

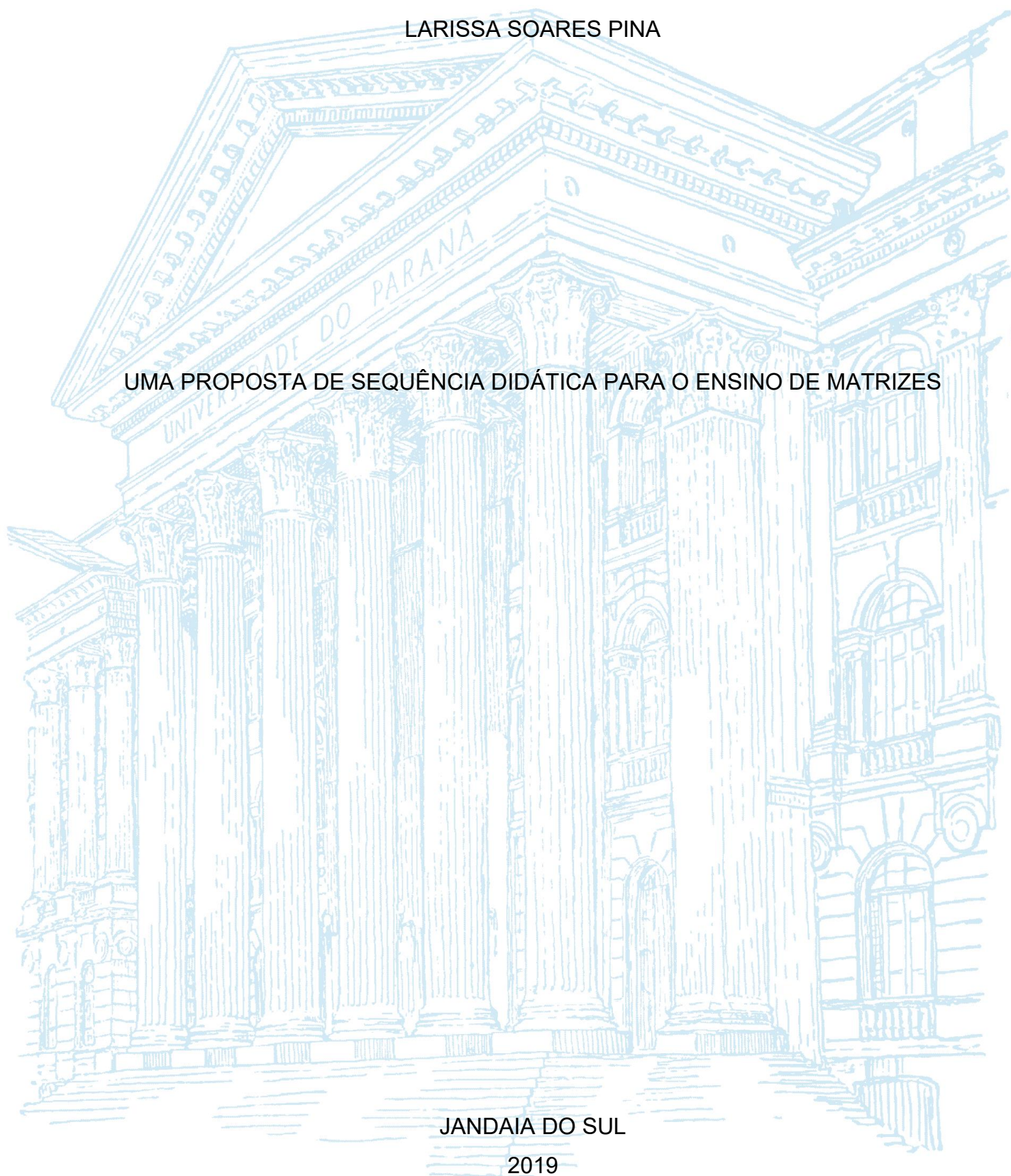
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

LARISSA SOARES PINA

UMA PROPOSTA DE SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O ENSINO DE MATRIZES

JANDAIA DO SUL

2019



LARISSA SOARES PINA

UMA PROPOSTA DE SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O ENSINO DE MATRIZES

Monografia de trabalho de conclusão de curso apresentado na Universidade Federal do Paraná – Campus Avançado em Jandaia do Sul como requisito básico para a conclusão do curso de Licenciatura em Ciências Exatas.

Orientadora: Prof^a. Dra. Janete de Paula Ferrareze Silva.

JANDAIA DO SUL

2019

P614p Pina, Larissa Soares
Uma proposta de sequência didática para o ensino de matrizes. /
Larissa Soares Pina. – Jandaia do Sul, 2019.
75 f.

Orientadora: Profa. Dra. Janete de Paula Ferrareze Silva
Trabalho de Conclusão do Curso (graduação) – Universidade Federal
do Paraná. Campus Jandaia do Sul. Licenciatura em Ciências Exatas.

1. Investigação matemática. 2. Conceito de matriz. 3. Sequência
didática. I. Silva, Janete de Paula Ferrareze. II. Título. III Universidade
Federal do Paraná.

CDD 370.1



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

PARECER Nº 10/2019/UFPR/R/JA/CCLCEX
PROCESSO Nº 23075.083229/2019-11
INTERESSADO: JANETE DE PAULA FERRAREZE SILVA
ASSUNTO: TERMO DE APROVAÇÃO DE TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

TERMO DE APROVAÇÃO DE TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

Título: Uma Proposta de Sequência Didática para o Ensino de Matrizes

Autora: Larissa Soares Pina

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado como requisito parcial para a obtenção do grau no curso de Licenciatura em Ciência Exatas, aprovado pela seguinte banca examinadora.

- Janete de Paula Ferrareze Silva (orientadora)
- Bárbara Cândido Braz (membro)
- Simão Nicolau Stelmastchuk (membro)

Jandaia do Sul, 4 de dezembro de 2019.



Documento assinado eletronicamente por **BARBARA CANDIDO BRAZ, PROFESSOR DO MAGISTERIO SUPERIOR**, em 04/12/2019, às 12:28, conforme art. 1º, III, "b", da Lei 11.419/2006.



Documento assinado eletronicamente por **SIMAO NICOLAU STELMASTCHUK, PROFESSOR DO MAGISTERIO SUPERIOR**, em 04/12/2019, às 12:28, conforme art. 1º, III, "b", da Lei 11.419/2006.



Documento assinado eletronicamente por **JANETE DE PAULA FERRAREZE SILVA, PROFESSOR DO MAGISTERIO SUPERIOR**, em 04/12/2019, às 12:29, conforme art. 1º, III, "b", da Lei 11.419/2006.



A autenticidade do documento pode ser conferida [aqui](#) informando o código verificador **2356154** e o código CRC **3E39D547**.

Dedico esse trabalho “in memoriam” a uma pessoa mais que especial da minha vida, minha tia Vilma, que infelizmente não está mais presente, mas que tenho certeza que aonde estiver estará olhando por nós. Enfim, levarei o teu nome e honrarei até o fim.

AGRADECIMENTOS

É ... chegado ao fim mais um ciclo dessa jornada, foram muitos choros, risadas, felicidade e aprendizado. Sendo assim, dedico este trabalho a todos que fizeram parte desta etapa da minha vida. Agradeço a Deus por ter iluminado o meu caminho, aos meus pais Alcinda e Maurício por terem me propiciado a realização deste sonho e por todo o esforço investido na minha educação.

Aos meus padrinhos, Ilma e Maurício, ao incentivo, apoio e estímulo para enfrentar as barreiras da vida, aos meus primos por serem meus ouvintes no momento que mais precisei e a toda minha família que apesar da distância sempre esteve presente em todos os momentos da minha vida.

Agradeço imensamente ao meu namorado e amigo Matheus, por me proporcionar os melhores momentos da minha vida, por toda paciência, compreensão, carinho e amor. Não posso deixar de agradecer de sua família e que acabou se tornando minha segunda família e grandes apoiadores e incentivadores.

Agradeço também a minha orientadora pelo incentivo e confiança depositada na minha proposta de projeto. Obrigada por me manter motivada durante todo o processo.

Por último, quero agradecer também à Universidade Federal do Paraná – Campus Avançado em Jandaia do Sul, todo o seu corpo docente e aos funcionários.

“Ninguém é tão grande que não possa aprender, nem tão pequeno que não possa ensinar.”

(DESCONHECIDO)

RESUMO

O presente trabalho foi desenvolvido levando-se em consideração a necessidade de se utilizar metodologias que se distanciam de práticas tradicionais nas aulas de Matemática, como alternativa ao ensino tradicional. Essa necessidade se torna evidente ao observarmos os relatos dos alunos sobre suas dificuldades em entender os conteúdos dessa disciplina e também diante do baixo interesse dos mesmos pelas aulas de Matemática. Ao observarmos que muitas vezes o conteúdo de matrizes é apresentado aos alunos de maneira teórica e mecânica, desprendida de fatos da realidade, nosso objetivo foi criar uma Sequência Didática para introduzir o conceito de Matriz de forma contextualizada para que tal conceito tenha significado para o aluno e de modo que ele consiga relacioná-lo a situações problemas do dia a dia. Para a elaboração das questões, buscamos na literatura orientações com respeito às características que tais tarefas precisam ter e quais habilidades elas devem desenvolver nos alunos, de modo a embasar a aprendizagem de Matemática. Após essa pesquisa, organizamos um conjunto de tarefas investigativas para encorajar a interação dos alunos, a participação e trocas de experiências entre eles, por meio das quais eles poderão estabelecer conexão entre a Matemática escolar e o conhecimento da vida cotidiana. Nesse contexto, propomos uma Sequência Didática pautada em uma das Tendências Metodológicas no Ensino da Matemática constantes nas Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica (2008), a Investigação Matemática, pois existem pesquisas que mostram que a fundamentação das atividades nesta tendência proporciona ao aluno o desenvolvimento de seu pensamento matemático e a capacidade de trabalhar de forma autônoma, além de atribuir novos significados ao conceito de Matriz. A partir das atividades realizadas pelos alunos, por meio desta Sequência Didática, esperamos que os mesmos consigam entender a definição formal de Matriz de maneira clara e natural. Além disso, esperamos que a Sequência Didática criada possa contribuir com os professores, demonstrando que podemos trabalhar com outras disciplinas nas aulas de Matemática, por exemplo, Química e Geografia, promovendo assim relações com outras áreas do conhecimento e proporcionando o diálogo em suas aulas, fatores importantes no processo de ensino aprendizagem de Matemática.

Palavras-chave: Investigação Matemática. Conceito de Matriz. Sequência Didática.

ABSTRACT

The present work was developed taking into account the need to use differentiated methodologies in Mathematics classes as an alternative to traditional teaching. This need becomes evident when observing the students reports about their difficulties in understanding the content of this discipline and also in view of their low interest in classes. By observing that often the content of matrices is presented to students in a theoretical and mechanical way, detached from facts of reality, our objective was to create a Didactic Sequence to introduce the Matrix Concept in a contextualized way so that this concept has meaning for the student and so that he can apply it in problem situations of everyday life. they should develop in students in order to facilitate the learning of Mathematics. After this research, we organized a set of investigative tasks to encourage the interaction of students, participation and exchanges of experiences between them, through which they can establish a connection between school mathematics and knowledge of life Every day. In this context, we propose a Didactic Sequence based on one of the Methodological Trends in the Teaching of Mathematics contained in the National Curriculum Guidelines for Basic Education (2008), Mathematical Research, because we believe that the foundation of the activities in this trend provides the student with the development of his mathematical thinking and the ability to work autonomously, in addition to attributing new meanings to the Matrix Concept. From the activities carried out by the students, through this Didactic Sequence, we hope that they will be able to understand the formal definition of Matrix in a clear and natural way. In addition, we hope that the Didactic Sequence created can contribute to teachers, promoting interdisciplinarity and dialogue in their classes, important factors in the process of teaching and learning Mathematics.

Keywords: Mathematical Research. Matrix Concept. Didactic Sequence.

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - DIFERENÇA ENTRE O EXERCÍCIO MATEMÁTICO E PROBLEMA MATEMÁTICO.	21
Quadro 2 - DIAGRAMA DOS AMBIENTES DE APRENDIZAGEM.	22
Quadro 3 - PAPEL DO PROFESSOR.	27
Quadro 4 - MOMENTOS NA REALIZAÇÃO DE UMA INVESTIGAÇÃO.	28
Quadro 5 - DISSERTAÇÕES DO PROFMAT.	30
Quadro 6 - ARTIGOS DA REVISTA SBM.	32
Quadro 7 - DIAGRAMA DOS BLOCOS.	37
Quadro 8 - MOMENTOS DA INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA.	37

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - ESQUEMA DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA	25
Figura 2 - DIÁLOGO DE VIAGENS.....	44
Figura 3 - GOOGLE EARTH.	44
Figura 4 - PRIMEIRA REPRESENTAÇÃO (MAPA).	46
Figura 5 - FINALIZAÇÃO DO MAPA	46
Figura 6 - EXEMPLO A SER SEGUIDO.	47
Figura 7 - SEGUNDA REPRESENTAÇÃO (TABELA).	48
Figura 8 - TERCEIRA REPRESENTAÇÃO (MATRIZ).	48
Figura 9 - OS TRÊS REGITROS DE REPRESENTAÇÃO.....	49
Figura 10 - ANÁLISE DOS DADOS	50
Figura 11 - TESTE E REFORMULAÇÃO DE CONJECTURA.....	50
Figura 12 - JUSTIFICAÇÃO E AVALIAÇÃO.....	51
Figura 13 - RECONHECIMENTO DAS CARACTERÍSTICA DE UMA MATRIZ.	52
Figura 14 - DEFINIÇÃO DE MATRIZ.	52
Figura 15 - TABELA PERIÓDICA.....	53
Figura 16 - ORGANIZAÇÃO DE INFORMAÇÕES.	54
Figura 17 - FIXAÇÃO DO CONCEITO DE MATRIZ.	55

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	11
CAPÍTULO 1	15
1.1 TAREFAS E INVESTIGAÇÃO NO ENSINO DA MATEMÁTICA	16
1.2 SEQUÊNCIA DIDÁTICA COMO RECURSO METODOLÓGICO	24
1.3 INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA	25
CAPÍTULO 2	29
2.1 LEVANTAMENTO BIBLIOGRÁFICO	30
CAPÍTULO 3	34
3.1 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS	35
3.2 DIAGNÓSTICO DO LIVRO DIDÁTICO.	38
3.3 RELATO SOBRE O PROCESSO DE CRIAÇÃO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA...39	
3.4 APRESENTAÇÃO DA SEQUÊNCIA DE TAREFAS DE INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA.....	42
3.5 RELATO DA APLICAÇÃO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA.....	56
CONSIDERAÇÕES FINAIS	59
APÊNDICE A – ROTEIRO SIMPLIFICADO PARA SEQUÊNCIA DIDÁTICA.....	64
APÊNDICE B – APRESENTAÇÃO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA (FIGURAS)	66
APÊNDICE C - QUESTÕES DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA.....	72
APÊNDICE D – OS TRÊS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO	75

INTRODUÇÃO

O presente trabalho visa oferecer um produto educacional para o ensino de uma das ciências que serve como base para toda nossa vida e é fundamental em nosso cotidiano e em nossa sociedade, a Matemática. Essa proposta procura mostrar que é possível trazer para sala de aula as experiências e conhecimentos com significação clara de nossa realidade. A ideia que permeia esse trabalho envolve o desenvolvimento da capacidade de fazer descoberta e compreender o mundo em todos os seus aspectos, articulando as atividades práticas do cotidiano com as atividades escolares e, assim, mostrando a importância da Matemática num mundo globalizado.

Algumas práticas utilizadas no ensino de Matemática revelam a concepção de que é possível aprendê-la por meio de um processo de transmissão de conhecimento, e mais ainda, de que a resolução de problemas se reduz a procedimentos determinados pelo professor. Isso se deve ao fato de que durante muito tempo o Ensino de Matemática baseou-se na tradicional aula expositiva, na qual o professor reproduz para a lousa um resumo daquilo que considera importante e suficiente para que ocorra o processo de ensino aprendizagem. Nesse modelo de ensino, o aluno apenas faz cópia dos conteúdos e tenta resolver atividades que não passam de uma reprodução daquilo que o professor resolveu no quadro. Contrapondo esse modelo, consideramos que para a existência de um processo de ensino aprendizagem de boa qualidade deve-se adaptar estratégias metodológicas diferenciadas e que sejam atrativas, possibilitando dessa forma uma melhoria na aprendizagem dos educandos, e é nessa perspectiva que elaboramos esse trabalho.

