einstein em seus argumentos a respeito do colapso estelar, dois deles foram Julius Robert Oppenheimer e John Wheeler. O primeiro, físico norte-americano, conhecido por ser o precursor nos estudos de colapso gravitacional de estrelas. O segundo, físico também norte-americano, conhecido por dar continuidade ao trabalho de Oppenheimer sobre os primórdios dos buracos negros. Em meados dos anos 1950, Wheeler constatou que as forças que agem para manter o funcionamento de uma estrela podem sofrer uma grande mudança. Uma estrela se sustenta por meio da fusão nuclear em seu núcleo, onde Hidrogênio é convertido em Hélio, e assim sucessivamente progredindo para materiais mais pesados que resultam em uma força que impulsiona toda a matéria para fora, para o exterior. Atrelado a tal processo, também ocorre a ação da gravidade, que impulsiona toda a matéria para dentro, direcionada ao centro, assim mantendo a estrela estável e em equilíbrio. Em certo momento, porém, a estrela não mais terá material suficiente para sustentar sua fusão nuclear e acabará cedendo para a força da gravidade que irá comprimir todo o material residual em um ponto extremamente pequeno focado em seu centro.

... nos estudos nesta área foi Julius Robert Oppenheimer, físico teórico norte americano conhecido pelo seu trabalho no projeto Manhattan em meados de 1945. Pouco se fala sobre o foco de seu estudo antes do evento da bomba atômica, no entanto pode-se denominá-lo como um dos precursores no estudo de colapso gravitacional em estrelas. Em 1939, com a ajuda de George Volkoff e Hartland Snyder, Oppenheimer escreve dois artigos onde mostra que uma estrela colossal, da ordem de 0.7 massas solares, poderia sim entrar em colapso gravitacional. “*A star under these circumstances would collapse under the influence of its gravitational field and release energy*” (OPPENHEIMER, pág. 01)³. Oppenheimer não somente deu continuidade aos trabalhos de John Wheeler sobre colapso gravitacional em estrelas, como também foi o primeiro estudioso a propor a existência de uma singularidade infinita, assim surgindo o conceito de ‘estrela congelada’, atualmente conhecido como buraco negro.

Tal constatação não obteve bons olhos na época em que foi proposta, pois, de acordo com a Relatividade Geral de Einstein, o ‘tecido’ do espaço-tempo deveria ser liso e levemente achatado por conta da massa dos corpos sobre ele. Porém tal configuração não se aplicaria a singularidade, por ela causar uma distorção infinita do espaço-tempo. Outra problemática que surgiu foi o fato de que uma curva infinita nessa configuração de espaço-tempo não seria

dotada das leis da física, ou seja, em uma distorção infinita como a singularidade, tanto as leis da física como a definição de tempo que comumente conhecemos não funcionam.

Buracos negros são classificados principalmente por suas propriedades físicas como massa, carga e momento angular. As principais soluções estudadas são representadas pelas seguintes métricas

Métrica de Schwarzschild

$$ds^2 = -\left(1 - \frac{r_s}{r}\right) c^2 dt^2 + \frac{r^2}{r^2} d\Omega^2 \quad (2)$$

buraco negro primordial, estático e sem carga

Métrica de Reissner-Nordström

$$ds^2 = -c^2 \left(1 - \frac{r_s}{r} + \frac{r_q^2}{r^2}\right) dt^2 + \frac{r^2}{r^2} d\Omega^2 \quad (3)$$

buraco negro estático e com carga

Métrica de Kerr

$$ds^2 = -\left(1 - \frac{r_s r}{\Sigma}\right) c^2 dt^2 - \frac{2 r_s a \sin^2(\Theta)}{\Sigma} dt d\varphi + \frac{\Sigma}{\Delta} dr^2 + \Sigma d\Theta^2 + \left(r^2 - \frac{a^2}{c^2} + \frac{2 a^2 M \sin^2(\Theta)}{c^2 \Sigma}\right) \sin^2(\Theta) d\varphi^2 \quad (4)$$

buraco negro supermassivo, rotacional e sem carga

onde c representa a velocidade da luz ($3.10^8 m/s$), r representa o raio de Schwarzschild (1) e a representa o momento angular do buraco negro.

