

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

BRUNO GUSTAVO DOS SANTOS

APLICAÇÃO DE REDES NEURAIS DE MÚLTIPLAS SAÍDAS PARA AVALIAÇÃO DA
PROBABILIDADE DE FALHA DE SISTEMAS

PONTAL DO PARANÁ

2025

BRUNO GUSTAVO DOS SANTOS

APLICAÇÃO DE REDES NEURAIS DE MÚLTIPLAS SAÍDAS PARA AVALIAÇÃO DA
PROBABILIDADE DE FALHA DE SISTEMAS

Trabalho de Conclusão de Curso submetido ao curso de Engenharia Civil do Campus Pontal do Paraná da Universidade Federal do Paraná como requisito parcial para a obtenção do título de Bacharel em Engenharia Civil.

Orientador(a): Prof. Dr. Henrique Machado Kroetz

PONTAL DO PARANÁ
2025

DADOS INTERNACIONAIS DE CATALOGAÇÃO NA PUBLICAÇÃO (CIP)
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
SISTEMA DE BIBLIOTECAS – BIBLIOTECA DO CENTRO DE ESTUDOS DO MAR

Santos, Bruno Gustavo dos
S237a Aplicação de redes neurais de múltiplas saídas para avaliação da probabilidade de falha de sistemas / Bruno Gustavo dos Santos. – Pontal do Paraná, 2025.
1 arquivo [97 f.] : PDF.

Orientador: Professor Doutor Henrique Machado Kroetz.

Monografia (Graduação) – Universidade Federal do Paraná, Campus Pontal do Paraná, Centro de Estudos do Mar, Curso de Civil.

1. Confiabilidade de sistemas. 2. Redes neurais. 3. Metamodelagem. I. Kroetz, Henrique Machado. II. Título. III. Universidade Federal do Paraná.

CDD – 620



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

ATA DE REUNIÃO

TERMO DE APROVAÇÃO

BRUNO GUSTAVO DOS SANTOS

“APLICAÇÃO DE REDES NEURAIS DE MÚLTIPLAS SAÍDAS PARA AVALIAÇÃO DA PROBABILIDADE DE FALHA DE SISTEMAS”

Monografia aprovada como requisito parcial para a obtenção do grau de Bacharel em Engenharia Civil, da Universidade Federal do Paraná, pela Comissão formada pelos membros:

Prof. Dr. Henrique Machado Kroetz

Prof. Orientador - CPP-CEM/UFPR

Prof. Dr. Eduardo Tadeu Bacalhau

CPP-CEM/UFPR

Prof. Dr. Gustavo de Miranda Saleme Gidrão

UTFPR - Campus Guarapuava

Pontal do Paraná, 27 de maio de 2025



Documento assinado eletronicamente por **HENRIQUE MACHADO KROETZ, PROFESSOR DO MAGISTERIO SUPERIOR**, em 27/05/2025, às 17:41, conforme art. 1º, III, "b", da Lei 11.419/2006.



Documento assinado eletronicamente por **Gustavo de Miranda Saleme Gidrão, Usuário Externo**, em 28/05/2025, às 09:10, conforme art. 1º, III, "b", da Lei 11.419/2006.



Documento assinado eletronicamente por **EDUARDO TADEU BACALHAU, PROFESSOR DO MAGISTERIO SUPERIOR**, em 29/05/2025, às 16:56, conforme art. 1º, III, "b", da Lei 11.419/2006.



A autenticidade do documento pode ser conferida [aqui](#) informando o código verificador **7765981** e o código CRC **329C20B0**.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, por possibilitar que todo o planejamento se concretizasse e alcançasse o objetivo da graduação.

Agradeço profundamente a minha família e minha noiva por possibilitarem que eu pudesse me dedicar em prol de obter uma graduação no ensino superior, e principalmente por existirem e fazerem parte da minha vida.

Ao professor Dr. Henrique Machado Kroetz, que desde o início de minha graduação disponibilizou-se para auxílio e aceitou-me como orientando de iniciações científicas, onde pude desenvolver técnicas de escrita, pesquisa e programação.

Ao professor Dr. Carlos Eduardo Rossigali, que lecionou grande parte das disciplinas de estruturas e sempre prestou auxílio nas mais diversas questões.

“Existem três coisas que não podem ser interrompidas: o sonho dos homens, o fluxo do tempo e a vontade herdada, enquanto as pessoas continuarem buscando o sentido da liberdade tudo isso jamais deixará de existir.”

Go D. Roger

RESUMO

A confiabilidade estrutural é um ramo da engenharia que avalia, de forma probabilística, a segurança das estruturas, determinando a probabilidade de falha dos sistemas estruturais em operação. Uma das abordagens para essa análise é a formulação de equações de estado limite, que representam as condições de segurança estrutural. Ao utilizar variáveis aleatórias em grandes amostras, essas equações podem ser testadas via simulação de Monte Carlo, um método estatístico amplamente adotado na área. Quando múltiplos elementos estruturais são analisados simultaneamente, surge a necessidade de avaliar a confiabilidade como um sistema, que pode ser organizado em série, paralelo ou configuração mista. Essa abordagem reflete melhor a realidade estrutural, pois a segurança geralmente depende de múltiplos componentes interdependentes. No entanto, tais simulações podem ter alto custo computacional. Para mitigar essa limitação, empregam-se metamodelos - técnicas numéricas que aproximam o comportamento da equação-alvo a partir de um conjunto de dados de treinamento. Este estudo explorou três tipos de metamodelos na simulação de equações para diferentes sistemas estruturais: redes neurais, krigagem e expansões de polinômios de caos. A proposta central foi investigar a capacidade das redes neurais de gerar múltiplas respostas para representar todo o sistema em um único metamodelo, comparando-as às abordagens clássicas. Os resultados indicaram que krigagem e polinômios de caos superaram as redes neurais em desempenho. No entanto, na comparação entre redes neurais, constatou-se que redes de múltiplas saídas apresentaram desempenho semelhante às redes convencionais, mas com tempos de simulação reduzidos e eficiência superior da arquitetura otimizada. Essa economia computacional destaca a viabilidade da abordagem proposta, conferindo-lhe competitividade no campo da metamodelagem para confiabilidade estrutural.

Palavras-chave: 1: Confiabilidade de sistemas, 2: Redes neurais, 3: metamodelagem.

ABSTRACT

Structural reliability is a branch of engineering that probabilistically assesses the safety of structures, determining the likelihood of failure in structural systems during operation. One approach to this analysis is the formulation of limit state equations, which represent structural safety conditions. By using random variables in large samples, these equations can be tested through Monte Carlo simulation, a widely adopted statistical method in the field. When multiple structural elements are analyzed simultaneously, the need arises to evaluate reliability as a system, which can be organized in series, parallel, or mixed configurations. This approach more accurately reflects structural reality, as safety is generally dependent on multiple interdependent components. However, such simulations can be computationally costly. To mitigate this limitation, metamodels—numerical techniques that approximate the behavior of the target equation based on a set of training data—are employed. This study explored three types of metamodels for simulating equations in different structural systems: neural networks, kriging, and polynomial chaos expansions. The central proposal was to investigate the capability of neural networks to generate multiple outputs to represent the entire system within a single metamodel, comparing them to classical approaches. The results indicated that kriging and polynomial chaos expansions outperformed artificial neural networks in terms of performance. However, when comparing different neural network architectures, it was observed that multiple-output networks exhibited similar performance to conventional networks but with reduced simulation times and superior efficiency in the optimized architecture. This computational efficiency highlights the feasibility of the proposed approach, granting it competitiveness in the field of metamodeling for structural reliability.

Keywords: 1: System reliability, 2: Neural networks, 3: metamodeling.

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1.1.1 - Manchete do desastre em Pontal do Paraná-PR.....	28
Figura 2.1.1.2 - Esquema de um problema de quantificação de incertezas.....	28
Figura 2.1.2.1 - Fronteira entre R e S.....	30
Figura 2.3.1 - Domínio da sobrevivência e da falha.....	38
Figura 2.7.1.1 - Exemplo da arquitetura de uma RNA.....	45
Figura 2.8.1- Exemplificação visual do problema do caixeiro viajante.....	52
Figura 2.8.2 - Tirinha ilustrativa sobre o funcionamento da otimização.....	53
Figura 2.8.1.1 - Topologias do PSO: a) global e b) local.....	57
Figura 4.1.1 - Avaliação de precisão do sistema em série.....	63
Figura 4.1.2 - <i>Boxplot</i> exemplo em série.....	65
Figura 4.2.1 - Avaliação de precisão do sistema em paralelo.....	66
Figura 4.2.2 - <i>Boxplot</i> exemplo em paralelo.....	68
Figura 4.3.1 - Representação do sistema misto.....	69
Figura 4.3.2 - Avaliação de precisão do sistema misto.....	70
Figura 4.3.3 - <i>Boxplot</i> do exemplo misto.....	71
Figura 4.4.1 - Histograma da função de Ishigami.....	72
Figura 4.4.2 - Avaliação de precisão do sistema de equações de Ishigami.....	73
Figura 4.5.1 - Deslocamento dos nós inferiores de uma treliça.....	74
Figura 4.5.2 - Avaliação de precisão do sistema da treliça.....	79
Figura 4.5.3 - <i>Boxplot</i> exemplo da treliça metálica.....	81
Figura 4.6.1 - Detalhamento do protótipo.....	82
Figura 4.6.2: Avaliação de precisão do sistema da flambagem.....	84
Figura 4.6.3 - <i>Boxplot</i> do exemplo da flambagem em concreto armado.....	85
Figura 4.7.1 - Tempo computacional para o exemplo em série.....	86
Figura 4.7.2 - Tempo computacional para o exemplo em paralelo.....	87
Figura 4.7.3 - Tempo computacional para o exemplo misto.....	87
Figura 4.7.4 - Tempo computacional para o exemplo da treliça.....	88
Figura 4.7.5 - Tempo computacional para o exemplo da flambagem.....	88

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.8.1.1 - Algoritmo do PSO.....	55
Tabela 2.8.1.2 - Valores recomendados para o PSO.....	56
Tabela 4.3.1 - Dados das variáveis do exemplo em série.....	69
Tabela 4.5.1 - Variáveis envolvidas na treliça.....	74
Tabela 4.5.2 - Forças nodais e comprimentos da treliça real.....	76
Tabela 4.6.1: Dados experimentais de resistência à compressão.....	82
Tabela 4.6.2 - Variáveis do caso de flambagem.....	83

LISTA DE ABREVIATURAS OU SIGLAS

ABNT – Associação brasileira de normas técnicas
ASTM – *American Society for Testing and Materials*
NBR – norma brasileira
ELS – Estado limite de serviço
ELU – Estado limite último
V.A – variável aleatória
CDF – função de distribuição acumulada de probabilidade
PDF – função densidade de probabilidade
RNA – Rede neural artificial
MLP – *MultiLayer Perceptron*
RBF – Função de base radial
LSTM – *Long-short term memory*
PCE – Expansão de polinômios de caos
PCV – Problema do caixeiro viajante
MSE – *Mean squared error*
MAE – *Mean absolute error*
PSO – *Particle swarm optimization*
MSE – mean squared error
MAE – mean absolute error

LISTA DE SÍMBOLOS

C – confiabilidade do sistema

P_f – probabilidade de falha

$f_{x,S}(x, S)$ – função densidade de probabilidade

R – resistência

S – solicitação

M_{ar} – margem de segurança

M – modelo

X – variável aleatória

w – resultados possíveis de uma variável aleatória

x – valor de uma variável aleatórias

Ω – espaço amostral

F_x – Função de distribuição acumulada de probabilidade

P – Probabilidade

f_x – função densidade de probabilidade

μ – média

D_x – Domínio

Var – variância

σ – desvio padrão

$\mathcal{M}$ – Metamodelo

D_f – domínio da falha

D_s – domínio da sobrevivência

ϕ – fator de minoração da resistência

R_n – resistência nominal

γ_n – coeficiente de majoração da n-ésima carga

Q_n – valor nominal da n-ésima carga

β – índice de confiabilidade

n_{si} – número de simulações do vetor das variáveis aleatórias

n_f – número de falhas

$I_{[x]}$ – função indicadora da simulação de Monte Carlo

n^{sup} – pontos de suporte

γ – vetor de respostas de um metamodelo

P_a – matriz de permutação do hipercubo latino

R_a – matriz de distribuição uniforme do hipercubo latino

A – matriz resposta do hipercubo latino

a_{ij} – elementos da matriz A

n^{RN} – neurônio

x^{RN} – vetor de entrada da RNA

x_i^{RN} – elemento do vetor de entrada da RNA

w^{RN} – peso da RNA

b_{nk}^{RN} – bias da RNA

a_{nk}^{RN} – valor de ativação

f_a^{RN} – função de ativação da RNA

a_α^{PC} – fator do PCE

Ψ_α^{PC} – polinômios multivariados

α – grau do polinômio

w_i^{RBF} – pesos dos neurônios da rede por RBF

C^{RBF} – centros da rede por RBF

$||\mu - x||$ – distância euclidiana entre o elemento e o centro

ϕ^{RBF} – função de base radial

p^{pc} – grau máximo multi-índice

P^{pc} – número de funções

N_{var} – número de variáveis

β_j^{krig} – coeficiente correspondente da krigagem

f_j^{krig} – função arbitrária da krigagem

$Z(x)$ – processo gaussiano de média constante e nula

d^* – vetor de valores ótimos

$f_{obj}(x)$ – função objetivo

$\vec{x}_i$ – vetor posição da partícula

$\vec{p}_i$ – vetor de melhores posições encontradas da partícula

$\vec{v}_i$ – vetor velocidade da partícula

w – fator de inércia

χ – fator de constrição

$f_{obj}(x)$ – função objetivo

$\vec{x}_i$ – n-dimensional espaço de pesquisa

$\vec{p}_i$ – vetor de melhor posição encontrada

$\vec{v}_i$ – vetor velocidade

c – constante do enxame

ϵ_1 – número aleatório e independente do enxame

ϵ_2 – número aleatório e independente do enxame

p_g – melhor posição encontrada pela otimização

f_{ck} – resistência característica à compressão

E – módulo de elasticidade

I – momento de inércia

L_{ef} – comprimento efetivo de flambagem

a_e – coeficiente relacionado ao agregado graúdo

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....	16
1.1 JUSTIFICATIVA.....	18
1.2 OBJETIVOS.....	19
1.2.1 Objetivo geral.....	19
1.2.2 Objetivos específicos.....	19
1.3 METODOLOGIA.....	20
2 REVISÃO DE LITERATURA.....	22
2.1 ABORDAGEM DA CONFIABILIDADE ESTRUTURAL.....	22
2.1.1 Fontes de erro.....	25
2.1.2 Conceitos da confiabilidade.....	29
2.2 VARIÁVEIS ALEATÓRIAS E SUAS PROPRIEDADES.....	32
2.3 EQUAÇÕES DE ESTADOS LIMITES.....	35
2.4 PROBLEMAS DE CONFIABILIDADE E SUA FORMULAÇÃO.....	39
2.4.1 Nível de análise.....	40
2.4.2 Composição de sistemas.....	41
2.5 SIMULAÇÃO DE MONTE CARLO.....	41
2.6 AMOSTRAGEM POR HIPERCUBO LATINO.....	43
2.7 METAMODELOS (OU MÉTODOS DE SUBSTITUIÇÃO).....	43
2.7.1 Redes neurais artificiais (RNAs).....	45
2.7.2 Expansão de polinômios de caos (PCE).....	49
2.7.3 Krigagem.....	50
2.8 OTIMIZAÇÃO.....	51
2.8.1 Otimização por enxame de partículas.....	54
2.8.2 Otimização por tentativas.....	57
2.9 FERRAMENTAS COMPUTACIONAIS.....	58
3 MATERIAL E MÉTODOS.....	60
4 RESULTADOS.....	62
4.1 EXEMPLO EM SÉRIE.....	63
4.2 EXEMPLO EM PARALELO.....	66
4.3 EXEMPLO MISTO.....	68
4.4 APLICAÇÕES DA FUNÇÃO DE ISHIGAMI – NÃO LINEARIDADE.....	71
4.5 DESLOCAMENTO EM UMA TRELIÇA – DIMENSIONALIDADE.....	73

4.6 FLAMBAGEM EM PILARES DE CONCRETO ARMADO.....	81
4.7 DISCUSSÃO DOS RESULTADOS.....	86
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	92
REFERÊNCIAS.....	94

1 INTRODUÇÃO

A engenharia civil vem se desenvolvendo mais a cada ano e a inserção de novas tecnologias ocorrem em todos os setores, ampliando os horizontes e possibilidades dos projetistas, o que possibilita infraestruturas otimizadas e aumento significativo nas dimensões. Com tal desenvolvimento, as construções se tornaram mais complexas e estão utilizando de materiais inovadores. A cada inserção de novas tecnologias, surgem dúvidas sobre suas capacidades e regimes de funcionamento, e principalmente sobre a sua segurança – como a estrutura se comportará ao longo dos anos e se representará algum tipo de risco aos usuários – e tal dúvida persiste até mesmo sobre os já bem conhecidos materiais como concreto, aço, madeira, já que existem questões construtivas, qualidade, durabilidade e até mesmo conceituais sobre a segurança de estruturas, levando à seguinte pergunta: até que ponto a segurança é garantida? A necessidade mais primordial da engenharia é, antes mesmo de especificações de outra natureza, atestar a segurança de um projeto estrutural (se tal objetivo não é alcançado, qualquer outro quesito não importa e o projeto deve ser revisto). A resposta padrão que um engenheiro que busca se resguardar na legalidade é que se um projeto segue as normas, ele deve estar seguro, já que estas lidam com coeficientes e considerações de projeto amplamente difundidas na literatura. Porém, seria isso a resposta mais eficaz? Existem questionamentos sobre a segurança interligados com a aleatoriedade dos eventos e impossibilidade de atestar exatidão, o que se intensifica ainda mais em um canteiro de obras.

Neste contexto surge a necessidade de um campo de pesquisa da engenharia civil que busca encontrar respostas contundentes e objetivas para estes questionamentos, sendo este o papel da confiabilidade estrutural. Ela se torna imprescindível para avaliar a segurança de forma apurada e estatística, trazendo respostas mais concretas para a dúvida sobre a segurança real das estruturas, estabelecendo um referencial teórico robusto baseado na probabilidade e estatística aplicadas a estruturas. A resposta definitiva sobre isto, porém, pode ser altamente complexa e não exequível em tempo proporcional a acompanhar o mercado da construção civil. Desta forma, o método prático adotado pelas normativas de projeto adota coeficientes minoradores em resistências e majoradores em solicitações, o que naturalmente leva ao superdimensionamento, empregando recursos além do

realmente necessário, indo ao encontro do principal papel de um engenheiro civil: equiparar os custos e viabilidade do projeto com a segurança.

A confiabilidade de estruturas possui ferramentas para modelar estruturas e sistemas por meio estatísticos. Estes métodos evoluem a cada ano, e por meio deles, é possível verificar com precisão satisfatória a probabilidade de falha de um sistema estrutural proposto. Algumas dessas ferramentas se tornaram mais comuns, o que não quer dizer que seu funcionamento e execução são simples ou pouco custosos, e uma dessas ferramentas é a simulação de Monte Carlo. Ela é uma aplicação da Lei dos grandes números, utilizando uma grande quantidade de simulações (que funcionam basicamente como experimentos) para verificar a chance de algo acontecer (no contexto da confiabilidade de estruturas, é a falha de uma estrutura). Uma ressalva feita sobre este método surge da complexidade das estruturas, as quais estão sujeitas a múltiplos esforços e obrigatoriamente devem resistir a todos eles, representando uma barreira desafiadora quando sujeitas aos comportamentos distintos de cada material, isto é, as características físicas inerentes à composição dos materiais que os proporciona suas propriedades naturais (a ductibilidade de metais, as fissurações na cura do concreto, por exemplo), incertezas numéricas e metodológicas inerentes a tudo que nos cerca. Portanto, uma resposta que processe múltiplas vezes certa quantidade de equações de alta complexidade é quase impossível, além de causar custos computacionais de processamento e armazenamento exageradas. Para solucionar tal problema, em vez de aplicar a simulação com as equações reais de alta complexidade e difícil processamento computacional, é possível utilizar técnicas de metamodelagem para reconhecer os padrões e simular - com menores custos, porém com extrema precisão - o comportamento dos sistemas estruturais analisados.

Com tantas portas abertas pela tecnologia, um único modelo pode ser potencializado, com sua forma sendo levada a níveis mais complexos. Por exemplo, maiores graus em polinômios ou maior número de neurônios em uma rede neural. Entretanto, esse precedente pode levar a desperdício de recursos e problemas no ajuste e reconhecimento dos dados por parte do metamodelo, pois sua construção passou do ponto do necessário e ficou superdimensionada. Portanto, se no processo de desenvolvimento e ajuste houve exagero, então deve haver alguma forma em que ele alcance o ápice de sua precisão e balanceamento do custo, encontrando um ponto ótimo. Ou seja, trata-se de um problema de otimização:

encontrar a arquitetura ótima em que se obtém o melhor desempenho e ainda possui o menor custo possível. Novamente, resolver este problema não é simples e trivial, pode demandar muito tempo ou nem mesmo ser possível. Neste âmbito, a meta-heurística surge como um procedimento recomendável e útil.

Nesse contexto, este trabalho visa testar uma gama de métodos de metamodelagem convencionais e bem estabelecidos na literatura especializada e comparar seu desempenho com redes neurais de múltiplas saídas com suas formas otimizadas e analisar métricas de convergência e custo computacional, concluindo quais técnicas são mais efetivas em determinados contextos e qual converge mais rapidamente para a resposta dentro da análise geral.

1.1 JUSTIFICATIVA

A existência está associada a incertezas provenientes da aleatoriedade natural dos fenômenos da natureza e a verificação da segurança deve levar estas incertezas em conta – os valores considerados em projeto não são exatamente os mesmos verificados na realidade. Quanto menor o nível de supervisão e controle das atividades construtivas, maior a chance de resultados insatisfatórios – e na engenharia de estruturas, tais ocorrências devem ser levadas em consideração na verificação da segurança. Entretanto, resolver o problema da confiabilidade de forma analítica não é trivial, muitas vezes nem ao menos é possível analiticamente. Para driblar esta dificuldade, a metamodelagem emergiu como um dos pilares da confiabilidade estrutural. Existe uma variedade de metamodelos que vem sendo aplicados como meios de descrever as equações de estado limite, obtendo resultados cientificamente comprovados (Kroetz et al. (2017 e Kroetz; Santos (2023 e Papadrakakis et al. (1996)). Cada problema pode se ajustar melhor a determinada técnica, por isso a necessidade de demarcar os cenários ideais para cada metamodelo.

A metamodelagem clássica lida com as equações de estado limite de forma isolada, sendo necessário um modelo isolado para cada uma das equações do problema abordado. Porém, as redes neurais artificiais têm a capacidade pouco explorada de retornar múltiplas respostas em um único modelo, a depender de como sua arquitetura é moldada. Desta forma, um único metamodelo pode descrever o comportamento de todo um sistema estrutural, podendo reduzir custos

computacionais. Nenhuma outra técnica clássica possui tal habilidade, fazendo das redes neurais artificiais uma ferramenta com potencial ainda inexplorado.

Ademais, existe uma variedade de tipologias para as redes neurais, levando a questionamentos sobre como cada uma delas se comporta e como podem ser utilizadas na confiabilidade estrutural. Portanto, existe a necessidade de verificação do desempenho das redes neurais com arquitetura de múltipla saída, também comparando seus custos e resultados com as técnicas clássicas, avaliando se há competitividade satisfatória.

1.2 OBJETIVOS

Com a quantidade de metamodelos e técnicas à disposição da comunidade científica, a possibilidade de comparação entre métodos é muito vantajosa, permitindo que se encontre a melhor abordagem para determinadas condições, considerando os recursos disponíveis. Portanto, busca-se neste estudo:

1.2.1 Objetivo geral

Aproveitar o conhecimento já estabelecido no uso das redes neurais artificiais dentro do contexto da confiabilidade de estruturas e introduzir uma nova vertente, lançando mão de sua capacidade de produzirem múltiplas respostas. Busca-se aplicar esta versatilidade no ambiente da confiabilidade estrutural de sistemas, realizando o treinamento e utilizando estes metamodelos para substituir às equações de estados limites que compõem os sistemas estruturais clássicos (*benchmarks*). Desta forma, aspira-se reduzir custo computacional e manter o alto nível de precisão.

1.2.2 Objetivos específicos

- Comparar o desempenho de variadas abordagens de redes neurais com múltiplas saídas e de redes neurais convencionais e outras técnicas de metamodelagem clássicas – expansão de polinômios de caos e krigagem – verificando a convergência destes para a probabilidade de falha real do

problema estabelecido, avaliando também a quantidade de amostras de treinamento necessárias para tal convergência;

- Por meio de técnicas de otimização meta-heurísticas, encontrar a arquitetura ótima para as redes neurais artificiais e se esta é condizente com o nível de complexidade dos problemas avaliados;
- Verificar se o método proposto é capaz de convergir facilmente para a probabilidade de falha real do problema com custo razoável e competitivo;
- Analisar o custo computacional inerente ao novo processo proposto e as vantagens e desvantagens de cada uma das técnicas empregadas, verificando suas empregabilidades relacionadas aos parâmetros objetivo dentro dos problemas de estudo de caso apresentados;
- Também é de interesse neste estudo despertar o interesse da comunidade científica em explorar outras capacidades das redes neurais.

1.3 METODOLOGIA

A confiabilidade estrutural já está muito bem ambientada com técnicas de metamodelagem, pois grande parte dos trabalhos relacionados lidam com ela, abrangendo uma vasta gama de artigos científicos que utilizam estas ferramentas como forma de substituir uma equação de estado limite. Diversas técnicas foram desenvolvidas ao longo do tempo e alcançaram resultados notáveis no âmbito da confiabilidade e devido a seu bom desempenho, tornaram-se metamodelos padrões: expansão de polinômio de caos, krigagem e mais recentemente as redes neurais artificiais, que possuem diversas modalidades e maneiras de organizá-las (Gomes; Awruch (2004)).

Então neste estudo serão considerados problemas de confiabilidade de sistemas estruturais já bem conhecidos, os chamados exemplos de *benchmark*, que nada mais são do que problemas já testados e bem consolidados em estudos científicos, em que se sabe qual o resultado a ser alcançado, podendo então servir como um teste para novas técnicas e abordagens. Tais problemas envolverão a confiabilidade de sistemas compostos por mais de uma equação de estado limite, tratando de três *benchmarks* (série, paralelo, misto) e outros três exemplos aplicados a situações pertinentes ao uso de modelos de substituição. Serão fornecidos a cada um dos metamodelos uma quantidade de dados de treino geradas aleatoriamente

dentro da distribuição de probabilidade de cada variável, onde haverá as entradas (variáveis aleatórias envolvidas) e as saídas correspondentes (os valores resultantes da equação de estado limite real).

