

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

LUANA BANKERSEN

A INTERDISCIPLINARIDADE ENTRE MATEMÁTICA E ARTE: SUBSÍDIOS PARA
UMA ABORDAGEM HISTÓRICO-EPISTEMOLÓGICA

CURITIBA

2024

LUANA BANKERSEN

A INTERDISCIPLINARIDADE ENTRE MATEMÁTICA E ARTE: SUBSÍDIOS PARA
UMA ABORDAGEM HISTÓRICO-EPISTEMOLÓGICA

Monografia apresentada ao curso de Licenciatura
em Matemática, Setor de Ciências Exatas,
Universidade Federal do Paraná.

Orientador: Prof. Dr. José Carlos Cifuentes

CURITIBA

2024

TERMO DE APROVAÇÃO

LUANA BANKERSEN

A INTERDISCIPLINARIDADE ENTRE MATEMÁTICA E ARTE: SUBSÍDIOS PARA UMA ABORDAGEM HISTÓRICO-EPISTEMOLÓGICA

Monografia apresentada ao curso de Licenciatura em Matemática, Setor de Ciências Exatas, Universidade Federal do Paraná.

Prof. Dr. José Carlos Cifuentes

Orientador – Departamento de Matemática, UFPR

Profa. Dra. Ailin Ruiz de Zarate Fabregas

Docente - Departamento de Matemática, UFPR

Curitiba, 18 de dezembro de 2024.

AGRADECIMENTOS

Ao Rodrigo, meu amor e meu maior companheiro nessa jornada. Obrigada por acreditar em mim e por estar presente em todos os momentos, contribuindo de tantas formas para que este trabalho se tornasse realidade.

Aos meus pais, Rosane e Augusto, por terem me dado a oportunidade de cursar uma universidade e por me apoiarem de inúmeras maneiras ao longo desses anos de vida universitária. Sem vocês, nada disso seria possível.

Aos meus sobrinhos, Amanda e Mateus, por serem as melhores crianças do mundo e por me fazerem rir nos momentos em que eu mais precisava.

Aos meus amigos que me acompanharam ao longo desses anos de graduação e me apoiaram nos momentos em que eu mais precisei.

Aos meus amigos do Programa de Educação Tutorial (PET), em especial à Mariana, ao Thiago e ao Nil, por serem as melhores companhias que eu poderia ter nesse caminhar acadêmico, me acolhendo e tornando as semanas de prova e a organização dos eventos do PET muito mais leves.

Ao meu orientador, professor José Carlos Cifuentes, por aceitar orientar esta pesquisa, por me ensinar tanto nesse período e pelo incentivo e confiança na minha capacidade de desenvolver este trabalho.

Aos professores que fizeram parte da minha formação acadêmica, por todos os ensinamentos. Em especial ao professor José Carlos Corrêa Eidam, por acreditar no meu potencial quando ingressei no PET e pelas inúmeras conversas sobre literatura.

Ao professor Adriano, por despertar minha paixão pela matemática e por me incentivar a escolher este caminho.

*Não se pode compreender o mundo se não se percebe que a matemática e
a poesia têm a mesma raiz.*

M. C. Escher

RESUMO

Esta pesquisa realiza uma análise histórico-epistemológica da relação entre matemática e arte, tomando como referência as obras de artistas como Leonardo Da Vinci, Paul Cézanne, Pablo Picasso, Wassily Kandinsky, Piet Mondrian e Maurits Cornelis Escher. Evidencia-se, inicialmente, a existência de uma via dupla de interação entre matemática e arte, na qual uma área influencia e inspira a outra, e discute-se o caráter diurno e noturno da ciência, seguindo a filosofia de Gaston Bachelard. Além disso, explora-se o conceito de abstrato segundo as perspectivas de Platão e Aristóteles, estabelecendo bases para o desenvolvimento teórico do estudo. No capítulo principal, investigou-se em que medida os artistas refletem a ciência de seu tempo em suas obras, por meio de um apanhado histórico-epistemológico que relaciona aspectos matemáticos com a produção artística. Ressalta-se que o foco maior está na ciência, e não na arte em si. Por fim, o trabalho apresenta uma breve reflexão sobre a interdisciplinaridade entre arte e matemática, destacando suas interconexões ao longo da história.

Palavras-chave: Interdisciplinaridade; Matemática e Arte; História da Arte; História da Matemática.

ABSTRACT

This research conducts a historical-epistemological analysis of the relationship between mathematics and art, referencing the works of artists such as Leonardo Da Vinci, Paul Cézanne, Pablo Picasso, Wassily Kandinsky, Piet Mondrian and Maurits Cornelis Escher. Initially, it highlights the existence of a two-way interaction between mathematics and art, where one field influences and inspires the other, and discusses the dual nature of science, described as "daytime" and "nighttime", following Gaston Bachelard's philosophy. Additionally, it explores the concept of the abstract from the perspectives of Plato and Aristotle, establishing a theoretical foundation for the study. The main chapter investigates how artists reflect the science of their time in their works through a historical-epistemological overview that links mathematical aspects to artistic production. It is emphasized that the primary focus lies on science rather than art itself. Finally, the study offers a brief reflection on the interdisciplinarity between art and mathematics, highlighting their interconnections throughout history.

Keywords: Interdisciplinarity; Mathematics and Art; Art History; History of Mathematics.

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 – Madonna Rucellai, Duccio di Buoninsegna, 1285.....	26
FIGURA 2 – A Lamentação, Giotto di Bondone (1305).....	28
FIGURA 3 – A Dança de Salomé, Giotto di Bondone (1320)	29
FIGURA 4 – A Anunciação, Ambrogio Lorenzetti (1344).....	30
FIGURA 5 – O Pagamento do Tributo, Masaccio (1425)	31
FIGURA 6 –A Flagelação de Cristo, Piero della Francesca (1455-1460).....	32
FIGURA 7 – A Ressurreição, Piero della Francesca (1460).....	32
FIGURA 8 – A proporção áurea nos retratos femininos de Leonardo Da Vinci.....	34
FIGURA 9 – <i>Liber divinorum operum</i> : o homem divino, Hildegarda de Bingen (1165)	36
FIGURA 10 – Desenho do homem vitruviano, Francesco de Giorgio Martini (Data desconhecida).....	36
FIGURA 11 – Homem Vitruviano, desenho de Leonardo da Vinci (1490).....	37
FIGURA 12 – Homem-Pinheiro, João Zanin Turin (década de 1920)	38
FIGURA 13 – O Enterro do Conde de Orgaz, El Greco (1586)	40
FIGURA 14 – Série da Catedral de Rouen, Claude Monet (década de 1890)	41
FIGURA 15 – Banhistas, Paul Cézanne (1906)	42
FIGURA 16 – As Vendedoras de Flores, Pablo Picasso (1901).....	45
FIGURA 17 – Ponte de Antuérpia, Georges Braque (1906).....	46
FIGURA 18 – As Meninas, Diego Velázquez (1656)	47
FIGURA 19 – As Meninas, Pablo Picasso (1957)	48
FIGURA 20 – Montes de Feno (Fim do Verão), Claude Monet (1890-1891).....	51
FIGURA 21 – Parque de Akhtyrka, Wassily Kandinsky (1901)	51
FIGURA 22 – Composição IV, Wassily Kandinsky (1911).....	52
FIGURA 23 – Amarelo-Vermelho-Azul, Wassily Kandinsky (1925).....	53
FIGURA 24 – A Árvore Vermelha, Piet Mondrian (1908-1910)	55
FIGURA 25 – A Árvore Cinzenta, Piet Mondrian (1911).....	56
FIGURA 26 – A Macieira em flor, Piet Mondrian (1912).....	56
FIGURA 27	58
FIGURA 28 – Place du Théâtre Français, Camille Pissarro (1898).....	58
FIGURA 29 – Composição com linhas, Piet Mondrian (1917).....	59

FIGURA 30 – Composição com grande plano vermelho, amarelo, preto, cinza e azul, Piet Mondrian (1921).....	61
FIGURA 31 – Broadway Boogie-Woogie, Piet Mondrian (1942-1943).....	62
FIGURA 32 – Crucificação: Corpus Hypercubicus, Salvador Dalí (1954)	63
FIGURA 33 – Castrovalva, M. C. Escher (1930)	65
FIGURA 34 – Divisão regular do espaço I, M. C. Escher (1957).....	67
FIGURA 35 – Reprodução de uma ilustração de Coxeter de uma pavimentação do modelo de Poincaré (1957)	68
FIGURA 36 – À esquerda: Limite Circular I, M. C. Escher (1958); à direita: Limite Circular IV, M. C. Escher (1960)	69
FIGURA 37 – À esquerda: Belvedere, M. C. Escher (1958); à direita: Queda d'água, M. C. Escher (1961)	70

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	16
2 ARISTÓTELES E O SURGIMENTO DO ABSTRACIONISMO: CONEXÕES INTERDISCIPLINARES ENTRE ARTE E MATEMÁTICA.....	18
2.1 ENTRE ARTE E MATEMÁTICA	18
2.2 AS ORIGENS DO ABSTRACIONISMO	20
3 UM ENLACE ENTRE ARTE E MATEMÁTICA: DAS PROPORÇÕES RENASCENTISTAS ÀS ABSTRAÇÕES MODERNAS.....	24
3.1 LEONARDO DA VINCI E A MATEMÁTICA DA BELEZA	24
3.2 PAUL CÉZANNE E PABLO PICASSO: A DESCONSTRUÇÃO E RECONSTRUÇÃO DA FORMA	39
3.3 A ABSTRAÇÃO EM KANDINSKY E SUA MUSICALIDADE	49
3.4 A ABSTRAÇÃO GEOMÉTRICA EM MONDRIAN	54
3.5 DE DALÍ E ESCHER: UM ESPELHO MATEMÁTICO DA REALIDADE	63
4 DA MATEMÁTICA À EDUCAÇÃO MATEMÁTICA	72
CONSIDERAÇÕES FINAIS	74
REFERÊNCIAS.....	75

1 INTRODUÇÃO

É comum que, quando nós, professores de matemática, somos descobertos como tais, as pessoas torçam o nariz em um misto de surpresa e admiração, acompanhados de uma fala sobre o quanto somos corajosos por nos aventurarmos em uma área de tão difícil compreensão – em uma crença de que a matemática é muito racional, uma ciência exata em sua própria essência.

Este trabalho de pesquisa, cuja temática se instaura em uma perspectiva histórico-epistemológica das relações entre arte e matemática, foi motivado pelo interesse em desmitificar a matemática como ciência rígida inalcançável, entrelaçando-a com a arte com o intuito de explicitar que há, de fato, um caráter mais qualitativo e não tão exato na matemática.

Na arte e na matemática o uso da intuição sempre foi imprescindível para a realização de descobertas, na busca de avanços qualitativos e não só quantitativos. Ambas apresentam, em sua especificidade, contribuição: uma a beleza estética da representação; a outra, a beleza estética do raciocínio. (BARTH, 2006, p. 54)

Neste sentido, por meio da análise das obras e escritos de artistas de diferentes períodos da história da arte, um dos objetivos deste trabalho consistiu na investigação e intuição de em que medida esses indivíduos refletem a cultura científica de seu tempo em suas obras.

É importante ressaltar que, neste trabalho, o enfoque maior está em discutir a ciência, e não a arte em si. Ou seja, busca-se entender a arte, além de seu significado cultural, como forma de conhecimento científico em concordância com Solo (1994). Para este fim, será necessário abordar certos conceitos históricos da arte e suas conexões com a matemática ao longo do tempo.

Em um primeiro momento, busca-se discutir as relações entre arte e matemática, evidenciando a via dupla de análise nessa conexão, além de uma investigação sobre a face diurna e noturna da ciência, seguindo as ideias de Bachelard para uma fundamentação filosófica dessa conexão. Em seguida, pretende-se investigar o conceito de “abstrato” de Platão e Aristóteles, com o intuito de conectar estas abordagens com o surgimento do abstracionismo na matemática (século XIX) e na arte (século XX). O abstracionismo é abordado neste texto por se tratar de uma característica própria da matemática - a abordagem do abstracionismo

na arte é um ponto de contato entre a arte e a matemática em termos de sua interdisciplinaridade, e que pode ter implicações pedagógicas relevantes.

Já no segundo capítulo é feito um apanhado histórico-epistemológico de artistas de diferentes períodos, partindo da arte bizantina até as figuras impossíveis retratadas por Escher, evidenciando o caráter matemático de suas obras. Neste sentido, é possível observar possíveis abordagens interdisciplinares entre a arte e a matemática partindo do trabalho dos artistas citados.

Por fim, o terceiro tópico é reservado à uma breve conceitualização sobre a interdisciplinaridade, construída de modo a trazer um diálogo entre os autores estudados.

Isto posto, entendemos que a arte para ser estudada em sua relação com a matemática deve ser considerada uma forma de conhecimento – não apenas como uma questão de gosto, mas sim uma área de caráter epistemológico. Em concordância com essa ideia, Serenato (2008) afirma que

A arte pode ser considerada uma forma de conhecimento na medida em que busca uma certa compreensão do mundo e da realidade, não através de verdades apreendidas por processos racionais, mas sim por processos intuitivos. (SERENATO, 2008, p. 27)

2 ARISTÓTELES E O SURGIMENTO DO ABSTRACIONISMO: CONEXÕES INTERDISCIPLINARES ENTRE ARTE E MATEMÁTICA

2.1 ENTRE ARTE E MATEMÁTICA

A arte e a matemática são ambas formas de atribuir ordem e harmonia ao mundo para fazê-lo mais inteligível, ou nas palavras de Zaleski Filho (2013, p. 164), “a Arte e a Matemática nasceram juntas como tentativas humanas de estabelecer a ordem no caos existente”, são então formas de conhecimento.

Em um primeiro momento, pretende-se discutir um pouco acerca das possíveis conexões entre a arte e a ciência. Neste âmbito, Solo (1994) comenta que:

A relação que existe entre arte e ciência não pode ser reduzida a um simples caso de apropriação e aplicação de métodos e conceitos científicos por parte do artista. Arte não é a ilustração de ideias científicas; não há uma relação de causa e efeito entre os dois campos. Arte e ciência estão engajadas em uma luta comum para enfrentar questões universais. (SOLO, 1994, tradução nossa)

Uma vez que o autor comenta que a arte não é apenas uma ilustração das ideias da ciência, ele está expondo uma relação interdisciplinar profunda entre arte e matemática, ainda que não trivial.

É importante ressaltar que existem duas vias distintas a partir das quais podemos estudar as relações interdisciplinares entre arte e ciência – ou, de modo mais específico, entre arte e matemática. Podemos investigar o que há de matemática na arte ou de que modo é possível enxergar a arte na matemática – o que Cifuentes (2005b) chama de “estética da matemática”. Nesse contexto, o comentário de Solo destaca que a relação entre ciência e arte vai além de uma mera apropriação técnica ou conceitual, alinhando-se à primeira via, em que a arte se utiliza de conceitos e técnicas provenientes da ciência, enquanto que a segunda via, complementar, refere-se à ciência incorporando aspectos da arte na sua construção.

Segundo Cifuentes (2005b), a estética consiste no estudo do conhecimento sensível, enquanto que a experiência estética se adquire por meio da apreensão do belo. De modo mais específico, a experiência estética na matemática “[...] consiste no reconhecimento da transcendentalidade de seus objetos, por exemplo, a triangularidade do triângulo, e é o reconhecimento de padrões mais que de objetos” (CIFUENTES, 2005b, p. 56).

O estético não é apenas um olhar sobre a matemática, de fato acreditamos, e essa é a nossa proposta, que existe um conteúdo estético na matemática, e esse conteúdo está ligado ao que pode ser “apercebido” pelo intelecto. Incluímos como parte do conteúdo matemático também os métodos matemáticos. São valores estéticos da matemática, por exemplo, a perfeição, a simetria, a forma, o contexto, o contraste, a ordem, o equilíbrio, a simplicidade e a abstração, também a liberdade. (CIFUENTES, 2005b, p. 58)

A intuição e a imaginação matemáticas, ambas manifestações não lógicas desta ciência, não são componentes externos à matemática, pois elas compõem uma forma legítima de se chegar ao conhecimento estético da matemática, isto é, através da sensibilidade matemática.

De modo a reforçar essa interpretação intuitiva da matemática, podemos nos apoiar em Poincaré, para quem “[...] a matemática não é pura lógica, mas ela também é feita de intuição, de emoção, elementos estes participantes da criação matemática e que nem sempre são devidamente valorizados” (SERENATO, 2008, p. 138).

Desta forma, a matemática, assim como a arte, comporta a razão e a intuição numa relação de complementaridade e simultaneidade. Uma não pode ser privilegiada em detrimento da outra, pois ambas são importantes, porque alimentam o pensamento e propiciam a aquisição do conhecimento. (SERENATO, 2008, p.74)

Na citação de Solo (1994), apresentada anteriormente neste texto, o autor afirma que a arte e a ciência enfrentam uma luta comum contra questões universais. Para compreender mais profundamente essa luta comum descrita por Solo, é interessante explorar as diferentes facetas da arte e da ciência. Para este fim, recorreremos à filosofia do francês Gaston Bachelard (1884-1962).

De acordo com Kerscher e Flores (2020, p. 2), o pensamento de Bachelard sobre a ciência se divide em duas vertentes distintas: um *pensamento diurno*, pautado na razão, e um *pensamento noturno*, fundamentado na imaginação. O pensamento diurno da ciência está associado à clareza e à objetividade na representação, enquanto o pensamento noturno remete ao caos, à indefinição, e ao domínio da imaginação e da intuição.

Essa face noturna da ciência é profundamente influenciada pela arte, que também opera em uma tensão entre o clássico e o romântico. O clássico refere-se à precisão, à ordem e à busca de perfeição idealizada pelos gregos da Antiguidade,

estando alinhado à razão (face diurna). Por outro lado, no romantismo transparece o caos, a desordem e a inspiração, características que ecoam na face noturna, guiada pela imaginação. Isto posto, compreende-se que o pensamento diurno da ciência se aproxima do que é clássico, enquanto que a ciência em seu modo noturno abraça o romântico.