Apesar de, em alguns momentos, parecer estarmos distantes da visão de Ensino de Matemática mencionada acima, infelizmente não estamos, e pude perceber isso em uma das minhas experiências vivenciadas na escola, a qual motivou o desenvolvimento deste trabalho. O interesse pelo tema escolhido surgiu a partir da experiência do Estágio Supervisionado em Matemática - Observação, em uma turma do segundo ano do Ensino Médio de uma escola pública da cidade de Jandaia do Sul/PR. Nesta experiência pude vivenciar uma aula baseada apenas na resolução de exercícios repetitivos sobre o conceito de Matriz. Em paralelo ao estágio, estava cursando a disciplina de Modelagem Matemática na qual a professora havia realizado

conosco uma atividade para ensinar Matriz utilizando Investigação e Modelagem Matemática. Sob essa visão, surgiu o desejo de desenvolver uma sequência didática que abordasse o conceito de Matriz de forma não tradicional, conteúdo este que compõe o currículo do Ensino Médio que por sua vez, vem sofrendo modificações quanto ao modo de se ensinar Matemática.

Nesse sentido, o objetivo do trabalho foi construir uma Sequência Didática Investigativa, a fim de fornecer a professores e alunos um recurso educacional para se estudar o conceito de Matriz de forma significativa a partir de elementos do cotidiano e que seja capaz de desenvolver o pensamento crítico por meio da Investigação Matemática. Além disso, o trabalho visa auxiliar o professor no processo de ensino aprendizagem desse conceito, contribuindo com as orientações necessária para conduzir o desenvolvimento da Sequência Didática.

Acreditamos que o processo de ensino aprendizagem de Matemática pode ser facilitado por sequências didáticas que despertem a autonomia dos alunos em seus estudos e que propiciem a eles um aprendizado significativo, por meio da relação com outras disciplinas e da contextualização dos conceitos a serem estudados, no nosso caso o de Matriz. Dessa forma, para a elaboração de uma Sequência Didática que contemplasse tais características, realizamos uma pesquisa teórica de forma investigativa e qualitativa envolvendo o conceito de Matriz no cotidiano e na sociedade. A partir daí, criamos uma Sequência Didática para se trabalhar esse conceito de forma contextualizada e interdisciplinar.

Durante todo o processo de elaboração das tarefas, levou-se em consideração a necessidade da criação de uma Sequência Didática que se apoie tanto nas práticas vivenciadas pelo professor quanto nas práticas vivenciadas pelo aluno. Além disso, pretendemos que a sequência promova uma interação e troca de experiências entre professor e aluno, de modo que essa troca favoreça o processo de ensino aprendizagem. Para tanto, a proposta foi fundamentada em uma Tendência Metodológica no Ensino da Matemática constante nas Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica, a Investigação Matemática, a qual proporciona um ambiente convidativo ao diálogo entre os indivíduos envolvidos e tem potencial para tornar a aula mais atrativa, conquistando dessa forma o interesse do aluno pelo conceito de Matriz.

Acreditamos que a escolha desta tendência pode enriquecer o trabalho do professor e também despertar no aluno, por meio de situações vivenciadas no seu

cotidiano, o prazer e o interesse pelas atividades práticas e teóricas do conceito de Matriz. Dentre essas atividades, destacamos aquelas envolvendo situações tanto do convívio escolar quanto social, por exemplo, trajetos entre estados e distribuição de elementos químicos na tabela periódica, os quais foram contemplados nas tarefas propostas pela Sequência Didática. O foco destas tarefas é a contextualização de questões rotineiras envolvendo a temática de Matriz, explorando visualização e interpretação gráfica, entre outras, com a intenção de que os alunos possam compreender e assimilar o conceito de Matriz e sua utilização na vida real. Ao introduzir tal conteúdo, pretendemos que os alunos percebam sua aplicação na organização de informações em forma de tabelas.

Diante dos objetivos a serem cumpridos, estruturamos o trabalho em três capítulos, além deste introdutório e das considerações finais. O trabalho conta ainda com alguns anexos onde disponibilizamos os arquivos a serem utilizados para aplicação da Sequência Didática.

O primeiro capítulo é dedicado à fundamentação teórica do trabalho e é constituído por três seções. A primeira seção traz a visão de alguns autores sobre a importância das tarefas e atividades investigativas no Ensino de Matemática. A segunda seção apresenta referências de como podemos organizar uma Sequência Didática, de forma que ela seja um recurso metodológico facilitador da ação do professor em sala de aula. A terceira seção fala sobre a Investigação Matemática, e nela procuramos apresentar a visão de alguns autores sobre o papel do professor e os momentos a serem seguidos na Investigação Matemática.

O segundo capítulo contém uma revisão bibliográfica, na qual apresentamos um levantamento sobre trabalhos e sequências didáticas que abordam o ensino de Matriz. O intuito deste levantamento foi de nos inteirarmos dos trabalhos publicados sobre esse assunto na área da Matemática e da Educação Matemática.

O terceiro capítulo apresenta os procedimentos metodológicos que nortearam a produção dessa pesquisa. Além da descrição da metodologia seguida na execução do trabalho, ele contempla o diagnóstico de um capítulo do livro didático de Matemática, utilizado na segunda série do Ensino Médio nas escolas de Jandaia do Sul. Neste capítulo apresentamos também a Sequência Didática criada. Iniciamos com um relato sobre o processo de elaboração da Sequência Didática, onde destacamos alguns dos pontos que consideramos essenciais para tal elaboração e algumas dificuldades encontradas durante seu processo de construção. Em seguida,

por meio de um roteiro, apresentamos a Sequência Didática juntamente com orientações e sugestões para aplicação da mesma por outros professores. Por último, trazemos neste capítulo, um relato de experiência sobre a aplicação da Sequência Didática, onde o intuito foi verificar se as tarefas foram propostas de forma clara, simples e sem ambiguidades.

Por último, apresentamos as considerações finais, em que procuramos descrever, de acordo com nossa visão, de que forma os resultados alcançados por este trabalho podem contribuir para que os alunos se sintam motivados a estudar Matemática, mais especificamente o conceito de Matriz. Procuramos apresentar também os benefícios que trabalhos dessa natureza trazem para os professores de Matemática do ensino básico, e sobretudo, os benefícios que ele trouxe para a minha formação docente. Finalmente, apresentamos as referências utilizadas no trabalho.

CAPÍTULO 1

Este capítulo é destinado à fundamentação teórica que embasa a pesquisa realizada. A fim de estruturar os principais elementos que julgamos necessário na organização do processo de ensino aprendizagem, esse capítulo se organiza em três seções.

1.1 TAREFAS E INVESTIGAÇÃO NO ENSINO DA MATEMÁTICA

A prática de tarefas no processo de ensino aprendizagem de Matemática é fundamental, pois é por meio delas que o indivíduo irá exercitar e desenvolver as habilidades necessárias para se aprender Matemática. Apenas com tarefas bem elaboradas e bem escolhidas é que se poderá elaborar e exercitar o conhecimento matemático. Nesse sentido, cabe destacar que a proposta deste trabalho é oferecer aos professores e estudantes de Matemática um conjunto de tarefas em forma de Sequência Didática, com o intuito de se trabalhar a introdução do conceito de Matriz de maneira diferenciada quando comparada ao método tradicional.

Ao se falar em tarefas, é preciso desmistificá-las como forma de castigo e passar a apresentá-las como um ambiente para introduzir, ensinar, sistematizar e institucionalizar conceitos matemáticos. Por meio delas os estudantes poderão praticar aquilo que aprenderam em sala de aula, ou até mesmo verificar se realmente compreenderam o que foi transmitido pelo professor. Para que a tarefa não seja vista como uma forma de punição ou simplesmente de ocupar os alunos por certo tempo, é necessário que pais, professores e alunos entendam que a tarefa:

Representa uma oportunidade de autoaprendizagem, autoconhecimento, de reflexão, expressão e crescimento pessoal do aluno. Para isto, é necessário repensar duas crenças arraigadas: a de que a tarefa de casa tem como objetivo que o aluno aprenda o que foi trabalhado em classe, fazendo exercícios repetitivos e mecânicos, ou seja, que aprendemos pela repetição; e a crença de que a obrigatoriedade da lição diária gera, por si só, a responsabilidade e o hábito de estudo. (ROMANO, 2008, s/p.).

Certamente as tarefas representam um papel fundamental em um ensino que valoriza o papel ativo do aluno na aprendizagem, visto que elas são o elemento organizador da atividade de quem aprende por meio de aprendizagem com significado. Ao se falar em tarefas e atividades, observamos em Ponte (2005) que apesar de muitas vezes utilizarmos esses conceitos como sinônimos, alguns autores relatam a diferença entre os mesmos, dessa forma, achamos interessante trazer a visão de alguns deles sobre esses dois conceitos.

A noção de atividade desempenha um papel fundamental na teoria educacional designada precisamente pela teoria da atividade, elaborada por Levy S. Vygotsky e P. Ya. Galperin e descrita em referência à aprendizagem da Matemática

por Christiansen e Walther (1986). Esta teoria distingue claramente entre atividade e tarefa:

A atividade humana realiza-se através de um sistema de ações, que são processos dirigidos para objetivos causados pelo motivo da atividade. A atividade é realizada através destas ações, que podem ser vistas como as suas componentes. A atividade existe apenas nas ações, mas atividade e ações são entidades diferentes. Por isso, uma ação específica pode servir para realizar diferentes atividades, e a mesma atividade pode dar origem a diferentes objetivos e desse modo iniciar diferentes ações... Uma tarefa é então... o objetivo de uma ação. (CHRISTIANSEN; WALTHER, 1986, p. 255-256).

Segundo os autores Christiansen & Walther (1986) o tema tarefa e atividade tem desempenhado um papel importante no desenvolvimento da Educação Matemática das últimas décadas e na história do Ensino da Matemática.

As tarefas em si mesmas não contêm conceitos ou estruturas Matemáticas. E atividade às cegas numa tarefa não assegura a aprendizagem que se pretende. A tarefa é interpretada sob a influência de muitos fatores e a atividade é condicionada pelas ações do professor, que são, uma vez mais, feitas e interpretadas sob a influência de atitudes e concepções do professor e do aluno respectivamente. (CHRISTIANSEN; WALTHER, 1986, p. 8)".

Por esse motivo, torna-se cada vez mais necessário elaborar tarefas que contribuam com o desenvolvimento da autonomia dos alunos, colocando-os em constante atividade, pois percebemos a partir das citações acima que a aprendizagem resulta da atividade e o mais determinante são sempre as atitudes e concepções dos atores envolvidos.

Também assumindo a distinção entre tarefa e atividade, estão as Normas Profissionais para o Ensino da Matemática (NCTM, 1991/1994), o qual é um documento de grande importância, empenhado na concretização de orientação curricular para o Ensino da Matemática. Nele conceitua-se que:

As tarefas são os projetos, questões, problemas, construções, aplicações, e exercícios em que os alunos se envolvem. Elas fornecem os contextos intelectuais para o desenvolvimento matemático dos alunos (p. 20).

Afinal, uma atividade corresponde a uma ou mais tarefas realizadas no quadro de certa situação, isto é, entende-se por atividade escolar o conceito de atividades educativas que se baseiam na criação de situações de aprendizagem pelo professor.

Elas possuem o intuito de elevar a possibilidade de que os alunos tenham contato com experiências que os permitam atingir os objetivos educacionais. É pela sua atividade e pela sua reflexão sobre essa atividade que o aluno aprende, mas é importante ter presente que esta depende de dois elementos igualmente importantes: a tarefa proposta e as ações realizadas pelo professor na condução da tarefa.

Ponte, Brocardo e Oliveira (2013, p. 23) falam sobre uma “atividade de ensino aprendizagem”, em que investigar “significa, tão só, que formulamos questões que nos interessam, para as quais não temos resposta pronta, e procuramos essa resposta de modo tanto possível fundamentado e rigoroso”. Ao mesmo tempo, Brocardo (2001) trata como “atividade Matemática” e compara com “resolução e formulação de problemas”, sinalizando sua inclusão no currículo como uma abordagem pedagógica.

Além das orientações já apresentadas, acreditamos que as tarefas de Matemática devem ser compostas por questões que tenham o potencial de manifestar no aluno a capacidade de questionar, investigar, despertar o raciocínio lógico e desenvolver atitudes mentais diante dos cálculos algébricos, numéricos, geométricos e entre outros. Enfim, essas tarefas devem tornar os alunos mais participativos durante o processo de ensino aprendizagem de Matemática, para que assim eles possam realizar atividades que tornam mais efetivo o seu aprendizado. Nesse sentido, para que pudéssemos apresentar uma Sequência Didática composta por tarefas que abarcam tais características e que visa introduzir conceito de Matriz, buscamos orientações em algumas referências, as quais descrevemos a seguir.

Ponte (2014) na 1ª edição de seu livro “Práticas Profissionais dos Professores de Matemática” fala sobre alguns pontos elencados no NCPM, 1991/1994, documento já citado anteriormente neste trabalho, o qual foi produzido nos Estados Unidos e é equivalente aos Parâmetros Curriculares Nacionais produzidos no Brasil. Este documento apresenta um conjunto de normas que apontam a necessidade de mudanças na abordagem da Matemática, de modo que seu ensino desenvolva a cultura e o poder matemático em todos os alunos. Essa comissão foi encarregada de produzir um conjunto de normas que promovessem uma perspectiva em relação ao Ensino da Matemática, à avaliação do Ensino da Matemática e ao envolvimento profissional dos professores de Matemática. Ainda em seu livro, Ponte indica que o professor de Matemática deve colocar tarefa aos alunos que sejam baseadas:

- Em Matemática correta e significativa;

- No conhecimento das compreensões, interesses e experiências dos alunos;
- No conhecimento das diversas maneiras como diferentes alunos aprendem matemática.

Tendo em vista esses três pontos indicados no NCTM (1991/1994, consideramos que uma Matemática correta e com significado se baseia em adquirir novos conhecimentos, relacionando-os com o conhecimento prévio que o aluno possui. Esses conhecimentos prévios do aluno possibilitam a relação do aluno com o que será ensinado e deve ser aproveitado pelo professor, no decorrer do processo de aprendizagem com significado.

Salientamos que diferentes alunos aprendem matemática por diversas maneiras: motivação, interesse, habilidade de compartilhar experiências e de interagir em diferentes contextos sociais. Dessa forma, buscou-se na Investigação Matemática elementos que contribuíssem para a elaboração de tarefas significativas e contextualizadas, utilizando-se situações consideradas relevantes para introduzir o conceito de Matriz, não dispensando o conhecimento prévio do aluno nas representações utilizadas (Mapa, Tabela e Matriz). Em seu livro, já citado anteriormente, Ponte (2014) aponta que as tarefas a se propor devem satisfazer algumas características, as quais procuramos abarcar na Sequência Didática. São elas:

- Envolver os alunos em atividades intelectuais.
- Desenvolver as compreensões e capacidades Matemáticas dos alunos.
- Estimular os alunos a fazer ligações e a desenvolver um quadro coerente de ideias Matemáticas.
- Exigir a formulação e resolução de problemas e o raciocínio matemático.
- Promover a comunicação acerca da Matemática.
- Representar a Matemática como uma atividade humana em constante desenvolvimento.
- Mostrar sensibilidade e apoiar-se nas experiências e disposições dos alunos.
- Promover o desenvolvimento da disposição de todos os alunos para fazer Matemática.

Após considerar todas essas características, importantes para a elaboração de boas tarefas para o Ensino de Matemática, passaremos a falar um pouco sobre os diferentes tipos de tarefas que podemos encontrar, a partir da visão de alguns autores.

Para melhorar o desempenho dos alunos na resolução de tarefas, Ponte (2005) considera duas dimensões fundamentais das mesmas: o grau de desafio matemático, que depende da percepção da dificuldade da questão em aspecto (reduzido/elevado), e o grau de estrutura em pólos (aberto/fechado). Numa tarefa fechada é claramente dito o que é dado e pedido enquanto que uma tarefa aberta comporta alguma indeterminação pelo menos em um dos aspectos, obtendo-se assim quatro tipos de tarefa:

- As tarefas de natureza mais fechada e desafio reduzido (exercícios, problemas), as quais são importantes para o desenvolvimento do raciocínio matemático nos alunos, uma vez que este raciocínio se baseia numa relação estreita e rigorosa entre os dados e resultados.
- As tarefas abertas de natureza mais acessível (explorações, exercícios), as quais possibilitam a todos os alunos um elevado grau de sucesso, contribuindo para o desenvolvimento de sua autoconfiança.
- As tarefas abertas de natureza desafiante (investigações, problemas), as quais são indispensáveis para que os alunos tenham uma efetiva experiência Matemática.
- As tarefas de cunho mais aberto, as quais são essenciais para o desenvolvimento de certas capacidades nos alunos, como autonomia, capacidade de lidar com situações complexas, etc.

