

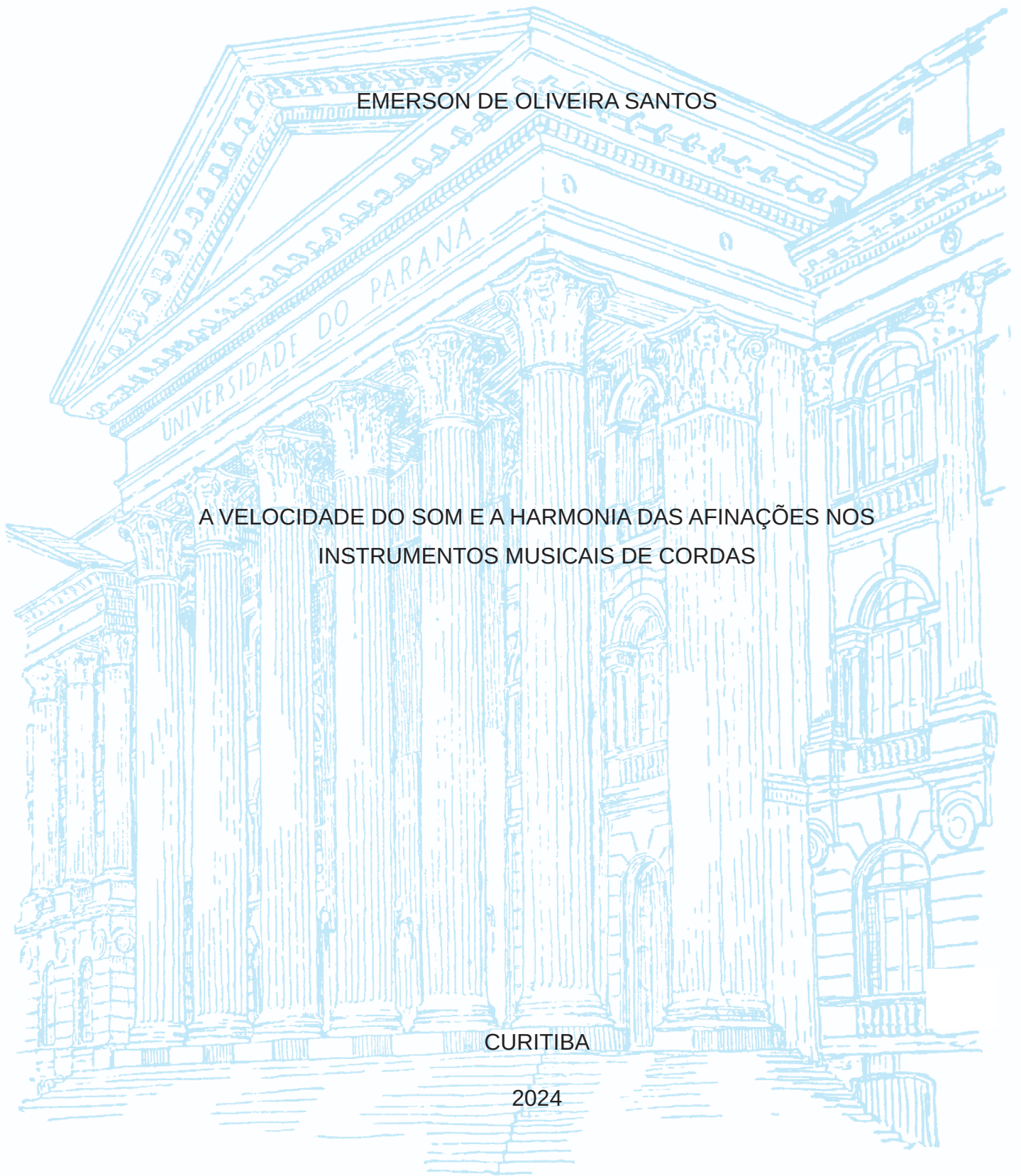
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

EMERSON DE OLIVEIRA SANTOS

A VELOCIDADE DO SOM E A HARMONIA DAS AFINAÇÕES NOS
INSTRUMENTOS MUSICAIS DE CORDAS

CURITIBA

2024



EMERSON DE OLIVEIRA SANTOS

A VELOCIDADE DO SOM E A HARMONIA DAS AFINAÇÕES NOS
INSTRUMENTOS MUSICAIS DE CORDAS

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e em Matemática, Setor de Ciências Exatas, da Universidade Federal do Paraná, como requisito parcial à obtenção de título de Doutor em Educação em Ciências e em Matemática.

Orientador: Professor Doutor José Carlos Cifuentes

CURITIBA

2024

DADOS INTERNACIONAIS DE CATALOGAÇÃO NA PUBLICAÇÃO (CIP)
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
SISTEMA DE BIBLIOTECAS – BIBLIOTECA DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA

Santos, Emerson de Oliveira

A velocidade do som e a harmonia das afinações nos instrumentos musicais de cordas / Emerson de Oliveira Santos. – Curitiba, 2024.

1 recurso on-line : PDF.

Tese (Doutorado) - Universidade Federal do Paraná, Setor de Ciências Exatas, Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e em Matemática.

Orientador: José Carlos Cifuentes

1. Som – Velocidade. 2. Afinação (Música). 3. Scordatura. 4. Violão. 5. Instrumentos musicais de cordas. I. Universidade Federal do Paraná. II. Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e em Matemática. III. Cifuentes, José Carlos. IV. Título.

Bibliotecário: Elias Barbosa da Silva CRB-9/1894



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SETOR DE CIÊNCIAS EXATAS
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EDUCAÇÃO EM
CIÊNCIAS E EM MATEMÁTICA - 40001016068P7

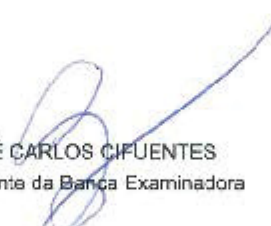
TERMO DE APROVAÇÃO

Os membros da Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E EM MATEMÁTICA da Universidade Federal do Paraná foram convocados para realizar a arguição da tese de Doutorado de **EMERSON DE OLIVEIRA SANTOS** intitulada: **A VELOCIDADE DO SOM E A HARMONIA DAS AFINAÇÕES NOS INSTRUMENTOS MUSICAIS DE CORDAS**, sob orientação do Prof. Dr. JOSÉ CARLOS CIFUENTES, que após terem inquirido o aluno e realizada a avaliação do trabalho, são de parecer pela sua **APROVAÇÃO** no rito de defesa.


A outorga do título de doutor está sujeita à homologação pelo colegiado, ao atendimento de todas as indicações e correções solicitadas pela banca e ao pleno atendimento das demandas regimentais do Programa de Pós-Graduação.


CURITIBA, 10 de Dezembro de 2024.




JOSÉ CARLOS CIFUENTES
Presidente da Banca Examinadora


ROBERTO GONÇALVES BARBOSA
Avaliador Interno (UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ)


SILMARA ALESSI GUEBUR ROEHRIG
Avaliador Externo (UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ)


ALISSON ALIPIO CARDOSO MONTEIRO
Avaliador Externo (UNIVERSIDADE ESTADUAL DO PARANÁ -)


THIAGO CORRÊA DE FREITAS
Avaliador Externo (UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ)

AGRADECIMENTOS

Expresso minha gratidão ao meu orientador, Professor Doutor José Carlos Cifuentes, cuja orientação – ou, como ele mesmo diria, 'desorientação' – mostrou-se essencial para as perspectivas apresentadas neste trabalho e, principalmente, por me direcionar de tal forma que 'o olhar do físico e o ouvir do músico' – palavras dele também – permeassem minha tese, combinando a precisão da análise científica com a sensibilidade da percepção artística, o que foi essencial para o seu desenvolvimento.

Ao Professor Doutor Alisson Alípio, meu agradecimento pela valiosa contribuição e pela leitura ímpar da minha tese. A classificação como poética e metafórica, e o reconhecimento das intencionalidades foram muito importantes para mim. Sua experiência musical trouxe uma sensibilidade especial à análise, enriquecendo ainda mais minhas perspectivas.

Ao querido Professor Doutor Roberto Gonçalves Barbosa, expresso meu agradecimento. As discussões em sua disciplina do PPGECM foram momentos muito enriquecedores, que me proporcionaram *insights* valiosos para esta pesquisa. Agradeço especialmente por suas sugestões e por me fazer enxergar novas possibilidades para a minha tese.