As variáveis aleatórias (V.As) serão fornecidas com base na distribuição estatística e suas características, sendo que tais dados passarão por um processo de amostragem inteligente, o hipercubo latino, que fará com que as amostras fiquem melhor distribuídas dentro do seu espaço amostral, capturando melhor as possibilidades dos valores das V.As próximos as margens. Com isso, as amostras se tornarão mais exparsas, ajudando a reduzir o número de amostras necessárias para alcançar representatividade na equação de estado limite. Após isso, os dados de treino serão fornecidos a cada um dos metamodelos (PCE, krigagem e RNAs clássicas e de múltiplas saídas). Para aprimorar mais o método empregado, utilizar-se-á a otimização, sendo a técnica escolhida otimização por exaustão ou enxame de partículas (do inglês *Particle swarm optimization*), dependendo de como cada modalidade de rede neural é estruturada (valores inteiros ou decimais).

As técnicas aqui utilizadas serão empregadas com auxílio de modelos pré-montados, desenvolvidas e fornecidas em bibliotecas disponíveis na linguagem de programação *Python*, sendo elas fontes muito bem estabelecidas e conceituadas dentro do ambiente de programação (*Keras* e *UQPyLab*). Com a forma otimizada do metamodelo, será desenvolvida a simulação de Monte Carlo com um valor de amostras representativo para este método, verificando se a probabilidade de falha (P_f) converge para seu valor real. Caso o objetivo não seja alcançado, a quantidade de amostras de treino serão aumentadas até que se alcance o objetivo proposto, que é a convergência da P_f com erro inferior a 1%.

Com base nos resultados do experimento proposto, serão avaliadas as capacidades dos metamodelos, com seus benefícios e malefícios, discutindo sua aplicabilidade e principalmente verificando se a proposta do estudo, as redes neurais com várias saídas, que representam todo o sistema, fornecem resultados competitivos com os outros metamodelos estudados e se seu custo é condizente com o nível dos problemas estudados.

2 REVISÃO DE LITERATURA

2.1 ABORDAGEM DA CONFIABILIDADE ESTRUTURAL

O ato de construir estruturas faz parte do cotidiano da humanidade há eras, sendo a sedentarização um dos processos de ponto de partida para o desenvolvimento da construção: se vamos permanecer no mesmo local, este pode muito bem ser modificado para se tornar mais seguro e cômodo. Desde as estruturas mais simples, como barracas e tendas de comunidades alocadas próximos a corpos d'água (Kroetz (2019)), chegando até estruturas monumentais que datam desde antes de 8000 a.c (McFadden, 2024): construções como o *Göbekli Tepe* e *Tell Qaramel* mostram que a humanidade já era capaz de construir estruturas complexas e com durabilidade, ao menos de seus resquícios. E assim se seguiu, com obras como as pirâmides e zigurates, aquedutos romanos, até chegar na atualidade, com construções como o *Burj Khalifa*, Itaipu, etc, buscando suprir necessidades vitais à humanidade ou alcançar metas surpreendentes. A cada avanço tecnológico alcançado, mais dúvidas se ergueram sobre a real condição e compreensão das tecnologias estabelecidas, o que incita a busca do conhecimento: a evolução das técnicas e a compreensão completa do que já está estabelecido.

Mas e se algo não ocorre bem, devido a compreensão incompleta do real estado da estrutura, e uma falha ocorre, gerando um desastre? Catástrofes naturais ou antrópicas tomam as capas nos noticiários e causam comoção geral, tendo como exemplo os trágicos casos como os rompimentos de barragens em Minas Gerais queda da Linha Amarela no Rio de Janeiro. Elas podem ceifar vidas, causar danos psicológicos irreversíveis aos envolvidos e perdurar no imaginário popular, necessitando até mesmo de uma área do estudo para si, a psicologia dos desastres, que trata da percepção de catástrofes e seu impacto no comportamento dos indivíduos (Melo; Santos (2011)). O peso da falha, principalmente na engenharia civil, carrega consigo maior impacto e responsabilidade moral, já que os desastres são lembrados como marcos históricos e de mudança de paradigma na percepção da sociedade. Por outro lado, todos os outros projetos que deram certo caem no esquecimento. A noção de falha carrega conotação mais emblemática.

Há também o dano econômico: por exemplo, o desastre de *Tacoma Narrows*, onde aproximadamente US\$ 7 milhões foram gastos, em um cenário de recuperação e retomada econômica da grave crise de 1929, que foram perdidos em

questão de dias devido a considerações de projeto insuficientes frente às dimensões da ponte pênsil quando exposta ao vento (Amman et al. (2014)). Em suma, há um grande peso legal e moral sobre a cabeça dos engenheiros, e portanto, a segurança deve ser a primícia fundamental de um projeto. Nesse contexto, as normativas foram desenvolvidas para amparar o profissional e prevenir eventos desastrosos, provendo diretrizes de segurança para o projeto, execução da construção e também na fabricação das matérias-primas, sendo este o papel de organizações como a Associação brasileira de normas técnicas (ABNT), *American Society for Testing and Materials* (ASTM) e outras mais. Tais normas são amparadas por corpos técnicos, apresentando medidas de segurança a serem adotadas que considerem as incertezas, riscos e ações que possam ocorrer ao longo da vida útil da estrutura. Tais medidas são realizadas por meio de coeficientes, que são costumeiramente revisitadas em estudos de calibração de norma, como Kroetz (2019) e Santiago (2019).

Porém, a preocupação em abordar a segurança como um conceito matemático e mensurável é recente. Seja por questões filosóficas (Kroetz (2019) apresenta uma interessante abordagem de que o conceito da fé entrou em conflito com a aleatoriedade abordada na Probabilidade e Estatística), ou seja por precariedade na formação técnica (profissionais formados para garantir a segurança das construções é um conceito relativamente recente, já que no passado próximo, e em certa medida até hoje, as construções seguiam diretrizes puramente arquitetônicas e a execução se ancorava na experiência dos executores). Em suma, o repertório específico aplicado na engenharia civil ainda possui lacunas e descobertas recentes pouco difundidas.

Dentro da metodologia de projeto, houve uma evolução natural do conhecimento. Um dos primeiros métodos a serem amplamente difundidos e considerados para projeto foi o Método das Tensões Admissíveis, onde um coeficiente empírico, baseado na resistência observada do material, risco e investimento inerentes à estrutura era aplicado para minorar a tensão resistente e o mesmo ocorria para majorar a demanda. Contudo, logo suas limitações foram detectadas: incapacidade de englobar todas as fontes de risco, a ponderação feita no efeito e não na ação, em casos de não-linearidade física ou geométrica, não condiz com o aumento do risco real. O próximo passo foi adotar o método semi-probabilístico, que realiza as ponderações nas ações, de forma a atender mais

adequadamente a não-linearidade e possibilita a verificação em diversos quesitos de resistência, sendo este o método preponderante hoje nas normativas de projeto. Porém ele ainda apresenta limitações, como a não quantificação da incerteza. O próximo passo nessa escalada seria adotar o método probabilístico, onde um modelo de alta robustez incorpora as incertezas e riscos, ponderando o que a falha pode acarretar e assim ponderando os valores. Porém, algo de tamanha complexidade exige um referencial teórico muito amplo, além do custo de execução do modelo ser impraticável, ainda mais em tempo real do mercado de construção civil. Apesar disso, a metodologia abordada ao longo do tempo permitiu um índice de sucesso satisfatório. A insistência em alcançar novos métodos é devido à necessidade de reduzir a falha, dado que vidas estão em jogo, e alcançar o ponto de equilíbrio, onde não ocorre desperdício de recursos.

Por fim, pode-se estabelecer uma linha do tempo com relação a como a confiabilidade estrutural vem evoluindo (Santiago (2019)):

1. Freudenthal (1947): introdução da estatística na segurança estrutural, sugerindo que a integração da área entre as distribuições de probabilidade das variáveis envolvidas resultaria na Probabilidade de Falha;
2. Cornell (1969): definição do índice de confiabilidade;
3. Hasofer-Lind (1974): definição do conceito de índice de confiabilidade na forma invariante.
4. Rackwitz & Fiessler (1978): apresentação de um método de cálculo para o índice de confiabilidade em função de variáveis estatísticas. Em um segundo momento, estes mesmos autores propuseram posteriormente, no mesmo ano, a transformação das distribuições em distribuições normais equivalentes e as solicitações consideradas sequências aleatórias dependentes do tempo.

Já no passado mais recente, nas décadas de 1990 e 2000, artigos como Papadrakakis et al. (1996) e Deng (2005), iniciaram a aplicação de técnicas de metamodelagem para descrever as equações de estados limites. Um campo de estudo de trabalhos posteriores, já nas décadas de 2010 e 2020 seguiram essa vertente, testando diferentes técnicas de metamodelagem (Kroetz et al. (2017)).

Na área da engenharia, como apresentado nesta revisão histórica, os sistemas construídos são extremamente complexos e dependem de uma diversidade de fatores não controláveis, passando por diversos fatores que podem causar alteração dos parâmetros considerados em projeto, até chegar ao seu uso

final em funcionamento durante sua vida útil. Entretanto, qualquer coisa construída por um engenheiro civil deve ser extremamente segura dentro das condições de uso, apesar de todas as fontes de incerteza.

Para atender os requisitos de segurança, o objetivo fundamental da confiabilidade se levanta: analisar a probabilidade de falha e de sobrevivência de um sistema estrutural. A análise de confiabilidade estrutural está fundamentada por termos estatísticos e conhecimento técnico da área, portanto é necessário conhecê-los.

2.1.1 Fontes de erro

É de conhecimento geral que todos os valores lidos na realidade não são absolutos e estão sujeitos a uma incerteza implicada pelo método de medição. Existe aleatoriedade em tudo que permeia a realidade. Por exemplo, a produção de barras de aço: um dado lote é moldado para ter a mesma espessura, massa, ranhuras, resistência, etc. Porém quando analisadas uma a uma, verifica-se que existem pequenas diferenças em cada uma delas. Isso é visto na engenharia e todas as áreas práticas do conhecimento, sendo parte intrínseca da realidade, sendo uma característica impossível de se extinguir, mas mitigável com controle de qualidade e esmero na execução. Felizmente, tal tipo de incerteza é bem documentada e de fácil predição com o conhecimento atual, demonstrando comportamento gaussiano clássico. Este é um caso de incerteza intrínseca. Nesta categoria de fonte de erro, existem duas subdivisões: a física, que nada mais é que a aleatoriedade natural de todo fenômeno natural e grandeza física, fenômenos como variação natural de carregamentos, ocorrências naturais, entre outros, e de previsão, que é relativa a como se acredita que algum comportamento de interesse ocorrerá no futuro, caso muito comum em obras de infraestrutura, que são projetadas visando suportar fenômenos com tempo de recorrência mensurado por extrapolação. Criando um exemplo fictício, segundo a NBR 15575, o tempo de vida útil mínimo das estruturas é de 50 anos. Porém, num dado projeto verificou que suas estruturas durariam o tempo determinado, mas devido a alguma condição de projeto não bem estimada, as estruturas durarão menos que os 50 anos exigidos. Isso ocorreu porque houve um erro em como se comportariam as estruturas ao longo do tempo (Beck (2014)).

Erros numéricos também são frequentes, visto o uso de uma diversa gama de fórmulas, coeficientes e tolerâncias. Devido a forma de interpretação quantitativa dos fenômenos serem descritas por meio de números, constantemente ocorrem erros na precisão desses valores e nas operações matemáticas sucedidas por meio desses dados. Atualmente, porém, tal tipo de erro não é aceitável ao ponto de causar insegurança, frente as ferramentas de maior precisão a disposição da sociedade, utilizando de ferramentas computacionais que permitam maior acurácia nos valores trabalhados e nos seus cálculos seguintes, mitigando ao máximo erros numéricos (Pires, 2015).

A fonte de erro mais emblemática e atuante é a epistêmica. Apresentando-a de forma simples, ela diz respeito ao quanto de conhecimento foi documentada sobre um problema, seu comportamento, as variáveis que o influenciam e quão distante da realidade este conhecimento realmente está, ou seja, a precisão do modelo. O caminho natural é que quanto mais o ser humano progride no entendimento de um certo fenômeno (seja ele um evento, material, condicionante, etc), menores serão tais erros (Beck (2014)). Por isso, a vanguarda da pesquisa científica desempenha papel importante na redução dessa fonte de erro, identificando os elos falhos da teoria vigente e como corrigi-los. Existem cinco formas de atuação principais do erro epistêmico, que são:

- **Estatística:** A determinação de dados utilizando amostras da curva de distribuição de probabilidades de uma variável aleatória ou de seus parâmetros carregará consigo a chamada incerteza estatística, que diz respeito a representação de uma variável com base nos seus modelos estatísticos ou amostragem, limitados também por estes. Testes de hipótese são uma das metodologias aplicadas para mitigar tal erro, aumentando as chances dos dados calculados/amostragem selecionada representarem a variável de forma representativa.
- **Decisão:** parâmetro relativo ao experimento, depende da interpretação de se o fenômeno ocorreu ou não, visto que existe uma zona de ocorrência entre o “quase acontecendo” e o “aconteceu”, sendo que os dados obtidos podem abranger esta área nebulosa (tal fenômeno é sensível quando se depende de instrumentos para detecção de ocorrências). Delimitar essa fronteira não é simples, além de que muitas ocorrências na natureza não são definidas desta

maneira, No campo das estruturas, o estado limite de serviço (ELS) está sujeito a este tipo de incerteza epistêmica, algo que não ocorre com o estado limite último (ELU), por isso foram estudados outros meios de se interpretar essas variáveis e comportamentos, neste caso, funções de utilidade (Beck (2014)).

- **Modelo:** para podermos estudar fenômenos complexos, realizamos simplificações e estas simplificações vão conter um erro por não serem o mesmo que a realidade. Um exemplo muito claro relativo ao modelo é apresentado por Ellingwood et al. (1980), onde uma série de artefatos de concreto armado foram analisadas experimentalmente e comparadas com o parâmetro esperado, concluindo a existência de erros que vieram do modelo de cálculo desses artefatos.
- **Fenomenológico:** incerteza interpretativa referente ao quanto se conhece o fenômeno estudado, estando ligado com condições inimagináveis as quais o projeto será sujeito, sendo frequente em projetos carregados de inovação. O clássico exemplo de *Tacoma Narrows* se encaixa nesta condição, pois a excitação dinâmica da ponte não era um fator imaginado na etapa de projeto.
- **Humano:** Já o erro humano tem relação, como o nome já diz, com o desempenho das tarefas pelo ser humano. Muitos acidentes ocorrem devido a falha do ser humano desenvolvendo a tarefa em questão e produzindo um resultado insatisfatório. No estudo da confiabilidade humana, há duas abordagens principais: estudo do erro humano em si, suas causas e condicionantes, buscando entender o erro humano de forma mais específica. Já a outra vertente é a construção e desenvolvimento de instrumentos e métodos que pudessem, de alguma forma prever ou medir a probabilidade da ocorrência dos erros ou então medir o quão confiável era um sistema, através da aplicação de conhecimentos estatísticos em conjunto com ciências humanas e características da tarefa desenvolvida (SILVA et al. (2017)). Esta área está sendo muito estudada e vem produzindo resultados interessantes. A engenharia civil lida com esse tipo de erro, entendidos como erros de execução: o projeto foi corretamente concebido, mas a sua execução não. Um tipo desta ocorrência pode ser vista pelo acidente ocorrido em Pontal do Paraná-PR, onde a execução incorreta de uma laje de concreto pré-montada que sustentava reservatórios de água causou sua falha e resultou num

acidente que ceifou três vidas (disponível em: [https://massanews.com/noticias/mercado-pontal-do-parana-irregularidade/.](https://massanews.com/noticias/mercado-pontal-do-parana-irregularidade/))

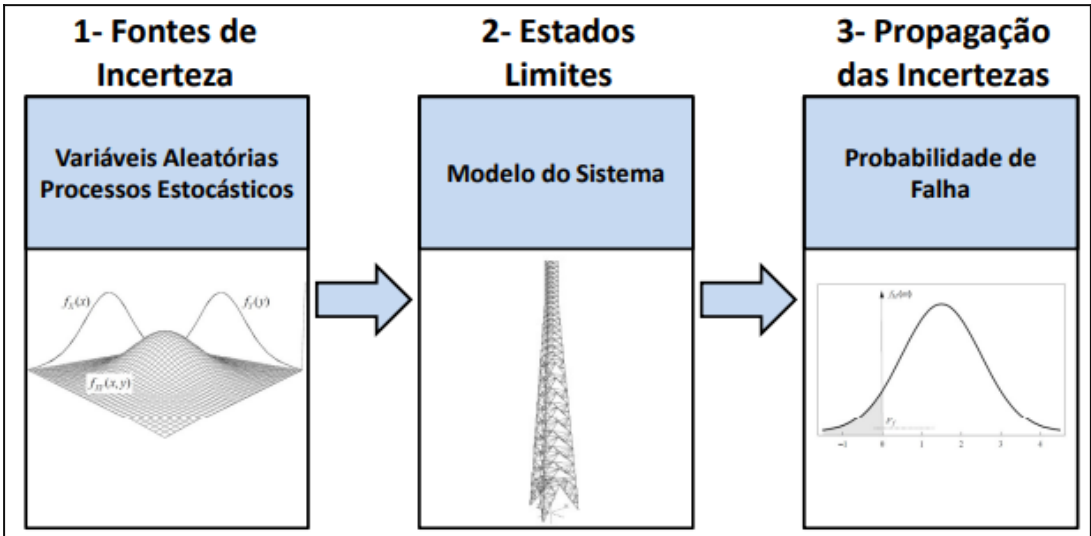
Figura 2.1.1.1 - Manchete do desastre em Pontal do Paraná-PR



Fonte: Adaptado de Massa News, 2024.

Concluindo, com a ocorrência dessas possíveis fontes de erro, é observada uma propagação de incertezas, de maneira que o produto final que é avaliado é a probabilidade de falha. Partindo das fontes de incertezas, que necessitam de uma forma de modelar o sistema sujeito a incertezas e culminando na probabilidade de falha, como demonstrado na Figura 2.1.1.2 de Kroetz (2019).

Figura 2.1.1.2 - Esquema de um problema de quantificação de incertezas.



Fonte: Kroetz, 2019

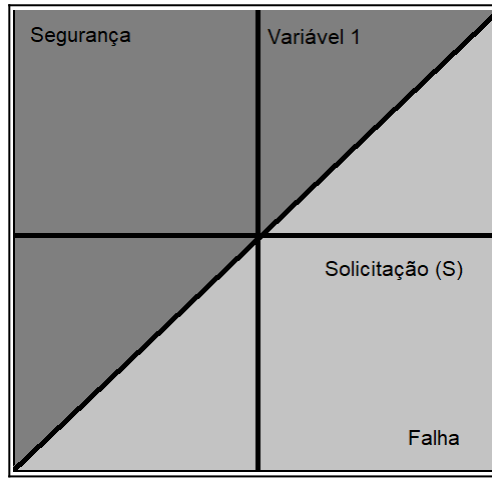
2.1.2 Conceitos da confiabilidade

A confiabilidade está relacionada a segurança. Uma forma objetiva de avaliá-la é quantificar os eventos: a proporção entre as vezes que ocorre falha e o total de ocorrências, ou seja, qual a chance de ocorrer uma falha. A confiabilidade (C) de um sistema é a probabilidade de que não ocorram falhas no sistema analisado, respeitando uma vida de projeto especificada, as condições de operação segura do mesmo. Já a P_f é a chance do sistema falhar mesmo com todas as condições estabelecidas de segurança devidamente cumpridas (vida útil, condições de projeto, materiais, etc). Se as condições forem diferentes das avaliadas no estudo de confiabilidade, os resultados não terão validade. Portanto, é imprescindível que as condições de projeto sejam atendidas para que a avaliação de segurança tenha resultado representativo para a realidade.

O objetivo principal da confiabilidade de estruturas é, de forma simplificada, determinar se um projeto se encontra no domínio da falha ou no domínio da segurança. Para expressar esse domínio, utiliza-se a função densidade probabilidade $f_{x,S}(x, S)$ de uma variável qualquer x de interesse (normalmente considerada a resistência ou outra propriedade que se deseja avaliar a influência na segurança). Também define-se a resistência R oferecida pela estrutura que depende de x . Já S é a solicitação à qual a estrutura está exposta, definidas matematicamente conforme a Equação 2.1.2.1. Assim, temos a definição matemática do que é de fato a P_f :

$$[P_f[S \geq R]] = \int_{\Omega} f(x, S) dv_i ds = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, S) dx ds \quad (2.1.2.1)$$

Figura 2.1.2.1 - Fronteira entre R e S



Fonte: O autor, 2025.

Estas variáveis podem ser independentes (o que normalmente são, visto que a solicitação depende da finalidade do projeto e não dos materiais e processos construtivos que gerarão a variável em questão) e resultar na Equação 2.1.2.2:

$$f_{x.S}(x, S) = F_x F_s(S) \quad (2.1.2.2)$$

Expandido-a, obtém-se a Equação 2.1.2.3:

$$P_f = \int_{-\infty}^{+\infty} f_s(S) \left[\int_{-\infty}^S F_x(x) dx \right] ds = \int_{-\infty}^{+\infty} f_s(S) F_x(S) ds \quad (2.1.2.3)$$

Onde $f_S(s)$ é a função marginal de densidade de probabilidade da solicitação e $F_x(x)$ é a função marginal de distribuição cumulativa de probabilidades da resistência.

Considerando esse caso, a probabilidade de falha vem a ser a área sob a curva $f_S(s)F_x(s)$. Esta área é proporcional (mas não idêntica) à área de interferência entre as distribuições de x e S , o que gera um problema da interferência de populações. O grande problema reside na função de falha: sua forma analítica não é simples de ser obtida e, mesmo que haja meios de obtê-la (o que é de rara

ocorrência), pode custar grande desempenho e memória computacional, tornando-a inviável de ser praticada.

Para solucionar o problema, adota-se uma margem de segurança (M_{ar}). De forma prática, podemos conseguir isso por meio de coeficientes de majoração e adoção de normas construtivas, tornando-se um modelo. M_{ar} é definida como:

$$M_{ar} = R - S \quad (2.1.2.4)$$

Quando $M_{ar} > 0$, o projeto sobrevive e para valores de $M_{ar} < 0$ o projeto falha e valor nulo representa estado limite ou crítico; quando R e S são aleatórias, M_{ar} também é aleatória e pode ser definida por meio de:

$$P_f = P[M_{ar} \leq 0] = \int_{-\infty}^0 f_m(m) dm = F_m(0) \quad (2.1.2.5)$$

M_{ar} pode ser transformada em uma variável unitária Y por meio da transformação de Hasofer-Lind. Isso é feito para que seja possível analisá-la por meio de uma função de distribuição cumulativa normal padrão Φ que resulta em:

$$P_f = P[M_{ar} \leq 0] = P\left[Y \leq -\frac{\mu_M}{\sigma_M} a_{ar}\right] = \Phi\left(-\frac{\mu_M}{\sigma_M} a_{ar}\right) \quad (2.1.2.6)$$

Na variável adimensional Y , obtemos uma medida geométrica da probabilidade de falha, que corresponde à distância entre o ponto $m = 0$ e a origem (média) da distribuição de Y . Esta medida é chamada de índice de confiabilidade, representada pela letra grega β (beta) dada por $\left(\frac{\mu_M}{\sigma_M} a_{ar}\right)$. Quanto maior for tal índice, maior a confiabilidade do projeto avaliado (Sousa (2019)).

Se o estudo do projeto se demonstrar seguro, para que ele se torne viável, ainda deve cumprir, de maneira geral, cinco requisitos para ser considerado viável Beck (2019):

1. Serviço: preservar sua funcionalidade ao longo da vida útil estipulada, contanto que sejam seguidos os procedimentos corretos – o ELS;

2. Segurança: suportar carregamentos extremos esporádicos e carregamentos repetitivos sem entrar em colapso dentro de sua vida útil – o ELU;
3. Robustez: as possíveis avarias que podem ocorrer ao longo da vida útil devem ser proporcionais a suas causas;
4. Econômico: ser um projeto rentável, tanto no seu custo quanto no seu retorno;
5. Social: deve atender aos quatro anteriores, além de oferecer um risco tolerável aos seus usuários, dentro dos conceitos estabelecidos pelas normas da engenharia civil.

2.2 VARIÁVEIS ALEATÓRIAS E SUAS PROPRIEDADES

A teoria probabilística busca solucionar problemas não determinísticos, onde é encontrada uma quantidade de dados com características que o representam (média, desvio padrão, etc). Estes dados não são a população definitiva, mas sim uma quantidade suficientemente grande que consegue a representar. V.As podem ser definidas como um espaço amostral associado aos resultados de um experimento aleatório Ω . Uma variável aleatória X é qualquer função que associe um número real a cada elemento $w \in \Omega$. Portanto, se X é uma variável aleatória, então, $X: \Omega \rightarrow \mathbb{R}$. Ou seja, para cada elemento w pertencente a Ω , então a variável aleatória X assumirá o valor x , conforme Salsa; Moreira (2014).

Essa definição indica que uma variável aleatória real é uma função real que atribui a cada ponto do conjunto de um espaço amostral Ω um valor real, tal que o conjunto analisado é um evento para qualquer número real. O domínio da função variável aleatória $X(x)$ é o espaço amostral Ω , caso o domínio em questão seja formado por um número (finito ou infinito), mas contável, então esta é definida como variável aleatória do tipo discreta. Agora se o domínio é formado por um número incontável de pontos, define-se como uma variável aleatória contínua (Beck (2014)).

A função de distribuição acumulada de probabilidade (CDF) F_X pode ser definida como função que retornará o a probabilidade da variável X assumir o valor igual ou menor a x .

$$F_X(x) = P[X \leq x] \quad (2.2.1)$$

Onde $P[.]$ denota probabilidade. Com isso, é possível concluir que a CDF de uma variável aleatória X que assume um valor x é a probabilidade desta variável assumir um valor igual ou inferior a x .

