

Universidade Federal do Paraná

**Problema da Dieta: Formulação e Otimização Tratando
Macronutrientes e Micronutrientes**

João Victor da Silva

Orientador: Prof. Dr. Lucas Garcia Pedroso

Curitiba

2025

João Victor da Silva

**Problema da Dieta: Formulação e Otimização Tratando Macronutrientes e
Micronutrientes**

Monografia apresentada como requisito
parcial à conclusão do curso de graduação
em Matemática Industrial pela Universidade
Federal do Paraná.

Orientador: Prof. Dr. Lucas Garcia Pedroso

Curitiba

2025

Agradecimentos

*Eu gostaria de agradecer a todos que me ajudaram
durante esta jornada, especialmente para:*

*Minha mãe, Professores Lucas Pedroso, Roberto Ribeiro
e Abel Siqueira por toda mentoria e aconselhamento
durante todos esses anos.*

*Meus amigos Talia, Matheus e Otávio que foram meus
companheiros de estudos e muitas discussões
matemáticas.*

RESUMO

Este trabalho aborda um estudo matemático acerca de um tópico nutricional com um olhar exato através da formulação e otimização do problema da dieta, sendo um dos problemas clássicos na área de pesquisa operacional e de grande relevância na área nutricional. A metodologia utilizada incluiu a construção de um modelo não linear com variáveis binárias, onde são definidas as restrições nutricionais com base nas recomendações diárias de ingestão e em métricas comuns. O objetivo base foi desenvolver um modelo matemático que permita definir dietas balanceadas, levando em consideração tanto os macronutrientes (proteínas, carboidratos e gorduras) quanto os micronutrientes (vitaminas e minerais), respeitando assim a individualidade da alimentação. Os resultados foram condizentes com o esperado falhado em atender alguns poucos micronutrientes.

Palavras-chave: Problema da Dieta, Modelagem Matemática, Pesquisa Operacional, Micronutrientes, Macronutrientes.

ABSTRACT

This study delves into a mathematical analysis of a nutritional topic, focusing on the formulation and optimization of the diet problem. This classical problem in the field of operations research holds significant relevance in the realm of nutrition. The methodology involved constructing a non-linear model with binary variables, incorporating nutritional constraints based on daily intake recommendations and commonly used metrics. The primary objective was to develop a mathematical model that enables the design of balanced diets, considering both macronutrients (proteins, carbohydrates, and fats) and micronutrients (vitamins and minerals), while respecting individual dietary needs. The results were consistent with expectations, although a few micronutrients were not adequately met.

Keywords: Diet Problem, Mathematical Modeling, Operations Research.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1	Decomposição do gasto calórico total.	11
Figura 2	Visualização da Tabela TACO.	17
Figura 3	Zoom na origem da função $Abs(x)$	22
Figura 4	Solução Considerando Variedade Alimentar.	31
Figura 5	Solução Considerando Variedade Alimentar - Limite Menor.	32
Figura 6	Solução Considerando Minimizar o Consumo.	34
Figura 7	Solução Considerando Maximizar o Consumo.	35

LISTA DE TABELAS

Tabela 1	Tabela de cálculo da TMB das organizações FAO/OMS.	13
Tabela 2	Exemplos para cálculos no modelo.	13
Tabela 3	Valores de aproximação para o cálculo da TMB.	13
Tabela 4	Valores de correção por grau de atividade.	14
Tabela 5	Calorias por grama de macronutriente.	15
Tabela 6	Tabela com as unidades comestíveis e gramas por alimento considerado...	20
Tabela 7	Tabela de alimentos pré-selecionados.	28
Tabela 8	Informações Pessoais	30
Tabela 9	Micronutrientes para o cenário de maximização de variedade.....	31
Tabela 10	Micronutrientes para o cenário de maximização de variedade com limite reduzido.	33
Tabela 11	Micronutrientes para o cenário de minimização de comida ingerida.	34
Tabela 12	Micronutrientes para o cenário de maximização de comida ingerida.	36

LISTA DE SIGLAS

Formulação Original

Símbolo	Descrição
$N \in \mathbb{N}$	Quantidade total de alimentos.
$M \in \mathbb{N}$	Quantidade total de nutrientes considerados.
$c_i \in \mathbb{R}$	Custo do alimento.
$x_i \in \mathbb{R}$	Quantidade em gramas de alimento que vai ser consumido.
$b_j \in \mathbb{R}$	Restrição alimentar para o nutriente j .
$a_{ij} \in \mathbb{R}$	Porcentagem de nutriente j no alimento.

Formulação Proposta

Símbolo	Descrição
$N \in \mathbb{N}$	Quantidade total de alimentos contínuos.
$M \in \mathbb{N}$	Quantidade total de alimentos inteiros.
$x_i \in \mathbb{R}$	Quantidade em gramas do alimento i .
$y_j \in \mathbb{N}$	Unidades do alimento inteiro j .
$b_i \in \{0, 1\}$	Binário indicando se o alimento i será consumido ou não.
$L_i, U_i \in \mathbb{N}$	Limites inferior e superior do alimento i .
$C_i \in \mathbb{R}$	Quantidade de carboidratos presentes no alimento i .
$P_i \in \mathbb{R}$	Quantidade de proteínas presentes no alimento i .
$G_i \in \mathbb{R}$	Quantidade de gorduras presentes no alimento i .
$Pl, Gl, Cl \in \mathbb{N}$	Limites inferiores de consumo de proteína, gordura e carboidrato.
$Pu, Gu, Cu \in \mathbb{N}$	Limites superiores de consumo de proteína, gordura e carboidrato.
$\alpha_{micro} \in \mathbb{R}$	Hiper parâmetro, importância do micronutriente na penalização.
$Kcal \in \mathbb{N}$	Meta calórica do indivíduo.
$gramas_j \in \mathbb{N}$	Quantidade de gramas na unidade comestível j .
$\varepsilon = 10^{-8}$	Valor de correção para função objetivo e de penalização.

SUMÁRIO

Introdução	9
1 CONCEITOS DE NUTRIÇÃO ENERGÉTICA	10
1.1 Nutrição Energética	10
1.1.1 Gasto Calórico Basal	11
1.1.2 Gasto Calórico Diário e em Atividades Físicas	11
1.1.3 Calculando o Gasto Calórico	11
1.2 Calorias nos Alimentos	14
1.2.1 Macronutrientes	14
1.2.2 Limites de Cada Macronutriente	15
1.3 Tabela Brasileira de Composição de Alimentos (TACO)	16
2 PROBLEMA DA DIETA	18
2.1 Problema Original	18
2.2 Conceitos Utilizados	19
2.3 Solução Proposta	20
2.3.1 Problema das Restrições dos Micronutrientes	21
2.3.2 Formulação Proposta	24
3 METODOLOGIA	27
3.1 Solução	27
3.2 Pré-Seleção de Alimentos	27
3.3 Restrições	28
4 EXPERIMENTOS NUMÉRICOS	30
4.1 Variação Alimentar	30
4.2 Alterando Peso Ingerido	33
5 CONCLUSÃO	37
Apêndice A - Limitação dos Macronutrientes	42

Introdução

O problema da dieta, por ser um dos problemas clássicos de pesquisa operacional, pode se apresentar como um problema linear simples, contudo conforme são considerados mais detalhes realistas a complexidade cresce.

A solução desejada é uma alimentação que atenda requisitos calóricos, macronutrientes, micronutrientes e que obtenha a quantidades de cada alimento, para que o indivíduo consiga obter o máximo de benefícios para seu corpo maximizando assim o bem estar alimentar.

Assim uma das primeiras etapas é entender o que faz parte da modelagem. Sendo assim o problema pode ser visto como um problema clássico de atendimento a demanda, tanto energética quanto nutricional. Com isso em mente, recorrendo aos conhecimentos nutricionais obtemos as **calorias** para o conceito energético e consequentemente os **macronutrientes** aparecem na equação energética.

Com isso o estudo sobre micronutrientes surge para atender o objetivo nutricional e assim adquirindo uma alimentação rica de nutrientes e que não prejudique nenhum indivíduo.

O objetivo desse trabalho é fazer o estudo e a construção de um modelo matemático que retorne dietas nutricionalmente viáveis, e com isso sem a garantia de otimalidade em todos os casos, dentro das características pessoais de cada indivíduo.

No Capítulo 1 são apresentados conceitos nutricionais e estudos bases para entender as peculiaridades do problema e da realidade, além de um simples atendimento à demanda. No Capítulo 2 será apresentado o problema original da dieta e também a formulação proposta para atingir os objetivos descritos. No Capítulo 3 são discutidas metodologias de resolução desse problema de otimização e abordagens mais comuns. Por fim o Capítulo 4 apresenta resultados e algumas discussões sobre o modelo proposto.