2.2 Termodinâmica e Entropia de Buracos Negros

Desde o descobrimento dos buracos negros os físicos acreditavam que ele não apresentaria nada de maior interesse do que sua singularidade, ao passo em que com o estopim da Segunda Guerra Mundial, praticamente todos os esforços e atenção foram voltados para áreas bélicas. Com isso, os estudos sobre buracos negros cessaram por alguns anos, voltando ao interesse da academia científica quando a descoberta dos quasares em 1963 reacendeu o debate acerca do colapso gravitacional estelar. Em meados de 1970, o físico mexicano Jacob David Bekenstein foi o primeiro estudioso a propor a ideia de que buracos poderiam possuir uma temperatura própria e, conseqüentemente, uma entropia própria também. Bekenstein notou que a área do horizonte de eventos de um buraco negro aumenta quando matéria ou radiação cai no buraco negro, sugerindo que poderia haver uma similaridade entre a área do

horizonte de eventos e a física clássica convencional, especificamente termodinâmica e entropia.

Na física newtoniana que comumente conhecida, a termodinâmica representa a área que estuda a mudança em sistemas físicos por meio de trocas de calor e energia entre si, e possui quatro leis fundamentais. A lei zero, que descreve a capacidade de dois corpos com temperaturas diferentes entrarem em equilíbrio térmico quando em contato um com o outro. A lei um, que descreve a conservação de energia, podendo ser transformada, mas nunca criada ou destruída. A lei dois, que descreve a fluidez natural do calor do corpo mais quente para o corpo mais frio, bem como dita a impossibilidade de conversão de todo o calor obtido, em trabalho válido. E a lei três, por sua vez, descreve a inviabilidade de se atingir uma temperatura de zero absoluto.

O interesse do estudo térmico em buracos negros se concentra na lei dois da termodinâmica, mais especificamente no conceito de entropia atrelado à ela, pois segundo tal enunciado, a entropia de um sistema nunca pode diminuir. “ [...] *ao se realizar um processo termodinâmico reversível, mantendo-se o sistema isolado termicamente, ou seja, sem que haja troca de calor, o resultado no espaço pressão versus volume será uma curva adiabática e, nesse caso, a grandeza termodinâmica invariante ao longo dessa curva é a entropia*” (FONTANA, pág. 02⁴). Logo, pode-se notar uma ligação entre o horizonte de eventos de um buraco negro e a entropia presente nele, mas ainda não havia uma definição realmente clara para tal entropia. Tendo em vista tal problemática, Jacob David Bekenstein determina uma estrutura segmentada na origem dos buracos negros, que pode ser capaz de desvendar sua entropia:

Quando um buraco negro é criado por colapso gravitacional, ele rapidamente se acomoda em um estado estacionário, que se caracteriza por apenas três parâmetros: a massa, o momento angular e a carga elétrica. Além dessas três propriedades, o buraco negro não preserva nenhum outro detalhe do objeto que sofreu o colapso (HAWKING, pág. 30²).

Ou seja, Bekenstein descobriu que muita informação acaba se perdendo durante o colapso gravitacional na formação de um buraco negro, isso explica a diminuição de entropia gravitacional do sistema. O final resultante na criação de buracos negros não depende de que material o corpo que colapsou era formado, podendo ser composto por diversas configurações diferentes que resultarão em um único colapso total. Hawking, posteriormente, propõe uma fórmula para a entropia de um buraco negro, denominada como entropia de Bekenstein-Hawking

$$S = \frac{A \kappa c^3}{4 \hbar G} \quad (5)$$

onde A representa a área do horizonte de eventos do buraco negro, κ representa a constante de Boltzmann, c representa a velocidade da luz, $\hbar$ representa a constante de Planck reduzida e