Já a função densidade de probabilidade (PDF) ou $f_X(x)$ endereçará as probabilidades a um valor numérico. A função f_X é a derivada de F_X :

$$f_X(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{P[x \leq X \leq x + h]}{h} \quad (2.2.2)$$

Estas definições levam a dedução de que a PDF é a derivada da CDF:

$$f_X(x) = \frac{dF_X(x)}{dx} \quad (2.2.3)$$

A média uma variável aleatória X pode ser definida como uma média ponderada dos valores possíveis de X , com pesos iguais às probabilidades (Montgomery, Runger, 2021).

$$\mu_X = E[X] = \int_{D_X} x f_X(x) dx \quad (2.2.4)$$

Em que D_X denota o domínio da função $f_X(x)$. Sabendo que $E[.]$ é um operador, é possível aplicá-lo em outras funções. Sua aplicação permite encontrar os momentos de ordem k de uma V.A, os quais fornecem informações úteis sobre esta mesma V.A, principalmente os momentos centrais:

$$E[X^k] = \int_{D_X} x^k f_X(x) dx \quad (2.2.5)$$

O desvio padrão σ é o momento central de primeira ordem, dado por:

$$E[X - \mu_X] = \int_{D_X} (x - \mu_X) f_X(x) dx \quad (2.2.6)$$

A variância $Var(X)$, que é o momento central de segunda ordem e quadrado de σ mede a dispersão da variável em torno da média μ :

$$Var(X) = E[(X - \mu_X)^2] = \int_{D_X} (x - \mu_X)^2 f_X(x) dx \quad (2.2.7)$$

Já é bem estabelecido na literatura o uso de PDF's clássicas para modelar fenômenos aleatórios que seguem à dada distribuição de probabilidade. Assim é possível modelar características dos problemas estudados de maneira probabilística.

Quando o problema avaliado está à mercê de mais de uma variável, é possível (e isso é o comum) que o valor assumido por uma não influencie em nada no valor assumido pela outra. Considere o seguinte: a necessidade de avaliar a resistência do concreto armado, tomando como parâmetros a espessura do aço utilizado e a resistência característica do concreto convencional. O valor assumido pela espessura de uma barra de aço influencia na resistência do concreto comum? Não, pois eles passaram por processos de fabricação totalmente diferentes e não há uma relação intrínseca entre eles. Essa condição descrita é chamada de independência e uma consequência dela é a existência de variáveis aleatórias independentes. Tenha duas variáveis aleatórias independentes X_1 e X_2 . Matematicamente, a independência é descrita por:

$$P(X_1 \leq x_1, X_2 \leq x_2) = P(X_1 \leq x_1) \cdot P(X_2 \leq x_2) \quad (2.2.8)$$

Se todas as n variáveis do problema estudado estiverem definidas, obter-se-á o vetor de variáveis aleatórias X e sua função de distribuição de probabilidade conjunta será dada por:

$$F_X(x) = P(X_1 \leq x_1, X_2 \leq x_2, \dots, X_n \leq x_n) \quad (2.2.9)$$

Com função densidade de probabilidade conjunta igual a:

$$f_X(x) = \frac{\partial^n F_X(x)}{\partial x_1 \partial x_2 \cdots \partial x_n} \quad (2.2.10)$$

2.3 EQUAÇÕES DE ESTADOS LIMITES

Como mencionado anteriormente, existem duas categorias principais de estados limites: estados limites últimos (ELU), intrinsecamente ligados a segurança, representam a carga ou a deformação máximas possíveis, se superados causam avarias na estrutura, caracterizando uma falha. Já os estados limites de serviço (ELS) são as cargas ou deformações máximas sem que ocorram avarias, com a estrutura funcionando em condições normais (Beck (2014) e Kroetz (2019) e Sidney (2005)).

Para que ocorra um dimensionamento correto de estruturas, é necessário primeiramente dimensionar os esforços corretamente, que são causados pelas ações, definidas por Sidney (2005) como agentes capazes de aplicar estados de tensão e deformação aos corpos estudados e são classificadas em três modalidades conforme a NBR 8681:

- Permanentes: quase sempre constantes, variando em pequenas proporções em torno da média;
- Variáveis: variam de maneira significativa em torno da média;
- Excepcionais: baixa probabilidade que ocorram e duram curtos períodos de tempo, mas devem ser consideradas em projeto devido a uma alta intensidade.

Outro tipo de ação que também atua sobre as estruturas são as do tipo acidental, que acontecem em decorrência de seu uso, pela presença de pessoas e objetos que entram e saem. Sidney (2005). Dependendo do uso da edificação, essa carga pode ser muito baixa se comparada às cargas permanentes (residências por exemplo) ou muito significativa, como em depósitos com tráfego de máquinas pesadas, etc.

Para realizar o estudo de confiabilidade, é necessário definir um modelo adequado, que analise e reproduza a realidade e propósitos do estudo, para a representar a estrutura de forma matemática (Kroetz (2019)). A função que representará o modelo será chamada de $\mathcal{M}$. As respostas de interesse para uma forma x do vetor X são reunidas em um vetor de respostas $y = \mathcal{M}(x) \in \mathbb{R}^n$. Os

modelos podem ser analíticos, permitindo maior precisão, porém são inviáveis já que dependem recursos computacionais elevados, ou podem ser numéricos, menos precisos, mas que tendem a ser menos custosos e render precisão excelente, atingindo uma situação ideal de custo-benefício. Sua escolha deve ser baseada na complexidade e objetivos do estudo.

Para definir um problema de confiabilidade, Beck (2014) e Minasi et al. (2020) explicam que existem diferentes tipos de abordagem de confiabilidade estrutural:

1. Método de nível 0, também chamado de método das tensões admissíveis, que define o problema de segurança por meio da comparação do carregamento máximo esperado com a tensão máxima admissível, dentro do comportamento elástico-linear do material.
2. Método de nível 1, conhecido como método dos estados limites, adicionam coeficientes parciais de segurança aos valores característicos das variáveis aleatórias analisadas, com intuito de majorar os valores a favor da segurança. Beck (2014) usa a equação (2.3.1) para definir este método:

$$\phi R_n \geq \sum \gamma_n Q_n \quad (2.3.1)$$

Onde ϕ é o fator de minoração da resistência, R_n é a resistência nominal, γ_n é o coeficiente de majoração da n-ésima carga (ou seu efeito) e Q_n é o valor nominal da n-ésima carga (ou seu efeito).

3. Método de nível 2, o método dos índices de confiabilidade, utiliza parâmetros estatísticos dos materiais (média e variância) para representar a grandeza e um valor de correlação entre eles, normalmente a covariância, e também avaliar o tipo de distribuição. Para então obter o índice, a abordagem indicada pela literatura Associates; Park (1984 e T. Beck (2014) é a *First order second moment* (FOSM), que conta com vários métodos que buscam satisfazer a condição:

$$\beta \geq \beta_{adm} \quad (2.3.2)$$

Onde β é o coeficiente calculado pela abordagem FOSM e β_{adm} é o coeficiente de confiabilidade admissível.

4. Por fim, o método de nível 3, o método da probabilidade de falha, o qual busca encontrar a probabilidade de falha para representar a confiabilidade da estrutura.

Então para avaliar a segurança das estruturas, é necessário considerar algum tipo de parâmetro que avalie e quantifique o comportamento físico da estrutura. No estudo estrutural, esse parâmetro é o estado limite Kroetz (2019). A NBR 6118 define, de maneira resumida, que estados limites são estados nos quais a estrutura rompe, perde sua funcionalidade ou não atende aos parâmetros de segurança especificados. Em complemento, Beck (2014) explica que todos os parâmetros estruturais de uma construção podem ser descritos por meio de estados limites e quando ultrapassados, a situação representa uma situação indesejável, que causa risco aos usuários.

Para aplicação do conceito de estados limites dentro da confiabilidade estrutural, é necessário defini-los por meio de **funções de estados limites**, que compararão um valor (ou valores) que representam uma resistência frente a valores de solicitação (Kroetz (2019)). Conforme os autores Beck (2014) e Kroetz (2019) e Paliga (2008), podemos definir o problema da confiabilidade como:

$$g(x) = R - S \quad (2.3.3)$$

Onde $g(x)$ é a função do estado limite, x é a variável aleatória avaliada, R é o valor resistente e S é o valor solicitante. Este formato é adequado para sistemas mais simples, independentes do tempo. Para os resultados possíveis dessa abordagem, pode-se inferir as seguintes interpretações (Kroetz (2019) e Medeiros (2022)):

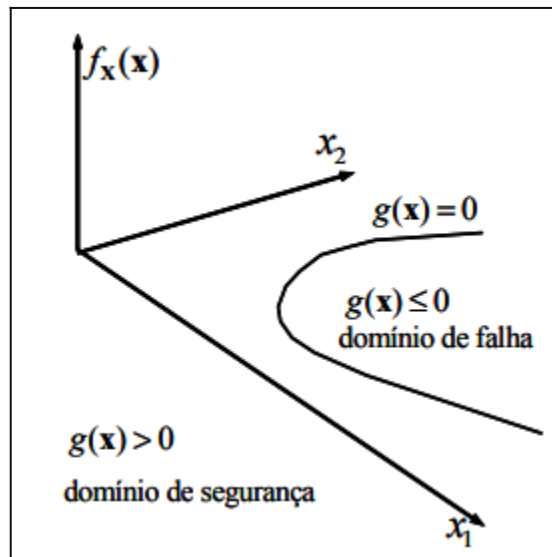
- $R > S$: a estrutura está segura, pois a resistência é maior que a solicitação.
- $R = S$ estrutura no limite da segurança, resistência e solicitação estão equiparadas, já não está em uma situação segura: iminência da falha.
- $R < S$: estrutura não segura, pois a solicitação está excedendo a resistência.

De forma matemática, a separação entre os domínios da falha e sobrevivência são:

$$\begin{aligned} D_f &= \{x \mid g(x) \leq 0\} \\ D_s &= \{x \mid g(x) > 0\} \end{aligned} \quad (2.3.4)$$

Onde D_f é o domínio da falha e D_s é o domínio da sobrevivência, como demonstrado na Figura 2.3.1.

Figura 2.3.1 - Domínio da sobrevivência e da falha.



Fonte: Beck (2014)

O método de nível 1, ou método dos estados limites é um modelo mais simplificado, que assim como o método de nível 0, não permitem o cálculo da probabilidade de falha. Para se realizar operações com este método, são necessários valores de média μ e desvio padrão σ das variáveis aleatórias consideradas e coeficientes pré determinados de ponderação. Este método utiliza como parâmetros de segurança o ELU, ponderando os termos da Inequação 2.3.3, ou seja, minorando a resistência e majorando a solicitação, de modo a favorecer a segurança. As variáveis do modelo são as ações às quais a estrutura está exposta, que são tratadas de maneira probabilística. O modo como ela será considerada dependerá da probabilidade de ocorrência dessa variável na estrutura, ou seja, se são permanentes ou variáveis. Ações favoráveis são desconsideradas. Cada tipo de carregamento é arranjado de forma que as ações envolvidas causem o pior cenário possível, definindo então o estado limite (Sousa (2019)).

Assumindo que as distribuições probabilísticas das variáveis R e S são conhecidas e independentes, a probabilidade de falha pode ser escrita como:

$$P_f = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^s f_R(r) f_S(s) dr ds = \int_{-\infty}^{\infty} F_R(s) f_S(s) ds \quad (2.3.5)$$

Ou da maneira:

$$P_f = \int_{-\infty}^{\infty} \int_r^{\infty} f_R(r) f_S(s) ds dr = \int_{-\infty}^{\infty} (1 - F_S(r)) f_R(r) dr \quad (2.3.6)$$

Onde $f_R(r)$ e $f_S(s)$ são as funções densidade de probabilidade e $F_R(s)$ e $F_S(r)$ são as funções cumulativas de probabilidade da resistência e da solicitação, respectivamente.

Conforme Sagrilo; Lima (2004), se as distribuições de R e S são normais, de forma que a combinação linear de variáveis aleatórias normais resulta numa variável normal, obtém-se:

$$P_f = P(g(x) \leq 0) = \Phi \left(\frac{0 - \mu_{g(x)}}{\sigma_{g(x)}} \right) = \Phi(-\beta) \quad (2.3.7)$$

Onde $\mu_{g(x)} = \mu_R - \mu_S$, e $\sigma_{g(x)} = \sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}$, $\Phi(\cdot)$, é a distribuição cumulativa normal padrão e β é o índice de confiabilidade. Então, β é definido como:

$$\beta = \frac{\mu_R - \mu_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \quad (2.3.8)$$

Devido as propriedades da distribuição normal, é possível encontrar a probabilidade de falha com a Equação (2.3.8), sem uso das fórmulas anteriores, que são mais complexas Sagrilo; Lima (2004).

2.4 PROBLEMAS DE CONFIABILIDADE E SUA FORMULAÇÃO

Um dos passos fundamentais para se definir um problema de confiabilidade é determinar as ações às quais a estrutura está exposta, como já mencionado. Num

problema comum de confiabilidade dependente do tempo, tais processos são estocásticos, mas já quando se trabalha com a hipótese de independência do tempo, tais processos são considerados como V.As (Beck (2014)).

Assim como os carregamentos estruturais podem depender do tempo, a resistência também pode. Esta abordagem é mais próxima da realidade, pois processos de desgaste do material ocorrem durante sua vida. Mas para formulação de modelos e suas análises, podem-se adotar diferentes abordagens (a depender do problema e da complexidade que se deseja tomar):

- A resistência não muda ao longo do tempo, ou a variação é tão pequena que pode ser desprezada;
- a resistência se altera de forma conhecida (determinística);
- processo estocástico (dependente do tempo).

A caracterização comum de problemas independentes do tempo é:

$$g(X) = g(X_R, X_S) = g(X_1, X_2, \dots, X_R) = 0 \quad (2.4.1)$$

Os domínios da falha e sobrevivência são conforme a Equação (2.3.4), e a P_f é obtida pela integração da função conjunta de densidade de probabilidades.

$$P_f = \int_{D_f} f(x) dx \quad (2.4.2)$$

2.4.1 Nível de análise

De forma geral, uma análise dos estados limites pode ser feita a nível material (comportamento do material na região específica), em nível de membros estruturais (como um membro estrutural como pilares e vigas, por exemplo, comportam-se) ou a nível estrutural (análise total). O nível de análise corresponde ao espaço ou à dimensão na qual a comparação entre solicitação e resistência é considerada.

A engenharia civil se preocupa com o nível de membros, principalmente, pois são os fatores principais dentro de uma edificação, sua análise é mais representativa para esta área. Busca-se modelar a resistência a partir de um modelo que determina os esforços internos resistentes em função das características geométricas do elemento e da resistência do seu material constituinte (Beck (2014)).

2.4.2 Composição de sistemas

Quando se analisa a organização de elementos em um sistema para análise de confiabilidade, são verificadas suas composições, isto é, organizações particulares em como a falha pode ocorrer. Eles podem apresentar três configurações, semelhantes às organizações de sistemas elétricos: composição em série, isto é, se uma equação apresentar falha, todo o sistema falha. Comparando com um sistema elétrico só existe um caminho para passagem da corrente. Portanto, se ele se romper, não ocorre a passagem da corrente: qualquer ocorrência de falha em uma das equações de estado limite representa falha do sistema. De forma matemática, expresso pela união de eventos:

$$F = \bigcup_{i=1}^n F_i \quad (2.4.2.1)$$

A segunda em paralelo, isto é, a condicional de falha requer que todas as equações apresentem falha para que o sistema falhe. Novamente, comparando a um sistema elétrico, existe mais de um caminho para passagem da corrente elétrica: a ocorrência da falha demanda que todas as equações de estado limite representem falha. De forma matemática, expressa pela intercessão dos eventos:

$$F = \bigcap_{i=1}^n F_i \quad (2.4.2.2)$$

A terceira é a configuração mista, ou seja, dentro de seu arranjo, existem condicionais que trabalham de maneira paralela e outras em série, tudo incluído dentro do mesmo sistema. Seu modo de falha dependerá de como o sistema está disposto com relação às suas condicionais.

2.5 SIMULAÇÃO DE MONTE CARLO

O método é uma importante ferramenta probabilística que permite encontrar resultados de forma computacional que se aproximam muito dos valores reais, se endereçando a problemas de quaisquer complexidades.

A simulação de Monte Carlo foi desenvolvida nos laboratórios de Los Alamos durante a segunda guerra, por vários pesquisadores, entre eles John von Neumann, Nicholas Metropolis e Stanislaw Ulam, e foi publicado em 1949 (Metropolis; Ulam (1949))⁰. Tal título foi em homenagem aos cassinos de Monte Carlo, em Mônaco. O uso dentro da confiabilidade de estruturas se deu de maneira natural, sendo usada para a simulação de diversas configurações de uma estrutura, de forma que sua aplicação na avaliação da probabilidade de falha seja direta (Santos (2014)). Consiste em uma técnica de solução de integrais, possuindo aplicabilidade em diversas áreas do conhecimento. A técnica funciona da seguinte maneira: são geradas n_{si} simulações do vetor das variáveis aleatórias X a partir da sua função densidade de probabilidade, seguida por aplicações das simulações no modelo estudado (Kroetz (2019)). O método de Monte Carlo é classificado como Bruto quando é apresentado em sua forma mais simples, com solução do tipo $I_{[x]}$ (Santos (2014)):

$$\begin{aligned} I_{[x]} &= 1, \text{ se } x \in D_f \\ I_{[x]} &= 0, \text{ se } x \in D_s \end{aligned} \quad (2.5.1)$$

Onde D_f e D_s são os domínios da falha e sobrevivência, respectivamente. Com o uso da função indicadora $I_{[x]}$, a equação da probabilidade de falha pode ser reescrita sobre todo o domínio:

$$P_f = \int_{D_f \cup D_s} I_{[x]} f_x(x) dx \quad (2.5.2)$$

Como o valor da função indicadora é um valor probabilístico, podemos encontrar a probabilidade de falha aproximada por meio de um estimador para o valor esperado da função indicadora:

$$\bar{P}_f = \sum_{i=1}^{n_i} \left(\frac{I_{[x_i]}}{n_{si}} \right) = \frac{n_f}{n_{si}} \quad (2.5.3)$$

Onde n_f é o número de vezes que a simulação se encontrou no domínio da falha. Para determinar a variância do estimador por meio da fórmula:

$$Var[\bar{P}_f] = \bar{P}_f \cdot \frac{(1 - \bar{P}_f)}{n_{si}} \quad (2.5.4)$$

Conforme o número de simulações aumenta (é o denominador da fração), a variância tenderá a zero, um claro exemplo da lei dos grandes números.

2.6 AMOSTRAGEM POR HIPERCUBO LATINO

O método de amostragem foi desenvolvido e apresentado em McKay et al. (1979) e vem apresentando excelentes resultados em diversas áreas, sendo uma das técnicas de amostragem inteligente mais utilizadas. De forma resumida, ele setoriza o espaço amostral e permite que as amostras fiquem melhores distribuídas. De acordo com a acurácia requerida, o número N de realizações aumentará. Seja n_x o número de V.As, assim o espaço de amostragem possui n_x dimensões, criando a matriz $P_a (N \times n_x)$, nas colunas n_x é uma permutação aleatória de 1 até N e outra matriz R_a (também $N \times n_x$) de valores de distribuição uniforme de 0 a 1. Assim, é possível obter uma matriz A de amostras (Olsson et al. (2003)).

$$A = \frac{1}{N}(P_a - R_a) \quad (2.6.1)$$

Utilizando os elementos a_{ij} de A e distribuição marginal da variável estudada, são obtidos os elementos da amostragem por hipercubo latino:

$$\hat{x}_{ij} = F_x^{-1}(a_{ij}) \quad (2.6.2)$$

De forma que em todas as amostragens geradas neste estudo utilizaram a estratégia do Hipercubo Latino.

2.7 METAMODELOS (OU MÉTODOS DE SUBSTITUIÇÃO)

Métodos de substituição, ou metamodelos são técnicas matemáticas que buscam gerar um modelo de aproximação numérica de alta-fidelidade para uma relação entre variáveis (Kroetz et al. (2017)):

$$\tilde{\mathcal{M}}(x) \approx \mathcal{M}(x) = y \quad (2.7.1)$$

A necessidade de se pesquisar métodos de substituição vem porque muitos modelos são extremamente complexos e demandam um custo computacional elevado (memória e processamento, além de tempo de simulação, que impedem resultados em tempo real, que seriam ideais para decisões). A quantidade de dimensões do problema pode, para que um tempo de simulação plausível seja executado, forçar com que certos fenômenos físicos devam ser ignorados, diminuindo a complexidade e por consequência, a aplicabilidade do modelo. Com o uso de metamodelos, existe possibilidade de reduzir o custo computacional e acelerar o processo, sem ter que preferir por qualidade e precisão ao tempo (M. J. Asher et al. (2015)).

A construção de um metamodelo envolve duas etapas principais: deve existir uma certa quantidade de pontos de suporte n_{sup} , para que o metamodelo seja alimentado, iniciando então a segunda etapa: treinamento. Com os n_{sup} , o método selecionado busca a melhor forma de correlacionar as variáveis alimentadas, fazendo isso de forma a minimizar o valor de uma métrica significativa. Tais etapas podem ser independentes, com o modelo sendo treinado no início da solução e permanece o mesmo até o final, técnica empregada por Gomes; Awruch (2004). Métodos adaptativos também podem ser utilizados, com o modelo iterando com o aumento da quantidade de amostras, e muitas técnicas de fazê-lo vem sendo estudadas ao longo dos últimos anos, como em Blatman; Sudret (2010).

Uma quantidade N de pontos de suporte é necessário para construir um metamodelo que gerará um vetor γ de resposta de alta-fidelidade:

$$\gamma = y_i^{AF} = \mathcal{M}(n_i^s), i = 1, \dots, N \quad (2.7.2)$$

Um metamodelo eficiente tem o objetivo de obter a maior acurácia possível no vetor resposta utilizando o menor número de pontos de suporte possíveis. Escolher pontos estratégicos corrobora para a redução de sua quantidade, por isso técnicas como amostragem por hipercubo latino são muito bem empregadas.

No contexto da confiabilidade estrutural, metamodelos são muito explorados para representar modelos estruturais, que muitas vezes são complexos e sua exploração de forma direta seria inviável, então substituindo por algum tipo de metamodelo. Essas ferramentas são poderosas, podendo captar complexas

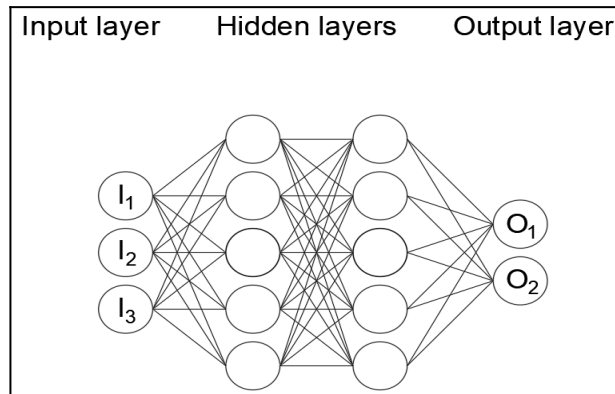
relações entre as variáveis analisadas, além de muito variadas, existindo diversos tipos. Os modelos de substituição trabalhados serão apresentados a seguir.

2.7.1 Redes neurais artificiais (RNAs)

As RNAs são metamodelos inspirados no cérebro. São camadas de neurônios (ou nós) que se intercomunicam. Elas trabalham de forma a receber um estímulo (um dado de entrada) e processá-lo, gerando um resultado que será passado a diante. A forma padrão de uma RNA é composta de uma camada de *inputs* (as entradas que o modelo está recebendo), *hidden layers*, camada (ou camadas) internas que farão o processamento dos dados e a *output layer*, a camada que devolverá as respostas processadas pelo algoritmo.

Começaram a ser aplicadas na engenharia de estruturas e posteriormente na confiabilidade de estruturas na década de 1990, com artigos como Bento (1998) e Papadrakakis et al. (1996), que abriram um caminho para que novas produções se aventurassem e produzissem resultados promissores (Kroetz et al. (2017)). A ideia proposta por Papadrakakis et al. (1996) era de usar a RNA para reproduzir o comportamento de um modelo com baixíssimo custo computacional. Elas tem a capacidade de representar relações não-lineares complexas, o que é muito vantajoso para os estudos de confiabilidade. Gomes; Awruch (2004) apresentaram uma comparação de desempenho entre modelos polinomiais quadráticos, cúbicos e também redes *Multilayer-perceptron* (MLP) e *Radial basis function* (RBF), mostrando que os resultados das redes neurais eram promissores, mas deveriam ser testados frente a sistemas grandes com não linearidade e equações de estados limites implícitas.

Figura 2.7.1.1 - Exemplo da arquitetura de uma RNA



Fonte: O autor, 2025.

A formulação matemática clássica da RNA é uma combinação dos dados de entrada, onde o neurônio n^{RN} na camada k , receberá o vetor x^{RN} por meio dos seus canais de entrada. O próximo passo será multiplicar cada elemento x_i^{RN} por um peso w_i^{RN} , então realizando o somatório dos elementos. Adicionalmente, é adicionado um fator chamado de *bias*, que pode deixar o resultado de um elemento nulo não ser nulo, formando assim um valor de ativação α_{nk}^{RN} :

$$a_{nk}^{RN} = \sum_{i=1}^n w_{ink}^{RN} x_i^{RN} + b_{nk}^{RN} \quad (2.7.1.1)$$

Os resultados de α_{nk}^{RN} são obtidos via função de ativação f_{α}^{RN} , que basicamente pode ser qualquer função não linear pode ser usada como função de ativação, mas algumas tomaram mais notoriedade, como a sigmoide, ReLU e a tangente hiperbólica. Neste estudo, será utilizada a tangente hiperbólica, pois apresentou os melhores resultados em testes empíricos.