A capacidade da imaginação faz com que o homem possa ir além da imediatidade das coisas e faça projeções do que não existe. A realidade é justamente aquilo que a imaginação constrói. Ela cria um sentido para além da concretude física; um sentido que exprime os valores humanos. É um ato de jogar com os dados do mundo material para construir uma ordem e um sentido. (GUSMÃO, 2013, p. 86)

Os artistas bebem da cultura científica de sua época, mesmo que não estejam diretamente envolvidos com a ciência. O objetivo deste trabalho será discutir em que medida os artistas que serão apresentados ao longo destas páginas transmitem o conhecimento científico de sua época por meio da arte – seguindo o primeiro viés de interpretação: a ciência na arte.

Assim como o artista, o cientista é um amante da natureza. Da mesma maneira que o artista é limitado apenas pela imaginação e pela destreza com o pincel ou o cinzel, o cientista é limitado apenas pela imaginação e pela destreza com a matemática. O artista está mais interessado no conjunto que nos detalhes sutis da composição. E o cientista está mais interessado na generalidade que nos pormenores das leis naturais. (ATALAY, 2007, p. 34)

O que Atalay (2007) menciona nessa citação são traços de interdisciplinaridade entre arte e ciência – em um sentido técnico e não trivial –; no fundo, ambos têm o mesmo comportamento, porém com focos distintos: o artista com sua arte e o cientista com sua ciência.

2.2 AS ORIGENS DO ABSTRACIONISMO

Antes de se iniciar uma discussão acerca do abstracionismo no âmbito artístico, desenvolvido no século XX, e matemático, desenvolvido a partir do século XIX, é interessante visualizar o que é, de fato, o abstrato. Comumente refere-se ao abstrato como o resultado de retirar alguma informação do todo, do concreto; esta ideia de abstração se deve a Aristóteles.

Contudo, é impossível falar sobre Aristóteles sem comentar, mesmo que brevemente, acerca de Platão. Mestre de Aristóteles e aluno de Sócrates, Platão foi

um filósofo grego de renome, o qual desenvolvia seus escritos no formato de diálogos entre diversos personagens de sua época. Nestes diálogos, o filósofo grego trata da discussão de conceitos como os de beleza e de ciência, dentre outros. Para Platão, as ideias estão em movimento; pode-se imaginar as ideias platônicas como peixes em um aquário, onde o pensamento de Platão era estudar os peixes por meio da observação do seu comportamento dinâmico. Isto posto, em Platão a ideia é conceitual e o mundo é visualizado de forma dinâmica.

O ilustre discípulo de Sócrates entendia que o mundo era dividido em duas dimensões: o mundo sensível, o qual é apresentado por meio dos nossos sentidos, e o mundo inteligível, o qual pode ser acessado pela razão; é o chamado “mundo das ideias” – a matemática na filosofia platônica pertence ao segundo (CIFUENTES, 2005b, p. 56).

Aristóteles, apesar de ter sido aluno de Platão, contraria em diversos aspectos a filosofia de seu mestre. Retornando à analogia do aquário, enquanto Platão estuda os peixes (ideias) partindo da observação do seu movimento, é como se Aristóteles matasse os peixes com o intuito de dissecá-los e estudá-los – de modo particionado. Em sua filosofia, Aristóteles tendia a categorizar as ideias, listando todos os aspectos teóricos que fosse possível para poder fazer essa categorização. Em discordância com Platão, que acreditava que as ideias estão localizadas no mundo inteligível inalcançável aos seres humanos, Aristóteles defendia que a ideia está atrelada ao objeto. E, neste sentido, esse filósofo grego defende que os objetos matemáticos nascem dos objetos concretos por abstração, ou seja, a matemática é o estudo da idealização dos objetos concretos.

Existem, pois, dois tipos de abstratos na matemática e na arte: o abstrato que resulta de um processo de abstração a partir do concreto, e o abstrato que já nasce abstrato, sendo ele seu próprio concreto. (CIFUENTES, 2005a, p. 188)

Desta forma, os tipos de abstratos defendidos por Cifuentes (2005a) são, respectivamente, o aristotélico e o platônico.

Schapiro (2001) comenta sobre as diferenças entre o olhar abstrato de um artista e o abstrato matemático. O autor afirma que a pintura abstrata contemporânea se distancia do processo de abstração matemática pois trata-se de algo inteiramente concreto, que não depende de conceitos e objetos que existem fora do que está sendo apresentado, e afirma que “se há, na arte abstrata, a

utilização de formas matemáticas, elas são, como marcas materiais, elementos da mesma ordem de realidade que a própria tela visível” (SCHAPIRO, 2001, p. 11). Em outro trecho, o referido autor faz uma comparação interessante acerca da visão do artista abstrato e a de um matemático,

Um pintor abstrato que entra numa sala onde um matemático fez sobre o quadro negro a demonstração de um teorema fica fascinado pelos gráficos e fórmulas. O pintor não entende o que eles representam; a correção ou a falsidade do argumento não lhe interessam. Mas as figuras geométricas e a escrita branca sobre o fundo negro atraem-no como formas surpreendentes – a mão que as produziu é individual e elas anunciam, na sua certeza e fluidez, a exaltação e alegria de um pensamento avançado. O gráfico, para o matemático, é apenas um apoio prático, uma ilustração de conceitos; não lhe importa se foi desenhado com giz branco ou amarelo, se as suas linhas são grossas ou finas, perfeitamente uniformes ou quebradas, se o todo é grande ou pequeno, se se situa no canto ou no centro do quadro – tudo isso é circunstancial e o significado seria o mesmo se o gráfico estivesse virado de cabeça para baixo ou fosse desenhado por outra mão. Mas, para o artista, são essas precisamente as qualidades que contam; pequenas mudanças na inflexão de uma linha produziriam um efeito tão significativo para o seu olho quanto a mudança de uma frase na afirmação de um teorema para a argumentação lógica de sua demonstração. (SCHAPIRO, 2001, p. 11-12)

Para um matemático, uma forma geométrica não depende da sua posição no espaço, pois se estamos determinando uma posição, estamos dando um conteúdo ou um contexto além do geométrico. A estabilidade de uma figura é uma condição externa, como podemos concluir a partir do exemplo de Serenato (2008, p. 108-109):

Uma forma de contextualizar um triângulo, por exemplo, é especificar qual é a sua posição no espaço. Pensemos num triângulo qualquer apoiado na base e outro apoiado num vértice. Do ponto de vista geométrico, os triângulos são congruentes, no entanto, do ponto de vista estético, é o primeiro que nos agrada mais, possivelmente por outros conceitos nele agregados, como equilíbrio e estabilidade, [...], e que dependem do contexto. Outras propriedades como a simetria, são puramente geométricas e independem do contexto.

Portanto, o equilíbrio depende do exterior – do contexto, do entorno da figura –, enquanto que a simetria independe de onde a figura está, pois se trata de uma propriedade puramente geométrica.

Também neste sentido podemos explorar a tensão entre as formas platônica e aristotélica de considerar a abstração. No caso da abstração na arte, podemos considerar duas categorias principais: a abstração geométrica de caráter clássico que pode ser observada nas obras tardias de Mondrian como veremos – e que reflete a visão platônica do abstrato –, e a abstração lírica ou informal de caráter romântico que pode ser vista em alguns trabalhos do artista russo Kandinsky como veremos – e que explicita o modo aristotélico do abstrato.

3 UM ENLACE ENTRE ARTE E MATEMÁTICA: DAS PROPORÇÕES RENASCENTISTAS ÀS ABSTRAÇÕES MODERNAS

Neste capítulo, busca-se explorar como as tendências artísticas de Leonardo Da Vinci, Paul Cézanne, Pablo Picasso, Wassily Kandinsky, Piet Mondrian e Maurits Cornelis Escher refletem o conhecimento científico de suas épocas, além de investigar suas concepções matemáticas com base em uma abordagem histórico-bibliográfica. Parte-se do pressuposto de que os artistas, ainda que não estejam diretamente ligados à ciência, absorvem e interpretam a cultura científica de seu tempo.

3.1 LEONARDO DA VINCI E A MATEMÁTICA DA BELEZA

Galileu Galilei (1564-1642) é amplamente reconhecido como o fundador da ciência moderna no início do século XVII; o florentino defendia que a matemática era a linguagem do mundo e foi pioneiro em analisar os fenômenos físicos por meio da matemática e da experimentação, desenvolvendo estudos sobre a queda dos corpos e observações astronômicas, como as fases de Vênus e as luas de Júpiter, que desafiavam diretamente a visão geocêntrica imposta pela Igreja – avançando sobre as ideias que Nicolau Copérnico (1473-1543) introduzira em meados do século XVI. De maneira similar, mais de um século antes, Leonardo Da Vinci (1452-1519) havia desenvolvido um método de pesquisa que se assemelha notavelmente ao método científico de Galileu, ainda que não formalizada, como Atalay (2007) observa:

Isso porque, tanto nas obras artísticas quanto nas pesquisas científicas, Leonardo desenvolveu e praticou uma técnica que faz lembrar o moderno método científico: experimentação cuidadosa, observação metódica, registro copioso de dados, síntese na forma de uma explicação – ou seja, de uma teoria. Só que ele não publicou nada disso! Pelas anotações que deixou, fica claro que Leonardo abordava tudo com mente muitíssimo aberta. Sua arte, quer religiosa, quer secular, era permeada pelos frutos de suas pesquisas científicas – sobre a perspectiva linear, a matemática, a óptica, a mecânica, a anatomia, a geologia, até a psicologia. (ATALAY, 2007, p. 217)

Neste sentido, Leonardo Da Vinci pode ser considerado um precursor da ciência moderna não no sentido estritamente matemático, mas com um foco mais artístico; mais qualitativo e geométrico e menos numérico que Galileu. Em sua arte, Leonardo utiliza noções geométricas como a de perspectiva, a qual permite uma

análise de profundidade e volume sem apelos quantitativos, possibilitando assim a criação de uma imagem mais realista do mundo.

Para compreender a importância da perspectiva na obra de Leonardo, é necessário situar sua origem e desenvolvimento histórico. Formalmente, a perspectiva teve início no *Quattrocento* italiano com o arquiteto Filippo Brunelleschi (1377-1446), sendo amplamente desenvolvida e promovida nos escritos de Leon Battista Alberti (1404-1472). Entretanto, a busca pela representação tridimensional na pintura passou por um longo processo até a formalização da perspectiva.

De acordo com Atalay (2007), a perspectiva linear já aparecia nas obras de Agatarco, pintor grego responsável pelos cenários dos teatros de Ésquilo no século V a.C. No entanto, o autor ressalta que, apesar de Euclides (325-270 a.C.) ter consolidado os fundamentos da geometria, “[...] o emprego da perspectiva na arte antiga se baseava mais na intuição que na norma matemática.”

O uso intuitivo (talvez inconsciente) da perspectiva, embora presente na Grécia Antiga, assumiu novas formas na pintura da Idade Média. Este período, anterior ao do Renascimento italiano, caracterizava-se principalmente pelos mosaicos e afrescos bizantinos, e servia como ferramenta auxiliar da Igreja na medida em que tratava de embelezar os pensamentos e doutrinas do Cristianismo. De acordo com Kline (1953), as pinturas deste período tinham como característica a planicidade.

Os artistas cristãos primitivos e medievais contentavam-se em pintar em termos simbólicos, ou seja, seus cenários e temas destinavam-se a ilustrar temas religiosos e a provocar sentimentos religiosos, em vez de representar pessoas reais no mundo atual e presente. As pessoas e os objetos eram altamente estilizados e desenhados como se existissem em um vazio bidimensional. Figuras que deveriam estar atrás umas das outras estavam geralmente ao lado ou acima. Cortinas rígidas e posições angulares eram características. Os fundos das pinturas quase sempre eram de uma cor sólida, geralmente dourada, como se para enfatizar que os temas não tinham conexão com o mundo real. (KLINE, 1953, p. 127-128, tradução nossa)

Além disso, na Idade Média havia uma hierarquia para determinar a importância dos personagens na tela, conforme apresentado no livro “Gênios da Pintura: Giotto” (1967):

Os pintores da Idade Média, tanto no Ocidente (onde imperava o gótico) como no Oriente (onde surgiu o estilo bizantino), obedeciam

em suas obras a uma hierarquia rígida, que determinava a importância dos personagens pintados. Deus surgia sempre acima de Cristo. Cristo tinha que ser maior que os anjos. Estes só podiam aparecer acima dos santos. E, ao fundo, ouro, ornados e decoração minuciosa. Nada de árvores, de montanhas, de vida. (GIOTTO, 1967, p. 3-4)

Entre a época bizantina e a arte em perspectiva de Leonardo Da Vinci, destaca-se o *Trecento*, período de transição entre o estilo bizantino, o gótico e o renascentista (MELO, 2020, p. 350). Este momento histórico é relevante justamente pelo esforço consciente de artistas como Duccio di Buoninsegna (1255-1319), Giotto di Bondone (1276-1366) e Ambrogio Lorenzetti (ativo entre 1323-1348) em incorporar a tridimensionalidade em suas pinturas (KLINE, 1953). Kline (1953) observa que, nas obras de Duccio,

As figuras têm massa e volume e estão relacionadas entre si e com a composição de um todo. Linhas são usadas de acordo com alguns esquemas específicos, e planos são encurtados. Luz e sombra também são usadas para sugerir volume. (KLINE, 1953, p. 130, tradução nossa)

FIGURA 1 – Madonna Rucellai, Duccio di Buoninsegna, 1285.



FONTE: Le Gallerie Degli Uffizi.¹

¹ Le Gallerie Degli Uffizi: <https://www.uffizi.it/en/artworks/virgin-and-child-enthroned-surrounded-by-angels-known-as-the-rucellai-madonna>

Havia uma característica de Giotto que o distanciava de seus contemporâneos: a representatividade na arte. Em meio a uma arte essencialmente simbólica, este precursor da pintura renascentista identificava as “[...] imagens dos santos e personagens bíblicos com seres humanos reais, com aparências comuns [...]” (MELO, 2020, p. 349). Ademais, em (GIOTTO, 1967, p. 3), o autor afirma que Giotto “não se conformava que os santos tivessem sempre ‘cara de santo’. Considerava que, antes de atingir a santidade, todos eles haviam sido homens e achava indispensável representar os traços dessa humanidade nos quadros”.

Nas obras anteriores a Giotto, havia uma hierarquia que regia de qual tamanho os artistas deveriam pintar cada personagem, de acordo com a importância deste, conforme comentado anteriormente. Segundo o autor do livro citado anteriormente,

Fugindo por completo a essas imposições, Giotto fez do homem o foco das cenas que pintava. E deu-lhe como ambiente o mundo real, embora moldando este à sua vontade. Assim, nos seus quadros, os homens aparecem maiores do que as árvores e quase da mesma altura que as montanhas. Isto não ocorreu porque faltasse ao artista o sentido de medida das proporções dos objetos. Era uma atitude intencional. Giotto modificava a realidade a partir de uma ideia básica: o que importa é o homem; as árvores e montanhas são secundárias. Dessa forma, em seus quadros, o ambiente era criado em função dos personagens. E estes eram pintados com vida e sentimentos. Não uma vida estática: existência humana e dinâmica. Não sentimentos estereotipados: emoções reais. Graças a isso, suas figuras ganharam não somente humanidade, mas também individualidade. E, ao contrário dos santos que eram pintados na época, os de Giotto impressionam por terem expressões de gente. (GIOTTO, 1967, p. 4)

O poeta florentino Dante Alighieri (1265-1321), contemporâneo de Giotto, possui um interesse notável pelo olhar de suas personagens – algo que também viria a aparecer nas obras do pintor italiano. Bargellini (1957, p. 21) destaca a doutrina tomista seguida por Dante, no sentido de que a *visão* é o meio pelo qual é possível obter o prazer máximo. Ademais, o autor comenta acerca de um trecho de *Vida Nova*, obra escrita na juventude de Dante e publicada pela primeira vez em 1294, afirmando que se faz notar uma precisão quase geométrica do poeta, destacando a posição dos olhares trocados como rede imaterial (BARGELLINI, 1957, p. 22).

Em uma análise interessantíssima sobre o olhar nas obras de Giotto, Bargellini (1957) destaca que

Muitas vezes se tem falado dos valores tácteis e voluminosos em Giotto; é preciso, porém, advertir que essa corpulência e solidez volumétrica são aguentadas por aqueles tenuíssimos mas potentes fios que são os olhares. Para Giotto, como para Dante, o olhar é o primeiro dos sentidos e contém toda a essência do elemento espiritual. (BARGELLINI, 1957, p. 32)

Neste sentido, as obras de Giotto apresentam uma certa noção de volume ligada ao olhar das personagens, de modo que a direção deste olhar cria uma sensação de espaço – em um aspecto mais estético do que matemático –, conforme Cifuentes, Negrelli e Perez (2005, p. 92). Além disso, como destacado por Melo (2020), o trabalho do italiano também possui um aspecto imersivo, pois causa a sensação de que o espectador faz parte da obra.

FIGURA 2 – A Lamentação, Giotto di Bondone (1305)



FONTE: Wikipedia.²

Kline (1953) considera Giotto essencial para o desenvolvimento da perspectiva óptica embora o artista não tenha introduzido nenhum novo princípio. O autor destaca que o artista italiano era consciente dos avanços que havia feito, e

² Wikipedia – Lamentação (O Luto de Cristo, Giotto): [https://pt.wikipedia.org/wiki/Lamenta%C3%A7%C3%A3o_\(O_Luto_de_Cristo,_Giotto\)#/media/Ficheiro:Compianto_sul_Cristo_morto.jpg](https://pt.wikipedia.org/wiki/Lamenta%C3%A7%C3%A3o_(O_Luto_de_Cristo,_Giotto)#/media/Ficheiro:Compianto_sul_Cristo_morto.jpg)

defende esta posição partindo da inserção um tanto quanto exibicionista da torre à esquerda em sua obra *A Dança de Salomé*.