1 CONCEITOS DE NUTRIÇÃO ENERGÉTICA

Nesse Capítulo serão apresentados sobre conceitos da nutrição com objetivo de entender o que influencia na alimentação e como podemos escolher entre um alimento ou outro. Os conceitos apresentados serão da nutrição energética, que estuda como os alimentos e a dieta influenciam o indivíduo. Também será apresentada uma análise sobre os nutrientes, quais são e suas funções básicas, além disso uma breve introdução acerca dos micronutrientes e sua importância.

1.1 Nutrição Energética

O primeiro conceito que será necessário entender é sobre como humanos obtém energia e também quais estruturas são importantes para os seres vivos além da energia.

Não é segredo que nós seres vivos obtemos energia através da alimentação. Os alimentos têm uma quantidade de energia armazenada em suas ligações moleculares denominadas **calorias**, que são uma unidade de medida para quantidade de energia.

O conceito energético mais comum utilizado será o **gasto calórico total (GCT)**, que é a quantidade de calorias utilizadas pelo corpo durante um dia inteiro. Esse conceito é uma combinação entre os gastos calóricos:

1. Basal
2. Diário
3. Atividade Física

A definição dos limites de macronutrientes é baseada em pesquisas científicas que correlacionam a ingestão de lipídios, proteínas e carboidratos com indicadores de saúde, como o índice de massa corporal (IMC). Trichopoulou et al. [1] investigaram a relação entre a ingestão desses macronutrientes e o IMC, estabelecendo diretrizes importantes para a composição de dietas balanceadas.

No que diz respeito às proteínas, Wu [2] examinou a ingestão de proteínas e sua influência na saúde humana, fornecendo uma base sólida para a definição de limites seguros e eficazes de consumo de proteínas.

1.1.1 Gasto Calórico Basal

Esse tópico é definido como sendo o quanto o corpo utiliza de energia estando em repouso absoluto, apenas nas funcionalidades básicas sem que tenham influências ativas.

Esse consumo é teoricamente influenciado apenas pelos órgãos trabalhando e os músculos inativos.

1.1.2 Gasto Calórico Diário e em Atividades Físicas

São partições que podem ser influenciadas pelo indivíduo. O gasto diário é aquele que é utilizado para andar, pensar e fazer atividades comuns do dia a dia como escovar os dentes ou caminhar até o refeitório. É uma partição do gasto calórico que pode ser alterada dependendo da rotina.

Já o gasto via exercício representa a última fatia do GCT e a parte mais fortemente influenciada pelo indivíduo. Para melhor entendimento veja a Figura 1,

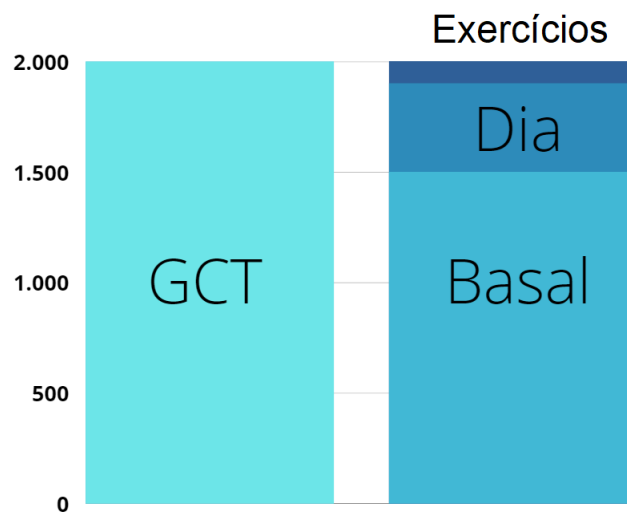


Figura 1: Decomposição do gasto calórico total.

Fonte: O Autor.

1.1.3 Calculando o Gasto Calórico

O que influencia o gasto calórico basal são características como altura, peso, sexo e idade. Há aproximações obtidas via características populacionais, de modo que o gasto calórico basal de um indivíduo pode ser estimado através de poucas informações.

Seguem fórmulas utilizadas nesse trabalho:

Começando pelas mais básicas que utilizam a separação de sexo, utilizando como variáveis o peso corporal em quilos, a altura em centímetros e a idade. De acordo com **Harris e Benedict** [3], as equações para a taxa metabólica basal são:

$$TMB(kg, cm, idade) = \begin{cases} 13,8.kg + 5.cm - 6,8.idade + 66 & \text{se Masculino,} \\ 9,6.kg + 1,9.cm - 4,7.idade + 665 & \text{se Feminino.} \end{cases} \quad (1.1)$$

De acordo com **Mifflin e St. Jeor** [4], são:

$$TMB(kg, cm, idade) = \begin{cases} 10.kg + 6,25.cm - 5.idade + 5 & \text{se Masculino,} \\ 10.kg + 6,25.cm - 5.idade - 161 & \text{se Feminino.} \end{cases} \quad (1.2)$$

Também existem fórmulas baseadas em quantidade de massa magra (Mm), ou seja a quantidade do peso corporal que composto por tecido que utiliza oxigênio em maiores quantidades. Em resumo é o peso retirando os ossos, cartilagem, gordura etc.

Cunningham [5] apresenta:

$$TMB(Mm) = 22.(Mm) + 500 \quad (1.3)$$

Já **Tinsley** [6] tem duas variações da mesma equação uma com massa magra (Mm) e outra com o peso comporal:

$$TMB(Mm, kg) = \begin{cases} 25,9.(Mm) + 284 & \text{se Mm,} \\ 24,8.kg + 284 & \text{se Peso total.} \end{cases} \quad (1.4)$$

E finalmente uma aproximação oferecida pela FAO e a OMS na Tabela 1.
FAO e OMS [7]

Idade	Masculino	Feminino
10 a 18	$(17,686\text{kg}) + 658,2$	$(13,384\text{kg}) + 692,6$
18 a 30	$(15,057\text{kg}) + 692,2$	$(14,818\text{kg}) + 486,6$
30 a 60	$(11,472\text{kg}) + 873,1$	$(8,126\text{kg}) + 845,6$
>60	$(11,711\text{kg}) + 587,7$	$(9,082\text{kg}) + 658,5$

Tabela 1: Tabela de cálculo da TMB das organizações FAO/OMS.

E para entender a importância das fórmulas na aproximação vamos ao exemplo de duas pessoas que têm praticamente as mesmas medidas, sendo as diferenças não tão expressivas mas que ao aplicar as formulações observa-se uma diferença significativa entre os resultados.

Nome	João	Talia
Sexo	M	F
Altura (cm)	163	162
Peso (kg)	85	54
Idade	24	22
Gordura	27%	14%
Massa Magra (kg)	60	43

Tabela 2: Exemplos para cálculos no modelo.

Método	João	Talia
Harris e Benedict	1875	1472
FAO e OMS	1972	1505
Mifflin e St. Jeor	1735	1447
Cunningham	1750	1450
Tinsley Mm	1755	1403
Tinsley peso	2118	1349
Média	1867	1438

Tabela 3: Valores de aproximação para o cálculo da TMB.

Estimado o gasto calórico basal, faltam ainda as outras fontes de gasto calórico

apresentadas, essas podem ser calculadas multiplicando o gasto calórico basal por alguma constante [8] baseada na Tabela 4:

Grau de Atividade	Valores para Correção
Sedentário	1 até 1,4
Pouco Ativo	1,4 até 1,6
Ativo	1,6 até 1,9
Muito Ativo	1,9 até 2,5

Tabela 4: Valores de correção por grau de atividade.

Fonte: [8] e traduzido pelo Autor.

Fica clara a dependência do gasto calórico com atividades físicas ou uma rotina muito ativa, chegando até duplicar os gastos no caso de uma pessoa muito ativa (atletas).

1.2 Calorias nos Alimentos

Para se obter as calorias de cada alimento é necessário entender o conceito de macronutrientes. Esses são separados em três grupos onde cada grupo executa uma série de funções no corpo, contudo o que é necessário para o trabalho é apenas o conceito base de cada grupo, o qual será apresentado a seguir.

1.2.1 Macronutrientes

Essas estruturas bases têm seus nomes bem característicos e bastante conhecidos pela população em geral, das quais possuem suas funções primárias bem definidas dentro do organismo humano:

- **Carboidrato:** Ser a fonte de energia primária e preferida pelas células.
- **Proteína:** Entregar os aminoácidos essenciais e não essenciais (estruturas básicas para produção das enzimas) e também para construção e manutenção dos nossos músculos e tecidos.
- **Lipídeo/Gordura:** Principalmente reserva de energia, conserva mais do que o dobro de calorias do que os carboidratos e proteínas com o mesmo peso.

