

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

JOSÉ EDUARDO DA SILVA

ANÁLISE E LINEARIZAÇÃO DE CIRCUITOS DINÂMICOS NÃO LINEARES
UTILIZANDO A ANÁLISE PERIÓDICA DE CORRENTE ALTERNADA E A ANÁLISE
EM REGIME PERMANENTE QUASE PERIÓDICO

CURITIBA

2025

JOSÉ EDUARDO DA SILVA

ANÁLISE E LINEARIZAÇÃO DE CIRCUITOS DINÂMICOS NÃO LINEARES
UTILIZANDO A ANÁLISE PERIÓDICA DE CORRENTE ALTERNADA E A ANÁLISE
EM REGIME PERMANENTE QUASE PERIÓDICO

Trabalho de conclusão de curso de graduação
apresentado ao Departamento de Engenharia
Elétrica da Universidade Federal do Paraná
como parte dos requisitos para obtenção do
grau de Bacharel em Engenharia Elétrica com
ênfase em Eletrônica e Telecomunicações.

Orientador: Prof. Ph.D Eduardo Gonçalves de
Lima

CURITIBA

2025

Para aqueles que, privados de oportunidades, jamais se privaram de esperança.

AGRADECIMENTOS

À minha mãe, Fátima, a mulher mais forte que conheço, que se expôs ao sol dia após dia para que eu pudesse sonhar à sombra. Você me ensinou que sonhamos com o coração, não com o cérebro.

Ao meu orientador Professor Eduardo Gonçalves de Lima, com quem tive o privilégio de trabalhar em mais da metade da graduação, agradeço a paciência, a disposição incansável para ensinar e, sobretudo, a confiança depositada em mim.

Aos meus irmãos, que sempre me deram força e suporte em todos os momentos desta jornada, sem vocês esse caminho teria sido muito mais difícil.

Aos meus amigos, pelos momentos de descontração e pelas horas de estudo compartilhadas, vocês deixaram o percurso mais leve e significativo. Sem vocês a conclusão deste curso não teria sido possível.

À Universidade Federal do Paraná, por ter me proporcionado uma educação de excelência e experiências acadêmicas enriquecedoras.

A todos os professores do Departamento de Engenharia Elétrica, pelos ensinamentos e por todo o conhecimento compartilhado ao longo da graduação.

E a todas as pessoas que, direta ou indiretamente, contribuíram para a minha formação.

*“No começo era a ação.”
(Johann Wolfgang von Goethe)*

RESUMO

A simulação de circuitos desempenha papel fundamental no desenvolvimento de dispositivos eletrônicos, permitindo o estudo do comportamento dos mesmos em diversas condições de operação. Este trabalho propõe a união das metodologias de Análise Periódica de Corrente Alternada (PAC) e Análise em Regime Permanente Quase Periódico (QPSS) para circuitos não lineares sujeitos a múltiplos tons. Desenvolveu-se um método que aplica o QPSS para dois tons com amplitudes significativas e utiliza o PAC para linearizar um terceiro tom de menor amplitude. Os algoritmos foram implementados em Python utilizando bibliotecas científicas para solução de sistemas não lineares. As simulações comparativas com a análise de transitório demonstraram a eficácia do método quando o terceiro tom apresenta amplitude inferior a 3% do tom dominante e possui relação de periodicidade com pelo menos um dos dois primeiros tons. Verificou-se que, no QPSS, a imposição de pequenos sinais depende fortemente da amplitude relativa dos tons, enquanto no PAC esta escolha afeta menos os resultados. A linearização em torno do QPSS mostrou-se computacionalmente mais eficiente que a análise de transitório e o QPSS aplicado diretamente a três tons, sendo particularmente útil para a modelagem de amplificadores de potência em sistemas de comunicação sem fio modernos. A abordagem apresenta limitações quando as amplitudes dos tons se tornam comparáveis ou quando não há relação de periodicidade entre os tons.

Palavras-chaves: Análise de Equilíbrio Harmônico; Análise Periódica de Corrente Alternada; Análise em Regime Permanente Quase Periódico; Linearização; Circuitos Não Lineares.

ABSTRACT

Circuit simulation plays a fundamental role in the development of electronic devices, allowing the study of their behavior under various operating conditions. This work proposes the combination of Periodic Alternating Current Analysis (PAC) and Quasi-Periodic Steady-State Analysis (QPSS) methodologies for non-linear circuits subject to multiple tones. A method was developed that applies QPSS for two tones with significant amplitudes and uses PAC to linearize a third tone of smaller amplitude. The algorithms were implemented in Python using scientific libraries for solving non-linear systems. Comparative simulations with transient analysis demonstrated the effectiveness of the method when the third tone has an amplitude less than 3% of the dominant tone and has a periodicity relationship with at least one of the first two tones. It was found that, in QPSS, the imposition of small signals strongly depends on the relative amplitude of the tones, while in PAC this choice affects the results less. The linearization around QPSS proved to be computationally more efficient than transient analysis and QPSS applied directly to three tones, being particularly useful for modeling power amplifiers in modern wireless communication systems. The approach has limitations when the amplitudes of the tones become comparable or when there is no periodicity relationship between the tones.

Key-words: Harmonic Balance Analysis; Periodic Alternating Current Analysis; Quasi-Periodic Steady-State Analysis; Linearization; Non-Linear Circuits.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

FIGURA 1 – REPRESENTAÇÃO DE SINAIS PERIÓDICOS E QUASE-PERIÓDICOS	12
FIGURA 2 – ESPECTRO DE FREQUÊNCIAS DE UM CIRCUITO NÃO LINEAR COM DOIS TONS	13
FIGURA 3 – PARÂMETROS DE TEMPORIZAÇÃO E PONTOS DE AMOSTRAGEM EM UMA SIMULAÇÃO DE TRANSITÓRIO	18
FIGURA 4 – FLUXOGRAMA PARA A SIMULAÇÃO DE TRANSITÓRIO	19
FIGURA 5 – APROXIMAÇÃO DA ÁREA SOB A CURVA DE $i_C(t)$ PELO MÉTODO DO TRAPÉZIO ENTRE t_n E t_{n+1}	20
FIGURA 6 – CURVA NÃO LINEAR $i(v)$ (LINHA CONTÍNUA) E SUA APROXIMAÇÃO POR UMA TANGENTE EM v_0 (LINHA TRACEJADA), EQUIVALENTE À CONDUTÂNCIA INCREMENTAL $g(v_0)$	21
FIGURA 7 – DIVISÃO DO PERÍODO EM k INSTANTES IGUALMENTE ESPAÇADOS PARA APLICAÇÃO DA NÃO LINEARIDADE	24
FIGURA 8 – FLUXOGRAMA DO PROCEDIMENTO PARA EXECUTAR O EQUILÍBRIO HARMÔNICO	26
FIGURA 9 – AMOSTRAS DA TENSÃO NODAL $v_n(t)$ EM INSTANTES τ_s E $\tau_s + T$ NO DOMÍNIO DO TEMPO	27
FIGURA 10 – FLUXOGRAMA DO PROCESSO ITERATIVO DE CONVERGÊNCIA NO MÉTODO QPSS	28
FIGURA 11 – FLUXOGRAMA DO PROCEDIMENTO DA ANÁLISE PAC	30
FIGURA 12 – ESQUEMÁTICO DO CIRCUITO TESTE	33
FIGURA 13 – TENSÃO EM C_1 COM PEQUENOS SINAIS APLICADOS NA FREQUÊNCIA MENOR.	37
FIGURA 14 – TENSÃO EM C_1 COM PEQUENOS SINAIS APLICADOS NA FREQUÊNCIA MAIOR.	38
FIGURA 15 – TENSÃO EM C_1 PARA PAC COM $V_1 = 0,01$ V (PEQUENO) E $V_2 = 1$ V (GRANDE). $NMSE = 8,7092 \times 10^{-4}$	40
FIGURA 16 – TENSÃO EM C_1 PARA PAC COM $V_1 = 1$ V (GRANDE) E $V_2 = 0,01$ V (PEQUENO). $NMSE = 4,9289 \times 10^{-4}$	41
FIGURA 17 – CASO 1: $V_1 = 1$ V, $V_2 = 0,99$ V, $V_3 = 0,01$ V.	43
FIGURA 18 – CASO 2: $V_1 = 1$ V, $V_2 = 0,98$ V, $V_3 = 0,02$ V.	44
FIGURA 19 – CASO 3: $V_1 = 1$ V, $V_2 = 0,97$ V, $V_3 = 0,03$ V.	45

LISTA DE TABELAS

TABELA 1 – DESEMPENHO DO MÉTODO PAC EM DIFERENTES CONFIGURAÇÕES	40
TABELA 2 – MÉTRICAS NMSE PARA AS TRÊS CONFIGURAÇÕES DE TONS	42

LISTA DE ABREVIATURAS E DE SIGLAS

ANM	Análise Nodal Modificada
CC	Corrente Contínua
ET	Envelope Tracking (Seguidor de Envoltória)
GS	Grandes Sinais
HB	Harmonic Balance (Equilíbrio Harmônico)
NMSE	Normalized Mean Square Error (Erro Médio Quadrático Normalizado)
PAC	Periodic Alternating Current Analysis (Análise Periódica de Corrente Alternada)
PS	Pequenos Sinais
QPSS	Quasi-Periodic Steady-State Analysis (Análise em Regime Permanente Quase Periódico)
SPICE	Simulation Program with Integrated Circuits Emphasis

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	11
1.1	SINAIS PERIÓDICOS E QUASE-PERIÓDICOS	12
1.2	CONTEXTO E MOTIVAÇÃO	13
1.3	JUSTIFICATIVA DO TRABALHO	14
1.4	OBJETIVOS	15
1.4.1	OBJETIVO GERAL	15
1.4.2	OBJETIVOS ESPECÍFICOS	15
1.5	ESTRUTURA DO TRABALHO	15
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	17
2.1	ANÁLISE NODAL MODIFICADA	17
2.2	ANÁLISE DE TRANSITÓRIO	18
2.3	LINEARIZAÇÃO E SUPERPOSIÇÃO DE PEQUENOS E GRANDES SINAIS	21
2.4	ANÁLISE DE EQUILÍBRIO HARMÔNICO (HB)	22
2.4.1	DERIVAÇÃO DA MATRIZ Ω PARA ELEMENTOS DINÂMICOS	23
2.4.2	TRATAMENTO DE NÃO LINEARIDADES	24
2.4.3	PROCEDIMENTO DE SOLUÇÃO	25
2.5	ANÁLISE EM REGIME PERMANENTE QUASE PERIÓDICO (QPSS)	26
2.6	ANÁLISE PERIÓDICA DE CORRENTE ALTERNADA (PAC)	28
3	PROPOSTA DO TRABALHO	31
3.1	LINEARIZAÇÃO EM TORNO DA SOLUÇÃO HB	31
3.2	LINEARIZAÇÃO EM TORNO DA SOLUÇÃO QPSS	31
3.3	CIRCUITO TESTE	32
3.4	ANÁLISE NODAL MODIFICADA E IMPLEMENTAÇÃO	33
3.4.1	ANÁLISE NODAL MODIFICADA DO CIRCUITO	34
3.4.2	ERRO MÉDIO QUADRÁTICO NORMALIZADO	34
3.5	ALGORITMO DE SIMULAÇÃO	35
4	RESULTADOS E DISCUSSÃO	36
4.1	ANÁLISE DA IMPOSIÇÃO DE GRANDES E PEQUENOS SINAIS	36
4.1.1	IMPOSIÇÃO DE PEQUENOS SINAIS NO QPSS	36
4.1.1.1	Análise com Pequenos Sinais na Frequência Menor	36
4.1.1.2	Análise com Pequenos Sinais na Frequência Maior	38
4.1.2	IMPOSIÇÃO DE PEQUENOS SINAIS NO PAC	39
4.1.3	ANÁLISE DE TRÊS TONS	41
4.1.4	CONDIÇÕES PARA APLICAÇÃO DO MÉTODO PROPOSTO	46
4.2	DISCUSSÃO DOS RESULTADOS	46
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	48
	REFERÊNCIAS	50

1 INTRODUÇÃO

A simulação de circuitos desempenha papel fundamental no desenvolvimento de dispositivos eletrônicos, permitindo o estudo do comportamento dos mesmos em diversas condições de operação. Através dessas simulações, é possível prever o funcionamento do circuito sem a necessidade de implementação física e simulação do ambiente, reduzindo significativamente os custos de produção. Além disso, as simulações permitem testar o circuito em condições extremas, verificando os limites de funcionamento sem arriscar a integridade de componentes reais.

Entretanto, com o aumento da complexidade do circuito e das frequências que atuam sobre ele, o custo computacional se torna cada vez maior, considerando que o número de incógnitas a serem calculadas e o tempo de processamento aumentam consideravelmente. Esse cenário cria uma demanda por métodos que tornem essas simulações mais eficientes do ponto de vista computacional (Vendelin *et al.*, 2021).

Em circuitos não lineares, quando excitados por dois tons com frequências distintas, ocorrem interações entre os sinais que geram produtos de intermodulação. Em alguns casos particulares, aplica-se uma amplitude de grandes sinais para a primeira frequência e uma amplitude de pequenos sinais para a segunda frequência. Um exemplo ocorre em circuitos de radiofrequência, onde um sinal senoidal é somado ao sinal de um oscilador local com amplitude consideravelmente menor, através de um dispositivo misturador (Maas, 2003).

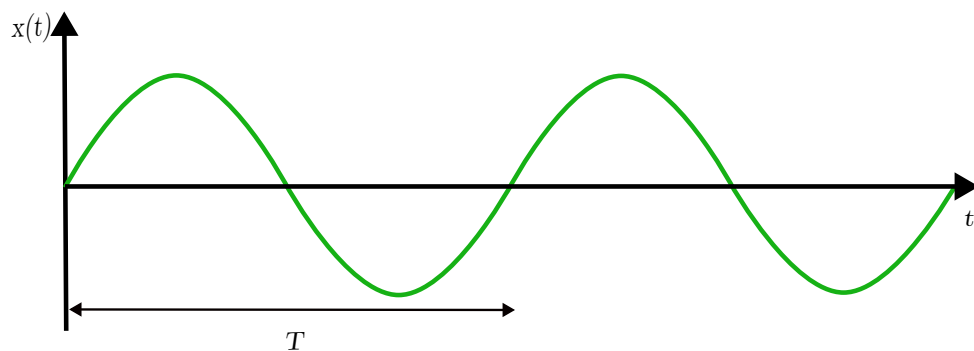
Para analisar circuitos com essas características, foram desenvolvidas técnicas específicas que visam obter a resposta em dois tons de forma eficiente, destacando-se a Análise Periódica de Corrente Alternada (PAC, do inglês *Periodic Alternating Current Analysis*) e a Análise em Regime Permanente Quase Periódico (QPSS, do inglês *Quasi-Periodic Steady-State Analysis*). Na PAC, as tensões e correntes precisam ser conhecidas em todos os momentos da simulação (Chen *et al.*, 1999), o circuito é linearizado em torno da operação em grandes sinais e harmônicos não são considerados para o tom em pequenos sinais. Na QPSS, a linearização não é necessária para qualquer amplitude que compõe o sinal de entrada, sendo as tensões e correntes calculadas apenas em instantes amostrados igualmente espaçados, cujas amplitudes dependem de múltiplos instantes do menor período entre as frequências de entrada (Chen *et al.*, 1999).