Este autor aponta ainda as tarefas de longa duração, por exemplo os projetos, que podem ser muito ricos em aprendizagem, porém corre-se o risco de os alunos dispersarem.

Ainda dentro do contexto da tarefa, o autor considera uma distinção entre as mesmas: as tarefas enquadradas num contexto de realidade e as tarefas formuladas em termos puramente matemáticos. Em relação à essa distinção, percebe-se que, “esses tipos de tarefas são de características muito importantes no papel de ensino aprendizagem de Matemática, e por esse motivo, não podemos restringir ao uso de apenas um deles. Neste sentido, para entender um pouco além dessas essências iremos apresentar alguns autores que têm procurado desenvolver tipologias de tarefas e discutidos o modo de trabalhá-las na sala de aula.

Uma primeira distinção básica é feita por George Pólya (1945-2003), entre exercício e problema. Segundo o autor, o ensino tradicional é muito marcado pelo exercício, o qual é usado para fixação do conteúdo para o aluno. Já o conceito de problema entende-se como qualquer situação em que se exige uma busca de estratégias que tornem possível sua solução. Para esse autor, esta segunda metodologia de ensino contribui para que os alunos possam desenvolver estrutura cognitiva, pois considera que na resolução de problemas eles precisam passar por quatro etapas fundamentais que são compreender o enunciado, planejar a resolução, resolver o problema e verificar a solução. Apesar de não nos aprofundarmos na teoria da Resolução de Problemas, decidimos apontar esses elementos no trabalho devido à importância dos mesmos no ensino de Matemática, pois assim como indicado pelo autor, consideramos que na realização de qualquer tarefa os alunos precisam ler com atenção os problemas propostos pelo professor, se necessário mais de uma vez para compreender o significado de cada termo utilizado, definir uma estratégia de resolução e verificar o resultado obtido dentro da situação problema proposta.

Outra visão sobre exercício e problema é apresentada pelos autores Guérios e Souto (2017), os quais elencam diferenças entre Problema matemático e Exercício matemático, conforme mostra o Quadro 1.

Quadro 1 - DIFERENÇA ENTRE O EXERCÍCIO MATEMÁTICO E PROBLEMA MATEMÁTICO.

	Definição	Objetivo	Encaminhamentos Metodológicos	Avaliação
Exercício Matemático	Situação em que o aluno se depara e já sabe como resolver, pois já conhece o modelo de resolução.	Aplicar o conceito aprendido e/ou treinar um determinado procedimento	Atividade de fixação, proposta após a explanação do conteúdo.	Ênfase no resultado final, ou seja, na resposta dada ao problema.
Problema matemático	Situação nova para o aluno e para a qual não possui uma resposta imediata.	Propiciar ao aluno momentos para conjecturar, elaborar estratégias e testar hipóteses na busca da solução de um dado problema.	Ponto de partida para trabalhar novos conceitos, estabelecer relações com os conhecimentos anteriores do aluno.	Valorização do processo da resolução de problemas.

FONTE: Guérios e Souto (2017, p. 6).

Tendo em vista as diferenças entre os tipos de tarefas, a escolha do professor é que vai determinar as atividades que serão desenvolvidas pelos alunos. O professor

tem a autonomia de propor as tarefas mais adequadas para sua turma, pois conhece a realidade e necessidades de seus alunos. Ele deve analisar e distinguir em que momento as tarefas devem ser propostas em forma de exercícios e em que momentos elas devem ser propostas em forma de problemas.

Para entender melhor o desenvolvimento dos diferentes tipos de tarefas em sala de aula, o autor Ole Skovsmose nos possibilita pensar sobre as diversas formas que uma aula de Matemática pode ser organizada. Neste sentido, Skovsmose (2008) elaborou uma distinção entre dois tipos de organização das aulas de Matemática, que são elas: o paradigma do exercício e os cenários para investigação.

Isto posto, o paradigma do exercício é quando existe uma, e somente uma, resposta certa para o exercício, assim se encaixando no que se entende por educação matemática tradicional que utiliza o exercício de forma decisiva para a aprendizagem. Para tais exercícios, existe uma única resposta certa, excluindo a possibilidade de os alunos discutirem sobre a resolução dos exercícios e dificultando a visibilidade da aplicação no cotidiano.

Em confrontação Skovsmose (2007) busca discorrer sobre as possibilidades de ambientes de aprendizagem nas aulas de Matemática e elabora então o conceito de cenários para investigação. Nesses cenários, a investigação proporciona uma maior aproximação entre os educadores e educandos, passando a melhorar as interações e criando diálogos, constituindo assim, um caminho propício para o ensino aprendizagem, não estando presentes aqueles aspectos de medo dos alunos, o autoritarismo do professor e aquela necessidade de apenas o professor falar e os alunos terem que dar apenas respostas únicas e certas.

Mesmo sendo um ótimo ambiente para se promover discussões matemáticas entre alunos e professor, precisamos ter em mente que um cenário de investigação não se enquadra em todos os momentos e em todas as turmas, pois cada turma tem suas características específicas. Nessa perspectiva, Skovsmose (2008) estabelece uma relação entre alguns cenários de investigação e o paradigma do exercício. Ele acabou definindo que existem nove ambientes de aprendizagem nos quais professor e aluno podem se encaixar. Explicitamos esses ambientes no quadro a seguir:

Quadro 2 - DIAGRAMA DOS AMBIENTES DE APRENDIZAGEM.

	Exercícios	Cenários para investigação
Referências à Matemática pura	(1)	(2)

Referência à semi realidade	(3)	(4)
Referência à realidade	(5)	(6)

FONTE: Skovsmose (2008, p.23).

Para que esses ambientes de aprendizagem possam acontecer em sala de aula, foram elencadas algumas ações, categorizadas como papel do professor, as quais o mesmo deve tomar para que as discussões sejam mais produtivas em sala de aula. Nesse sentido, Ponte, Brocardo e Oliveira (2009, p. 23) afirmam que o papel do professor nas aulas de investigação é fazer com que o aluno possa “[...] agir como um matemático, não só na formulação de questões e conjecturas e na realização de provas e refutações, mas também na apresentação de resultados e na discussão e argumentação com seus colegas e o professor”. Dessa forma, torna-se possível perceber a existência de diferentes caminhos e estratégias, explorar todas as possibilidades de resolução e avaliar o que é relevante para a tarefa proposta, proporcionando, dessa forma, a construção e a apropriação de noções, ideias e conceitos matemáticos.

Nesse cenário, o professor deve ser um orientador do processo, elaborando atividades que valorizam o potencial do aluno, que sejam bem planejadas e que ofereça desafio ao aluno. Nesse modelo de atividade o professor tem um papel decisivo no processo de ensino aprendizagem, sendo capaz de propor aos alunos uma diversidade de tarefas de modo a atingir os diversos objetivos curriculares. Além disso, em diversos momentos, enquanto os alunos trabalham na tarefa proposta, é necessário o diálogo entre o professor e os mesmos, e no final cabe ao docente conduzir a discussão coletiva.

Devemos considerar também, que ao realizar uma tarefa o aluno pode se deparar com algumas dificuldades, por exemplo, dificuldade significativa na compreensão ao raciocinar e desenvolver atividades Matemática entre outras. O professor ao observar o aluno com dificuldade pode auxiliá-lo por meio de atendimento individual, levando-o à construção de seu conhecimento e dando-lhe a oportunidade de desenvolver suas potencialidades.

1.2 SEQUÊNCIA DIDÁTICA COMO RECURSO METODOLÓGICO

Até o presente momento, pudemos perceber que existem muitas variáveis associadas ao processo de ensino aprendizagem que podem influenciar no sucesso do mesmo, e como bem sabemos, a Matemática desde muito tempo é vista como uma disciplina de difícil entendimento para muitos alunos, seja devido à complexidade de alguns conteúdos, à maneira como ela é abordada, ou ainda à metodologia que o professor utiliza em sala de aula. Dessa forma, a proposta deste trabalho é apresentar um recurso que visa facilitar a ação do professor por meio de uma Sequência Didática, mostrando que é possível introduzir e ensinar o conceito de Matriz de forma natural e baseada em exemplos contextualizados, o que permite ao aluno um aprendizado com significado a partir da aplicação desse conceito em situações de seu cotidiano. Nesse sentido, para que pudéssemos obter um melhor entendimento sobre como deve ser a proposta de Sequência Didática, escolhemos autores que apontam como as mesmas podem ser organizadas.

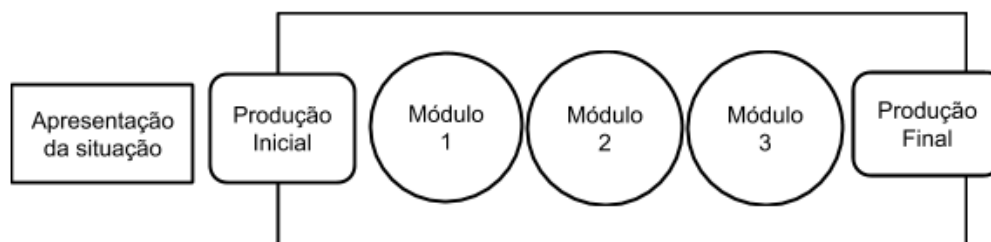
A Sequência Didática é uma metodologia de ensino que surgiu a partir dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) e tem tido aceitação por docentes de várias disciplinas da escola regular. A Sequência Didática é um conjunto de atividades, estratégias e intervenções, planejadas etapa por etapa pelo docente, para que o entendimento do conteúdo ou tema proposto seja alcançado pelos discentes (KOBASHIGAWA et al., 2008). Podendo ser comparado com um plano de aula, entretanto é mais amplo que este por abordar várias estratégias de ensino aprendizagem.

Para contemplar todas essas características e métodos de ensino de forma equilibrada, buscamos desenvolver uma Sequência Didática, a qual pudesse ser realizada pelos alunos de forma ordenada e autônoma. Procuramos nos fundamentar nos autores Dolz, Noverraz e Schneuwly (2004) que apresentam a metodologia da Sequência Didática como:

um conjunto de atividades escolares organizadas, de maneira sistemática, em torno de um gênero textual oral ou escrito (DOLZ, NOVERRAZ E SCHNEUWLY, 2004, p. 97).

Vejamos na figura a seguir a estrutura de base de uma Sequência Didática proposta por esses autores, conforme a Figura 1.

Figura 1 - ESQUEMA DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA



FONTE: Dolz; Noverraz; Schneuwly (2004, p.97).

De acordo com o diagrama acima, podemos ter uma representação sistemática de como ocorrerá a Sequência Didática e tendo como base os passos apresentados por ele, procuramos elaborar uma Sequência Didática composta por questões que visam introduzir o conteúdo de Matriz de forma contextualizada, para que os alunos percebam sua aplicação a partir de alguns exemplos, e dessa forma, possam utilizá-los para entender melhor a formalização deste conceito.

Procuramos por meio da Sequência Didática propor algo que fosse cativante e que ao mesmo despertasse a curiosidade dos alunos. Nesse sentido, com o intuito de enriquecer a proposta e mostrar que é possível introduzir um conceito novo contando com a participação ativa dos alunos, buscamos fundamentação na Investigação Matemática, uma das Tendências Metodológicas no Ensino da Matemática.

1.3 INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA

A tendência Investigação Matemática, propõe um trabalho em que os alunos são estimulados a interagirem entre eles e com o professor. As tarefas propostas pelo professor são investigativas e desafiadoras a partir do interesse do próprio aluno, isto é, a Investigação Matemática propõe uma forma diferente de ensino em que exista um envolvimento ativo dos alunos em sala de aula, os quais deixam de ser meros receptores de informações.

Na disciplina de Matemática, como qualquer outra disciplina escolar, o envolvimento ativo do aluno é uma condição fundamental da aprendizagem. O aluno aprende quando mobiliza os seus recursos cognitivos e afetivos com vista a atingir um objetivo. Esse é, precisamente, um dos aspectos fortes da investigação [...] (PONTE; BROCARDO E OLIVEIRA, 2006, p. 23).

O principal elemento de uma aula de Investigação Matemática segundo Ponte (2003), são tarefas abertas que necessitam do envolvimento do aluno para resolução, elas não possuem resposta.

Para que uma situação possa constituir uma investigação é essencial que seja motivadora e desafiadora, não sendo imediatamente acessíveis, ao aluno, o processo de resolução e a solução ou soluções da questão. As atividades investigativas contrastam-se com as tarefas de tipo fechado e estruturado, que são habitualmente usadas no processo de ensino aprendizagem, uma vez que são tradicionalmente abertas, permitindo que o aluno estabeleça o caminho a seguir e coloque as suas questões. (OLIVEIRA, SEGURADO E PONTE, 1996, p. 02).

Podemos notar que as aulas com Investigação Matemática tendem a se tornar mais dinâmicas em relação às aulas tradicionais (PONTE; BROCARD; OLIVEIRA, 2006), nesse sentido, despertou-se o interesse em propor uma atividade pautada na Investigação Matemática, uma das tendências estudadas em Educação Matemática que procura propor tarefas, as quais não possuem respostas prontas, e que buscam promover discussões entre os alunos para que os mesmos encontrem a melhor maneira de resolver o problema proposto.

Vale ressaltar que o papel do professor na aula de Investigação Matemática é proporcionar tarefas que auxiliem os alunos a pensar matematicamente. Sobre o papel do professor, Ponte (2003a, p. 36) afirma: “[...] o papel do professor é o de orientador, procurando motivar e incentivar os alunos a dar-lhes espaço para fazerem a sua Matemática [...]”.

Nesta lógica, os autores Junkerfeurbom e Klüber (2017) expõem um quadro a fim de notar as diferenças que acabam acontecendo no papel do professor entre o ensino tradicional e o ensino por meio da Investigação Matemática, conforme no Quadro 3.

Quadro 3 - PAPEL DO PROFESSOR.

Ensino Tradicional	Investigação Matemática
• Explicar conteúdo; • Passar exemplos; • Propor a tarefa; • Auxílio na resolução; • Correção da tarefa.	• Propor a tarefa; • Envolver os alunos no trabalho; • Estimular os alunos a realizarem tal tarefa; • Incentivar a comunicação, entre ele e os alunos e entre os próprios alunos; • Verificar se os alunos estão trabalhando de modo produtivo; • Auxiliar os alunos a partir de suas dificuldades; • Fornecer informações úteis aos alunos, ajudando-os a recordar ou compreender conceitos matemáticos; • Questionar os alunos sobre as conjecturas; • Conduzir a discussão final.

Fonte: JUNKERFEURBOM; KLÜBER (2017, p.4).

A Investigação Matemática permite que as informações históricas sejam adaptadas de modo a serem utilizadas no contexto de sala de aula, servindo como facilitador da aprendizagem. Além disso, investigar não significa necessariamente lidar com problemas mais difíceis e impossíveis de resolver, significa apenas trabalhar com as coisas que nos interessam, cujo modo como elas acontecem nos intrigam. Durante a investigação podem surgir algumas incertezas, o que é normal, mas ao final conseguimos esclarecer e retomar nossa caminhada para estudar e organizar os resultados.

Cabe destacar que, Investigação Matemática consiste na sua capacidade de proporcionar a prática reflexiva em Matemática e em Educação Matemática. Desta forma a prática pedagógica de investigações Matemáticas tem sido recomendada por diversos estudiosos como forma de contribuir para uma melhor compreensão da disciplina em questão.

Em contextos de ensino e aprendizagem, investigar não significa necessariamente lidar com problemas muito sofisticados na fronteira do conhecimento. Significa tão só que formulamos questões que nos interessam para as quais não temos resposta pronta, e procuramos essa resposta de modo tanto quanto possível fundamentado e rigoroso. (PONTE; BROCARD; OLIVEIRA 2006, p. 09).

Uma investigação é um problema em aberto e, por isso, as coisas acontecem de forma diferente do que na resolução de problemas e exercícios. O objeto a ser

investigado não é explicitado pelo professor, pois a intenção é fazer com que os alunos discutam e encontrem a melhor maneira de resolver o problema. Assim, o aluno é chamado a agir e pensar como um “matemático” na investigação, não apenas porque é atrativo e solicitado pelo professor a propor questões, mas, principalmente, por poder levantar conjecturas a respeito do que está investigando, formulando suas próprias suposições a serem seguidas durante a atividade.