Resumidamente obtemos a seguinte relação entre os macronutrientes e suas quantidades calóricas (Kcal).

Nome	Função Primária	Kcal por grama
Carboidrato	Energética	4
Proteína	Construção	4
Lipídeos	Reserva	9

Tabela 5: Calorias por grama de macronutriente.
Fonte: O Autor.

Gerando assim a seguinte equação que define quantas calorias temos em cada alimento

$$\text{calorias}(\text{alimento}_g) = 4 \cdot (\text{proteína}_g + \text{carboidrato}_g) + 9 \cdot \text{lipídeo}_g \quad (1.5)$$

Onde,

alimento_g - Quantidade em gramas do alimento e suas respectivas quantidades calóricas em gramas.

Observação: neste trabalho será considerada uma eficiência de absorção de alimentos de 100%. Ou seja tudo que for consumido ou ingerido será aproveitado em sua integridade.

1.2.2 Limites de Cada Macronutriente

Em seguida é apresentado os limites recomendados diários de ingestão de cada macronutriente, mesmo em segundo plano dos macronutrientes estão seus limites que são pouco conhecidos, [1], sendo necessário tomar cuidado para não exagerar no consumo de um ou mais macronutrientes pois existem problemas relacionados ao consumo excessivo de cada um.

Esses limites serão calculados com base no peso corporal de cada indivíduo, conseguindo assim um dado personalizado para cada usuário.

Proteínas

Sobre proteínas, Bilsborough e Mann [9] revisaram as questões relacionadas à ingestão de proteínas na dieta humana, abordando aspectos como a quantidade ideal e os

efeitos na saúde, sua função primária é atuar como construtoras de tecidos mas também podem atuar como fonte energética, o consumo em gramas deve seguir

$$1,2 \cdot \frac{Peso(gramas)}{1000} \leq Proteína_g \leq 2,4 \cdot \frac{Peso(gramas)}{1000} \quad (1.6)$$

Ficando muito distante desses limites uma pessoa corre o risco de ou não ter aminoácidos essenciais para geração de enzimas ou hormônios ficando abaixo já no outro extremo correndo o risco de desenvolver problemas de saúde [9 10 2].

Lipídeos

Já os lipídeos não possuem um limite mínimo pois podem ser fabricados pelo corpo com a sobra de calorias e sua função é focada em reserva de energia para o futuro. Sendo assim seu limite é calculado como

$$Gordura \leq 2 \cdot \frac{Peso(gramas)}{1000} \quad (1.7)$$

Carboidratos

Considerando as limitações das proteínas, lipídeos e também das calorias, pode-se perceber que não será necessário colocar uma limitação na quantidade de carboidratos consumidos já que as calorias de um alimento são definidas pela equação (1.5), que é uma função linear com uma variável, quantidade de gramas do alimento, e três variáveis dependentes do alimento.

1.3 Tabela Brasileira de Composição de Alimentos (TACO)

Para finalizar a questão nutricional dos alimentos, será introduzido o “banco de dados” dos alimentos brasileiros [11].

Essa Tabela é pública e contém informações precisas e bem estruturadas sobre alimentos comuns no Brasil. Nessa Tabela estão presentes informações como macronutrientes, 16 micronutrientes, umidade, cinzas, colesterol, etc.

Número do		Umidade	Energia		Proteína	Lipídeos	Colesterol	Carbo-	Fibra			
Alimento	Descrição dos alimentos	(%)	(kcal)	(kJ)	(g)	(g)	(mg)	idrato	Alimentar	Cinzas	Cálcio	Magnésio
								(g)	(g)	(mg)	(mg)	(mg)
Cereais e derivados												
1	Arroz, integral, cozido	70,1	124	517	2,6	1,0	NA	25,8	2,7	0,5	5	59
2	Arroz, integral, cru	12,2	360	1505	7,3	1,9	NA	77,5	4,8	1,2	8	110
3	Arroz, tipo 1, cozido	69,1	128	537	2,5	0,2	NA	28,1	1,6	0,1	4	2
4	Arroz, tipo 1, cru	13,2	358	1497	7,2	0,3	NA	78,8	1,6	0,5	4	30
5	Arroz, tipo 2, cozido	68,7	130	544	2,6	0,4	NA	28,2	1,1	0,1	3	6
6	Arroz, tipo 2, cru	13,2	358	1498	7,2	0,3	NA	78,9	1,7	0,4	5	29
7	Aveia, flocos, crua	9,1	394	1648	13,9	8,5	NA	66,6	9,1	1,8	48	119
8	Biscoito, doce, maisena	3,2	443	1853	8,1	12,0	NA	75,2	2,1	1,5	54	37
9	Biscoito, doce, recheado com chocolate	2,2	472	1974	6,4	19,6	Tr	70,5	3,0	1,3	27	48
10	Biscoito, doce, recheado com morango	2,7	471	1971	5,7	19,6	Tr	71,0	1,5	1,0	36	27
11	Biscoito, doce, wafer, recheado de chocolate	1,2	502	2102	5,6	24,7	Tr	67,5	1,8	1,1	23	48
12	Biscoito, doce, wafer, recheado de morango	1,2	513	2148	4,5	26,4	1	67,4	0,8	0,6	14	19
13	Biscoito, salgado, cream cracker	4,1	432	1806	10,1	14,4	NA	68,7	2,5	2,7	20	40
14	Bolo, mistura para	1,0	419	1752	6,2	6,1	Tr	84,7	1,7	2,0	59	28
15	Bolo, pronto, aipim	34,1	324	1355	4,4	12,7	73	47,9	0,7	0,8	85	10
16	Bolo, pronto, chocolate	19,3	410	1715	6,2	18,5	77	54,7	1,4	1,3	75	28
17	Bolo, pronto, coco	29,3	333	1395	5,7	11,3	63	52,3	1,1	1,4	57	16
18	Bolo, pronto, milho	36,7	311	1303	4,8	12,4	82	45,1	0,7	1,0	83	10
19	Canjica, branca, crua	13,6	358	1496	7,2	1,0	NA	78,1	5,5	0,2	2	12
20	Canjica, com leite integral	72,5	112	471	2,4	1,2	1	23,6	1,2	0,3	43	6
21	Cereais, milho, flocos, com sal	9,3	370	1546	7,3	1,6	NA	80,8	5,3	1,0	2	20
22	Cereais, milho, flocos, sem sal	11,2	363	1520	6,9	1,2	NA	80,4	1,8	0,3	2	17
23	Cereais, mingau, milho, infantil	4,7	394	1650	6,4	1,1	NA	87,3	3,2	0,5	219	16

Figura 2: Visualização da Tabela TACO.

Fonte: O Autor.

Cada linha contém as informações nutricionais dos alimentos por 100g de parte comestível.

Com essas informações, pode-se considerar as limitações inferiores e superiores de cada um dos 16 micronutrientes presentes na Tabela e também do colesterol. As limitações de cada micronutriente está presente no Apêndice: Limitação dos Macronutrientes.

2 PROBLEMA DA DIETA

Nesse Capítulo será apresentada a formulação original do problema da dieta e suas limitações. Serão incluídos os conceitos matemáticos simples para definir o que é maximizar a saúde e além disso também a proposta de formulação com os objetivos claros.

2.1 Problema Original

O Problema Original da Dieta é um dos clássicos problemas de otimização linear da pesquisa operacional, onde se busca determinar a dieta ideal que atenda tanto necessidades nutricionais quanto um custo financeiro. A formulação matemática mesmo sendo simples, pode se tornar um desafio computacional complexo conforme adicionamos mais conceitos.

A otimização de dietas se torna um problema complexo que envolve a combinação de diversas restrições nutricionais com base nas preferências individuais. A revisão de Babalola [12] explora várias técnicas de otimização utilizadas na composição de dietas, mostra a aplicação de algoritmos e métodos matemáticos.