1.1 SINAIS PERIÓDICOS E QUASE-PERIÓDICOS

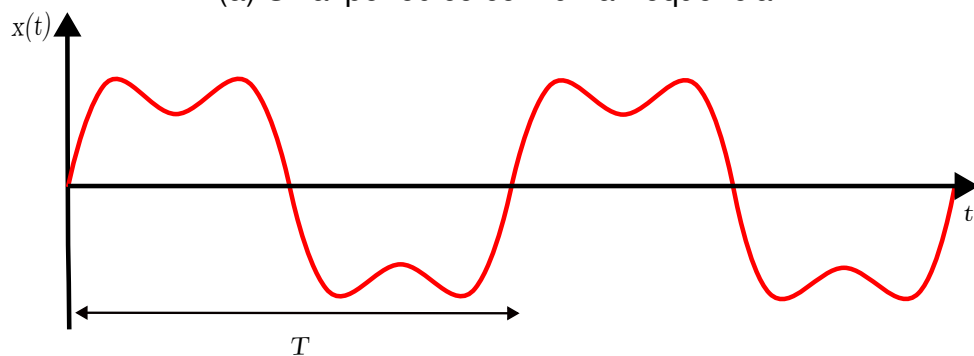
Na análise de circuitos eletrônicos, é fundamental compreender a diferença entre sinais periódicos e quase-periódicos, pois estes comportamentos determinam as técnicas de simulação mais adequadas para cada caso.

Um sinal periódico $x(t)$ repete-se após um período específico T , de modo que $x(t) = x(t + T)$ para todo t . Estes sinais podem ser representados por uma série de Fourier, onde a frequência fundamental é $f_1 = 1/T$ e as demais componentes são múltiplos inteiros dessa frequência (harmônicas). Quando um circuito não linear é excitado por um sinal periódico, sua resposta também será periódica, e pode gerar harmônicas com a não linearidade.

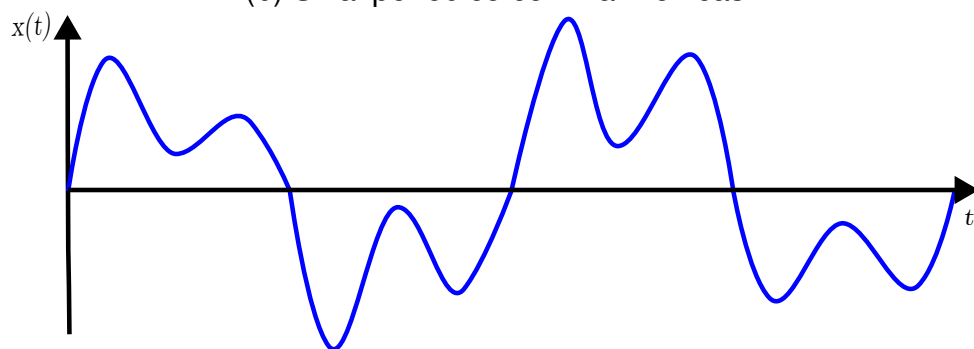
FIGURA 1 – REPRESENTAÇÃO DE SINAIS PERIÓDICOS E QUASE-PERIÓDICOS



(a) Sinal periódico com uma frequência



(b) Sinal periódico com harmônicas



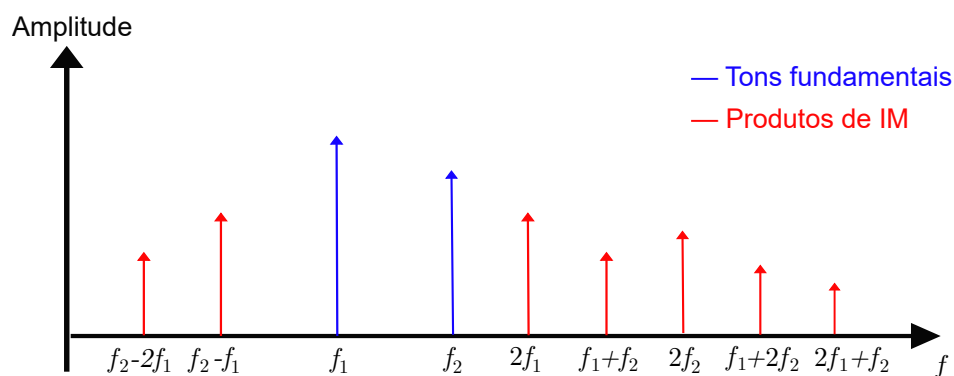
(c) Sinal quase-periódico

FONTE: Elaborada pelo autor (2025).

Já um sinal quase-periódico contém componentes de frequência que não são múltiplas inteiras umas das outras. Por exemplo, um sinal com duas frequências f_1 e f_2 , onde a razão f_1/f_2 é um número irracional, nunca se repetirá exatamente, mas ainda assim apresentará um comportamento previsível. A FIGURA 1 ilustra a diferença entre sinais periódicos simples, periódicos com harmônicas e quase-periódicos.

Quando um circuito não linear é excitado por múltiplos tons, ocorrem interações entre os sinais que geram produtos de intermodulação em frequências que são combinações lineares das frequências de entrada, da forma $m\omega_1 + n\omega_2$, onde m e n são números inteiros. A FIGURA 2 mostra o espectro típico resultante desta interação.

FIGURA 2 – ESPECTRO DE FREQUÊNCIAS DE UM CIRCUITO NÃO LINEAR COM DOIS TONS



FONTE: Elaborada pelo autor (2025).

1.2 CONTEXTO E MOTIVAÇÃO

A análise de circuitos dinâmicos não lineares é um tema amplamente estudado na eletrônica devido à sua importância no desenvolvimento de dispositivos de radiofrequência. A simulação desses circuitos, especialmente quando excitados por múltiplos tons, apresenta desafios tanto em termos de precisão quanto de custo computacional.

Métodos tradicionais, como a simulação de transitório, garantem uma solução precisa para a resposta do circuito ao longo do tempo, mas podem ser inviáveis para circuitos de alta complexidade devido ao tempo de processamento elevado. Como alternativa, surgiram técnicas específicas para lidar com sinais periódicos e quase periódicos, como o PAC e o QPSS.

O PAC permite a análise de circuitos excitados por dois tons ao combinar uma solução não linear com uma linearização sobre um dos tons do circuito. Já o QPSS

possibilita a simulação de circuitos com dois tons sem a necessidade de linearização, reduzindo o número de cálculos necessários por meio de uma abordagem baseada em amostragem de pontos igualmente espaçados no tempo.

No entanto, a aplicação isolada dessas metodologias apresenta elevada complexidade quando se deseja analisar circuitos sujeitos a três tons onde um dos tons tem baixa amplitude, situação comum em sistemas de comunicação sem fio. Dessa forma, a combinação entre PAC e QPSS surge como uma estratégia para ampliar as capacidades de simulação, permitindo a análise eficiente de circuitos não lineares sujeitos a três tons, onde a parte não linear é resolvida pelo QPSS, enquanto o PAC é utilizado para linearizar um tom adicional.

1.3 JUSTIFICATIVA DO TRABALHO

A simulação do tipo SPICE (*Simulation Program with Integrated Circuits Emphasis*) é um método clássico em que são discretizadas as equações diferenciais que descrevem o circuito, solucionando-as numericamente por meio de métodos de integração no tempo, como por exemplo Euler. A principal desvantagem desta abordagem é que para obter uma solução precisa, é necessário computar uma solução completa do sistema para cada intervalo de tempo, o que pode exigir milhares de ciclos, dependendo do circuito analisado (Kundert *et al.*, 1989).

Existem métodos que computam diretamente a solução em regime permanente, que podem ser classificados entre métodos no domínio da frequência e no domínio do tempo. O método do Equilíbrio Harmônico (HB, do inglês *Harmonic Balance*) é um método no domínio da frequência em que são determinados os coeficientes da série de Fourier truncada na solução em regime permanente.

Outro aspecto a ser considerado em termos de eficiência de análise é que muitas vezes o circuito é reconfigurável, modificando-se apenas as fontes em pequenos sinais. Na análise de transitório, que é do tipo SPICE, são necessárias várias análises não lineares, para diferentes configurações. Entretanto, no caso de circuitos cujas fontes são todas em grandes sinais, o método de linearização não é válido e torna-se necessário utilizar métodos como o QPSS (Kundert *et al.*, 1989) ou HB com mapeamento artificial (Moura *et al.*, 2019).

Portanto, para casos em que apenas um sinal é em grandes sinais, torna-se mais vantajoso aplicar um método em que somente é realizada uma análise não linear e várias análises lineares em torno do grande sinal. Este trabalho propõe investigar como essa abordagem pode ser ampliada para incluir análises com três tons, utilizando a combinação de PAC e QPSS.

A combinação dessas técnicas tem potencial para oferecer soluções mais

rápidas sem perda significativa de precisão, especialmente em aplicações onde a eficiência computacional é crucial, como no projeto e otimização de amplificadores de potência para sistemas de comunicação sem fio modernos.

1.4 OBJETIVOS

1.4.1 OBJETIVO GERAL

O objetivo geral deste trabalho é investigar e validar diferentes metodologias de análise para circuitos dinâmicos não lineares sujeitos a múltiplos tons, unificando as abordagens do PAC e do QPSS. A proposta busca avaliar a aplicação desses métodos para a modelagem eficiente de circuitos não lineares, comparando suas vantagens e limitações, além de explorar sua aplicação na simulação de sinais compostos por grandes e pequenos sinais. Para isso, serão realizadas comparações entre PAC, QPSS e simulações de transitório convencionais, com o objetivo de compreender a viabilidade computacional e a precisão de cada abordagem.

1.4.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Como objetivos específicos, o estudo pretende:

- Analisar as condições para a imposição de grandes e pequenos sinais nos métodos PAC e QPSS, avaliando o impacto da escolha da frequência de referência na precisão dos resultados.
- Realizar uma comparação entre os métodos PAC, QPSS e a simulação de transitório, adotada como referência para a validação dos resultados.
- Investigar como a combinação entre PAC e QPSS pode ser utilizada para permitir a análise de circuitos com três tons, onde a parte não linear do sistema é resolvida pelo QPSS enquanto o PAC lineariza um tom adicional.
- Avaliar a viabilidade da aplicação combinada de PAC e QPSS para circuitos excitados por três tons, identificando os limites de validade desta abordagem.
- Implementar algoritmos para simulação dos métodos propostos, utilizando o ambiente Python e bibliotecas científicas para solução de sistemas não lineares.

1.5 ESTRUTURA DO TRABALHO

Este trabalho está organizado em cinco capítulos:

O Capítulo 1 apresenta a introdução ao tema, contextualizando a importância das simulações de circuitos eletrônicos e os desafios encontrados em circuitos não

lineares com múltiplos tons. São expostos também a justificativa e os objetivos deste estudo.

O Capítulo 2 apresenta a fundamentação teórica necessária para o desenvolvimento do trabalho, abordando a análise de transitório, linearização e análise de pequenos e grandes sinais, Equilíbrio Harmônico, QPSS, PAC e a possibilidade de combinação entre esses métodos.

No Capítulo 3, é apresentada a proposta metodológica do trabalho, detalhando o método combinado proposto, o circuito teste utilizado para validação, a Análise Nodal Modificada e a implementação dos algoritmos de simulação.

O Capítulo 4 traz os resultados obtidos e suas discussões, realizando análises para circuitos com diferentes configurações de tons e comparando os métodos propostos com simulações de transitório.

Por fim, no Capítulo 5, são apresentadas as considerações finais do trabalho, as conclusões obtidas e sugestões para trabalhos futuros.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo são abordados os conceitos fundamentais para o entendimento dos métodos de análise utilizados no trabalho. São apresentadas a Análise Nodal Modificada (ANM), a simulação de transitório, a linearização e análise de pequenos e grandes sinais, a Análise de Equilíbrio Harmônico (HB), a Análise em Regime Permanente Quase Periódico (QPSS), a Análise Periódica de Corrente Alternada (PAC) e as possibilidades de combinação entre esses métodos para circuitos com excitação em múltiplos tons.

2.1 ANÁLISE NODAL MODIFICADA

A ANM é uma técnica para obter um sistema de equações para o cálculo das tensões nodais e correntes específicas em um circuito. Este método é uma extensão da Análise Nodal tradicional, que apresenta limitações ao lidar com determinados tipos de componentes, como fontes de tensão independentes.

Na ANM, além das tensões nodais, são definidas como incógnitas adicionais as correntes que fluem através de componentes cuja relação tensão-corrente não pode ser expressa explicitamente em termos da tensão, como as fontes de tensão independentes. Assim, para cada fonte de tensão presente no circuito analisado, é adicionada uma equação ao sistema de equações. A quantidade total de equações é dada por:

$$E = (n - 1) + f_t, \quad (2.1)$$

onde n é o número de nós e f_t é o número de fontes de tensão existentes no circuito estudado.

Os passos básicos para aplicação da ANM são:

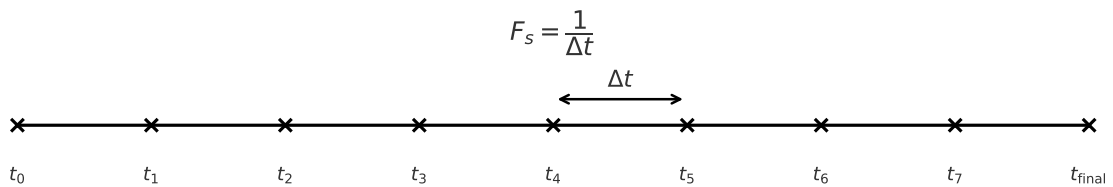
1. Definir um nó de referência
2. Atribuir uma variável de tensão a cada um dos demais $n - 1$ nós
3. Definir variáveis de corrente para cada elemento especial (fontes de tensão, indutores, etc.)
4. Aplicar a Lei das Correntes de Kirchhoff em cada nó, exceto no nó de referência
5. Adicionar equações constitutivas para os elementos especiais
6. Resolver o sistema de equações resultante

2.2 ANÁLISE DE TRANSITÓRIO

A análise de transitório calcula a resposta de um circuito ao longo de um intervalo de tempo, por meio de amostras discretas uniformemente espaçadas. Essa análise é válida tanto para circuitos lineares quanto não lineares e é essencial para compreender o comportamento dinâmico do sistema em situações que envolvem mudanças rápidas ou efeitos temporários.