A precisão e qualidade dos resultados obtidos em um estudo com RNA depende sim da forma como o neurônio está montado, mas principalmente na arquitetura empregada na rede (quantidade de *hidden layers*, número de neurônios em cada camada) causará o maior impacto na funcionalidade da rede (Kroetz (2019)). Outro fator de relevância é como os estímulos navegam na rede. A forma mais comum (e também a utilizada neste estudo) é a *feed-forward*, onde os dados

serão mandados apenas para a camada imediatamente posterior. Neste trabalho, serão trabalhados três modalidades de RNA:

- **MLP:** é um tipo de rede neural, uma das mais populares e frequentemente usadas, que é aplicado para uma série de propósitos, principalmente modelagem de funções não lineares. O algoritmo comum é baseado em uma propagação *feed-forward*, não afetando os próprios neurônios (mesma estratégia usada nos MLPs seguintes). A primeira camada, também chamada de camada de entrada, recebe apenas o vetor da variável e apenas o transmite adiante. As camadas ocultas são as responsáveis por analisar os dados, enviando os resultados finalmente para as camadas de saída, apresentando os resultados. Cada neurônio (ou nó) está conectado a todos os nós da próxima camada por um sistema de pesos, que são função da soma das entradas recebidas modificadas por uma transferência não linear fornecida pelas funções de ativação não linear. Por isso, o MLP é capaz de aproximar funções de complexa não linearidade. O autor Marius-Constantin et al., 2009 chama o método de aproximador universal. A estrutura do MLP também depende do algoritmo de otimização e da função de perda. O primeiro é uma ferramenta avançada de aprendizagem profunda, que tentará reduzir ao mínimo a função de perda (uma medida estatística de erro, usada para analisar a precisão do método preditor, comparando seus resultados com os verdadeiros valores conhecidos. Alguns dos mais usados são erro quadrático médio e erro absoluto médio) com base em um conjunto de dados de treinamento. A decisão de adicionar camadas surgiu da necessidade de aumentar a capacidade do algoritmo de tomar decisões em diferentes regiões: por exemplo, com uma única camada e uma entrada gera regiões semiplanas de decisões, com duas é uma interseção de semiplanos e a terceira camada permite criar regiões específicas de decisões (Gardner; Dorling (1998 e Marius-Constantin et al. (2009).). Já Shao; Murotsu (1997) utilizaram MLP com um sistema com oito equações de estados limites e quatro variáveis e mesmo com essa complexidade, os resultados foram positivos.
- **RBF:** Este tipo de rede neural é composta por apenas três camadas, obrigatoriamente. A primeira camada é responsável pela entrada de dados da

rede neural. Já a segunda camada, a *hidden layer*, é a camada que realmente analisa os dados. Esta análise é feita por uma função de ativação e neste tipo de rede, a função utilizada é a função de base radial. Este tipo de função depende apenas da distância entre um ponto de referência e os demais dados aplicados. Haykin (2005) explica que existem três parâmetros fundamentais neste tipo de rede neural: os centros (os pontos de referência), as variâncias (as distâncias entre os pontos de referência e os dados analisados) e os pesos (ponderações relativas à influência de cada análise para o resultado Souza et al. (2021)). Um *output* desse tipo de rede neural tem a forma:

$$y(x) = \sum_{i=1}^n w_i^{RBF} \phi(\|C_i^{RBF} - x\|) \quad (2.7.1.2)$$

Onde x são as entradas, n é o número de neurônios na *hidden layer*, w_i^{RBF} são os pesos de cada neurônio, C_i^{RBF} são os centros, $\| \mu - x \|$ é a distância euclidiana e ϕ é a função de base radial escolhida. Usualmente, utiliza-se a função gaussiana, mas também é comum o uso da função logística, multiquadrática e inversa da multiquadrática. É comum que a escolha desses parâmetros seja feita de maneira experimental (Souza et al. (2021)). Tendo tais parâmetros definidos, o que ocorrerá dentro da rede neural será, de forma resumida:

- A rede neural recebe as entradas e passa adiante, para a *hidden layer*;
 - Cada neurônio possui uma função de base radial com o seu centro. A distância euclidiana entre a entrada e o centro será medida a influência de cada neurônio será relativa a sua distância da entrada de dados;
 - A camada de saídas será uma ponderação dos resultados anteriores, relativa a influência de cada neurônio.
- **LSTM:** é um tipo de rede neural recorrente, com a principal capacidade de lidar com o gradiente desvanecente (de forma simplificada, é um problema relativo aos pesos, podendo explodir ou desaparecer com o gradiente de evolução das amostras ao longo do tempo). Como solução a este problema, Hochreiter; Schmidhuber (1997) propuseram uma nova modalidade de

camada para redes neurais, a *Long-short time memory*, que busca fornecer uma memória de dados de curto prazo que pode seguir por uma longa sequência de dados, vindo daí sua nomenclatura. A forma comum de um neurônio LSTM é de uma célula, uma porta de entrada, outra de saída e também uma de esquecimento. A função das células é guardar dados ao longo de intervalos de tempo arbitrários. Já as portas regulam o fluxo da informação: a porta de entrada seleciona quais novas informações serão guardadas no estado atual, a porta de saída controla a informação que será expelida pela unidade no estado atual e a porta de esquecimento seleciona quais informações do estado anterior serão esquecidas (assim informações não úteis no estado atual serão descartadas, economizando memória). Tal tipo já foi utilizado para analisar sistemas dependentes do tempo, modulando diversas equações de estados limites com altíssima precisão (Li; Wang (2022)), o que corrobora para a motivação de sua aplicação nas proposições estudadas aqui.

2.7.2 Expansão de polinômios de caos (PCE)

Este método vem sendo utilizado desde de 1990, inserido em uma metodologia de solução de análises estruturais: método de elementos finitos estocásticos. Nesta revisão, as variáveis serão consideradas aleatórias. Só a partir dos anos 2000 que o método foi reclassificado como um método de substituição.

Um dos conceitos centrais utilizados no PCE é que a variável resposta também é tratada como uma V.A, que pertence ao espaço de variáveis com variância finita. Desta maneira, a resposta pode ser apresentada como uma combinação linear deste mesmo espaço vetorial (Kroetz (2019)). A forma clássica envolve a expansão de uma V.A (entrada ou saída) numa base polinomial ortogonal a função de densidade de probabilidade (Kroetz (2019) e M. J. Asher et al. (2015)):

$$\tilde{\mathcal{M}}^{PC} = \mathcal{Y}^{PC} = \sum_{\alpha} a_{\alpha}^{PC} \psi_{\alpha}^{PC}(x) \quad (2.7.2.1)$$

Em que ψ_{α}^{PC} são polinômios multivariados que compõem a base e α é o grau do polinômio. Uma classe comum de PCE são os polinômios de Hermite

probabilísticos (ortogonais a função densidade de probabilidade normal e padrão). Desta maneira, as variáveis do problema podem ser transformadas no espaço normal padrão. A forma completa pressupõe um número infinito de termos, então para que seja possível lidar com elas, é necessário truncá-los num determinado grau, comumente chamado de grau máximo multi-índice (p^{pc}). Todos os coeficientes de grau $\leq p^{pc}$ serão considerados. O grau de truncamento do PCE está intimamente ligado a sua precisão na representação de modelos. Porém o custo computacional se eleva rapidamente com o aumento do grau. Há de se fazer a ressalva de que graus muito altos podem levar ao *overfitting*, o que também não é interessante, mas graus baixos não conseguem modelar relações complexas.

2.7.3 Krigagem

Também conhecida como regressão por processos gaussianos, é uma ferramenta de interpolação que utiliza processos gaussianos para representar funções complexas. Foi desenvolvida na década de 1950 por Daniel Krige e posteriormente por George Matheron. Próximo dos anos 90, foi introduzida como ferramenta de metamodelagem e vem se mostrando extremamente eficiente desde então (Lataniotis et al, 2022). O modelo pode ser estimado como:

$$\mathcal{M}^{krig}(x) = \sum_{j=1}^p \beta_j^{krig} f_j^{krig}(x) + Z(x) \quad (2.7.3.1)$$

O termo $\beta_j^{krig} f_j^{krig}$ é a média determinística do processo gaussiano chamado de tendência, onde β_j^{krig} é um coeficiente correspondente a f_j^{krig} , que por sua vez é uma função arbitrária. $Z(x)$ é um processo gaussiano de média constante e nula.

O treinamento da krigagem se dá da seguinte forma: a partir dos valores de entrada alimentados ao metamodelo, tendo a avaliação $Y = \{Y^{(i)} = M(X^{(i)}), i = 1, \dots, n\}$ e estes dados serão usados para estimar pesos pelo método dos mínimos quadrados:

$$\hat{\beta}^{krig} = (F^T R^{-1} F)^{-1} F^T R^{-1} Y \quad (2.7.3.2)$$

O mesmo pode ser feito para a variância:

$$\widehat{Var}^{krig} = \frac{1}{N}(Y - F\hat{\beta}^{krig})^T R^{-1}(Y - F\hat{\beta}^{krig}) \quad (2.7.3.3)$$

F é uma matriz que agrupa as funções de regressão nos pontos de treinamento e R é a matriz de autocorrelação definida de modo que $R_{ij} = R(X^{(i)}, X^{(j)})$. Quando o modelo estiver treinado, a predição para qualquer valor siga uma distribuição normal, em que a média e a variância serão dados por:

$$\mu^{krig} = f^T(x)\beta + r^T(x)R^{-1}(y - F^T\beta) \quad (2.7.3.4)$$

$$Var^{krig} = Var(1 - r^T(x)R^{-1}r(x) + u^T(x)[F^T R^{-1}F]^{-1}u(z)) \quad (2.7.3.5)$$

Onde $r(x)$ é $[R(x, X^{(1)}), \dots, R(x, X^{(n)})]$ e $u(x) = F^T R^{-1}r(x) - f(x)$. A importância de Var se dá devido a ser um estimativo de precisão local dentro do metamodelo (Kroetz (2019)).

Existem três formas de tendência: simples, ordinária (aplicada neste estudo) e universal. A simples utiliza funções arbitrárias e especificadas. Já a ordinária tem um valor constante, mas desconhecido (por convenção, f_0 é igual a 1):

$$\beta^{krig} - Tf_j^{krig}(x) = \beta_0 f_0 = \beta_0 \quad (2.7.3.6)$$

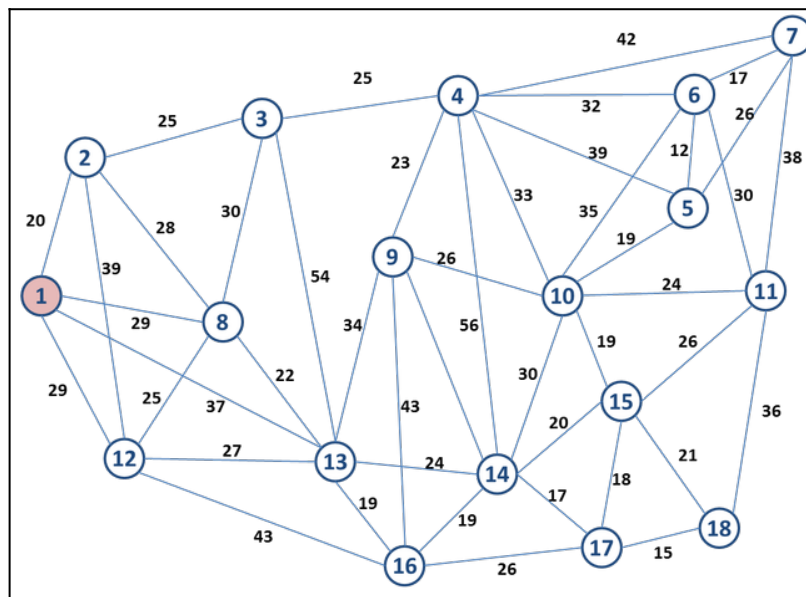
E a universal assume que a tendência é uma medida flexível, dada por uma combinação linear de funções arbitrárias (como os polinômios).

2.8 OTIMIZAÇÃO

Para introduzir o tema da otimização, tome-se como exemplo ilustrativo o clássico problema do caixeiro viajante (*travelling salesman problem*), caso de otimização combinatória: existe um conjunto C contendo n cidades e uma matriz M de distâncias entre estas cidades e a proposta é a seguinte: o vendedor deve sair de uma cidade x e visitar todas as $n - 1$ cidades restantes uma única vez, no final de

sua viagem retornando para a cidade x, percorrendo a menor distância possível. Supondo um $n = 20$ cidades, ter-se-á $6 \cdot 10^{16}$ possibilidades. Em nível de mensurar quão grande é este número, se cada possibilidade for processada em 10^{-8} segundos, serão necessários aproximadamente 19 anos para calcular todas as possibilidades (Jamilson, 2024). Existem situações em que a busca por exaustão pode ser aplicável, porém seu uso é bastante restrito.

Figura 2.8.1- Exemplificação visual do problema do caixeiro viajante.



Fonte: [Portal Deviante, 2018.](#)

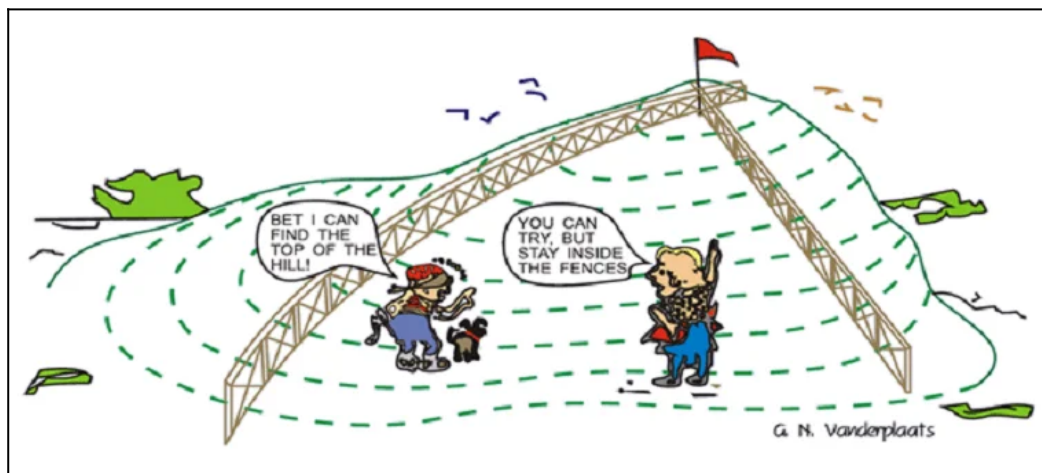
A solução analítica deste problema, encontrando cada das possíveis soluções é inviável, além de que este é um problema simples, com poucas variáveis e espaço amostral limitado. Se é tão difícil encontrar “o caminho mais curto”, o que pode ser feito? A otimização propõe, de forma alusiva ao exemplo, que mesmo que não se encontre o mais curto dos caminhos, é possível encontrar um caminho curto o bastante para ser viável em um tempo de análise compatível com a realidade.

Voltando-se para o campo da engenharia civil, a maioria dos sistemas existentes necessita de algum nível de otimização, pois há limitação de recursos ou se deseja um valor máximo com o material disponível. A formulação de um processo de otimização envolve uma função objetivo a ser alcançada, seja por maximização ou minimização:

$$d^* = \operatorname{argmin}[f_{obj}(x)] \quad (2.8.1)$$

Onde d^* é o vetor dos valores ótimos e f_{obj} é a função objetivo selecionada para otimização do problema em questão. Para o tipo de otimização buscada neste estudo, f_{obj} é relacionada a métricas de erro como erro quadrático médio (MSE), erro médio absoluto (MAE) entre outras funções correlatas. O início das pesquisas de otimização era focado em desenvolver heurísticas para solucionar problemas. Contudo, as técnicas desenvolvidas ficaram especializadas em solucionar problemas individuais, o que restringia sua replicabilidade. Somente a partir da década de 1980 em que os esforços se voltaram para desenvolver métodos de aplicabilidade geral, baseados em um referencial teórico mais robusto. Assim os métodos inteligentemente flexíveis surgiram, ficando mais conhecidos como “meta-heurísticas”. Eles possuem uma estrutura interna de baixa rigidez, mas que impede que o processo caia em desordem completa, como exemplifica, de forma lúdica, a Figura 2.8.2:

Figura 2.8.2 - Tirinha ilustrativa sobre o funcionamento da otimização.



Fonte: 3DCAD.news, 2024

As meta-heurísticas se inspiram em processos observados na natureza, como seus nomes indicam, desde movimentos de animais ou até mesmo a seleção natural. Por meio da emulação desses eventos, busca-se direcionar as soluções para os melhores resultados, isto é, as heurísticas subordinadas funcionam e os

melhores resultados são selecionados para serem reaplicados na iteração posterior. Diferentemente de métodos de gradiente, as meta-heurísticas tem melhor desempenho frente a mínimos/máximos locais, diferenciando em busca local e busca populacional para alcançar esse objetivo. Nos métodos baseados em busca local, a busca exploratória no espaço solução é realizada por movimentos que irradiam resultados promissores para a sua vizinhança. Já a busca populacional consiste em gerar um conjunto de boas soluções e combiná-las, a fim de buscar resultados ainda mais promissores.

Para utilizar mecanismos de otimização da arquitetura das redes neurais, deve-se entender quais são os parâmetros que são passíveis de variação, pois cada uma das redes abordadas neste estudo tem topologia diferente. A seguir, serão abordados os métodos de otimização utilizados e seu encaixe com cada uma das RNAs utilizadas.

2.8.1 Otimização por enxame de partículas

O método de otimização por enxame de partículas (PSO) foi desenvolvido por Kennedy; Eberhart (1995) e se tornou uma das ferramentas de otimização meta-heurística mais difundidas no campo computacional. Ele é inspirado no comportamento social de grupos de animais e especialmente para o PSO, bandos de pássaros a procura de alimento em uma determinada área. Tal comportamento pode ser associado com o funcionamento de funções não-lineares na busca por soluções reais num espaço solução (Bratton; Kennedy (2007)). Na implementação clássica, as partículas se movem de forma a serem atraídas para as melhores soluções dentro de sua vizinhança. Já esta vizinhança é definida como um conjunto de partículas que podem se comunicar. Ou seja, no PSO, as partículas atendem à otimização individual e global. Uma das vantagens do enxame de partículas é que este método demanda poucos ajustes, ampliando sua possibilidade de uso.

O elemento fundamental do PSO é a partícula, que é descrita por três vetores: o vetor posição no n-dimensional espaço de pesquisa $\vec{x}_i = \{x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{in}\}$ o vetor de melhor posição encontrada $\vec{p}_i = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$ e o vetor velocidade $\vec{v}_i = \{v_{i1}, v_{i2}, \dots, v_{in}\}$, que são inicializadas de forma aleatória. Conforme o processo

de otimização funciona, a velocidade $\vec{v}_i$ e a posição $\vec{x}_i$ são atualizadas mediante as regras 2.8.1.1 e 2.8.1.2, respectivamente:

$$v_{in} = v_{in} + c\epsilon_1(p_{in} + c\epsilon_2(p_{gn} - x_{in})) \quad (2.8.1.1)$$

$$x_{in} = x_{in} + v_{in} \quad (2.8.1.2)$$

Onde c é uma constante e ϵ_1 e ϵ_2 são números aleatórios e independentes gerados para atualizar cada dimensão de $n = 1$ até n , p_g é a melhor posição encontrada na vizinhança da partícula. Na Equação 2.8.1.1, o segundo termo está ligado ao desempenho cognitivo da partícula e o terceiro termo é relativo ao desempenho social. O processo de funcionamento do PSO pode ser resumido então, da seguinte maneira:

Tabela 2.8.1.1 - Algoritmo do PSO

Pseudo-algoritmo fundamental da atualização do PSO:
Para cada passo t , fazer :
Para cada partícula i do enxame, fazer :
Atualizar a posição $\vec{x}_t$ usando equações 2.8.1.1 e 2.8.1.2
Calcular a adaptação da partícula $f(\vec{x}_t)$
Atualizar $\vec{p}_i$ e $\vec{p}_g$
Finalizar Para
Finalizar para

Fonte: Adaptado de Bratton; Kennedy (2007)

Os valores da equação de posição podem ser inviáveis. Por isso, determina-se restrições, que pode ser imposta para a velocidade máxima, evitando que ela estrapole o espaço de busca. Porém essa técnica possui limitações, já que podem haver espaços de busca distintos. A opção que se encaixa melhor para solucionar esta ocorrência é a utilização de um fator de inércia w e fator de constrição χ . w serve para substituir a velocidade máxima, alterando a Equação 2.8.1.1 para:

$$v_{in} = wv_{in} + c_1\epsilon_1(p_{in} - x_{in}) + c_2\epsilon_2(p_{gn} - x_{in}) \quad (2.8.1.3)$$

O valor de w está para limitar a velocidade para a fricção na física, regulando a inércia do corpo, melhorando o desempenho e dispensando o uso da velocidade máxima. Já χ está relacionado com os parâmetros cognitivo e social, servindo para balancear a busca local e global das partículas, definido pela fórmula abaixo:

$$\chi = \frac{2}{|2 - \varphi - \sqrt{\varphi^2 - 4\varphi}|} \quad (2.8.1.4)$$

Onde φ é a soma de c_1 e c_2 . Tais valores foram alvo de pesquisa de Bratton; Kennedy (2007), que chegaram nas seguintes conclusões:

Tabela 2.8.1.2 - Valores recomendados para o PSO

Variável	Valor
φ	4,1
χ	0,73
c_1	2,05
c_2	2,05

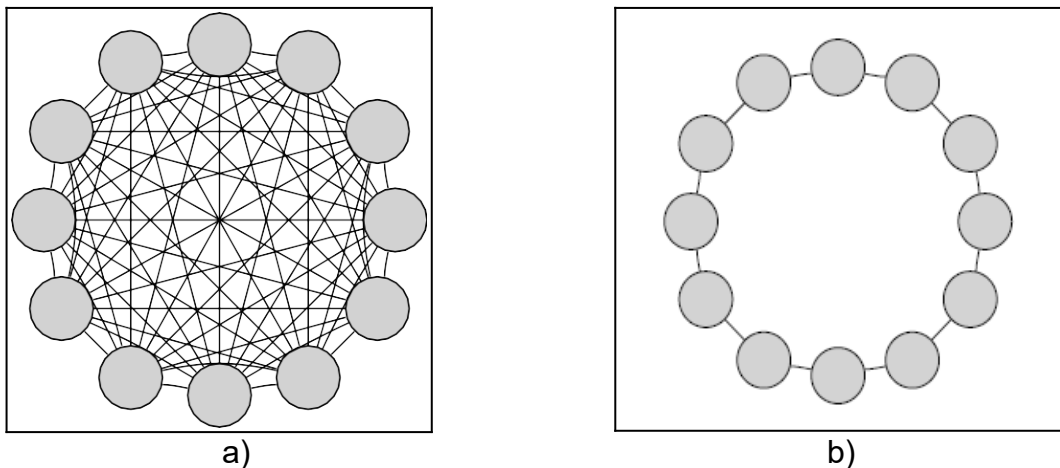
Fonte: Adaptado de Bratton; Kennedy (2007)

Para o valor de φ , foi encontrado que para valores maiores que 4, a convergência é garantida (Bratton; Kennedy (2007)). Finalmente, a equação 2.8.1.1 ficará atualizada em:

$$\vec{v}_{in} = \chi(v_{in} + c_1\epsilon_1(p_{in} - x_{in}) + c_2\epsilon_2(p_{gn} - x_{in})) \quad (2.8.1.5)$$

O último elemento a ser discutido sobre o PSO é a sua topologia, impactando diretamente na quantidade de vizinhos de cada partícula. Ela pode ser do tipo melhor global ou melhor local. A primeira organização permite comunicação entre todas as partículas e a segunda permite a comunicação apenas entre as vizinhas, comumente organizada em anel, resultando em dois vizinhos.

Figura 2.8.1.1 - Topologias do PSO: a) global e b) local



Fonte: Bratton; Kennedy (2007)

Isto posto, para o uso do PSO dentro do escopo deste estudo, ele é aplicável para a rede de tipo RBF, que possui em sua formulação uma variável que pode assumir qualquer valor real, o desvio padrão das gaussianas. Já com relação ao número de centros, este número é inteiro, mas a variação de σ gera diferentes combinações. Isso aumenta as possibilidades e causa a necessidade de um método de otimização.

2.8.2 Otimização por tentativas

Apesar de ter sua aplicabilidade muito restrita como mencionado na Seção (2.8), alguns dos casos de otimização abordados neste estudo possibilitam este uso. No caso das redes LSTM, a única variável na arquitetura é o número de neurônios, que representa um valor inteiro. Já para o caso das redes MLP, são variáveis o número de camadas, neurônios e qual a função de ativação (três abordadas). Neurônios e camadas ocupam valores inteiros e se suas quantidades forem extremamente elevadas, o metamodelo fica muito complexo e sua aplicabilidade é desprezível, devido ao custo e complexabilidade não compatíveis com a tarefa a ser cumprida. Por isso, nestes casos, é possível determinar intervalos de busca e testar todas as possibilidades.

2.9 FERRAMENTAS COMPUTACIONAIS

Metamodelos tem uma teoria densa, que depende de várias operações matriciais, além de necessitar de uma gama de dados de treinamento. O que significa que sua execução de forma manual é usualmente impraticável. A teoria estatística de alto nível teórico e a matriz curricular vigente são impeditivos para ensinar técnicas robustas de metamodelagem. Existem outras áreas do ensino da engenharia civil que têm prioridade na formação do engenheiro. Portanto, o conteúdo fica concentrado na pós-graduação.

Felizmente, existem bibliotecas dentro das linguagens de programação que auxiliam na construção e uso dessas técnicas avançadas, tornando-as mais acessíveis a comunidade, basta um conhecimento básico de programação e dedicação para aprender o funcionamento da ferramenta.

No âmbito deste estudo, duas ferramentas permitiram gerar uma gama de resultados interessantes:

- **UQpyLab:** uma biblioteca primeiramente desenvolvida em *MATLAB*, posteriormente adaptada para *Python*, desenvolvida no Instituto Federal de Tecnologia de Zurich, na Suíça, guarda em sua documentação uma série de técnicas em metamodelagem com a possibilidade de variar parâmetros. Possui exemplos próprios, mas é possível utilizar para quaisquer tipos de problemas, apenas adaptando a entrada de dados. A biblioteca fornece Krigagem e Expansão de polinômios de caos, além de outras técnicas (como análise de sensibilidade e outras). Foi desenvolvido pelos pesquisadores do setor de risco, segurança e quantificação de incertezas do ETH – Zurich. Link para acesso: <https://uqpylab.uq-cloud.io/>
- **Keras:** outra biblioteca desenvolvida para o *Python*, é uma das mais importantes bibliotecas de *Machine Learning* da linguagem. Recebeu auxílio da equipe que gerou o *TensorFlow*, outra biblioteca desenvolvida pela Google. Seu intuito é permitir criação de modelos em redes neurais para diversas funções, de forma fácil e prática. Link para acesso: <https://keras.io/>

3 MATERIAL E MÉTODOS

As obras de engenharia se tornaram cada vez mais evoluídas e por isso os sistemas analisados na confiabilidade estrutural podem ser muito complexos e não haver disponibilidade de dados empíricos para cada análise. Mas se conhecido o comportamento estatístico das variáveis do problema Paliga (2008) (valores de, por exemplo, tensões máximas admissíveis de um material, dimensões características, extrapolação para extremos em casos de ações, etc), utilizar de recursos computacionais para simulações aleatórias que sigam a distribuição da variável, é um método eficiente e muito produtivo. É necessária uma grande quantidade de repetições (ou amostras) para que o problema seja avaliado de forma satisfatória, como explicado por Kroetz (2019).

Este trabalho estará dedicado a análise de confiabilidade de sistemas de engenharia, utilizando simulações de Monte Carlo e aproximar as funções de estado limite que compõem o sistema por meio de metamodelos clássicos e também por RNAs, de modo que apenas uma RNA seja capaz de reproduzir todo o sistema, dado sua capacidade pouco explorada de gerar múltiplas saídas em apenas um metamodelo, algo que os concorrentes neste estudo não podem fazer. A possibilidade de múltiplas saídas das RNAs não teve aprofundamento teórico na confiabilidade de estruturas. Tal propriedade é utilizada em outros ramos da ciência computacional, como processamento de imagens e linguagem natural que necessita de processamento multi-tarefa. A abordagem comum prevê que um sistema com n equações de estado limite necessitará de n metamodelos. Com o aumento de n , verificar-se-á custos consideráveis de tempo e processamento. A abordagem multi-tarefa promovida pode ser uma saída para evitar o aumento na quantidade de metamodelos utilizados, sem a necessidade de uma teoria nova, apenas aproveitando a propriedade natural das redes neurais. Tal capacidade não é observada em nenhum outro metamodelo clássico.