Já Cottle e Thapa [13] forneceram uma base teórica sobre otimização linear e não linear sobre o assunto, que é fundamental para entender e aplicar técnicas de otimização em problemas de dieta. A modelagem padrão é um problema de programação linear (PL), a formulação matemática é:

$$\min_{x_i} \sum_i^N c_i \cdot x_i \quad (2.1a)$$

$$\text{s.a.} \quad \sum_i^N (a_{i,j} \cdot x_i) \geq b_j \quad \forall j \in \{1, \dots, M\}, \quad (2.1b)$$

$$x_i \geq 0 \quad \forall i \in \{1, \dots, N\} \quad (2.1c)$$

Símbolo	Descrição
$N \in \mathbb{N}$	Quantidade total de alimentos.
$M \in \mathbb{N}$	Quantidade total de nutrientes considerados.
$c_i \in \mathbb{R}$	Custo do alimento.
$x_i \in \mathbb{R}$	Quantidade em gramas de alimento que vai ser consumido.
$b_j \in \mathbb{R}$	Restrição alimentar para o nutriente j .
$a_{ij} \in \mathbb{R}$	Porcentagem de nutriente j no alimento.

A função objetivo resolve o problema minimizando os custos c_i e também a quantidade de alimento x_i . As restrições são referentes a limites mínimos ou máximos para cada nutriente j no alimento i apresentado como a quantidade do nutriente $a_{i,j}$, com as limitações sendo b_j .

O problema original pode ser modificado e estendido para incorporar diversas características, como:

- Restrições de calorias: Limitar o consumo total de calorias na dieta.
- Preferências alimentares: Incluir preferências do indivíduo em relação aos alimentos.
- Incerteza: Considerar a incerteza na disponibilidade e preços dos alimentos.

Dentre os problemas mais comuns dessa solução básica da dieta, está do modelo resultar apenas nas soluções simples, dos quais não refletem a realidade de um planejamento de refeições diária ou até de uma refeição única e importante como o almoço ou o jantar.

Em conjunto com esse problema vem o problema nutricional, do qual nem chega perto de ser uma dieta considerada saudável já que são vistos apenas os custos financeiros ou os macronutrientes que não representam em completude uma dieta balanceada.

2.2 Conceitos Utilizados

Antes de apresentar a solução proposta é viável apresentar as ideias utilizadas para visualizar o problema de uma mesclada entre nutrição e matemática aplicada. Os conceitos básicos são de que neste trabalho foram utilizados dois tipos de alimentos, os contínuos e os inteiros.

Os **alimentos contínuos** são tais quais podem ser contabilizados em gramas, são exemplos os grãos como o arroz ou os líquidos, dos quais temos controle sobre seu peso. Não são literalmente contínuos pois alguns deles têm um peso unitário médio que pode ser interpretado como inteiro. Contudo neste trabalho utilizamos os gramas como unidade contínua e ao final arredondamos para obtermos uma dieta factível.

Por sua vez os **alimentos inteiros** são aqueles que são de difícil segmentação ou até que não fazem sentido serem fracionados em unidades menores ou até em gramas. Alguns exemplos estão na Tabela Tabela 6. Pode-se entender que um membro desse

grupo de alimentos pode se chamar de **unidade comestível**, onde uma unidade desse alimento contém uma quantidade de gramas média [14] e é ela que vamos utilizar para fazer as contas no modelo.

Nome do Alimento	Gramas (g)
Ovo Cozido	50
Banana Prata	100
Pão Francês	50
Pão de Forma	25
Fatia de abacaxi	75

Tabela 6: Tabela com as unidades comestíveis e gramas por alimento considerado.

Temos então as seguintes variáveis no modelo para representar a quantidade de alimento, a depender do grupo a que este pertence:

- variável x : quantidade contínua em gramas do alimento
- variável y : unidade comestível ou também quantidade inteira de alimento

Podemos então partir para a solução proposta.

2.3 Solução Proposta

A literatura fornece um vasto suporte para a aplicação de métodos matemáticos na resolução de problemas de dieta. Gazan [10] revisaram a utilização da otimização matemática para explorar dietas sustentáveis, mostrando como esses métodos podem ser aplicados para criar dietas que atendam às necessidades nutricionais e sejam ambientalmente sustentáveis.

Pulliam [15] e Bassi [16] discutiram a otimização de dietas com restrições nutricionais, sendo pioneiros na aplicação de métodos de otimização para resolver problemas práticos na formulação de dietas balanceadas.

Saxena [17] comparou técnicas de programação linear e não linear na otimização de dietas animais, oferecendo *insights* sobre as vantagens e desvantagens de cada abordagem na prática nutricional. Das [18] também abordou a robustez na otimização de problemas de programação não linear, enfatizando a importância de soluções estáveis em contextos nutricionais.

Considerando os objetivos de obter uma dieta rica em nutrientes e também facilitar ou até automatizar o planejamento diário de alimentação, a modelagem detalhada com micronutrientes será a solução.

A modelagem precisa incluir os seguintes pontos:

- Restrição Calórica;
- Restrições de Macronutrientes;
- Respeitar Limites dos Micronutrientes;
- Escolher Alimentos Automaticamente.

As restrições calóricas são de caráter nutricional a fim de controlar o peso, já que se a pessoa consumir mais calorias do que gasta, sobram calorias que podem se “transformar” em lipídios. Se consumir menos, faltará energia e consequentemente o corpo usará as próprias reservas energéticas para manter as atividades.

Agora para controlar como a composição corporal se altera ao longo do tempo é necessário alterar a proporção entre os macronutrientes e assim se definem as restrições e essas restrições já foram explicadas anteriormente em (1.6) e (1.7). Na formulação está apresentado como (2.4g)

Com o objetivo de melhorar a saúde é necessário controlar os micronutrientes já que os mesmos têm papéis bem mais específicos dentro do corpo, os limites dos micronutrientes foram apresentados no Apêndice: Limitação dos Macronutrientes e na formulação está apresentado como (2.4d), (2.4e) e (2.4f).

As escolhas de quais alimentos entraram na dieta serão automáticas e feitas pelo modelo via função objetivo e respeitando as outras restrições impostas.

2.3.1 Problema das Restrições dos Micronutrientes

Um dos problemas encontrados durante o desenvolvimento do modelo foi a incapacidade de encontrar uma solução inicial que atendesse às restrições de limites inferiores e superiores, também chamadas de restrições de caixa, de todos os micronutrientes ao mesmo tempo.

Os casos testes incluíram a quantidade de alimentos suficiente considerando até o dobro das limitações dos micronutrientes, contudo mesmo assim não foram encontradas

soluções iniciais viáveis para o modelo iterar.

Para resolver essa dificuldade o caminho utilizado foi usar uma função de penalização junto a função objetivo, a qual penaliza o modelo caso esteja fora dos limites mas que dá liberdade para o mesmo sugerir soluções fora das especificações desejadas.

Será utilizada uma função equivalente a uma reflexão da função ReLU [19], da qual terá um comportamento tal

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x < 0, \\ x & \text{se } x \geq 0. \end{cases}$$

Contudo como será uma parte da função objetivo, é necessário que ela seja diferenciável, sendo assim a adaptação feita como

$$Abs(x) = \frac{\sqrt{x^2 + \varepsilon} + x}{2} \quad (2.2)$$

Segue gráfico com *zoom* na origem para $\varepsilon = 10^{-8}$.

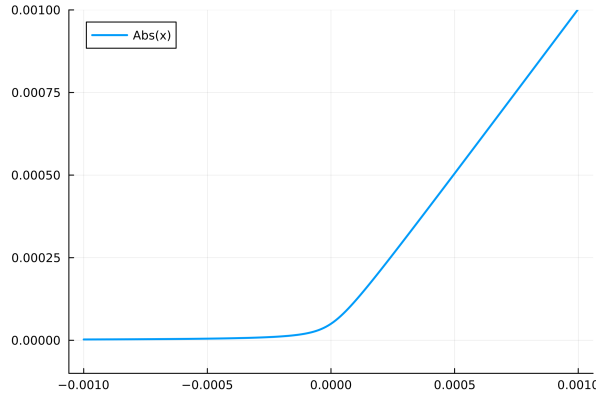


Figura 3: Zoom na origem da função Abs(x).

E agora a função penalização que utiliza $Abs(x)$, a qual vai ser 0 caso a quantidade de micronutrientes nos meus alimentos inteiros e contínuos estiverem dentro dos limites mínimos e máximos já conhecidos. A função calcula se cada micronutriente está dentro ou fora dos limites já estabelecidos.

$$Pen_{micro}(x, y) = \alpha_{micro} \cdot [Abs(inf_{micro} - (x_{micro} + y_{micro})) + Abs((x_{micro} + y_{micro}) - sup_{micro})] \quad (2.3)$$

Onde o α_{micro} é o hiperparâmetro que vai normalizar a penalização entre os micro-

nutrientes com unidades diferentes, os valores utilizados neste trabalho estão no Apêndice: Limitação dos Macronutrientes.

Caso o micronutriente não tenha um dos limitantes, a função $Abs(x)$ apenas retorna zero. Para melhor entendimento, segue exemplo abaixo.