FIGURA 3 – A Dança de Salomé, Giotto di Bondone (1320)



FONTE: WikiArt.³

Apesar de manter muitas características da arte bizantina,

[...] a configuração estética do aspecto realista da pintura de Giotto almejava uma tridimensionalidade mais condizente com o espaço naturalista. O realismo das representações, o naturalismo dos desenhos, a incorporação de pessoas que pareciam de carne e osso em seus afrescos e a humanização de seus personagens vistos até mesmo nas representações de figuras de santos, o estabelecimento do senso de gravidade presente nos objetos pintados, o destacamento de personagens que parecem se sobrepôr uns aos outros e o uso consequente da perspectiva, fez Giotto romper com os parâmetros artísticos anteriores. (MELO, 2020, p. 352)

Para Kline (1953), mesmo sem a formalização matemática, Lorenzetti apresenta um tratamento intuitivo do espaço e da profundidade, como observado na obra *A Anunciação* (1344). Kline afirma ainda que

Com Lorenzetti, atingimos o nível mais alto alcançado pelos artistas renascentistas antes da introdução de um sistema matemático de perspectiva. Os passos dados até então em direção ao desenvolvimento de um sistema óptico satisfatório mostram o quanto os artistas lutaram com o problema. É evidente que esses inovadores estavam Tateando em busca de uma técnica eficaz. (KLINE, 1953, p. 132, tradução nossa)

³ WikiArt – Feast of Herod (1320): <https://www.wikiart.org/en/giotto/feast-of-herod-1320>

FIGURA 4 – A Anunciação, Ambrogio Lorenzetti (1344)



FONTE: Wikipedia.⁴

Também, para Kline (1953, p. 129), “a diferença essencial entre a arte medieval e a renascentista é a introdução da terceira dimensão, isto é, a representação de espaço, distância, volume, massa e efeitos visuais.” Assim, embora as obras de Duccio, Giotto e Lorenzetti ainda carregassem traços significativos da arte bizantina, é inegável que esses artistas foram precursores do olhar espacial na pintura, que seria aprofundado posteriormente por Brunelleschi e Alberti.

Lester (2014), comenta sobre a ferramenta da perspectiva linear, apresentada e discutida na obra *Da pintura* de Alberti.

A técnica, que consistia em organizar o espaço de um quadro em uma rede matematicamente coerente, permitia que, pela primeira vez, artistas representassem um objeto tridimensional de modo realista sobre uma superfície de duas dimensões. A técnica tinha sido aperfeiçoada no início do século por Brunelleschi, e no *Da pintura* (cuja edição em italiano era dedicada a Brunelleschi) Alberti a codificou pela primeira vez, atitude que teria profundas consequências na arte e na ciência do Renascimento. (LESTER, 2014, p. 96-97)

Segundo Atalay (2007, p. 169), a descoberta da perspectiva linear não apenas impulsionou a Renascença artística, mas também teve um impacto mais

⁴ Wikipedia – Lorenzetti Ambrogio Annunciation (1344): <https://www.wikiart.org/en/giotto/feast-of-herod-1320>

amplo, ao promover uma observação mais realista da natureza, lançando, assim, as bases da ciência moderna a partir da estética. Assim, de acordo com Serenato (2008, p. 61-62), “[...] as formas representadas nas telas e afrescos passam a ser minuciosamente planejadas e calculadas, e a geometria torna-se participante ativa da descrição do mundo, tornando a arte da pintura numa forma de conhece-lo.”

Os artistas Masaccio (1401-1428) e Piero della Francesca (1416-1492) desempenharam papéis fundamentais na consolidação da perspectiva linear na pintura renascentista. Segundo Kline (1953), Masaccio foi um dos primeiros a aplicar a ciência da perspectiva linear de Brunelleschi, destacando-se na obra *O Pagamento do Tributo* de 1425.

FIGURA 5 – O Pagamento do Tributo, Masaccio (1425)



FONTE: Wikipedia.⁵

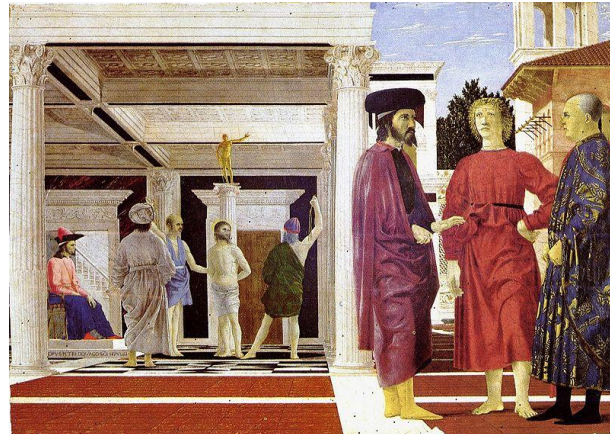
De acordo com Casallerrey (2010), os personagens da obra de Masaccio possuem certo dinamismo, e o cenário criado pelo artista italiano “[...] conecta-se com o cotidiano e aproxima o divino da vida diária dos florentinos”. Piero della Francesca também merece destaque, não apenas por seu trabalho como artista, mas também por ter se destacado como matemático no *Quattrocento* italiano. Segundo Kline (1953),

Esse pintor altamente intelectual tinha uma paixão pela geometria e planejava todas as suas obras matematicamente até o último detalhe. A colocação de cada figura era calculada para estar correta em relação a outras figuras e à organização da pintura como um todo. Ele até usava formas geométricas para partes do corpo e objetos de vestuário e adorava

⁵ Wikipedia – O Pagamento do Tributo (Masaccio): [https://pt.wikipedia.org/wiki/O_Pagamento_do_Tributo_\(Masaccio\)#/media/Ficheiro:Masaccio7.jpg](https://pt.wikipedia.org/wiki/O_Pagamento_do_Tributo_(Masaccio)#/media/Ficheiro:Masaccio7.jpg)

superfícies curvas suaves e solidez. (KLINE, 1953, p. 140-141, tradução nossa)

FIGURA 6 – A Flagelação de Cristo, Piero della Francesca (1455-1460)

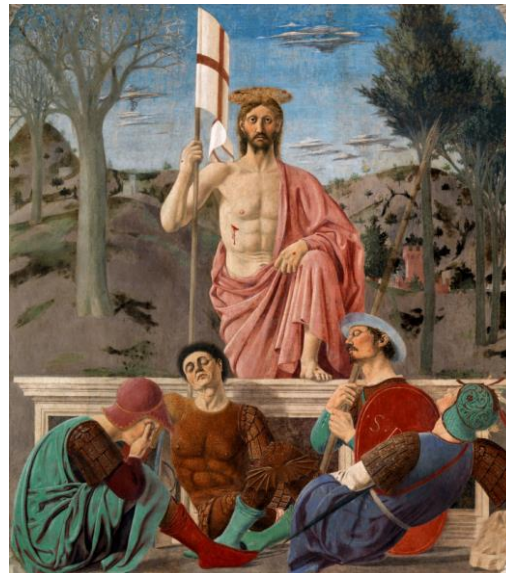


FONTE: Wikipedia.⁶

Acerca da obra *A Ressurreição* de Piero della Francesca, Kline comenta que

Diz-se às vezes que o intenso amor de Piero pela perspectiva tornava suas pinturas excessivamente matemáticas e, portanto, frias e impessoais. No entanto, uma olhada no rosto triste, assombrado e compassivo de Cristo mostra que Piero era capaz de expressar nuances delicadas de emoção. (KLINE, 1953, p. 141, tradução nossa)

FIGURA 7 – A Ressurreição, Piero della Francesca (1460)



FONTE: Wikipedia.⁷

⁶ Wikipedia – A Flagelação de Cristo (Piero della Francesca): [https://pt.wikipedia.org/wiki/A_Flagela%C3%A7%C3%A3o_de_Cristo_\(Piero_della_Francesca\)#/media/Ficheiro:Piero_della_Francesca_042_Flagellation.jpg](https://pt.wikipedia.org/wiki/A_Flagela%C3%A7%C3%A3o_de_Cristo_(Piero_della_Francesca)#/media/Ficheiro:Piero_della_Francesca_042_Flagellation.jpg)

E é a partir deste cenário que Leonardo Da Vinci surge. Segundo Bagni e D'Amore (2006),

Leonardo sabia dos estudos sobre perspectiva de Leon Battista Alberti, de Filippo Brunelleschi e, em particular, conhecia o tratado *De prospectiva pingendi*, de Piero della Francesca. Nada, porém, podemos afirmar a respeito dos elementos em comum dos conteúdos matemáticos sobre os quais tais estudos estavam baseados. Claro, [...], a reação de Leonardo não é a favor da matematização da perspectiva, como em Piero, o expoente máximo nesse sentido, que escolhe um observador monocular e fixo e se concentra na criação de regras matemáticas. Os estudos de perspectiva de Leonardo são, em geral, menos matemáticos e sempre mais próximos a escolhas artísticas representativas. (BAGNI; D'AMORE, 2006, p.61-62)

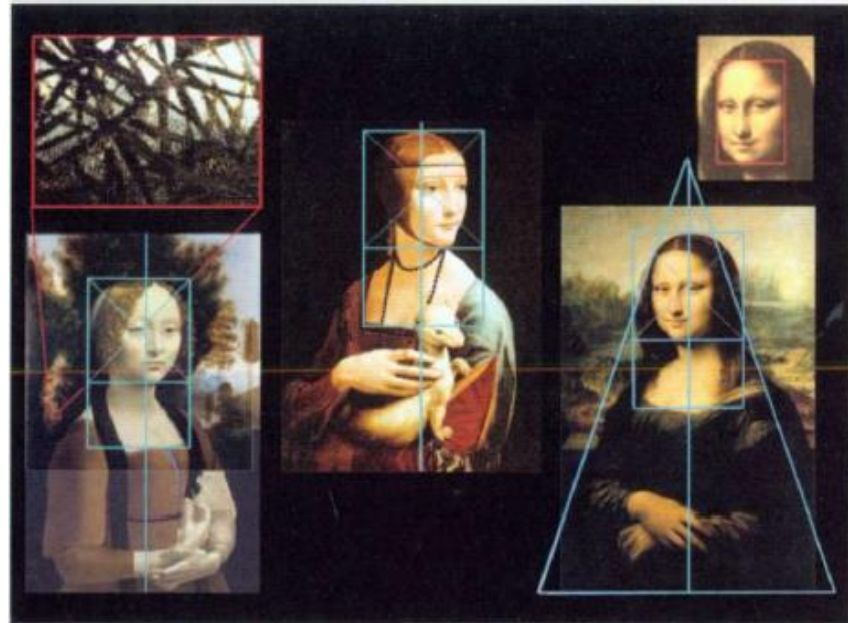
Isto posto, a arte de Leonardo não lhe permite calcular o que acontece no mundo, mas ele consegue refletir esses fenômenos por meio de sua matemática geométrica/prática – a perspectiva. Essa integração entre ciência e arte é evidente na obra de Leonardo, que via a matemática como um meio para entender e representar a realidade. Segundo Gleiser (2007), “para Leonardo Da Vinci, ciência e arte eram uma coisa só, um veículo de expressão cuja função era recriar a beleza das formas naturais.” Além disso, o autor afirma que o artista florentino acreditava que “[...] a natureza obedece a regras estéticas ditadas pela matemática, a matemática da beleza.” Modernamente, podemos acrescentar que Leonardo não apenas recriava a beleza das formas na sua arte, senão que sua arte era uma forma de conhecimento do mundo; tinha um papel epistemológico e não apenas estético.

Ao discutir a presença da matemática na arte, é importante distinguir entre coincidências estéticas e intencionais. Enquanto algumas relações podem parecer meras coincidências (embora sejam, de fato, belas), os estudos desenvolvidos por Leonardo e sua proximidade com o matemático Luca Pacioli (1445-1514) durante o desenvolvimento do livro *De divina proportione* (cujos poliedros platônicos foram ilustrados por Leonardo Da Vinci), sugerem que o artista florentino aplicou propositalmente conceitos matemáticos em suas obras. Nos retratos femininos de *Ginevra de' Benci* (1474-1478), *Cecilia Gallerani* (*Dama com arminho* - 1489) e *Mona Lisa* (1503), por exemplo, é notável a presença do retângulo áureo, que se

⁷ Wikipedia – Ressurreição (Piero della Francesca): [https://pt.wikipedia.org/wiki/Ressurrei%C3%A7%C3%A3o_\(Piero_della_Francesca\)/#/media/Ficheiro:Resurrection.JPG](https://pt.wikipedia.org/wiki/Ressurrei%C3%A7%C3%A3o_(Piero_della_Francesca)/#/media/Ficheiro:Resurrection.JPG)

estende do topo da cabeça até o limite do vestido em cada uma dessas composições, conforme ilustrado na Figura 8 (ATALAY, 2007).

FIGURA 8 – A proporção áurea nos retratos femininos de Leonardo Da Vinci



FONTE: A matemática e a Mona Lisa, Bulent Atalay (2007, p. 159).

É importante comentar que grande parte dos esboços e reflexões presentes nos Códigos de Leonardo apresentam a seção áurea como tema, influenciado em determinado ponto por Pacioli (BAGNI; D'AMORE, 2006, p. 81).

Além disso, um ramo da matemática que despertou bastante interesse no artista florentino era o dos ditos “problemas clássicos da geometria” (BAGNI; D'AMORE, 2006), entre os quais se destaca o problema da quadratura do círculo. Este problema consiste em construir, utilizando apenas régua e compasso, um quadrado que tenha a mesma área que um círculo dado. O célebre desenho do *Homem Vitruviano* pode exemplificar – mesmo que indiretamente – o fascínio de Leonardo por este tipo de questão envolvendo o círculo e o quadrado. Segundo Pinheiro et al. (2021):

A matemática existente no desenho do Homem Vitruviano traz muitas simbologias. A simetria entre todas as partes do corpo humano representa um homem com condições físicas perfeitas, as figuras geométricas, quadrado e círculo, em que o homem está inserido possuem a mesma área e também representam perfeição. Os dedos se unem na junção do círculo com o quadrado. As pernas formam um triângulo equilátero, a cabeça é um oitavo da altura total. O homem está todo dentro do círculo e o círculo é desenhado tendo como centro o umbigo. (PINHEIRO et al, 2021, p.82)

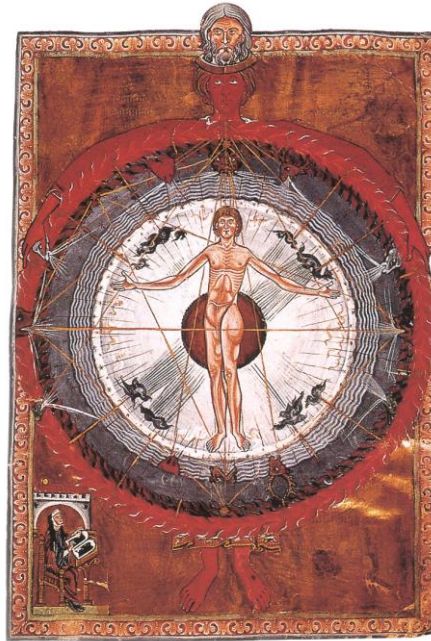
Vale ressaltar que, para os grandes estudiosos da Antiguidade, o círculo e o quadrado são figuras geométricas carregadas de um simbolismo notável. De acordo com Lester (2014, p. 11), “o círculo representava o cósmico e o divino; o quadrado representava o terreno e o secular”. Neste sentido, podemos atribuir o interesse de Leonardo tanto pela questão simbólica quanto pelo viés matemático destas formas.

Ainda sobre o ilustre desenho do Homem Vitruviano, a motivação de Leonardo para realizar tal esboço advém principalmente do ideal proposto por Marco Vitrúvio Pollio (séc. I a. C.) em seu tratado *Dez livros de arquitetura*, do qual há fortes indícios de que o artista florentino tenha tido contato próximo do período em que realizou o desenho.

Vitrúvio descreveu a figura em um contexto arquitetônico, insistindo que as proporções dos templos sagrados deveriam estar em conformidade com as proporções do corpo humano, cujo desenho, acreditava ele, estava de acordo com a geometria do Universo. Daí a importância do círculo e do quadrado. Filósofos, matemáticos e místicos da Antiguidade sempre tinham dotado essas duas formas de forças simbólicas. O círculo representava o cósmico e o divino; o quadrado representava o terreno e o secular. Qualquer pessoa que propusesse que um homem poderia caber dentro de ambas as formas estava, portanto, reiterando uma afirmação metafísica muito antiga. O corpo humano não era apenas estruturado de acordo com os princípios que governavam o mundo. Ele *era* o mundo em miniatura. (LESTER, 2014, p. 11)

Versões anteriores do conceito do Homem Vitruviano podem ser encontradas em ilustrações da monja alemã Hildegarda de Bingen (1098-1179) e do arquiteto Francesco de Giorgio Martini (1439-1501), conforme Lester (2014) nos mostra. Outrossim, o autor destaca que, cada homem vitruviano surgia em uma perspectiva diferente: para Vitrúvio, ele seria o imperador César Augusto, enquanto que no período medieval o homem vitruviano passou a ser o ideal de Jesus Cristo.