G representa a constante gravitacional de Newton. A fórmula (5) é usada para determinar a entropia de um sistema quântico, gravitacional, relativístico, estático e termodinâmico. *“Sendo $\hbar$ um parâmetro característico fundamental dos sistemas quânticos, c um parâmetro característico fundamental dos sistemas relativísticos, G um parâmetro característico fundamental dos fenômenos exibindo interações gravitacionais, e κ parâmetro característico fundamental dos fenômenos tratados pela física estatística”* (BASTOS FILHO et al. pág. 528).⁵

2.3 O vácuo e o efeito Casimir

O entendimento do que é o efeito Casimir depende, intrinsecamente, da compreensão do debate acerca da noção de vácuo e espaço vazio (o “nada”). Tal debate remonta desde as civilizações passadas, mas foi na Grécia antiga onde as tentativas de compreender e explicar tal conceito se tornaram mais relevantes e promissoras. Embora inúmeros estudiosos tenham se dedicado ao estudo do vácuo, o que mais se destacou foi Aristóteles. O estudioso não compactuava com as noções estabelecidas para “*espaço*” e “*espaço vazio*”, concebendo o “*espaço*” como a soma total de todos os lugares ocupados pelos corpos e “*lugar*” como a superfície interna limítrofe do meio que o contém. Tal concepção aristotélica só começou a ser estudada a fundo e refutada no século XVII, mais precisamente em 1644, com a criação do barômetro por Evangelista Torricelli, e em 1657 com o experimento da esfera de cobre Otto von Guericke.

O conceito de vácuo estabelecido e entendido até então, sofreu mudanças drásticas com dois principais acontecimentos. O primeiro, caracteriza o experimento de Albert A. Michelson e Edward W. Morley, que mostrou que não havia necessidade de um meio sutil para a propagação de ondas eletromagnéticas. O segundo acontecimento, por sua vez, se deu graças ao físico alemão Max Planck acerca da radiação de um corpo negro, cujo qual fomentou o surgimento da mecânica quântica e do conceito de energia do ponto zero, decorrente de flutuações quânticas. Tais flutuações não podem ser eliminadas por nenhum processo físico, permanecendo mesmo em uma região do espaço onde nenhuma forma de matéria ou radiação é capaz de ser observada. Sendo assim, tanto no barômetro de Torricelli, quanto na esfera de cobre de Guericke, o espaço vazio seria composto, na verdade, por flutuações quânticas. Tais flutuações podem ser caracterizadas por vibrações no campo quântico.

Contudo, as oscilações de sistemas microscópicos não é cabível de ser explicada pelas leis da mecânica clássica, somente pela mecânica quântica. Pois, diferentemente de um OHS

(oscilador harmônico simples) clássico, um OHS na mecânica quântica pode ter somente valores bem definidos, sem ocorrência de valores intermediários. Por conseguinte, o Efeito Casimir é advindo do valor não nulo desta energia (E_0), que, não obstante, pode ser tratada como uma consequência do princípio da incerteza de Heisenberg. Para melhor exemplificar tal acontecimento, os físicos alemães Max Born, Werner Heisenberg e Pascual Jordan, desenvolveram a teoria quântica do eletromagnetismo. Tal teoria denota que o vácuo perfeito, onde não exista matéria ou campo eletromagnético, não existe, mas sim que o vácuo é constituído por inúmeras flutuações do campo eletromagnético. Logo, ao considerar o espaço do universo inteiro como um vácuo completo, qualquer frequência ν de oscilação, de zero a infinito, é cabível para o campo eletromagnético.