Registro meu agradecimento à Professora Doutora Silmara Alessi Guebur Roehrig. Seu apoio contínuo em minha trajetória acadêmica culminou na coorientação durante o mestrado e na participação na banca de defesa do doutorado. Agradeço por sua análise perspicaz e orientação, que me permitiram concentrar nos pontos cruciais da pesquisa e evitar desvios do foco central da tese.

Ao Professor Doutor Thiago Corrêa de Freitas, meu agradecimento por sua inestimável contribuição. Suas explicações, que foram muito além da discussão de cravelhas ou tarraxas, revelaram a profundidade da física aplicada à luteria, aprofundando minha tese. Sua expertise com física e luteria foi fundamental para a compreensão de conceitos complexos e para o desenvolvimento da minha pesquisa.

Ao Professor Doutor Oscar João Abdounur, meu agradecimento pela inspiração que seu trabalho em música e matemática representou para a construção desta

investigação. Sua participação na qualificação foi de grande valia, e sua trajetória como referência na área guiou minhas reflexões. Lamento sua ausência na banca de defesa, mas sua influência permaneceu presente em cada página desta tese.

Não poderia deixar de agradecer aos professores suplentes, Professor Doutor Sérgio Camargo e ao Professor Doutor Guilherme Gabriel Ballande Romanelli, pela gentileza em compor a banca. Reconheço e agradeço ao Professor Doutor Hugo de Souza Melo pela gentileza em ler minha tese e pelas contribuições significativas para a sua estruturação. Suas sugestões foram de grande valia.

Ao Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e em Matemática, meu sincero reconhecimento. Estendo este agradecimento a todos os docentes, funcionários, colaboradores e discentes que fazem parte do PPGECM, por criarem um ambiente acadêmico tão estimulante e produtivo.

À Universidade Federal do Paraná, minha profunda gratidão por ser um farol de ensino e pesquisa no Brasil. Agradeço a esta secular instituição por ter me proporcionado a oportunidade de desenvolver minha tese.

Ao meu filho Eduardo, a mais bela melodia que já ouvi, meu agradecimento pela compreensão nos momentos em que o trabalho na tese me afastou de ti, um breve interlúdio em nossas vidas. Suas frases perspicazes e jeito singular de encarar cada dia representam a felicidade que você traz às nossas vidas. Sua existência é nossa maior composição, a perfeita harmonia que nos guia em qualquer momento.

Por fim, este trabalho e tudo mais não seriam possíveis sem o amor, o apoio, a dedicação e a compreensão da minha esposa, Emmanuelle. Ao longo de mais de 20 anos de união, ela sempre esteve ao meu lado, incentivando-me a perseguir meus objetivos e a superar os desafios. Sua escuta atenta aos meus devaneios sobre a tese, suas palavras de incentivo nos momentos de dúvida e sua paciência infinita durante os longos períodos de dedicação a este trabalho foram fundamentais para sua conclusão. Agradeço profundamente por tê-la ao meu lado nesta jornada. E, caso não tenha ficado claro, a jornada não se restringe a este trabalho, mas sim à nossa vida juntos.

*Eu tropeço no possível,
e não desisto de fazer a descoberta
do que tem dentro da casca do impossível.*

Carlos Drummond de Andrade

RESUMO

A hipótese desta tese estrutura-se na investigação da existência de uma relação linear entre a velocidade de propagação do som no ar e a velocidade de propagação das ondas nas cordas dos instrumentos musicais. Para tanto, conjectura-se que existe um coeficiente que valida esta relação. Dessa forma, surge a possibilidade de se testar a hipótese com as afinações dos instrumentos musicais de cordas. Todavia, no escopo deste trabalho, optou-se por utilizar exclusivamente os dados referentes ao violão ou à guitarra, com uma breve discussão em relação aos dados do violino. A constituição desses dados ocorreu por meio de dois processos, sendo o primeiro fundamentado nas afinações propostas por Vasconcelos (2002). Segundo essa proposta, o violão ou a guitarra apresentam 262144 possibilidades de afinação. Dentro do escopo desta tese, a análise de todas essas afinações não foi viável. Assim, nessa primeira abordagem, foram consideradas 31 afinações distintas. Foram também analisadas outras sete afinações, a afinação DADGAD e seis afinações dropadas populares entre músicos de determinados gêneros musicais. A pesquisa caracteriza-se como experimental, pois, na percepção de Moresi (2003, p. 10), nesta categoria de pesquisa, “o pesquisador manipula e controla variáveis independentes e observa as variações que tal manipulação e controle produzem em variáveis dependentes”. Existe uma relação linear entre a velocidade de propagação do som no ar e a velocidade de propagação da onda na corda de um instrumento musical? Esta questão de pesquisa foi o ponto de partida para as discussões desenvolvidas neste trabalho e também a hipótese inicial da tese. Uma pergunta que permeou o trabalho como um todo e que por ora fica sem resposta, pois com a investigação posta neste trabalho não foi possível afirmar que existe uma relação linear entre a velocidade de propagação do som no ar e a velocidade de propagação da onda na corda de um instrumento musical. No entanto, as discussões em torno da questão de pesquisa levaram o trabalho para outro caminho. Um caminho que analisa em uma perspectiva matemática as afinações dos instrumentos musicais de cordas, especificamente do violão ou da guitarra. Este caminho entrelaça de certo modo o coeficiente harmônico da corda, a velocidade de propagação do som no ar e a velocidade de propagação da onda na corda do violão. Como fruto desta tese, emergem subsídios de uma teoria física e matemática para a afinação de instrumentos musicais de cordas, denominada “Teoria da afinação dos instrumentos musicais de cordas”.

Palavras-chave: velocidade de som, afinação, *scordatura*, violão, instrumentos musicais de corda.

ABSTRACT

The hypothesis of this thesis is structured around the investigation of the existence of a linear relationship between the speed of sound propagation in air and the speed of wave propagation in the strings of musical instruments. To this end, it is conjectured that there exists a coefficient validating this relationship. Thus, the possibility arises to test the hypothesis using the tunings of stringed musical instruments. However, within the scope of this work, it was decided to exclusively use data related to the guitar or acoustic guitar, with a brief discussion regarding the data from the violin. The constitution of these data occurred through two processes, the first of which was based on the tunings proposed by Vasconcelos (2002). According to this proposal, the guitar or acoustic guitar presents 262,144 possible tunings. Within the scope of this thesis, analyzing all these tunings was not feasible. Therefore, in this first approach, 31 distinct tunings were considered. Additionally, seven other tunings were analyzed: the DADGAD tuning and six drop tunings popular among musicians of certain musical genres. The research is characterized as experimental, as, in the perspective of Moresi (2003, p. 10), in this category of research, "the researcher manipulates and controls independent variables and observes the variations that such manipulation and control produce in dependent variables." Is there a linear relationship between the speed of sound propagation in air and the speed of wave propagation in the string of a musical instrument? This research question was the starting point for the discussions developed in this work and also the initial hypothesis of the thesis. A question that permeated the entire work and, for now, remains unanswered, as the investigation conducted in this study did not allow for the assertion of a linear relationship between the speed of sound propagation in air and the speed of wave propagation in the string of a musical instrument. However, the discussions surrounding the research question led the work in another direction—one that analyzes, from a mathematical perspective, the tunings of stringed musical instruments, specifically the guitar or acoustic guitar. This direction intertwines, in some way, the harmonic coefficient of the string, the speed of sound propagation in air, and the speed of wave propagation in the string of the guitar. As a result of this thesis, a foundation emerges for a physical and mathematical theory for the tuning of stringed musical instruments, termed the "Theory of Stringed Musical Instrument Tuning."

Keywords: speed of sound, tuning, *scordatura*, guitar, stringed musical instruments.