Exemplos

Considerando um exemplo arbitrário, de um micronutriente W com os limites inferior e superior como, $inf_W = 700\text{mg}$ e $sup_W = 5000\text{mg}$, além disso o $\varepsilon = 10^{-8}$. Imaginando 2 cenários onde as combinações de micronutrientes na dieta ($x + y$) são

1. $x_{micro} + y_{micro} = 500\text{mg}$

2. $x_{micro} + y_{micro} = 4300\text{mg}$

A dieta no **cenário 1** está fora dos limites estabelecidos que são de $[700, 5000]$ mg. Com isso a função penalidade fica:

$$\begin{aligned} Pen_W(x, y) &= \alpha_W \cdot (Abs(700 - 500) + Abs(500 - 5000)) \\ &= \alpha_W \cdot (Abs(200) + Abs(-4500)) \\ &= \alpha_W \cdot (200 + 4,5 \cdot 10^{-13}) \\ &\approx 200 \cdot \alpha_W \end{aligned}$$

Como esperado, como a dieta está com a quantidade de micronutriente W fora do desejado então a penalização foi aplicada nas unidades de $Pen_W(x, y) \approx 200 \cdot \alpha_W$, sendo α_W um fator de correção de cada um dos micronutrientes trazendo todos para as mesmas unidades das dezenas, na tentativa de normalizar os micronutrientes sem dar mais ou menos importância entre eles.

A dieta no **cenário 2** está dentro dos limites não precisando ser penalizada para o micronutriente W. Com isso a conta de penalização fica:

$$\begin{aligned}
Pen_W(x, y) &= \alpha_W \cdot (Abs(700 - 4300) + Abs(4300 - 5000)) \\
&= \alpha_W \cdot (Abs(-3600) + Abs(-700)) \\
&= \alpha_W \cdot (6.8 \cdot 10^{-13} + 3.5 \cdot 10^{-12}) \\
&\approx 0 \cdot \alpha_W = 0
\end{aligned}$$

E assim a penalização ficou suficientemente pequena com $Pen_W(x, y) \approx 0$ já que a dieta está com uma quantidade aceitável de micronutriente W.

2.3.2 Formulação Proposta

Levando em conta o que foi discutido até agora, o modelo proposto tem o seguinte formato:

$$\max_{x_i, b_i, y_j} f(x_i, b_i, y_j) - \sum_{micro} Pen_{micro}(x, y) \quad (2.4a)$$

s.a.

$$L_i \cdot b_i \leq x_i \leq U_i \cdot b_i, \quad \forall i \in \{1, \dots, N\}, \quad (2.4b)$$

$$L_j \leq y_j \leq U_j, \quad \forall j \in \{1, \dots, M\}, \quad (2.4c)$$

$$Pl \leq \sum_{i=1}^N x_i \cdot P_i + \sum_{j=1}^M y_j \cdot P_j \leq Pu, \quad (2.4d)$$

$$Gl \leq \sum_{i=1}^N x_i \cdot G_i + \sum_{j=1}^M y_j \cdot G_j \leq Gu, \quad (2.4e)$$

$$Cl \leq \sum_{i=1}^N x_i \cdot C_i + \sum_{j=1}^M y_j \cdot C_j \leq Cu, \quad (2.4f)$$

$$\sum_{i=1}^N (4(C_i + P_i)x_i + 9G_i x_i) + \sum_{j=1}^M (4(C_j + P_j)y_j + 9G_j y_j) = Kcal, \quad (2.4g)$$

$$x_i \in \mathbb{R}^+, y_j \in \mathbb{N}, b_i \in \{0, 1\} \quad (2.4h)$$

Onde a restrição (2.4b) é a limitação de consumo em gramas para cada alimento i , sendo o mesmo para a restrição (2.4c) mas para os alimentos inteiros. Já as restrições

Símbolo	Descrição
$N \in \mathbb{N}$	Quantidade total de alimentos contínuos.
$M \in \mathbb{N}$	Quantidade total de alimentos inteiros.
$x_i \in \mathbb{R}$	Quantidade em gramas do alimento i.
$y_j \in \mathbb{N}$	Unidades do alimento inteiro j.
$b_i \in \{0, 1\}$	Binário indicando se o alimento i será consumido ou não.
$L_i, U_i \in \mathbb{N}$	Limites inferior e superior do alimento i.
$C_i \in \mathbb{R}$	Quantidade de carboidratos presentes no alimento i.
$P_i \in \mathbb{R}$	Quantidade de proteínas presentes no alimento i.
$G_i \in \mathbb{R}$	Quantidade de gorduras presentes no alimento i.
$Pl, Gl, Cl \in \mathbb{N}$	Limites inferiores de consumo de proteína, gordura e carboidrato.
$Pu, Gu, Cu \in \mathbb{N}$	Limites superiores de consumo de proteína, gordura e carboidrato.
$\alpha_{micro} \in \mathbb{R}$	Hiper parâmetro, importância do micronutriente na penalização.
$Kcal \in \mathbb{N}$	Meta calórica do indivíduo.
$gramas_j \in \mathbb{N}$	Quantidade de gramas na unidade comestível j.
$\varepsilon = 10^{-8}$	Valor de correção para função objetivo e de penalização.

(2.4d), (2.4e) e (2.4f) são de quantidade de macronutrientes da dieta referentes à proteína, gorduras e carboidratos respectivamente.

A restrição de igualdade (2.4g) define a quantidade de calorias diárias desejadas para essa dieta, algumas alterações foram feitas nessa restrição e serão apresentadas no subtópico 3.3. Por fim a função objetivo é composta por uma função $f(x, b, y)$ que pode ser uma das duas opções abaixo, sendo o cenário de escolha do usuário.

- **Variedade Alimentícia** - Com o objetivo de aumentar a variedade de alimentos consumidos. A função pode ser expressa como:

$$f(x, b, y) = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N b_i + \frac{1}{M} \cdot \sum_{j=1}^M \frac{y_j}{y_j + \varepsilon} \quad (2.5)$$

Da qual os somatórios estão normalizando a quantidade de alimentos consumidos, entre os alimentos contínuos e os alimentos inteiros.

Pode se observar que nesse cenário, a função objetivo está normalizada para cada variável x e y , sendo que:

$$0 \leq \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N b_i \leq 1$$

e também temos que considerando $\varepsilon = 10^{-8}$

$$0 \leq \frac{1}{M} \cdot \sum_{j=1}^M \frac{y_j}{y_j + \varepsilon} \leq 1.1$$

Ou seja a função objetivo $f(x, b, y) \leq 2,1$, independente do resultado obtido.

- **Peso Consumido** - Com o objetivo de aumentar ou diminuir o peso de alimentos consumidos em si, mantendo as metas calóricas e respeitados os limites nutricionais podemos encontrar opções com pesos diferentes para pessoas que querem consumir mais ou menos comida independentemente do seu objetivo com a evolução do físico. A função é calculada como:

$$f(x, b, y) = \sum_{i=1}^N x_i + \sum_{j=1}^M \text{gramas}_j \cdot y_j \quad (2.6)$$

Onde se o objetivo for minimizar o peso consumido então será necessário alterar o sinal da função de penalização em (2.4a) para que assim o modelo não piore o consumo de micronutrientes os forçando a ficar fora da faixa, ou seja, diferente de 0. Já se o objetivo for de maximização de consumo então basta seguir a equação (2.4a).

3 METODOLOGIA

Nesse Capítulo será apresentada a metodologia de solução. Serão incluídos os conceitos computacionais simples para definir como será adquirida a solução. Além de alterações menores feitas para facilitar ou aumentar o número de soluções viáveis.

3.1 Solução

A modelagem proposta em (2.4a) é baseada em um modelo não linear inteiro misto, pois a função de penalidade descrita em (2.3) é não linear. Além disso a restrição (2.4b) considera que uma variável binária (b_i) limita uma variável contínua (x_i).

O programa escolhido para resolver o problema foi o Julia [20], utilizando a linguagem de modelagem específica para problemas de otimização matemática (JuMP [21]). Este pacote suporta diversos *solvers* tanto *open source* quanto comerciais, além de poder mesclar solucionadores para cada etapa da solução.

O solucionador utilizado foi o **Ipopt** (*Interior Point OPTimizer, pronounced eye-pea-Opt*) [22] que é uma escolha comum ao se utilizar o algoritmo **Juniper** (*Jump Nonlinear Integer Program solver*) [23]. O Ipopt resolve os subproblemas não lineares contínuos enquanto o Juniper procura atribuições aceitáveis para as variáveis discretas.