Sendo assim, a teoria quântica do eletromagnetismo prevê que a energia do vácuo será infinita e destituída de observação e significado físico. No entanto, a situação muda quando se limita o campo eletromagnético quantizado, como no efeito Casimir, onde duas placas metálicas condutoras fazem com que suas oscilações, até mesmo do ponto zero, satisfaçam certas condições sobre a superfície que delimita a região do confinamento. Tais condições, denominadas condições de contorno ou fronteira, são responsáveis por restringir as possíveis frequências de oscilação do campo eletromagnético que, quando confinado a uma região espacial limitada, possuem apenas certos valores bem específicos, não intermediários, para suas frequências possíveis, formando, assim, um conjunto discreto.

Ao estudarem os resultados da suspensão de pó de quartzo, o físico holandês Hendrik Brugt Gerhard Casimir e seu colega D. Polder fizeram uma reconsideração acerca da interação de van der Waals de dispersão. Casimir usa o conceito de energia de ponto zero para o vácuo entre duas placas metálicas, eletricamente neutras e paralelas, e, seus cálculos mostraram, também, que as tais placas deveriam atrair-se com uma força inversamente proporcional à quarta potência da distância entre elas. O efeito Casimir, manifestação macroscópica das propriedades microscópicas do vácuo quântico, é caracterizado por duas placas metálicas quadradas, com um centímetro de lado e perfeitamente condutoras mas eletricamente neutras e paralelas entre si, separadas por uma distância da ordem de micrômetros, e confinadas em um ambiente perfeitamente selado, onde cria-se um vácuo perfeito e dispõe de um medidor de forças muito preciso.

Tendo em vista que as placas são neutras, ou seja, não há força elétrica entre elas, e podendo desprezar a força gravitacional, espera-se que o ponteiro do medidor de forças não se movimente, mas o ponteiro se move, indicando a presença de uma força atrativa entre as

placas. “Para placas de um centímetro quadrado de área, separadas pela distância de um micrômetro, Casimir previu que a força seria igual a 0,013 dinas.” (COUGO-P. et al. 1999, p.126).⁶ Tal força ou efeito é representado pela seguinte equação:

$$F = -A \frac{\hbar^2 c}{240 a^4} \quad (6)$$

Onde A representa a área de cada placa, a representa a separação entre as placas, $\hbar$ representa a constante de Planck e c representa a velocidade da luz no vácuo. “O resultado é uma modificação na energia do vácuo confinado em relação ao caso não-confinado.” (COUGO-P. et al. 1999, p.127).⁶ Na época não se via como novidade o fato de que placas neutras e condutoras pudessem sofrer interações entre si, como alegavam as forças de van der Waals. A novidade se encontrava na possibilidade de obter estes mesmos resultados com referenciais quânticos.

Uma explicação resumida e concisa do efeito Casimir se dá por

Por efeito Casimir entendemos em princípio a alteração da energia do vácuo eletromagnético quântico devido ao seu confinamento entre duas placas condutoras, planas e paralelas (COUGO-P. et al. 1999, p.128).⁶

onde o efeito Casimir ocorre em qualquer configuração, seja esférica ou demais fôrma, pois, tal efeito decorre de vibrações eletromagnéticas que não dependem de sua forma para ocorrerem. “Em uma comunicação ao “Colloque sur la théorie de la liaison chimique” o presente autor foi capaz de mostrar que essas expressões também podem ser derivadas estudando-se por meio da eletrodinâmica clássica a mudança da energia de ponto zero eletromagnética” (COUGO-P. et al. 1999, pág. 130).⁶

2.4 Radiação Hawking

Em 1974, Hawking reestuda a formação de buracos negros por colapso estelar gravitacional e como a formação dos mesmos afetam os campos quânticos por meio de seu

horizonte de eventos, com base nos princípios da mecânica quântica. Observadores estáticos distantes conseguiriam ver um fluxo de partículas elementares saindo do buraco negro, o que contradiz o que o próprio físico julgava ser uma ideia improvável. Hawking mostrou, também, que tal fluxo em buracos negros estáticos possuiria temperatura bem definida, inversamente proporcional à massa, fazendo com que a entropia fosse, de fato, proporcional à área, como propusera Bekenstein. A energia para este processo de irradiação seria fornecida pelo próprio buraco negro, fazendo com que seu horizonte de eventos perturbe o vácuo quântico de tal forma, fazendo com que pares de fótons virtuais sofram um decaimento se tornando pares reais de partícula-antipartícula. Neste processo, uma das partículas poderia cair no horizonte de eventos do buraco negro, enquanto a outra escaparia para o universo carregando consigo uma certa energia térmica. Assim, Hawking concretizou o conceito de Radiação Hawking:

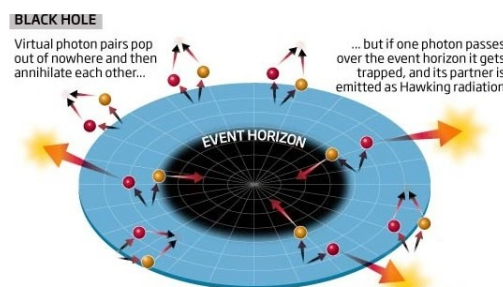
O horizonte de eventos do buraco negro perturba de tal maneira o vácuo quântico que parte das partículas virtuais são convertidas em reais à custa da energia dele. Essas partículas, produzidas na vizinhança externa do buraco negro; escapam para o espaço exterior, onde podem ser observadas como um fluxo térmico, conferindo temperatura e entropia ao buraco negro (CASTIÑEIRAS. et al. p, 73⁷).

A representação quantitativa da radiação Hawking é expressa pela seguinte equação:

$$T_H = \frac{\hbar c^3}{8\pi G K_B M} \quad (7)$$

onde $\hbar$ representa a constante de Planck simplificada, G a constante gravitacional, K_B constante de Boltzmann e M a massa do buraco negro em questão.

Figura 01: Representação qualitativa da Radiação Hawking



Em seu artigo original, lançado um ano após suas descobertas, Hawking enfatiza a necessidade de se levar em consideração, também, a métrica de Minkowski, pois ela satisfaz as equações de Einstein. *“The approximation I shall use in this paper is that the matter fields, such as scalar, electro-magnetic, or neutrino fields, obey the usual wave equations with the Minkowski metric replaced by a classical space-time metric g_{ab} ”* (HAWKING, pág. 01)⁸.

2.5 Paradoxo da informação em buracos negros

Hawking notou que o buraco negro, ao emitir energia, possui um acréscimo na sua temperatura, contrariando a segunda lei da Termodinâmica, a qual dita que um corpo ao emitir energia, possui um decréscimo na sua temperatura. Se a radiação Hawking for exatamente térmica, ela não possuiria a capacidade de armazenar consigo todas as informações originais que caíram no buraco negro, ao passo em que o mesmo só armazena a carga elétrica, massa e momento angular do que cai em ti. Sendo assim, o buraco negro estaria destruindo informações de forma irreversível, gerando assim, a problemática da conservação de informação. Neste processo, consequentemente o buraco negro acabaria evaporando, assim surgindo o Paradoxo da Informação.

Apesar do sucesso obtido na descoberta de tal radiação, ainda havia incógnitas a serem resolvidas. Tais como: como conciliar essa radiação de Hawking com a característica central dos buracos negros, a de que nada pode escapar de seu interior? A solução para este possível paradoxo encontrava-se na concepção de vácuo, o “vazio” que nos rodeia. Associado ao estado de mínima energia, o vácuo denota a ausência total de matéria e radiação em uma dada região. *“Mas o que restaria depois de se extrair todas as partículas de matéria e radiação, levando a região ao mais perfeito vácuo? Segundo a mecânica quântica, a região continuaria povoada por uma legião de partículas, denominadas virtuais, que não podem ser removidas. Ademais, elas surgem e se aniquilam aos pares, tão rapidamente que sua detecção direta é impossível”* (CASTIÑEIRAS. et al. p, 73)⁷.