LISTA DE FIGURAS

| | |
|---|-----|
| FIGURA 1 – COMPRIMENTO MÁXIMO DA CORDA VIBRANTE EM UM VIOLÃO. . | 39 |
| FIGURA 2 – EXEMPLO DE UMA OITAVA NA ESCALA DE DÓ MAIOR..... | 43 |
| FIGURA 3 – DESENHO DE UM MONOCÓRDIO..... | 45 |
| FIGURA 4 – PRINCIPAIS ELEMENTOS DE UM VIOLÃO..... | 47 |
| FIGURA 5 – AFINAÇÃO CONVENCIONAL PARA O VIOLÃO EM FUNÇÃO DO COEFICIENTE HARMÔNICO DA CORDA..... | 124 |
| FIGURA 6 – VELOCIDADE DE PROPAGAÇÃO DA ONDA NA CORDA DE UM VIOLÃO OU GUITARRA NA AFINAÇÃO CONVENCIONAL EM FUNÇÃO DO COEFICIENTE HARMÔNICO DA CORDA..... | 126 |

LISTA DE QUADROS

| | |
|---|-----|
| QUADRO 1 – INSTRUMENTOS DE CORDA..... | 39 |
| QUADRO 2 – TIPOS DE AFINAÇÃO DOS INSTRUMENTOS MUSICAIS..... | 47 |
| QUADRO 3 – ESCALA PITAGÓRICA PARA DÓ..... | 50 |
| QUADRO 4 – ESCALA NATURAL OU ESCALA DE ZARLINO..... | 51 |
| QUADRO 5 – FREQUÊNCIAS DAS NOTAS MUSICAIS DE 1 ATÉ 5 NA ESCALA TEMPERADA, TOMANDO O LÁ DE 440 HERTZ COMO REFERÊNCIA..... | 55 |
| QUADRO 6 – ESCALA PITAGÓRICA, NATURAL E TEMPERADA PARA A ESCALA DIATÔNICA DE LÁ..... | 57 |
| QUADRO 7 – ESCALA DIATÔNICA MAIOR..... | 69 |
| QUADRO 8 – FREQUÊNCIAS DE UM MONOCÓRDIO..... | 91 |
| QUADRO 9 – AFINAÇÕES COM UMA ESCALA DE DUAS OITAVAS COM TODAS AS NOTAS NATURAIS NAS TRÊS PRIMEIRAS CASAS DO BRAÇO DO VIOLÃO OU DA GUITARRA..... | 119 |

LISTA DE TABELAS

| | |
|--|-----|
| TABELA 1 – POSSIBILIDADES DE AFINAÇÃO PARA CADA CORDA DO VIOLÃO OU GUITARRA..... | 72 |
| TABELA 2 – POSSIBILIDADES DE AFINAÇÃO PARA CADA CORDA DO VIOLÃO OU GUITARRA, COM NOTAS E FREQUÊNCIAS..... | 73 |
| TABELA 3 – AFINAÇÃO CONVENCIONAL OU PADRÃO EM MI OU STANDARD E PARA VIOLÃO OU GUITARRA..... | 74 |
| TABELA 4 – ALGUMAS AFINAÇÕES ABERTAS PARA O VIOLÃO OU GUITARRA..... | 75 |
| TABELA 5 – AFINAÇÕES COM INTERVALOS IGUAIS ENTRE TODAS AS CORDAS PARA O VIOLÃO OU GUITARRA: 3ª MAIOR..... | 76 |
| TABELA 6 – AFINAÇÕES COM INTERVALOS IGUAIS ENTRE TODAS AS CORDAS PARA O VIOLÃO OU GUITARRA: 4ª JUSTA..... | 77 |
| TABELA 7 – AFINAÇÕES COM INTERVALOS IGUAIS ENTRE TODAS AS CORDAS PARA O VIOLÃO OU GUITARRA: 5ª DIMINUTA..... | 78 |
| TABELA 8 – AFINAÇÕES COM CORDAS EM UNÍSSONO PARA O VIOLÃO OU GUITARRA..... | 78 |
| TABELA 9 – AFINAÇÃO DADGAD PARA O VIOLÃO OU GUITARRA..... | 80 |
| TABELA 10 – AFINAÇÕES DROP PARA O VIOLÃO OU GUITARRA..... | 81 |
| TABELA 11 – AFINAÇÕES COM O MESMO PADRÃO DA AFINAÇÃO CONVENCIONAL DO VIOLÃO OU DA GUITARRA..... | 83 |
| TABELA 12 – COEFICIENTE HARMÔNICO DA CORDA PARA CADA CORDA DO VIOLÃO OU GUITARRA NA AFINAÇÃO CONVENCIONAL OU PADRÃO EM MI.... | 88 |
| TABELA 13 – CONSTANTE HARMÔNICA DA CORDA PARA CADA CORDA EM UM VIOLÃO OU GUITARRA NA AFINAÇÃO CONVENCIONAL OU PADRÃO EM MI.... | 95 |
| TABELA 14 – CONSTANTE HARMÔNICA DA CORDA EM UM VIOLÃO OU GUITARRA..... | 97 |
| TABELA 15 – NOTAS MUSICAIS E FREQUÊNCIAS DA ESCALA CROMÁTICA DO VIOLÃO OU DA GUITARRA QUE INCLUI O LÁ DE 440 HERTZ NA AFINAÇÃO PADRÃO..... | 100 |
| TABELA 16 – COMPARAÇÃO DO COEFICIENTE HARMÔNICO DA CORDA PARA A AFINAÇÃO CONVENCIONAL OU PADRÃO EM MI DO VIOLÃO OU DA GUITARRA | 101 |
| TABELA 17 – COEFICIENTE HARMÔNICO DA CORDA PARA AS AFINAÇÕES COM O MESMO PADRÃO DA AFINAÇÃO CONVENCIONAL DO VIOLÃO OU DA GUITARRA..... | 102 |

| | |
|---|-----|
| TABELA 18 – COEFICIENTE HARMÔNICO DA CORDA PARA AS AFINAÇÕES COM INTERVALOS IGUAIS ENTRE TODAS AS CORDAS DO VIOLÃO OU DA GUITARRA: 3ª MAIOR..... | 104 |
| TABELA 19 – COEFICIENTE HARMÔNICO DA CORDA PARA AS AFINAÇÕES COM INTERVALOS IGUAIS ENTRE TODAS AS CORDAS DO VIOLÃO OU DA GUITARRA: 4ª JUSTA..... | 105 |
| TABELA 20 – COEFICIENTE HARMÔNICO DA CORDA PARA AS AFINAÇÕES COM INTERVALOS IGUAIS ENTRE TODAS AS CORDAS DO VIOLÃO OU DA GUITARRA: 5ª DIMINUTA..... | 106 |
| TABELA 21 – COEFICIENTE HARMÔNICO DA CORDA PARA AS AFINAÇÕES DROPADAS DO VIOLÃO OU DA GUITARRA..... | 107 |
| TABELA 22 – COEFICIENTE HARMÔNICO DA CORDA PARA AS AFINAÇÕES ABERTAS EM RÉ MENOR DO VIOLÃO OU DA GUITARRA..... | 109 |
| TABELA 23 – CONSTANTE HARMÔNICA DA CORDA, FREQUÊNCIA MÉDIA, SOMA DAS FREQUÊNCIAS DE AFINAÇÃO E ERRO PERCENTUAL DO COEFICIENTE HARMÔNICO DA CORDA DO VIOLÃO OU DA GUITARRA..... | 109 |
| TABELA 24 – VARIAÇÕES EM 1/2 TOM PARA A AFINAÇÃO CONVENCIONAL DO VIOLÃO OU DA GUITARRA..... | 116 |
| TABELA 25 – COMPARAÇÃO DO COEFICIENTE HARMÔNICO DA CORDA PARA A AFINAÇÃO CONVENCIONAL DO VIOLINO..... | 118 |
| TABELA 26 – COMPARAÇÃO DO COEFICIENTE HARMÔNICO DA CORDA PARA O VIOLINO NA AFINAÇÃO EM RÉ PARA A MÚSICA BARROCA..... | 119 |
| TABELA 27 – COMPARAÇÃO DO COEFICIENTE HARMÔNICO DA CORDA PARA O VIOLINO PARA UMA AFINAÇÃO MEIO TOM ABAIXO DA CONVENCIONAL.... | 119 |
| TABELA 28 – AFINAÇÕES COM UMA ESCALA DE DUAS OITAVAS COM TODAS AS NOTAS NATURAIS NAS TRÊS PRIMEIRAS CASAS DO BRAÇO DO VIOLÃO OU DA GUITARRA..... | 120 |
| TABELA 29 – CONSTANTE HARMÔNICA DA CORDA, FREQUÊNCIA MÉDIA, SOMA DAS FREQUÊNCIAS DE AFINAÇÃO E ERRO PERCENTUAL DO COEFICIENTE HARMÔNICO DA CORDA PARA AS AFINAÇÕES DA TABELA (25) | 122 |
| TABELA 30 – AFINAÇÃO DE REFERÊNCIA PARA O VIOLÃO OU GUITARRA..... | 123 |
| TABELA 31 – FREQUÊNCIAS DE UM VIOLÃO OU DA GUITARRA PARA UMA OITAVA..... | 125 |
| TABELA 32 – COMPARAÇÃO DO COEFICIENTE HARMÔNICO DA CORDA PARA A AFINAÇÃO CONVENCIONAL OU PADRÃO EM MI DO VIOLÃO OU DA GUITARRA | 126 |