Para tanto é importante apresentar os momentos em que se dá a realização de uma investigação e suas possíveis atividades, os quais estão expostos no Quadro 4.

Quadro 4 - MOMENTOS NA REALIZAÇÃO DE UMA INVESTIGAÇÃO.

Exploração e formulação de questões	- Reconhecer uma situação problemática - Explorar a situação problemática - Formular questões
Conjecturas	- Organizar dados - Formular conjecturas (e fazer afirmações sobre uma conjectura).
Teste e reformulações	- Realizar testes; - Refinar uma conjectura.
Justificação e avaliação	- Justificar uma conjectura; - Avaliar o raciocínio ou o resultado do raciocínio.

FONTE: CUNHA; OLIVEIRA; PONTE; SEGURADO (1998, p. 67).

Enfim, investigar significa procurar conhecer o que não se sabe, que é o objetivo maior de toda ação pedagógica. Por esse motivo a Investigação Matemática foi escolhida para amparar teoricamente o trabalho desenvolvido, e dessa forma cumprir o propósito de contribuir com a aprendizagem dos alunos, levando-os a explorar sua criatividade e obter novos conhecimentos referentes ao conceito de Matriz.

CAPÍTULO 2

Esse capítulo contempla o levantamento bibliográfico realizado para investigar a abordagem do ensino de Matriz na Educação Matemática.

2.1 LEVANTAMENTO BIBLIOGRÁFICO

Nosso levantamento bibliográfico foi realizado em revistas científicas e programas educacionais na área da Matemática e Educação Matemática. Neste levantamento buscamos por dissertações, teses, comunicações científicas, relatos de experiência, entre outros, com o propósito de averiguar se já existiam sequências didáticas referentes ao conceito de Matriz. Considerando que existem inúmeras revistas e bibliotecas digitais as quais podem conter publicações dessa natureza, concentramos nosso mecanismo de busca em alguns sites e periódicos online que são referência na área de Matemática e Educação Matemática. Desta forma pesquisamos um catálogo¹ que se disponibilizou onze revistas com acesso aos links e, ao observar todas, reconhecemos alguns repositórios bem conhecidos, e dentre eles, escolhemos apenas seis para realizarmos a busca pelo tema “Ensino de Matriz”.

No repositório de dissertações do PROFMAT - Mestrado Profissional em Matemática em rede nacional, realizamos a busca por palavra-chave “Matriz” e foram encontrados 96 registros. Como encontramos um número significativo de dissertações, optamos por nos restringirmos à palavra-chave “Ensino de Matriz”. Com essa restrição, encontramos 16 trabalhos cujas propostas se diferenciavam umas das outras.

Quadro 5 - DISSERTAÇÕES DO PROFMAT.

Nº	Título	Autor	Instituição
1	O USO DA MECÂNICA QUÂNTICA PARA O ENSINO DE MATRIZES - UMA PROPOSTA DIDÁTICA PARA APLICAÇÃO EM AULA	Rudnei Machado	UTFPR
2	A METODOLOGIA DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO ENSINO DE MATRIZES NO ENSINO MÉDIO	Thiago da Silva borges	UERJ
3	UMA PROPOSTA DE SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O ENSINO DE MATRIZES NO ENSINO MÉDIO	Jane Rodrigues Trindade	UFES
4	CONTEXTUALIZAÇÃO DO ENSINO DE MATRIZES COMO FERRAMENTA MOTIVADORA	Newton Barros Mesquita	UFAL

¹ Catálogo de periódicos Online do curso de Licenciatura. Disponível em: <<http://portal.ifrn.edu.br/campus/santacruz/licenciatura-em-matematica/catalogo-de-periodicos-1>>. Acesso em: 06 maio 2019.

5	O ENSINO DE MATRIZES UTILIZANDO TEORIA DOS GRAFOS	Suelma Luiza Alves de Souza	UFMT
6	O USO DA APRENDIZAGEM MÓVEL E TÉCNICAS DE GAMIFICAÇÃO COMO SUPORTE AO ENSINO DE MATRIZES	Jorge Luiz Cremontti Filho	UFRR
7	ENSINO DE MATRIZES COM ENFOQUE GEOMÉTRICO	Henrique Almeida Lima	UFMA
8	CADEIAS DE MARKOV: UMA APLICAÇÃO PARA O ENSINO DE MATRIZES E PROBABILIDADES	Diogo Meurer de Souza Castro	UFAL
9	CRIPTOGRAFIA NO ENSINO MÉDIO: UMA PROPOSTA PARA O ENSINO DE MATRIZES	Clarissa Duarte Loureiro de Melo	UERJ
10	CRIPTOGRAFIA EM BLOCOS: UM ENFOQUE EM SUA APLICAÇÃO NO ENSINO DE MATRIZES	Wilhelm dos Santos Paes	UFGD
11	PROCESSAMENTO DE IMAGENS DIGITAIS E O ENSINO DE MATRIZES	Jadson David Oliveira da Silva	UFOPA
12	SCILAB, GEOGEBRA E WINPLOT COMO RECURSO PEDAGÓGICO NO ENSINO DE MATRIZES, DETERMINANTES E GEOMETRIA ANALÍTICA.	Jeofton Meira Trindade	UFMA
13	O USO DAS TRANSFORMAÇÕES GEOMÉTRICAS E DE SOFTWARES DE GEOMETRIA DINÂMICA NO ENSINO DE MATRIZES E SUAS OPERAÇÕES	André Arruda Gomes	UFRRJ
14	O USO DA PLANILHA E CORREIO ELETRÔNICO COMO RECURSOS DIDÁTICOS NO ENSINO DE MATRIZES, DETERMINANTES E SISTEMAS LINEARES: UMA EXPERIÊNCIA COM ALUNOS DO ENSINO MÉDIO	Marco Aurélio Meira Fonseca	UESB
15	APLICAÇÕES E RESOLUÇÕES DE PROBLEMAS COMO METODOLOGIA PARA O ENSINO DE MATRIZES, SISTEMAS LINEARES E DETERMINANTES.	Aliprecídio José de Siqueira Filho	UFPI
16	UTILIZAÇÃO DE MENSAGENS CRIPTOGRAFADAS NO ENSINO DE MATRIZES	Reinaldo Donizete de Oliveira	UFSCAR

FONTE: Elaborado pela autora (2019).

Dessa forma, decidimos agrupar os trabalhos para verificar qual deles se relacionava melhor com nossa proposta. Assim, dessas dissertações emergiram 3 categorias:

- Grupo 1 - Ensino de Matriz, dentro do qual estão os trabalhos que relatam alguma proposta para o ensino do conceito de Matriz.
- Grupo 2 - Aplicações e resolução de problemas, que contempla os trabalhos que se referem a aplicação e resolução de problemas como uma forma de exercícios para os alunos.
- Grupo 3 - Uso de tecnologia, que contempla os trabalhos que usam algum software para se trabalhar com matrizes, tais como: Geogebra, uso de planilhas, Scilab, Winplot, entre outros.

Deste modo, podemos dizer que apenas o Grupo 1 e Grupo 2 vão ao encontro com a nossa proposta, pois os dois contemplam características que utilizamos para construir a Sequência Didática, ou seja, metodologias diferentes para se ensinar o conceito de Matriz e aplicação do conceito na resolução de problemas. O Grupo 3 também apresenta elementos interessantes para se trabalhar e compreender o conceito de Matriz, porém o uso de softwares pelos alunos não será o foco da nossa Sequência Didática. Levando-se em consideração essa separação em grupos, agrupamos as dezesseis dissertações encontradas no repositório do PROFMAT da seguinte forma: três dissertações no Grupo 1; sete dissertações no Grupo 2 e seis no Grupo 3, o que resulta em dez trabalhos que apresentam alguma relação com o nosso.

No repositório da SBEM - Educação Matemática em Revista, ao realizar a pesquisa com a palavra-chave “Matriz”, foram encontradas três edições das revistas em que fala sobre Matriz. A seguir no Quadro 6, listará a busca dos encontrados.

Quadro 6 - ARTIGOS DA REVISTA SBM.

Edição	Título	Autor
Número 56 - Dezembro, 2017	Avaliação Formativa e as Sequências Didáticas: uma possibilidade para o ensino e a aprendizagem de Função Afim no 1º ano do Ensino Médio.	Rogério César dos Santos
Número 27 - Agosto, 2009	Construindo matrizes "mágicas".	Luciana Vanessa Almeida Almeida Buranello e Jair Lopes Junior
Número 22 - Junho, 2007	¿Caos no ensino de matemática?	José Carlos Fernandes Rodrigues

FONTE: Elaborado pela autora (2019).

No entanto, nenhum dos títulos está de acordo com nossa proposta de pesquisa, visto que nosso intuito era buscar por trabalhos que apresentassem algum recurso educacional ou sequência didática voltada para o ensino de Matriz.

Nos repositórios EPREM - Encontro Nacional de Educação Matemática, SBMAC - Sociedade Brasileira de Matemática Aplicada e Computacional, Revista ZETETIKÉ e Revista Brasileira de Ensino de Ciências e Matemática, não conseguimos encontrar nenhum trabalho publicado. Primeiramente usamos a palavra chave “Ensino de Matriz”, mas como não encontramos nenhuns trabalhos modificamos a palavra-chave para “Matriz” a fim de aumentar a chance de busca e mesmo assim não constou nada nas páginas de retorno.

Deste modo, conseguimos observar por meio do levantamento bibliográfico que há poucos trabalhos publicados com o intuito de fornecer novas metodologias para o ensino do conceito de Matriz. O fato de termos procurado nas principais revistas da Educação Matemática e não termos encontrado muitos trabalhos com esse intuito é um indicativo de que esse assunto não aparece muito. Além disso, os trabalhos encontrados, não são de mesma natureza da nossa proposta, o que justifica ainda mais o interesse do desenvolvimento desse projeto.

CAPÍTULO 3

Esse capítulo é composto por cinco seções, com intuito de expor a estrutura criada da Sequência Didática por meio da Investigação Matemática. Neste capítulo destacamos os procedimentos metodológicos que nortearam a produção dessa pesquisa, o processo de criação e orientações sobre a Sequência Didática

3.1 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS.

Como o interesse que resultou nesta pesquisa surgiu a partir de observações das aulas de Matemática para o Ensino Médio, a ideia foi criar uma Sequência Didática que introduzisse o conceito de Matriz com outro aspecto quando comparamos com o ensino tradicional. Desta forma, o objetivo do trabalho foi fornecer um recurso metodológico capaz de desenvolver o pensamento crítico por meio da Investigação Matemática e auxiliar no processo de ensino aprendizagem do conceito de Matriz. Para isso, apresentamos uma sequência de tarefas matemáticas que mostram a aplicabilidade do conceito de Matriz, e a partir dessas aplicações, fornecem uma maneira para se introduzir o conceito formal de Matriz de forma natural e contextualizada.

Dessa forma, nossa pesquisa se caracteriza como uma pesquisa qualitativa, pois neste tipo de pesquisa, o cientista é ao mesmo tempo o sujeito e o objeto de suas pesquisas. O desenvolvimento da pesquisa é imprevisível. O conhecimento do pesquisador é parcial e limitado. O objetivo da amostra é de produzir informações aprofundadas e ilustrativas: seja ela pequena ou grande, o que importa é que ela seja capaz de produzir novas informações (DESLAURIERS, 1991, p. 58).

Para Minayo (2001) a pesquisa qualitativa “... trabalha com o universo de significados, motivos, aspirações, crenças, valores e atitudes” (p. 22) correspondendo, num sentido mais amplo, a um espaço “... mais profundo das relações dos processos e dos fenômenos que não podem ser reduzidos à operacionalização de variáveis”. Para atender os objetivos desta pesquisa, elegemos como instrumentos para elaboração da Sequência Didática: a pesquisa de referenciais teóricos, diagnóstico do livro didático, aplicação piloto e a interação entre o professor e aluno. A integração desses diversos instrumentos tem como principal objetivo “[...] abranger a máxima amplitude na descrição, explicação e compreensão do objeto de estudo” (Goldenberg, p. 36).

Para que pudéssemos cumprir com os objetivos aos quais nos propusemos ao iniciar esse trabalho, seguimos alguns procedimentos metodológicos que proporcionaram o direcionamento de nossas ações.

Primeiramente foi realizado um levantamento bibliográfico em repositórios e em revistas online sobre sequências didáticas que abordam o conceito de Matriz no

Ensino Médio, o qual está detalhado no segundo capítulo deste trabalho. O intuito do levantamento foi de nos inteirarmos dos trabalhos publicados sobre esse assunto e investigar se já existiam na literatura trabalhos de mesma natureza da nossa proposta. Para isso, foram analisados referenciais teóricos publicados na área da Matemática e da Educação Matemática.

Posteriormente foi realizada uma investigação, com o objetivo de apurar como o conceito de Matriz está sendo abordado pelo livro didático de Matemática usado nas escolas públicas da cidade de Jandaia do Sul/PR, o qual foi oferecido às escolas Programa Nacional do Livro Didático – PNLD. Tal investigação está descrita em uma seção deste capítulo.

Em seguida, estudamos alguns referenciais teóricos que contribuíram para a elaboração da Sequência Didática, como pode ser visto no primeiro capítulo deste trabalho. Nesse sentido, buscamos primeiramente aqueles que tratavam sobre a utilização de sequências didáticas no ensino e selecionamos aqueles que se aproximavam da nossa proposta. Depois pesquisamos nas Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica (2008) o que é tratado sobre Tendências Metodológicas no Ensino da Matemática e assim adotamos a Investigação Matemática para embasar teoricamente nosso trabalho. Em seguida, estudamos os referenciais teóricos que tratam sobre essa tendência.

Por fim, nos dedicamos à elaboração da Sequência Didática, com vistas para os momentos da Investigação Matemática. A sequência elaborada foi pensada em blocos com o intuito de seguir as orientações apresentadas na fundamentação teórica, no que diz respeito às sequências didáticas. Os blocos estão organizados como mostra o quadro abaixo, no qual também apresentamos o nome de cada um deles e seus objetivos.

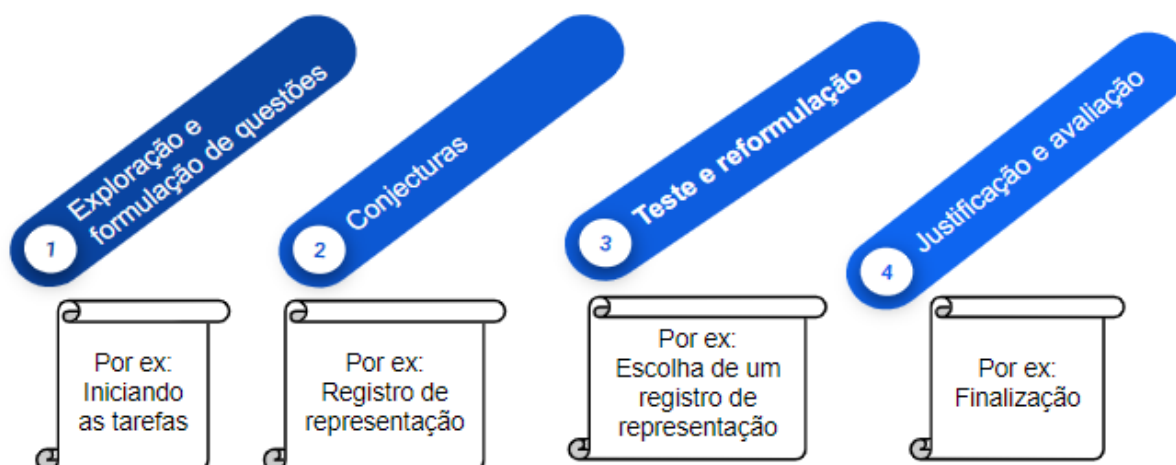
Quadro 7 - DIAGRAMA DOS BLOCOS.



FONTE: Elaborado pela autora (2019).

A partir dessa organização em blocos, podemos relacionar as etapas da sequência didática com os momentos da Investigação Matemática, os quais foram apresentados no capítulo de referenciais teóricos. O quadro abaixo exibirá os momentos da Investigação Matemática que poderão ser percorridos durante a aplicação da Sequência Didática em sala de aula. O quadro destaca ainda alguns exemplos, a partir dos quais podemos perceber em quais etapas da sequência de tarefas os momentos da Investigação Matemática irão ocorrer.

Quadro 8 - MOMENTOS DA INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA.



FONTE: Elaborado pela autora (2019).