Como comentado anteriormente o modelo utiliza variáveis binárias junto as variáveis contínuas e assim o código estava com dificuldades de encontrar soluções iniciais factíveis. Por esse problema foi adicionado o algoritmo HiGHS (*High performance software for linear optimization*) que é um solucionador de problemas inteiros mistos, que é executado antes do *branch-and-bound* para encontrar soluções viáveis antes da etapa inteira, assim salvando tempo de execução de código.

Os códigos do trabalho estão presentes no GitHub na referência [24], algumas alterações estão presentes nas *branches*.

3.2 Pré-Seleção de Alimentos

Para uma seleção de dieta viável é necessário inserir uma lista considerável de alimentos que podem ser utilizados durante um dia inteiro para satisfazer as restrições do problema e também as necessidades de múltiplas refeições durante um dia.

A escolha dos alimentos dentro de uma lista pré-filtrada da Tabela TACO (Figura 2) para que assim o modelo tenha a versatilidade de optar por soluções diferentes dentro de um mesmo estoque de alimentos, essa pré seleção de alimentos se dá de forma manual apenas indicando os índices das linhas na Tabela TACO que representam o alimento desejado.

Item	Nome	Preparo	g por unidade
3	Arroz	tipo 1, cozido	1
7	Aveia	flocos, crua	1
26	Cereal matinal	milho, açúcar	1
41	Macarrão	trigo, cru, com ovos	1
77	Alface	americana, crua	1
92	Batata	inglesa, crua	1
101	Brócolis	cru	1
108	Cebolinha	crua	1
116	Couve	manteiga, refogada	1
131	Mandioca	farofa, temperada	1
179	Banana	nanica, crua	150
213	Laranja	lima, suco	150
222	Maçã	Fuji, com casca, crua	100
260	Azeite	de oliva, extra virgem	1
377	Carne	bovina, patinho, sem gordura, grelhado	1
410	Frango	peito, sem pele, grelhado	1
456	Leite	de vaca, desnatado, pó	1
475	Chá	erva-doce, infusão 5%	1
488	Ovo	de galinha, inteiro, cozido/10minutos	50
490	Ovo	de galinha, inteiro, frito	50
524	Maionese	tradicional com ovos	1
567	Feijão	preto, cozido	1
597	Noz	crua	10

Tabela 7: Tabela de alimentos pré-selecionados.

As linhas marcadas em azul são os alimentos considerados inteiros. A quantidade de gramas por unidade de alimento pode ser encontrada em [25].

3.3 Restrições

Fora a restrição de consumo calórico (2.4g) as outras se dão como restrições de caixa que são simples de serem calculadas ou já são pré definidas.

Contudo a restrição de consumo calórico se apresenta como uma igualdade. Para fins práticos do dia a dia, considerar uma alteração de até $\pm 5\%$ no consumo calórico ao

considerar vários dias não gera um impacto significativo. Por essa razão a restrição (2.4g) foi reescrita para

$$95\% \cdot \text{Kcal} \leq \sum_{i=1}^N (4(C_i + P_i)x_i + 9G_i x_i) + \sum_{j=1}^M (4(C_j + P_j)y_j + 9G_j y_j) \leq 105\% \cdot \text{Kcal} \quad (3.1)$$

Aumentando assim a quantidade de soluções viáveis sem alterar de forma significativa a solução no mundo real.

4 EXPERIMENTOS NUMÉRICOS

Neste Capítulo serão apresentados os resultados encontrados ao se utilizar as variações apresentadas na formulação proposta (2.3.2).

Informações Constantes

Neste Capítulo os alimentos utilizados como valores de entrada são os apresentados na Tabela de pré-seleção (Tabela 7). Utilizando também de limitantes de quantidade de alimentos inteiros como sendo no máximo 4 unidades ($y_j \in \{0, 1, 2, 3, 4\} \quad \forall j$) e o limitante de gramas para alimentos contínuos estando no intervalo $x_i \in [250, 900]$ gramas $\forall i$.

Informações Sobre Restrições

O modelo precisa de uma meta calórica (2.4g) e (3.1) e também de limites superiores e inferiores para cada um dos macronutrientes. Esses limites são dados com base no peso do usuário (1.6) e (1.7). A Tabela 8 apresenta as informações pessoais consideradas no experimento numérico.

Nome	João
Sexo	M
Altura (cm)	163
Peso (kg)	85
Idade	24
Gordura	23%
Massa Magra (kg)	45
Kcal Basal Médio	1805

Tabela 8: Informações Pessoais

Sendo assim utilizando o fator de correção **ativo** da Tabela 4 se obtém uma meta calórica de **3160 Kcal**.

4.1 Variação Alimentar

Ao considerar a função objetivo como sendo a da variação alimentar (2.5), pode-se obter com esses dados a seguinte solução:

```

697.95 gramas de Arroz
248.72 gramas de Cereal matinal
572.62 gramas de Brócolis
150.0 gramas de Ceolinha
445.83 gramas de Frango
150.0 gramas de Chá
390.14 gramas de Couve
1.0 unidades (150.0 gramas) de Banana
Totalizando 2805.26 de gramas e 1.0 unidades por dia!

Total de calorias consumidas com essa dieta: 3259.45

```

Figura 4: Solução Considerando Variedade Alimentar.
Fonte: O Autor.

Nome	Penalização	Inf	Valor da Dieta	Sup
Colesterol (mg)	-0.9839	0.0	396.79	200.0
Fibra Alimentar (g)	-0.0	30.0	63.48	∞
Cálcio (mg)	-0.0	600.0	1499.99	1500.0
Magnésio (mg)	-0.0	300.0	468.33	600.0
Manganês (mg)	-0.0	2.3	4.79	10.0
Fósforo (mg)	-0.0	700.0	2078.54	4000.0
Ferro (mg)	-0.0	8.0	17.77	45.0
Sódio (mg)	-0.1432	1500.0	1070.41	3000.0
Potássio (mg)	-0.0	3500.0	4423.66	∞
Cobre (mg)	-0.0	900.0	1726.79	35000.0
Zinco (mg)	-0.0	8.0	34.1	40.0
Retinol (μ g)	-0.2639	900.0	108.26	3000.0
Tiamina (mg)	-0.0	1.2	2.56	∞
Riboflavina (mg)	-0.0	1.4	4.57	∞
Piridoxina (mg)	-0.0	1.3	3.03	∞
Niacina (mg)	-0.0	16.0	35.0	35.0
Vitamina C (mg)	-0.0	90.0	700.33	2000.0

Tabela 9: Micronutrientes para o cenário de maximização de variedade.

Observação: Todas as células em vermelho mostram quais foram os valores de cada micronutriente que ficaram fora dos limites *inf* e *sup*.

Um ponto positivo que já pode ser observado é que realmente foi obtida uma variedade de alimentos, contudo com um alto consumo em gramas, sendo necessário consumir algo próximo dos 3 quilos de alimento por dia.

Outro ponto negativo que é evidente está no exagero na utilização de alguns alimentos como o arroz, sendo necessário consumir 700 gramas. A alta utilização desses alimentos se dá pela concentração elevada de carboidratos.

Os valores de penalização apresentados na Tabela 9 mostram que praticamente todos micronutrientes ficaram dentro dos limites estabelecidos.

Variando os limites de consumo para 500 gramas por alimento, ($x_i \leq 500g$), chegando assim em outra solução mais interessante.

Reduzindo o Limitante de Consumo

```
500.0 gramas de Arroz
272.44 gramas de Cereal matinal
399.77 gramas de Brócolis
339.72 gramas de Ceolinha
459.84 gramas de Frango
150.0 gramas de Chá
382.41 gramas de Couve
2.0 unidades (300.0 gramas) de Banana
Totalizando 2804.18 de gramas e 2.0 unidades por dia!

Total de calorias consumidas com essa dieta: 3259.45
```

Figura 5: Solução Considerando Variedade Alimentar - Limite Menor.

Fonte: O Autor.

Essa alteração não causaram grandes mudanças na solução ótima, sendo que a quantidade de alimento ingerida se manteve próxima dos 2800 gramas. Além disso a quantidade de macronutrientes foi a mesma.

A única variação considerável para fins reais seriam o consumo de **Sódio** e **Co-
lesterol** sendo aumentados em pouco mais de 10mg e também numa redução de outro micronutriente importante como o **Retinol** que caiu quase 20 μg . Análises feitas comparando as Tabela 9 e Tabela 10, mostrando assim que mesmo uma alteração pequena,

como apenas 200g em uma restrição de caixa, a solução se manteve próxima da anterior.