Utilizar metamodelos para modelar equações de estados limites e avaliar seu comportamento de falha é uma técnica já respaldada pela literatura científica recente (Gomes; Awruch (2004) e Kroetz et al. (2017) e Papadrakakis et al. (1996)), onde os autores utilizaram essa metodologia e obtiveram resultados satisfatórios, mostrando que estes metamodelos (RNAs, PCE e krigagem) são eficientes para simular as equações de estados limites dentro de um problema de confiabilidade estrutural. A

abordagem realizada aqui é verificar quais vantagens e desvantagens podem ocorrer ao utilizar as RNAs de múltipla saída, com relação ao tempo computado de treinamento e simulação e principalmente a precisão do método

A abordagem proposta neste trabalho está fundamentada em aproveitar a capacidade das redes neurais em produzirem múltiplas saídas, um dos poucos métodos com tal capacidade. Assim, como alternativa à abordagem clássica de n modelos para n equações, uma única RNA poderia exprimir todo um sistema de equações de estado limite. Ressalta-se que no momento desta dissertação, pouca literatura foi publicada na direção desta linha de pesquisa, evidenciando o caráter inovador proposto nesta tese.

Os procedimentos foram realizados utilizando uma etapa de validação, com três exemplos de *benchmark* (problemas bem estabelecidos com resultados conhecidos, utilizados para testar novas metodologias) nas composições possíveis. A outra etapa é referente a testes aplicados, com três exemplos desenvolvidos para testar o desempenho das técnicas estudadas em situações específicas (dimensionalidade, não linearidade e situação de flambagem num exemplo de concreto armado).

O processo de análise consiste em fornecer n amostras aleatórias de variáveis seguindo suas distribuições e gerando as respectivas equações de estado limite, então alimentando o modelo com esses dados – as entradas que são as variáveis aleatórias e saídas que são os resultados das funções de estado limite – realizando o processo de treinamento e depois executando os testes. O passo seguinte é encontrar uma arquitetura otimizada para as RNAs por meio de processos de otimização explicados na Seção 2.8, utilizando desta vez o metamodelo para substituir as equações analíticas, repetindo o processo de simulação por dez vezes. Por fim, é verificado se o valor médio resultante das dez tentativas está convergindo para a P_f real, sendo o critério de parada uma P_f simulada pelo metamodelo com erro igual ou inferior a 1%. Caso o objetivo não for alcançado, o número de amostras alimentadas ao modelo aumentará e processo repetido, até que se alcançasse a meta desejada dentro de um intervalo pré-definido, sendo o mínimo em 50 amostras e o máximo em 2000 amostras. Os metamodelos foram desenvolvidos com auxílio das bibliotecas do UQpyLab e Keras, bem como os demais pacotes do *Python* pertinentes para a execução das técnicas.

4 RESULTADOS

A principal métrica de desempenho para as técnicas de metamodelagem utilizadas será a comparação entre o número de amostras utilizadas (ou pontos de suporte) e o erro da P_f média das simulações realizadas com relação à P_f referencial, sendo este resultado representado por um gráfico com o eixo horizontal do número de amostras e eixo vertical do erro percentual. Para os modelos krigagem e PCE, só existe uma curva. Já para as modalidades de RNA, existem dois ajustes: o ajuste com modelos individuais em azul e o ajuste com a modelo de múltiplas saídas proposto em vermelho. Desta forma, resultando nas Figuras 4.1.1, 4.2.1, 4.3.2, 4.4.2, 4.5.2, e 4.6.2.

Após isso, a arquitetura ideal encontrada na otimização da etapa anterior será testada com novos *datasets*. Dessa forma, será possível avaliar o desempenho da arquitetura encontrada e se sua forma é realmente ideal para o problema ou apenas para os dados de treinamento. Esta avaliação se faz necessária porque os parâmetros deste metamodelo são definidos anteriormente ao treinamento com os dados. Isso pode gerar alta variabilidade nos resultados, ou seja, a mudança na quantidade de neurônios e camadas para uma certa entrada de dados pode resultar em saídas muito diferentes. Essa avaliação será apresentada por meio de um *boxplot*, tipo de organização gráfica propícia para este tipo de análise – a dispersão de dados, informações estatísticas e demonstração visual da dispersão dos dados ao redor da média. A fim de gerar uma população e analisar a variabilidade dos resultados das arquiteturas ótimas, serão realizadas dez novas simulações (desta vez somente treino e simulação de Monte Carlo serão realizados). Os resultados dos erros médios dessas novas simulações formaram o *boxplot*. Tais resultados serão demonstrados nas Figuras 4.1.2, 4.2.2, 4.3.3, 4.5.3 e 4.6.3.

Aplicando as simulações seguindo os passos e procedimentos descritos na Seção 3, os seguintes resultados foram obtidos.

4.1 EXEMPLO EM SÉRIE

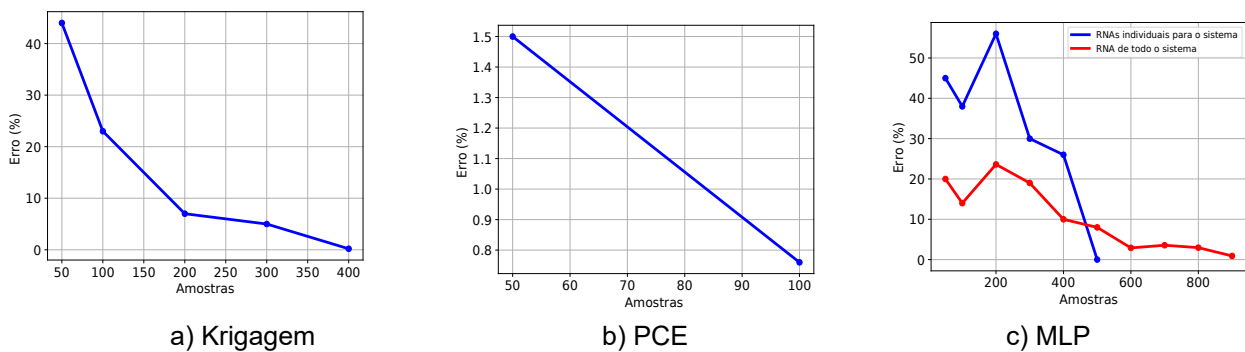
O exemplo a seguir foi apresentado em Grooteman (2011), sendo um uma sequência de equações não lineares com suas V.As independentes seguindo distribuição normal padrão ($\mu = 0, \sigma = 1$):

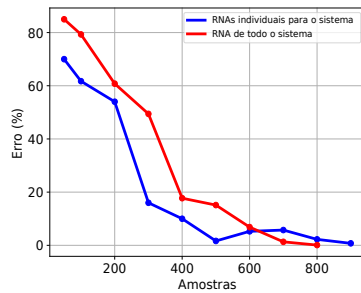
$$g_{sys}(X) = \min \begin{cases} g_1(x) = 2 - x_2 + e^{-0.1x_1^2} + (0.2x_1)^4 \\ g_2(x) = 4.5 - x_1 \cdot x_2 \end{cases} \quad (4.1.1)$$

O trabalho original aponta como referência o valor de P_f como $3.54 \cdot 10^{-3}$, porém utilizando a simulação de Monte Carlo bruta com 10^7 amostras, obteve-se $P_f = 3.47 \cdot 10^{-3}$, que foi adotada como referência. Isso pode ter ocorrido por uma possível variabilidade de método utilizada pelo autor para se obter o valor de P_f . Neste exemplo, observa-se apenas uso de variáveis normais e duas equações de estado-limite, com o formato das equações totalmente diferentes: g_1 tem sua equação formada por produtos, potências, a constante de Euler. Já em g_2 , apenas um produto das variáveis do problema.

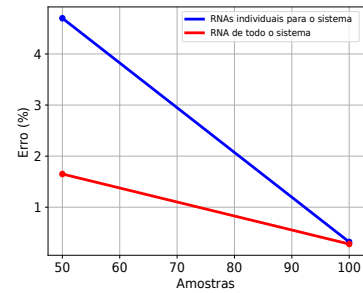
As simulações para o modelo em série resultaram, no quesito precisão x amostras:

Figura 4.1.1 - Avaliação de precisão do sistema em série.





d) LSTM

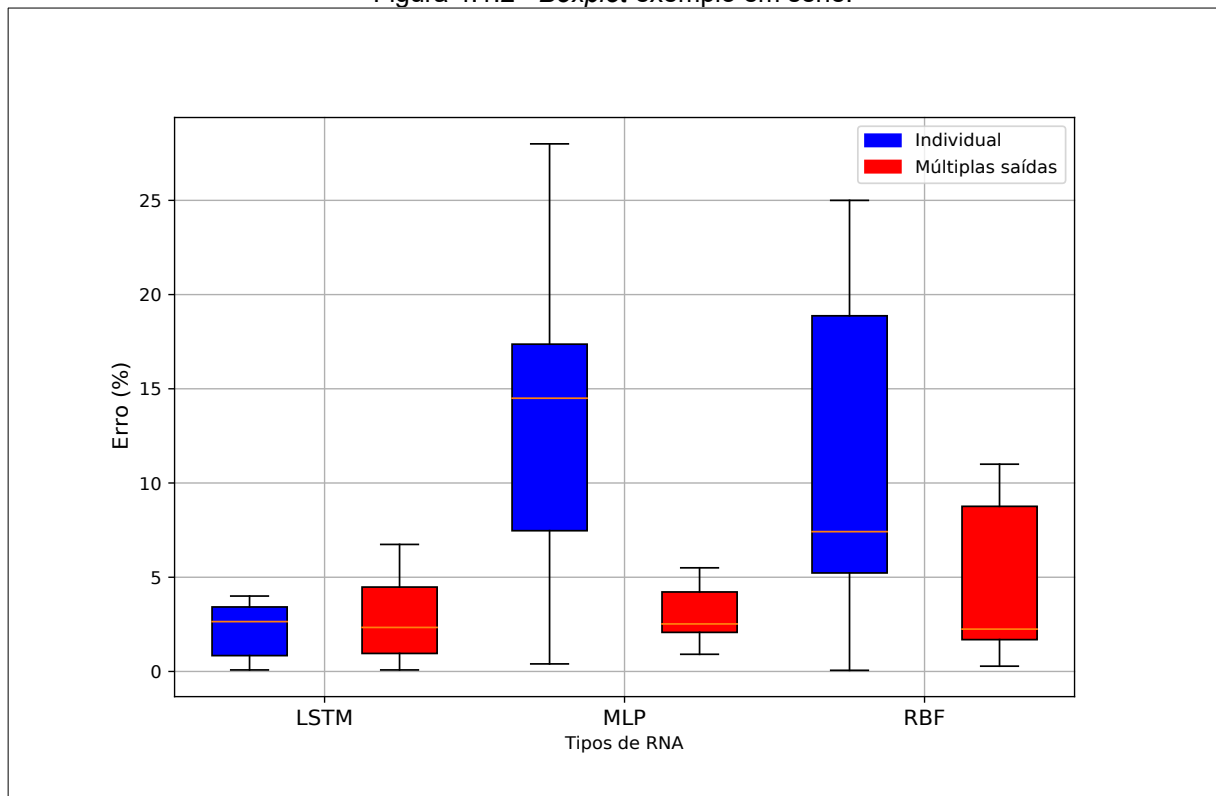


e) RBF

Fonte: O autor, 2025

O melhor desempenho no quesito precisão ficou empatado entre os metamodelos em PCE e RBF (ambas as modalidades), com erros de 0,20%, 0,32% e 0,28%, respectivamente. Com exceção dos modelos de LSTM e MLP, foram requeridas poucas amostras para alcançar a convergência. $g_{sys}(X)$ apresentam condições diferentes em cada uma das equações, o que representam diferentes dificuldades de reprodução. Foi observado - com análise adicional do coeficiente R^2 - que $g_2(X)$ representou maior dificuldade de representação, o que é um indicativo que os modelos tiveram maior dificuldade em descrever a falha tiveram maiores problemas também em descrever $g_2(X)$. Quando analisado os trabalhos anteriores de Kroetz; Santos (2023) que também avaliaram este exemplo com redes MLP, percebe-se que os resultados das redes neurais foram impactados positivamente pela otimização, com redução na quantidade de amostras necessárias para a convergência. Isto é um indício de que a arquitetura tem grande importância para a precisão do modelo.

Na segunda etapa dos resultados, os testes com as arquiteturas ótimas resultaram em:

Figura 4.1.2 - *Boxplot* exemplo em série.

Fonte: O autor, 2025.

A análise da Figura 4.1.2 demonstra que, de forma geral, a variabilidade das RNAs de múltiplas saídas foi menor para este exemplo. Este resultado indica que a arquitetura ideal encontrada para elas na etapa de otimização está, de fato, mais próxima de uma organização ótima para qualquer caso. As redes individuais, com exceção da LSTM, demonstraram erros percentuais consideravelmente diferentes, resultando em quartis e limites distantes. Em primeiro momento, a análise deste *boxplot* indica que com o aumento dos parâmetros a serem otimizados, a arquitetura ideal tem maior variabilidade: os resultados para as modalidades de LSTM resultaram em *boxplots* mais compactos (apenas o número de neurônios a ser otimizado) em comparação com as redes MLP e RBF (camadas e neurônios e neurônios e centros, respectivamente).

4.2 EXEMPLO EM PARALELO

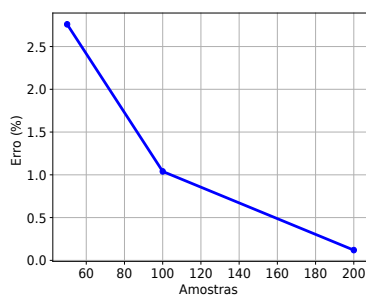
Exemplo apresentado por (Bjerager, 1988), consiste num sistema de quatro equações compondo um sistema em paralelo, também com suas cinco V.As independentes seguindo distribuição normal padrão ($\mu = 0$; $\sigma = 1$):

$$g_{sys}(X) = \max \begin{cases} g_1(x) = 2.677 - x_1 - x_2 \\ g_2(x) = 2.500 - x_2 - x_3 \\ g_3(x) = 2.323 - x_3 - x_4 \\ g_4(x) = 2.250 - x_4 - x_5 \end{cases} \quad (4.2.1)$$

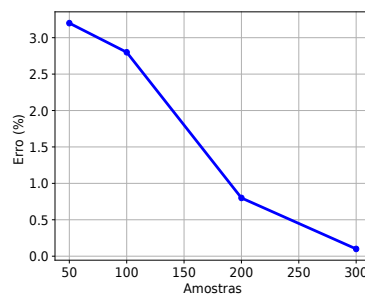
A P_f de referência para este problema é de $2.13 \cdot 10^{-4}$. Neste exemplo, é vista uma estrutura se repetindo nas equações: uma constante subtraída duas das V.As do problema, alternando-se na forma x_1 e x_2 , x_2 e x_3 , assim sucessivamente. Apesar de semelhantes em sua forma, o resultado de cada uma das equações é diferente, bem como sua contribuição para a falha.

As simulações para o modelo em paralelo resultaram, no quesito precisão x amostras:

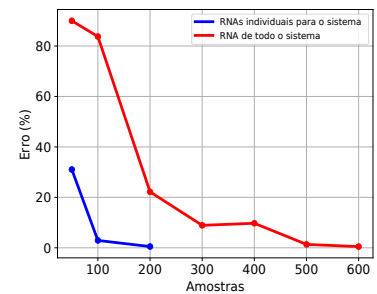
Figura 4.2.1 - Avaliação de precisão do sistema em paralelo



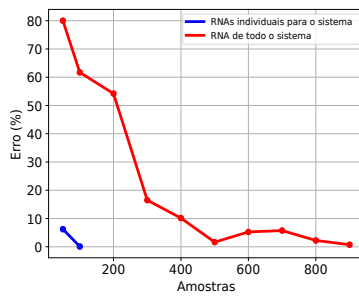
a) Krigagem



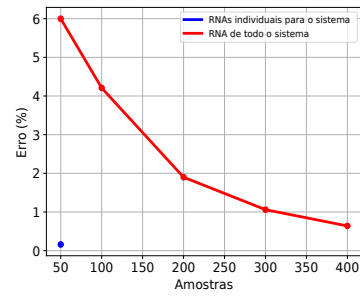
b) PCE



c) MLP



d) LSTM

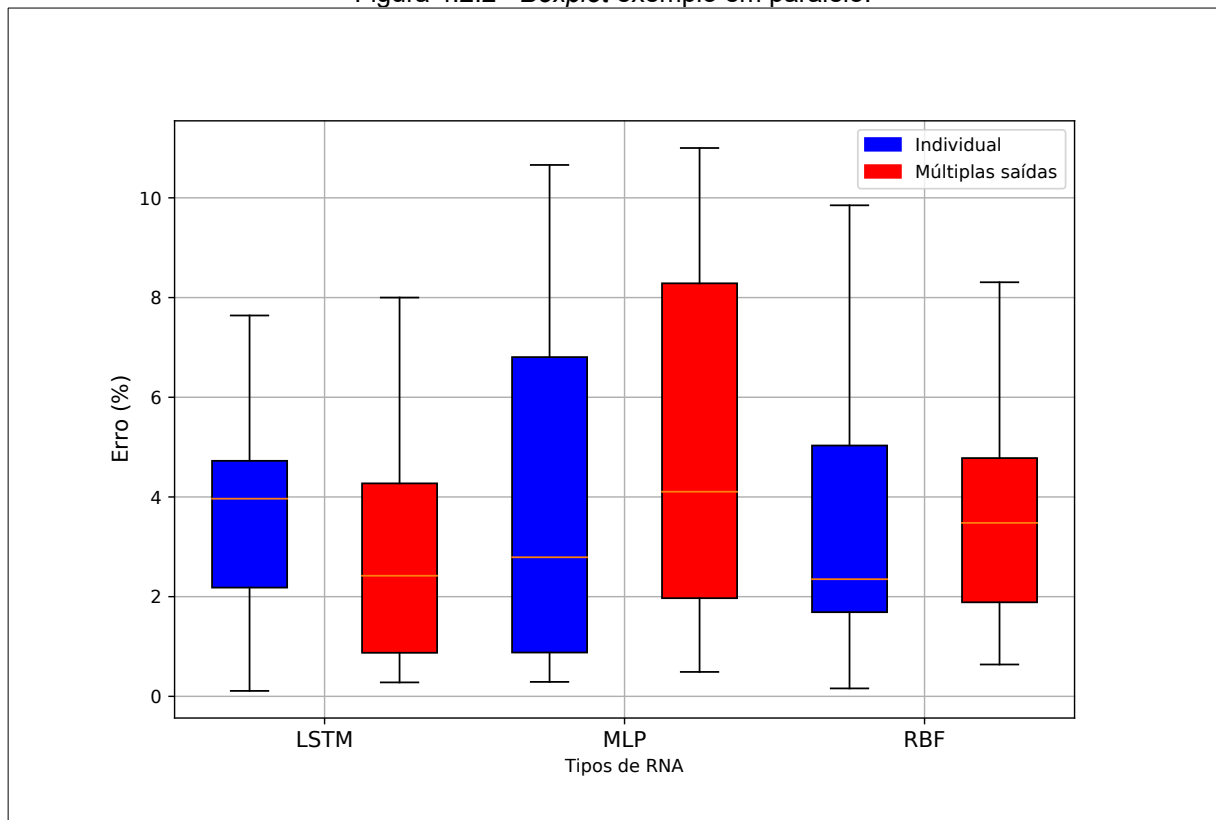


e) RBF

Fonte: O autor, 2025.

O melhor desempenho no quesito precisão foi do metamodelo RBF individual que alcançou convergência com 50 amostras. Este sistema manteve um padrão nas equações de estado limite, por isso não houve uma diferenciação significativa na capacidade de compreensão dos metamodelos. As RNAs de múltiplas saídas tiveram desempenho consideravelmente inferior comparado com as redes comuns. Mas, novamente considerando os resultados de Kroetz; Santos (2023), a otimização rendeu bons resultados, reduzindo o número de amostras necessários para a convergência. Até aqui, só foram analisados sistemas menores com variáveis normais e em pequena quantidade. Tais condições serão abordadas adiante.

Na segunda etapa dos resultados, os testes com as arquiteturas ótimas resultaram em:

Figura 4.2.2 - *Boxplot* exemplo em paralelo.

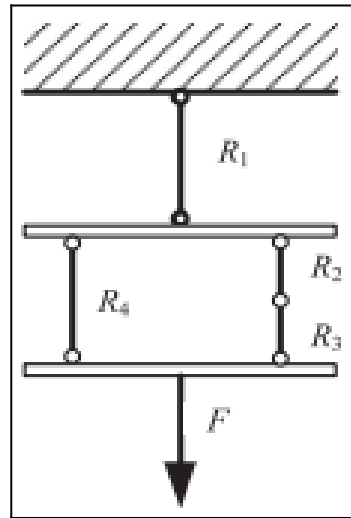
Fonte: O autor, 2025.

A análise da Figura 4.2.2 demonstra que este exemplou resultou em maior variabilidade entre os erros resultantes da arquitetura otimizada. Para a maioria dos elementos analisados, houve distância considerável dos quartis para os limites. No exemplo em série, as modalidades de LSTM demonstraram *boxplots* ligeiramente mais compactos.

4.3 EXEMPLO MISTO

O exemplo foi apresentado por Zhao; Ang (2003) e posteriormente utilizado por Wei et al. (2018), é baseado num sistema em cadeia frágil e sua complexidade é elevada, ainda mais por suas variáveis apresentarem distribuição lognormal.

Figura 4.3.1 - Representação do sistema misto.



Fonte: Wei et al. 2018

Tabela 4.3.1 - Dados das variáveis do exemplo em série.

Variável	μ (kg)	σ (kg)
x_1	2200	220
x_2	2100	210
x_3	2300	230
x_4	2000	200
x_5	1200	480

Fonte: Wei et al. 2018

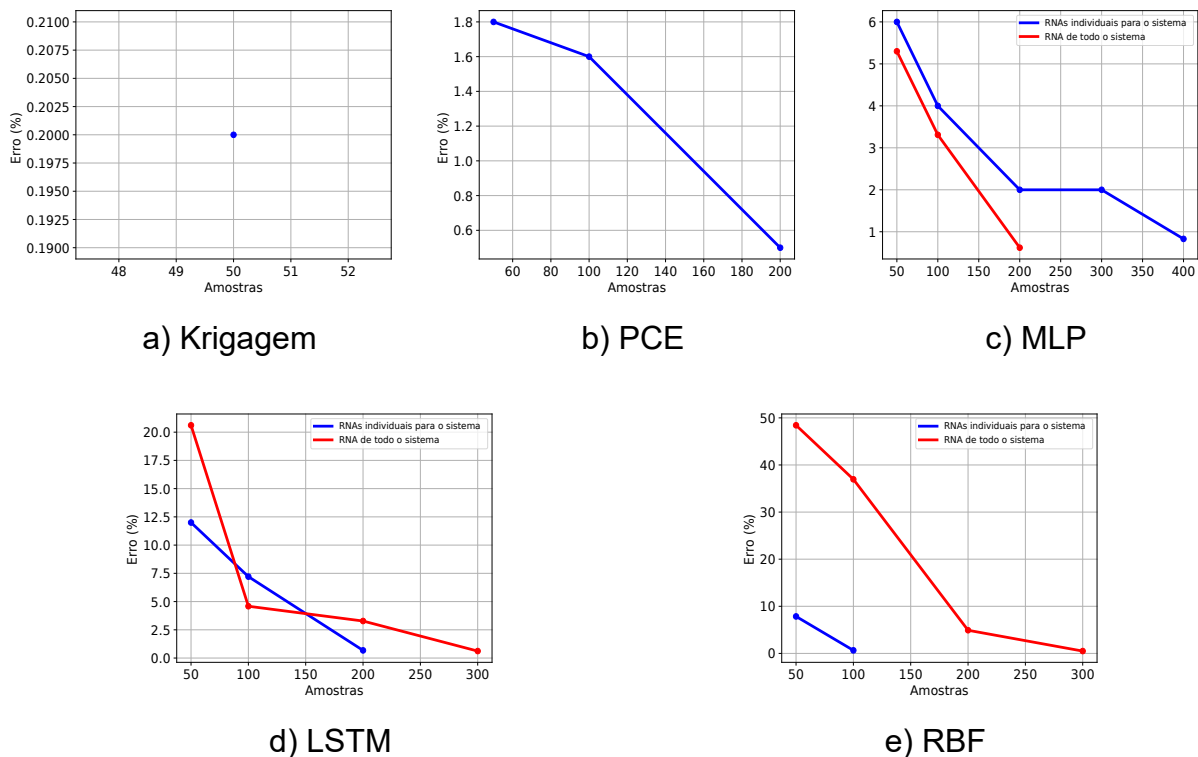
$$g_{sys}(X) = \min \left\{ \max \left\{ \begin{array}{l} g_1(x) = x_1 - x_5 \\ \min \left\{ \begin{array}{l} g_2(x) = x_2 - \frac{x_5}{2} \\ g_3(x) = x_3 - \frac{x_5}{2} \\ g_4(x) = x_4 - \frac{x_5}{2} \end{array} \right. \\ \max \left\{ \begin{array}{l} \min \left\{ \begin{array}{l} g_5(x) = x_2 - x_5 \\ g_6(x) = x_3 - x_5 \end{array} \right. \\ g_7(x) = x_4 - x_5 \end{array} \right. \end{array} \right. \right\} \right. \quad (4.3.1)$$

Assim formando um sistema de sete equações de estado limite, com cinco variáveis independentes e aleatórias. A P_f de referência para este problema é de $4.47 \cdot 10^{-2}$. Desta vez, são observadas duas estruturas: uma das variáveis subtraindo o valor de x_5 e variáveis subtraindo $\frac{x_5}{2}$. Neste exemplo, ocorre uso de

variáveis de distribuição lognormal, destoando das vistas anteriormente e dando contornos mais complexos à análise.