Vale ressaltar que apesar dos momentos de a Investigação Matemática estarem enumerados, não necessariamente ocorreram nessa ordem. As etapas foram

construídas desta forma apenas para podermos identificar alguns dos momentos da Investigação Matemática durante o processo da Sequência Didática.

Após a elaboração da Sequência Didática, foi realizada uma aplicação da mesma em uma turma de Licenciatura em Computação da Universidade Federal do Paraná - *Campus* Avançado em Jandaia do Sul/PR, com o intuito detectar problemas na formulação das questões que compõem a mesma e também detectar possíveis dificuldades na interpretação por parte dos estudantes.

3.2 DIAGNÓSTICO DO LIVRO DIDÁTICO.

Nesta seção, apresentamos o diagnóstico de um capítulo do livro didático disponibilizado no ano de 2018 nas escolas públicas de Jandaia do Sul/PR e um levantamento bibliográfico, o qual buscou realizar um panorama em relação às pesquisas produzidas sobre a temática “Ensino de Matriz”. Com isso, pretendemos compreender o que vem sendo produzido com a intenção de averiguar quais são as abordagens e de que modo o conteúdo tem sido desenvolvido pelos educadores nas aulas de Matemática.

Realizamos um diagnóstico do capítulo 2 do livro didático “Contato Matemática”, volume 2, editora São Paulo, ano 2016 dos autores Joamir Roberto de Souza e Jacqueline da Silva Ribeiro Garcia, o qual se refere ao conceito de Matriz. O intuito foi realizar um diagnóstico investigativo de como está sendo abordado o conceito de Matriz no livro didático do 2º ano do Ensino Médio das escolas públicas da cidade de Jandaia do Sul. Diante desse diagnóstico, percebemos que o livro didático elenca vários aspectos que podem ser discutidos, porém, não é objetivo do trabalho realizar uma análise do livro em questão.

Em síntese, o livro encaminha o estudante a utilizar diferentes registros de representação, ou seja, remaneja as diferentes formas de representar uma Matriz. Analisamos que os exercícios disponibilizados no livro didático são questões pré-elaboradas, em que o professor usa métodos de resolução no processo de ensino aprendizagem, que possibilita um aprendizado técnico dos cálculos algébricos por meio de exercícios de fixação ou aplicações contextualizadas. Vale ressaltar que a partir da concepção do livro “Contato Matemática” tivemos algumas ideias para começar a elaborar a Sequência Didática que aqui apresentaremos, a qual busca uma

forma diferenciada de trabalhar com os exercícios, saindo do tradicional e utilizando como referência uma Tendência Metodológica no Ensino da Matemática com significado para o aluno.

Algumas das perspectivas que encontramos no livro didático e que consideramos interessantes para o Ensino de Matemática tem a mesma concepção do que diz a Teoria dos Registros de Representação Semiótica², desenvolvida pelo pesquisador Raymond Duval. Para Duval (2009), representa-se um objeto matemático a partir de registros semióticos e, neste sentido, nunca se deve confundir o objeto com sua representação. Esse autor salienta que além dos sistemas de numeração, figuras geométricas, escritas algébricas, representações gráficas e a língua natural, não haverá compreensão possível do objeto matemático sem o recurso às suas representações. Assim, notamos que o conteúdo de Matriz pode ser explorado utilizando-se de diferentes formas de representações, por meio de registros simbólicos numéricos ou algébricos, por meio do registro em língua natural e do registro tabular. Destaca-se que a finalidade em diagnosticar o livro didático é apenas observar a forma de como está sendo exposto o conceito de Matriz, o qual os alunos têm contato.

3.3 RELATO SOBRE O PROCESSO DE CRIAÇÃO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA.

Nessa seção trazemos um pequeno relato sobre o processo de elaboração da Sequência Didática, no qual destacamos alguns pontos que procuramos considerar para a criação da mesma e também algumas dificuldades encontradas durante seu processo de construção.

Um dos primeiros passos no processo de construção da Sequência Didática foi nos inteirarmos sobre o assunto. Nesse sentido, as pesquisas por diversos documentos, por exemplo livros, revistas, bibliotecas digitais, repositórios online, entre outros, que tratassem do mesmo assunto foram fundamentais, pois a partir do diagnóstico do livro didático escolhemos alguns exemplos para envolver os alunos na

² O termo **Registro de Representação Semiótica** é usado para indicar diferentes tipos de representação, por exemplo, escrita em língua natural, escrita algébrica, tabelas, gráficos e figuras. Um registro de representação pode ser considerado semiótico quando permitir formação de uma representação, tratamento e conversão.

atividades e com o levantamento bibliográfico percebemos a existência de poucos trabalhos que se aproximavam da nossa proposta, conforme já foi exposto no Capítulo 2.

Além desse levantamento bibliográfico, a busca por referenciais teóricos consolidados para o Ensino de Matemática foi imprescindível, tendo em vista que tais referenciais servem como base para se conhecer diferentes metodologias de ensino, no nosso caso de Matemática, e apresentaram pontos importantes que a Sequência Didática construída deveria contemplar. Dentre esses pontos elencamos o fato de que as tarefas deveriam despertar a disposição de todos os alunos a fazer Matemática, provocando discussões acerca da mesma e mostrando que ela pode ser feita apoiando-se nas experiências e interesses dos alunos. Além disso, esperávamos estimular os alunos a fazer ligações de assuntos do seu cotidiano com o conceito a ser estudado, bem como envolvê-los em atividades intelectuais, os quais poderiam ajudá-los a desenvolver as compreensões e capacidades Matemáticas. Pretendemos também, mostrar que a Matemática pode ser trabalhada de diversas maneiras, seja com questões mais abertas caracterizadas pelo aspecto investigativo ou com questões mais específicas cujo intuito é fixar os conceitos estudados.

O próximo passo foi pensar no convite para dar início à Sequência Didática, com intuito de tornar a sequência um ambiente convidativo às atividades desses alunos e ao mesmo tempo verificar de que modo essas tarefas poderiam contribuir para a aprendizagem do conceito de Matriz. Visto que muitos alunos acabam indagando sobre a utilização da Matemática em sua vida, nessa etapa procuramos pensar em questões contextualizadas e interdisciplinares, relacionando o conteúdo a ser introduzido com experiências do cotidiano dos alunos. Ao fazer isso, o intuito era de buscar melhoria no processo ensino aprendizagem de Matemática, a partir do interesse e envolvimento dos estudantes. Como sugestão para os educadores que pretendem desenvolver uma Sequência Didática não apenas nas aulas de Matemática, mas sim, de maneira geral, destacamos que para essa etapa deve-se ter cautela ao escolher o tema que embasará o convite inicial aos alunos, pois para poder despertar o interesse dos mesmos o professor terá que saber propor conexões entre a vida cotidiana do aluno com o tema que está sendo apresentado no momento.

Vale salientarmos que o tema proposto seja comum a todos os alunos e deixamos como sugestão que se escolha um tema atual. Por exemplo, no caso do

Ensino de Matriz pode-se utilizar: a escolha de poltronas no cinema; o jogo da batalha naval; espalhamento de uma notícia; entre outros.

Após a escolha do tema, no nosso caso viagens, o passo seguinte foi estruturar e criar questões que caracterizassem a sequência como uma tarefa investigativa. É imprescindível levar em conta o grau de familiaridade do aluno com a atividade investigativa, sua faixa etária, seu raciocínio e seus conhecimentos matemáticos. Além de preparar as tarefas, percebemos que o professor deve pensar de que maneira irá estruturar as aulas, ou seja, se ela se dará de forma individual ou em grupos, oral ou escrita e quais materiais serão utilizados para que haja uma melhor compreensão da proposta.

Procuramos usar linguagem natural e simples para elaborar as questões da Sequência Didática, para que as mesmas possam ser lidas e interpretadas pelos alunos. O intuito foi fazer com que cada passo a ser seguido por eles favoreça o entendimento dos elementos presentes na definição formal de Matriz, e que dessa forma eles consigam utilizar esses conhecimentos nas questões que envolvem algumas aplicações desse conceito, as quais estão na Sequência Didática logo após a definição formal. No final da Sequência Didática, elencamos uma questão na qual o aluno deverá fazer um retrospecto de tudo o que foi estudado sobre o conceito de Matriz, fazendo com que o mesmo se avalie quanto os conhecimentos assimilados.

O último passo foi a aplicação da Sequência Didática finalizada. Acreditamos que o desenvolvimento desse passo seja necessário para propostas como esta, mesmo que seja feito em pequenos grupos de estudos, com professores ou até mesmo com alunos, tendo em vista que o intuito nesse momento é verificar se as questões estão claras e objetivas do ponto de vista dos alunos. Se houver alguma questão com ambiguidade ou que tenha sido necessário reformular para que o aluno entendesse melhor o que foi proposto, aconselhamos que seja trocado ou reformulado e, em alguns casos, que se deixe um exemplo a ser seguido. Essas sugestões são colocadas aqui, porque às vezes a existência de uma questão que o aluno não conseguiu entender pode fazê-lo desanimar e perder o interesse, atrapalhando assim seu raciocínio.

Para a construção da Sequência Didática, foi escrito um esboço inicial, o qual foi construído a partir dos elementos destacados nos parágrafos anteriores desta seção. Após cumprirem-se todos os passos para a construção da Sequência Didática, elaboramos algumas perguntas, as quais deverão ser respondidas após a aplicação

da mesma, com o propósito de averiguar e nortear possíveis modificações ou reformulações nas tarefas propostas. Tais questões estão elencadas na seção que traz um breve relato sobre a aplicação da Sequência Didática.

3.4 APRESENTAÇÃO DA SEQUÊNCIA DE TAREFAS DE INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA.

A Sequência Didática foi elaborada para ser desenvolvida na segunda série do Ensino Médio, podendo ser utilizada por educadores que pretendem ensinar o conceito de Matriz. Sugerimos quatro horas aula necessárias para a aplicação, porém isso pode variar muito de acordo com o professor, com a turma e depende ainda de outros fatores no transcorrer das aulas.

Elaboramos uma Sequência Didática composta por onze questões separadas em quatro blocos, podendo ser adaptadas de acordo com a necessidade do professor.

As questões da sequência visam introduzir o conteúdo de Matriz de forma contextualizada, para que os alunos percebam a utilidade do conceito a ser trabalhado. As questões que darão o encaminhamento da aula buscam proporcionar a prática reflexiva em Matemática por meio de tarefas investigativas, de modo a sempre levar os alunos à: exploração e formulação de questões, produção de conjecturas; fazer testes e reformulações; justificação e avaliação, conforme apresentado no Capítulo 2, Quadro 4 - Momentos na realização de uma investigação.

A separação em blocos segue as orientações apresentadas na seção de Sequência Didática, Capítulo 2 Figura 1, a qual sugere como estruturar um conjunto de tarefas, estratégias e intervenções, planejadas etapa por etapa, para que o docente possa conduzir o processo de introdução do conceito de Matriz de forma clara e simples, para que o entendimento do conteúdo ou tema proposto seja alcançado pelos discentes.

No decorrer da proposta, a Sequência Didática oscila nos ambientes de aprendizagem dos tipos (4), (5) e (6), como apresenta Skovsmose (2008, p. 23), tendo em vista que a mesma propõe momentos de Investigação Matemática com “Referência na semirrealidade”.

Também achamos necessária a utilização de diferentes tipos de representação ao longo da Sequência Didática, devido à contribuição das

representações no Ensino de Matemática, visto que a mesma trabalha constantemente com objetos abstratos. Esse pensamento se baseia na teoria dos Registros de Representação Semiótica, uma teoria desenvolvida pelo pesquisador Raymond Duval, o qual considera que para o sujeito apropriar-se de um determinado objeto abstrato, deve recorrer a algum tipo de representação, que pode ser algébrica, gráfica, língua materna e entre outras. No entanto, é necessário que, no ambiente de ensino aprendizagem, estejamos atentos para essa diferenciação, investigando de que forma está havendo compreensão dos objetos matemáticos ou das possíveis representações desses objetos das quais se pode lançar mão para aplicar na resolução de problemas.

A partir dessas considerações iniciais, apresentamos o roteiro completo planejado pelas autoras, o qual contém sugestões e encaminhamentos aos educadores que desejarem desenvolver a Sequência Didática em suas aulas. Neste roteiro, as questões da Sequência Didática estão separadas em blocos como dito anteriormente, para que possamos destacar elementos importantes a serem explorados em cada um deles. Também disponibilizamos um roteiro simplificado, as figuras presentes neste roteiro e as questões organizadas de forma a serem entregues aos alunos, os quais estão nos Anexos A, B e C, respectivamente. Além disso, no Anexo D constam as três representações que os alunos farão durante a Sequência Didática, as quais deverão ser distribuídas pelo professor, cada uma em seu devido momento conforme indicado no roteiro. Destacamos ainda que este conteúdo é um arquivo em formato PDF, o qual pretendemos disponibilizar em alguma plataforma online ou anais de eventos.

- Primeiro Bloco

Nomeamos o Bloco 1 como bloco para CONVITE, pois é nesse momento que o professor terá que envolver os alunos na realização das tarefas propostas pela Sequência Didática. Ele poderá fazer isso por meio de diálogo e questionamento sobre o tema viagens.

Nesse primeiro momento, deve-se exibir a imagem apresentada na Figura 2, a partir da qual pode-se estabelecer um diálogo com a turma, por meio de algumas perguntas, por exemplo: Quem nunca sonhou em viajar?; Vocês viajam muito?; Qual país, estado, cidade vocês ainda não conhecem e tem pretensão de conhecer?; entre

outras perguntas que o professor poderá acrescentar e/ou reformular, pois costuma variar de acordo com cada professor e cada turma.

Figura 2 - DIÁLOGO DE VIAGENS.



VIAGENS, QUEM NUNCA?

FONTE: Elaborado pela autora (2019).

Para continuar estimulando o interesse sobre o tema, a sequência propõe que os alunos aproveitem para buscar lugares que eles gostariam de conhecer futuramente como forma de animá-los a explorar as próximas tarefas. Nesse momento, a Sequência Didática apresenta a imagem de um aplicativo chamado Google Earth³, como mostra na Figura 3, que poderá ser explorado pelos alunos com a ajuda do professor, os quais irão visitar virtualmente alguns lugares que têm interesse de conhecer.

Figura 3 - GOOGLE EARTH.



FONTE: Elaborado pela autora (2019).

³ O **Google Earth** é um aplicativo de mapas em três dimensões mantido pelo gigante das buscas. Ele permite passear virtualmente por qualquer lugar do planeta, graças às imagens capturadas por satélite.

Para realizar essa parte da tarefa, os alunos podem ser levados a uma sala de informática, utilizarem o celular ou, se o professor quiser, poderá gravar um vídeo explorando o Google Earth como forma de demonstração. Caso isso não seja possível, pois depende da estrutura da escola, o professor poderá ainda levar para a sala de aula algum mapa disponível na escola.

Ao analisarmos as tarefas propostas nesse primeiro bloco, podemos fazer um comparativo entre o mesmo e os ambientes de aprendizagem apresentados por Ole Skovsmose. Consideramos que se trata de uma tarefa localizada no ambiente (6) “Referências à semirrealidade”, ou seja, quando as atividades se apresentam por meio de uma situação em um contexto hipotético idealizado apenas para ilustrar a situação colocada, mas que não contribui ou influência na sua resolução.

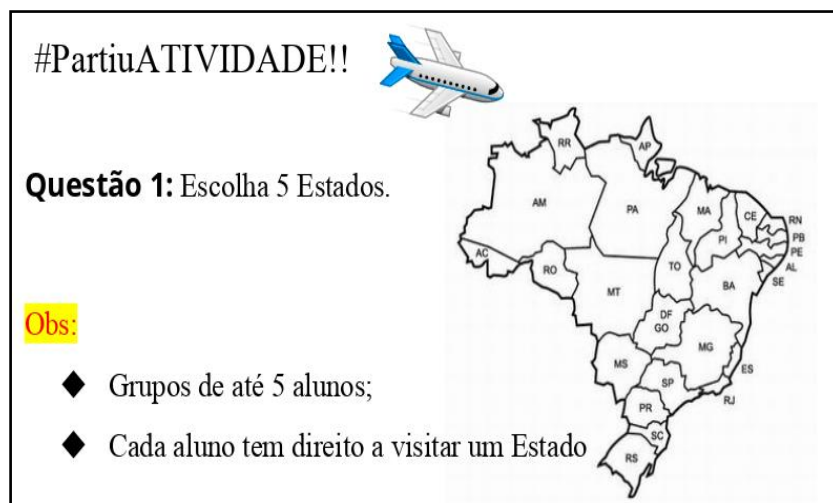
- Segundo Bloco

Após um tempo de exploração dos lugares a serem visitados, deve-se começar a exploração das tarefas que compõem o Bloco 2. Nomeamos esse bloco por INICIAR, pois nessa etapa o professor terá que conduzir os alunos a realizar uma investigação do assunto para iniciar as tarefas da Sequência Didática, a fim de utilizarem seus conhecimentos prévios para alcançarem conhecimentos científicos.