Nome	Penalização	Inf	Valor da Dieta	Sup
Colesterol (mg)	-1.0463	0.0	409.26	200.0
Fibra Alimentar (g)	-0.0	30.0	65.04	∞
Cálcio (mg)	-0.0	600.0	1500.0	1500.0
Magnésio (mg)	-0.0	300.0	504.35	600.0
Manganês (mg)	-0.0	2.3	4.23	10.0
Fósforo (mg)	-0.0	700.0	2084.42	4000.0
Ferro (mg)	-0.0	8.0	19.25	45.0
Sódio (mg)	-0.1119	1500.0	1164.23	3000.0
Potássio (mg)	-0.0	3500.0	4781.26	∞
Cobre (mg)	-0.0	900.0	1780.94	35000.0
Zinco (mg)	-0.0	8.0	34.13	40.0
Retinol (μ g)	-0.2738	900.0	78.68	3000.0
Tiamina (mg)	-0.0	1.2	2.59	∞
Riboflavina (mg)	-0.0	1.4	4.64	∞
Piridoxina (mg)	-0.0	1.3	3.43	∞
Niacina (mg)	-0.0	16.0	35.0	35.0
Vitamina C (mg)	-0.0	90.0	711.22	2000.0

Tabela 10: Micronutrientes para o cenário de maximização de variedade com limite reduzido.

4.2 Alterando Peso Ingerido

Nesta seção as alterações são mais significativas e que mostram o real alcance da solução proposta. Como visto em (2.6) a função objetivo considera apenas com as quantidades ingeridas e não com variedade alimentar.

Um ponto a ser observado é que a função penalidade descrita em (2.3) utiliza um hiper parâmetro α_{micro} que vai definir a influência desse micronutriente na função objetivo.

Como apresentado anteriormente em (2.5), o valor máximo da função objetivo é $f(x, b, y) \leq 2,1$ com isso a influência das penalidades era pequeno, mas aqui os valores da função objetivo são mais expressivos sendo necessário uma alteração nesses valores de

α_{micro} . Multiplicando eles pelo limite superior de cada alimento x_i conseguimos um peso da função penalidade mais considerável nesse cenário.

Minimizando a Ingestão

Primeiramente foi experimentado minimizar o consumo de alimentos em gramas, fazendo assim uma dieta que atenda as calorias e os micronutrientes necessários mas que seja de fácil digestão.

```
345.51 gramas de Cereal matinal
100.0 gramas de Batata
536.74 gramas de Frango
712.01 gramas de Couve
1.0 unidades (150.0 gramas) de Banana
Totalizando 1844.26 de gramas e 1.0 unidades por dia!

Total de calorias consumidas com essa dieta: 3059.45
```

Figura 6: Solução Considerando Minimizar o Consumo.

Fonte: O Autor.

Nome	Penalização	Inf	Valor da Dieta	Sup
Colesterol (mg)	-1.3885	0.0	477.7	200.0
Fibra Alimentar (g)	-0.0	30.0	51.89	∞
Cálcio (mg)	-0.0	600.0	1489.08	1500.0
Magnésio (mg)	-0.0	300.0	366.38	600.0
Manganês (mg)	-0.0686	2.3	1.61	10.0
Fósforo (mg)	-0.0	700.0	2046.42	4000.0
Ferro (mg)	-0.0	8.0	19.1	45.0
Sódio (mg)	-0.0075	1500.0	1477.64	3000.0
Potássio (mg)	-0.0699	3500.0	3255.27	∞
Cobre (mg)	-0.0	900.0	2077.61	35000.0
Zinco (mg)	-7.33	8.0	333.2	40.0
Retinol (μ g)	-0.2985	900.0	4.38	3000.0
Tiamina (mg)	-0.0	1.2	2.62	∞
Riboflavina (mg)	-0.0	1.4	4.81	∞
Piridoxina (mg)	-0.0	1.3	3.59	∞
Niacina (mg)	-0.0	16.0	35.0	35.0
Vitamina C (mg)	-0.0	90.0	771.2	2000.0

Tabela 11: Micronutrientes para o cenário de minimização de comida ingerida.

A primeira observação é que claramente a variedade de alimentos envolvidas nessa solução é bem reduzida. Outro ponto importante é ver que em comparação com as duas

soluções apresentadas anteriormente na Figura 5 com o cenário da variedade com valor reduzido e na Figura 4 com o cenário de variedade padrão, houve uma redução de 1 quilo na quantidade de alimento consumido.

Olhando agora para os micronutrientes é possível observar que existem alguns que ficaram fora dos limites, porém bem próximos, como o **Sódio** e o **Potássio**, por outro lado o **Zinco** está quase 10 vezes além do seu limite estipulado. Podendo causar assim muito mal a saúde mas com uma dieta enxuta e cobrindo os limites estabelecidos na formulação.

Maximizando a Ingestão

Pode-se observar na Figura 7 que a solução proposta pelo modelo ao tentar maximizar a quantidade de comida ingerida é que é inviável para um humano ingerir mais do que 5 quilos de alimento em um único dia de forma constante, contudo esta solução respeita as limitações do modelo matemático imposto, mostrando que ainda existem pontos a serem melhorados.

```
870.28 gramas de Arroz
900.0 gramas de Brócolis
900.0 gramas de Ceolinha
371.48 gramas de Frango
900.0 gramas de Chá
374.58 gramas de Couve
3.0 unidades (450.0 gramas) de Banana
4.0 unidades (400.0 gramas) de Maçã
Totalizando 5166.34 de gramas e 7.0 unidades por dia!

Total de calorias consumidas com essa dieta: 3259.45
```

Figura 7: Solução Considerando Maximizar o Consumo.

Fonte: O Autor.

Um ponto importante a se observar é que mesmo comendo tanta comida somente o **Cálcio**, **Colesterol** e **Magnésio** apresentaram limites superiores ultrapassados.

Nome	Penalização	Inf	Valor da Dieta	Sup
Colesterol (mg)	-0.6531	0.0	330.62	200.0
Fibra Alimentar (g)	-0.0	30.0	107.53	∞
Cálcio (mg)	-0.4999	600.0	2249.89	1500.0
Magnésio (mg)	-0.3661	300.0	819.66	600.0
Manganês (mg)	-0.0	2.3	7.41	10.0
Fósforo (mg)	-0.0	700.0	2321.98	4000.0
Ferro (mg)	-0.0	8.0	15.54	45.0
Sódio (mg)	-0.4713	1500.0	86.2	3000.0
Potássio (mg)	-0.0	3500.0	8266.32	∞
Cobre (mg)	-0.0	900.0	1440.16	35000.0
Zinco (mg)	-0.0	8.0	26.63	40.0
Retinol (μg)	-0.2555	900.0	133.51	3000.0
Tiamina (mg)	-0.0	1.2	1.44	∞
Riboflavina (mg)	-0.0	1.4	2.67	∞
Piridoxina (mg)	-0.0	1.3	2.45	∞
Niacina (mg)	-0.0	16.0	23.58	35.0
Vitamina C (mg)	-0.0	90.0	1013.41	2000.0

Tabela 12: Micronutrientes para o cenário de maximização de comida ingerida.

5 CONCLUSÃO

Primeiramente é necessário relembrar que o olhar dessa monografia para o problema é mais matemática e se utilizando de recursos nutricionais apenas para formulação e solução, mas sem o real entendimento de algumas áreas vistas, assim como será no mundo real quando for enfrentar problemas de onde não se têm pleno conhecimento.

Foram apresentados durante essa monografia alguns pontos negativos do modelo. O modelo proposto era para atender todas as restrições de macronutrientes e assim se fez contudo também foi proposto para entregar uma dieta balanceada dentro dos micronutrientes e assim não se atingiu o objetivo final com perfeição.

Nenhuma dos experimentos numéricos realizados no Capítulo 4 apresentou resultados com os micronutrientes todos dentro dos limites estabelecidos pelas organizações de saúde: [26], [27], [28], [29], [30], [31].

Os micronutrientes que mais ficaram fora dos limites conhecidos foram **Retinol** e **Colesterol**. Ao se analisar os limites que os alimentos pré-selecionados poderiam atingir, eles têm plena capacidade de atingirem todas as restrições de caixa.

Ao se considerar uma dieta balanceada foram introduzidos alguns conceitos de variedade e consumo de alimentos para controlar como a dieta seria apresentada ao usuário final, contudo mesmo com a função objetivo em alguns casos como na variação de alimentos, o modelo não chegou a utilizar nem metade dos alimentos inseridos como pré-selecionados.