FIGURA 9 – *Liber divinorum operum*: o homem divino, Hildegarda de Bingen (1165)



FONTE: Wikipedia.⁸

FIGURA 10 – Desenho do homem vitruviano, Francesco de Giorgio Martini (Data desconhecida)



FONTE: Wikipedia.⁹

A versão de Leonardo do Homem Vitruviano é mais sofisticada e, por isso, é frequentemente considerada o desenho mais famoso do mundo. Segundo Lester (2014),

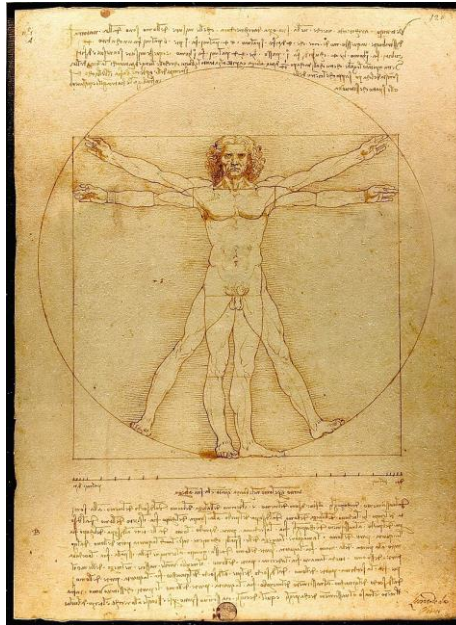
Não só ele corrigiu as interpretações anteriores do texto antigo descentralizando o círculo e o quadrado, como também conseguiu, ao inserir as duas formas na mesma figura, captar a mensagem essencial do

⁸ Wikipedia – *Liber divinorum operum*: o homem divino (Hildegarda von Bingen): https://pt.wikipedia.org/wiki/Hildegarda_de_Bingen#/media/Ficheiro:Hildegard_von_Bingen_Liber_Divinorum_Operum.jpg

⁹ Wikipedia – F. G. Martini: <https://pt.m.wikipedia.org/wiki/Ficheiro:FGMartini1.jpg>

texto vitruviano: que a forma humana encarna as harmonias naturais presentes no círculo e no quadrado. Para isso, Leonardo da Vinci lançou mão de um de seus truques favoritos, fazendo duas ou mais coisas ao mesmo tempo, o que, evidentemente, é a essência da harmonia. Ele não apenas descreve a harmonia como Vitrúvio havia feito: ele a demonstra. (LESTER, 2014, p. 223)

FIGURA 11 – Homem Vitruviano, desenho de Leonardo da Vinci (1490)



FONTE: Wikipedia.¹⁰

No Paraná, o escultor João Turin (1878-1949) desenvolveu sua própria versão do homem vitruviano: o *Homem-Pinheiro*. Essa escultura se tornou um dos símbolos do chamado Movimento Paranaense, um movimento cultural que valorizava os elementos da fauna e da flora paranaenses, que teve seu auge entre 1927 e 1930 (SALTURI, 2014).

¹⁰ Wikipedia – Homem Vitruviano (desenho de Leonardo da Vinci): [https://pt.wikipedia.org/wiki/Homem_Vitruviano_\(desenho_de_Leonardo_da_Vinci\)/#/media/Ficheiro:Da_Vinci_Vitruve_Luc_Viatour.jpg](https://pt.wikipedia.org/wiki/Homem_Vitruviano_(desenho_de_Leonardo_da_Vinci)/#/media/Ficheiro:Da_Vinci_Vitruve_Luc_Viatour.jpg)

FIGURA 12 – Homem-Pinheiro, João Zanin Turin (década de 1920)



FONTE: João Turin.¹¹

O *Homem Vitruviano* tem como tema uma figura masculina desnuda elaborada em duas posições sobrepostas com os braços inscritos num círculo e num quadrado. Assim como no desenho renascentista, os braços do homem-pinheiro estão estendidos, suas pernas quase se juntam e seu pé direito está virado para o lado. O fundo é formado por um círculo de tinta, que lembra muito o desenho de Da Vinci, no qual o homem está dentro de um círculo. No desenho de João Turin, o homem se equipara à anatomia do pinheiro, pois seus cabelos são ondulados, compridos e se expandem para as laterais, assemelhando-se ao formato da copa da árvore. Atrás do homem, três pinheiros em cada lado formam uma sequência e facilitam a percepção dessa semelhança. (SALTURI, 2014, p.135-136)

Após explorar a relação entre a arte e a matemática nas obras e anotações de Leonardo, surge uma questão fundamental: afinal, o que representava a matemática para Leonardo Da Vinci? A compreensão do pintor da enigmática *Mona Lisa* sobre a matemática transcende os números e fórmulas, revelando uma visão mais ampla e integrada com seu trabalho artístico. De acordo com Bagni e D'Amore (2006),

Aquilo que Leonardo entendia por 'matemático' pode ser facilmente deduzido a partir de seus próprios apontamentos e das ideias que circulavam em sua época. 'Matemático' era aquele que, em vez de aceitar dogmas e doutrinas pré-construídas, procurava a verdade das coisas por meio do raciocínio dedutivo ou provas empíricas. Dessa maneira,

¹¹ João Turin – Homem-Pinheiro: <https://joaoturin.com.br/obras/homem-pinheiro/>

matemático era uma pessoa que, em outras épocas, teria sido chamada de cética ou racional. (BAGNI; D'AMORE, 2006, p. 41-43)

Contudo, essa visão pode ser relativizada. Embora Leonardo valorizasse a investigação racional, seu pensamento matemático era fortemente intuitivo e bem elaborado, sustentado por uma racionalidade que coexistia com a intuição. Ademais, é importante ressaltar que a concepção do que faz um matemático na época do Renascimento não é a mesma dos dias de hoje, o que exige cautela na utilização de certas terminologias.

Em determinado ponto, Atalay (2007) se refere a Leonardo como sendo um “artista de meio-período”, em referência à quantidade de obras de arte desenvolvidas pelo artista florentino. Apesar de apenas um terço de seus escritos ter chegado ao nosso tempo, é evidente o quanto Leonardo estava ciente da ciência de sua época. Ele chegou a conclusões importantes sobre anatomia, mecânica e ótica que foram redescobertas por cientistas séculos depois, destacando não apenas seu gênio artístico, mas também sua habilidade como pensador científico e criador.

3.2 PAUL CÉZANNE E PABLO PICASSO: A DESCONSTRUÇÃO E RECONSTRUÇÃO DA FORMA

A técnica da perspectiva linear, discutida no tópico anterior, foi um marco revolucionário da história da arte, rompendo com a bidimensionalidade da arte bizantina. Ademais, com Leonardo Da Vinci e Luca Pacioli, a proporção áurea ganhou grande destaque, sendo usada para explorar a harmonia estética nas obras. No entanto, artistas que surgiram nas décadas seguintes começaram a distorcer a proporção áurea e, em certo sentido, a flexibilizar o uso da perspectiva de Brunelleschi. Um exemplo notável dessa transição é o artista grego Doménikos Theotokópoulos (1541-1614), nascido em Creta e conhecido como El Greco, que se destacou em um período marcado pela busca por respostas sobre o mundo e um misticismo profundo (EL GRECO, 1977).

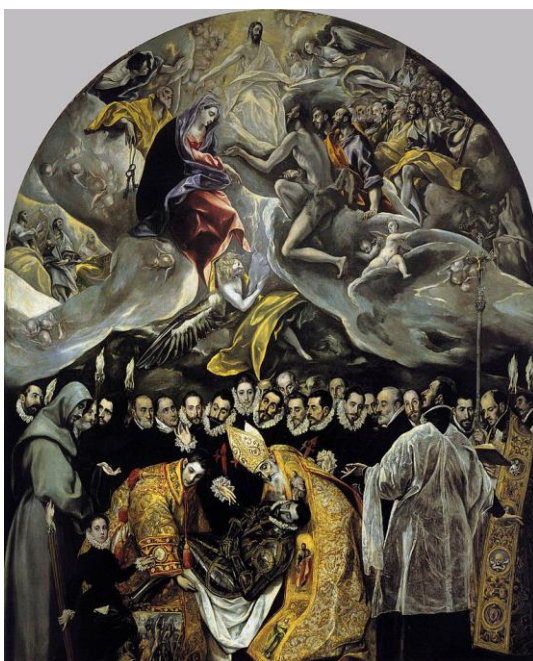
Nessa obra, afirma-se o seguinte sobre o maneirismo:

Verticalidade, alongamento dos corpos, composição com blocos compactos, desequilíbrio proposital entre os grupos, eliminação da perspectiva de modo a ressaltar as cenas secundárias e dirigir a atenção para o drama humano representado são elementos do Maneirismo que o mestre cretense desenvolve com vigor. O colorido, a luz, o cenário de suas telas não sugerem uma iluminação natural, ao feito dos renascentistas, mas têm mais

vida, mais força, impregnando o clima do quadro de uma iluminação interior e dirigindo o olhar do observador para pontos mais importantes da composição. (EL GRECO, 1977, p.17)

Sua obra *O Enterro do Conde de Orgaz* (1586) é um exemplo emblemático, onde ele sobrepõe o celestial e o terreno em uma mesma tela, rompendo com a abordagem tradicional de perspectiva e proporção, porém com reminiscências de suas origens bizantinas em Creta.

FIGURA 13 – O Enterro do Conde de Orgaz, El Greco (1586)



FONTE: Wikipedia.¹²

Apesar da diferença dos séculos, alguns dos trabalhos artísticos de El Greco são antecedentes das obras que já rumam para a abstração no século XIX. A deformação das figuras permite um olhar subjetivo nas obras, algo que não existia antes de El Greco. Neste sentido, pode-se considerá-lo como um precursor do modernismo.

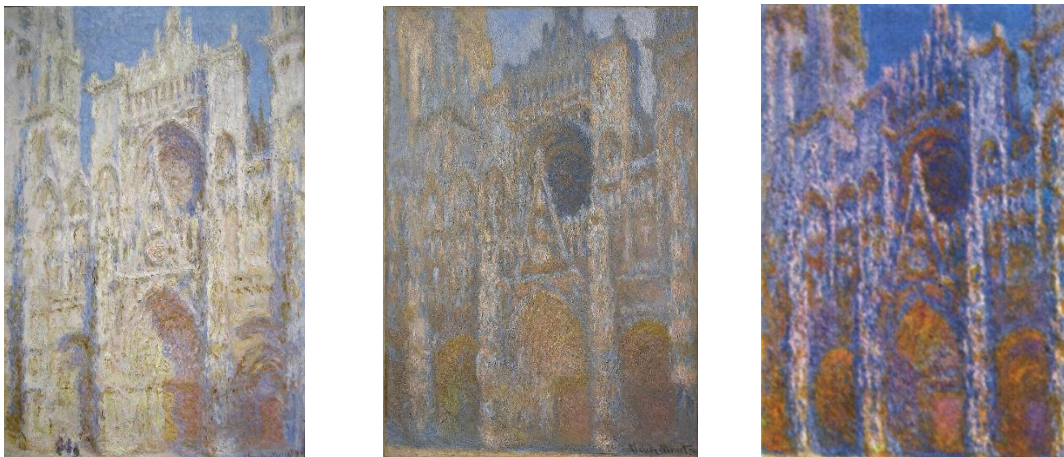
Cifuentes (2005, p. 63) define o século XIX como o “século das rupturas”, tanto na matemática quanto na arte. No campo matemático, destaca-se o advento das geometrias não-euclidianas e a algebrização da lógica, marcando uma mudança significativa em direção à formalidade rigorosa, muitas vezes em detrimento da intuição. Por sua vez, a arte até o século XIX era predominantemente descritiva,

¹² Wikipedia – O Enterro do Conde de Orgaz: [https://pt.wikipedia.org/wiki/O_Enterro_do_Conde_de_Orgaz#/media/Ficheiro:El_Greco - The_Burial_of_the_Count_of_Orgaz.JPG](https://pt.wikipedia.org/wiki/O_Enterro_do_Conde_de_Orgaz#/media/Ficheiro:El_Greco_-_The_Burial_of_the_Count_of_Orgaz.JPG)

priorizando uma representação objetiva da realidade, seja pela fidelidade aos detalhes visíveis ou pela intensidade emocional e dramática. No entanto, a partir da segunda metade do século XIX, ocorre uma ruptura com essa tradição, exemplificada pelo surgimento do impressionismo, que desafia a busca por uma representação fidedigna e propõe novas formas de perceber e expressar a realidade. Neste movimento artístico, os artistas não buscavam reproduzir a realidade de maneira fiel, mas sim interpretá-la de acordo com suas próprias percepções e emoções. Esse período marca o início de correntes artísticas que se afastam do realismo mimético, priorizando o ponto de vista subjetivo dos criadores em detrimento da reprodução objetiva da realidade.

Um exemplo de destaque é o de Claude Monet (1840-1926), que pintou 31 quadros conforme a Catedral de Rouen (Figura 14), na França, se apresentava a ele em diversos momentos do dia, em um esforço para capturar o instante, e não apenas a imagem da catedral em si. Esse enfoque na representação do momento marca o início de uma nova abordagem moderna na arte.

FIGURA 14 – Série da Catedral de Rouen, Claude Monet (década de 1890)



FONTE: Wikipedia.¹³

No final do século XIX, surge o pintor francês Paul Cézanne (1839-1906), inicialmente alinhado à corrente impressionista. No entanto, essa aproximação não foi duradoura. Embora as telas impressionistas fossem brilhantes, Cézanne via nelas uma certa confusão que o incomodava (GOMBRICH, 2012, p. 539). Diante disso, o artista começou a desenvolver uma técnica que buscava recuperar a solidez da arte

¹³

Wikipedia – Catedral de
[https://pt.wikipedia.org/wiki/Catedral_de_Rou%C3%A3o_\(Monet\)](https://pt.wikipedia.org/wiki/Catedral_de_Rou%C3%A3o_(Monet))

Ruão

(Monet):

tradicional – não mais como uma imitação do realismo, mas em um sentido construtivo: ele pretendia construir a realidade por meio de pinceladas mais largas e contraste de cores, produzindo, assim, efeitos de solidez. Segundo Pereira (1998, p. 30), Cézanne “[...] suprime cada vez mais todo o acidental e procura acentuar os elementos construtivos que estabilizam o esqueleto estrutural da obra, tal como na pintura dos antigos.”

FIGURA 15 – Banhistas, Paul Cézanne (1906)



Fonte: Wikipedia.¹⁴

Em uma comparação entre Cézanne e os artistas do período renascentista, é possível afirmar que sua obra contrasta com as da Renascença principalmente no que se refere às pinceladas e ao uso da perspectiva. No Renascimento, o enfoque estava em manter uma precisão nos detalhes e, portanto, utilizavam-se pinceladas mais finas – guiadas pelo desenho –, enquanto que, para Cézanne, a prioridade estava na sensação de solidez do mundo que estava sendo pintado. Ademais, com relação à perspectiva, Gombrich (2012) afirma que

A invenção de Brunelleschi da "perspectiva linear" não o interessou muito. Desprezou-a quando descobriu que ela dificultava o seu trabalho. No fim de contas, essa perspectiva científica fora inventada para ajudar os pintores a criarem a ilusão de espaço - como Masaccio fizera em seu afresco de Sta. Maria Novella. Cézanne não se propunha criar qualquer ilusão. O que ele

¹⁴ Wikipedia – Banhistas, 1906. Museu de Arte da Filadélfia: https://pt.wikipedia.org/wiki/Paul_C%C3%A9zanne#/media/Ficheiro:Les_Grandes_Baigneuses,_par_Paul_C%C3%A9zanne,_Yorck.jpg

queria era transmitir a sensação de solidez e profundidade, e descobriu que podia fazê-lo sem recorrer ao desenho convencional. Dificilmente se terá apercebido de que esse exemplo de indiferença pelo ‘desenho correto’ iniciaria uma arrasadora e irrefreável avalanche no campo da arte. (GOMBRICH, 2012, p. 544)

Ademais, segundo Serenato (2008),

Assim procedendo, Cézanne rompe com o espaço tradicional [da perspectiva renascentista] e com a perspectiva geométrica por não encontrar verdade nesses métodos de representação, já que eles não se ajustavam à realidade tal qual ele assimilava. Sua intenção de representar essa realidade o levou a buscar um espaço e uma perspectiva coerentes com a lógica da natureza por ele percebida, o que resultou em obras onde a construção formal dos objetos não só é visível, como também é transformada em um meio de expressão. (SERENATO, 2008, p. 64)

Em contrapartida, apesar de o desenho não ser um componente necessário na obra de Cézanne, as pinceladas do francês são previamente pensadas e estruturadas de modo a se obter o resultado esperado, no sentido de refletir a solidez. Neste sentido, Pereira (1998) afirma

Assim, cada pincelada é meditada, pois atua decisivamente sobre todo o conjunto. Cézanne evidencia um fazer em que o quadro se constrói sem certeza sobre o resultado pretendido, num processo que desconhece e desafia a própria conclusão. Até o “fim” tudo permanece como uma mera possibilidade. Cada pincelada determina o sucesso ou o fracasso da obra e a forma final é repensada a cada toque. Sem desenho prévio, sem ordenação abstrata ou matemática, sem paralisar o mundo em um instante. Só um conjunto móvel, dinâmico, formado por pequenas pinceladas justapostas como as pedras de um mosaico, tudo oscilando em torno de uma disposição ditada por sua percepção que, como vimos, Cézanne localiza na sensação e pede à inteligência que a organize numa obra. Assim, este verdadeiro “pensar com os olhos” denota uma inteligência originária, não ditada pelo conhecimento, pelas regras ou pela cultura, mas que se dá como uma vivência no fazer, como questionamento e dúvida, como intuição e sensação. (PEREIRA, 1998, p. 71-72)

Tanto Monet quanto Cézanne buscavam incorporar o instante, o subjetivo. Apesar dos diferentes enfoques, com Cézanne focado na construção, ambos tiveram grande contribuição na arte moderna. Inclusive, Cézanne foi o primeiro a fazer uma arte construtiva, que está na base do cubismo de Pablo Picasso (1881-

1973) tornando-se num precursor dele, e também do fauvismo de Henri Matisse (1869-1954).

Em uma tentativa de aproximar a arte de Cézanne com a ciência de Galileu, podemos analisar duas frases que combinadas apresentam sentidos semelhantes. Numa carta ao pintor Émile Bernard, Cézanne explica: “Tudo na Natureza se modela com esferas, cones e cilindros. Devemos aprender a pintar baseados nestas formas simples e só depois seremos capazes de fazer tudo quanto quisermos”¹⁵. Essa frase se assemelha sobremaneira a uma frase de Galileu:

A filosofia encontra-se escrita neste grande livro que continuamente se abre perante nossos olhos (isto é, o universo), que não se pode compreender antes de entender a língua e conhecer os caracteres com os quais está escrito. Ele está escrito em língua matemática, os caracteres são triângulos, circunferências e outras figuras geométricas, sem cujos meios é impossível entender humanamente as palavras; sem eles nós vagamos perdidos dentro de um obscuro labirinto. (GALILEI, 1998, p. 71-72)

Neste sentido, enquanto Galileu e Leonardo dividem o manto de precursores da ciência moderna, Paul Cézanne é muitas vezes referido como o “pai” da arte moderna. Em suas obras, Cézanne estabelece a ordem por meio da utilização da cor e da forma. Além disso, este artista passa a não mais trabalhar com contornos em suas representações, desligando-se do desenho, tal como se era feito em períodos anteriores.