As simulações para o modelo misto resultaram, no quesito precisão x amostras:

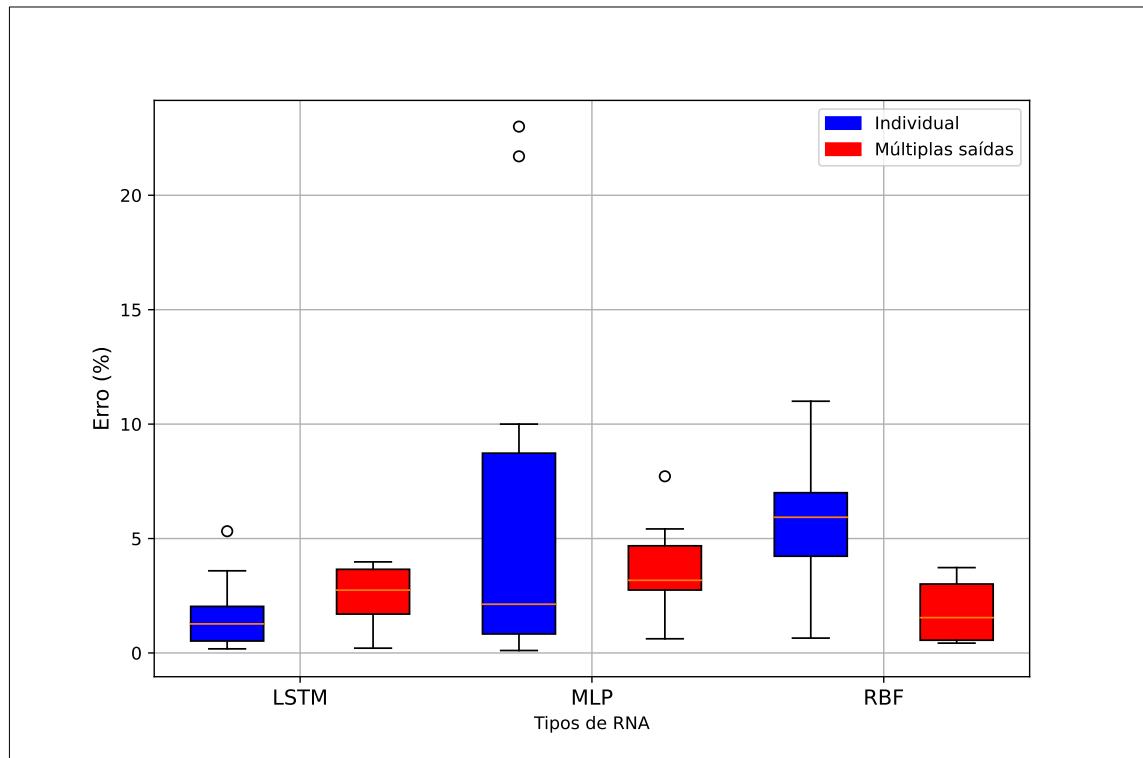
Figura 4.3.2 - Avaliação de precisão do sistema misto



Fonte: O autor, 2025.

O melhor desempenho no quesito precisão foi do metamodelo krigagem. Neste exemplo, ocorreram duas estruturas de equações de estados limites e variáveis de distribuição lognormal, tipo de distribuição ligada a extremos. Desta vez, houve variação entre qual modalidade de rede neural obteve a melhor convergência. Do ponto de vista de quantidade de amostras, não houve distância tão grande quanto o exemplo anterior.

Na segunda etapa dos resultados, os testes com as arquiteturas ótimas resultaram em:

Figura 4.3.3 - *Boxplot* do exemplo misto.

Fonte: O autor, 2025.

Após a análise da Figura 4.3.3, a mesma ocorrência verificada na Seção 4.1 foi observada: as modalidades LSTM obtiveram erros menores, resultando em *boxplots* mais compactos. Os resultados das redes de múltiplas saídas se sobressaíram aos das redes individuais, com exceção do tipo LSTM. Alguns dos dados resultaram em *outliers*, que são dados discrepantes considerando o padrão estatístico observado. Eles podem ser explicados devido a maior dificuldade de encontrar os parâmetros ótimos dos modelos para representarem a relação entre variáveis. A variabilidade do metamodelo proposto neste estudo foi notavelmente menor, sendo esta uma vantagem considerável a favor das RNAs de múltiplas saídas.

4.4 APLICAÇÕES DA FUNÇÃO DE ISHIGAMI – NÃO LINEARIDADE

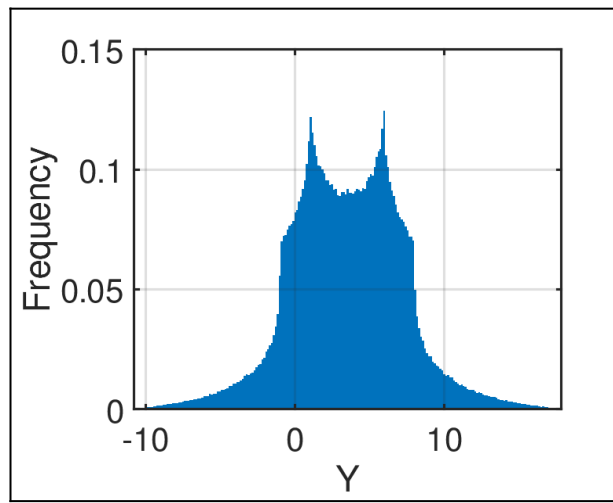
A função de Ishigami é um exemplo clássico de *benchmark* para teste de sensibilidade metamodelos. Desenvolvida por Ishigami e Homma, 1990, com aplicações posteriores em Roustant et al. (2009 e Sobol; Levitan (1998), esta função

demonstra alto nível de não linearidade e representa um desafio para a metamodelagem.

$$f(x) = \sin(x_1) + a \cdot \sin^2(x_2) + b \cdot x_3^4 \sin(x_1) \quad (4.4.1)$$

Onde x_1 , x_2 e x_3 são as variáveis aleatórias do problema e a e b são coeficientes que assumem valores de 7 e 0.1, respectivamente (Roustant et al. (2009)).

Figura 4.4.1 - Histograma da função de Ishigami



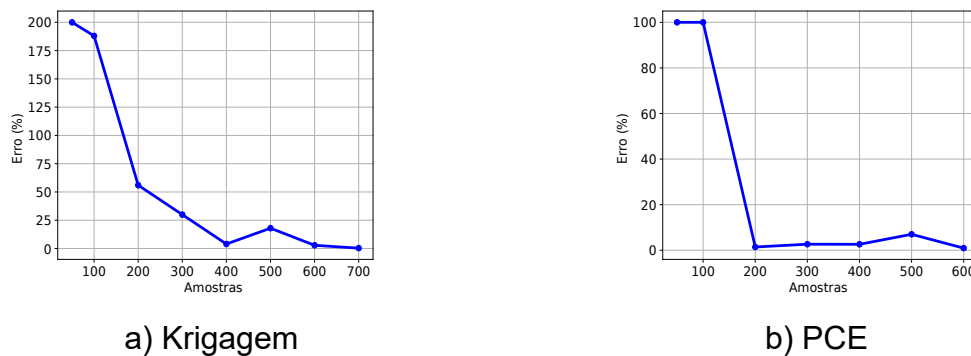
Fonte: UQPylab, 2019

Devido a sua complexidade e importância como teste de sensibilidade, uma forma útil de utilizá-la é variar alguns de seus parâmetros e organizar as funções em forma de um sistema estrutural, analisando como os metamodelos do escopo deste trabalho ajustam a não linearidade da função:

$$g_{sys}(X) = \min \begin{cases} g_1 = \sin(x_1) + (a \cdot \sin(x_2))^2 + b^4 \cdot x_3 \sin(x_1) \\ g_2 = \sin(x_1) + a^2 \cdot \sin(x_2) + b^4 \cdot x_3 \sin(x_1) \\ g_3 = \sin(x_1) + (b \cdot \sin(x_2))^2 + a^4 \cdot x_3 \sin(x_1) \\ g_4 = -a \cdot \sin(x_1) + (a \cdot \sin(x_2))^2 + b^4 \cdot x_3 \sin(x_1) \end{cases} \quad (4.4.2)$$

A P_f de referência para este problema é de $2.707 \cdot 10^{-3}$. As simulações para o modelo das equações de Ishigami resultaram, no quesito precisão x amostras:

Figura 4.4.2 - Avaliação de precisão do sistema de equações de Ishigami



Fonte: O autor, 2025.

O melhor desempenho no quesito precisão foi do metamodelo krigagem. Adicionalmente, ressalta-se a ocorrência da não convergência da precisão dos metamodelos de rede neural em nenhum dos casos para este problema. Devido a grande complexidade das relações representadas pela função de Ishigami e suas semelhantes criadas para este caso, as redes não alcançaram convergência dentro dos parâmetros deste estudo. Isso indica que elas precisariam de mais dados de treino ou maior arquitetura mais complexa, tornando-as opções piores que Krigagem e PCE, que obtiveram convergência com menor complexidade.

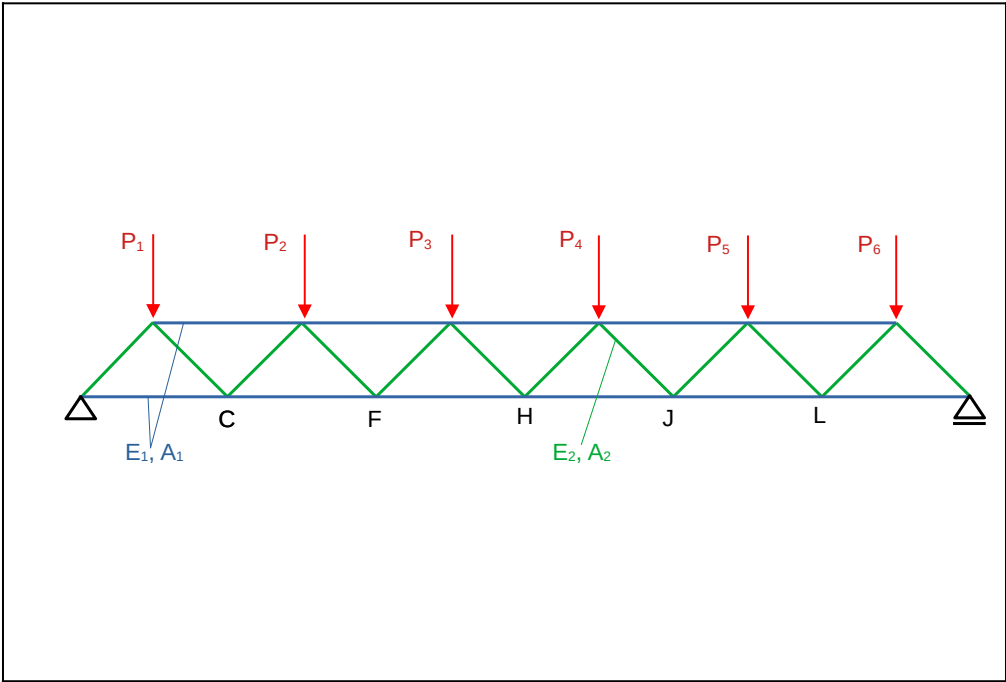
Como as redes neurais não alcançaram a convergência dentro dos limites do espaço amostral adotado, este exemplo não resultou em um *boxplot* para análise da dispersão.

4.5 DESLOCAMENTO EM UMA TRELIÇA – DIMENSIONALIDADE

Treliças são elementos estruturais compostos por banzos, montantes e diagonais, amplamente utilizados em estruturas como telhados e são objeto de estudo muito difundidos na engenharia de estruturas. Dubourg et al. (2011) apresenta uma treliça com um eixo de simetria, seis forças verticais em seus nós superiores e busca-se encontrar qual o deslocamento vertical do nó central. Posteriormente, Blatman; Sudret (2008) também realizam aplicações deste exemplo para o uso de PCE. O diferencial deste problema é a presença de alta dimensionalidade (as seis forças verticais, os módulos de elasticidade e as áreas

dos dois tipos de barra), formando uma análise estrutural que envolve dez variáveis aleatórias e independentes.

Figura 4.5.1 - Deslocamento dos nós inferiores de uma treliça



Fonte: Adaptado de Dubourg et al, 2011

Tabela 4.5.1 - Variáveis envolvidas na treliça.

Variável	Descrição	Distribuição	μ e σ
E_1	Módulo de elasticidade (Pa)	Lognormal	$\mu=2,1\cdot10^{11}$ $\sigma=2,1\cdot10^{10}$
E_2	Módulo de elasticidade (Pa)	Lognormal	$\mu=2,1\cdot10^{11}$ $\sigma=2,1\cdot10^{10}$
A_1	Área da seção transversal	Lognormal	$\mu=2,0\cdot10^{-3}$ $\sigma=2,0\cdot10^{-4}$
A_2	Área da seção transversal	Lognormal	$\mu=1,0\cdot10^{-3}$ $\sigma=1,0\cdot10^{-4}$
P_1	Carregamento vertical	Gumbel	$\mu=5,0\cdot10^4$ $\sigma=7,5\cdot10^3$
P_2	Carregamento vertical	Gumbel	$\mu=5,0\cdot10^4$ $\sigma=7,5\cdot10^3$
P_3	Carregamento vertical	Gumbel	$\mu=5,0\cdot10^4$ $\sigma=7,5\cdot10^3$

P_4	Carregamento vertical	Gumbel	$\mu=5,0 \cdot 10^4$ $\sigma=7,5 \cdot 10^3$
P_5	Carregamento vertical	Gumbel	$\mu=5,0 \cdot 10^4$ $\sigma=7,5 \cdot 10^3$
P_6	Carregamento vertical	Gumbel	$\mu=5,0 \cdot 10^4$ $\sigma=7,5 \cdot 10^3$

Fonte: Adaptado de Dubourg et al. (2011)

Contudo, o problema foi formulado para verificação do deslocamento somente do nó central (denominado neste estudo de H). Para verificação do deslocamento nos demais nós, é preciso encontrar novas equações, uma para cada deslocamento avaliado. Para alcançar este objetivo, foi aplicado o teorema do trabalho virtual, valendo-se do método da carga unitária, que depende do carregamento real e também da carga unitária virtual posicionada no local de interesse. Este procedimento foi realizado cinco vezes, pois existem cinco pontos de interesse; a simetria da treliça em questão permitiu que o cálculo fosse simplificado.

Tabela 4.5.2 - Forças nodais e comprimentos da treliça real

Identificação da força	Força na treliça real (kN)	Comprimento (m)
V_a	$\frac{11}{12}P_1 + \frac{3}{4}P_2 + \frac{7}{12}P_3 + \frac{5}{12}P_4 + \frac{1}{4}P_5 + \frac{1}{12}P_6$	-
V_b	$\frac{1}{12}P_1 + \frac{1}{4}P_2 + \frac{5}{12}P_3 + \frac{7}{12}P_4 + \frac{3}{4}P_5 + \frac{11}{12}P_6$	-
ab	$\sqrt{2} \cdot (-0.9167P_1 - 0.75P_2 - 0.5833P_3 - 0.4167P_4 - 0.25P_5 - 0.0833P_6)$	$2\sqrt{2}$
ac	$0.9167P_1 + 0.75P_2 + 0.5833P_3 + 0.4167P_4 + 0.25P_5 + 0.0833P_6$	4
bc	$-\sqrt{2}P_1 - \sqrt{2} \cdot (-0.9167P_1 - 0.75P_2 - 0.5833P_3 - 0.4167P_4 - 0.25P_5 - 0.0833P_6)$	$2\sqrt{2}$
bd	$\frac{\sqrt{2}}{2} \left(\sqrt{2}P_1 + 2\sqrt{2}(-0.9167P_1 - 0.75P_2 - 0.5833P_3 - 0.4167P_4 - 0.25P_5 - 0.0833P_6) \right)$	4
cd	$\sqrt{2}P_1 + \sqrt{2} \cdot (-0.9167P_1 - 0.75P_2 - 0.5833P_3 - 0.4167P_4 - 0.25P_5 - 0.0833P_6)$	$2\sqrt{2}$
cf	$0.75P_1 + 2.25P_2 + 1.75P_3 + 1.25P_4 + 0.75P_5 + 0.25P_6$	4
df	$\sqrt{2} \cdot (-0.0833P_1 - 0.25P_2 + 0.5833P_3 + 0.4167P_4 + 0.25P_5 + 0.0833P_6)$	$2\sqrt{2}$
dg	$-0.6667P_1 - 2P_2 - 2.3333P_3 - 1.6667P_4 - P_5 - 0.3333P_6$	4

fg	$\sqrt{2} \cdot (0.0833P_1 + 0.25 * p2 - 0.5833P_3 - 0.4167P_4 - 0.25P_5 - 0.0833P_6)$	$2\sqrt{2}$
fh	$0.5833P_1 + 1.75P_2 + 2.9167P_3 + 2.0833P_4 + 1.25P_5 + 0.4167P_6$	4
gh	0	$2\sqrt{2}$
gi	$-0.5P_1 - 1.5P_2 - 2.5P_3 - 2.5P_4 - 1.5P_5 - 0.5P_6$	4
hi	0	$2\sqrt{2}$
hj	$0.4167P_1 + 1.25P_2 + 2.0833P_3 + 2.9167P_4 + 1.75P_5 + 0.5833P_6$	4
ik	$-0.3333P_1 - P_2 - 1.6667P_3 - 2.3333P_4 - 2P_5 - 0.6667P_6$	4
ij	$\sqrt{2} \cdot (-0.0834P_1 - 0.25P_2 - 0.4167P_3 - 0.5833P_4 + 0.25P_5 + 0.0833P_6)$	$2\sqrt{2}$
jl	$0.25P_1 + 0.75P_2 + 1.25P_3 + 1.75P_4 + 2.25P_5 + 0.75P_6$	4
jk	$\sqrt{2} \cdot (0.0834P_1 + 0.25P_2 + 0.4167P_3 + 0.5833P_4 - 0.25P_5 - 0.0833P_6)$	$2\sqrt{2}$
km	$-0.1666P_1 - 0.5P_2 - 0.8334P_3 - 1.1667P_4 - 1.5P_5 - 0.8333P_6$	4
kl	$\sqrt{2} \cdot (-0.0834P_1 - 0.25P_2 - 0.4167P_3 - 0.5833P_4 - 0.75P_5 - 0.0833P_6)$	$2\sqrt{2}$
lm	$0.1666P_1 - 0.5P_2 - 0.8334P_3 - 1.1667P_4 - 1.5P_5 - 0.8333P_6$	$2\sqrt{2}$
ln	$0.0833P_1 + 0.25P_2 + 0.4167P_3 + 0.5834P_4 + 0.75P_5 + 0.9167P_6$	4

mn	$\sqrt{2} \cdot (-0.0834P_1 - 0.25P_2 - 0.4167P_3 - 0.5833P_4 - 0.75P_5 - 0.9167P_6)$	$2\sqrt{2}$
------	---	-------------

Fonte: O autor, 2025.

Aplicando o método da força unitária para cada um dos pontos de interesse (os nós inferiores da treliça), teremos que a equação que descreve o deslocamento de cada um deles pode ser simplificado por:

$$d_c = \frac{\sqrt{2} \cdot A_1 E_1 \cdot (2.3571P_1 + 4.2426P_2 + 3.2998P_3 + 2.3571P_4 + 1.4142P_5 + 0.4714P_6) + A_2 E_2 \cdot (23.3333P_1 + 54P_2 + 64.6667P_3 + 59.3333P_4 + 38P_5 + 12.6667P_6)}{A_1 E_1 \cdot A_2 E_2} \quad (4.5.1)$$

$$d_f = \frac{\sqrt{2} \cdot A_1 E_1 \cdot (1.8856P_1 + 5.6569P_2 + 6.5997P_3 + 4.7141P_4 + 2.8284P_5 + 0.9428P_6) + A_2 E_2 \cdot (36P_1 + 96P_2 + 124P_3 + 116P_4 + 80P_5 + 28P_6)}{A_1 E_1 \cdot A_2 E_2} \quad (4.5.2)$$

$$d_h = \frac{\sqrt{2} \cdot A_1 E_1 \cdot (2.8284P_1 + 8.4853P_2 + 14.1421P_3 + 14.1421P_4 + 8.4853P_5 + 2.8284P_6) + A_2 E_2 \cdot (30P_1 + 86P_2 + 122P_3 + 122P_4 + 86P_5 + 30P_6)}{A_1 E_1 \cdot A_2 E_2} \quad (4.5.3)$$

$$d_j = \frac{\sqrt{2} \cdot A_1 E_1 \cdot (0.9428P_1 + 2.8284P_2 + 4.7141P_3 + 6.5997P_4 + 5.6569P_5 + 1.8856P_6) + A_2 E_2 \cdot (28P_1 + 80P_2 + 116P_3 + 124P_4 + 96P_5 + 36P_6)}{A_1 E_1 \cdot A_2 E_2} \quad (4.5.4)$$

$$d_l = \frac{\sqrt{2} \cdot A_1 E_1 \cdot (0.4714P_1 + 1.4142P_2 + 2.3571P_3 + 3.2998P_4 + 4.2426P_5 + 2.357P_6) + A_2 E_2 \cdot (12.6667P_1 + 38P_2 + 59.3334P_3 + 64.6667P_4 + 54P_5 + 23.3333P_6)}{A_1 E_1 \cdot A_2 E_2} \quad (4.5.5)$$

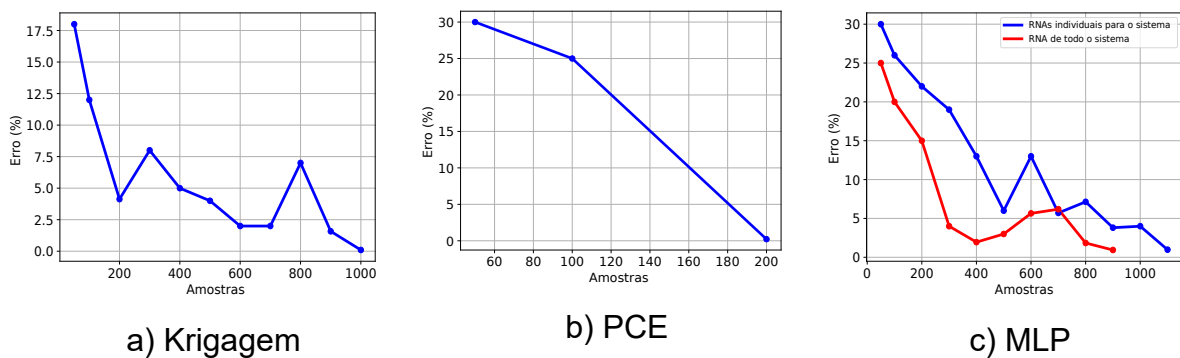
Quando se aplicam os valores característicos das variáveis do problema, obtemos os deslocamentos determinísticos dos nós, sendo o deslocamento em $C = 0,0365 \text{ m}$, deslocamento em $F = 0,068 \text{ m}$ e o deslocamento em $H = 0,0775 \text{ m}$. Por simetria, os demais nós inferiores têm os deslocamentos iguais ($C = L$; $F = J$).

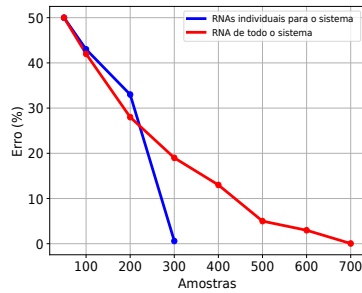
$$g_{sys}(X) = \min \begin{cases} g_1(x) = 0,0471 - d_c \\ g_2(x) = 0,0877 - d_f \\ g_3(x) = 0,1000 - d_h \\ g_4(x) = 0,0877 - d_j \\ g_5(x) = 0,0471 - d_l \end{cases} \quad (4.5.6)$$

Considerando o problema original, a margem entre o valor máximo e o deslocamento característico é de 22,5%. Aplicando o percentual para cada um dos nós avaliados, obteve-se o sistema acima. A simetria esperada para a treliça não ocorre com a abordagem probabilística, porque usando variáveis aleatórias para descrever cada uma das variáveis físicas do problema, ela não é de fato simétrica. Por isso, é necessário analisar cada um dos nós de interesse.

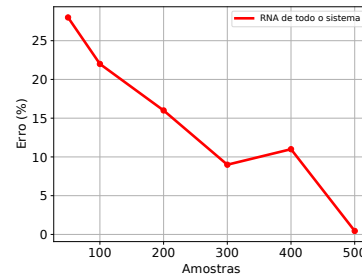
Realizando a amostragem com o modelo analítico com 10^7 amostras, a P_f real do exemplo obtido via Monte Carlo foi de 0,0497. As simulações para o modelo da treliça resultaram, no quesito precisão x amostras:

Figura 4.5.2 - Avaliação de precisão do sistema da treliça





d) LSTM



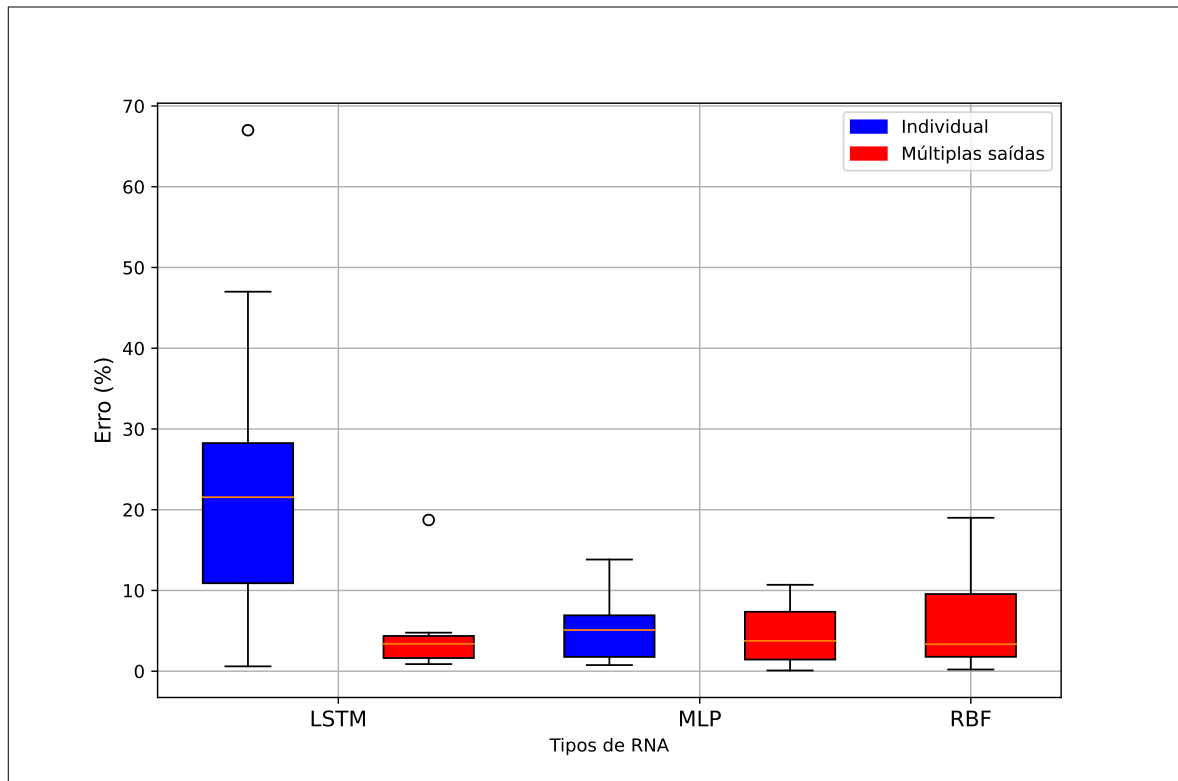
e) RBF

Fonte: O autor, 2025.