A simulação se inicia definindo o ponto de operação em $t = 0$, geralmente obtido por meio da análise em corrente contínua (CC). A partir desse ponto, o tempo é discretizado e, a cada passo Δt , as tensões e correntes nodais são recalculadas com base nos valores anteriores, exigindo a convergência numérica da solução em cada etapa.

FIGURA 3 – PARÂMETROS DE TEMPORIZAÇÃO E PONTOS DE AMOSTRAGEM EM UMA SIMULAÇÃO DE TRANSITÓRIO



FONTE: Elaborada pelo autor (2025).

Como mostra a FIGURA 3, o intervalo total de simulação é subdividido em passos de tempo Δt , gerando uma sequência de pontos de amostragem discretos $t_0, t_1, \dots, t_n$. Para garantir que a discretização capture adequadamente as frequências relevantes do circuito, o passo de tempo Δt deve respeitar o critério de Nyquist. Esse critério exige que a frequência de amostragem seja pelo menos o dobro da frequência máxima do sinal considerado, estabelecendo:

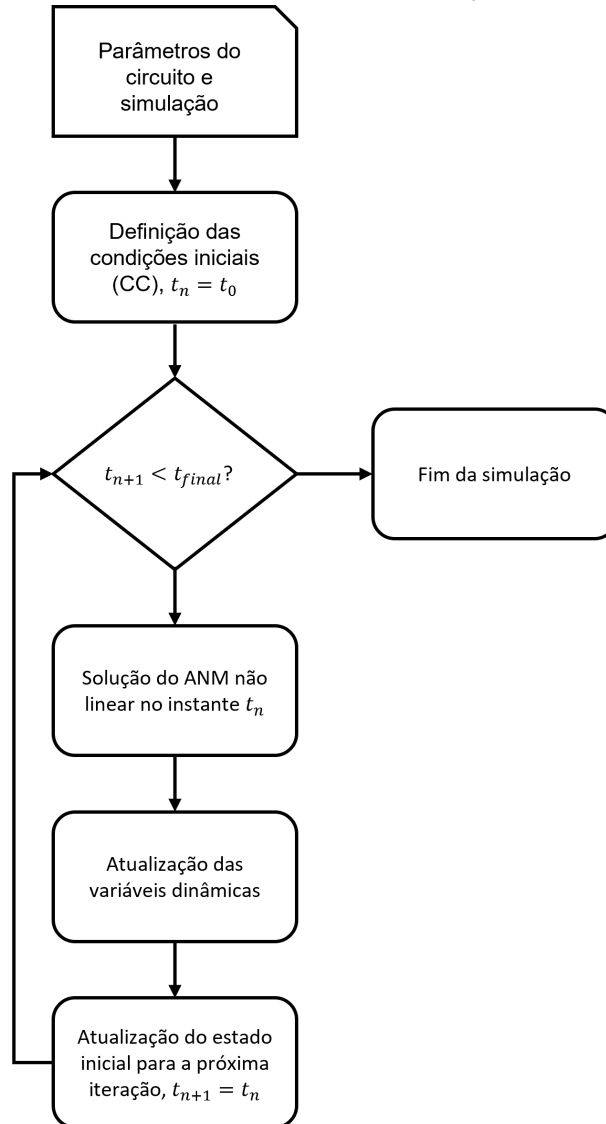
$$\frac{1}{\Delta t} \geq 2Nf_1, \quad (2.2)$$

onde f_1 é a frequência fundamental e N é a maior das harmônicas.

Uma análise eficiente busca minimizar o número de passos mantendo o erro dentro de limites aceitáveis (Gheorghe; Constantinescu, 2009). Em circuitos não lineares, pode ser necessário reduzir Δt para garantir estabilidade e convergência.

A FIGURA 4 apresenta um fluxograma para a simulação de transitório.

FIGURA 4 – FLUXOGRAMA PARA A SIMULAÇÃO DE TRANSITÓRIO



FONTE: Elaborada pelo autor (2025).

Como os valores das variáveis do circuito são obtidos apenas em instantes discretos, torna-se necessário utilizar métodos de integração numérica para tratar elementos dinâmicos, como capacitores e indutores. Um dos métodos mais utilizados é o da integração trapezoidal, que permite converter derivadas em expressões algébricas.

A corrente em um capacitor é dada por:

$$i_C(t) = C \frac{dv_C(t)}{dt}. \quad (2.3)$$

Integrando ambos os lados entre dois instantes consecutivos t_n e t_{n+1} , temos:

$$\int_{t_n}^{t_{n+1}} i_C(t) dt = \int_{t_n}^{t_{n+1}} C \frac{dv_C(t)}{dt} dt. \quad (2.4)$$

Aplicando a propriedade da constante fora da integral no segundo membro:

$$\int_{t_n}^{t_{n+1}} i_C(t) dt = C[v_C(t_{n+1}) - v_C(t_n)]. \quad (2.5)$$

Para aproximar o lado esquerdo, emprega-se a regra do trapézio, que fornece:

$$\int_{t_n}^{t_{n+1}} i_C(t) dt \approx (t_{n+1} - t_n) \left(\frac{i_C(t_{n+1}) + i_C(t_n)}{2} \right). \quad (2.6)$$

A FIGURA 5 ilustra visualmente como a área sob a curva é aproximada pela área do trapézio entre os instantes t_n e t_{n+1} .

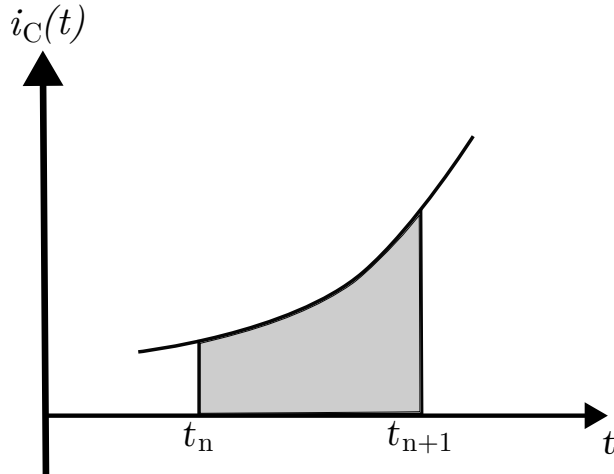


FIGURA 5 – APROXIMAÇÃO DA ÁREA SOB A CURVA DE $i_C(t)$ PELO MÉTODO DO TRAPÉZIO ENTRE t_n E t_{n+1}

FONTE: Elaborada pelo autor (2025).

Igualando os dois lados:

$$(t_{n+1} - t_n) \left(\frac{i_C(t_{n+1}) + i_C(t_n)}{2} \right) = C[v_C(t_{n+1}) - v_C(t_n)]. \quad (2.7)$$

Isolando $i_C(t_{n+1})$, temos a forma final utilizada nos algoritmos de simulação:

$$i_C(t_{n+1}) = \frac{2C}{\Delta t} [v_C(t_{n+1}) - v_C(t_n)] - i_C(t_n). \quad (2.8)$$

Essa equação permite obter iterativamente o valor da corrente no capacitor em cada passo de tempo, a partir dos valores anteriores. O mesmo procedimento pode ser adaptado para indutores, utilizando a relação entre tensão e derivada da corrente.

O método da integração trapezoidal apresenta boa estabilidade numérica e é amplamente utilizado em simuladores comerciais. No entanto, em circuitos fortemente não lineares, pode ser necessário reduzir o passo Δt para garantir convergência e precisão satisfatórias, o que gera um alto custo computacional.

2.3 LINEARIZAÇÃO E SUPERPOSIÇÃO DE PEQUENOS E GRANDES SINAIS

Em circuitos não lineares sujeitos simultaneamente a um tom de grande sinal (GS) — capaz de deslocar significativamente o ponto de operação — e a tons de pequenos sinais (PS), cuja finalidade é explorar variações em torno desse ponto, recorre-se ao método de superposição. Esse procedimento evita a repetição completa da simulação não linear sempre que apenas os PS são alterados.

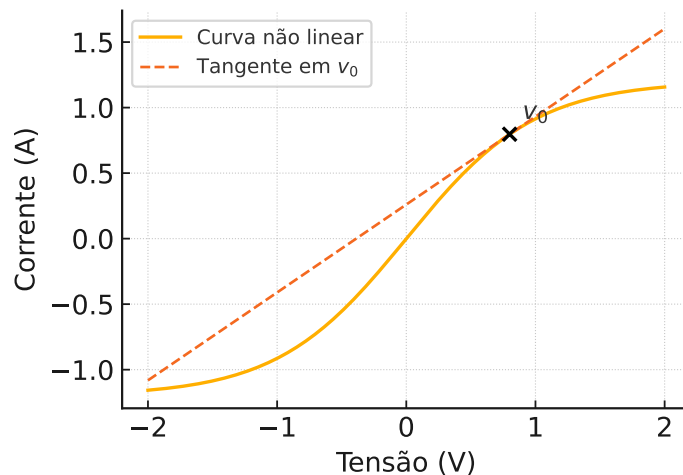
Inicialmente, obtém-se a resposta não linear ao GS: energiza-se o circuito apenas com o tom de maior amplitude e resolve-se em regime permanente por Equilíbrio Harmônico ou QPSS, produzindo o vetor $x_{GS}(t)$ de tensões e correntes.

Em seguida, realiza-se a linearização incremental de cada equação não linear $f_{NL}(x)$ ao redor do ponto de operação x_0 , obtido a partir do GS. Como o termo constante da expansão de Taylor, $f_{NL}(x_0)$, já está incluído na solução anterior, conserva-se apenas a parcela linear:

$$f_{NL}(x) \approx \left. \frac{df_{NL}}{dx} \right|_{x_0} (x - x_0), \quad (2.9)$$

onde a derivada avaliada em x_0 define a condutância incremental $g(x_0)$. A FIGURA 6 ilustra esse processo, em que a curva $i(v)$ é aproximada pela tangente em v_0 .

FIGURA 6 – CURVA NÃO LINEAR $i(v)$ (LINHA CONTÍNUA) E SUA APROXIMAÇÃO POR UMA TANGENTE EM v_0 (LINHA TRACEJADA), EQUIVALENTE À CONDUTÂNCIA INCREMENTAL $g(v_0)$



FONTE: Elaborada pelo autor (2025).

Após essa substituição, o circuito se torna linear e pode ser simulado sob ação exclusiva dos pequenos sinais, normalmente conservando-se apenas a fundamental de cada tom. Essa simulação fornece o vetor $x_{PS}(t)$, correspondente à resposta incremental do sistema.

A resposta total do circuito em regime permanente é dada pela soma:

$$x_{total}(t) = x_{GS}(t) + x_{PS}(t). \quad (2.10)$$

2.4 ANÁLISE DE EQUILÍBRIO HARMÔNICO (HB)

O HB é um método de análise de circuitos realizado no domínio da frequência, aplicável para simulações de grandes sinais em regime permanente. Neste método, todas as equações provenientes da ANM são transformadas do domínio do tempo para o domínio da frequência. Consequentemente, cada incógnita concebida na aplicação da ANM passa a ser um vetor com k posições e k incógnitas, sendo $k = (2H_1 + 1)$ e H_1 a quantidade de harmônicas consideradas (Maas, 2003; Moura *et al.*, 2019).

A equação analítica genérica de tensão ou corrente proveniente de uma análise de HB pode ser representada por:

$$x(t) = X_0 + \sum_{h=1}^{H_1} X_{Sh} \sin(h\omega_1 t) + X_{Ch} \cos(h\omega_1 t), \quad (2.11)$$

onde X_0 é a componente DC, X_{Sh} e X_{Ch} são as amplitudes espectrais constantes no tempo associadas aos senos e cossenos com frequência angular ω_1 e truncados em H_1 harmônicas.

As equações características de todos os elementos presentes no circuito são manipuladas para que se apresentem no domínio da frequência. Estas manipulações ocorrem de forma diferente para diferentes componentes:

- As resistências dos resistores são mantidas como um valor escalar:

$$R = r \quad (2.12)$$

- No caso das fontes senoidais de tensão ou corrente (por exemplo, $V_F(t) = a \cdot \sin(\omega_1 t)$), as amplitudes são inseridas em um vetor de amplitudes espectrais na posição correspondente ao seno de sua frequência angular:

$$\mathbf{V_F} = \begin{bmatrix} 0 & a & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (2.13)$$

- Para elementos dinâmicos, é necessário converter a relação tensão-corrente do domínio do tempo para o domínio da frequência.

2.4.1 DERIVAÇÃO DA MATRIZ Ω PARA ELEMENTOS DINÂMICOS

Para elementos dinâmicos como capacitores, é necessário derivar uma representação no domínio da frequência para a operação de derivação no tempo. Consideremos a relação tensão-corrente para um capacitor:

$$i_C(t) = C \cdot \frac{dv_C(t)}{dt}. \quad (2.14)$$

A tensão no capacitor, expressa em termos de suas componentes espectrais, é:

$$v_C(t) = V_{C0} + \sum_{h=1}^{H_1} V_{Sh} \sin(h\omega_1 t) + V_{Ch} \cos(h\omega_1 t). \quad (2.15)$$

Para calcular a corrente, precisamos derivar esta expressão em relação ao tempo:

$$\frac{dv_C(t)}{dt} = \sum_{h=1}^{H_1} [V_{Sh} \cdot h\omega_1 \cdot \cos(h\omega_1 t) - V_{Ch} \cdot h\omega_1 \cdot \sin(h\omega_1 t)], \quad (2.16)$$

nota-se que a derivada da componente DC é zero. Reorganizando esta expressão para obter a corrente em termos de senos e cossenos, como na representação original:

$$i_C(t) = I_{C0} + \sum_{h=1}^{H_1} I_{Sh} \sin(h\omega_1 t) + I_{Ch} \cos(h\omega_1 t). \quad (2.17)$$

Comparando as duas representações, podemos estabelecer as seguintes relações:

$$I_{C0} = 0, \quad (2.18)$$

$$I_{Sh} = -C \cdot h\omega_1 \cdot V_{Ch}, \quad (2.19)$$

$$I_{Ch} = C \cdot h\omega_1 \cdot V_{Sh}. \quad (2.20)$$

Estas relações podem ser expressas na forma matricial:

$$\mathbf{I}_C = C \cdot \Omega \cdot \mathbf{V}_C, \quad (2.21)$$

onde $\mathbf{I}_C$ e $\mathbf{V}_C$ são vetores contendo as seguintes amplitudes espectrais:

$$\mathbf{V}_C = \begin{bmatrix} V_{C0} & V_{S1} & V_{C1} & V_{SC2} & V_{C2} & \cdots & V_{SH_1} & V_{CH_1} \end{bmatrix}^T, \quad (2.22)$$

$$\mathbf{I}_C = \begin{bmatrix} I_{C0} & I_{S1} & I_{C1} & I_{S2} & I_{C2} & \cdots & I_{SH_1} & I_{CH_1} \end{bmatrix}^T. \quad (2.23)$$

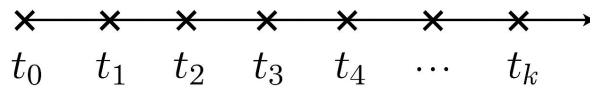
A matriz Ω é então estruturada como:

$$\Omega = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\omega_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & \omega_1 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -2\omega_1 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2\omega_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & -H_1\omega_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & H_1\omega_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

2.4.2 TRATAMENTO DE NÃO LINEARIDADES

Para adequar a equação do componente não linear para a análise de HB, é necessário criar uma matriz de transformação, a partir de uma operação semelhante à transformada de Fourier. Para isso, divide-se o período fundamental a ser representado na análise em k instantes igualmente espaçados, como mostrado na FIGURA 7.