Partindo da ideia de Galileu, Cézanne seguia a premissa de que é possível representar o mundo por meio das formas geométricas básicas – ou seja, pode-se afirmar que a matemática das formas geométricas é uma forma de representar o mundo incorporada na linguagem da arte assim como a perspectiva o foi em seu tempo.

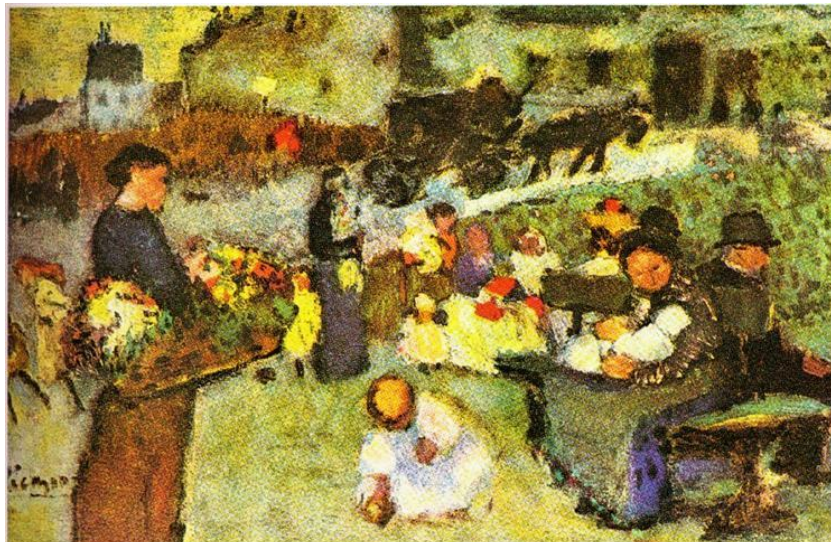
Posteriormente, o artista espanhol Pablo Picasso e o francês Georges Braque (1882-1963) eliminam qualquer sensação de volume de suas representações, tratando de uma realidade deformada, porém ainda figurativa. Altamente inspirados pela arte de Cézanne, Picasso e Braque são os principais nomes de um novo movimento artístico que viria a surgir no início do século XX: o cubismo.

¹⁵ Disponível em: <https://citaliarestauro.com/paul-cezanne-glossario-obras-artistas/#:~:text=%C2%ABTudo%20na%20Natureza%20se%20modela,cor%20de%20formas%20geom%C3%A9tricas%20simples.>

Cubismo é, segundo Apollinaire, o científico assassinato da anatomia. Picasso foi o cirurgião-mor. Cubismo é o abandono da rotina da pintura-sentimento e pintura-tema, transformando-a em linguagem exclusivamente pessoal, dentro de nova organização de espaços, estruturas e ritmo. Principalmente ritmo. Pois a pintura é ritmo, na medida em que ritmo é a própria vida. Simbolizar essa vida em forma, expressar em ritmo: eis o cubismo – a libertação da realidade convencional, a geometrização lógica de formas naturais dentro da escala de valores pessoais. Cubismo é a eliminação de elementos subjetivamente supérfluos. É a nova gramática de formas. (PICASSO, 1967, p.6)

Além da forte influência de Cézanne, os cubistas também tiveram um contato íntimo com a arte negra, arte pré-colombiana e arte grega arcaica, expressões artísticas essas que serviram de inspiração para diversas obras de Picasso e Braque (BRAQUE, 1967). Ademais, é importante ressaltar que, individualmente, estes dois artistas tiveram suas influências pessoais: o primeiro iniciou suas obras como impressionista – como é possível observar na obra *As Vendedoras de Flores* (1901) apresentada abaixo (PICASSO, 1967) –, enquanto que o segundo possui forte aproximação com os fauvistas em seus trabalhos iniciais – conforme é notável em *Porto de Antuérpia* (1906), também exposta abaixo (BRAQUE, 1967).

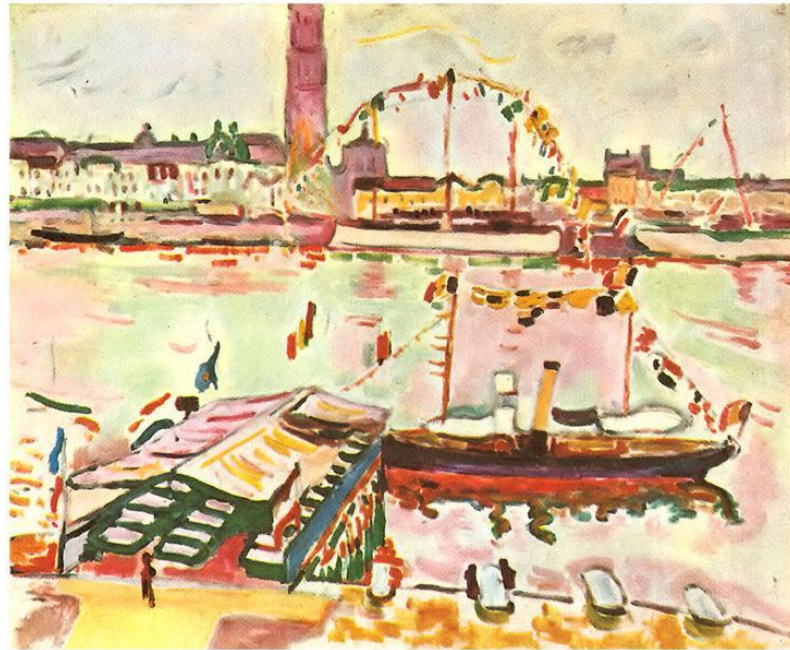
FIGURA 16 – As Vendedoras de Flores, Pablo Picasso (1901)



FONTE: WikiArt.¹⁶

¹⁶ WikiArt – Flower seller (1901): <https://www.wikiart.org/pt/pablo-picasso/flower-seller-1901>

FIGURA 17 – Ponte de Antuérpia, Georges Braque (1906)



FONTE: WikiArt.¹⁷

O cubismo surgiu como uma arte de decomposição da realidade, e passa pelas fases analítica, sintética, hermética e cristalina. Neste movimento artístico, o artista segue a premissa “[...] não vejo a natureza como ela é – ela é como eu a vejo” (PICASSO, 1967, p. 6) – o que reflete um extremo subjetivismo na arte, o qual já havia surgido com a pintura impressionista.

O Renascimento pôs o indivíduo no centro do mundo. Ao criar arte, este indivíduo reproduzia o mundo tal como ele o via. O cubismo de Braque e de Picasso multiplica, torna plural essa visão: eu represento as coisas não só como eu as quero ver, mas como os outros também podem ver, e minha obrigação é respeitar – e estimular – essa multiplicidade de perspectivas. (BRAQUE, 1967, p. 2)

Assim, é possível encarar o cubismo como um intensificador da visão renascentista de mundo, no sentido de não apenas evidenciar o ponto de vista do artista como também o do espectador.

Mas o que podemos evidenciar de conteúdo matemático nas obras de Picasso? A matemática que Picasso traz para as suas obras é resultante do ato de retirar esta matemática da realidade externa, deixando o conteúdo no exterior e mantendo apenas a forma no interior. Neste sentido, Zaleski Filho (2013) afirma que

¹⁷ WikiArt – Antwerp Harbor (1905): <https://www.wikiart.org/pt/georges-braque/antwerp-harbor-1905>

[...] com a decomposição da figura e fundo em planos geométricos, supressão dos sentidos de volume, perspectiva e deformação dos corpos e do espaço, ele [Picasso] mostrou que a Arte podia ser separada da realidade, e que a forma era tão importante quanto o conteúdo. (ZALESKI FILHO, 2013, p. 77)

Rodrigáñez (2005) em seu artigo intitulado “Salvador Dalí y la cuestión de las dimensiones” comenta sobre a relação entre as obras *As Meninas* (1656) do pintor espanhol Diego Velázquez (1599-1660) e a releitura de *Las Meninas* (1957) por Picasso, representadas abaixo – ambas expressam uma concepção de espaço diferente subjacente ao tema representado.

FIGURA 18 – *As Meninas*, Diego Velázquez (1656)



FONTE: Wikipedia.¹⁸

¹⁸ Wikipedia – As Meninas (Velázquez): [https://pt.wikipedia.org/wiki/As_Meninas_\(Vel%C3%A1zquez\)/#/media/Ficheiro:Las_Meninas,_by_Diego_Vel%C3%A1zquez,_from_Prado_in_Google_Earth.jpg](https://pt.wikipedia.org/wiki/As_Meninas_(Vel%C3%A1zquez)/#/media/Ficheiro:Las_Meninas,_by_Diego_Vel%C3%A1zquez,_from_Prado_in_Google_Earth.jpg)

FIGURA 19 – Las Meninas, Pablo Picasso (1957)



FONTE: Noble Oceans.¹⁹

Na tela de Velázquez, o espaço entre a princesa e Maria Agustina Sarmiento, a donzela que se ajoelha diante dela, é um recinto cúbico externo a ambas as meninas, parte da sala em que a cena ocorre. Uma sala que, tal como está representada na pintura, não mudaria em nada se as jovens não estivessem nela. No entanto, o espaço entre essas mesmas figuras na pintura de Picasso é uma rede: a maneira como cada menina vê a outra, e a posição em que cada uma delas está em relação à outra, dá lugar à rede de triângulos que como estrutura espacial as conecta entre si e com o resto das figuras na sala. A cena é composta por múltiplas relações locais que Picasso representa através de uma estrutura espacial formada por figuras geométricas básicas como triângulos e retângulos. Poderíamos retirar as meninas da cena pintada por Velázquez sem precisar mudar o resto da sala, enquanto que, se fizéssemos o mesmo na tela de Picasso, teríamos que pintar novamente todo o quadro. (RODRIGÁÑEZ, 2005, p. 101, tradução nossa)

Do ponto de vista figurativo, as duas obras tratam do mesmo tema, pois visam retratar. Picasso faz uma releitura com sua própria técnica cubista. Porém, de acordo com Rodrigáñez (2005), o trabalho de Picasso se refere a uma reinterpretação que mostra em certa profundidade a diferença entre a concepção de espaço que tinha Velázquez e a concepção de espaço de Picasso. A concepção do primeiro é do tipo clássica, e facilmente pode-se intuir que se forem retirados os

¹⁹ Noble Oceans – Pablo Picasso: The Many Iterations of Las Meninas: <https://www.nobleoceans.com/artists/2017/4/4/pablo-picasso-the-many-iterations-of-las-meninas>

objetos e as pessoas (independentes entre si) da imagem, o espaço permanece o mesmo – concepção de espaço que Newton adota em sua física clássica. Entretanto, em Picasso, os objetos não são independentes entre si, os objetos estão relacionados de tal maneira que se retirarmos um dos personagens, todo o resto muda de configuração – concepção moderna de espaço manifesta, por exemplo, em Einstein.

Esta discussão acerca do espaço tem um impacto crucial na história, conforme Cifuentes, Negrelli e Perez (2005),

O conceito de “espaço” faz parte do desenvolvimento das civilizações e de suas atividades culturais, manifestando-se na criação de sistemas para melhor representá-lo. Já a distinção entre o racional e o sensível a respeito da noção de “espaço” aparece na antiguidade clássica, especialmente em Platão, para quem a ideia de “espacialidade” pode ser expressa por dois termos *chora* (espaço como noção independente da matéria que o ocupa) e *topos* (lugar, dependente da matéria que o ocupa), o segundo com um grau de concretude maior que o primeiro. (CIFUENTES; NEGRELLI; PEREZ, 2005, p. 90)

Neste sentido, Barth (2006, p. 67) afirma que “as obras cubistas dão visibilidade a um novo conceito de espaço, embora coerente, fragmentado, a apresentação de uma nova realidade, e, por meio da simplificação das linhas, e das formas, e a torna mais geométrica”.

Assim, é possível concluir que Picasso incorporou em sua arte os avanços científicos de sua época, especialmente no que diz respeito ao conceito de espaço. Como contemporâneo de Albert Einstein, a abordagem do espaço como uma rede na releitura de *As Meninas* pode ter sido, de certa forma, intencional.

3.3 A ABSTRAÇÃO EM KANDINSKY E SUA MUSICALIDADE

O primeiro registro da interação interdisciplinar entre a matemática e a música advém de Pitágoras, que foi o primeiro a estudar experimentalmente as notas musicais, através de cordas utilizando um instrumento possivelmente desenvolvido por ele próprio denominado monocórdio, o qual “[...] é um instrumento composto por uma única corda estendida entre dois cavaletes fixos sobre uma prancha ou mesa possuindo, ainda, um cavalete móvel colocado sob a corda para dividi-la em duas seções” (ABDOUNUR, 1999, p. 4).

Para os pitagóricos, tudo era matemática – ou ainda, nas palavras de Omnès (1996, p. 29), “[...] o mundo é regido pelo número”. A concepção tida por essa corrente filosófica era de que a matemática pode dar conta de explicar o mundo – e essa ideia surgiu para Pitágoras por meio do estudo experimental descrito no parágrafo anterior.

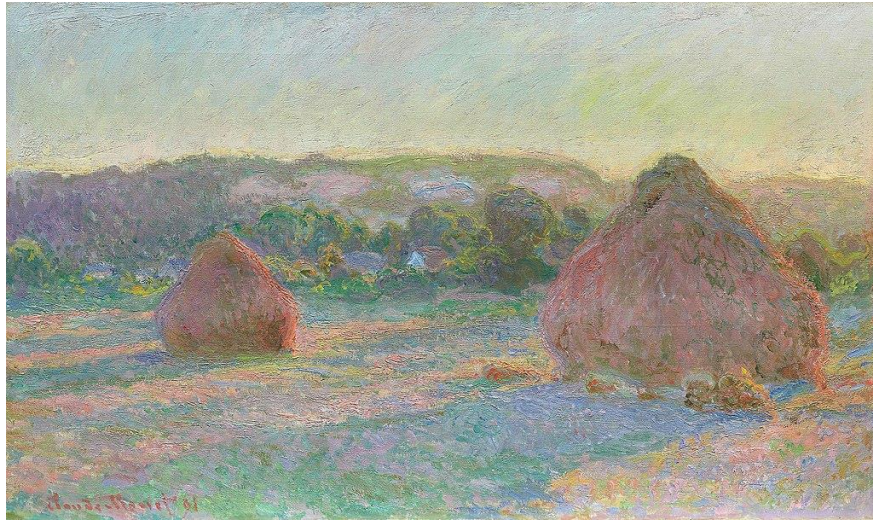
[...] ele observara (ou aprendera) que a harmonia dos sons da lira depende do lugar exato em que se pinça uma corda, e que os intervalos musicais agradáveis ao ouvido, oitavas, terças ou quintas, em nossa linguagem moderna, vêm de cordas cujo comprimento está numa relação simples de números inteiros. (OMNÈS, 1996, p. 29)

E a partir disso, o grupo de pitagóricos elegeu o número como origem de tudo. Por conseguinte, surge a ideia do cosmos pitagórico: o mundo pensado de forma ordenada e harmônica, com características próprias da matemática. É importante ressaltar que, utilizando como base o *Quadrivium* – proposto por Pitágoras e muito utilizado nas escolas da Idade Média –, podemos considerar a música como sendo uma extensão da Matemática. De fato, é nítido que a música detém muito em comum com a matemática: ritmo, harmonia e sequencialidade são apenas alguns dos elementos que se encontram tanto no aspecto musical quanto na matemática sensível, pautada na intuição.

Voltando o olhar novamente para o século XX, é notória a presença de certa musicalidade – e da própria matemática – nas obras de artistas como Wassily Kandinsky (1866-1944) e Paul Klee (1879-1940), principais representantes do abstracionismo na arte em inícios do século XX.

Advogado por formação, Kandinsky é arrebatado pela arte ao contemplar uma obra de Claude Monet em uma exposição realizada na Rússia em 1895 (KANDISKY, 1968, p. 2). A obra fazia parte da série de vinte e cinco telas nas quais Monet retrata montes de feno na comuna francesa de Giverny ao longo das estações do ano. O que fascinou Kandinsky foi a incapacidade de reconhecer o objeto representado na pintura pois ela estava virada de ponta cabeça, e “[...] intuiu que a força da cor era capaz de produzir o efeito pictórico desejado, independente da representação realista ou não do objeto” (SERENATO, 2008, p. 113). Esse episódio marcou, assim, o nascimento do que mais tarde seria chamado de arte abstrata (KANDISKY, 1968, p. 2).

FIGURA 20 – Montes de Feno (Fim do Verão), Claude Monet (1890-1891)



FONTE: Wikipedia.²⁰

Em uma primeira fase figurativa, inspirada no trabalho dos impressionistas, Kandinsky passa a produzir sua própria arte – inicialmente próxima dessa corrente artística, como é possível observar na obra *Parque de Akhtyrka* (1901) apresentada abaixo.

FIGURA 21 – Parque de Akhtyrka, Wassily Kandinsky (1901)



FONTE: Wikimedia Commons.²¹

²⁰ Wikipedia – Stacks of Wheat (End of Summer):
[https://en.wikipedia.org/wiki/Haystacks_\(Monet_series\)#/media/File:Claude_Monet_-_Stacks_of_Wheat_\(End_of_Summer\)_-1985.1103_-_Art_Institute_of_Chicago.jpg](https://en.wikipedia.org/wiki/Haystacks_(Monet_series)#/media/File:Claude_Monet_-_Stacks_of_Wheat_(End_of_Summer)_-1985.1103_-_Art_Institute_of_Chicago.jpg)

²¹ Wikipedia Commons – Akhtyrka, Park (Kandinsky):
https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Kandinsky_-_Akhtyrka_Park_vers_1901_-_1903.jpg

Em meados de 1910, as telas de Kandinsky começam a apresentar uma certa abstração da realidade – configurando a primeira fase abstrata do artista russo: a abstração lírica. Kandinsky era também teórico e produziu alguns textos, dentre os quais se destaca *Do espiritual na arte* (1911), no qual ele discute alguns aspectos desse tipo de abstração.