As questões 1, 2 e 3, figuras 4 e 5, consistem em um momento de exploração e formulação de questões e fornecem os encaminhamentos para se iniciar esse bloco. Mais especificamente, a Figura 4 apresenta sugestões para organização dos alunos em grupos e já mostra uma primeira questão, em que os alunos deverão escolher juntamente com seus pares cinco estados brasileiros a serem visitados e qual será o trajeto que eles percorrerão, levando em consideração que o ponto de partida será seu estado atual.

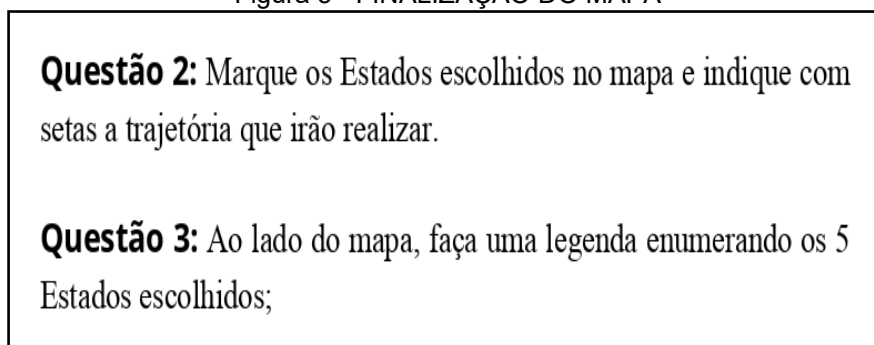
Essa parte da Sequência Didática consiste em fazer uma conexão entre as discussões realizadas no primeiro bloco com as tarefas que virão logo a seguir. Nesse momento o professor deverá entregar ao aluno o Mapa disponível no Anexo D pois na Questão 1 o aluno iniciará o primeiro registro de representação por meio deste mapa. Com relação à Figura 5, a mesma consiste em organizar a escolha do trajeto, finalizando o primeiro registro de representação.

Figura 4 - PRIMEIRA REPRESENTAÇÃO (MAPA).



FONTE: Autoras (2019).

Figura 5 - FINALIZAÇÃO DO MAPA



FONTE: Elaborado pela autora (2019).

É cabível neste instante mostrar aos alunos que a Matemática pode ser relacionada com as demais áreas do conhecimento. Podemos notar ainda nas figuras 4 e 5 trabalhamos com a disciplina de Geografia, na aula de Matemática, por meio da localização dos estados, organização de trajeto e legendas.

O próximo passo da Sequência Didática é mostrar uma trajetória escolhida pelo professor, conforme pode ser observado na Figura 6.

Figura 6 - EXEMPLO A SER SEGUIDO.



FONTE: Elaborado pela autora (2019).

Essa figura foi criada a partir de marcações feitas no Google Earth com a intenção de deixar mais atrativa a visualização. O que se espera com esse passo da Sequência Didática é que os alunos validem seus resultados, o que representa um dos momentos da Investigação Matemática.

- Terceiro Bloco

As próximas perguntas da Sequência Didática foram incorporadas ao Bloco 3, o qual nomeamos de PASSOS, tendo em vista que o mesmo é composto por cinco passos nos quais se concentram a maior parte das questões da Sequência Didática.

Compondo o primeiro passo do Bloco 3 está a Questão 4, dado que esse é o momento em que o aluno deverá transportar as informações preenchidas na primeira representação (Mapa) para a segunda representação (Tabela), conforme Figura 7. Nesse momento o professor deverá entregar ao aluno a Tabela disponível no Anexo D.

Figura 7 - SEGUNDA REPRESENTAÇÃO (TABELA).

Questão 4: Olhando para o seu Mapa, preencha a tabela atribuindo:

- 1, se existir percurso direto entre os estados.
- 0, se não existir percurso direto entre os estados.



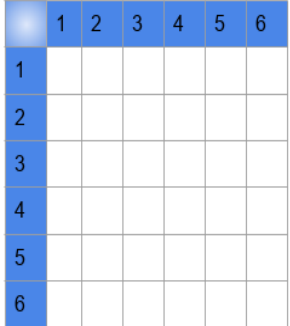
	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						
5						
6						

FONTE: Autoras (2019).

Ainda explorando os elementos dessa questão, a Figura 8 apresenta ao professor uma forma de conduzir o processo de passagem da segunda representação (Tabela) para a terceira representação (Matriz), fazendo com que os alunos se atentem apenas para os números que a tabela apresenta. Nessa etapa da sequência, o professor deverá entregar aos alunos a Matriz disponível no Anexo D.

Figura 8 - TERCEIRA REPRESENTAÇÃO (MATRIZ).

Vamos olhar apenas para os números dessa tabela!



	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						
5						
6						

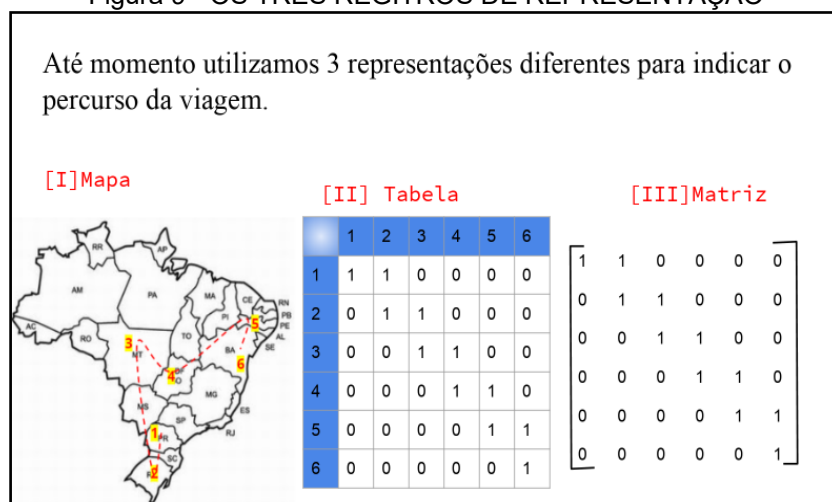
FONTE: Autoras (2019).

A Matriz obtida passa a ter uma representação para o aluno, o que pode contribuir com o seu aprendizado e pode ajudá-lo na ampliação e sistematização dos seus conhecimentos, visto que o aluno poderá assimilar o conceito de Matriz como uma forma de representação de dados numéricos em uma tabela dispostas em linhas e colunas.

Realizando uma análise na qual etapa da investigação se encontra o primeiro passo do Bloco 3, podemos dizer que se trata de produções de novas conjecturas, isto é, os alunos irão utilizar os dados, a princípio apresentados em forma de Mapa, e organizá-los por meio da Tabela e da Matriz.

Dando continuidade à Sequência Didática, inicia-se o segundo passo do Bloco 3, no qual deve-se realizar um retrospecto dos três registros de representações utilizados até o momento, os quais foram Mapa, Tabela e Matriz, conforme mostra a Figura 9.

Figura 9 - OS TRÊS REGITROS DE REPRESENTAÇÃO



FONTE: Autoras (2019).

O intuito desse momento é expor para o aluno que conseguimos relacionar três diferentes tipos de representação se referem ao mesmo objetivo matemático. Além disso, por meio dessa figura, o aluno poderá novamente validar os resultados obtidos por ele até o presente momento da Sequência Didática.

O terceiro passo é apresentado pela Questão 5, conforme podemos observar na Figura 10. Essa questão procura caracterizar um momento de comparação entre os registros de representações constituídos (Mapa, Tabela, Matriz), em que os alunos deverão justificar e avaliar qual a melhor representação para seu trajeto.

Figura 10 - ANÁLISE DOS DADOS

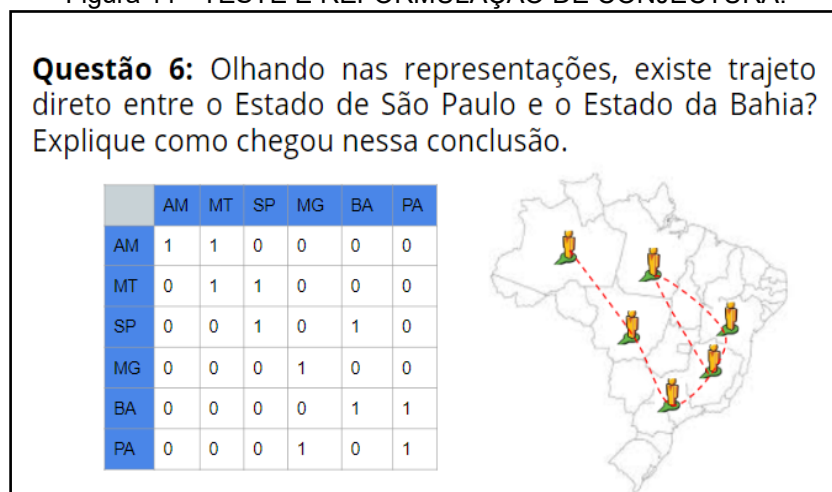


FONTE: Autoras (2019).

O intuito dessa questão é designar aos alunos um processo de reflexão e comparação, pois ao se depararem com a questão os alunos intuitivamente estarão analisando os três tipos de registros de representação estudados. De acordo com os momentos da Investigação Matemática, o aluno deverá reconhecer uma situação problemática, levantando hipóteses que justifiquem porque a representação escolhida é a melhor para apresentar seu trajeto.

O quarto passo se inicia com a Questão 6, como mostra a Figura 11. A intenção dessa questão é oferecer elementos para que os alunos comparem dois registros de representações, a fim de avaliar qual delas é a melhor representação a ser utilizada em uma dada situação.

Figura 11 - TESTE E REFORMULAÇÃO DE CONJECTURA.



FONTE: Autoras (2019).

No caso específico dessa questão, o intuito é fazer com que os alunos percebam que dependendo da escolha de representação, a análise dos dados e solução do problema pode ser dificultada ou até mesmo impossibilitada. Essa questão, juntamente com a intervenção do professor, oferece elementos para que os alunos reflitam sobre sua escolha na questão anterior, levando os mesmos a testar e reformular algumas de suas conjecturas, etapas importantes da Investigação Matemática.

No quinto passo do Bloco 3, estão organizadas as questões 7 e 8, conforme a Figura 12. Estas questões contemplam o momento da Investigação Matemática em que os alunos avaliam suas conjecturas e apresentam justificativas para as mesmas a partir da observação das representações.

Figura 12 - JUSTIFICAÇÃO E AVALIAÇÃO.

Questão 7: Apenas olhando para a representação [II], como você justificaria se existe trajeto direto do Estado 2 para o Estado 5?

Questão 8: Olhando para a representação [III]:

- (a) Escolha um número da Matriz.
- (b) Escreva quais estados estão relacionados com o número escolhido no item (a).
- (c) De acordo com sua legenda, escreva os números dos estados relacionados com o número escolhido no item (a).
- (d) Qual a localização do número escolhido no item (a) dentro da Matriz e o que ele significa?

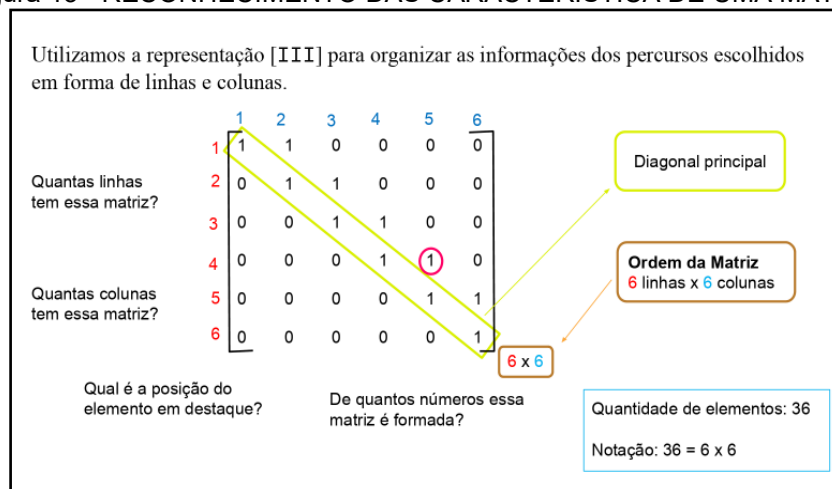
FONTE: Autoras (2019).

Nesse sentido, as questões visam despertar nos alunos as habilidades de dialogar, argumentar, reconhecer, esclarecer suas dúvidas sobre alguns elementos que compõem uma Matriz, contribuindo dessa forma para a assimilação e aprendizagem desse conceito.

Após o término das questões 7 e 8 cabe ao professor levantar algumas indagações sobre o terceiro tipo de registro (Matriz), as quais estão elencadas na Figura 13. Não se espera que os alunos consigam responder tais indagações, o que se pretende neste momento, é que o professor explore juntamente com os alunos as características fundamentais para entender a definição formal de Matriz, tais como

disposição de informações em forma de linhas e colunas, ordem da Matriz e posição de um elemento.

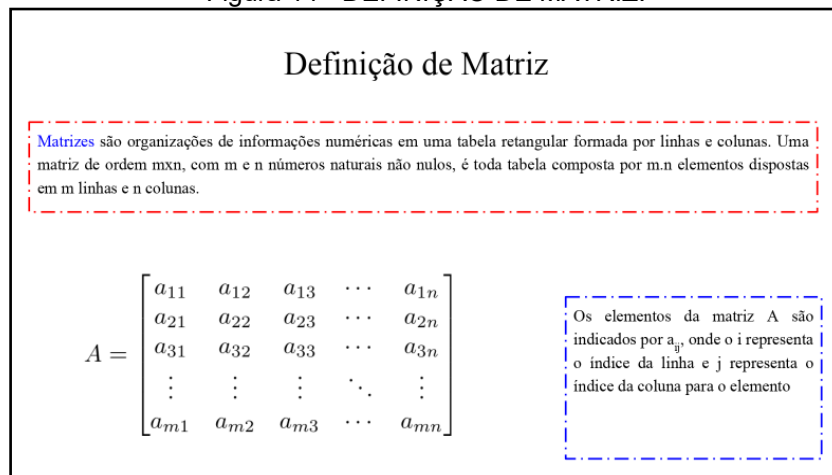
Figura 13 - RECONHECIMENTO DAS CARACTERÍSTICA DE UMA MATRIZ.



FONTE: Autoras (2019).

Na Figura 14, o professor apresenta a definição formal de Matriz, retomando algumas indagações exploradas na Figura 13. O professor poderá fazer analogia entre os elementos destacados nessa figura (linhas, colunas e ordem) e os elementos que compõem a definição formal apresentada em livros didáticos. Dessa forma, os alunos poderão assimilar e entender a definição de matriz a partir da exploração e exemplos construídos anteriormente em sala.

Figura 14 - DEFINIÇÃO DE MATRIZ.



FONTE: Autoras (2019).

A Figura 14 fecha as tarefas propostas no Bloco 3, cumprindo-se assim o objetivo principal da Sequência Didática que é introduzir o Conceito de Matriz de forma clara e compreensível, por meio de uma situação problema comum a todos e de forma que as matrizes tenham significado para os alunos.

aplicar os conhecimentos adquiridos e relacioná-los com seu dia a dia. Neste momento, acreditamos que os alunos possam utilizar uma Tabela ou uma Matriz como forma de organização dos dados, já que as tarefas propostas anteriormente compartilham do mesmo tema dessa questão, ou seja, viagens.

Figura 16 - ORGANIZAÇÃO DE INFORMAÇÕES.

Questão 10: Organize as informações para facilitar o entendimento de vendas e quilometragem de cada rota percorrido por um vendedor:

Um vendedor ambulante, em uma de suas rotas, precisa passar pelas cidades 1, 2, 3 e 4 para oferecer R\$ 500,00 em produtos. Para chegar na primeira cidade ele percorreu 20 Km e vendeu R\$ 156,00 em produtos. Na segunda cidade ele vendeu R\$ 89,00 em produtos e percorreu mais 16 Km até chegar na próxima cidade e vender R\$ 102,00 em produtos. Quando percebeu ele já estava na última rota programada com 60 Km percorrido, voltando para casa ainda com R\$53,00 em produtos.