TABELA 33 – VELOCIDADE DE PROPAGAÇÃO DA ONDA EM CADA CORDA DO VIOLÃO E COEFICIENTE HARMÔNICO DA CORDA PARA A AFINAÇÃO CONVENCIONAL OU PADRÃO EM MI DO VIOLÃO OU DA GUITARRA.....128

LISTA DE SIGLAS E SÍMBOLOS

| | |
|-------------|--|
| v_{corda} | Velocidade de propagação da onda na corda tensionada de um instrumento musical de cordas |
| v_{som} | Velocidade de propagação do som no ar |
| H | Coeficiente harmônico da corda |
| κ | Constante harmônica da corda |
| $\#$ | Sustenido |
| b | Bemol |

SUMÁRIO

| | |
|--|-----------|
| 1 INTRODUÇÃO..... | 18 |
| 2 ALGUMAS INTENCIONALIDADES CONCEITUAIS..... | 24 |
| 2.1 O papel do violão ou da guitarra no ensino de física..... | 24 |
| 2.2 A formação de um conceito científico..... | 28 |
| 2.3 Constantes, índices e coeficientes e o ensino de física..... | 31 |
| 3 A MATEMÁTICA E A MÚSICA NAS CORDAS DOS INSTRUMENTOS..... | 34 |
| 3.1 Ondas e cordas: uma conexão harmônica..... | 36 |
| 3.1.1 Instrumentos musicais de cordas..... | 39 |
| 3.1.2 As notas musicais..... | 41 |
| 3.1.3 Estruturando as escalas musicais..... | 43 |
| 3.1.4 Pitágoras e seu monocórdio..... | 44 |
| 3.1.5 O sistema de igual temperamento..... | 52 |
| 3.1.6 O conceito de velocidade do som..... | 58 |
| 3.1.7 O som em consonância ou dissonância..... | 63 |
| 4 A HARMONIA DAS AFINAÇÕES..... | 66 |
| 4.1 Caracterização da pesquisa..... | 66 |
| 4.2 Constituição dos dados..... | 67 |
| 4.2.1 A afinação nos instrumentos de corda..... | 68 |
| 4.2.2 A afinação do violão ou guitarra..... | 69 |
| 4.3 Harmonizando os dados, as hipóteses e os resultados..... | 84 |
| 4.3.1 O coeficiente harmônico da corda..... | 84 |
| 4.3.2 A frequência média em uma oitava..... | 91 |
| 4.3.3 O coeficiente harmônico da corda em um violão ou guitarra..... | 99 |
| 4.3.4 Afinação do violão e/ou guitarra e a velocidade do som..... | 100 |
| 4.3.5 Reverberando os dados..... | 112 |
| 4.3.6 O coeficiente harmônico da corda e o violino..... | 116 |

| | |
|---|------------|
| 4.3.7 Regendo o coeficiente harmônico da corda..... | 119 |
| 4.3.8 A linearidade do coeficiente harmônico da corda..... | 123 |
| 4.3.9 Subsídios para uma Teoria da afinação dos instrumentos musicais de cordas..... | 128 |
| 4.3.10 As últimas notas..... | 130 |
| Referências..... | 132 |

1 INTRODUÇÃO

A investigação científica postulada neste texto não foi estabelecida de maneira linear. E quanto ao texto, este talvez siga uma construção linear, pois tem um caráter de produção, expressão, apresentação, citação, informação e de divulgação. Mas as hipóteses, os objetivos, as deduções, a intencionalidade na escolha da fundamentação, os desvios na estrutura da tese, o processo de constituição de dados, os apontamentos do meu orientador, entre tantas outras intencionalidades de minha autoria, são exemplos da não linearidade desta investigação, que por ora limitam-se humildemente nas poucas páginas deste trabalho. E por enquanto, com a pouca licença poética que a introdução da tese me permite, e com a esperança de que os limites formais ultrapassados por mim sejam no mínimo aceitáveis, desejo aos leitores que minhas palavras, ideias, intenções, hipóteses e argumentações sejam interessantes, e aos professores, que elas sejam plausíveis para suas aulas.

Ainda em uma perspectiva linear, de início a levada desta tese se estabelece em minha prática docente, especificamente em algumas aulas de acústica, em que o violão é um companheiro que sempre desperta curiosidade, interesse, discussões, dúvidas e muito provavelmente aprendizagem nos estudantes. E naturalmente, enquanto professor de física, sou inundado com intencionalidades ao levar um violão para as aulas de acústica. Intenções específicas e direcionadas para a aprendizagem de conceitos físicos. E neste instante preciso deixar claro que a função do violão, em minhas aulas, não é de acompanhamento de músicas, de rimas ou poesias, e para os mestres que assim o fazem, vocês têm meu respeito, mas minhas limitações enquanto instrumentista não me permitem tal destreza. Em minha prática docente, o violão tem uma função didática e experimental, e mesmo com certas “limitações científicas”, ele se apresenta como um promissor equipamento para um processo de constituição de dados qualitativos e quantitativos.

A linearidade ainda reverbera nesta tese, seja em meio às hipóteses ou nas perspectivas estruturais propostas nos resultados. No que se refere à hipótese, a mesma tem seu início em meio à preparação de uma daquelas aulas de acústica. Em uma dessas aulas em que o violão se torna o protagonista, me questionei quais grandezas físicas

poderiam ser determinadas com o auxílio do violão, e por sua vez, este questionamento se apresenta na estrutura da investigação e no texto como um todo.

Estruturar aspectos do processo de ensino e aprendizagem com o auxílio de instrumentos musicais não é necessariamente uma perspectiva nova. No decorrer do texto, especificamente no Capítulo 2, apresentam-se alguns trabalhos que consideram o violão um protagonista em meio ao processo de ensino e aprendizagem, a saber, os trabalhos de Goto (2009), Moura e Bernardes (2011), Santos, Molina e Tufaile (2013), Catelli e Mussato (2013), Lago (2015), Zaczéski et al. (2018) e ainda Lima e Damasio (2019). O desenvolvimento de possibilidades para o ensino de física com o auxílio de instrumentos musicais já é estabelecido como uma perspectiva plausível, e os recortes dos artigos citados apontam para tal perspectiva.

No intuito de trazer elementos para estreitar ainda mais o vínculo entre física, música e matemática, necessariamente por meio da utilização de instrumentos musicais de cordas no processo de ensino e aprendizagem, desenvolve-se nesta investigação uma discussão em torno da afinação dos instrumentos musicais de cordas. Esta discussão está vinculada à relação entre a velocidade de propagação das ondas nas cordas de um instrumento musical e a velocidade de propagação do som no ar. E vale ressaltar que a discussão proposta caracteriza-se, no entendimento do autor desta tese, como uma lacuna em meio ao vínculo dos instrumentos musicais de cordas e o conceito de velocidade do som.

A tese apresenta-se como um processo heurístico, partindo de uma perspectiva hipotética e definindo-se ao longo de processo de compreensão dos dados, das equações e das análises desenvolvidas nesta heurística. Este processo exploratório e investigativo, em um primeiro momento, se constitui em torno da ideia de que a velocidade de propagação da onda na corda de um instrumento musical de cordas é proporcional à velocidade de propagação do som no ar, ideia estabelecida na seguinte relação:

$$V_{corda} \propto V_{som} \quad (1)$$

A equação (1), tratada como parte complementar da hipótese estabelecida nesta tese, caracteriza-se como um postulado, pois a relação proposta pode existir, ou seja, a

velocidade de propagação da onda na corda de um instrumento pode ter certa proporcionalidade à velocidade de propagação do som no ar, mesmo que seja em alguns aspectos específicos. Vale ressaltar que neste trabalho, considera-se o conceito de postulado como uma premissa inicial aceita sem demonstração, mas sobre a qual outras proposições podem ser construídas e demonstradas dentro de um sistema lógico ou teórico específico. Outra observação importante se refere à proporcionalidade, pois, nesta etapa, não é possível caracterizá-la como inversamente ou diretamente proporcional; além disso, esta caracterização é irrelevante neste momento.