Para sanar tal paradoxo, existem três possibilidades principais: a primeira *“seria dizer que o problema reside na própria mecânica quântica, que deveria ser reformulada para acomodar situações desse tipo. Uma segunda explicação poderia estar no fato de que, no contexto de uma teoria completa de gravitação quântica, a radiação de Hawking exiba um pequeno*

desvio de termalidade, no qual estaria codificada toda a informação devorada pelo buraco negro. Uma terceira especulação, finalmente, é que o buraco negro não evapore de todo, mas deixe algum resíduo, onde aquela informação ficaria depositada” (CASTIÑEIRAS. et al. p, 73⁶).

METODOLOGIA

A metodologia deste trabalho é constituída pelo estudo da métrica em duas dimensões de Schwarzschild, obtendo uma matriz diagonal também de duas dimensões, que será aplicada na equação do símbolo de Christoffel, encontrando os gamas de Christoffel válidos por meio do tensor de Einstein. Por conseguinte, utilizou-se os gamas válidos para construir as duas equações geodésicas necessárias para estudar a trajetória percorrida por uma determinada partícula, ao se aproximar de um buraco negro. O estado de conhecimento nesta área concentra-se atualmente em estudos aprofundados sobre como pode-se conciliar a Relatividade Geral com a Mecânica Quântica, uma vez que a radiação Hawking possui pilares tanto clássicos quanto quânticos para entender seu pleno funcionamento. Bem como a compreensão e busca pela resolução do paradoxo da informação, dado o fato de que a evaporação completa de buracos negros, por meio da radiação Hawking, é uma realidade.

A motivação para se ter escolhido uma matriz em duas dimensões se dá pelo fato de que assim não haverá perda de generalidade, ou seja, pode-se focar os cálculos somente em dimensões onde ocorrerão mudanças significativas no sistema estudado. Na métrica utilizada, em questão, somente a coordenada temporal e radial terão tais mudanças, mantendo um aspecto simétrico na parte angular da métrica.

3.1 Métrica de Schwarzschild

$$ds^2 = -\left(1 - \frac{r_s}{r}\right) c^2 dt^2 + \left(1 - \frac{r_s}{r}\right)^{-1} dr^2 + r^2 d\Omega^2 \quad (2)$$

Pode também ser escrita como

$$ds^2 = -c^2 \left(1 - \frac{2GM}{c^2 r}\right) dt^2 - \left(1 - \frac{2GM}{c^2 r}\right)^{-1} dr^2 + r^2 d\Omega^2 \quad (8)$$

Escolheu-se um valor de $4,349.10^{22} \text{ kg}$ para a massa do buraco negro que será manipulado, obtêm-se como nova métrica

$$ds^2 = -\left(\frac{9.10^{16}r + 5,80.10^{12}}{r}\right)^2 dt^2 + \left(\frac{9.10^{16}r + 5,80.10^{12}}{r}\right)^{-1} dr^2 \quad (9)$$

tendo sido organizado nas seguintes matrizes em duas dimensões

Matriz normal

$$g_{\mu\nu} = \begin{bmatrix} \frac{-9.10^{16}r + 5,80.10^{12}}{r} & 0 \\ 0 & \frac{(r - 6,45.10^{-5})^{-1}}{r} \end{bmatrix} \quad (10)$$

Matriz inversa

$$g^{\mu\nu} = \begin{bmatrix} \frac{(-9.10^{16}r + 5,80.10^{12})^{-1}}{r} & 0 \\ 0 & \frac{(r - 6,45.10^{-5})}{r} \end{bmatrix} \quad (11)$$

Utilizou-se tanto a matriz normal quanto a inversa para calcular os gamas válidos de Christoffel, sendo eles

$$\Gamma_{12}^1 = \left(\frac{-5,80.10^{12}}{-18.10^{16}r^2 + 10,80.10^{12}r} \right) \quad (12)$$

$$\Gamma_{21}^1 = \left(\frac{-5,80.10^{12}}{-18.10^{16}r^2 + 10,80.10^{12}r} \right) \quad (13)$$

$$\Gamma_{11}^2 = \left(\frac{-5,80.10^{12}r + 37,47.10^7}{2r^3} \right) \quad (14)$$

$$\Gamma_{22}^2 = \left(\frac{-r^3 + 6,45.10^{-5}r}{2r^3 + 8,32.10^{-10}r} \right) \quad (15)$$