O melhor desempenho no quesito precisão foi do metamodelo PCE. Adicionalmente, ressalta-se a ocorrência da não convergência da precisão do metamodelo RBF individuais nesta aplicação. Um quesito interessante deste exemplo, que não foi representado nos anteriores pois eram *benchmarks*, é que este baseado em modelo prático com representação física

Como esperado, a krigagem teve dificuldade em modelar este exemplo. Apesar de mais eficientes, as redes neurais apresentaram desempenho consideravelmente inferiores quando comparadas com metamodelo vencedor. Com exceção do tipo LSTM, as redes de múltipla saída foram mais precisas. Por fim, percebe-se que houve maior variabilidade neste exemplo do que nos analisados anteriormente: o erro percentual teve maior flutuabilidade até alcançar a convergência, indicando que a alta dimensionalidade também representa um desafio para as RNAs.

Na segunda etapa dos resultados, os testes com as arquiteturas ótimas resultaram em:

Figura 4.5.3 - *Boxplot* exemplo da treliça metálica

Fonte: O autor, 2025.

Após a análise da Figura 4.5.3, foi verificada uma diferença marcante com relação aos resultados anteriores: a rede LSTM individual resultou no *boxplot* mais esparsa. Uma explicação possível para esta ocorrência é que a amostragem que resultou na convergência da etapa anterior foi um caso isolado, sendo improvável replicar seus resultados. A rede RBF individual não alcançou convergência na etapa de otimização, por isso não foi representada em *boxplot*. Também foi verificada a presença de *outliers* em alguns dos dados. Os demais resultados demonstraram erros consistentes, conferindo às redes de múltiplas saídas o melhor desempenho da arquitetura otimizada para diferentes dados de treino.

4.6 FLAMBAGEM EM PILARES DE CONCRETO ARMADO

A flambagem é um fenômeno ligado à compressão, objeto de estudo de matemáticos e engenheiros há séculos. O problema central é que a flambagem

causa a falha do elemento antes mesmo da solicitação máxima à compressão, causando um deslocamento lateral e inviabilizando a função do elemento estrutural.

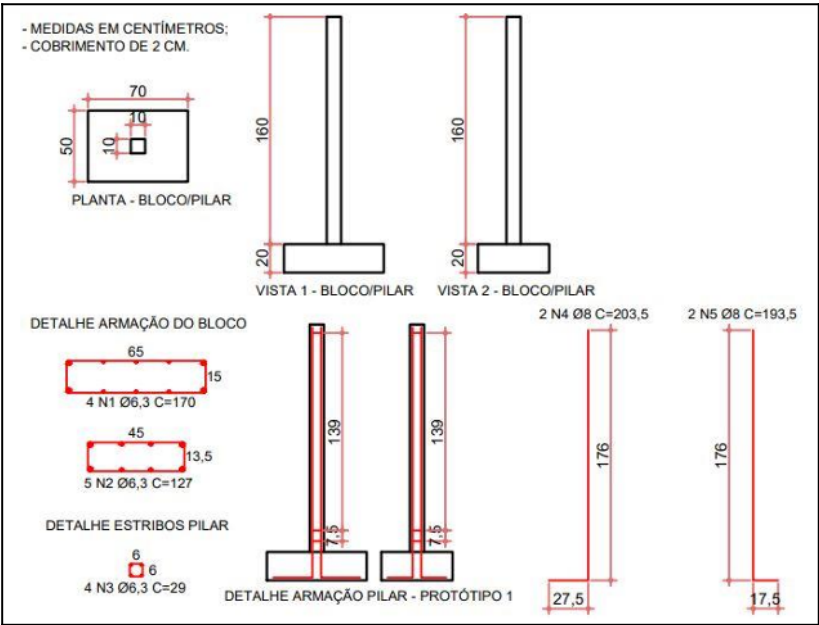
O concreto armado é o compósito fundamental da engenharia civil na contemporaneidade. Avaliar a confiabilidade de pilares de concreto armado é primordial e uma forma interessantíssima de avaliar o desempenho de metamodelos em uma situação mais palpável da realidade – verificando a força resistente de elementos de um pilar tendo como entrada as dimensões do pilar e a resistência característica do concreto. Em Picolotto et al. (2018), é apresentado um protótipo de pilar em concreto armado, onde do mesmo concreto foram ensaiados corpos de prova na até o limite na ruptura, resultando nos seguintes dados:

Tabela 4.6.1: Dados experimentais de resistência à compressão

Corpo de prova	Resistência à compressão (MPa)
C _{P1}	23,45
C _{P2}	21,68
C _{P3}	25,48
C _{P4}	23,75
C _{P5}	21,54

Fonte: Adaptado de Picolotto et al. (2018)

Figura 4.6.1 - Detalhamento do protótipo



Fonte: Adaptado de Picolotto et al. (2014)

Estes dados resultam em uma média $\mu = 23,18$ MPa e desvio padrão $\sigma = 1,4579$ MPa. Considerando que a execução do pilar oferece muitas incertezas (o ambiente de execução, na prática da construção civil, não possui rígido controle de qualidade e pode variar consideravelmente).

Seja a carga crítica de para a flambagem P_{CR} , dada pela fórmula de Euler:

$$P_{CR} = \frac{\pi^2 EI}{L_{ef}^2} \quad (4.6.1)$$

Onde E é o módulo de elasticidade do concreto definido pela Equação 4.6.2, I é o momento de menor inércia (que neste caso, é o eixo em que ocorre a flambagem) e L_{ef} é o comprimento efetivo para a flambagem.

$$E = \alpha_e \cdot 5600 \cdot f_{ck}^{0.5} \quad (4.6.2)$$

Onde α_e é o parâmetro ligado ao agregado graúdo (no caso apresentado no artigo, igual a 0,1) e f_{ck} é a resistência característica à compressão do concreto. Isso indica uma variação considerável na resistência do concreto, que será levada em conta na elaboração do problema. Diante do exposto, o seguinte sistema baseado em um caso prático de flambagem para pilares de concreto armado, inspirados no modelo de Picolotto et al. (2018) é definido por:

$$g_{sys}(X) = \max \begin{cases} g_1 = P_{CR1} - P_1 \\ g_2 = P_{CR2} - P_2 \end{cases} \quad (4.6.3)$$

Onde P_{CR} é a força crítica para a flambagem para cada um dos pilares idênticos analisados, sendo definidos pelas seguintes V.As:

Tabela 4.6.2 - Variáveis do caso de flambagem

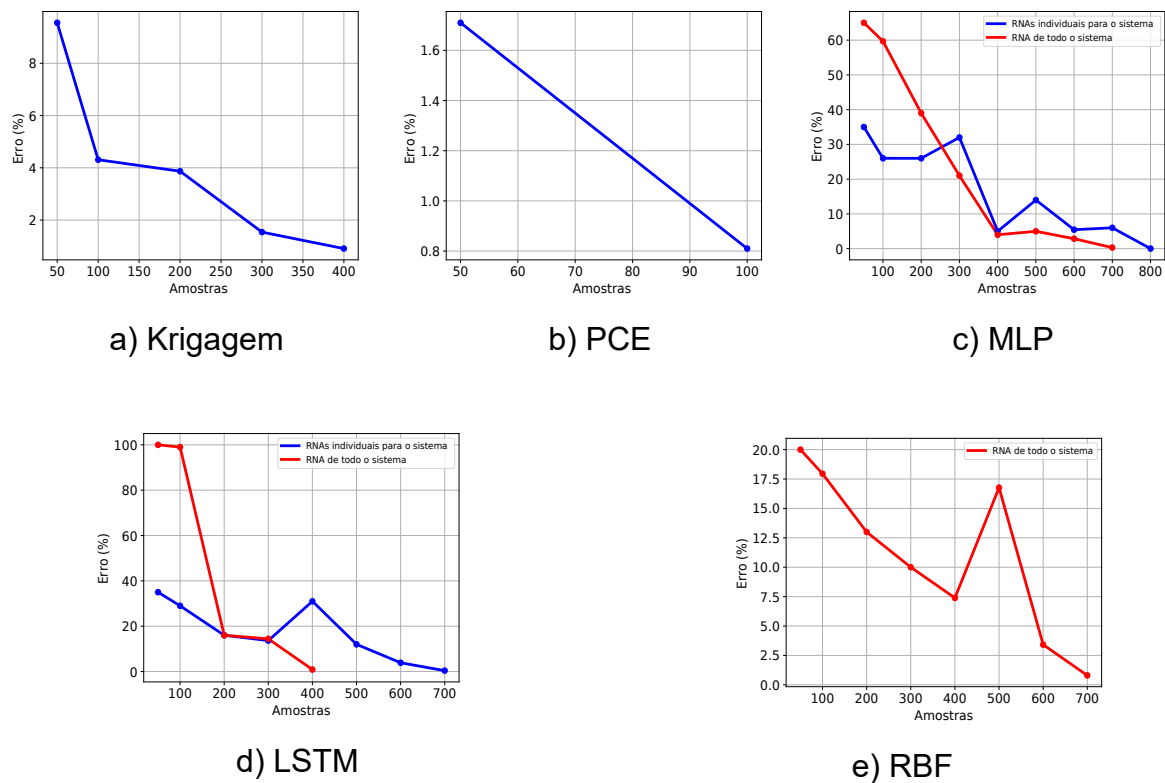
Variável	Descrição	Distribuição	μ e σ
b_{1a}	Lado do pilar	Normal	$\mu=10 \text{ cm}$ $\sigma=1 \text{ cm}$
b_{2a}	Lado do pilar	Normal	$\mu=10 \text{ cm}$ $\sigma=1 \text{ cm}$
b_{1b}	Lado do pilar	Normal	$\mu=10 \text{ cm}$ $\sigma=1 \text{ cm}$
b_{2b}	Lado do pilar	Normal	$\mu=10 \text{ cm}$ $\sigma=1 \text{ cm}$

	Resistência		
f_{ck1}	característica à compressão	Lognormal	$\mu=23,18 MPa$ $\sigma=1,4579 MPa$
	Resistência		
f_{ck2}	característica à compressão	Lognormal	$\mu=23,18 MPa$ $\sigma=1,4579 MPa$
	Força aplicada no pilar 1		
P_1		Gumbel	$\mu=100 kN$ $\sigma=10 kN$
	Força aplicada no pilar 2		
P_2		Gumbel	$\mu=100 kN$ $\sigma=10 kN$

Fonte: O autor, 2025.

Frente ao exposto e verificando a probabilidade de falha do problema via simulação de Monte Carlo bruta com 10^7 amostras, é obtida a $P_f = 0,000312$. As simulações para o modelo da flambagem resultaram, no quesito precisão x amostras:

Figura 4.6.2: Avaliação de precisão do sistema da flambagem



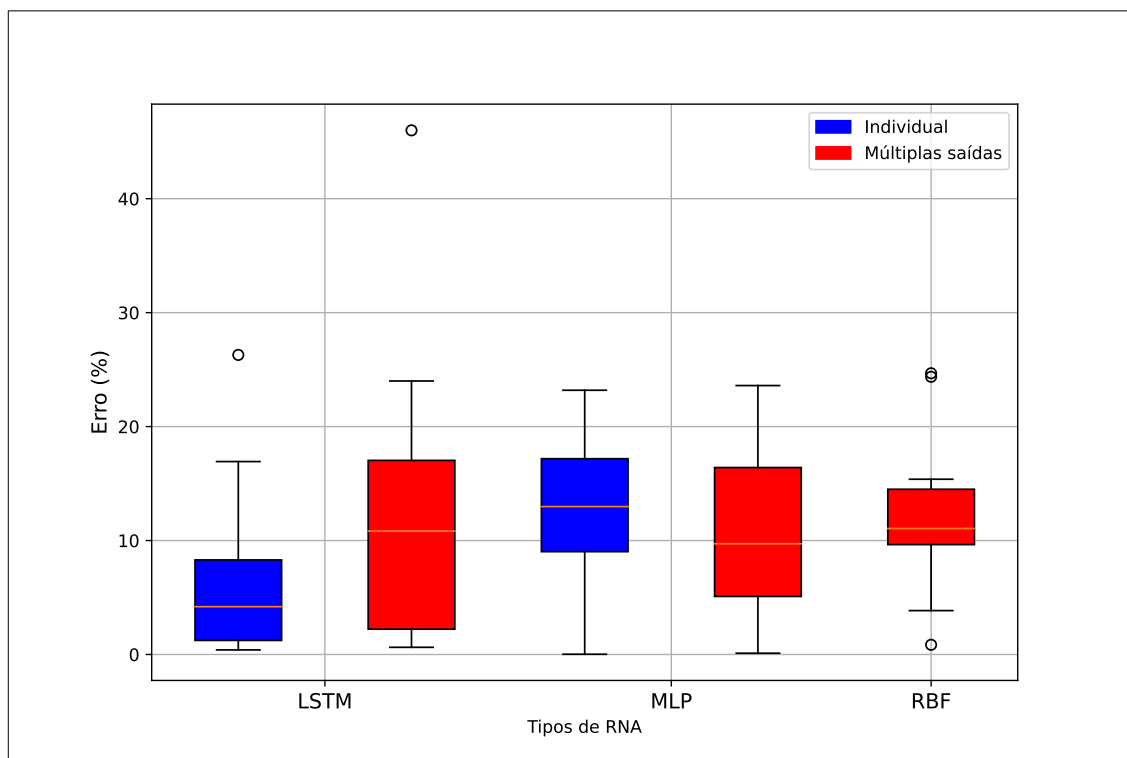
Fonte: O autor, 2025.

O melhor desempenho no quesito precisão foi do metamodelo PCE, ressalta-se a ocorrência da não convergência da precisão do metamodelo RBF individuais nesta aplicação. Foi observado neste exemplo a frequência de descontinuidades no padrão de comportamento do erro de forma mais abrupta, em mais de um modelo.

Bem como o modelo da treliça, este é um modelo prático com aplicação real. Aqui, pilares idênticos são avaliados e as equações dependem de termos experimentais de Picolotto et al. (2018) e do modelo de Euler para flambagem. Generalizando, o desempenho das RNAs ficou consideravelmente atrás do metamodelo vencedor e quando se aborda somente as RNAs, desta vez foi verificado que a modalidade de múltiplas saídas foi mais eficiente em todos os tipos de rede neural abordados.

Na segunda etapa dos resultados, os testes com as arquiteturas ótimas resultaram em:

Figura 4.6.3 - *Boxplot* do exemplo da flambagem em concreto armado.



Fonte: O autor, 2025.

Após a análise da Figura 4.6.3, foi verificado que a rede LSTM individual voltou a ter o melhor resultado no quesito variabilidade. A rede RBF individual não obteve convergência na etapa anterior, por isso ela não possui representação em

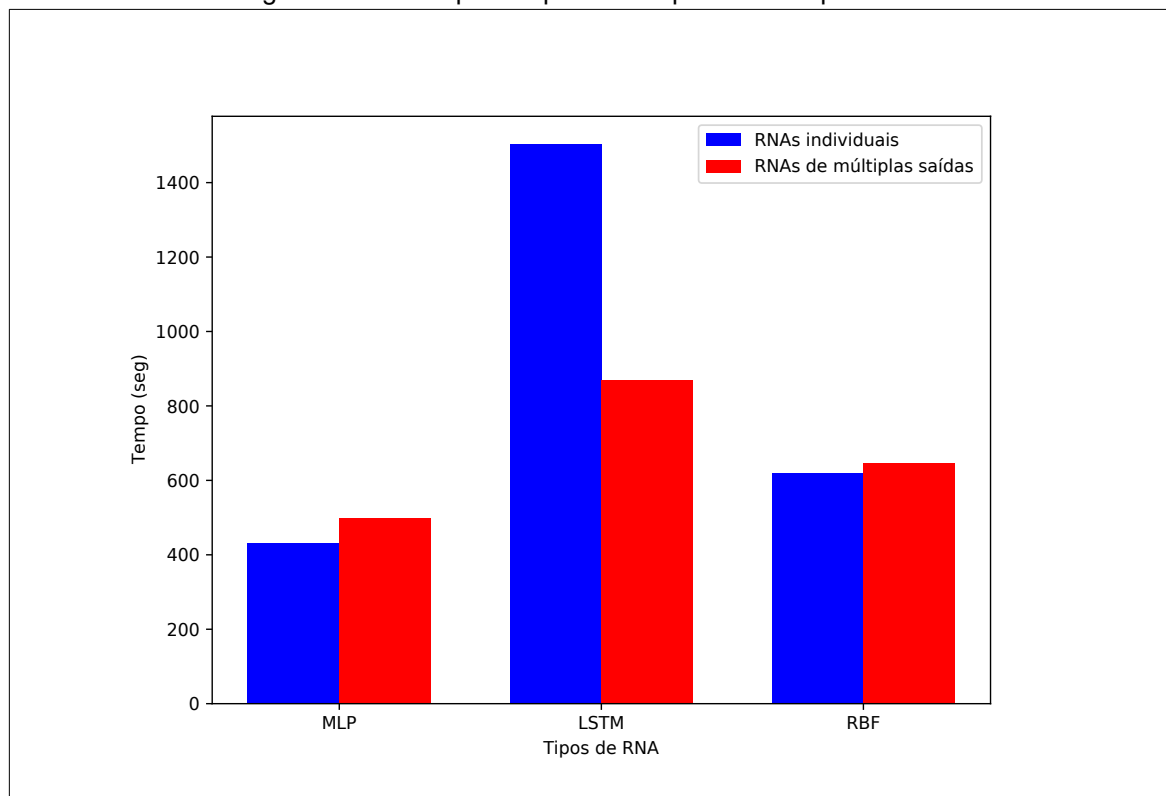
boxplot. A distribuição dos dados demonstrou limites consideravelmente distantes dos quartis, além da presença de *outliers* em alguns dos casos analisados.

4.7 DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Uma das razões que motivam a busca por metamodelos mais eficientes é a necessidade de encontrar meios de redução de custos computacionais, pois estes limitam a eficiência e a aplicabilidade dos métodos e técnicas computacionais. Um método muito preciso, mas de que demora um tempo excessivo não pode ser aplicado, pois os requisitos de aplicabilidade não foram atendidos. O mesmo seria para um método extremamente rápido, com baixa precisão

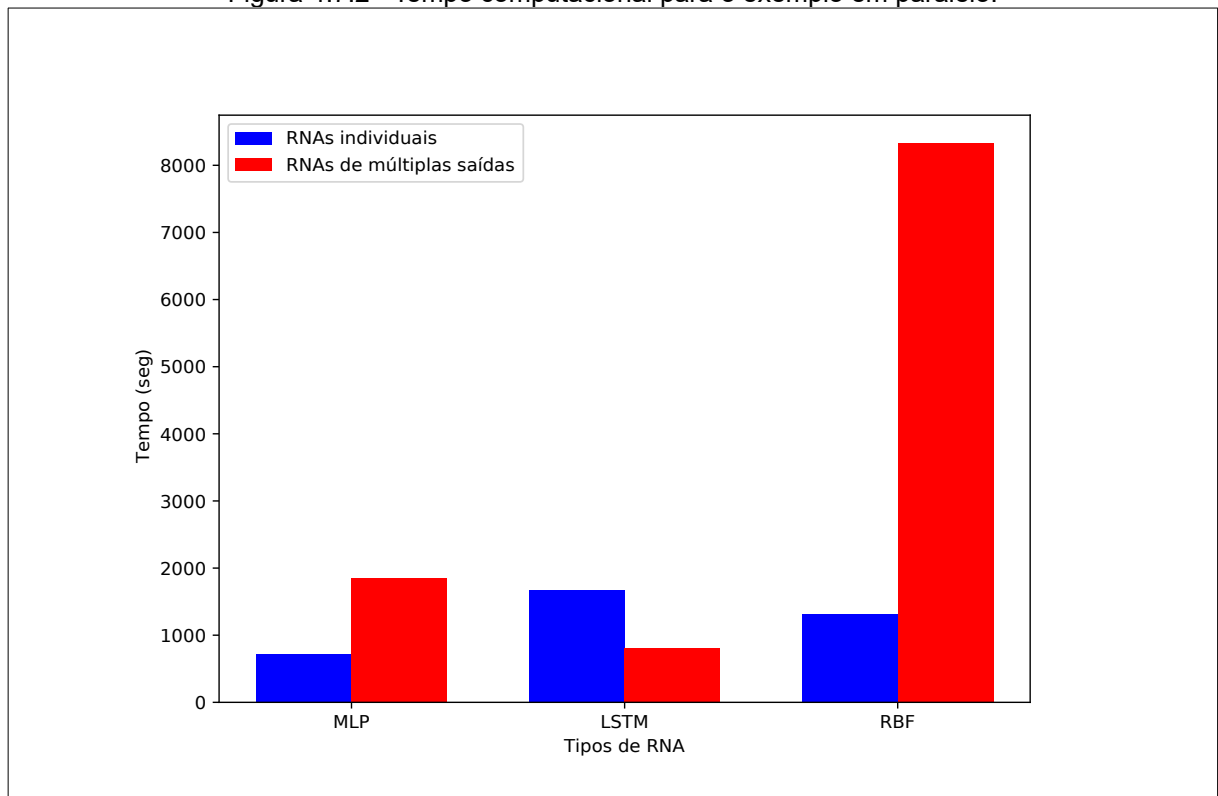
Em vista do exposto, revisitando o desempenho das RNAs abordadas, foi percebido que conforme o número de equações a serem representadas aumenta, o tempo necessário para treinamento e simulação aumenta. A seguir, são mostradas representações do tempo necessário para os processos de otimização, treino e simulação de Monte Carlo até alcançar a convergência em cada caso:

Figura 4.7.1 - Tempo computacional para o exemplo em série



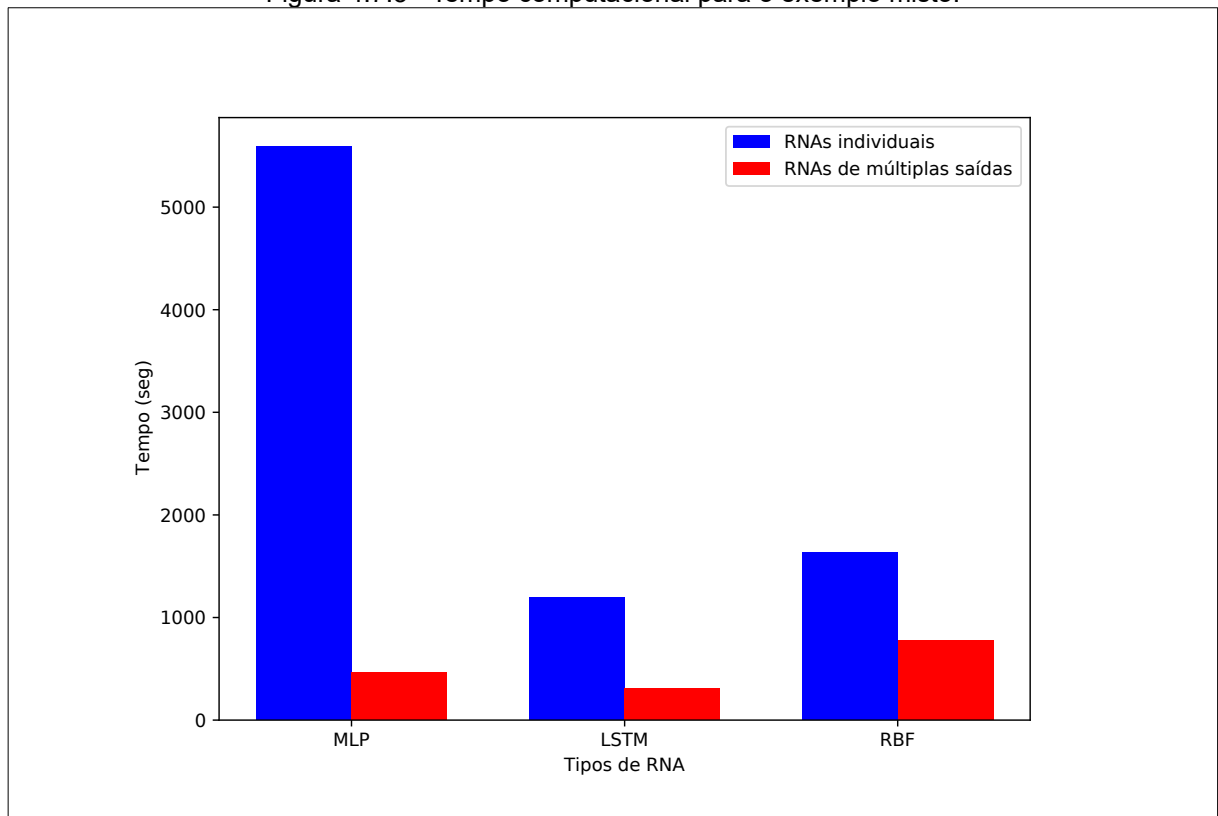
Fonte: O autor, 2025.

Figura 4.7.2 - Tempo computacional para o exemplo em paralelo.