Naturalmente seria interessante configurar a equação (1) em uma igualdade, e esta estrutura será desenvolvida em meio ao Capítulo 4, denominado “A Harmonia das afinações”. Postulando à veracidade da referida equação, algumas conjecturas podem ser estabelecidas, especificamente em relação às implicações que sua viabilidade pode apresentar. Implicações à física, à música, à matemática e no processo de ensino e aprendizagem de conceitos físicos e matemáticos, especificamente em relação à velocidade de propagação do som no ar. Algumas dessas possíveis implicações serão fruto da discussão estabelecida ainda no Capítulo 4.

Antes da pertinente e protocolar descrição dos capítulos da tese que a introdução da mesma requer, não é produtivo deixar de lado uma discussão prévia em relação à ideia postulada na equação (1), que por sua vez relaciona à velocidade de propagação de uma onda nas cordas de um instrumento musical com a velocidade de propagação do som no ar. Entende-se que a relação de proporcionalidade apontada na equação (1) pode ser verdadeira em determinadas condições, mas em qual contexto a proporcionalidade implica uma igualdade, e mesmo que a relação proposta seja um postulado, ela ainda não configura uma hipótese a ser testada. Ela torna-se uma hipótese a ser testada quando se estabelece uma relação de igualdade na mesma, proposta esta que também se constitui no Capítulo 4 desta tese.

As cordas dos instrumentos musicais são tensionadas com determinadas forças, e a velocidade de propagação da onda em cada corda depende tanto dessa força de tensão quanto da densidade linear da corda. A frequência de oscilação da corda também está relacionada com a velocidade de propagação da onda na corda, e por sua vez, alterações na força de tensão ou na densidade linear da corda implicam mudanças na frequência da corda. Entendendo que as notas musicais são caracterizadas pelas frequências de

oscilação das cordas, e ainda considerando a ideia levantada na equação (1), pode se estabelecer uma discussão sobre a existência de uma relação entre a velocidade de propagação do som no ar e as afinações dos instrumentos musicais de cordas (BORGES e RODRIGUES, 2017).

Caso afirmativo, se realmente existe uma relação de igualdade entre a afinação dos instrumentos de corda e a velocidade de propagação do som no ar, que relação é esta? A relação é a mesma para qualquer instrumento de corda? A relação pode ser diferente de acordo com as afinações dos instrumentos? Na tentativa de levantar algumas perspectivas em relação a estas questões, faz-se necessária uma discussão em torno do conceito de velocidade de propagação do som no ar, bem como uma discussão em torno das afinações dos instrumentos musicais de cordas.

Em torno das perspectivas, conjecturas e possibilidades constituídas até agora, estrutura-se a seguinte questão de pesquisa: Existe uma relação linear entre a velocidade de propagação do som no ar e a velocidade de propagação da onda na corda de um instrumento musical?

Já o objetivo central desta tese concentra-se na intencionalidade de se propor e testar uma relação de igualdade entre a velocidade de propagação do som no ar para uma determinada temperatura e a velocidade de propagação da onda na corda de um instrumento musical de cordas. Ainda, estruturam-se como objetivos secundários da pesquisa, os seguintes elementos: compreender o processo de afinação dos instrumentos musicais de cordas e analisar aspectos das afinações dos instrumentos musicais de cordas.

Resumidamente, o processo heurístico, vinculado tanto à questão de pesquisa quanto ao objetivo geral da tese, constitui-se na perspectiva de transformar a equação (1) em uma igualdade por meio de dois caminhos distintos, e comparar os respectivos resultados. No entanto, este processo heurístico não é linear, e dessa não linearidade surgem outras perspectivas, apresentadas no decorrer desta tese, em a “A Harmonia das afinações”.

No segundo capítulo denominado “Algumas intencionalidades conceituais”, inicia-se a fundamentação essencial para alguns aspectos deste processo exploratório e

investigativo. Para tanto, algumas discussões são postas, a priori, apresentam-se alguns trabalhos que utilizaram instrumentos musicais de cordas, essencialmente o violão ou a guitarra¹, para o processo de ensino e aprendizagem de física, especificamente à acústica. Esta discussão é pertinente, pois as ideias centrais desta tese surgem em meio à minha prática como professor de física. Assim, minhas intencionalidades nesse papel compõem este trabalho, tanto de forma indireta em certos momentos, quanto diretamente em outros.

Na perspectiva do Capítulo 2 duas discussões tornam-se necessárias, uma delas voltada para a formação de um conceito científico e outra com uma aderência persistente no ensino de física, que trata das constantes, índices e coeficientes no ensino de física. Estas discussões são essenciais para a estrutura da tese, pois na mesma um coeficiente é proposto, e o mesmo não deixa de ser um conceito científico. Essas discussões são singulares e específicas para o desenvolvimento das ideias centrais da tese.

Adiante, no Capítulo 3, denominado “A matemática e a música nas cordas dos instrumentos”, as discussões voltam-se para as relações entre física, música e matemática, e por sua vez, os conceitos abordados neste capítulo ainda apresentam um caráter de fundamentação. Além das discussões que se aproximam da música, este capítulo propõe uma fundamentação em torno do conceito de velocidade do som. O intuito desta discussão caracteriza-se pela busca de um valor de referência para a velocidade de propagação do som no ar, algo que será necessário para a sequência do trabalho. O capítulo termina com uma discussão em torno dos conceitos de consonância e dissonância. Vale ressaltar que este capítulo trata os conceitos com um olhar que vai da física à música passando pela matemática.

Em “A Harmonia das afinações”, apresentam-se a estrutura metodológica da investigação, o processo de constituição dos dados e os dados do trabalho. Ainda neste capítulo, são estabelecidas e discutidas as hipóteses do estudo, assim como toda a análise em torno das afinações dos instrumentos musicais de corda e da velocidade de propagação do som no ar. Também no Capítulo 4, é apresentada uma breve reflexão em torno da questão de pesquisa e as limitações desta tese para respondê-la, baseando-se

1 No contexto deste trabalho, considera-se a guitarra elétrica, mas, no decorrer do texto, utilizaremos apenas o termo guitarra. Neste trabalho, ao nos referirmos ao violão ou à guitarra, estamos especificamente tratando de instrumentos de 6 cordas com a mesma afinação convencional: Mi, Si, Sol, Ré, Lá e Mi.

nos resultados do processo investigativo e exploratório estabelecido. As reflexões têm um caráter heurístico, e não definitivo. Por fim, são propostos subsídios para uma teoria de afinação de instrumentos musicais de cordas.

2 ALGUMAS INTENCIONALIDADES CONCEITUAIS

Ensinar física, tal particularidade que me foi atribuída por um processo que tangencia o processo natural de um professor, se é que existe tal processo natural, pois durante alguns anos fui um matemático de formação que por sua vez ensinava física. Em meio a esta particularidade, que talvez não seja tão particular quanto eu penso, estabeleci interesse no desenvolvimento de conceitos científicos, na alfabetização científica, na aprendizagem de conceitos físicos e na natureza da ciência. E é disso que trata o Capítulo 2, de algumas das minhas intencionalidades enquanto professor de física com formação em matemática e em física.

Particularmente, o Capítulo 2, a seguir, tem um percurso breve mas abrangente, pois o ensino de física é um tema abrangente, que pode incluir inúmeras intencionalidades, e por enquanto, este texto caminha por algumas delas. A primeira vincula o ensino de física à música, especificamente, ao ensino de acústica, ou seja, neste primeiro item do capítulo, serão apontados alguns artigos que tratam do ensino de acústica relacionando-o com o violão ou com a guitarra, as perspectivas desses artigos serão abordadas na sequência.

Na polifonia do Capítulo 2, as intenções reverberam na formação de um conceito científico, essencialmente na perspectiva de Jammer (2011). Outra reflexão pertinente se concentra em torno das constantes, índices e coeficientes, um tema menos explorado na literatura, mas que apresenta conexão com as propostas lineares da tese. Vale ressaltar que a equação (1) apresentada, vincula-se à hipótese deste trabalho, e por sua vez, um coeficiente transformará a referida proporção, constituindo-a em uma igualdade e, assim, estabelecendo uma hipótese a ser testada.