FIGURA 7 – DIVISÃO DO PERÍODO EM k INSTANTES IGUALMENTE ESPAÇADOS PARA APLICAÇÃO DA NÃO LINEARIDADE



FONTE: Elaborada pelo autor (2025).

O procedimento para tratar componentes não lineares envolve três etapas principais:

1. Transformar o vetor de amplitudes espectrais para o domínio do tempo usando a matriz F^{-1}
2. Aplicar a função não linear no domínio do tempo
3. Transformar o resultado de volta para o domínio da frequência usando a matriz F

A matriz F^{-1} que transforma do domínio da frequência para o domínio do tempo é definida como:

$$F^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & \sin(0) & \cos(0) & \sin(0) & \cos(0) & \cdots & \sin(0) & \cos(0) \\ 1 & \sin(\frac{2\pi \cdot 1}{k}) & \cos(\frac{2\pi \cdot 1}{k}) & \sin(\frac{2\pi \cdot 2}{k}) & \cos(\frac{2\pi \cdot 2}{k}) & \cdots & \sin(\frac{2\pi \cdot H_1}{k}) & \cos(\frac{2\pi \cdot H_1}{k}) \\ 1 & \sin(\frac{2\pi \cdot 2}{k}) & \cos(\frac{2\pi \cdot 2}{k}) & \sin(\frac{2\pi \cdot 4}{k}) & \cos(\frac{2\pi \cdot 4}{k}) & \cdots & \sin(\frac{2\pi \cdot 2H_1}{k}) & \cos(\frac{2\pi \cdot 2H_1}{k}) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 1 & \sin(\frac{2\pi \cdot (k-1)}{k}) & \cos(\frac{2\pi \cdot (k-1)}{k}) & \sin(\frac{2\pi \cdot 2(k-1)}{k}) & \cos(\frac{2\pi \cdot 2(k-1)}{k}) & \cdots & \sin(\frac{2\pi \cdot H_1(k-1)}{k}) & \cos(\frac{2\pi \cdot H_1(k-1)}{k}) \end{bmatrix}. \quad (2.25)$$

A operação completa pode ser expressa como:

$$\mathbf{Y} = F \cdot f_{NL}(F^{-1} \cdot \mathbf{X}), \quad (2.26)$$

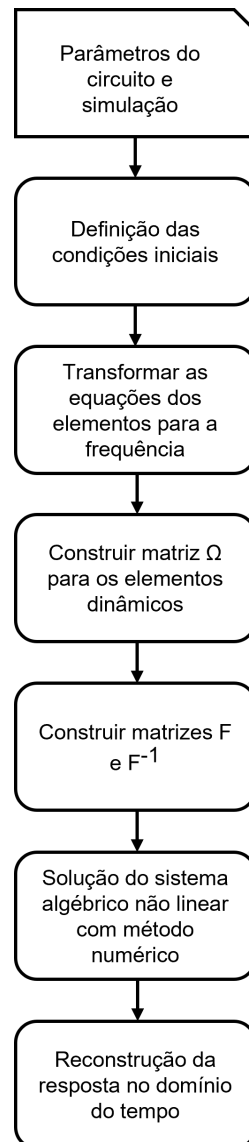
onde $\mathbf{X}$ é o vetor de amplitudes espectrais na entrada do componente não linear f_{NL} é a função não linear do componente, $\mathbf{Y}$ é o vetor de amplitudes espectrais na saída do componente não linear, F é a matriz que realiza a transformação inversa de F^{-1} , ou seja, do domínio do tempo para o domínio da frequência.

2.4.3 PROCEDIMENTO DE SOLUÇÃO

Após adaptar as equações de todos os componentes do circuito para a aplicação do método do equilíbrio harmônico, substitui-se estas adaptações no conjunto de equações obtido na aplicação da ANM, formando um sistema algébrico não linear cujas incógnitas são amplitudes constantes na frequência. Em uma única solução do sistema, obtém-se todas as incógnitas constantes do circuito, possibilitando a representação de qualquer tensão ou corrente do circuito analisado em qualquer instante de tempo.

O fluxograma da FIGURA 8 ilustra o procedimento para executar a simulação de HB.

FIGURA 8 – FLUXOGRAMA DO PROCEDIMENTO PARA EXECUTAR O EQUILÍBRIO HARMÔNICO



FONTE: Elaborada pelo autor (2025).

2.5 ANÁLISE EM REGIME PERMANENTE QUASE PERIÓDICO (QPSS)

Em circuitos excitados por múltiplos tons, a análise tradicional em regime permanente periódico não é aplicável de forma direta, pois a superposição de dois ou mais sinais com frequências não múltiplas inteiras gera um comportamento de regime permanente *quase periódico*. Para esse cenário, o método de Análise em Regime Permanente Quase Periódico (QPSS) se apresenta como uma abordagem eficaz e computacionalmente mais eficiente para se obter a resposta do circuito no estado estacionário.

Nesse contexto, considera-se um circuito excitado por dois tons senoidais de frequências angulares $\omega_1 = 2\pi f_1$ e $\omega_2 = 2\pi f_2$, com $f_1 = 1$ GHz e $f_2 = 1,01$ GHz. A menor das frequências, ω_1 , é utilizada para compor uma base de série de Fourier, enquanto o período de amostragem é definido com base na frequência mais alta, ω_2 . O objetivo é verificar se, ao final de um período $T = 1/f_2$, a resposta do circuito retorna ao mesmo conjunto de valores nos pontos de amostragem, caracterizando o estado de regime permanente quase periódico.

A tensão nodal $v_n(t)$ pode ser representada, em cada ponto de amostragem τ_s , por uma série de Fourier truncada:

$$v_n(\tau_s) = V_0 + \sum_{h=1}^K V_{Sh} \sin(h\omega_1\tau_s) + V_{Ch} \cos(h\omega_1\tau_s). \quad (2.27)$$

Os coeficientes V_0 , V_{Sh} e V_{Ch} são obtidos a partir da aplicação de uma matriz Γ^{-1} , análoga à transformada inversa de Fourier, aplicada sobre as amostras $v_n(\tau_s)$. A operação de atraso de um período é implementada por meio da chamada matriz de atraso $D(T)$, definida como:

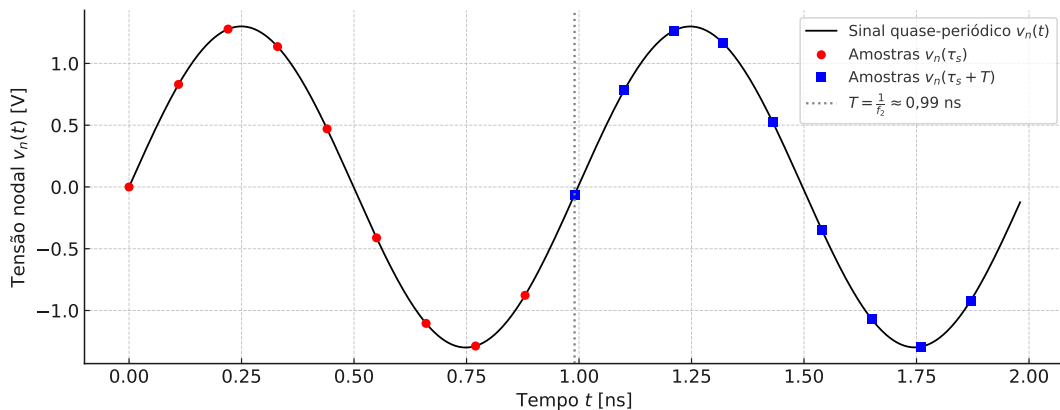
$$D(T) = \Gamma^{-1}(T)\Gamma. \quad (2.28)$$

Aplicando-se essa matriz sobre o vetor de amostras, verifica-se se:

$$\vec{v}_n(\tau + T) = D(T) \cdot \vec{v}_n(\tau). \quad (2.29)$$

Essa igualdade representa a condição de convergência do método, ou seja, o circuito atingiu o regime permanente quase periódico. A FIGURA 9 apresenta uma visualização clara desse processo, onde as amostras da tensão nodal são observadas antes e após um deslocamento de tempo de um período $T = 1/f_2 \approx 0,99$ ns.

FIGURA 9 – AMOSTRAS DA TENSÃO NODAL $v_n(t)$ EM INSTANTES τ_s E $\tau_s + T$ NO DOMÍNIO DO TEMPO



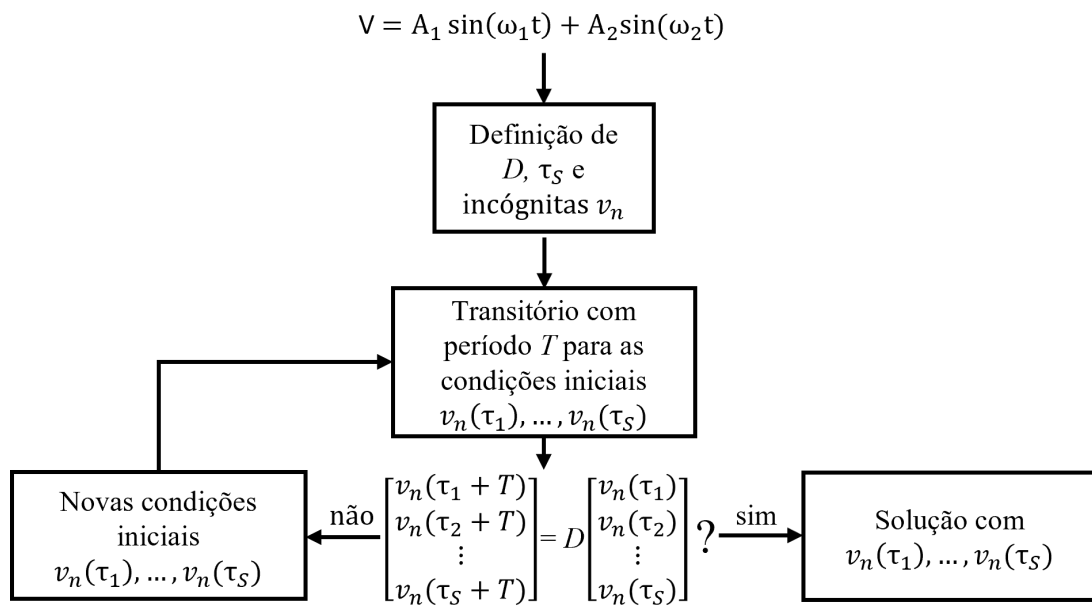
FONTE: Elaborada pelo autor (2025).

O método QPSS requer a simulação do circuito para diferentes instantes de amostragem τ_s , igualmente espaçados ao longo do intervalo $[0, T]$, e repete esse processo após um deslocamento de período, até que a diferença entre os vetores $\vec{v}_n(\tau)$ e $\vec{v}_n(\tau + T)$ seja suficientemente pequena. O número de pontos de amostragem S deve ser ímpar, geralmente definido como $S = 2K + 1$, onde K é o número de harmônicas da frequência ω_1 a serem consideradas.

Cada simulação transitória parcial envolve, para cada τ_s , a integração do circuito durante um período completo da frequência mais rápida. O número de pontos de integração nesta simulação depende do número de harmônicas consideradas para ω_2 , tipicamente $\eta = 2K_1 + 1$.

A metodologia completa de implementação do QPSS, com os passos desde a escolha de pontos de amostragem até a aplicação da matriz de atraso e a verificação de convergência, é resumida no fluxograma da FIGURA 10.

FIGURA 10 – FLUXOGRAMA DO PROCESSO ITERATIVO DE CONVERGÊNCIA NO MÉTODO QPSS



FONTE: Elaborada pelo autor (2025).

2.6 ANÁLISE PERIÓDICA DE CORRENTE ALTERNADA (PAC)

A análise periódica de corrente alternada (PAC) é uma técnica utilizada para obter a resposta de pequenos sinais em circuitos não lineares previamente simulados em regime permanente periódico ou quase-periódico. Trata-se de uma linearização

do sistema em torno da trajetória de grandes sinais, geralmente obtida por análise de Equilíbrio Harmônico (HB), sendo válida quando uma das excitações tem baixa amplitude.

A corrente do componente não linear, linearizada a partir do vetor de ganho $g_{01tom}(t)$, pode ser escrita como:

$$I_{lin2tons}(t) = g_{01tom}(t) \cdot v_{lin2tons}(t), \quad (2.30)$$

onde $v_{lin2tons}(t)$ representa o vetor de variações da tensão associadas ao segundo tom. Devido às propriedades trigonométricas envolvidas nas funções seno e cosseno, e considerando que $g_{01tom}(t)$ é periódico, é possível reescrever a equação anterior na forma matricial:

$$I_{lin2tons}(t) = G_{1tom} \cdot V_{2tons}(t), \quad (2.31)$$

em que G_{1tom} é uma matriz de condutâncias construída a partir da decomposição espectral de $g_{01tom}(t)$, e $V_{2tons}(t)$ é um vetor contendo os termos senoidais com frequências $\omega_2 \pm k\omega_1$, representando os produtos cruzados entre os tons.