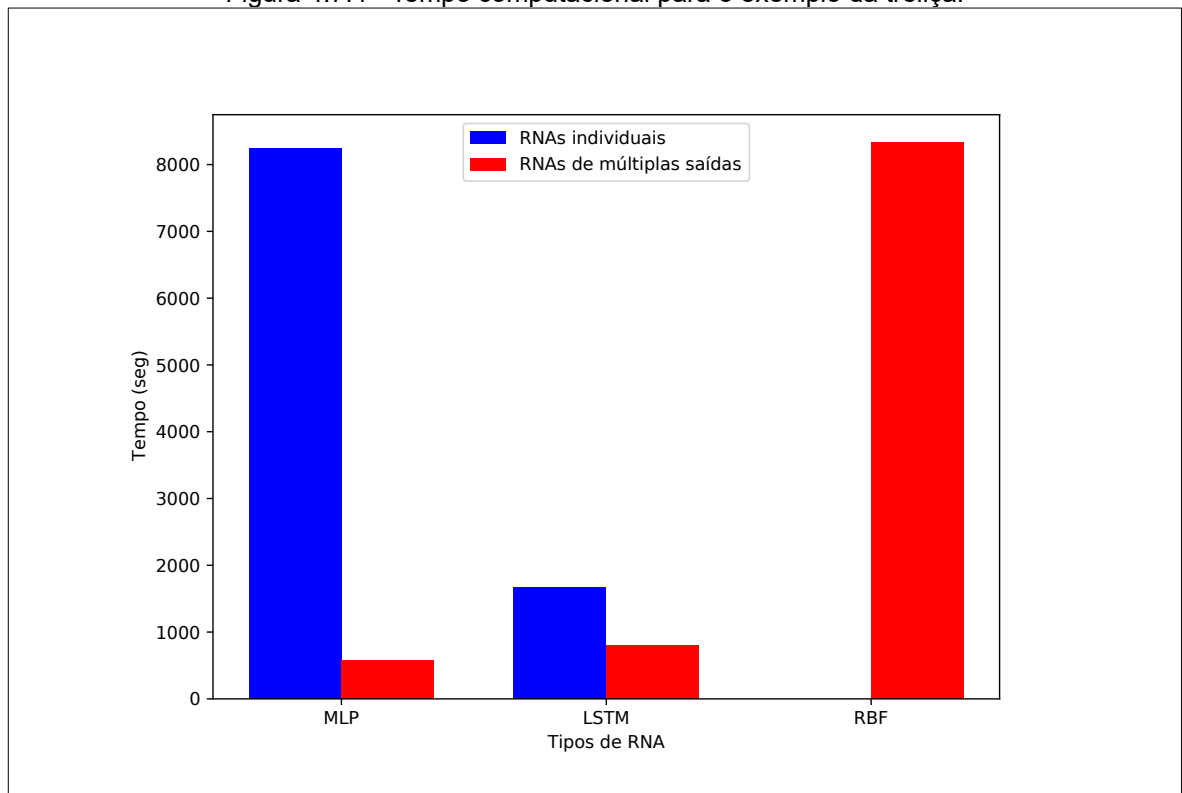
Fonte: O autor, 2025

Figura 4.7.3 - Tempo computacional para o exemplo misto.



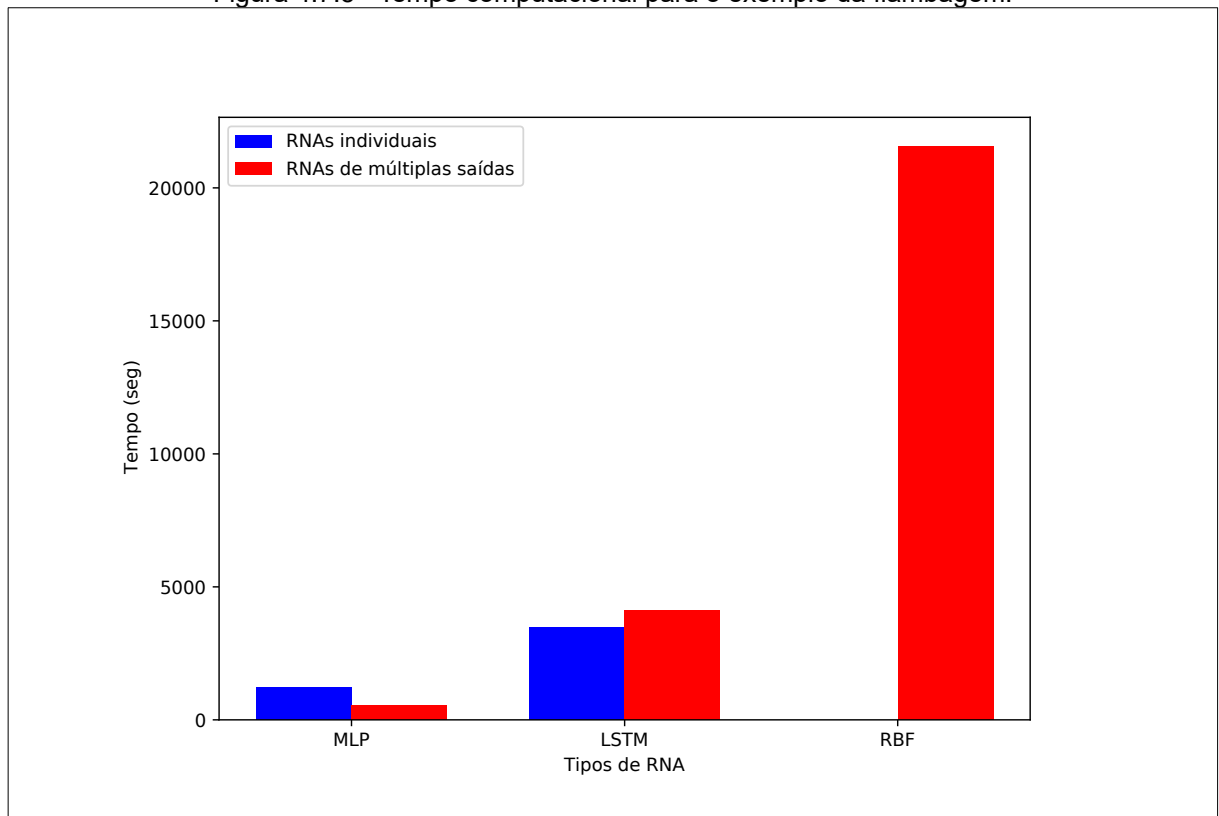
Fonte: O autor, 2025.

Figura 4.7.4 - Tempo computacional para o exemplo da treliça.



Fonte: O autor, 2025

Figura 4.7.5 - Tempo computacional para o exemplo da flambagem.



Fonte: O autor, 2025.

Para o exemplo de Ishigami, não foi possível obter este gráfico devido à não convergência de nenhum dos tipos de redes neurais abordados. Estes gráficos demonstram que em quase todos os casos, as redes de múltiplas saídas demandam menor tempo computacional – até mesmo em casos onde elas precisaram de maior quantidade de amostras para a convergência de P_f . O uso de apenas um metamodelo provou-se mais econômico nestes casos, sendo um ponto positivo para a modalidade proposta de RNAs. Outra ocorrência notada foi que os erros para as redes de múltiplas saídas, quase que em sua totalidade, são muito elevados para poucas amostras. PCE e krigagem conseguem alcançar erros reduzidos para poucas amostras, o que pode ser muito benéfico em condições da realidade, onde a amostragem é limitada.

Analisando de forma geral, krigagem e PCE apresentaram convergência para a resposta com um menor número de amostras de treinamento, pois são métodos robustos com alto poder de aproximar o comportamento de uma série de dados e nessa abordagem foram os melhores metamodelos no quesito de convergência. Com relação às redes neurais, os modelos demonstraram certa instabilidade durante o processo de aumento de amostras, mas convergiram com clareza quando o objetivo foi alcançado. Os resultados demonstraram que cada um dos exemplos abordados apresentam particularidades marcantes. Isso representou, nos metamodelos aqui utilizados, variações de desempenho, isto é, cada tipo de rede neural se portou melhor para diferentes exemplos, concluindo-se então que cada caso deve ser avaliado individualmente para a escolha de uma técnica de RNA, não sendo possível inferir *a priori* qual terá o melhor comportamento. Faz-se um adendo neste assunto, que apesar de resultados competitivos em diversos casos, as redes LSTM não foram vencedoras em nenhum dos casos estudados. Extrapolando o escopo aqui buscado, a avaliação da metodologia das redes LSTM de esquecer dados antigos não demonstrou ser ideal para a confiabilidade de sistemas independentes do tempo. A abordagem de múltiplas saídas e a tradicional de todas as redes se alternaram entre os exemplos no quesito de convergência.

A modelagem das arquiteturas das redes neurais foi obtida por processos de otimização simples, como PSO e otimização por tentativas, pois as redes abordadas (MLP e LSTM) lidam com poucas variáveis a serem otimizadas nesta proposta e que se comportam como números inteiros (não existe 1,5 neurônio). Em todos os modelos utilizados do pacote *Keras*, foi utilizada como equação de ativação a

tangente hiperbólica, com a métrica de redução de erro quadrático médio e o otimizador Adam, um algoritmo otimizador que não sujeito a problemas de reescala diagonal do gradiente, requer pouca memória e é útil para situações com muitos termos e/ou dados (Kingma; Ba (2015)) e de funcionamento nativo do pacote, facilitando seu uso e comunicação com o restante da programação.

As RNAs para o sistema foram competitivas com as RNAs individuais, porém ambas demonstraram resultados inferiores quando comparados com os outros modelos testados (krigagem e PCE) que ficaram a frente de forma geral. Alguns casos, o desempenho ficou próximo e em outros, foi severamente pior, com a neessidade de vários saltos de amostras para alcançar convergência. Ocorreram casos em que as RNAs não conseguiram atingir o objetivo dentro dos parâmetros experimentais. Via de regra, krigagem e PCE seriam indicados para qualquer exemplo, pois atingiram o objetivo em todos os casos.

A abordagem proposta consiste em utilizar apenas um metamodelo para descrever todo o sistema, em vez de serem treinados n modelos (onde n é o número de equações de estado limite que compõem o sistema). O quesito custo computacional, avaliado em termos de tempo, foi benéfico para as RNAs de múltiplas saídas, que obtiveram tempos menores que as RNAs clássicas, provando que existem cenários de utilização para esta metodologia. Os resultados obtidos neste estudo são indicativos que esses cenários estão ligados a sistemas com quantidades elevadas para compor $g(X)$. Com a análise da dispersão do erro gerado pela RNA com a arquitetura otimizada, os gráficos das Figuras 4.1.2, 4.2.2, 4.3.3, 4.5.3 e 4.6.3 demonstraram, de forma geral, uma menor variabilidade para as redes de múltipla saída. Isso pode ser explicado pela menor quantidade de parâmetros que interferem no desempenho: nos modelos de múltiplas saídas, apenas uma rede neural é utilizada. Já nas redes convencionais, o número de redes é igual ao número de equações de estado limite. Essa mudança pode gerar maior importância nos resultados da otimização para as redes neurais propostas neste estudo, já que seus resultados variaram menos. Na mesma linha da menor quantidade de parâmetros que interferem no resultado, as redes LSTM tiveram menor variabilidade na etapa de testes com diferentes dados de treino, pois sua otimização de arquitetura depende apenas do número de neurônios. Já as redes MLP dependem de neurônio e camadas, que são números naturais, aumentando a quantidade de fatores a serem otimizados. Isso ainda se torna mais complexo para

as redes RBF, que dependem de neurônios (números naturais) e centros (números reais positivos). Ou seja, os valores de centro possuem infinitas possibilidades dentro de um espaço numérico delimitado. O aumento da complexabilidade da arquitetura a ser otimizada demonstrou ter impacto na importância e representatividade da arquitetura ideal.

Os resultados desfavoráveis das redes neurais carregam consigo problemas além do puro resultado ruim: conforme resumido por Fleck et al. (2016), as desvantagens das redes neurais estão em tempo de treinamento elevado, necessidade de grandes bases de dados para um treinamento satisfatório, resultados incomuns que só podem ser descartados por conhecimento prévio sobre o problema, tratamento de dados beirando a obrigatoriedade, aqui relacionados com a normalização de variáveis e por fim, o mais significativo de seus problemas, o funcionamento de *black box*. Organizar a arquitetura de uma rede neural artificial é um processo complexo e as respostas só podem ser obtidas empiricamente. Com isso, um output inesperado não consegue ter uma clara explicação, como o modelo chegou nessa conclusão. Existem muitos parâmetros internos relacionados à inicialização e processos internos da rede neural e a otimização de todos esses valores é algo complexo e desgastante. Foi constatado que o estudo de RNAs está voltado principalmente a situações com amostragem experimental real, como exemplificado por Eyng; Fileti (2010), Medronho (2005) e outros exemplos citados por Fleck et al. (2016), bem como reconhecimento de outros tipos de entrada de dados, como imagens (Osório; Bittencourt (2000)), sons, entre outras aplicações.

Com base nisso, verifica-se que redes neurais possuem uma ampla gama de funcionalidades e podem produzir resultados competitivos no campo da confiabilidade de estruturas e incentiva-se a reflexão para encontrar-se o melhor cenário para a atuação de redes neurais e como torná-las mais padronizadas para o uso comum.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Redes neurais são modelos poderosos e estão tomando mais espaço dentro do ambiente de pesquisa, devido a sua capacidade de modelar funções não lineares. Mas existem outros metamodelos, de igual capacidade e até maior simplicidade, podendo ocorrer menos variabilidade do que em uma RNA.

Os resultados obtidos neste estudo foram interessantes, mostrando que a capacidade *multioutput* das redes neurais ainda pouco explorada pode ser bem empregada dentro do contexto da confiabilidade estrutural, de forma a alcançar precisão e redução de custos computacionais comparáveis às redes neurais clássicas, superando-as em diversas ocasiões. Porém, seus resultados foram inferiores aos das técnicas de metamodelagem já bem estabelecidas no âmbito acadêmico. Seja feita a consideração de que não há concorrente capaz de representar estes problemas sem a necessidade de treinamento de vários modelos diferentes. O treinamento também foi mais demorado, mas se demonstrou ser vantajoso com o aumento do número de equações de estado limite a serem descritas.

Os tipos de rede empregados neste estudo estavam em sua forma mais simples e comum, além de serem práticas do ponto de vista da programação e já amplamente difundidas. Mas ainda há uma gama de outras formas de RNA que podem modelar bem esse tipo de problema (a depender do problema, um tipo de rede pode ser comportar melhor que outra como demonstrado na Seção 4). A competitividade entre as redes com uma e múltiplas saídas se manteve, o que indica que em um estudo restrito a redes neurais, a capacidade *multioutput* pode ser aplicada com grande chance de viabilidade se houver mais de uma variável a ser predita.

A arquitetura utilizada foi encontrada por meios de otimização de funcionamento simples e podem não ter gerado os resultados mais precisos. Porém, é possível que métodos de otimização de maior abrangência e baixo custo computacional levem às arquiteturas mais precisas. Os processos de otimização também podem ser aplicados para parâmetros internos das redes neurais que não foram abordados neste estudo, por exemplo os pesos, *bias*, *batch*, otimizador.

Para estudos posteriores, recomenda-se abordar exemplos que sejam críticos para a metamodelagem clássica, verificando seu despenho em busca de solução

mais facilmente estes exemplos problemáticos pela técnica inovadora. Também se faz digna de menção a possibilidade de otimização também de parâmetros internos das redes neurais e avaliação do impacto na simulação voltada à confiabilidade estrutural, assim encontrando formas mais eficientes de encontrar redes neurais mais precisas.

REFERÊNCIAS

AMMAN, O. H.; VON KÁRMÁN, T.; WOODRUFF, G. B. **The failure of the Tacoma Narrows Bridge**. Caltech Library, 2014.

ASSOCIATES, W.; PARK, M. **First order, second order methods**. Building, n. January, 1984.

BECK, A. T. **Confiabilidade e Segurança das Estruturas**. 1a ed. São Carlos - SP: GEN LTC, 2019.

BENTO, J. **Modelling Mechanical Behaviour without Mechanics. Development of Knowledge-Based Systems for Engineering**, p. 37–58, 1998.

BLATMAN, G.; SUDRET, B. **An adaptive algorithm to build up sparse polynomial chaos expansions for stochastic finite element analysis**. Probabilistic Engineering Mechanics, v. 25, n. 2, p. 183–197, 2010. Elsevier Ltd. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1016/j.probengmech.2009.10.003>.

BLATMAN, G.; SUDRET, B. **Sparse polynomial chaos expansions and adaptive stochastic finite elements using a regression approach**. Comptes Rendus Mecanique, v. 336, p. 518–523, 2008.

BRATTON, D.; KENNEDY, J. **Defining a standard for particle swarm optimization**. Proceedings of the 2007 IEEE Swarm Intelligence Symposium, SIS 2007, n. Sis, p. 120–127, 2007.

CORNELL, C.A. **A probability-based structural code**. ACI Journal, V. 66, p. 974-985, 1969.

DENG, J. **Structural reliability analysis for implicit performance functions using artificial neural network**. v. 27, p. 25–48, 2005.

DUBOURG, V.; SUDRET, B.; BOURINET, J.-M.; CAZUGUEL, M. **Optimisation sous contrainte de fiabilité d'une structure en treillis**. 10e Colloque National en Calcul des Structures, 2011.

ELLINGWOOD, B.; GALAMBOS, T. V.; MACGREGOR, J. G.; CORNELL, C. A. **Development of a Probability Based Load Criterion for American National Standard A58 - Report 577**. 1980.

EYNG, E.; FILETI, A. **Control of absorption columns in the bioethanol process: Influence of measurement uncertainties**. Engineering Applications of Artificial Intelligence, v. 23, p. 271–282, 2010.

FLECK, L.; TAVARES, M. H. F.; EYNG, E.; HELMANN, A.; ANDRADE, M. A. DE M. **REDES NEURAIS ARTIFICIAIS: PRINCÍPIOS BÁSICOS**. Revista Eletrônica Científica Inovação e Tecnologia, v. 2016, n. 13, p. 47–57, 2016. Disponível em: <https://periodicos.utfpr.edu.br/recit/article/viewFile/4330/Leandro#:~:text=Uma das maiores dificuldades encontradas,um grande tempo de execução.>>.

FREUDENTHAL, A.M. **The Safety of structures**. Transactions of ASCE, V. 112, p. 1255-180, 1947.

GARDNER, M. W.; DORLING, S. R. **Artificial neural networks (the multilayer perceptron) - a review of applications in the atmospheric sciences**. Atmospheric Environment, v. 32, n. 14–15, p. 2627–2636, 1998.

GOMES, H. M.; AWRUCH, A. M. **Comparison of response surface and neural network with other methods for structural reliability analysis**. Structural Safety, v. 26, n. 1, p. 49–67, 2004.

GROOTEMAN, F. **An adaptive directional importance sampling method for structural reliability**. Probabilistic Engineering Mechanics, v. 26, n. 2, p. 134–141, 2011. Elsevier Ltd. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1016/j.probingmech.2010.11.002>.

HASOFER, A.M.; LIND, N.C. **Exact and invariant second moment code format**. Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, V. 100, n. EM1, p. 111- 121, 1974.

HAYKIN, S. **Neural Networks - A Comprehensive Foundation - Simon Haykin.pdf**. 2a ed. Pearson, 2005.

HOCHREITER, S.; SCHMIDHUBER, J. **Long Short-Term Memory**. Neural Computation, v. 9, n. 8, p. 1735–1780, 1997.

ISHIGAMI, T.; HOMMA, T. **An importance quantification technique in uncertainty analysis for computer models**. In the First International Symposium on Uncertainty Modeling and Analysis, Maryland, USA, Dec. 3–5, 1990. DOI:10.1109/SUMA.1990.151285.

KENNEDY, J.; EBERHART, R. **Particle swarm optimization**. Proceedings of ICNN'95 - International Conference on Neural Networks. Anais... . v. 4, p.1942–1948 vol.4, 1995.

KINGMA, D. P.; BA, J. L. **Adam: A method for stochastic optimization**. 3rd International Conference on Learning Representations, ICLR 2015 - Conference Track Proceedings, p. 1–15, 2015.

KROETZ, H. M. **Otimização Estrutural sob Incertezas: Métodos e Aplicações**, 2019. Universidade de São Paulo. Disponível em: <https://doi.org/10.11606/T.18.2019.tde-26032019-104526>.

KROETZ, H. M.; SANTOS, B. G. DOS. **Performance Comparison between Multiple-Output Artificial Neural Networks and Classic Surrogate Models for System Reliability Problems**. Proceedings of the XLIV Ibero-Latin American Congress on Computational Methods in Engineering. Anais do congresso.p.961–967, 2023. Porto: Instituto Superior de Engenharia do Porto.

KROETZ, H. M.; TESSARI, R. K.; BECK, A. T. **Performance of global metamodeling techniques in solution of structural reliability problems**. *Advances in Engineering Software*, v. 114, p. 394–404, 2017. Elsevier Ltd. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.advengsoft.2017.08.001>.

LI, M.; WANG, Z. **LSTM-augmented deep networks for time-variant reliability assessment of dynamic systems**. *Reliability Engineering and System Safety*, v. 217, n. September 2021, 2022.

MARIUS-CONSTANTIN, P.; BALAS, V. E.; PERESCU-POPESCU, L.; MASTORAKIS, N. **Multilayer perceptron and neural networks**. *WSEAS Transactions on Circuits and Systems*, v. 8, n. 7, p. 579–588, 2009.

MCFADDEN, C. **10+ of the oldest buildings in the world and their history**. Disponível em: <https://interestingengineering.com/lists/top-10-oldest-buildings-in-the-world>. Acesso em: 17 set. 2024.

MCKAY, M. D.; BECKMAN, R. J.; CONOVER, W. J. **Comparison of three methods for selecting values of input variables in the analysis of output from a computer code**. *Technometrics*, v. 21, n. 2, p. 239–245, 1979.

MEDEIROS, E. M. DE. **DE CONFIABILIDADE MODELOS DE SÉRIES TEMPORAIS**, 2022. UFPB.

MEDRONHO, R. D. A. **Usando Redes Neurais Artificiais e Regressão Logística na Predição da Hepatite A Using Artificial Neural Networks and**. *Revista Brasileira de Epidemiologia*, v. 8, n. 2, p. 117–126, 2005.

MELO, C. A.; SANTOS, F. A. DOS. **As contribuições da psicologia nas emergências e desastres**. *Psicologo inFormação*, v. 15, n. 15, 2011. Disponível em: <https://pepsic.bvsalud.org/pdf/psicoinfo/v15n15/v15n15a12.pdf>.

METROPOLIS, N.; ULAM, S. **The Monte Carlo Method**. *Journal of the American Statistical Association*, v. 44, n. 247, p. 335–341, 1949. [American Statistical Association, Taylor & Francis, Ltd.]. Disponível em: [suspicious link removed]. Acesso em: 25/11/2024.

MINASI, A. T.; REAL, M. V; PALIGA, C. M. **Confiabilidade de vigas de concreto armado em estruturas portuárias no estado limite último de flexão Reliability of reinforced concrete beams in port structures in the bending ultimate limit state**. v. 6, p. 109–124, 2020.

OLSSON, A.; SANDBERG, G.; DAHLBLOM, O. **On Latin hypercube sampling for structural reliability analysis**. *Structural Safety*, v. 25, n. 1, p. 47–68, 2003.

OSÓRIO, A. F.; BITTENCOURT, J. R. **I WORKSHOP DE INTELIGÊNCIA ARTIFICIAL Sistemas Inteligentes baseados em Redes Neurais Artificiais**

aplicados ao Processamento de Imagens. I WORKSHOP DE INTELIGÊNCIA ARTIFICIAL UNISC. Anais..., 2000.

PALIGA, C. M. **Análise Probabilística de Vigas de Concreto Armado Recuperadas à Flexão, através do Método de Monte Carlo Utilizando um Modelo de Elementos Finitos.** p. 249, 2008. Disponível em: <http://hdl.handle.net/10183/13455>.

PAPADRAKAKIS, M.; PAPADOPOULOS, V.; LAGAROS, N. D. **Structural reliability analysis of elastic-plastic structures using neural networks and Monte Carlo simulation.** Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, v. 136, n. 1–2, p. 145–163, 1996.

PICOLOTTO, E.; WISSMANN, J. A.; FILIPPINI, D.; GARBIN, I. E. **Experimento Didático para Análise de Pilar em Concreto Armado Submetido à Flambagem Local.** Anais do 60º Congresso brasileiro do concreto -, n. 1, p. 1–16, 2018.

RACKWITZ, R. **Optimization – the basis for code-making and reliability verification.** Structural Safety 22, p. 27-60, 2000.

RACKWITZ, R.; FIESSLER, B. **Structural reliability under combined random load sequences.** Computers & Structures, V. 9, p. 489-494, 1978.

ROUSTANT, O.; MARREL, A.; IOOSS, B. **Calculations of Sobol indices for the Gaussian process metamodel.** v. 94, p. 742–751, 2009.

SAGRILO, L. V.; LIMA, E. C. P. DE. **Apostila da Disciplina Confiabilidade Estrutural.** Rio de Janeiro, RJ.: COPPE/UFRJ, 2004.

SALSA, I. DA S.; MOREIRA, J. A. **Probabilidade e Estatísticas.** 2014.

SANTIAGO, W. C. **Calibração baseada em confiabilidade dos coeficientes parciais de segurança das principais normas brasileiras de projeto estrutural,** 2019. Universidade de São Paulo. Disponível em: https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/18/18134/tde-03042019-092619/publico/TESE_WAGNER_CARVALHO_SANTIAGO_FINAL.pdf.

SANTOS, K. R. M. DOS. **Técnicas de amostragem inteligente em simulação de Monte Carlo,** 2014. Escola de engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. Disponível em: <10.11606/D.18.2014.tde-02042014-150820>.

SHAO, S.; MUROTSU, Y. **Structural Reliability Analysis Using a Neural Network.** International Journal Series A Solid Mechanics and Material Engineering, v. 40, n. 3, p. 242–246, 1997.

SIDNEY, J. C. **Concreto Armado: Estados Limite de Utilização.** p. 48, 2005.

SILVA, B. G. DE J.; LISBOA, A. P.; SANTOS, Á. H. A.; SANTANA, K. S.; SILVA, I. P. **Confiabilidade Humana: uma abordagem atual do erro humano**. IX Simpósio de Engenharia de Produção de Sergipe, p. 405–417, 2017.

SOBOL, I. M.; LEVITAN, Y. L. **On the use of variance reducing multipliers in Monte Carlo computations of a global sensitivity index**. Computer Physics Communications, v. 117, p. 52–61, 1998.

SOUSA, I. D. C. **UMA INTRODUÇÃO À ANÁLISE DE CONFIABILIDADE ESTRUTURAL**. Trabalho de conclusão de curso, 2019. Universidade Federal do Pará. Disponível em: https://bdm.ufpa.br:8443/jspui/bitstream/prefix/3125/1/TCC_IntroducaoAnaliseConfiabilidade.pdf.

SOUZA, L. P. DE; BATISTA, P. V. C.; SILVA, P. C. L. **A New Heuristic for Radius Estimation in RBF Neural Networks**. ENCONTRO NACIONAL DE INTELIGÊNCIA ARTIFICIAL E COMPUTACIONAL (ENIAC), 18. , 2021, p. 189–196, 2021. Disponível em: <https://doi.org/10.5753/eniac.2021.18252>.

SOUZA, M. J. F. **Inteligência Computacional para Otimização: meta-heurísticas**. Departamento de Computação, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, Minas Gerais, 2024. Disponível em: <http://www.decom.ufop.br/prof/marcone/Disciplinas/InteligenciaComputacional/InteligenciaComputacional.pdf>.

WEI, P.; LIU, F.; TANG, C. **Reliability and reliability-based importance analysis of structural systems using multiple response Gaussian process model**. Reliability Engineering and System Safety, v. 175, n. December 2016, p. 183–195, 2018.

ZHAO, Y.-G.; ANG, A. H.-S. **System Reliability Assessment by Method of Moments**. Journal of Structural Engineering, v. 129, n. 10, p. 1341–1349, 2003.