2.1 O papel do violão ou da guitarra no ensino de física

Existem professores e pesquisadores que encontraram no violão um excelente instrumento didático para o processo de ensino e aprendizagem de conceitos físicos. É possível citar, por exemplo, o trabalho apresentado por Goto (2009), no qual são avaliadas as condições físicas e matemáticas que determinam a consonância das ondas

sonoras, estabelecendo-se uma relação entre suas frequências fundamentais. Evidencia-se que esta relação é independente de fases e amplitudes relativas, e é aplicável a todas as suas componentes harmônicas. No entendimento de Goto (2009), a consonância depende exclusivamente das frequências fundamentais, e por fim, investiga-se como essa relação se manifesta na estrutura da escala musical.

O artigo escrito por Goto (2009) aborda o conceito de consonância, e por ora suas perspectivas em relação à consonância são aceitas. No decorrer da tese, o conceito de consonância ganhará um espaço maior de discussão. Embora as percepções de consonância e dissonância sejam altamente subjetivas e possam variar entre indivíduos e culturas, é geralmente esperado que as relações matemáticas que expressam as condições físicas sejam fundamentais. Isso ocorre porque o som é uma manifestação física que pode ser descrita tanto na produção quanto na propagação por meio de leis físicas e equações matemáticas. Assim, a consonância caracteriza um som agradável e por sua vez a dissonância caracteriza um som desagradável (GOTO, 2009).

Já no trabalho de Moura e Bernardes (2011), apresentam-se uma série de experimentos que podem ser realizados em sala de aula. O objetivo desses autores não foi apenas contribuir com o ensino de física, mas também promover a interdisciplinaridade e discutir a importância dos conhecimentos acústicos em momentos históricos relevantes. O artigo desses autores descreve a construção de alguns instrumentos musicais de corda, de percussão e de sopro, todos eles de baixo custo e que podem ser usados com estudantes da educação básica. Além disso, no mesmo trabalho, se estabelecem um conjunto de sugestões para o uso dessas construções no processo de ensino e aprendizagem de física, especificamente na acústica (MOURA e BERNARDES, 2011).

Já Santos, Molina e Tufaile (2013) estabelecem uma proposta em que investigam o uso do violão ou da guitarra como ferramentas didáticas para o ensino de física. Especificamente, propõe-se uma atividade em que o som produzido pelo instrumento é gravado através de um microfone conectado ao computador. E, quando uma corda do violão é tocada, suas vibrações são transferidas para a caixa acústica, que amplifica o som, e este é então propagado pelo ar até o microfone. A atividade proposta por eles foi utilizada para determinação da velocidade de propagação e a tensão na corda dos instrumentos musicais de cordas, especificamente o violão ou a guitarra (SANTOS, MOLINA e TUFAILE, 2013).

Santos, Molina e Tufaile (2013) observaram que a utilização de um modelo teórico simples pode ser bem-sucedida na explicação do som produzido por violões e guitarras. Como resultado, esses instrumentos podem ser utilizados como complemento ao estudo de uma ampla gama de tópicos relacionados às oscilações, ondas, equações diferenciais e análise espectral. Ainda neste trabalho, os autores enfatizam que é importante destacar a natureza educativa dos resultados, que incluem a apresentação de roteiros de atividades adequados para demonstrações em sala de aula ou no laboratório.

Já no trabalho desenvolvido por Catelli e Mussato (2013), foi investigada a tensão, o calibre e a frequência nas cordas do instrumento. A afinação aberta de instrumentos musicais requer a modificação das frequências das cordas, o que implica mudanças correspondentes em suas tensões. Esses autores se questionam em relação à quantidade ideal de alteração no diâmetro de uma corda de instrumento musical para manter sua tensão o mais próxima possível da tensão original da afinação padrão dessa corda. Essa questão, é relevante para professores de física, já que envolve os principais conceitos de mecânica ondulatória (CATELLI e MUSSATO, 2013).

Os princípios básicos da física ondulatória aplicada às cordas dos instrumentos musicais são abordados por Catelli e Mussato (2013). As perspectivas são estabelecidas a partir dos dados fornecidos pelos fabricantes de cordas para instrumentos. Com estes dados, são feitas considerações em relação ao diâmetro ideal que as cordas devem ter. Para tanto, esses autores sugerem a construção de um dispositivo para aferir de modo aproximado a tensão de afinação daquelas cordas cujos parâmetros não são fornecidos pelos fabricantes. Esses autores concluem que seu trabalho é especialmente útil por envolver conceitos fundamentais de mecânica ondulatória em uma área que costuma despertar grande interesse nos alunos: a música (CATELLI e MUSSATO, 2013).

Outro trabalho que caminha na mesma perspectiva do trabalho proposto por Catelli e Mussato (2013) foi o artigo estabelecido por Lago (2015), e neste trabalho se discutiu a utilização da guitarra elétrica como um instrumento que pode dinamizar as aulas de física. Na perspectiva desse autor, as técnicas de guitarra empregadas são relativamente simples de se aprender e não requerem extensas habilidades musicais por parte do professor que deseja adotar essa abordagem em sala de aula, exceto pelos harmônicos

artificiais². Em muitas ocasiões, há estudantes na turma que sabem tocar violão ou guitarra. Nessas situações, é possível convidar esses alunos a participar da aula, executando as técnicas necessárias, o que aumentará a interação com a turma e a participação deles, enquanto o professor conduz a apresentação (LAGO, 2015).

Em meio as propostas de discussões em torno dos conceitos de timbre e batimento, bem como tensão das cordas e calibres das mesmas, apresenta-se também uma comparação entre harmônicos naturais³ e harmônicos artificiais, além de conceitos fundamentais quando se trata de propagação das ondas em cordas, os conceitos de velocidade de propagação das ondas em cordas, comprimento de onda e frequência por exemplo. A utilização de efeitos de distorção podem ser interessantes para as discussões que envolvem frequências mais altas, já que a distorção enfatiza essas frequências. Se a guitarra puder ser conectada a um computador, além de ouvir o som, é possível visualizar o espectro e discutir, de uma forma inovadora, vários dos conceitos abordados durante o curso de física ondulatória (LAGO, 2015).

Seguindo um ponto de vista relativamente diferente dos trabalhos anteriores, no artigo escrito por Zaczéski et al. (2018) apresentam-se informações gerais sobre aspectos do violão, instrumento musical que é classificado por eles como cordófono dedilhado. Esses autores retratam um breve histórico sobre a origem do violão, discutindo-o como um objeto e descrevendo suas partes, funções e materiais comumente utilizados. O diferencial desse texto reside nos aspectos ligados à construção do instrumento, no trabalho proposto por Zaczéski et al. (2018), a estrutura do leque harmônico⁴ foi detalhadamente descrita, acompanhado dos principais modelos criados.

2 De acordo com Lago (2015), os harmônicos artificiais são criados ao se alterar as condições iniciais e de contorno para acentuar os harmônicos de alta frequência. Isso é feito tocando a corda com o polegar direito logo após a palhetada, o que resulta em um nó na função de onda no ponto de contato.

3 Conforme Lago (2015), os harmônicos naturais, também chamados de harmônicos são frequências componentes de um som complexo que ocorrem em múltiplos inteiros da frequência fundamental. Em instrumentos de corda, eles resultam da vibração simultânea da corda em segmentos fracionários de seu comprimento total.

4 De acordo com Zaczéski et al. (2018), o leque harmônico do violão é um sistema de barras de reforço dispostas no tampo do instrumento, com o objetivo de melhorar a resistência estrutural e a qualidade sonora. Essas barras ajudam a distribuir a vibração das cordas pelo tampo, influenciando diretamente o timbre, a projeção e a sustentação do som.

O texto exposto por Zaczéski et al. (2018) apresenta características ligadas à luteria do violão. Além das discussões históricas em relação ao desenvolvimento do instrumento e às investigações em relação ao leque harmônico, estrutura-se uma descrição matemática de ressonância presente no corpo do violão, e, por fim, isso leva a uma seção final que aborda a transição do violão para a guitarra elétrica, bem como alguns aspectos gerais dos captadores.