A forma de G_{1tom} é simétrica e baseada nas componentes harmônicas do vetor de ganho, assumindo a seguinte estrutura:

$$G_{1tom} = \begin{bmatrix} g_0 & 0 & \frac{g_2}{2} & -\frac{g_3}{2} & \dots & -\frac{g_{k-3}}{2} \\ 0 & g_0 & \frac{g_1}{2} & \frac{g_4}{2} & \dots & \frac{g_{k-2}}{2} \\ \frac{g_2}{2} & \frac{g_1}{2} & g_0 & -\frac{g_1}{2} & \dots & -\frac{g_{k-5}}{2} \\ -\frac{g_1}{2} & \frac{g_2}{2} & 0 & g_0 & \dots & \frac{g_{k-4}}{2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -\frac{g_{k-3}}{2} & \frac{g_{k-2}}{2} & -\frac{g_{k-5}}{2} & \frac{g_{k-4}}{2} & \dots & g_0 \end{bmatrix}. \quad (2.32)$$

O vetor de excitação $V_{2tons}(t)$ é definido como:

$$V_{2tons}(t) = \begin{bmatrix} \sin((\omega_2 - K\omega_1)t) \\ \cos((\omega_2 - K\omega_1)t) \\ \vdots \\ \cos((\omega_2 + K\omega_1)t) \end{bmatrix}. \quad (2.33)$$

A estrutura espectral que define o sistema resultante é organizada pela matriz Ω_{2tons} , que representa as variações de fase das componentes associadas à frequência do segundo tom. Esta matriz é definida como:

$$\Omega_{2tons} = \begin{bmatrix} 0 & (\omega_2 - K\omega_1) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -(\omega_2 - K\omega_1) & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & (\omega_2 - \omega_1) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & \dots & -(\omega_2 - \omega_1) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \omega_2 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & \dots & 0 & 0 & -\omega_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (\omega_2 + \omega_1) & \dots & \dots \\ 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & -(\omega_2 + \omega_1) & 0 & \dots & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \ddots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -(\omega_2 + K\omega_1) & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (2.34)$$

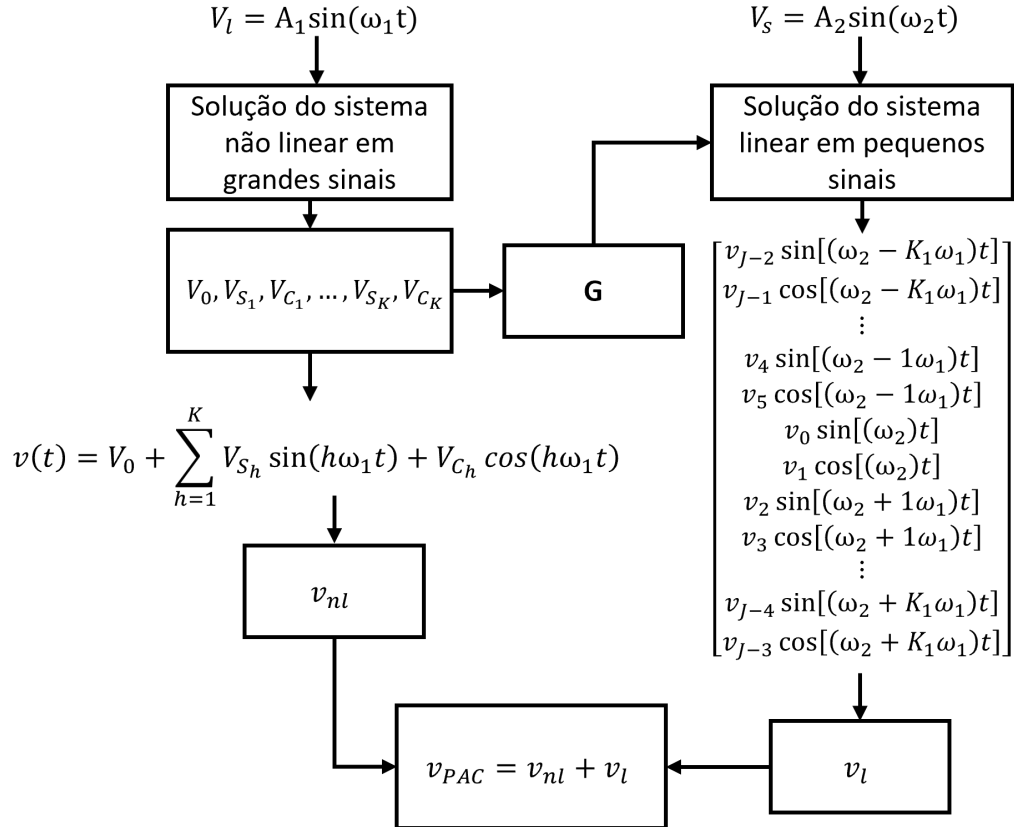
O sistema linear resultante, composto por G_{1tom} , Ω_{2tons} e o vetor $V_{2tons}(t)$, permite estimar com eficiência o efeito de uma excitação de pequena amplitude sobre a trajetória periódica já estabelecida no circuito.

A resposta total do circuito ao estímulo de dois tons, considerando a linearização para o segundo tom, é então dada por:

$$v_{PAC}(t) = v_{nl}(t) + v_l(t), \quad (2.35)$$

em que $v_{nl}(t)$ é a solução do circuito ao grande sinal (obtida por HB ou QPSS), e $v_l(t)$ é a resposta ao pequeno sinal obtida pela PAC. O fluxograma apresentado na FIGURA 11 resume este procedimento completo.

FIGURA 11 – FLUXOGRAMA DO PROCEDIMENTO DA ANÁLISE PAC



FONTE: Elaborada pelo autor (2025).

3 PROPOSTA DO TRABALHO

Neste capítulo é apresentada a proposta metodológica desenvolvida para análise de circuitos dinâmicos não lineares sujeitos a estímulos com múltiplos tons. É detalhado o método combinado proposto, que integra as abordagens do QPSS e do PAC, o circuito teste utilizado para validação, a implementação da Análise Nodal Modificada e o algoritmo de simulação desenvolvido.

3.1 LINEARIZAÇÃO EM TORNO DA SOLUÇÃO HB

Partindo da solução $x_{HB}(t)$, obtida para o circuito completo com um tom de grande amplitude, os componentes não lineares são linearizados aplicando-se a expansão de Taylor de primeira ordem:

$$g_m(t) = \left. \frac{dI_{NL}}{dV_A} \right|_{V_A(t)=V_{A,HB}(t)}. \quad (3.1)$$

O vetor de ganho $g_m(t)$ é então decomposto em uma base harmônica centrada na frequência do segundo tom ω_2 , formando a matriz de condutâncias G_{1tom} . Esta matriz é usada para modelar o comportamento linearizado do componente não linear frente a uma fonte adicional de pequena amplitude.

A resposta linearizada ao segundo tom é então somada à resposta HB para obtenção da resposta final do circuito com dois tons:

$$x_{total}(t) = x_{HB}(t) + x_{lin}(t). \quad (3.2)$$

3.2 LINEARIZAÇÃO EM TORNO DA SOLUÇÃO QPSS

O método proposto consiste na linearização de circuitos dinâmicos não lineares em torno da análise em regime permanente quase periódico, permitindo a análise eficiente de circuitos sujeitos a três tons. A abordagem combina o QPSS para análise não linear com dois tons e o PAC para análise linearizada do terceiro tom.

Em circuitos com estímulos de múltiplos tons, a simulação via métodos convencionais como a análise de transitório pode ser computacionalmente custosa, especialmente quando são necessárias várias análises para diferentes configurações de tons. Por outro lado, a aplicação direta do QPSS para mais de dois tons ou do PAC para tons que não apresentam relação de periodicidade entre si pode ser complexa e ineficiente.

O procedimento proposto segue as seguintes etapas:

1. Aplicar o QPSS ao circuito original estimulado apenas pelos dois primeiros tons (ω_1 e ω_2), que podem ser ambos considerados como grandes sinais.
2. Linearizar os elementos não lineares do circuito em torno da resposta obtida pelo QPSS.
3. Aplicar uma análise linear ao circuito linearizado, agora estimulado pelo terceiro tom (ω_3), que deve ser significativamente menor que os dois primeiros.
4. Obter a resposta completa pela superposição dos resultados do QPSS e da análise linear:

$$X_{total}(t) = x_{QPSS}(t) + x_{lin}(t), \quad (3.3)$$

onde $x_{QPSS}(t)$ é o resultado do QPSS obtido usando o circuito não linear com os dois primeiros tons, e $x_{lin}(t)$ é o resultado da análise do circuito linearizado com o terceiro tom.

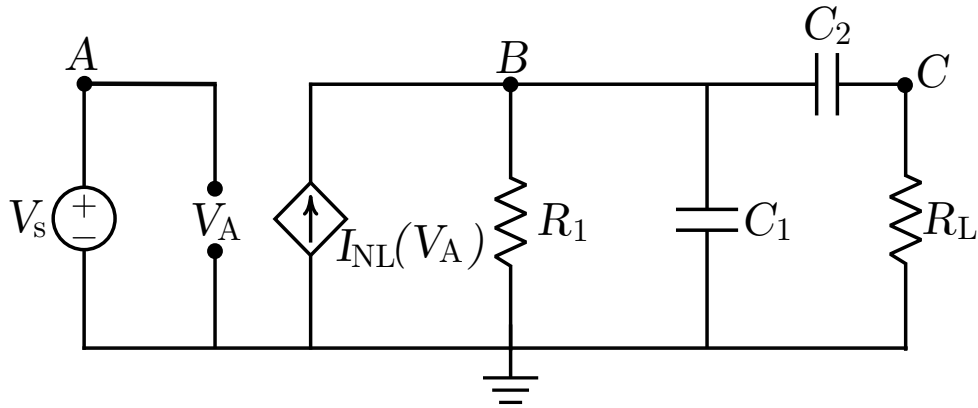
Uma característica importante deste método é que a linearização é realizada em torno de uma solução que já considera dois tons em regime permanente quase periódico, diferentemente do PAC tradicional, que lineariza em torno de apenas um tom. Isso permite uma análise mais precisa de circuitos onde dois tons têm amplitudes significativas.

Para a aplicação do método proposto, é necessário que o terceiro tom tenha amplitude significativamente menor que os dois primeiros, de forma a garantir que a linearização seja válida. Além disso, recomenda-se que o terceiro tom tenha relação de periodicidade com pelo menos um dos dois primeiros tons, o que simplifica os cálculos da matriz de condutâncias no circuito linearizado.

3.3 CIRCUITO TESTE

Para validar o método proposto, foi escolhido um circuito que representa um amplificador de potência simplificado com arquitetura de seguidor de envoltória (Envelope Tracking - ET), como mostrado na FIGURA 12. Este tipo de circuito é comumente utilizado em sistemas de comunicação sem fio.

FIGURA 12 – ESQUEMÁTICO DO CIRCUITO TESTE

FONTE: (Schuartz *et al.*, 2018).

Neste circuito, V_s é uma fonte de tensão composta por três tons de radiofrequência:

$$V_s(t) = V_1 \sin(2\pi f_1 t) + V_2 \sin(2\pi f_2 t) + V_3 \sin(2\pi f_3 t), \quad (3.4)$$

onde $f_1 = 1$ GHz, $f_2 = 1,01$ GHz, $f_3 = 1,01$ GHz, e as amplitudes V_1 , V_2 e V_3 são parâmetros de entrada.

Os componentes passivos têm valores fixos: $R_1 = 1$ k Ω , $R_L = 50$ Ω , $C_1 = 10$ pF e $C_2 = 1$ μ F. A fonte de corrente controlada não linear I_{NL} depende da tensão V_A conforme a equação:

$$I_{NL} = \frac{I_{sat} \cdot \text{sign}(V_A)}{\left(1 + \frac{V_{sat}}{|V_A|}\right)^s}, \quad (3.5)$$

onde $I_{sat} = 0,1$ A é a corrente de saturação, $V_{sat} = 1,8$ V é a tensão de saturação, $\text{sign}(V_A)$ é a função sinal e $s = 5$ é o fator de amortecimento.

Neste circuito, os dois primeiros tons ($f_1 = 1$ GHz e $f_2 = 1,01$ GHz) têm amplitudes significativas e estão próximos em frequência, gerando uma envoltória que varia lentamente. O terceiro tom ($f_3 = 1,01$ GHz) tem amplitude menor e representa uma interferência ou um sinal adicional. O método proposto aplica o QPSS para os dois primeiros tons e lineariza o circuito para analisar o efeito do terceiro tom.

3.4 ANÁLISE NODAL MODIFICADA E IMPLEMENTAÇÃO

Para aplicar o método proposto ao circuito teste, foi necessário primeiro modelar o circuito utilizando a ANM, para obtenção das equações que descrevem o comportamento do circuito. A partir dessas equações, foram desenvolvidos algoritmos para simulação via QPSS, linearização e análise do terceiro tom.

3.4.1 ANÁLISE NODAL MODIFICADA DO CIRCUITO

Aplicando a ANM no circuito mostrado na FIGURA 12, obtém-se o seguinte sistema de equações:

$$\begin{cases} i_{R1} + i_{C1} - I_{NL} = 0 \\ I_{NL} - i_{C2} - i_{RL} = 0 \\ V_A - V_s = 0 \end{cases}, \quad (3.6)$$

onde:

$$i_{R1} = \frac{V_A - V_B}{R_1}, \quad (3.7)$$

$$i_{C1} = C_1 \frac{dV_B}{dt}, \quad (3.8)$$

$$i_{C2} = C_2 \frac{d(V_B - V_C)}{dt}, \quad (3.9)$$

$$i_{RL} = \frac{V_C}{R_L}, \quad (3.10)$$

$$I_{NL} = \frac{I_{sat} \cdot \text{sign}(V_A)}{\left(1 + \frac{V_{sat}}{|V_A|}\right)^s}. \quad (3.11)$$

Para implementação computacional, é necessário discretizar as equações dos capacitores, aplicando o método de integração trapezoidal:

$$i_{C1}(t_{n+1}) = \frac{2C_1}{\Delta t} [V_B(t_{n+1}) - V_B(t_n)] - i_{C1}(t_n), \quad (3.12)$$

$$i_{C2}(t_{n+1}) = \frac{2C_2}{\Delta t} [(V_B(t_{n+1}) - V_C(t_{n+1})) - (V_B(t_n) - V_C(t_n))] - i_{C2}(t_n). \quad (3.13)$$

3.4.2 ERRO MÉDIO QUADRÁTICO NORMALIZADO

Para a validação quantitativa, a precisão dos métodos propostos foi avaliada pelo Erro Médio Quadrático Normalizado (NMSE). Esta métrica representa o erro quadrático médio entre o sinal simulado e uma referência, normalizado pela própria referência. A sua forma é dada por:

$$\text{NMSE} = \frac{\sum (v_{\text{proposto}} - v_{\text{ref}})^2}{\sum (v_{\text{ref}})^2} \quad (3.14)$$

Na equação, v_{proposto} representa o vetor de amostras do método em teste (PAC ou QPSS) e v_{ref} é o vetor de amostras da análise de transitório. A soma é realizada sobre todos os pontos dos vetores. Um valor de NMSE próximo de zero indica maior fidelidade do método proposto em relação à referência.

3.5 ALGORITMO DE SIMULAÇÃO

Todas as etapas do método foram implementadas em Python, com o uso das bibliotecas NumPy, SciPy e Matplotlib. O código permite variar o número de harmônicas, os tons aplicados, os valores de amplitude e os parâmetros de discretização. O objetivo da simulação foi verificar a fidelidade do método proposto frente à simulação completa via análise de transitório, com atenção especial à influência da amplitude do terceiro tom na validade da linearização.