Note-se que o pensamento abstrato é uma característica tipicamente matemática, que Kandinsky introduz na arte. Inicialmente, essa abstração kandinskiana é de caráter romântico, já que o artista dá mais ênfase à cor do que ao desenho, e que nos leva a pensar [...] numa matemática romântica, num indício claro de que a matemática se aproxima da arte. (SERENATO, 2008, p.116-117)

Essa fase lírica de Kandinsky apresenta uma riquíssima aproximação com a música – que, ao ser considerada uma extensão da matemática, revela também uma conexão intrínseca com a própria matemática. Por meio de sua intuição, Kandinsky desenvolveu obras abstratas repletas de gradações de harmonia e ritmo, estabelecendo, assim, uma forte analogia com a música. Para o artista russo, a variação de cores em suas telas deveria produzir o mesmo efeito emocional que as variações de ritmos musicais, refletindo sua crença na *sinestesia* (KANDINSKY, 1968, p. 5). Dessa forma, é como se Kandinsky tocasse e ouvisse música por meio de seus quadros.

FIGURA 22 – Composição IV, Wassily Kandinsky (1911)



FONTE: WikiArt.²²

²² WikiArt – Composição IV, Wassily Kandinsky (1911): <https://www.wikiart.org/pt/wassily-kandinsky/composicao-iv-1911>

Já em meados da década de 1920, Kandinsky iniciou um processo de abstração geométrica, culminando na publicação de *Ponto e linha sobre plano* (1926). Nesse contexto, Serenato (2008, p. 128) ressalta que, embora a presença da geometria em suas obras fosse uma constante, esse aspecto tornou-se ainda mais evidente durante o período em que ele lecionou na *Bauhaus*, entre 1922 e 1933, onde utilizou sua própria produção artística como um “laboratório” para experimentações. Além disso, apesar de Kandinsky ter sido o pioneiro na abstração lírica, sua abstração geométrica surgiu influenciada pelo suprematismo de seu conterrâneo Kazimir Malevich (1879-1935). Essa corrente artística, centrada exclusivamente em formas geométricas e cores básicas puras, pretendia rejeitar qualquer vestígio de emoção em prol de uma abordagem racional, definida como uma “ciência da arte” (SERENATO, 2008, p. 118-119).

FIGURA 23 – Amarelo-Vermelho-Azul, Wassily Kandinsky (1925)



FONTE: WikiArt.²³

Isto posto, ao compararmos as duas formas de abstração presentes nas obras de Kandinsky, é possível notar que a abstração geométrica é rígida, enquanto que a abstração lírica possui formas fluídas. Neste sentido, é possível retomar um comparativo entre as obras do artista russo com a música. Assim como as representações de tipo geométrico de Kandinsky, a partitura musical é uma coisa física. Porém, quando o músico a reproduz por meio de instrumentos musicais, surge a música propriamente dita, que transcorre no tempo; pode-se interpretar que

²³ WikiArt – Amarelo-Vermelho-Azul, Wassily Kandinsky (1925): <https://www.wikiart.org/pt/wassily-kandinsky/amarelo-vermelho-azul-1925>

a música existe apenas enquanto está sendo tocada. Neste sentido, o que está por trás da abstração geométrica é o espaço, representado pela partitura, enquanto que o que está por trás da abstração lírica é o tempo, representado pela música enquanto tocada.

Outrossim, em um viés matemático, pode-se observar que uma característica matemática da abstração geométrica é a simetria, enquanto que na abstração lírica nota-se uma certa assimetria.

Kandinsky nos apresenta, de certa forma, uma geometria romântica. Ou seja, em seu trabalho, a geometria incorpora elementos intuitivos, sensíveis, subjetivos, capazes de despertar a criatividade e a emoção. Ao estudar os diversos significados que um mesmo símbolo geométrico pode assumir, conforme se modifique a cor ou a posição, e ao atribuir uma valoração sensível aos objetos matemáticos, Kandinsky anuncia [...] que a matemática possui em si uma beleza passível de ser apreciada. (SERENATO, 2008, p. 130)

Serenato (2008) sugere que a concepção de “ponto” apresentada por Kandinsky possui uma forte ligação com os princípios da física quântica e relativística. Nesse sentido, concordamos com a autora ao considerar que Kandinsky demonstrava pleno conhecimento das revoluções científicas de sua época, traduzindo, à sua maneira, as transformações da realidade ao seu redor em suas obras.

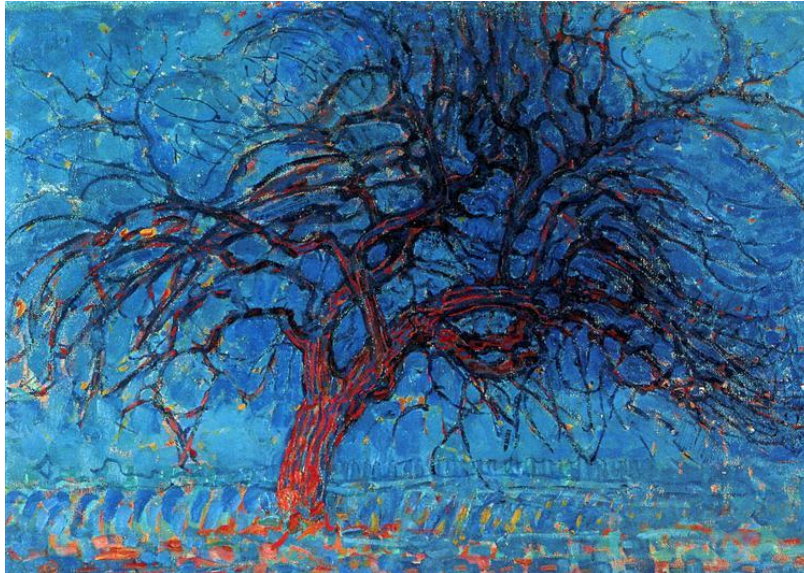
3.4 A ABSTRAÇÃO GEOMÉTRICA EM MONDRIAN

Fortemente vinculado ao abstracionismo artístico, o holandês Piet Mondrian (1872-1944) ocupa um lugar de destaque neste estudo. Sua obra é marcada por um progressivo distanciamento da natureza, fundamentado na crença de que “é além da natureza, além de suas formas instáveis, que se deve buscar uma realidade plástica, pura e permanente” (MONDRIAN, 1968, p. 2). Para Mondrian, “[...] a pintura figurativa mascarava as relações puras da natureza e afastava o observador do verdadeiro fundamento da harmonia estética” (ZALESKI FILHO, 2013, p. 77).

É possível observar o processo de abstração nas obras de Mondrian ao analisarmos a sequência de pinturas apresentadas nas Figuras 24, 25 e 26. Em *A Árvore Vermelha* (1908-1910), o artista holandês desenvolve uma pintura partindo de um elemento concreto da natureza: uma árvore. Entretanto, Mondrian não parece interessado em reproduzir uma imitação fotográfica da árvore – e esta obra

assemelha-se em demasia às telas do impressionismo e do pontilhismo. Neste sentido, apesar de partir de algo concreto, a arte do holandês não é figurativa pois se aproxima de uma essência da árvore que beira a abstração (MONDRIAN, 1958, p. 5).

FIGURA 24 – A Árvore Vermelha, Piet Mondrian (1908-1910)



FONTE: WikiArt.²⁴

A tela *A Árvore Cinzenta* (1911) continua retratando uma árvore, porém,

A estrutura dos ramos, o emaranhado da folhagem, a textura do tronco estão aqui comprimidos e sintetizados. A árvore, sem ser reconhecível como tal, é evocada pela sua textura, pelas linhas retorcidas que lembram ramos, mas não os reproduzem. Também na cor houve compressão, e só um tom contrasta com o castanho: um branco pastoso e mesclado de cinza, acentuando o despojamento já sugerido pelas linhas. (MONDRIAN, 1958, p. 5-6)

²⁴ WikiArt – A Árvore Vermelha, Piet Mondrian (1908-1910): <https://www.wikiart.org/pt/piet-mondrian/a-arvore-vermelha-1910>

FIGURA 25 – A Árvore Cinzenta, Piet Mondrian (1911)



FONTE: WikiArt.²⁵

Por fim, na terceira e última tela desta sequência, *A Macieira em flor* (1912), parece quase impossível de identificar que ainda se trata de uma árvore.

Agora só restam indicações diluídas, sutis, das formas vegetais – linhas, curvas e retas –, além de uma lembrança, esmaecida da cor dos pomos e das folhas: o verde, o amarelo com levíssimos tons róseos, na mais tênue evocação estrutural de uma macieira florida. (MONDRIAN, 1958, p. 6)

FIGURA 26 – A Macieira em flor, Piet Mondrian (1912)



FONTE: Wikipedia.²⁶

²⁵ WikiArt – A Árvore Cinzenta, Piet Mondrian (1911): <https://www.wikiart.org/pt/piet-mondrian/a-arvore-cinzenta-1911>

Este processo de abstração das árvores de Mondrian evidencia o conceito de abstrato de Aristóteles, que consiste na retirada do conteúdo e permanência da forma. Neste sentido, Zaleski Filho (2013, p. 77) afirma que

Ele [Mondrian] percebeu, por meio das árvores, que a forma vertical e retilínea desse elemento da natureza estava em oposição à linha do horizonte. Então, passou a simplificar as figuras em sua pintura por meio de traços verticais e horizontais mostrados de maneira sutil pela natureza.

Portanto, pode-se dizer que, quando Mondrian dá início ao seu processo de abstração, ele “nasce” romântico e caótico, e com o passar do tempo ele vai impondo ordem a este mundo caótico, aproximando-se do clássico; ele expressa a ordem do cosmos pitagórico em sua arte, no sentido de que ele encontra a essência matemática (representada pelas retas horizontais e verticais) ao longo de seu processo de abstração. Segundo Gombrich (2012, p. 582), Mondrian “ansiava por uma arte de clareza e disciplina que refletisse, de algum modo, as leis objetivas do universo.”

De maneira semelhante, o processo de abstração de Mondrian reflete-se na geometrização de seu traço, marcada pela exclusão de linhas não ortogonais e profundas (ZALESKI FILHO, 2013, p. 88). Esse aspecto é evidente ao comparar as obras *Torre da igreja de Domburg* (1911) e *Fachada de igreja 6* (1915), ilustradas na Figura 27. Na primeira tela, observa-se uma representação clara de uma fachada de igreja, enquanto que na segunda o conteúdo é abstraído a tal ponto que sua identificação se torna menos imediata.

FIGURA 27

À esquerda: Torre da igreja de Domburg, Piet Mondrian (1911)

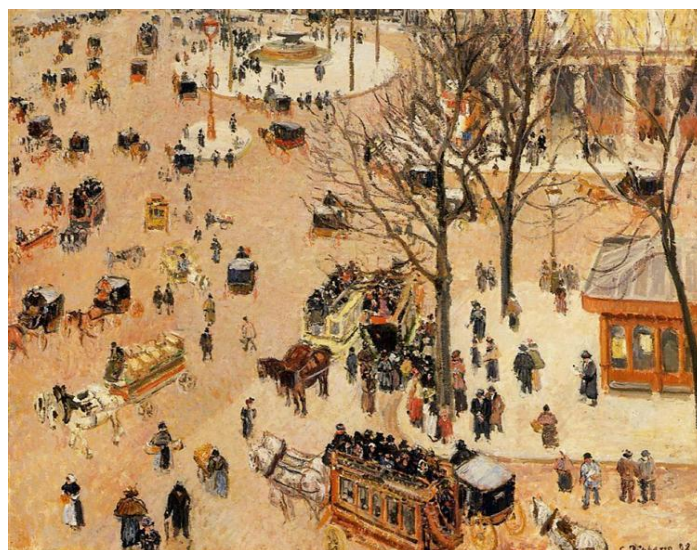
À direita: Fachada de igreja 6, Piet Mondrian (1915)



FONTE: PubHist.²⁷

Partindo desta geometrização das telas de Mondrian, Schapiro (2001, p. 71) propõe um comparativo entre as obras *Place du Théâtre Français* (1898) do artista francês Camille Pissarro (1830-1903) e *Composição com linhas* (1917) de Mondrian. Nota-se que em ambas as telas uma disposição aparentemente aleatória de traços, mas que representam certa ordem.

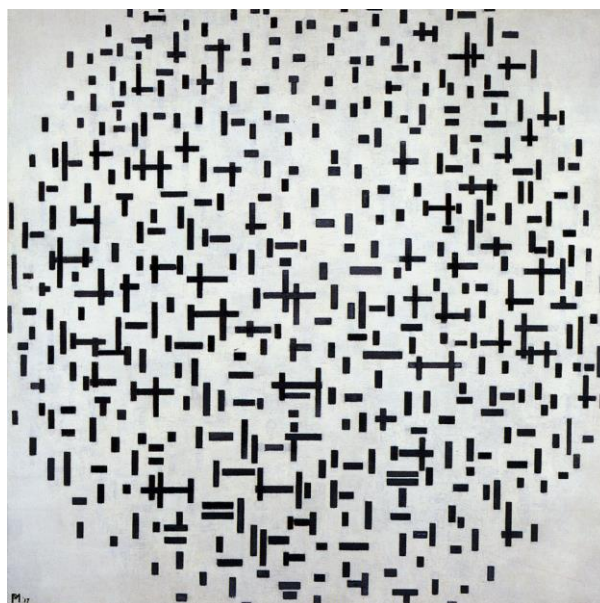
FIGURA 28 – Place du Théâtre Français, Camille Pissarro (1898)



FONTE: WikiArt²⁸

²⁷ PubHist – Church Tower at Domburg, Piet Mondrian: <https://www.pubhist.com/w26159>

FIGURA 29 – Composição com linhas, Piet Mondrian (1917)



FONTE - PubHist.²⁹

Na obra de Pissarro, as pessoas e carruagens transmitem uma implícita sensação de movimento. Apesar do caráter estático do quadro, os objetos sugerem dinamismo, reforçado pela organização dos indivíduos, que parece ser guiada pela potencialidade de seus movimentos. Essa dinâmica evidencia que a distribuição das personagens na tela não foi aleatória. De modo semelhante, a obra de Mondrian também apresenta uma ordem implícita: seus traços variados criam um direcionamento, como se apontassem a algum lugar. Uma possível interpretação é que os segmentos interceptados por traços ortogonais menores representariam os veículos de Pissarro, enquanto os segmentos isolados simbolizariam as pessoas (SHAPIRO, 2001).

A relação de Mondrian com a matemática torna-se mais evidente em suas obras caracterizadas pela abstração geométrica, que ganham destaque a partir de 1920. Nesse período, sua produção artística e teórica alinha-se ao neoplasticismo, uma corrente definida pelo próprio artista e descrita por Zaleski Filho (2013, p. 96) como sendo um movimento que “[...] defendia uma total limpeza espacial para a Pintura, reduzindo-a a seus elementos mais puros e buscando suas características mais próprias”. Para Mondrian (2008, p. 28), o neoplasticismo representa “[...] *uma relação expressa plasticamente de modo definido no plano estético.*”

²⁸WikiArt – Place du Theatre Français, Camille Pissarro (1898): <https://www.wikiart.org/en/camille-pissarro/place-du-theatre-francais-1898>

²⁹PubHist – Composition in Line, Piet Mondrian: <https://www.pubhist.com/w27771>

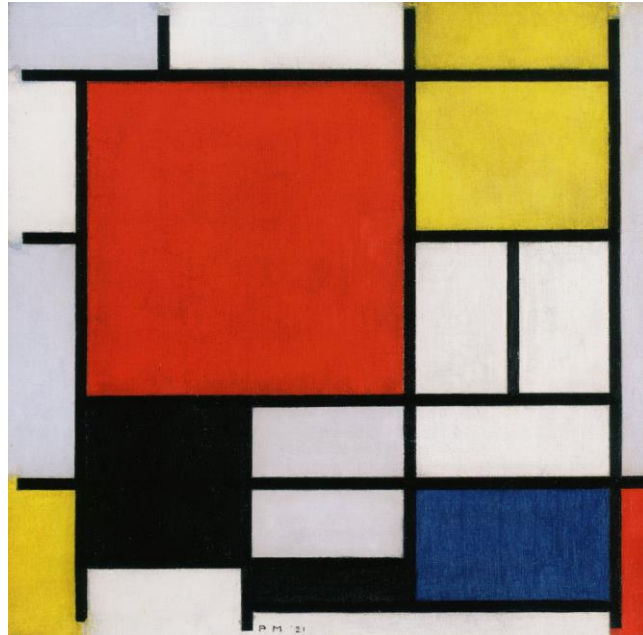
Por meio da abstração geométrica, o grande objetivo de Mondrian foi conciliar o novo ao homem e à sua realidade – já não necessariamente à natureza – sem renunciar ao dualismo material/espiritual. Para isso, utilizou o neoplástico como ferramenta para envolver o homem de uma realidade caracterizada pela dualidade que domina nosso interior. (ZALESKI FILHO, 2013, p. 91)

Partindo desta corrente artístico-filosófica, as *Composições* de Mondrian se destacam pela planicidade e pela divisão em linhas ortogonais, remetendo ao plano cartesiano, como aponta Serenato (2008):

Seus trabalhos são austeros, numa geometria cartesiana, onde linhas retas verticais e horizontais se unem às três cores primárias, mais o preto e o branco, em composições precisas. Calculando meticulosamente a colocação desses elementos, Mondrian busca a ordem, a harmonia e o equilíbrio que faltava ao mundo assolado pela guerra. E ao eleger a linha reta (que não existe na natureza, natureza esta incapaz de proporcionar a paz), ele direciona a sua arte para uma abstração absoluta, eliminando qualquer possibilidade de representação. (SERENATO, 2008, p.67-68)

Partindo de um viés matemático, o plano cartesiano é geralmente entendido como uniforme e equilibrado. No entanto, ao observar a obra *Composição com grande plano vermelho, amarelo, preto, cinza e azul* (1921) – um exemplo emblemático desta fase da arte de Mondrian exposto na Figura 30 –, percebe-se um rompimento desse equilíbrio. A distribuição desarmônica das formas e cores atribui “pesos” distintos às áreas do plano, criando uma sensação de deformação. Esse efeito sugere um plano elástico, permitindo uma interessante analogia entre as composições de Mondrian e o plano curvo descrito na teoria de Einstein.