Já Lima e Damasio (2019) caminham por uma perspectiva voltada para o processo de ensino e aprendizagem dos conceitos relacionados à acústica, adotando em seu trabalho como referencial teórico de ensino, a Teoria da Aprendizagem Significativa Crítica, a qual, converge em muitos aspectos com o referencial epistemológico da filosofia da ciência de Paul Feyerabend. No olhar apontado nesse trabalho, também está coerente com estes referenciais a opção pelo referencial metodológico de uma sequência didática na forma de Unidade de Ensino Potencialmente Significativa (LIMA e DAMASIO, 2019).

A pesquisa desenvolvida por Lima e Damasio (2019) teve como objetivo geral analisar a eficácia da aplicabilidade do tema instrumentos musicais no ensino de acústica em um enfoque histórico e epistemológico. O percurso metodológico foi contemplado pelas seguintes etapas: (i) revisão bibliográfica; (ii) planejamento e elaboração do material instrucional; (iii) implementação da Unidade de Ensino Potencialmente Significativa; (iv) construção de uma página na rede mundial de computadores e (v) análise dos dados. Inicialmente, o projeto visava trabalhar com instrumentos de cordas e de sopro. No entanto, optou-se por restringir e delimitar o escopo do projeto, contemplando somente os instrumentos de corda, especificamente o violão. Esses autores consideram que “a utilização do violão como ferramenta didática e com potencial para despertar a curiosidade nos alunos e, conseqüentemente da predisposição em aprender” (LIMA e DAMASIO, 2019, p. 835).

2.2 A formação de um conceito científico

Na compreensão de Jammer (2011), investigar o desenvolvimento dos conceitos científicos apresenta desafios devido à natureza imprecisa das definições. Esta dificuldade surge do fato de que esses conceitos só podem ser clarificados de forma rigorosa por meio de uma definição científica “precisa”. No entanto, partindo de um ponto

de vista histórico, a obtenção desta definição é um estágio avançado e tardio de seu desenvolvimento, ignorando uma parte fundamental da história do desenvolvimento de um conceito científico quando se limita a uma discussão a partir da definição do mesmo.

Jammer (2011) entende que mesmo depois de um conceito científico alcançar esse status, essa situação, essa conjuntura de definido, ele ainda continua sua história conceitual, pois o mesmo só vai alcançar significado completo em relação ao contexto da própria estrutura conceitual em que se insere. O contexto é sempre mutável e, por sua vez, influencia a constituição, interpretação e compreensão de um conceito científico.

Antes de uma discussão de como se estrutura um conceito científico, algumas perspectivas são fundamentais para a percepção geral desta tese. Por exemplo, uma perspectiva em relação à natureza da ciência, que no entendimento de Moura (2014), caracteriza-se como um conjunto de elementos que tratam construção, estabelecimento e organização do conhecimento científico, e naturalmente incluem os conceitos científicos.

Na perspectiva de Moura (2014, p. 33) “compreender a natureza da Ciência significa saber do que ela é feita, como elaborá-la, o que e por que ela influencia e é influenciada”. Moura (2014), constituiu uma lista de cinco tópicos com os aspectos mais abrangentes em relação à natureza da ciência:

1. A Ciência é mutável, dinâmica e tem como objetivo buscar explicar os fenômenos naturais;
2. Não existe um método científico universal;
3. A teoria não é consequência da observação/experimento e vice-versa;
4. A Ciência é influenciada pelo contexto social, cultural, político etc., no qual ela é construída;
5. Os cientistas utilizam imaginação, crenças pessoais, influências externas, entre outros para fazer Ciência. (MOURA, 2014, p. 34-35)

Os aspectos indicados por Moura (2014) constituem uma concepção de ciência que abrange aspectos históricos, filosóficos e sociológicos das ciências, que por sua vez reverberam em questões relacionadas ao desenvolvimento de um conceito científico. Por outro lado, Jammer (2011), defende que a física enquanto ciência, utiliza certo aparato conceitual para alcançar dois objetivos, que por sua vez seriam: descrição de certos fenômenos do mundo da experiência e o estabelecimento de princípios gerais para a previsão dos fenômenos. Na compreensão de Max Jammer, esse aparato conceitual compõe-se de duas partes:

1. Um conjunto de conceitos, definições, axiomas e teoremas que formam um sistema hipotético-dedutivo, como exemplificado na matemática pela geometria euclidiana;
2. Um conjunto de relações que liga conceitos do sistema hipotético-dedutivo a dados da experiência sensorial. (JAMMER, 2011, p. 22)

Na perspectiva da ciência física, Jammer (2011) estabelece que sem normas claras de interpretação, um sistema hipotético-dedutivo se torna uma mera especulação sem possibilidade de verificação ou teste. Por outro lado, um sistema de correlações epistêmicas sem a estrutura teórica de um sistema dedutivo fica restrito a ser apenas um registro inútil de fatos observados, sem qualquer habilidade de prever ou explicar.

Jammer (2011) entende que existem muitos fatores que podem influenciar o cientista no processo constante de revisão de seus conceitos. Além das questões culturais, que englobam perspectivas sociais, econômicas e políticas por exemplo, o autor, aponta para três fatores metodológicos principais que implicam a revisão dos conceitos científicos, são eles:

1. Os resultados de novos experimentos e observações que introduzam efeitos novos e até então não explicados;
2. As possíveis incoerências na rede lógica de conceitos derivados e suas inter-relações;
3. A busca do máximo de simplicidade e concisão na construção conceitual (JAMMER, 2011, p. 25).

Em relação à formação de um conceito científico, pode-se estabelecer uma analogia no que se refere ao processo de ensino e aprendizagem de conceitos físicos. Por exemplo, quando um professor em suas aulas pergunta para os estudantes: “o que é temperatura, o que é calor, o que é velocidade, o que é tempo, etc”, perdem-se possibilidades de interações discursivas que precedem a definição do conceito. As perguntas poderiam ser, por exemplo: como medimos temperatura, e este processo de aferição mudou ao longo dos anos, o nosso entendimento em relação ao conceito de temperatura mudou ao longo dos anos?

Assim, seguindo a linha de pensamento de Jammer (2011), percebe-se que o desenvolvimento de um conceito científico tem vínculos com determinadas conjunturas, sofrendo influências tanto na sua definição quanto na sua compreensão. De tal maneira, ignorar essa linha de pensamento implica desconsiderar o processo de construção da própria ciência.

Caminhando além das discussões relacionadas à definição de um conceito científico, existem inúmeros fatores que compelem os cientistas a reverem constantemente seus conceitos. Para Jammer:

Um exemplo clássico desse processo de redefinição ocorreu com o conceito de temperatura. Originalmente tomada como uma expressão qualitativa da sensação de calor, a temperatura tornou-se uma ideia quantitativa, ao ser definida como um estado da matéria (deve-se entender essa expressão como 'um parâmetro do estado da matéria) medido pela leitura da escala de um termômetro de mercúrio. Quando se evidenciou, no desenvolvimento ulterior desse conceito, que a 'temperatura', assim definida, dependia de certas propriedades da substância termométrica, ela foi redefinida pela introdução da chamada escala "absoluta" da termodinâmica. Com isso, foi finalmente incorporada a um conjunto maior e mais abrangente de relações, que fazia parte da teoria cinética da matéria. (JAMMER, 2011, p. 26).

A saber, "ao estudar o desenvolvimento de um conceito científico é preciso lidar com uma imprecisão essencial na definição do tema e enfrentar o perigo de traçar limites estreitos demais ou largos demais" (JAMMER, 2011, p. 22). Na concepção do autor, para um professor é pertinente que em sua prática exista uma preocupação com um processo de ensino e aprendizagem que se aprofunde na história da construção do conhecimento. Na perspectiva desse autor, é pertinente que, em sua prática docente, o professor tenha aderência a um processo de ensino e aprendizagem que se aprofunde no desenvolvimento histórico de um conceito científico. Dessa forma, "uma análise histórico-crítica das concepções básicas da ciência é de suprema importância, não só para o filósofo profissional ou o historiador da ciência" (JAMMER, 2011, p. 15).