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Neste capítulo são apresentados os resultados obtidos pela aplicação dos métodos PAC e QPSS ao circuito-teste descrito no Capítulo 3, bem como a proposta de linearização do QPSS. Foram analisados diferentes cenários de simulação, variando-se as amplitudes dos tons e o número de harmônicas consideradas, com o objetivo de verificar os limites de validade dos métodos e sua adequação para análise de circuitos multi-tonais.

4.1 ANÁLISE DA IMPOSIÇÃO DE GRANDES E PEQUENOS SINAIS

Inicialmente realizaram-se testes para verificar as condições de imposição de grandes e pequenos sinais nos métodos PAC e QPSS, avaliando o impacto da escolha da frequência de referência na precisão dos resultados. As simulações de transitório serviram como referência para validação.

4.1.1 IMPOSIÇÃO DE PEQUENOS SINAIS NO QPSS

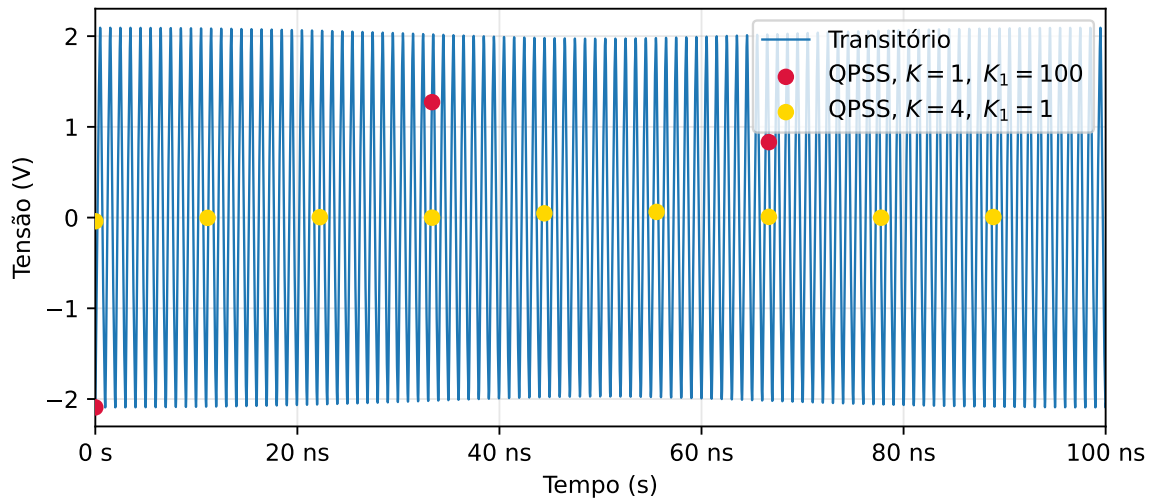
O QPSS foi testado com configurações distintas a fim de investigar a possibilidade de impor pequenos e grandes sinais para frequências diferentes. Para quantificar a discrepância entre o resultado obtido e a referência de transitório, utilizou-se o **Erro Médio Quadrático Normalizado (NMSE)**.

4.1.1.1 Análise com Pequenos Sinais na Frequência Menor

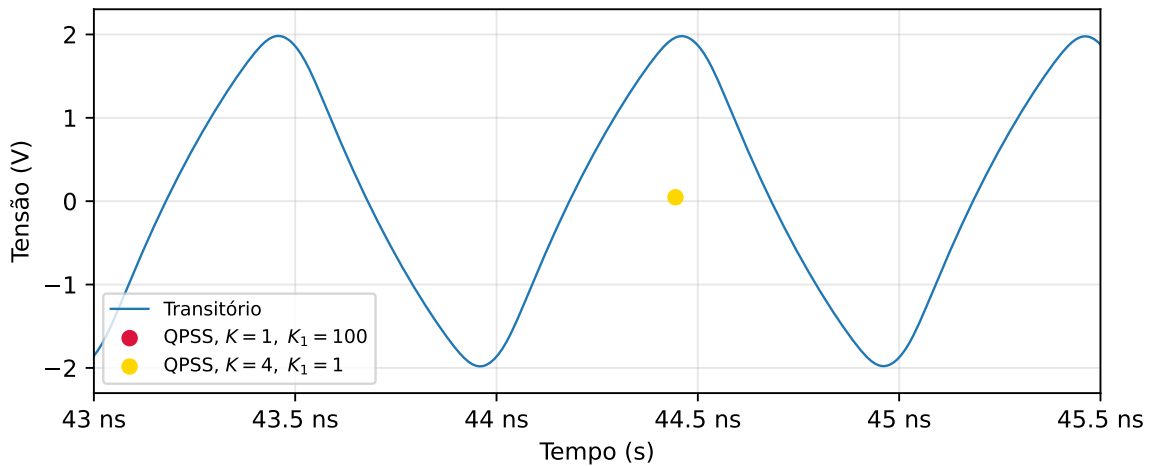
A FIGURA 13 ilustra a tensão sobre o capacitor C_1 quando a metodologia de pequenos sinais é aplicada ao tom de frequência mais baixa ($f_1 = 1$ GHz). Para esta análise, foram adotadas as amplitudes $A_1 = 5$ V e $A_2 = 1$ V, com o objetivo de observar o efeito de uma envoltória de grande amplitude sobre uma portadora de menor amplitude. A configuração de simulação utilizada foi $(K, K_1) = (1, 100)$, associando um número reduzido de harmônicas à frequência menor (f_1) e um número elevado à frequência maior (f_2). Esta configuração visa impor pequenos sinais à f_1 .

FIGURA 13 – TENSÃO EM C_1 COM PEQUENOS SINAIS APLICADOS NA FREQUÊNCIA MENOR.

(a) VISÃO GLOBAL



(b) DETALHE AMPLIADO



FONTE: Elaborada pelo autor (2025).

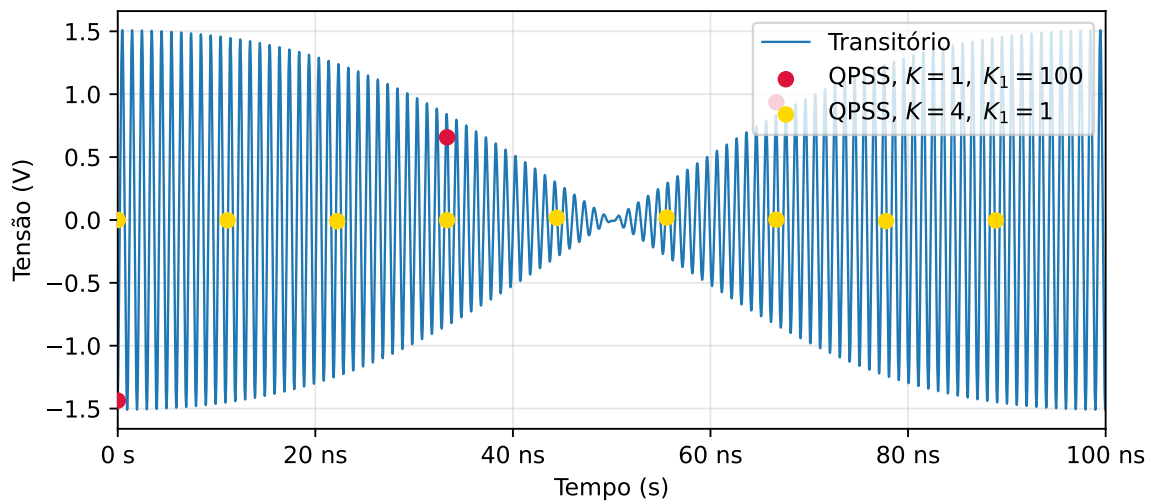
Os resultados indicam que os pontos amostrados (em vermelho) apresentam um desvio significativo em relação à forma de onda de referência, resultando em um NMSE de $1,1696 \times 10^{-2}$. Este erro demonstra que a imposição de pequenos sinais na frequência menor é inadequada sob a condição $A_1 \gg A_2$. Tal inadequação ocorre porque o tom de frequência menor (f_1) possui a maior amplitude (A_1), o que viola o princípio fundamental do método, que preconiza a aplicação da análise de pequenos sinais ao tom de menor amplitude.

4.1.1.2 Análise com Pequenos Sinais na Frequência Maior

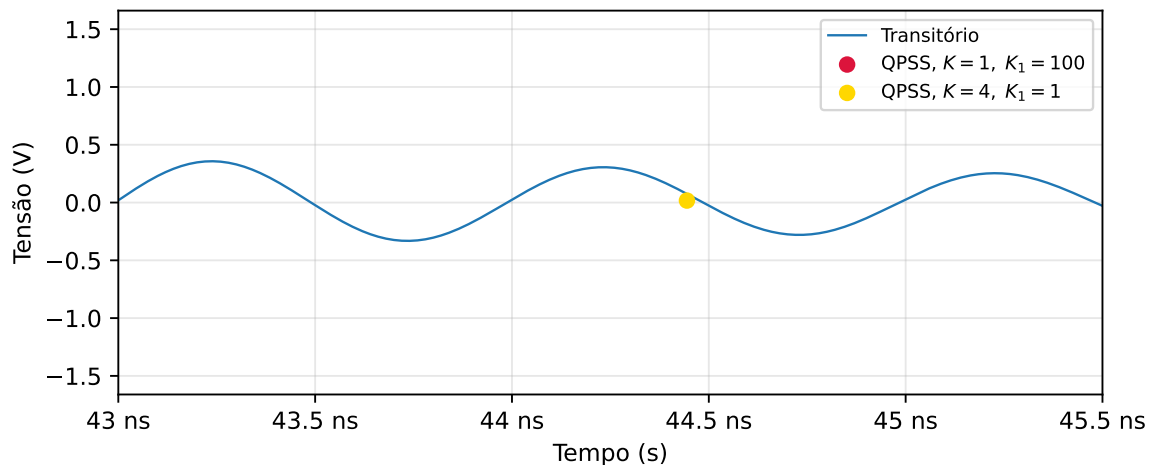
A FIGURA 14 apresenta a análise quando a metodologia de pequenos sinais é aplicada ao tom de frequência mais alta ($f_2 = 1,01$ GHz). Neste cenário, foram utilizadas amplitudes iguais, $A_1 = 1$ V e $A_2 = 1$ V, para investigar o comportamento do método em uma condição limite, onde a distinção entre sinal de grande e pequena amplitude não é clara. A configuração padrão do QPSS para esta análise é $(K, K_1) = (4, 1)$, tratando f_2 como o tom de pequenos sinais.

FIGURA 14 – TENSÃO EM C_1 COM PEQUENOS SINAIS APLICADOS NA FREQUÊNCIA MAIOR.

(a) VISÃO GLOBAL



(b) DETALHE AMPLIADO



FONTE: Elaborada pelo autor (2025).

Neste cenário, analisaram-se duas configurações distintas:

- Configuração 1: ($K=1$, $K_1=100$) - $\text{NMSE} = 1,6473 \times 10^{-1}$.
- Configuração 2: ($K=4$, $K_1=1$) - $\text{NMSE} = 1,0059$.

Os pontos amarelos da configuração padrão ($K=4$, $K_1=1$) apresentam boa concordância visual com a forma de onda de referência, apesar do valor elevado de NMSE. Isso se deve ao fato de que os pontos são escassos e não capturam todos os detalhes da forma de onda, mas estão corretamente posicionados nos instantes amostrados. A configuração alternativa ($K=1$, $K_1=100$), que trata f_1 como pequenos sinais, apresenta um NMSE menor. Isso sugere que, na situação específica em que as amplitudes são comparáveis ($A_1 \approx A_2$), ambas as abordagens podem gerar resultados numericamente válidos.

Estes resultados confirmam que, na análise QPSS, a escolha de qual tom será tratado com a aproximação de pequenos sinais deve ser guiada pelas amplitudes relativas. Como regra geral, quando um tom possui amplitude significativamente maior que o outro ($A_1 \gg A_2$ ou vice-versa), a abordagem mais robusta e fisicamente consistente é aplicar a aproximação de pequenos sinais ao tom de menor amplitude.

4.1.2 IMPOSIÇÃO DE PEQUENOS SINAIS NO PAC

No caso do PAC, foram realizadas simulações variando-se qual sinal é considerado como pequenos sinais. A FIGURA 15 mostra a comparação entre o PAC e a análise de transitório para um circuito com dois tons, onde o sinal na frequência f_1 é considerado de pequenos sinais.

FONTE: Elaborada pelo autor (2025).

Para o Caso 1, com $V_1 = 0,01$ V (pequeno sinal) e $V_2 = 1$ V (grande sinal), observa-se uma excelente concordância entre os resultados obtidos pelo PAC e a análise de transitório, com um NMSE de $8,7092 \times 10^{-4}$. Este resultado indica que o PAC consegue modelar com precisão situações onde o tom de menor frequência (f_1) tem amplitude consideravelmente menor que o tom de maior frequência (f_2), produzindo resultados muito próximos à simulação completa de transitório.

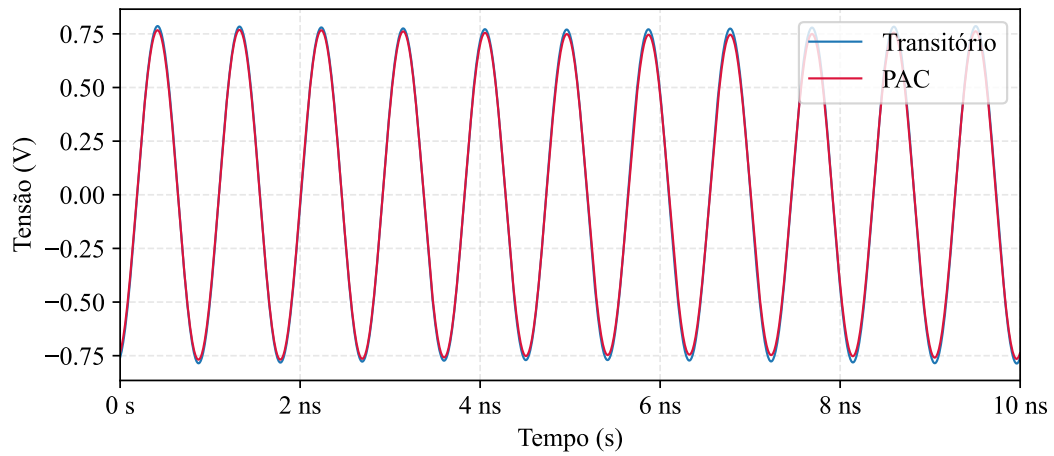
A FIGURA 16 apresenta resultados para o caso inverso, onde o sinal na frequência f_2 é considerado de pequenos sinais.

FONTE: Elaborada pelo autor (2025).