FIGURA 30 – Composição com grande plano vermelho, amarelo, preto, cinza e azul, Piet Mondrian (1921)



FONTE: PubHist.³⁰

Sob um olhar moderno, pode-se intuir que, ao preencher os espaços distintos com cores, Mondrian está devolvendo o conteúdo à forma. Esta interpretação é pautada no que diz Carlos Leite Brandão no prólogo do livro “Neoplasticismo na pintura e na arquitetura”, coletânea de textos de Mondrian: “as cores dispostas na trama ortogonal plana, contrastando com o branco, o preto e o cinza, criam diferentes profundidades e valores espaciais” (MONDRIAN, 2008, p. 16).

Em concordância com Solo (1994), onde o autor afirma que a arte é uma forma de conhecimento, pode-se dizer, de modo mais específico, que a arte de Mondrian é uma forma de conhecimento sobre o mundo pois revela certas características deste mundo – como a harmonia –, ou ainda, que suas obras, interpretadas matematicamente, devolvem conteúdo físico aos objetos matemáticos. Neste sentido, Mondrian capturava as habilidades intuitivas da matemática, ligadas à imaginação e liberdade, deixando de lado o formalismo matemático.

Segundo Cifuentes (2005a),

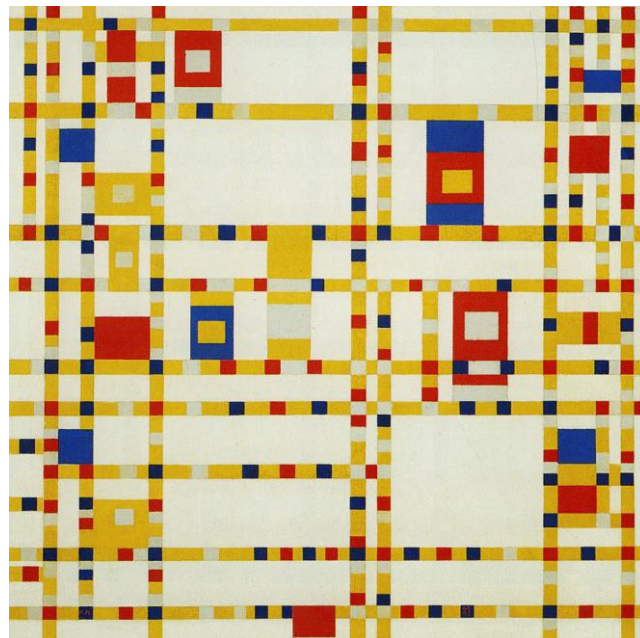
O conteúdo matemático da obra de Mondrian não se reduz a uma mudança de linguagem, ela reproduz, acreditamos, o caminho seguido pelo racionalismo chamado cartesiano, ao isolar e pôr em relevo o espaço

³⁰ PubHist – Composition with Large Red Plane, Yellow, Black, Gray, and Blue, Piet Mondrian: <https://www.pubhist.com/w28886>

matemático (vazio), tão importante na nossa concepção atual de mundo, tornando a sua arte numa forma de conhecimento. (CIFUENTES, 2005a, p. 192)

Além disso, vale comentar sobre uma das mais célebres obras da última fase de Mondrian: *Broadway Boogie-Woogie* (1942-1943). Altamente inspirada em jazz, esta pintura vem de encontro ao padrão das obras de sua fase anterior pois o preto é excluído da paleta de cores. Ademais, a distribuição de cores desta obra transmite uma certa musicalidade visual, assemelhando-se a uma partitura, de modo que as cores e os retângulos coloridos podem ser associados às notas musicais.

FIGURA 31 – Broadway Boogie-Woogie, Piet Mondrian (1942-1943)



FONTE: PubHist.³¹

Desta forma, assim como Kandinsky, Mondrian estabelece uma conexão com a música – a qual interpretamos neste texto como uma extensão da matemática. De acordo com Schapiro (2001, p. 84),

Por meio do ritmo de diferenças e contrastes criado por algumas poucas cores e linhas, com um resultado que aponta tanto para a liberdade quanto para o controle, em oposição ao regular e ao aleatório, ele produz uma expressão vívida do seu fascínio com as sensações e com o movimento.

Tanto em seu processo de abstração da realidade quanto nas representações marcadas pelo forte teor musical de seu período em Nova York,

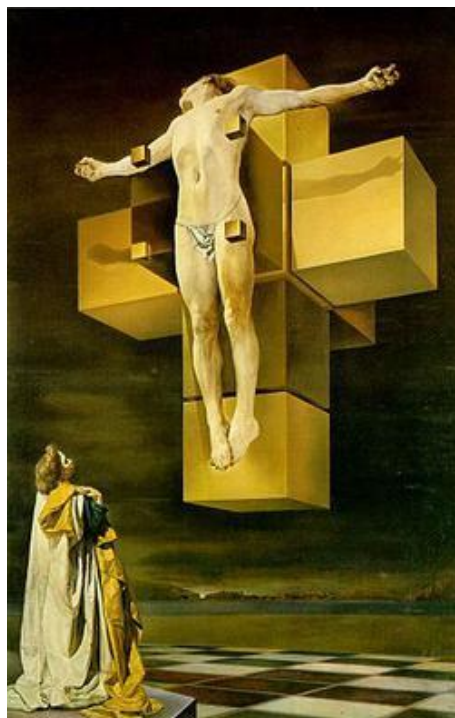
³¹ PubHist – Broadway Boogie Woogie, Piet Mondrian: <https://www.pubhist.com/w27353>

Mondrian estabelece uma relação profunda com a matemática – especialmente com seu aspecto intuitivo e imaginativo, descrito em conformidade com Bachelard como o viés noturno da matemática, em oposição ao cálculo rigoroso. Neste contexto, suas obras revelam um caráter interdisciplinar, unindo arte, matemática e música de maneira singular.

3.5 DE DALÍ E ESCHER: UM ESPELHO MATEMÁTICO DA REALIDADE

O movimento denominado de *surrealismo* surgiu em meados de 1920, e tinha como máxima “[...] criar algo mais real que a realidade em si”, por meio de imagens fantásticas e oníricas. Altamente influenciados pela psicanálise, os surrealistas acreditavam que “[...] só a não razão pode dar-nos a arte” (GOMBRICH, 2012, p. 589-592). Em um sentido matemático, destacamos desta corrente artística o artista espanhol Salvador Dalí (1904-1989), a quem muito interessou o conceito de hiperespaços (espaços com mais do que três dimensões), como é possível notar na obra *Crucificação* (1954) apresentada abaixo.

FIGURA 32 – Crucificação: Corpus Hypercubicus, Salvador Dalí (1954)



FONTE: Wikipedia.³²

³²

Wikipedia – Dali Crucifixion hypercube:
[https://en.wikipedia.org/wiki/Crucifixion_\(Corpus_Hypercubus\)#/media/File:Dali_Crucifixion_hypercube.jpg](https://en.wikipedia.org/wiki/Crucifixion_(Corpus_Hypercubus)#/media/File:Dali_Crucifixion_hypercube.jpg)

Sobre esta obra, Blasco (2011) comenta que

O auge da utilização do hipercubo na obra de Dalí ocorre na pintura *Corpus Hypercubicus*, onde ele busca mostrar como Jesus está em uma dimensão superior (teria passado para o espaço tetradimensional). A cruz na qual está pregado representa o desenvolvimento tridimensional de um hipercubo em quatro dimensões, enquanto a forma habitual das cruzes representa o desenvolvimento plano de um cubo usual (tridimensional). (BLASCO, 2011, p. 6, tradução nossa)

Em outras palavras, é como se a cruz de Dalí representasse uma “planificação” tridimensional para um objeto de quatro dimensões. O artista espanhol interessava-se por ciência desde a adolescência, e utilizou-se dela em diversos momentos na sua arte, refletindo assim a cultura científica de sua época. Neste sentido, é importante ressaltar que, apesar de artistas como Cézanne e Georges Seurat (1859-1891) tenham trabalhado e se interessado pela questão das dimensões na arte, Dalí de fato esperava chegar à construção de objetos tetradimensionais (RODRIGÁÑEZ, 2004, p. 105).

O último artista de destaque do século XX que será abordado neste trabalho é o holandês Maurits Cornelis Escher (1898-1972). Apesar de retratar ilusões e situações por vezes inexplicáveis – e de, muitas vezes, ser comparado ou enquadrado como surrealista – Escher tinha objetivos distintos dos seus contemporâneos; e, justamente por conta disso, é impossível classificá-lo em uma tendência artística – trata-se, de fato, de um “artista que não se pode enquadrar” (ERNST, 1991, p. 15).

Os trabalhos iniciais do artista gráfico eram, em essência, obras paisagísticas. Entretanto, a partir de 1937, Escher demonstrou um grandessíssimo interesse por temáticas como: “[...] a regularidade e as estruturas matemáticas, continuidade e infinito e o problema inerente a todas as imagens: Reprodução de três dimensões sobre uma superfície bidimensional” (ERNST, 1991, p. 16). Neste contexto, pode-se afirmar que a obra de Escher é de caráter investigativo, e é possível visualizar a matemática do século XX por meio de suas obras – mesmo não tendo formação acadêmica em matemática, Escher era, de fato, consciente da cultura científica de sua época.

FIGURA 33 – Castrovalva, M. C. Escher (1930)



FONTE: Universidade de Lisboa.³³

De acordo com Ernst (1991, p. 20), as obras de Escher podem ser divididas em três temas principais, cada qual possui também três categorias. A primeira temática refere-se à estrutura do espaço, cujas categorias são: composições paisagísticas (Figura 33), interpenetração de mundos diferentes e sólidos matemáticos. Em seguida, são categorizadas as gravuras de metamorfoses, ciclos e aproximação ao infinito, pertencentes ao tema de estrutura da superfície. Por fim, a terceira e última temática seria a da representação pictórica da relação entre espaço e superfície plana, abrangendo as categorias de essência da representação, perspectiva e figuras impossíveis.

É interessante observar como os temas trabalhados pelo artista holandês contêm forte apelo matemático, e que a questão das dimensões o interessava assim como a Salvador Dalí. O objetivo desta seção não será o de descrever cada temática de Escher, mas sim comentar brevemente sobre algumas relações entre arte e matemática que podem ser observadas em suas gravuras – principalmente no que se refere à geometria.

³³ Universidade de Lisboa – Castrovalva, Escher (1930): <https://webpages.ciencias.ulisboa.pt/~ommartins/seminario/escher/castrovalva.html>

Em busca de uma discussão geométrica nas obras do artista gráfico, é necessário entender em que espaço geométrico a conversa se instala. Neste sentido, é preciso definir e diferenciar as geometrias euclidiana e não euclidiana.

O princípio norteador desta discussão se refere à aceitação ou negação do 5º postulado de Euclides, enunciado conforme Boyer (1974, p. 77):

Seja postulado o seguinte.

[...]

5. Que, se uma reta cortando duas retas faz os ângulos interiores de um mesmo lado menores que dois ângulos retos, as duas retas, se prolongadas indefinidamente, se encontram desse lado em que os ângulos são menores que dois ângulos retos.

Em 1798, o matemático escocês John Playfair (1748-1819) apresentou uma formulação equivalente ao quinto postulado de Euclides, conhecida como *Axioma de Playfair* ou *Axioma das Paralelas*: “Por um ponto fora de uma reta pode-se traçar uma única reta paralela à reta dada”. É a partir da negação desta versão do axioma das paralelas que matemáticos como Nikolai Lobachevsky (1792-1856) e Bernhard Riemann (1826-1866) desenvolveriam as ditas geometrias não euclidianas.

Na geometria euclidiana, aceita-se que, por um ponto fora de uma reta, existe exatamente uma reta paralela à reta dada, em conformidade com o quinto postulado de Euclides. Por outro lado, a geometria hiperbólica, desenvolvida por Lobachevsky, nega a unicidade, afirmando que, por um ponto externo, é possível traçar pelo menos duas retas paralelas à reta dada. Já a geometria riemanniana (ou esférica), atribuída a Riemann, vai além, negando a própria existência de retas paralelas.

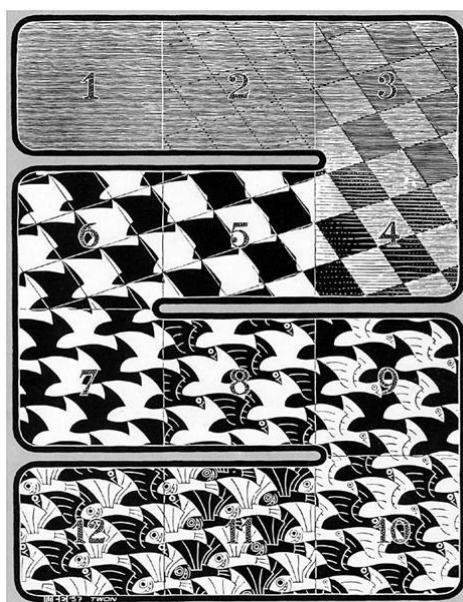
Das geometrias apresentadas, nos será tema de interesse para análise da obra de Escher as geometrias euclidiana e hiperbólica.

De acordo com Rodrigáñez (2005a, p. 102), as gravuras de Escher nos auxiliam na compreensão das propriedades das geometrias euclidiana e não euclidianas, e a matemática, por sua vez, nos permite entender melhor a obra de Escher. Partindo deste princípio, a autora apresenta comentários acerca da interpretação geométrica em Escher. Ao referir-se ao plano euclidiano, Rodrigáñez comenta sobre a prática de pavimentações trabalhada por Escher em algumas de suas obras; essa técnica consiste em cobrir de forma regular o plano com ladrilhos de diferentes formatos e tamanhos (Figura 34). Barth (2006, p. 74) comenta sobre a forte influência que a viagem de Escher a Alhambra teve em seus trabalhos deste período, e afirma que “o contato com a arte hispano-árabe muito o fez curiosos a

ponto de estudar e tentar reproduzir para si figuras geométricas de um plano em divisão regular”.

Além disso, Rodrigáñez (2005a, p. 102) relata que o artista holandês se baseou em grande parte no artigo “Sobre a analogia das simetrias do cristal no plano” de George Pólya, publicado em 1924, que consiste na explicação do por que, apesar da infinidade de desenhos planos com os quais aparentemente se pode cobrir um plano, há somente 17 tipos essencialmente distintos que podem ser classificados com toda precisão segundo suas simetrias. De acordo com a autora, Escher desenvolveu ao longo de 4 anos suas próprias teorias e explicações sobre como construir as 17 simetrias planas, baseando-se nos desenhos do artigo de Pólya.

FIGURA 34 – Divisão regular do espaço I, M. C. Escher (1957)



FONTE: WikiArt.³⁴

Entretanto, apesar dos intensos estudos de Escher acerca da divisão regular do espaço, ela não era o foco principal de suas obras, mas sim uma ferramenta, conforme Ernst (1991) evidencia,

Escher considerava a divisão de superfícies como um instrumento, como um meio, e nunca fazia um desenho independente que tivesse como tema principal a divisão regular de superfícies. Em dois temas estreitamente relacionados, usou claramente a divisão regular de superfícies: o tema da metamorfose e o de ciclos. Na metamorfose vemos formas abstratas

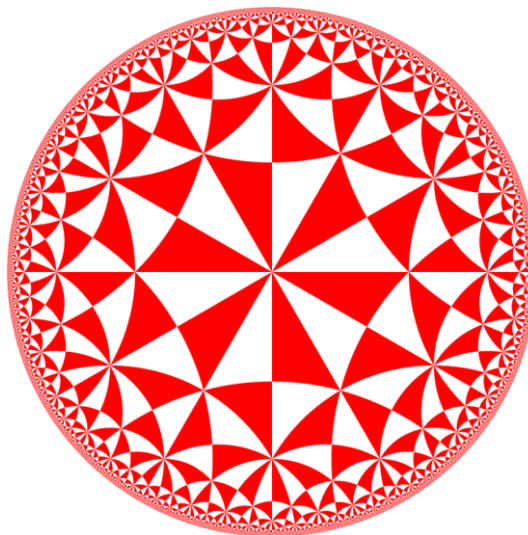
³⁴ WikiArt – Regular Division of the Plane I, Maurits Cornelis Escher (1957): <https://www.wikiart.org/pt/maurits-cornelis-escher/regular-division-of-the-plane-i>

indeterminadas transformarem-se em formas concretas nitidamente limitadas e, de novo, em formas abstratas. Assim pode uma ave a pouco e pouco tornar-se num peixe, ou um lagarto tornar-se alvéolo de um favo de mel. (ERNST, 1991, p.37)

A aplicação do estudo das pavimentações em Escher pode ser observada na série de gravuras intituladas *Limite Circular*. Desenvolvidas no final da década de 1950, estas obras ilustram a relação do artista gráfico com a geometria hiperbólica de Lobachevsky – de modo mais específico, com um modelo utilizado nessa geometria: o modelo de Poincaré.

Neste sentido, segundo Rodrigáñez (2005a), Escher se inspirou em grande parte no artigo “Cristal Symmetry and Its Generalizations” de H. S. M. Coxeter de 1957 na realização desse tipo de obra.