3.2 Equações geodésicas

Posteriormente construiu-se as equações geodésicas de uma determinada partícula que vem do infinito em direção ao buraco negro

$$\ddot{x}^1 + \Gamma_{11}^1 \dot{x}^1 \dot{x}^1 + \Gamma_{12}^1 \dot{x}^1 \dot{x}^2 + \Gamma_{21}^1 \dot{x}^2 \dot{x}^1 + \Gamma_{22}^1 \dot{x}^2 \dot{x}^2 = 0 \quad (16)$$

$$\ddot{x}^2 + \Gamma_{11}^2 \dot{x}^1 \dot{x}^1 + \Gamma_{12}^2 \dot{x}^1 \dot{x}^2 + \Gamma_{21}^2 \dot{x}^2 \dot{x}^1 + \Gamma_{22}^2 \dot{x}^2 \dot{x}^2 = 0 \quad (17)$$

Analisando somente os gamas válidos, as equações geodésicas resultaram em

$$\ddot{x}^1 + \left(\frac{-5,80 \cdot 10^{12}}{-18 \cdot 10^{16} r^2 + 10,80 \cdot 10^{12} r} \right) \dot{x}^1 \dot{x}^2 + \left(\frac{-5,80 \cdot 10^{12}}{-18 \cdot 10^{16} r^2 + 10,80 \cdot 10^{12} r} \right) \dot{x}^2 \dot{x}^1 = 0 \quad (18)$$

velocidade de crescimento do tempo em relação ao tempo próprio da partícula

$$\ddot{x}^2 + \left(\frac{-5,80 \cdot 10^{12} r + 37,7 \cdot 10^7}{2r^3} \right) \dot{x}^1 \dot{x}^1 + \left(\frac{-r^3 + 6,45 \cdot 10^{-5} r}{2r^3 + 8,32 \cdot 10^{-10} r} \right) \dot{x}^2 \dot{x}^2 = 0 \quad (19)$$

velocidade de crescimento do espaço em relação ao tempo próprio da partícula

As geodésicas acima demonstram a trajetória de uma partícula vindo do infinito em direção à um buraco negro. Dado o fato de que quanto menor a massa do buraco negro, maior será a radiação Hawking que ele irá emitir, inicialmente modelou-se a métrica de um buraco negro de Schwarzschild com a massa igual a da Lua.

RESULTADOS

Partindo da fórmula da temperatura Hawking (7), calculou-se a radiação para três buracos negros com massas distintas. O primeiro com a massa de 1 kg , o segundo com massa de 15.10^{-1} kg e o terceiro com massa de 25.10^{-2} kg , obtendo os seguintes resultados

$$T_H = \frac{\hbar c^3}{8\pi G K_B M} \quad (7)$$

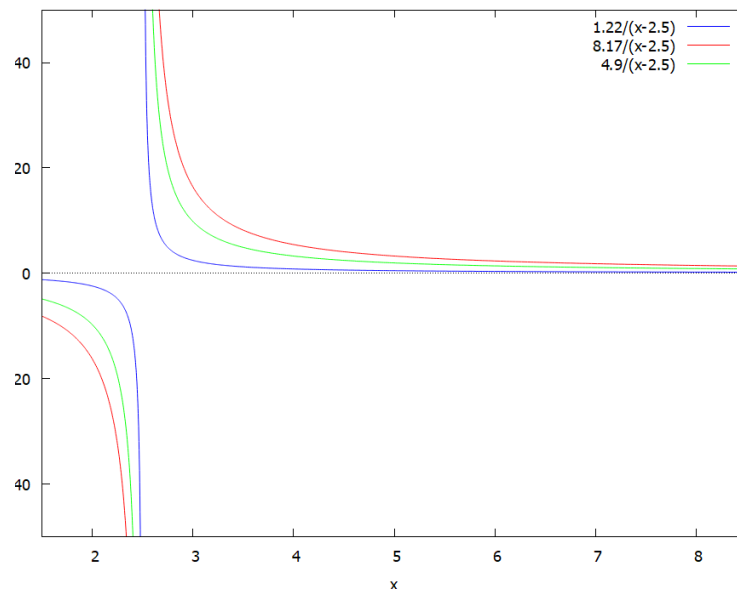
$$T_{H1} = (1,05.10^{-34}) \text{ K} \quad (20)$$