FONTE: Autoras (2019).

A partir dessa questão pretende-se que os alunos percebam de que maneira eles podem utilizar conceito de Matriz para organizar dados e informações gerais em forma de Tabela, de modo a facilitar o entendimento, a visualização e a interpretação desses dados.

De acordo com a classificação apresentada por Skovsmose (2008), consideramos que o exemplo apresentado na questão 10 está caracterizado como um ambiente tipo (5), o qual se trata de resolução de problemas com “Referências à semirrealidade”, dado que nesta questão os alunos deverão apresentar uma solução para um problema formulado a partir de dados semi reais.

A Questão 11, apresentada na Figura 17, traz o fechamento da Sequência Didática.

Figura 17 - FIXAÇÃO DO CONCEITO DE MATRIZ.

Questão 11: Como você explicaria para um senhor de 65 anos de idade os conceitos de matrizes trabalhados em sala hoje?

Não se esqueça de mencionar alguns aspectos, por exemplo:

- Quais as representações que utilizamos para representar um trajeto;
- Qual a definição de matriz;
- Como fazemos para localizar um elemento da matriz;
- Dê um exemplo de aplicação de matriz.

Obrigado!! 😊 🤖

FONTE: Autoras (2019).

Essa questão busca fazer com que os alunos realizem uma reflexão sobre o conteúdo que estudaram durante toda a Sequência Didática. O intuito ao solicitar que eles expliquem o conceito de Matriz para alguém, é proporcionar um momento em que os mesmos irão organizar seus pensamentos e transcrevê-los para o papel, de forma a perceberem o que ficou claro sobre o assunto estudado e o que ainda precisa ser aprimorado. Além disso, ao sugerir alguns aspectos que as respostas podem conter, consideramos que os alunos poderão fornecer respostas mais completas, contribuindo dessa forma para a avaliação do processo por parte do professor.

A partir desta última questão, finalizamos a apresentação e o roteiro da Sequência Didática criada pelas autoras. Com essa sequência pretendemos fornecer um recurso metodológico que tenha potencial para desenvolver o raciocínio lógico do aluno, promover a interação entre professor e aluno, melhorar a interpretação de informações e prepará-los para a resolução de problemas contextualizados, tudo isso por meio de tarefas investigativas com significação para o aluno.

Neste contexto, consideramos que o início da sequência é caracterizado pelo convite, pelo fato de convidarmos os alunos a elaborar sua própria trajetória de viagem, a qual supostamente deverão realizar em pequenos grupos com os colegas da sala. O *cenário para a investigação*, o tipo (4) pode ser notado no momento em que o aluno deve utilizar o conceito de Matriz e sua representação para resolver situações problemas do cotidiano. Já o tipo (3), caracterizado pelo *exercício*, aparece no momento em que procuramos apresentar uma aplicação do dia a dia na qual os alunos através do exercício proposto teriam que explorar e analisar o conceito de Matriz.

3.5 RELATO DA APLICAÇÃO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA.

A seguir apresentamos um relato da experiência sobre a aplicação da Sequência Didática, pelo ponto de vista das autoras, o qual foi construído procurando responder as perguntas pós-aplicação, elencadas a seguir:

- 1) O tema foi cativante?
- 2) As primeiras orientações para o início da sequência foram claras?
- 3) Houve alguma questão que precisou ser exemplificada durante a aplicação da Sequência Didática?
- 4) O que as respostas da questão 11 nos diz sobre os conceitos trabalhados na Sequência Didática?
- 5) Como foi a participação dos alunos na sala?
- 6) Houve alguma questão que foi reformulada após a aplicação?

Essas questões foram elaboradas pela autora a fim de nortear o processo de verificação da sequência, após sua aplicação para podermos verificar se a Sequência Didática ficou adequada aos alunos. Realizamos uma aplicação (piloto) da Sequência Didática, na turma de Licenciatura em Computação da Universidade Federal do Paraná - Campus Avançado em Jandaia do Sul/PR, na disciplina de Álgebra Linear em parceria com a professora responsável pela turma. O objetivo dessa aplicação foi sanar as possíveis dúvidas na interpretação das questões, pois caso fosse necessário, deveríamos reformular a Sequência Didática antes de disponibilizá-la aos educadores.

Julgamos que o tema escolhido foi cativante, pois ao apresentá-lo para dar início à atividade, os alunos abraçaram a ideia mostrando-se interessados e participativos. Para a próxima etapa, na qual eram apresentadas as primeiras orientações para a continuidade da atividade, os alunos entenderam e já começaram a realizar a atividade. Além disso, alguns deles responderam também às próximas questões das folhas de respostas.

Assim que foram chegando ao preenchimento da tabela, na qual eles deveriam adicionar 0 ou 1 para os estados, surgiram algumas dúvidas. Acreditamos que essas dúvidas surgiram porque os enunciados das primeiras questões não estavam claros, faltavam algumas informações. Por exemplo: se no percurso da

trajetória era só de ida ou teria que fazer o trajeto de volta; se existe percurso direto entre um estado e ele mesmo. A partir destes questionamentos, tivemos que explicar e exemplificar melhor tais questões. Nesse momento houve várias interações na turma, criando discussões fundamentais para esclarecimento de algumas dúvidas do assunto.

Após elucidar as questões levantadas, concretizamos um retrospecto dos tipos de representação que havia sido trabalhado até o momento, isto é, a representação do Mapa, da Tabela e da Matriz. Em seguida, apresentamos algumas questões para que pudéssemos compreender como estava o entendimento dos alunos com relação à Sequência Didática até aquele instante, e para instigar os alunos a perceberem que às vezes utilizamos tal conceito intrinsecamente no nosso dia a dia e nem notamos.

Logo em seguida, mostramos por meio de exemplos alguns elementos que compõem o conceito de Matriz e utilizamos o mesmo para apresentar a definição de Matriz. Deste modo, expomos tal definição e salientamos parte por parte tudo que havíamos trabalhado até o momento, com o intuito de mostrar que já estávamos trabalhando a definição de Matriz por meio dos exemplos e aplicações.

Após a definição, foram expostos dois exemplos da utilização do conceito de Matriz, para fazer com que os alunos vivenciassem no cotidiano a aplicação do conceito trabalhado.

No final dos exemplos, como fechamento da Sequência Didática de atividade havia a Questão 11, na qual essa questão tinha objetivo observar como os alunos expressaria o conceito trabalhado para outra pessoa, devendo mencionar pelo menos alguns conceitos fundamentais sobre Matriz. De forma geral, consideramos que os alunos conseguiram responder de acordo com o que a questão solicitava. Houve bastante interação entre os próprios alunos, compartilhando as possíveis ideias para a resposta. Percebemos que foi fundamental elencar alguns aspectos para os alunos poderem construir uma resposta, e que ao dar um exemplo de aplicação do conceito de Matriz eles conseguiram demonstrar os conhecimentos adquiridos com algo da sua vivência.

Ao encaminhar para finalizar a atividades com os alunos, agradecemos pela oportunidade da aplicação oferecida pela professora da turma e pela participação de todos na Sequência Didática e que foi de suma importância e gratificante ver a Sequência Didática sendo aplicação pela primeira vez.

Após esta aplicação, analisamos as respostas fornecidas pelos alunos a fim de verificar se os mesmos conseguiram responder as questões de acordo com o propósito das mesmas. A partir das respostas apresentadas pelos alunos e levando em consideração algumas dúvidas que surgiram durante a aula, concluímos que algumas questões deveriam ser reformuladas para melhorar a compreensão dos alunos ao realizar a leitura. As correções foram feitas e acreditamos que da forma como as questões estão postas agora, a construção do conceito de Matriz por meio desta Sequência Didática se torna mais simples. Porém o educador deverá sempre levar em consideração a turma em questão para utilizar essa Sequência Didática, pois sabemos que o perfil dos alunos varia muito de uma sala para outra.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nesse trabalho apresentamos uma Sequência Didática, composta por um conjunto de tarefas que tem como finalidade introduzir o conceito de Matriz contando com a participação ativa dos alunos nesse processo. Essa sequência foi proposta de forma que os alunos possam compreender o conceito de Matriz a partir da aplicação deste conceito em situações da realidade, o que muitas vezes não ocorre, visto que geralmente tal conceito é transposto de maneira totalmente teórica sem fazer ligação com os conhecimentos vividos fora da sala de aula.

Consideramos a partir de nossas experiências, o interesse por atividades como esta surgem ao percebermos que, para obtermos maior participação dos alunos e consequentemente melhores resultados em nossas aulas, é necessário adotar metodologias diferenciadas de ensino. Dessa forma, para elaboração e organização das questões que compõem a Sequência Didática, procuramos fundamentação na Investigação Matemática, uma Tendência Metodológica no Ensino da Educação Matemática. O motivo dessa escolha é que consideramos que as atividades de Investigação Matemática, além de desenvolver situações Matemáticas numa perspectiva globalizada, tornam o estudo mais interessante e prazeroso, visto que as atividades vêm de encontro com as experiências e conhecimento vivenciado no cotidiano do aluno.

Analisando a importância de tarefas no Ensino de Matemática, vimos que para propor atividades capazes de colaborar com o processo de ensino aprendizagem de forma mais efetiva, é necessário levar em consideração inúmeras variáveis. Nesse sentido, desde o início da criação dessa proposta de Investigação Matemática/Sequência Matemática, percebeu-se que não era algo fácil de propor, pois exige um tempo de preparo bem maior quando comparado à utilização de aulas expositivas tradicionais, principalmente quando se trata da primeira vez em que se faz algo dessa natureza. Dessa forma, consideramos que o trabalho irá contribuir com os professores de Matemática por diversos motivos, dentre eles podemos citar, por exemplo, a contribuição para os professores que não tiveram a oportunidade de participar da elaboração de atividades diferenciadas em sua formação, para esses professores o trabalho pode servir como modelo para a elaboração de outras atividades como esta, e para os professores que não fazem uso destas atividades diariamente em suas aulas devido ao tempo limitado para elaboração das mesmas.

Além disso, esse trabalho apresenta orientações norteadoras para a execução e condução da atividade, de modo a facilitar e incentivar a aplicação da mesma em aulas de Matemática.

Destacamos que o desenvolvimento dessas tarefas não é algo simples de se trabalhar, requer muita dedicação e comprometimento de alunos e professores, para que o processo de ensino aprendizagem possa ocorrer num ambiente investigativo. Percebi que quando o professor propõe um cenário convidativo ao aluno é maior a sua participação e produtividade. Certamente, a experiência adquirida ao desenvolver esse trabalho fez com que tenhamos consciência de que, para realizarmos um bom trabalho como docente, precisamos sempre inovar nossas aulas, contribuindo dessa forma com experiências positivas na vida escolar do aluno e desenvolvendo nele um pensamento matemático crítico e significativo.

REFERÊNCIAS

- BROCARD, H. **As investigações na aula de Matemática: um projecto curricular no 8º ano**, 2001. 621 f. Tese de Doutorado em Educação – Universidade de Lisboa, Lisboa, 2001.
- CHRISTIANSEN, B.; WALTHER, G. **Tarefa e actividade**. In: CHRISTIANSEN, B.; WALTHER, G. **Perspectives on mathematics education**. Dordrecht: D. Reidel, 1986. p. 243-307.
- D'AMBROSIO, Beatriz S. **Como ensinar matemática hoje? Temas e Debates**. SBEM. Ano II. N2. Brasília. 1989. P. 15-19.
- DESLAURIERS J. P. **Recherche qualitative: guide pratique**. Québec (Ca): McGrawHill, Éditeurs, 1991.
- DOLZ, Joaquim; NOVERRAZ, Michele; SCHNEUWLY, Bernard. **Sequências didáticas para o oral e a escrita: apresentação de um procedimento...** Campinas-SP: Mercado de Letras, 2004.
- DUVAL, R. (2008). **Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática**. IN: S. D. A. Machado (Eds). *Aprendizagem em Matemática: registros de representação semiótica*. (pp, 3 -11). São Paulo: Papirus.
- DUVAL, R. (2009). **Semiósis e pensamento humano: registros semióticos e aprendizagens intelectuais**. Trad. Lênio Fernandes Levy e Marisa Rosâni Abreu da Silveira. São Paulo: Livraria da Física.
- GOLDENBERG, Mirian. **A arte de pesquisar: como fazer pesquisa qualitativa em ciências sociais**. Rio de Janeiro: Record, 1998.
- GUÉRIOS Flávia C. F.; SOUTO E. C. **O ensino de matemática e a resolução de problemas contextualizados nos anos iniciais do ensino fundamental**. In: X Encontro Paranaense de Educação Matemática, 2017, Cascavel.
- JUNKERFEURBOM, Maiara Aline; KLÜBER, Tiago Emanuel. **Tarefas d e investigação matemática em livros didáticos do 8º ano aprovados pelo programa nacional do livro didático – PNLD (2014)**. Educação Matemática em Revista, Brasília, v. 22, n. 55, p.7-16, jul./set. 2017.
- JUNKERFEURBOM, Maiara Aline; KLÜBER, Tiago Emanuel. **Tipos de tarefas de investigação matemática em livros didáticos do 8º ano**. In: Encontro Paranaense de Educação Matemática – EPREM, 2017, Cascavel.
- KOBASHIGAWA, A.H.; et al. **Estação ciência: formação de educadores para o ensino de ciências nas séries iniciais do ensino fundamental**. In: IV Seminário Nacional ABC na Educação Científica. São Paulo, 2008.

MINAYO, Maria. C. S. **Ciência, técnica e arte: o desafio da pesquisa social**. In: MINAYO, Maria. C. S (Org.). Pesquisa social: teoria, método e criatividade. Petrópolis, RJ: Vozes, 2001. p.09-29.

MIRANDA, Danielle de. **A prática do conhecimento matemático através das tarefas de casa**. Equipe Brasil Escola. Disponível em: <<https://educador.brasilecola.uol.com.br/estrategias-ensino/a-pratica-conhecimento-matematico-atraves-das-tarefas-.htm>>. Acesso em: 21 ago. 2019.

NCTM (1991). **Normas para o Currículo e a Avaliação em Matemática Escolar**. Trabalho original publicado em 1989. Tradução da Associação de Professores de Matemática. Lisboa: Associação de Professores de Matemática e Instituto de Inovação Educacional.

NCTM (1994). **Normas Profissionais para o Ensino da Matemática**. Trabalho original publicado em 1991. Tradução da Associação de Professores de Matemática. Lisboa: Associação de Professores de Matemática e Instituto de Inovação Educacional.

Oliveira, H., Segurado, I., Ponte, J. P. & Cunha, M. (1999). **Investigações Matemáticas na sala de aula**: Um projecto colaborativo.

OLIVEIRA, M.; Segurado, M. I.; PONTE, J. P. da. **Explorar, investigar e discutir na aula de matemática**. Lisboa: APM, 1996.

PARANÁ. **Diretrizes Curriculares da Educação Básica: Matemática**. Secretaria do Estado da Educação do Paraná. 2008.

PARANÁ. Secretaria do Estado da Educação do Paraná. Departamento de Educação Básica. **Diretrizes Curriculares da Educação Básica- DCN- Matemática**. Curitiba: SEED – Pr., 2008.

Pólya, G. (2003). **Como resolver problemas** (Tradução do original inglês de 1945).

PONTE, J. P. (Org.); **Práticas profissionais dos professores de Matemática**, IEUL, 2014.

PONTE, J. P. **Investigação sobre investigações Matemáticas em Portugal**. Investigar em educação, 2, 93-169, 2003a.

PONTE, J. P., MATOS, J. M. e ABRANTES, P. (1998). **Investigação em Educação Matemática e Desenvolvimento Curricular**. Versão de trabalho apresentada e analisada no VII Encontro de Investigação em Educação Matemática, abril de 1998, Mirandela.

PONTE, J. P.; BROCARD, J; OLIVEIRA, H. **Investigações Matemáticas na sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica editora, 2009 (Coleção Tendências em Educação Matemática, 7).

PONTES, J. P.; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações Matemáticas na sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2013.

ROMANO, Eliane Palermo. **Lição de casa – que prática é essa?** Disponível em: <http://ecc.br/fundamental/fundamental1/licao_de_casa.htm>.

SALES, Victor Fabrício Alexandre. **Catálogo de periódicos Online do curso de Licenciatura em Matemática Santa Cruz – RN 2017**. Disponível em: <<http://portal.ifrn.edu.br/campus/santacruz/licenciatura-em-matematica/catalogo-de-periodicos-1>>. Acesso em: 06 maio 2019.