FIGURA 35 – Reprodução de uma ilustração de Coxeter de uma pavimentação do modelo de Poincaré (1957)



FONTE: Wikipedia.³⁵

O modelo de Poincaré consiste em um disco (círculo sem borda), no qual as retas são representadas por arcos de circunferência ortogonais à borda circular. Esta representação da geometria hiperbólica respeita a máxima de que existem infinitas retas paralelas que passam por um ponto externo a uma reta dada, justamente pelo conceito de reta aceito neste modelo. Segundo Rodrigáñez (2005a),

A propriedade métrica que caracteriza o mundo de Poincaré é que tudo diminui de tamanho à medida que se aproxima da borda do mundo e

³⁵ Wikipedia – The (6,4,2) triangular hyperbolic tiling that inspired M. C. Escher: https://en.wikipedia.org/wiki/Poincar%C3%A9_disk_model#/media/File:Hyperbolic_domains_642.png

aumenta de tamanho ao se afastar dela. Como consequência dessa propriedade, uma pessoa que viva no mundo de Poincaré jamais poderá alcançar a borda. Por exemplo, se alguém começa a caminhar a um quilômetro de distância da borda e com um certo tamanho, quando estiver a meio quilômetro, seu tamanho será reduzido pela metade. Depois, a metade da metade, e assim por diante, tornando-se cada vez menor e nunca alcançando a borda. (RODRIGÁÑEZ, 2005a, p. 104)

Essa característica pode ser observada nas obras *Limite Circular I* (1958) e *Limite Circular IV* (1960) representadas abaixo.

FIGURA 36 – À esquerda: Limite Circular I, M. C. Escher (1958); à direita: Limite Circular IV, M. C. Escher (1960)



FONTE: WikiArt.³⁶

Tanto no contexto da primeira gravura quanto da segunda, é notório que, conforme os indivíduos (peixes, morcegos ou anjos) se aproximam da borda do mundo proposto por Escher (que se assemelha sobremaneira ao disco de Poincaré), eles diminuem de tamanho – de modo que passam a ser praticamente indistinguíveis. Por analogia, pode-se imaginar que a borda deste mundo bidimensional seria como a linha do horizonte do espaço euclidiano tridimensional no qual vivemos.

As conexões entre arte e matemática nas gravuras de Escher vão além do enfoque estritamente geométrico explorado nesta seção. Suas obras dialogam

³⁶ WikiArt: a) O Limite do Círculo I, Maurits Cornelis Escher (1958): <https://www.wikiart.org/pt/maurits-cornelis-escher/o-limite-do-circulo-i-1958>; b) Circle Limit IV, Maurits Cornelis Escher (1960): <https://www.wikiart.org/pt/maurits-cornelis-escher/circle-limit-iv>

também com a topologia, especialmente ao retratar mundos impossíveis, como na icônica *Belvedere* (1958), na qual é possível observar – além da impossibilidade de existência da estrutura em si – um cubo impossível nas mãos de um dos personagens representados. Outro exemplo marcante é *Queda d'água* (1961), em que Escher incorpora, na composição da estrutura, o *tríbar* – ou triângulo impossível –, desenvolvido pelo matemático inglês Roger Penrose (1931-). Este aspecto é analisado por Rodrigáñez (2005b, p.116-117), que destaca a influência da topologia nas obras do artista neste período, marcadas por conceitos de continuidade, deformação e paradoxos espaciais.

FIGURA 37 – À esquerda: *Belvedere*, M. C. Escher (1958); à direita: *Queda d'água*, M. C. Escher (1961)



FONTE: WikiArt.³⁷

Sobre os mundos impossíveis representados por Escher, Ernst (1991, p. 66) comenta que

Escher mostra-nos como uma coisa pode ser simultaneamente côncava e convexa; que as duas figuras podem andar no mesmo momento e no mesmo lugar, tanto escadas acima como escadas abaixo. Ele torna-nos

³⁷ WikiArt: *Belvedere*, M. C. Escher (1958): <https://www.wikiart.org/en/m-c-escher/belvedere>; *Waterfall*, M. C. Escher (1961): <https://www.wikiart.org/en/m-c-escher/waterfall>

claro que uma coisa pode estar ao mesmo tempo tanto dentro como fora, ou quando ele usa escalas diferentes num desenho, existe uma lógica de composição que faz desta coexistência a coisa mais natural do mundo.

Escher não é nenhum surrealista que, como encanto, nos apresenta uma miragem. Ele é um construtor de mundos impossíveis. Ele constrói o impossível rigorosamente segundo as leis e de tal forma, que qualquer [um] pode compreender; e nas suas gravuras não mostra só o resultado final, mas também o sistema de construção.

Os mundos impossíveis de Escher são descobertas; a sua fidedignidade está na descoberta dum sistema de construção que Escher encontrou normalmente na Matemática. E ali não são exatamente oferecidos, em grande quantidade, sistemas de construção que para ele sejam utilizáveis. (ERNST, 1991, p. 66)

Portanto, é notório o quanto Escher tinha uma cultura matemática, apesar de não ter uma formação matemática. Este artista buscava propositalmente incorporar elementos da ciência em suas obras, conforme evidenciado por Ernst (1991, p. 16), para quem a arte de Escher “[...] é determinada pela razão – tanto quanto ao objetivo como quanto à execução”.

Além disso, é de destaque o caráter interdisciplinar das obras do artista holandês. No que tange à educação, Barth (2006) defende que

O trabalho de Escher pode contribuir como um meio de aprofundar ou conhecer conceitos geométricos e representar o mundo. As obras, se utilizadas na escola, dão ao processo ensino-aprendizagem maior dinamismo e referem-se às necessidades atuais da aprendizagem. O aluno deixa de ser apenas observador e passa, com o aprendizado, a agir. Por meio da dinâmica visual, que propõe o trabalho de Escher, é possível significativa aprendizagem do conteúdo de desenho geométrico, da arte e da matemática. (BARTH, 2006, p. 78-79)

4 DA MATEMÁTICA À EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Nos capítulos anteriores deste trabalho, buscou-se explorar a relação entre arte e matemática a partir de uma perspectiva histórico-epistemológica. É importante destacar, contudo, que até então o foco esteve na matemática em si, e não na educação matemática. Apesar disso, embora a discussão anterior não tenha se voltado diretamente para aspectos pedagógicos, determinados pontos do texto evidenciaram um caráter indisciplinar que se alinha a uma aprendizagem significativa da matemática. Assim, neste tópico final, propomos uma reflexão breve sobre a interdisciplinaridade entre arte e matemática.

Quando a arte faz parte integralmente da educação, o aluno apreende pela observação de todas as coisas existentes, inclusive a beleza implícita em um cálculo matemático. O ambiente em que vive passa a ser bonito e agradável aos olhos dele. (BARTH, 2006, p. 49)

Para Serenato (2008, p. 45), a interdisciplinaridade representa “[...] a passagem de uma voz única para uma multiplicidade de vozes, possibilitando assim, novas formas de acesso ao conhecimento”. Neste contexto, a autora destaca que a abordagem interdisciplinar surge porque a divisão do conhecimento em disciplinas – ou “fatias”, como ela denomina – já não atende à complexidade da realidade do homem contemporâneo (SERENATO, 2018, p. 38).

Barth (2006, p. 7) destaca a importância do desenvolvimento de atividades diversificadas e de caráter interdisciplinar, pois não é sempre que a motivação do aluno é a mesma que a do professor. Neste sentido, a autora ressalta a necessidade de uma troca entre os estudantes, “[...] de modo que os alunos exponham seus problemas, apontem soluções para o que inicialmente parece insolúvel, argumentem, justifiquem suas respostas, percebam significados e construam novas relações”.

Ainda com relação à interdisciplinaridade entre arte e matemática, Gusmão (2013) reitera que

Experienciar a matemática e a arte pode ser um caminho para o desenvolvimento integral do ser humano, dando-lhe condições de ter uma visão mais global do mundo e do próprio homem. A matemática e a arte têm um forte potencial interdisciplinar que possibilita o resgate da unidade no trabalho pedagógico, pois seus conteúdos ensinam diálogos com as demais áreas do conhecimento. (GUSMÃO, 2013, p. 23)

De fato, em concordância com a autora, Barth (2006, p. 57) defende que

Com a arte e a matemática, tratadas de forma interdisciplinar, pode-se intervir no processo ensino-aprendizagem e realizar uma prática na qual os conceitos artísticos e matemáticos podem, de forma integrada, contribuir para a construção do conhecimento e desenvolvimento da inteligência.

Neste contexto, as diversas relações entre arte e matemática tratadas no capítulo anterior contêm forte potencial interdisciplinar. Contudo, é importante ressaltar que a relação interdisciplinar entre duas áreas do conhecimento não é apenas a junção delas; é necessário que dessa interação produza-se algo novo, conforme Serenato (2008) explica

[...] a interdisciplinaridade não deve ser uma simples integração ou sobreposição de conteúdos, mas sim uma síntese. Ou seja, tal qual na química, onde dois elementos se unem e, através de uma reação química, de uma síntese, formam um novo produto, também na interdisciplinaridade essas 'trocas de informações' de que nos fala Japiassu [em sua obra *Interdisciplinaridade e patologia do saber* (1976)] devem acontecer de forma tão intensa que permitam, por exemplo, reinterpretar conceitos de uma área em outra, sendo capaz, inclusive, de gerar novos métodos de trabalho e de pesquisa que atendam a todas as disciplinas envolvidas no processo. (SERENATO, 2008, p. 41)

Na história da matemática, pode-se dizer que a geometria analítica exemplifica um caso de interdisciplinaridade entre geometria e álgebra. O diferencial dessa teoria em relação às suas áreas constituintes reside na introdução de eixos coordenados, que não são apenas uma reta euclidiana, mas uma reta orientada, onde cada ponto é associado a um número real. Ademais, o uso de retas ordenadas tem uma importância fundamental, pois possibilita a introdução do conceito de tempo na física, contribuindo significativamente para o desenvolvimento da física clássica (CIFUENTES, 2016, p. 56).

O artista maravilha-se diante de sua obra, o matemático emociona-se com suas descobertas. Cada qual é um criador, e como criador busca sempre a perfeição, a verdade, a beleza. O ato criador nasce de uma necessidade de responder a um anseio do criador, que ultrapassa a exultação do próprio artista e/ou matemático. Logo, procura tornar tangíveis suas ideias – que na verdade não são suas, mas que estão postas no universo – de modo que sejam compreendidas pelo ser humano.³⁸

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho a arte em sua relação com a matemática foi discutida em sua evolução ao longo do tempo através dos artistas Leonardo Da Vinci, Paul Cézanne, Pablo Picasso, Wassily Kandinsky, Piet Mondrian e Maurits Cornelis Escher. A pergunta norteadora que guiou este estudo foi: em que medida os artistas selecionados refletem a cultura científica de seu tempo em suas obras?

Para futuras investigações, uma possibilidade é aprofundar o estudo da evolução conceitual da matemática, explorando como suas transformações influenciaram e foram influenciadas pela arte em diferentes períodos históricos. Um caminho promissor seria adotar a abordagem proposta por Cifuentes (2016), que discute a “historicidade da matemática”. Segundo o autor, “a historicidade da matemática consiste, então, em considerar os objetos matemáticos em sua gênese e evolução [...]” (CIFUENTES, 2016, p. 52). Essa abordagem permite uma análise da segunda via de interação entre arte e matemática, ainda não discutida de modo aprofundado neste trabalho: a matemática a partir da arte, definida por Cifuentes (2005b) como a vertente estética da matemática.

³⁸ (GUSMÃO, 2013, p. 102)

REFERÊNCIAS

- ABDOUNUR, O. J. **Matemática e Música: O pensamento analógico na construção de significados**. São Paulo: Escrituras Editora, 2003.
- ATALAY, B. **A matemática e a Mona Lisa: a confluência da arte com a ciência**. São Paulo: Mercury, 2007.
- BAGNI, G. T.; D'AMORE, B.; MALVADI, M. **Leonardo e a matemática**. Florence: Giunti, 2006.
- BARGELLINI, P. **Florença – Cidade de Pintores**. Lisboa: Livros do Brasil, 1957.
- BARTH, G. M. P. **Arte e matemática, subsídios para uma discussão interdisciplinar por meio das obras de M. C. Escher**. 2006, 133 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Setor de Educação, Universidade Federal do Paraná, Curitiba (PR), 2006. Disponível em: <https://hdl.handle.net/1884/8447>. Acesso em: 20 mai. 2024.
- BLASCO, F. Matemáticas em Dalí. **Matematicalia**, n. 4, v. 7, p. 1-15, dez. 2011.
- BLÁZQUEZ, M. L. **Piet Mondrian**. Barcelona: Ediciones Polígrafa, S. A., 1995.
- BOYER, C. B. **História da Matemática**. São Paulo: Edgard Blucher, 1974.
- BRAQUE (Gênios da Pintura)**. São Paulo: Abril Cultural, 1967.
- CASALDERREY, F. M. Masaccio y la perspectiva matemática. **Suma: Revista sobre Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas**, n. 63, p. 83-88, fev. 2010.
- CIFUENTES, J. C. Fernando Pernetta Velloso e a teoria do não-objeto de Ferreira Gullar. **ANAIS – III Fórum de Pesquisa Científica em Arte. Escola de Música e Belas Artes do Paraná**. EMBAP. Curitiba, 2005.
- CIFUENTES, J. C. Uma via estética de acesso ao conhecimento matemático. **Boletim GEPEM**, n. 46, p. 55-72, jan. 2005.
- CIFUENTES, J. C.; NEGRELLI, L. G.; PEREZ, M. A história da arte como história da ciência: homenagem a Pierre Francastel no seu centenário. **Anais do III Encontro da Rede Paranaense de Pesquisa em História e Filosofia da Ciência**. SCHLA/UFPR. Curitiba, 2005.
- CIFUENTES, J. C. Dos conteúdos de ensino à dinâmica do conhecimento: uma aventura pedagógica na “Floresta Matemática”. **REVEMAT**, v. 11, p. 46-65, 2016.
- COSTA, C. O. A. **A perspectiva no olhar: ciência e arte do renascimento**. 2004, 214 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2004. Disponível em: <https://tede2.pucsp.br/handle/handle/11514>. Acesso em: 31 out. 2024.
- D'AMORE, B. **Matemática, estupefação e poesia**. São Paulo: Livraria da Física, 2012.
- EL GRECO (Mestres da Pintura)**. São Paulo: Abril Cultural, 1977.
- ERNST, B. **O espelho mágico de M. C. Escher**. Berlim: Taschen, 1991.
- GALILEI, G. **O ensaiador**. Os pensadores. São Paulo: Abril Cultural, 1978.
- GIOTTO (Gênios da Pintura)**. São Paulo: Abril Cultural, 1967.
- GOMBRICH, E. H. **A História da Arte**. Rio de Janeiro: LTC, 2012.
- GUSMÃO, L. D. **Educação matemática pela arte: uma defesa da educação da sensibilidade no campo da matemática**. 2013, 154f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba (PR), 2013. Disponível em: <https://hdl.handle.net/1884/31848>. Acesso em: 14 jul. 2024.
- KANDINSKY (Gênios da Pintura)**. São Paulo: Abril Cultural, 1968.

- KERSCHER, M. M.; FLORES, C. R. Matemática e Arte à luz [e à noite] de Gaston Bachelard: processos criativos na educação. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, v. 15, n. 1, p. 1-19, jun. 2020.
- KLINE, M. **Mathematics in western culture**. New York: Oxford Univ., 1953.
- LESTER, T. **O fantasma de Da Vinci: A história desconhecida do desenho mais famoso do mundo**. São Paulo: Três Estrelas, 2014.
- MELO, R. S. Giotto e o nascimento da perspectiva: a formação do belo a partir de imagens dialéticas. **Revista História e Cultura**, vol. 9, n. 1, p. 347-364, jun. 2020.
- MONDRIAN (Gênios da Pintura)**. São Paulo: Abril Cultural, 1968.
- MONDRIAN, P. **Neoplasticismo na pintura e na arquitetura**. São Paulo: Cosac Naify, 2008.
- OLIVEIRA, R. M.; MOREIRA, D. C. A perspectiva na arte do renascimento. **Educação Gráfica**, Bauru, v. 18, n. 1, p. 169-182, jan./abril 2014.
- OMNÈS, R. **Filosofia da ciência contemporânea**. São Paulo: Editora da Universidade Estadual Paulista (Unesp), 1996.
- PEREIRA, M. D. **A expressão da natureza na obra de Paul Cézanne**. Rio de Janeiro: Sette Letras, 1998.
- PICASSO: primeira parte (Gênios da Pintura)**. São Paulo: Abril Cultural, 1967.
- PINHEIRO, M. S. et al. A inter-relação entre a arte e a matemática em algumas obras de Leonardo Da Vinci. **Caminhos da Educação Matemática em Revista (Online)**, v. 11, n. 2, p. 75-90, fev. 2021.
- RODRIGÁÑEZ, C. R. Escher I – Las matemáticas para construir. **Revista SUMA**, Badalona, v. 49, p. 101-108, jun. 2005.
- RODRIGÁÑEZ, C. R. Escher II – Las matemáticas para pensar. **Revista SUMA**, Badalona, v. 50, p. 109-117, nov. 2005.
- RODRIGÁÑEZ, C. R. Salvador Dalí y la cuestión de las dimensiones. **Revista SUMA**, Badalona, v. 47, p. 99-108, nov. 2004.
- RUIZ, C. Salvador Dalí y la ciencia, más allá de una simple curiosidad. **Pasaje a la Ciencia**, Alcalá la Real, n. 13, p. 4-13, 2010.
- SALTURI, L. A. O movimento paranista e a revista Ilustração Paranaense. **Temáticas**, Campinas, v. 22, n. 43, p. 127-158, 2014.
- SCHAPIRO, M. **Mondrian: a dimensão humana da pintura abstrata**. São Paulo: Cosac & Naify, 2001.
- SERENATO, L. J. **Aproximações interdisciplinares entre matemática e arte: resgatando o lado humano da matemática**. 2008, 163f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba (PR), 2008. Disponível em: <https://hdl.handle.net/1884/19192>. Acesso em: 14 jul. 2024.
- SOLO, J. R. The Role Scientific Concepts in Art. **Leonardo**, Paris, v. 27, n° 3, p.227-230, 1994.
- ZALESKI FILHO, D. **Matemática e Arte**. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2013.