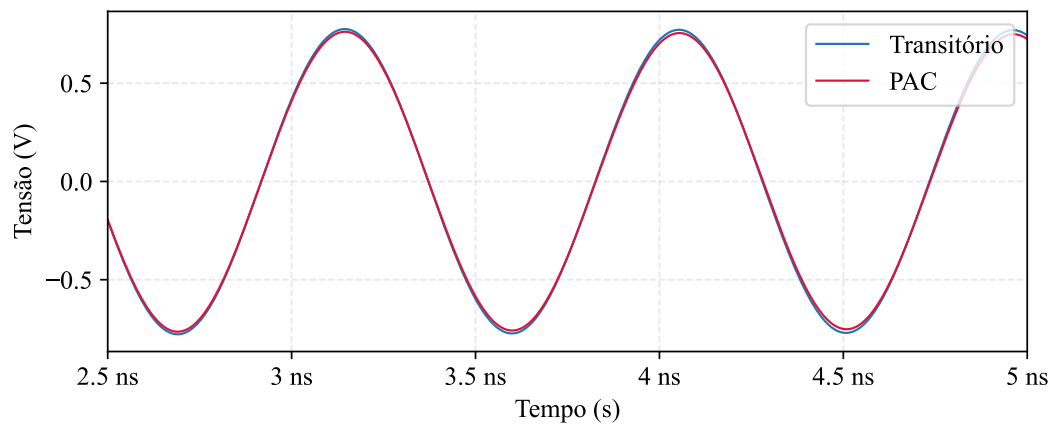
Para o Caso 2, com $V_1 = 1$ V (grande sinal) e $V_2 = 0,01$ V (pequeno sinal), verificou-se uma concordância igualmente excelente entre o PAC e a análise de transitório, com um NMSE de $4,9289 \times 10^{-4}$, ligeiramente menor que no Caso 1. Este

FIGURA 15 – TENSÃO EM C_1 PARA PAC COM $V_1 = 0,01$ V (PEQUENO) E $V_2 = 1$ V (GRANDE). NMSE = $8,7092 \times 10^{-4}$.

(a) VISÃO GLOBAL



(b) DETALHE AMPLIADO



resultado indica que o PAC é capaz de modelar com precisão situações onde o tom de maior frequência (f_2) tem amplitude consideravelmente menor que o tom de menor frequência (f_1).

Comparando os dois casos, observa-se que o PAC apresenta desempenho similar independentemente de qual frequência é designada como pequeno sinal, desde que a relação de amplitudes seja respeitada (a amplitude do pequeno sinal deve ser significativamente menor que a do grande sinal). Isso difere do comportamento observado no QPSS, onde a escolha da frequência para pequenos sinais impacta significativamente os resultados.

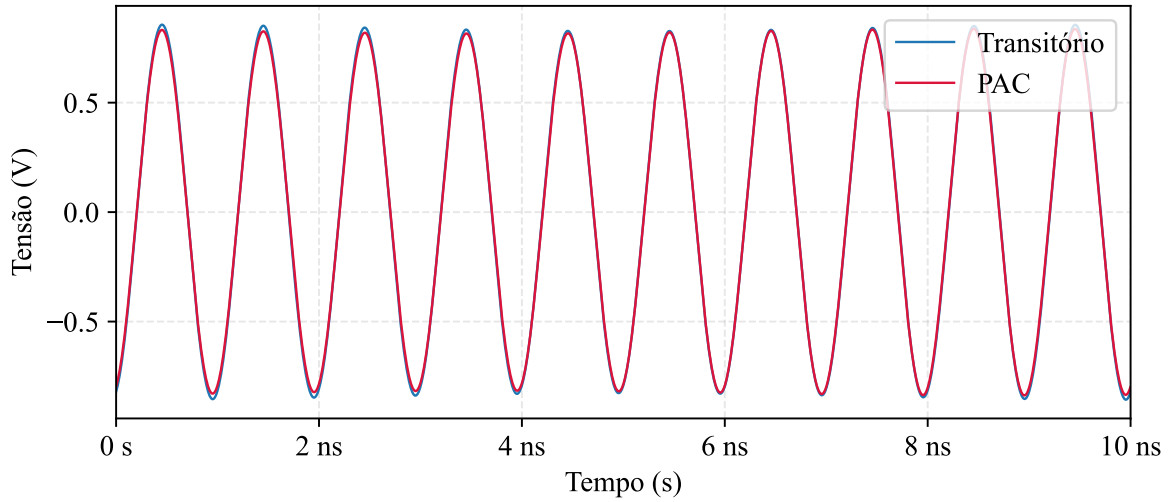
A TABELA 1 resume os resultados para os dois casos do PAC.

TABELA 1 – DESEMPENHO DO MÉTODO PAC EM DIFERENTES CONFIGURAÇÕES

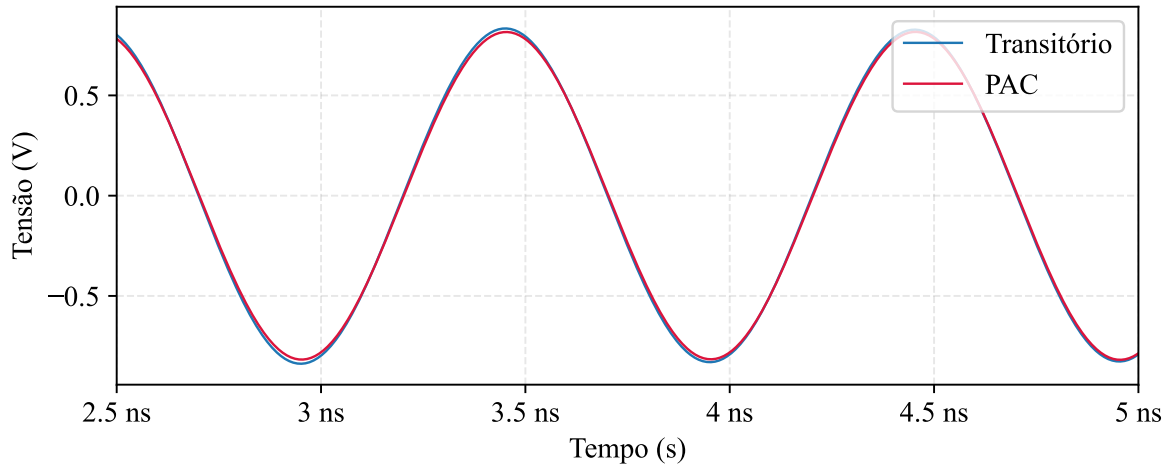
Caso	V_1 [V]	V_2 [V]	NMSE
1	0,01 (pequeno)	1,00 (grande)	$8,7092 \times 10^{-4}$
2	1,00 (grande)	0,01 (pequeno)	$4,9289 \times 10^{-4}$

FIGURA 16 – TENSÃO EM C_1 PARA PAC COM $V_1 = 1$ V (GRANDE) E $V_2 = 0,01$ V (PEQUENO). NMSE = $4,9289 \times 10^{-4}$.

(a) VISÃO GLOBAL



(b) DETALHE AMPLIADO



FONTE: Elaborada pelo autor (2025).

4.1.3 ANÁLISE DE TRÊS TONS

Para a análise de três tons, o primeiro tom ($f_1 = 1$ GHz) é tratado como grande-sinal pelo QPSS, o segundo tom ($f_2 = 1,01$ GHz) é processado pelo QPSS como grandes sinais, e o terceiro tom ($f_3 = 1,01$ GHz) é obtido pela linearização PAC em torno da solução QPSS.

Foram analisados três casos com diferentes configurações de amplitude, mantendo $V_1 = 1$ V fixo e variando as amplitudes de V_2 e V_3 , como detalhado na TABELA 2.

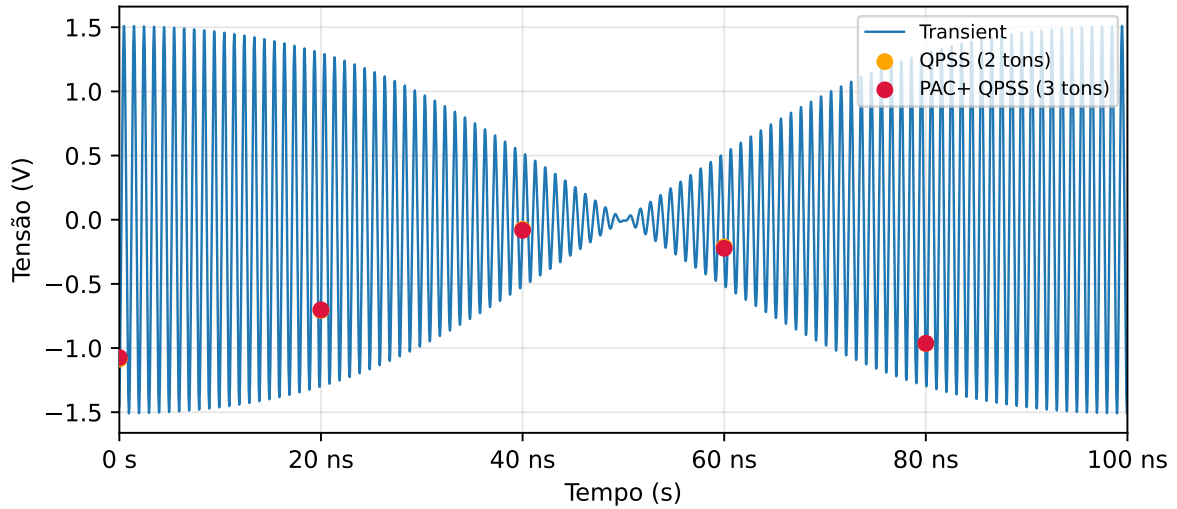
FONTE: Elaborada pelo autor (2025).

TABELA 2 – MÉTRICAS NMSE PARA AS TRÊS CONFIGURAÇÕES DE TONS

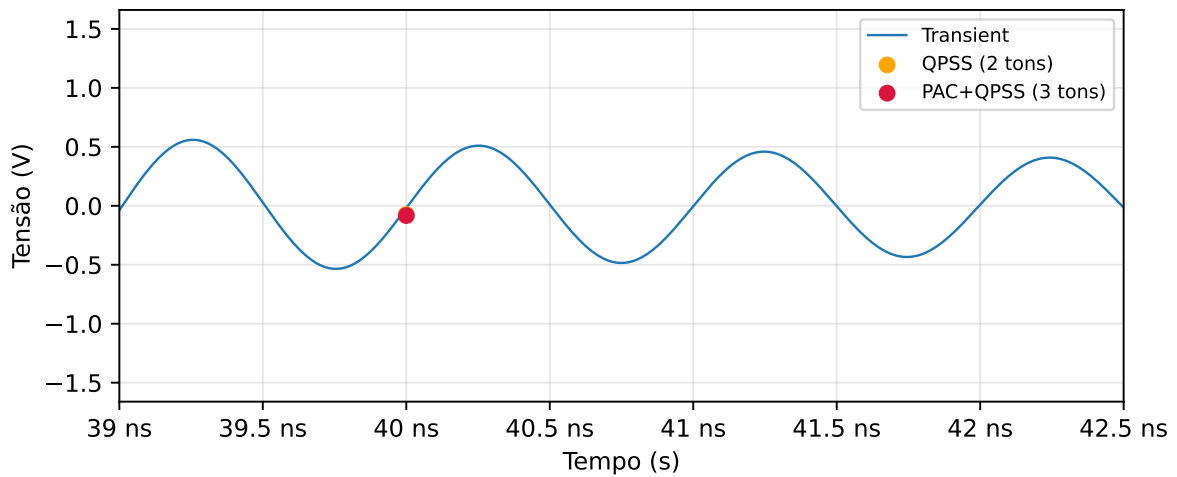
V_1 [V]	V_2 [V]	V_3 [V]	NMSE
1,00	0,99	0,01	$1,546 \times 10^{-1}$
1,00	0,98	0,02	$1,646 \times 10^{-1}$
1,00	0,97	0,03	$1,711 \times 10^{-1}$

A FIGURA 17 mostra os resultados para o Caso 1, onde $V_3 = 0,01$ V. Observa-se excelente concordância entre o método combinado QPSS+PAC e a simulação de transitório em todo o período, com $NMSE = 1,546 \times 10^{-1}$. O detalhe ampliado confirma a precisão do método, mostrando apenas pequenas diferenças pontuais.

FIGURA 17 – CASO 1: $V_1 = 1$ V, $V_2 = 0,99$ V, $V_3 = 0,01$ V.



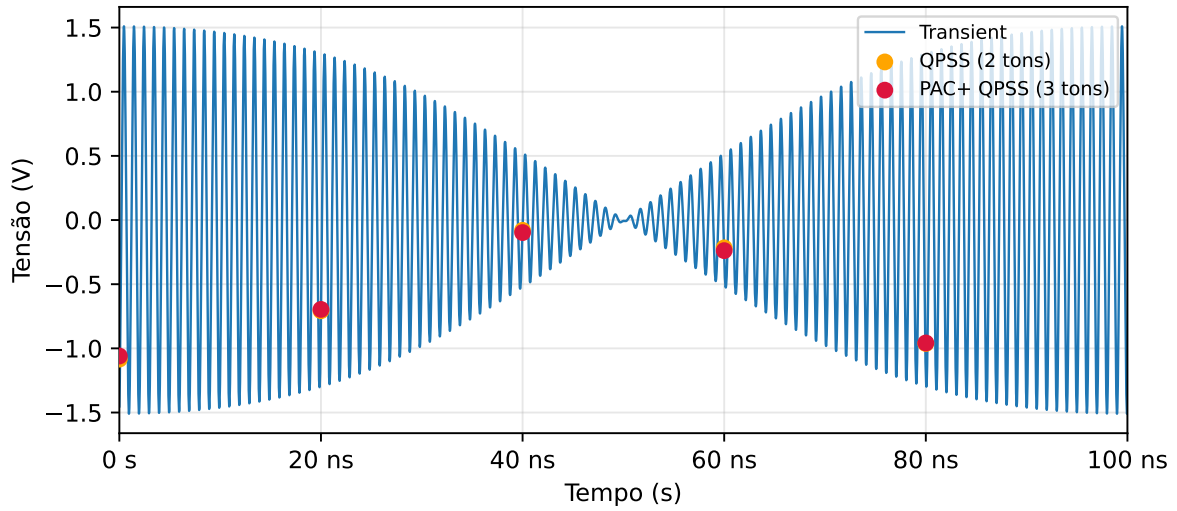
(a) PERÍODO COMPLETO



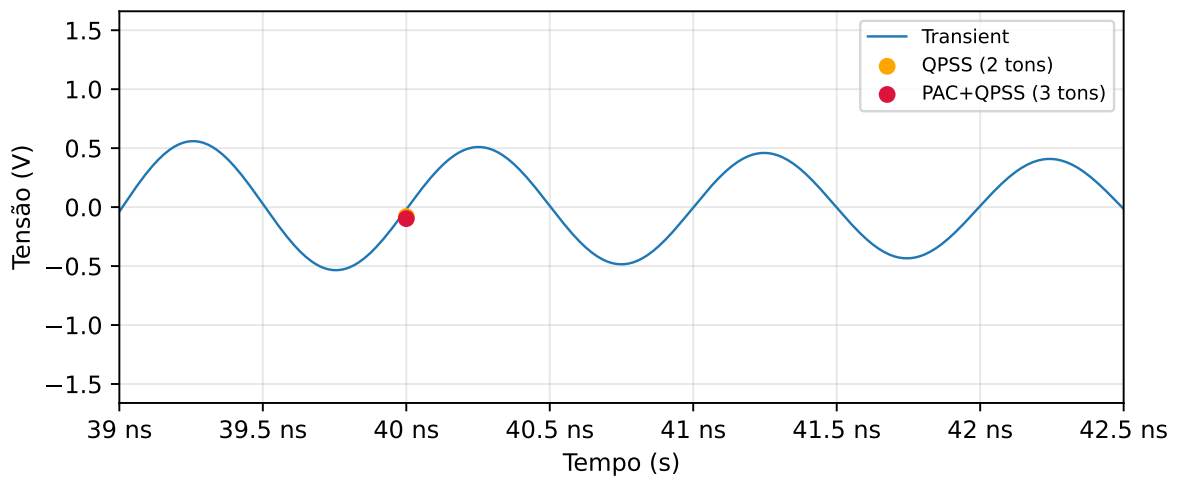
(b) ZOOM

FONTE: Elaborada pelo autor (2025).