SKOVSMOSE, O. (2007). **Educação Crítica: Incerteza, Matemática, Responsabilidade**. São Paulo: Cortez.

SKOVSMOSE, O. (2008). **Desafios da Educação Matemática Crítica**. São Paulo: Papyrus.

SOUZA, Joamir Roberto de; GARCIA, Jacqueline da Silva Ribeiro. **Contato Matemática 2**. São Paulo: Ftd Educação, 2016.

APÊNDICE A – ROTEIRO SIMPLIFICADO PARA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Prezado educador, essa é uma Sequência Didática de Matemática que tem a característica de ajudar a você, que busca métodos diferentes de ensino na Educação Matemática, mais especificamente na Investigação Matemática para ensinar o Conceito de Matriz. Ao longo da sequência colocamos questões que norteiam o processo investigativo e sugerimos algumas que podem auxiliá-lo nessas atividades.

A partir do tema *viagens*, inicialmente você pode estabelecer um diálogo com a turma por meio de algumas perguntas, por exemplo: Quem nunca sonhou em viajar?; Vocês viajam muito?; Qual país, estado, cidade vocês ainda não conhecem e tem pretensão de conhecer?; entre outras perguntas que você poderá acrescentar e/ou reformular.

Para entendermos melhor o intuito da Sequência Didática, elencamos algumas características importante para levar em consideração e verificar se a mesma se adequa à sua proposta de atividade.

- Público Alvo: Estudantes da 2ª série do ensino médio ou para educadores que pretende ensinar o conceito de Matriz.

- Objetivo Geral:

- Desenvolver a Investigação Matemática e o pensamento crítico;
- Introduzir a definição formal de Matriz;
- Mostrar a importância e a aplicabilidade das matrizes nas mais variadas áreas do conhecimento.

- Objetivo específico:

- Resolver exercícios que envolvam o conceito de Matriz;
- Resolver problemas nas diversas áreas que necessitam do uso de Matriz.

- Duração: 4 horas/aula.

- Materiais: lápis, caneta, borracha, folha contendo as questões da Sequência Didática, os três registros de representação e quando possível, computador e projetor para apresentar aos alunos a Sequência Didática aqui apresentada.

- Recomendação Metodológica: Esta atividade será aplicada em sala de aula de maneira a introduzir o Conceito de Matriz. Os alunos se reunirão para responder as questões em grupos de no máximo 5 alunos, com o propósito de poderem discutir os resultados obtidos durante a resolução das questões. Caso os alunos formem grupos com mais ou menos integrantes do que foi sugerido, mesmo assim oriente os mesmos a escolherem cinco estados ou peça para que eles construam uma tabela adaptada ao modelo que será disponibilizado.

- Possíveis Continuações ou Desdobramentos:

A proposta desta Sequência Didática é apenas a introdução do conceito de Matriz e algumas aplicações iniciais, mas o docente poderá apresentar todo o conteúdo de Matriz adaptando a essa proposta nova questionamentos. Por exemplo: soma de Matriz; multiplicação de Matriz; Matriz transpostas; entres outros.

No Capítulo 3 deste trabalho, apresentamos o roteiro completo da Sequência Didática, contendo o passo a passo de cada bloco, colocando os pontos de vistas a ser considerados pelo educador no decorrer da aplicação. É de bastante importante que leia as orientações expostas naquele capítulo, e se sentir necessidade, pode adaptar as questões de acordo com o que lhe parecer relevante.

No Anexo B está disponibilizada a apresentação em forma de figuras da Sequência Didática, já as questões organizadas da Sequência Didática e as representações a serem entregues aos alunos, estão nos Anexos C e D deste trabalho.

APÊNDICE B – APRESENTAÇÃO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA (FIGURAS)

Figura 2 - DIÁLOGO DE VIAGENS.



Figura 3 - GOOGLE EARTH.

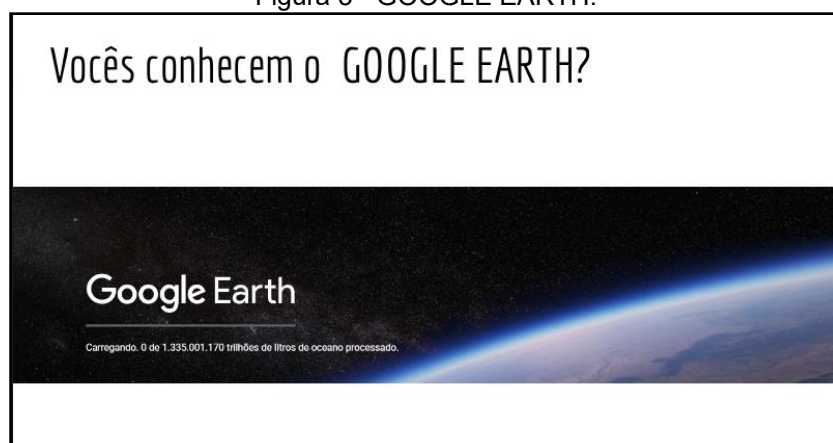


Figura 4 - PRIMEIRA REPRESENTAÇÃO (MAPA).

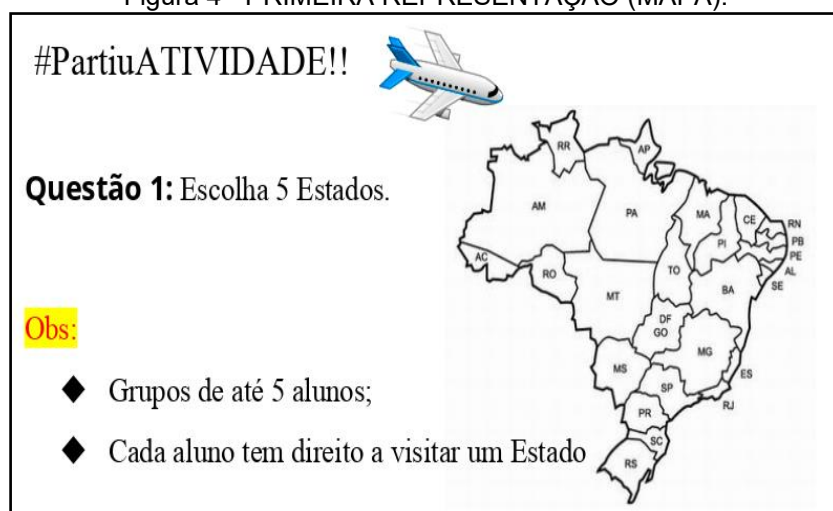


Figura 5 - FINALIZAÇÃO DO MAPA

Questão 2: Marque os Estados escolhidos no mapa e indique com setas a trajetória que irão realizar.

Questão 3: Ao lado do mapa, faça uma legenda enumerando os 5 Estados escolhidos;

Figura 6 - EXEMPLO A SER SEGUIDO.

Mapa e legenda com o nome dos Estados que pretendem visitar.

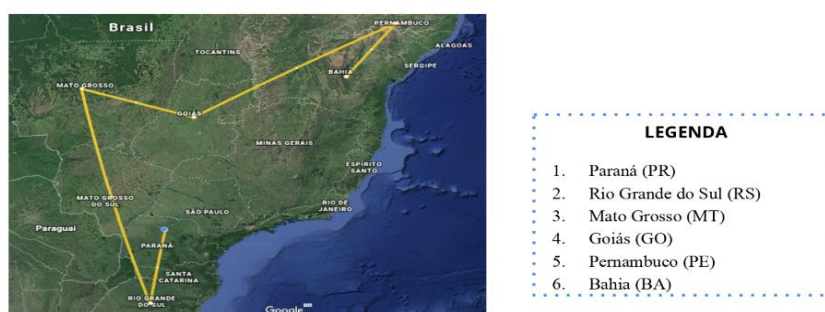


Figura 7 - SEGUNDA REPRESENTAÇÃO (TABELA).

Questão 4: Olhando para o seu Mapa, preencha a tabela atribuindo:

- 1, se existir percurso direto entre os estados.
- 0, se não existir percurso direto entre os estados.

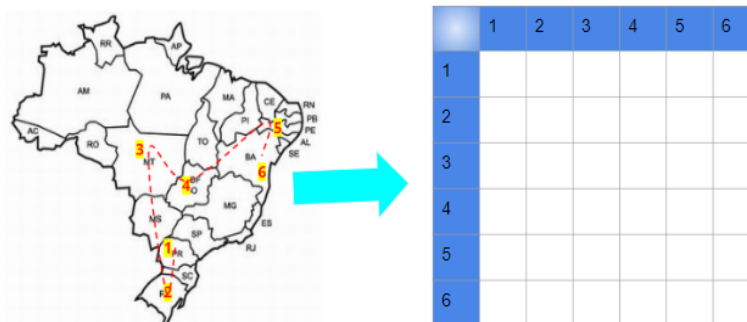


Figura 8 - TERCEIRA REPRESENTAÇÃO (MATRIZ).

Vamos olhar apenas para os números dessa tabela!

	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						
5						
6						

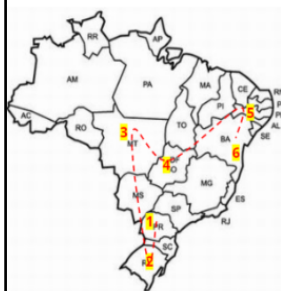


$$\left[\begin{array}{cccccc} & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \end{array} \right]$$

Figura 9 - OS TRÊS REGITROS DE REPRESENTAÇÃO

Até momento utilizamos 3 representações diferentes para indicar o percurso da viagem.

[I] Mapa



[II] Tabela

	1	2	3	4	5	6
1	1	1	0	0	0	0
2	0	1	1	0	0	0
3	0	0	1	1	0	0
4	0	0	0	1	1	0
5	0	0	0	0	1	1
6	0	0	0	0	0	1

[III] Matriz

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Figura 10 - ANÁLISE DOS DADOS

Questão 5: Qual das três representações você escolheria para representar melhor o seu trajeto? Explique o porquê de sua escolha.



	1	2	3	4	5	6
1	1	1	0	0	0	0
2	0	1	1	0	0	0
3	0	0	1	1	0	0
4	0	0	0	1	1	0
5	0	0	0	0	1	1
6	0	0	0	0	0	1

1	1	0	0	0	0
0	1	1	0	0	0
0	0	1	1	0	0
0	0	0	1	1	0
0	0	0	0	1	1
0	0	0	0	0	1

Figura 11 - TESTE E REFORMULAÇÃO DE CONJECTURA.

Questão 6: Olhando nas representações, existe trajeto direto entre o Estado de São Paulo e o Estado da Bahia? Explique como chegou nessa conclusão.

	AM	MT	SP	MG	BA	PA
AM	1	1	0	0	0	0
MT	0	1	1	0	0	0
SP	0	0	1	0	1	0
MG	0	0	0	1	0	0
BA	0	0	0	0	1	1
PA	0	0	0	1	0	1



Figura 12 - JUSTIFICAÇÃO E AVALIAÇÃO.

Questão 7: Apenas olhando para a representação [II], como você justificaria se existe trajeto direto do Estado 2 para o Estado 5?

Questão 8: Olhando para a representação [III]:

- Escolha um número da Matriz.
- Escreva quais estados estão relacionados com o número escolhido no item (a).
- De acordo com sua legenda, escreva os números dos estados relacionados com o número escolhido no item (a).
- Qual a localização do número escolhido no item (a) dentro da Matriz e o que ele significa?

FIGURA 13 - RECONHECIMENTO DAS CARACTERÍSTICA DE UMA MATRIZ.

Utilizamos a representação [III] para organizar as informações dos percursos escolhidos em forma de linhas e colunas.

	1	2	3	4	5	6
1	1	1	0	0	0	0
2	0	1	1	0	0	0
3	0	0	1	1	0	0
4	0	0	0	1	1	0
5	0	0	0	0	1	1
6	0	0	0	0	0	1

Quantas linhas tem essa matriz?

Quantas colunas tem essa matriz?

Qual é a posição do elemento em destaque?

De quantos números essa matriz é formada?

Quantidade de elementos: 36
Notação: $36 = 6 \times 6$

Diagonal principal

Ordem da Matriz
6 linhas x 6 colunas

6 x 6

Figura 14 - DEFINIÇÃO DE MATRIZ.

Definição de Matriz

Matrizes são organizações de informações numéricas em uma tabela retangular formada por linhas e colunas. Uma matriz de ordem $m \times n$, com m e n números naturais não nulos, é toda tabela composta por $m \cdot n$ elementos dispostos em m linhas e n colunas.

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \cdots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

Os elementos da matriz A são indicados por a_{ij} , onde i representa o índice da linha e j representa o índice da coluna para o elemento

Observação: O enunciado da questão 9 está no Anexo C.

Figura 15 - TABELA PERIÓDICA.

Questão 9: Tabela Periódica

Figura 16 - ORGANIZAÇÃO DE INFORMAÇÕES.

Questão 10: Organize as **informações***, para facilitar a visualização dos dados apresentados a seguir:

Um vendedor ambulante, em uma de suas rotas, precisa passar pelas cidades 1, 2, 3 e 4 para oferecer R\$ 500,00 em produtos. Para chegar na primeira cidade ele percorreu 20 Km e vendeu R\$ 156,00 em produtos. Na segunda cidade ele vendeu R\$ 89,00 em produtos e para chegar a esta cidade percorreu mais 16 Km a partir da primeira. Entre a segunda e a terceira cidade ele percorreu 8 Km e nesta ele vendeu R\$ 102,00 em produtos. Quando percebeu, ele já estava na última cidade da rota programada e tinha percorrido no total, desde o início da viagem, 60 Km, voltando para casa ainda com R\$ 53,00 em produtos.

***Informações:** - Valores das vendas realizadas em cada cidade;

- Quilometragem percorrida para chegar em cada uma destas cidades, a partir da cidade anterior.

Figura 17 - FIXAÇÃO DO CONCEITO DE MATRIZ.

Questão 11: Como você explicaria para um senhor de 65 anos de idade os conceitos de matrizes trabalhados em sala hoje?

Não se esqueça de mencionar alguns aspectos, por exemplo:

- Quais as representações que utilizamos para representar um trajeto;
- Qual a definição de matriz;
- Como fazemos para localizar um elemento da matriz;
- Dê um exemplo de aplicação de matriz.

Obrigado!!



APÊNDICE C - QUESTÕES DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Questão 1: Escolha 5 estados.

Questão 2: Marque os estados escolhidos no Mapa e indique com setas a trajetória que irão realizar, desde o estado que você se encontra.

Questão 3: Ao lado do mapa, faça uma legenda enumerando seu estado e os 5 estados escolhidos.

Questão 4: Preencha a tabela, atribuindo:

1, se existir percurso direto entre os estados.

0, se não existir percurso direto entre os estados.

Questão 5: Olhando nas representações, existe trajeto direto entre o estado de São Paulo e o estado da Bahia? Explique como chegou nessa conclusão.

Questão 6: Qual das três representações você escolheria para representar melhor o seu trajeto? Explique o porquê de sua escolha.

Questão 7: Apenas olhando para a representação [II], como você justificaria se existe trajeto direto do Estado 2 para o estado 5?

Questão 8: Olhando para a representação [III]:

(a) Escolha um número da Matriz.

(b) Escreva quais estados estão relacionados com o número escolhido no item (a).

(c) De acordo com sua legenda, escreva os números dos estados relacionados com o número escolhido no item (a).

(d) Qual a localização do número escolhido no item (a) dentro da Matriz e o que ele significa?

Questão 9: A tabela periódica apresenta a distribuição dos elementos químicos de acordo com suas características e propriedades. As linhas da tabela periódica, numeradas de cima para baixo, são denominados períodos, e as colunas, numeradas da esquerda para a direita, são denominados grupos.

A distribuição dos elementos é feita da seguinte maneira: elementos que possuem o mesmo número de camada de elétrons estão em um mesmo período, e elementos que possuem característica físicas e químicas semelhantes estão no mesmo grupo.

- Quilometragem percorrida para chegar em cada uma destas cidades, a partir da cidade anterior.

Questão 11: Responda: Como você explicaria para um senhor de 65 anos de idade os conceitos de matrizes trabalhados em sala hoje?

Não se esqueça de mencionar alguns aspectos, por exemplo:

- Quais as representações que utilizamos para representar um trajeto;
- Qual a definição de matriz;
- Como fazemos para localizar um elemento da matriz;
- Dê um exemplo de aplicação de matriz.

APÊNDICE D – OS TRÊS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO

[I]Mapa



[II]Tabela

[III]Matriz