Alguns pontos de melhoria que poderiam ser observados futuramente são:

- Inclusão de refeições como café da manhã, almoço e jantar;
- Inclusão de alimentos obrigatórios, algo como o chocolate que a pessoa precisa consumir por questões pessoais;
- Maior exatidão do modelo ao atender os micronutrientes, mesmo que seja necessário reconsiderar outros pontos;
- Remodelar para uma formulação inteira com restrições de folga e excesso;
- Considerar condimentos como sal e temperos gerais.

Ao abordar um problema simples e bem estruturado, como o problema da dieta, e reformulá-lo para atender demandas específicas e personalizáveis, obtive um dos mais valiosos aprendizados em minha trajetória acadêmica. Espero aplicar essa habilidade na solução de muitos outros desafios ao longo da minha vida.

REFERÊNCIAS

- [1] TRICHOPOULOU, A. et al. Lipid, protein and carbohydrate intake in relation to body mass index. *European journal of clinical nutrition*, Nature Publishing Group, v. 56, n. 1, p. 37–43, 2002.
- [2] WU, G. Dietary protein intake and human health. *Food & function*, Royal Society of Chemistry, v. 7, n. 3, p. 1251–1265, 2016.
- [3] DOUGLAS, C. C. et al. Ability of the harris-benedict formula to predict energy requirements differs with weight history and ethnicity. *Nutrition Research*, Elsevier, v. 27, n. 4, p. 194–199, 2007.
- [4] MIFFLIN, M. D. et al. A new predictive equation for resting energy expenditure in healthy individuals. *The American journal of clinical nutrition*, Elsevier, v. 51, n. 2, p. 241–247, 1990.
- [5] SUN, W. et al. Phase 2 clinical trial of three formulations of tetravalent live-attenuated dengue vaccine in flavivirus-naïve adults. *Human vaccines*, Taylor & Francis, v. 5, n. 1, p. 33–40, 2009.
- [6] TINSLEY, G. M.; GRAYBEAL, A. J.; MOORE, M. L. Resting metabolic rate in muscular physique athletes: validity of existing methods and development of new prediction equations. *Applied Physiology, Nutrition, and Metabolism*, NRC Research Press, v. 44, n. 4, p. 397–406, 2019.
- [7] FAO, O. Unu. necesidades de energía y de proteínas. informe de una reunión consultiva conjunta fao. *OMS/UNU de Expertos. Ginebra, OMS*, p. 56–68, 1985.
- [8] COUNCIL, N. R.; SCIENCES, C. on L.; ALLOWANCES, S. on the Tenth Edition of the R. D. *Recommended dietary allowances*. [S.l.]: National Academies Press, 1989.
- [9] BILSBOROUGH, S.; MANN, N. A review of issues of dietary protein intake in humans. *International journal of sport nutrition and exercise metabolism*, Human Kinetics, Inc., v. 16, n. 2, p. 129–152, 2006.

- [10] GAZAN, R. et al. Mathematical optimization to explore tomorrow's sustainable diets: a narrative review. *Advances in Nutrition*, Elsevier, v. 9, n. 5, p. 602–616, 2018.
- [11] CAMPINAS, U. E. de. *TACO: Tabela Brasileira de Composição de Alimentos*, 4^a edição ampliada e revisada. 2011. Acessado em: 22 de julho de 2024. Available at: <<https://www.cfn.org.br/wp-content/uploads/2017/03/taco4edicaoampliadaerevisada.pdf>>.
- [12] BABALOLA, A. E.; OJOKOH, B. A.; ODILI, J. B. Diet optimization techniques: A review. In: *2020 International Conference in Mathematics, Computer Engineering and Computer Science (ICMCECS)*. [S.l.: s.n.], 2020. p. 1–5.
- [13] COTTLE, R.; THAPA, M. N. et al. *Linear and nonlinear optimization*. [S.l.]: Springer, 2017.
- [14] SAÚDE, E. *Tabela de Calorias - Frutas e Castanhas*. 2024. Acessado em: 22 de julho de 2024. Available at: <<https://endocrinosauade.com/tabela-de-calorias/frutas-e-castanhas-2/>>.
- [15] PULLIAM, H. R. Diet optimization with nutrient constraints. *The American Naturalist*, University of Chicago Press, v. 109, n. 970, p. 765–768, 1975.
- [16] BASSI, L. The diet problem revisited. *The American Economist*, Sage Publications Sage CA: Los Angeles, CA, v. 20, n. 2, p. 35–39, 1976.
- [17] SAXENA, P. Comparison of linear and nonlinear programming techniques for animal diet. *Applied Mathematics*, v. 1, n. 2, p. 106–108, 2011.
- [18] DAS, I. Robustness optimization for constrained nonlinear programming problems. *Engineering Optimization+ A35*, Taylor & Francis, v. 32, n. 5, p. 585–618, 2000.
- [19] BAI, Y. Relu-function and derived function review. In: EDP SCIENCES. *SHS Web of Conferences*. [S.l.], 2022. v. 144, p. 02006.
- [20] BEZANSON, J. et al. Julia: A fresh approach to numerical computing. *SIAM Review*, SIAM, v. 59, n. 1, p. 65–98, 2017. Available at: <<https://epubs.siam.org/doi/10.1137/141000671>>.

- [21] LUBIN, M. et al. JuMP 1.0: Recent improvements to a modeling language for mathematical optimization. *Mathematical Programming Computation*, 2023.
- [22] WÄCHTER, A.; BIEGLER, L. T. On the implementation of an interior-point filter line-search algorithm for large-scale nonlinear programming. *Mathematical Programming*, Springer, v. 106, n. 1, p. 25–57, 2006.
- [23] KRÖGER, O. et al. Juniper: An open-source nonlinear branch-and-bound solver in julia. In: *Integration of Constraint Programming, Artificial Intelligence, and Operations Research*. [S.l.]: Springer International Publishing, 2018. p. 377–386. ISBN 978-3-319-93031-2.
- [24] SILVA, J. V. da. *Diet_Problem: Código para Otimização de Dieta com Micronutrientes*. 2024. https://github.com/Jualns/Diet_Problem/tree/micro_nutrients. Acessado em: 22 de julho de 2024.
- [25] SAÚDE, E. *Tabela de Calorias - Frutas e Castanhas*. 2024. Acessado em: 22 de julho de 2024. Available at: <<https://endocrinosaude.com/tabela-de-calorias/>>.
- [26] UCSF Health. *UCSF Health*. Available at: <<https://www.ucsfhealth.org>>. Accessed in: 20/04/2024.
- [27] Healthline. *Healthline*. Available at: <<https://www.healthline.com>>. Accessed in: 20/04/2024.
- [28] NIH Office of Dietary Supplements. *NIH Office of Dietary Supplements*. Available at: <<https://ods.od.nih.gov>>. Accessed in: 20/04/2024.
- [29] World Health Organization. *World Health Organization*. Available at: <<https://www.who.int>>. Accessed in: 20/04/2024.
- [30] Harvard T.H. Chan School of Public Health. *Harvard T.H. Chan School of Public Health*. Available at: <<https://www.hsph.harvard.edu>>. Accessed in: 20/04/2024.
- [31] Mayo Clinic. *Mayo Clinic*. Available at: <<https://www.mayoclinic.org>>. Accessed in: 20/04/2024.

APÊNDICE

Limitação dos Macronutrientes

A seguir as restrições apresentadas para cada um dos micronutrientes considerados na monografia. Esses limites foram obtidos em uma coletânea de *sites*: [26], [27], [28], [29], [30], [31].

Nutriente	inf	sup	Unidade	α^{-1}
Colesterol (mg)	0.0	200.0	mg	200.0
Fibra Alimentar (g)	30.0	∞	g	30.0
Cálcio (mg)	600.0	1500.0	mg	1500.0
Magnésio (mg)	300.0	600.0	mg	600.0
Manganês (mg)	2.3	10.0	mg	10.0
Fósforo (mg)	700.0	4000.0	mg	4000.0
Ferro (mg)	8.0	45.0	mg	45.0
Sódio (mg)	1500.0	3000.0	mg	3000.0
Potássio (mg)	3500.0	∞	mg	3500.0
Cobre (mg)	900.0	35000.0	mcg	35000.0
Zinco (mg)	8.0	40.0	mg	40.0
Retinol (μ g)	900.0	3000.0	mcg	3000.0
Tiamina (mg)	1.2	∞	mg	1.2
Riboflavina (mg)	1.4	∞	mg	1.4
Piridoxina (mg)	1.3	∞	mg	1.3
Niacina (mg)	16.0	35.0	mg	35.0
Vitamina C (mg)	90.0	2000.0	mg	2000.0