$$T_{H2} = (1,05.10^{-34}) \text{ K} \quad (21)$$

$$T_{H3} = (1,05.10^{-34}) \text{ K} \quad (22)$$

obtendo o gráfico a seguir

Figura 02: Gráfico da distorção das geodésicas da partícula



Fonte: O autor

O gráfico acima demonstra as severas distorções que uma partícula, vindo do infinito e se aproximando de um buraco negro, pode sofrer devido à ação da radiação Hawking emitida por ele. Onde o eixo x representa a temperatura Hawking e o eixo y representa a massa do buraco negro. Nota-se que quanto menor a massa do buraco negro, mais radiação Hawking ele irá emitir, acarretando em uma maior distorção na geodésica de qualquer partícula que se aproximar do buraco negro.

CONCLUSÃO

Conclui-se que a radiação Hawking pode ser medida e estudada de forma mais efetiva em buracos negros com massas pequenas, desde massas iguais as da Lua, até massas em escalas quânticas. Embora essa radiação ocorra em todos os tipos de buracos negros existentes, é somente em buracos negros muito pequenos, e quânticos, que a radiação é mais intensa e pode-se melhor estudar como ela interfere em corpos e/ou objetos ao seu redor. Desta forma, conclui-se também que a radiação Hawking possui a capacidade de gerar uma severa interferência na trajetória de qualquer corpúsculo que se aproxime do horizonte de eventos de um buraco negro. Por fim, a radiação Hawking também interfere na massa e energia do buraco negro, ao passo em que retira tais propriedades quando escapa para o universo, fazendo com que o mesmo evapore destruindo toda informação presente consigo, criando assim o paradoxo da informação em buracos negros.

REFERÊNCIAS

- [1] SOARES, M. S. MENEZES, G. Uma discussão sobre buracos negros quânticos. Cadernos de Astronomia, vol. 4, nº 1, Rio de Janeiro, 2023.
- [2] HAWKING, S. W. Buracos Negros: Palestras da BBC Reith Lectures. Tradução de Cássio de Arantes Leite. São Paulo: Editora Intrínseca, 2017.
- [3] OPPENHEIMER, J. R. SNYDER, H. On Continued Gravitational Contraction. Physical Review, vol. 56. University of California, 1939.
- [4] FONTANA, R. D. B. Os enunciados da segunda lei da termodinâmica: Uma possível abordagem. Revista Brasileira de Ensino de Física, vol. 38, nº 1, p. 1311, 2016.
- [5] BASTOS-FILHO, J. B. et al. A entropia de Hawking para buracos negros: um exercício de análise dimensional a partir de um texto de divulgação. Revista Brasileira de Ensino de Física, vol. 29, nº 4, p. 527-533. Julho, 2007.
- [6] COUGO-P. et al. O Efeito Casimir. Revista Brasileira de Ensino de Física, vol. 22, nº 1. Rio de Janeiro, Março, 2000.
- [7] CASTIÑEIRAS, J. et al. Singularidade e Informação. Scientific American Brasil.
- [8] HAWKING, S.W. Particle Creation by Black Holes. Department of Applied Mathematics and Theoretical Physics. University of Cambridge, April 1975.