Com V_3 aumentado para 0,02 V (FIGURA 18), observa-se discreto crescimento do erro nos picos da envoltória, com $NMSE = 1,646 \times 10^{-1}$. Este aumento no erro é esperado, pois à medida que a amplitude do terceiro tom aumenta, a aproximação linear começa a perder precisão.

FIGURA 18 – CASO 2: $V_1 = 1 \text{ V}$, $V_2 = 0,98 \text{ V}$, $V_3 = 0,02 \text{ V}$.

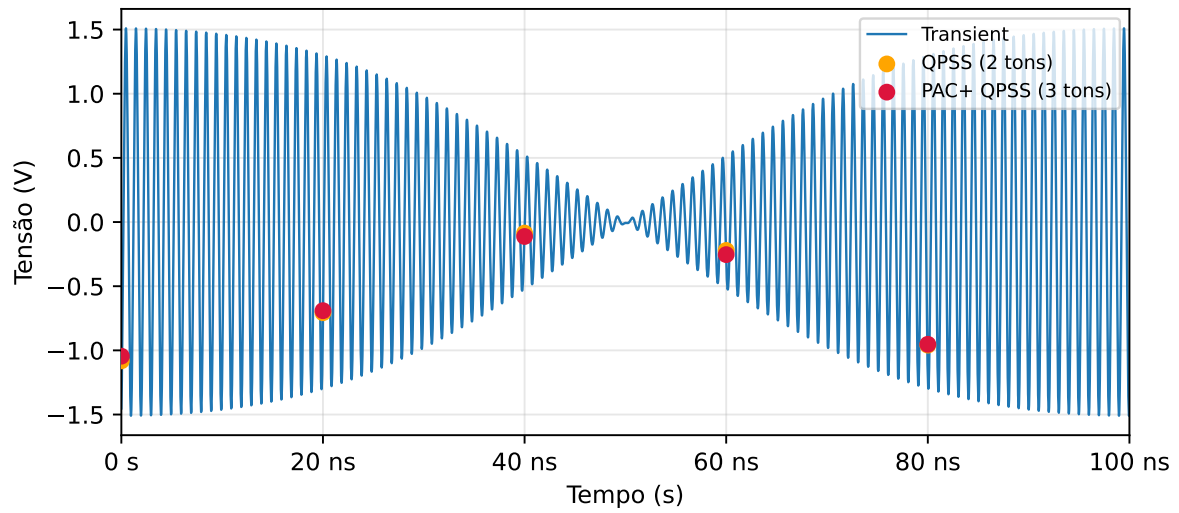
(a) PERÍODO COMPLETO



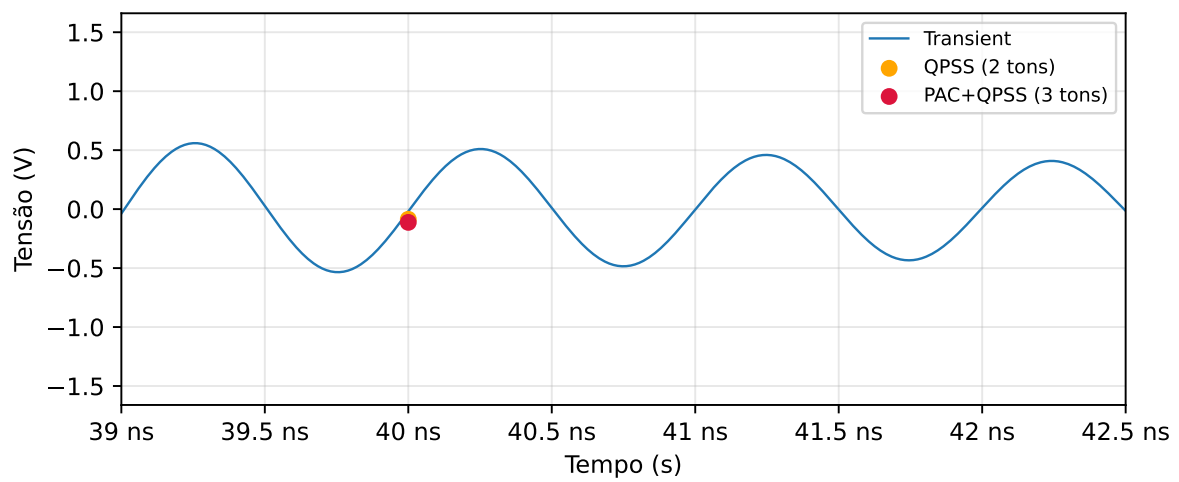
(b) ZOOM

FONTE: Elaborada pelo autor (2025).

Quando V_3 atinge $0,03 \text{ V}$ (FIGURA 19), a discrepância torna-se mais evidente, sobretudo nos extremos da envoltória, com $NMSE = 1,711 \times 10^{-1}$. Isso indica que a hipótese de linearização perde validade à medida que o terceiro tom se aproxima em amplitude dos dois principais.

FIGURA 19 – CASO 3: $V_1 = 1 \text{ V}$, $V_2 = 0,97 \text{ V}$, $V_3 = 0,03 \text{ V}$.

(a) PERÍODO COMPLETO



(b) ZOOM

FONTE: Elaborada pelo autor (2025).

Em síntese, o método combinado QPSS+PAC apresenta excelente desempenho quando o terceiro tom permanece na faixa de 1 % do tom dominante (Caso 1). À medida que esta proporção aumenta (Casos 2 e 3), o erro cresce gradualmente, conforme quantificado na TABELA 2. No entanto, mesmo com $V_3 = 0,03 \text{ V}$ (3 % do tom dominante), o método ainda produz resultados aceitáveis para muitas aplicações práticas.

4.1.4 CONDIÇÕES PARA APLICAÇÃO DO MÉTODO PROPOSTO

A partir das simulações realizadas, foram identificadas as seguintes condições para a aplicação eficaz do método proposto:

- O terceiro tom deve ter amplitude significativamente menor que os dois primeiros tons, idealmente não ultrapassando 3 % da amplitude do tom dominante, para que a linearização seja válida.
- O terceiro tom deve ter relação de periodicidade com pelo menos um dos dois primeiros tons, o que simplifica os cálculos da matriz de condutâncias no circuito linearizado.
- É recomendável que os dois primeiros tons tenham amplitudes comparáveis entre si, para que o QPSS seja aplicado de forma eficiente.

4.2 DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

A partir das simulações realizadas, é possível fazer algumas observações importantes sobre as características dos métodos analisados e da abordagem combinada proposta:

- **QPSS:** Permite impor grandes ou pequenos sinais para cada tom através da escolha adequada do número de harmônicas, mas a precisão dos resultados depende significativamente da amplitude relativa dos tons. Quando um tom tem amplitude muito maior que o outro, deve-se considerar o tom de menor amplitude como pequenos sinais para obter melhores resultados.
- **PAC:** A frequência designada como pequenos ou grandes sinais é menos crítica que no QPSS, apresentando bom desempenho em ambas as configurações testadas, desde que o tom escolhido para pequenos sinais tenha amplitude significativamente menor que o tom de grandes sinais.
- **Linearização em torno do QPSS:** Permite a análise eficiente de circuitos com três tons, onde dois tons têm amplitudes significativas e o terceiro tem amplitude menor. A linearização em torno da solução QPSS é válida quando o terceiro tom tem amplitude significativamente menor que os dois primeiros tons.

A linearização em torno do QPSS oferece um método eficiente para a análise de circuitos não lineares sujeitos a estímulos com múltiplos tons. Esta abordagem tem potencial para aplicações em diversas áreas, como sistemas de comunicação sem fio, amplificadores de potência e circuitos de radiofrequência em geral.

No entanto, é importante ressaltar as limitações do método proposto. Ele só produz resultados precisos quando o terceiro tom tem amplitude significativamente menor que os dois primeiros, e perde precisão quando as amplitudes se tornam comparáveis. Além disso, a abordagem assume que o terceiro tom tem relação de periodicidade com pelo menos um dos dois primeiros tons, o que nem sempre ocorre em situações reais.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho investigou e validou diferentes metodologias de análise para circuitos dinâmicos não lineares sujeitos a múltiplos tons, unificando as abordagens da Análise Periódica de Corrente Alternada (PAC) e da Análise em Regime Permanente Quase Periódico (QPSS).

As simulações realizadas com o circuito teste demonstraram características distintas entre o QPSS e o PAC quanto à imposição de grandes e pequenos sinais. No QPSS, verificou-se que a escolha da frequência a ser considerada como pequenos sinais depende fortemente da amplitude relativa dos tons. Quando um tom apresenta amplitude significativamente maior que o outro, torna-se mais adequado considerar o tom de menor amplitude como pequenos sinais, conforme evidenciado pelos valores de NMSE obtidos nas simulações. No PAC, a frequência designada como pequenos ou grandes sinais mostrou-se menos crítica para a precisão dos resultados, desde que o tom escolhido para pequenos sinais tenha amplitude significativamente menor que o tom de grandes sinais, com ambas configurações testadas apresentando NMSE na ordem de 10^{-4} , indicando excelente concordância com a simulação de transitório.

A principal contribuição deste trabalho foi a proposta de um método que combina o QPSS para análise de dois tons com o PAC para linearização de um terceiro tom. Este método permite a análise eficiente de circuitos com três tons, onde dois tons têm amplitudes significativas e o terceiro tem amplitude menor. As simulações mostraram que o método proposto produz resultados próximos aos da análise de transitório, com NMSE na faixa de $1,5 \times 10^{-1}$ a $1,7 \times 10^{-1}$, desde que o terceiro tom tenha amplitude significativamente menor que os dois primeiros tons, tipicamente abaixo de 3 % do tom dominante.

Para a aplicação eficaz do método proposto, constatou-se que o terceiro tom deve ter amplitude significativamente menor que os dois primeiros tons, para que a linearização seja válida. Adicionalmente, o terceiro tom deve ter relação de periodicidade com pelo menos um dos dois primeiros tons, o que simplifica os cálculos da matriz de condutâncias no circuito linearizado. Recomenda-se também que os dois primeiros tons tenham amplitudes comparáveis entre si, para que o QPSS seja aplicado de forma eficiente.

O método proposto apresenta algumas limitações, sendo válido apenas quando o terceiro tom tem amplitude significativamente menor que os dois primeiros, e perdendo precisão quando as amplitudes se tornam comparáveis.

Apesar dessas limitações, a linearização em torno do QPSS representa uma

contribuição significativa para a análise de circuitos não lineares com múltiplos tons, oferecendo uma alternativa eficiente e precisa para casos onde a análise de transitório seria computacionalmente custosa.

Como sugestões para trabalhos futuros, recomenda-se a validação do método proposto em outras topologias de circuitos não lineares, para avaliar sua robustez. Adicionalmente, a abordagem poderia ser expandida para incluir a presença de um quarto tom em pequenos sinais no circuito já linearizado, investigando os limites da superposição. Por fim, seria relevante o desenvolvimento de técnicas para aplicar a linearização em cenários onde os tons não possuem uma relação de periodicidade clara, o que ampliaria significativamente a aplicabilidade do método.

REFERÊNCIAS

CHEN, J.; FENG, D.; PHILIPS, J.; KUNDERT, K. Simulation and Modeling of Intermodulation Distortion in Communication Circuits. **Cadence Design Systems**, 1999. Disponível em: <https://www.cadence.com/>. Citado 2 vez na página 11.

GHEORGHE, A. G.; CONSTANTINESCU, F. **New Topics in Simulation and Modeling of RF Circuits**. [S. l.]: River Publishers, 2009. Disponível em: https://www.riverpublishers.com/book_details.php?book_id=328. Citado 1 vez na página 18.

KUNDERT, K. S.; WHITE, J.; SANGIOVANNI-VINCENTELLI, A. A Mixed Frequency-Time Approach for Distortion Analysis of Switching Filter Circuits. **IEEE Journal of Solid-State Circuits**, v. 24, n. 2, p. 443–451, 1989. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/14476>. Citado 2 vez na página 14.

MAAS, S. **Nonlinear Microwave and RF Circuits**. [S. l.]: Artech House, 2003. Disponível em: <https://www.artechhouse.com/>. Citado 2 vezes nas páginas 11, 22.

MOURA, D. M. S.; NATALINO, C. G.; LIMA, E. G. Linearização de Circuitos Eletrônicos em Torno de Regime Permanente a Zero, Um e Dois Tons. *In*: SEMICRO-PR. SEMINÁRIOS de Microeletrônica do Paraná (SeMicro). [S. l.: s. n.], 2019. Disponível em: <https://www.ufpr.br/semicro>. Citado 2 vezes nas páginas 14, 22.

SCHUARTZ, L.; SANTOS, E. L.; LEITE, B. R. B. A.; MARIANO, A. A.; LIMA, E. G. Envelope Methods Applied to Simulation of Power Amplifiers with Efficiency Enhancement Techniques. *In*: PROCEEDINGS of the 3rd South Microelectronics Symposium (EMICROSIM). Curitiba, Brazil: [s. n.], 2018. Disponível em: <https://www.emicrosim.org/proceedings/2018>. Citado 1 vez na página 33.

VENDELIN, G. D.; PAVIO, A. M.; RUDOLPH, M.; ROHDE, U. L. **Microwave Circuit Design Using Linear and Non-linear Techniques**. [S. l.]: Wiley, 2021. Disponível em: <https://www.wiley.com/en-us/Microwave+Circuit+Design>. Citado 1 vez na página 11.