2.3 Constantes, índices e coeficientes e o ensino de física

Índices, coeficientes e constantes são elementos comuns em equações matemáticas, especialmente em física. Eles estão presentes na mecânica newtoniana, por exemplo: coeficiente de atrito, constante da Gravitação Universal ou a denominada constante elástica da mola. Já em meio à Termodinâmica, os exemplos podem ser o coeficiente de dilatação linear ou o calor específico. As constantes, coeficientes ou índices constituem parte significativa do ensino de física, ou deveriam constituir, essencialmente, no que se refere a uma perspectiva de constituição da física enquanto ciência. No entanto, até que ponto discussões entre as relações de proporcionalidade entre grandezas físicas, e que

são representadas por meio de equações matemáticas com constantes, coeficientes ou índices, são desenvolvidas em meio ao processo de ensino e aprendizagem de física?

Nunes e Santos (2018) entendem que constantes, índices e coeficientes podem ser um pouco complexos de se compreender. Uma diferença fundamental entre eles é que os índices não têm unidades de medida; sendo grandezas adimensionais representadas apenas por um número, geralmente relacionadas para indicar a potência de uma grandeza. Já as constantes têm dimensão e não variam de acordo com o meio material, são valores que não se alteram durante operações matemáticas ou no processo que está sendo descrito, poderíamos citar a constante de Planck ou a constante da gravitação universal newtoniana. Por sua vez, os coeficientes também são representados com dimensão e variam de acordo com o meio material, por exemplo, o coeficiente de dilatação ou o calor específico. Nesta perspectiva, a denominada constante elástica da mola, seria categorizada como um coeficiente, pois depende do meio material.

Para Roederer (2002), antes de podermos estabelecer as leis físicas que regem um determinado sistema, é necessário observar o sistema e realizar medições quantitativas das magnitudes físicas relevantes, a fim de identificar-se experimentalmente suas inter-relações causais. De posse de algumas perspectivas em relação às variáveis, o físico propõe possibilidades que incluem variáveis dependentes e independentes, que se transformam em equações com o apoio de constantes, índices e coeficientes.

De acordo com Nunes e Santos (2018), reconhecemos o conhecimento científico por meio de equações matemáticas que estabelecem relações entre variáveis dependentes e independentes. No entanto, segundo esses autores, no contexto do ensino e aprendizagem de física, as equações podem ser frequentemente apresentadas de maneira pronta e acabada, refletindo uma abordagem educacional centrada nos produtos resultantes, em detrimento do processo de construção da física como uma ciência. Na perspectiva desses autores, o conhecimento físico é uma área do saber que, frequentemente, requer expressão por meio de equações matemáticas, e essa representação matemática é construída a partir do estudo do comportamento dos fenômenos naturais e da elaboração de representações gráficas.

Nunes e Santos (2018) entendem que algo fundamental para se ter em mente, em meio ao processo de ensino e aprendizagem da física, é que as equações resultantes de

modelagens matemáticas frequentemente incluem constantes ou coeficientes que nos permitem compreender o comportamento da natureza de forma mais eficiente. A questão não reside na construção e estruturação do conhecimento físico pela matemática, mas sim na forma como ele é ensinado nas aulas de física para a educação básica. Apresentar uma equação pronta, como um resultado já estabelecido, implica excluir possibilidades argumentativas vinculadas ao desenvolvimento dos conceitos atreladas a esta equação (NUNES e SANTOS, 2018).

O universo não é governado somente por variáveis, sejam elas dependentes ou independentes, mas principalmente por constantes, coeficientes ou índices, que desempenham um papel fundamental nos modelos que explicam a natureza dos fenômenos físicos. A importância das constantes é inestimável, no entanto, é complexo se determinar uma compreensão completa em relação a elas, pois há casos em que elas podem deixar de ser constantes e se tornarem variáveis (NUNES e SANTOS, 2018).

Partindo da perspectiva levantada por Nunes e Santos (2018), a apresentação de uma equação matemática que descreve um fenômeno físico não deve ocorrer como um produto, algo pronto e já estabelecido assim. Pelo contrário, é interessante que se investigue como ocorrem as relações entre grandezas físicas, e que os índices, coeficientes ou constantes têm um papel fundamental na estrutura das equações matemáticas, e que os mesmos contribuem para a compreensão dos fenômenos naturais.

A perspectiva desenvolvida nesta tese gira em torno da possibilidade de uma relação entre a velocidade de propagação do som no ar e a velocidade de propagação de uma onda em uma corda em um instrumento musical de cordas. A hipótese da tese vincula-se a esta perspectiva, pois constituiu-se o conceito denominado aqui neste texto, como coeficiente harmônico da corda, e este se estrutura como um coeficiente que pode ser testado. Se partirmos da perspectiva de Nunes e Santos (2018), a constante harmônica da corda definida em meio ao processo heurístico desta tese, caracteriza-se como um índice. No entanto, como serão definidos dois valores relacionados à corda de um instrumento musical de cordas, a saber, a constante harmônica da corda e o coeficiente harmônico da corda, optou-se por não classificá-los como índices.

3 A MATEMÁTICA E A MÚSICA NAS CORDAS DOS INSTRUMENTOS

Donoso et al. (2008) enfatizam que a física estabelecida em todos os instrumentos musicais pode ser uma área de estudos com inúmeras possibilidades pedagógicas, sejam elas, em relação ao estudo das oscilações, das ondas em cordas, das ondas sonoras ou ao fenômeno de ressonância. Donoso et al. (2008) entendem que, na grande maioria dos textos de física básica, discutem-se algumas propriedades vinculadas às ondas sonoras; no entanto, a geração dos sons nos instrumentos musicais não é abordada em profundidade.

Neste capítulo, as discussões voltam-se para as relações entre os conceitos físicos específicos das ondas em cordas e alguns conceitos particulares à música. O capítulo tem por objetivo fundamentar as discussões centrais da tese, que se concentram ao longo do Capítulo 4.

A priori, faz-se necessário estabelecer a definição do conceito de onda, que na compreensão de Borges e Rodrigues (2017, p.31), é “uma perturbação que se propaga, carregando consigo momento, energia e informação. Toda onda possui uma certa variável que oscila, sendo esta oscilação transmitida sucessivamente”. Além do conceito de onda, a definição de outros conceitos fundamentais para a compreensão da tese são estabelecidos neste capítulo. Estes conceitos se encontram dentro do escopo de estudo da ondulatória.

Um dos conceitos físicos centrais para a compreensão das propostas desta tese é o conceito de frequência, que se vincula ao conceito de período, e este é, para Borges e Rodrigues (2017, p. 22), definido como “o tempo que um corpo, em movimento periódico, gasta para realizar um ciclo completo”. Já a frequência, para Borges e Rodrigues (2017, p. 22), é estabelecida como o “número de ciclos N que o corpo realiza por intervalo de tempo decorrido Δt ”. Assim:

$$f = \frac{N}{\Delta t} \quad (2)$$

Vale ainda observar que para $N=1$ e $\Delta t=T$, podemos escrever que:

$$f = \frac{1}{T} \quad (3)$$

A frequência representada por f , tem como unidade de medida no Sistema Internacional, o hertz $\left(\frac{1}{1 \text{ segundo}}\right)$, e T representando o período em segundos. Outro conceito fundamental que dentro do escopo das discussões futuras será importante é o comprimento de onda, representado pela letra λ . De acordo com Borges e Rodrigues (2017), o comprimento de onda equivale à distância percorrida por um pulso ou uma oscilação de uma onda.

As discussões apresentadas aqui se concentram em torno dos conceitos de ondas. Segundo Borges e Rodrigues (2017), uma onda se desloca de um comprimento de onda λ em um período de oscilação T , compreensão esta que se relaciona à velocidade de propagação v da onda em um determinado meio material, expressa na seguinte equação:

$$v = \frac{\lambda}{T} \quad (4)$$

E ainda considerando a equação (3), outra possibilidade para a equação (4), seria a seguinte:

$$v = \lambda \cdot f \quad (5)$$

Os conceitos de frequência, período e comprimento de onda, definidos nas equações (2) e (3) constituem-se como elementos físicos fundamentais nas hipóteses levantadas nesta tese. No entanto, ainda dentro do escopo da ondulatória, precisamos definir outros conceitos, específicos para ondas em cordas. Estes conceitos são estabelecidos no próximo item deste capítulo.

3.1 Ondas e cordas: uma conexão harmônica

Borges e Rodrigues (2017) entendem que um caso particular para a propagação de uma onda é a situação de uma onda se deslocando em uma corda. Em uma corda ideal esticada, a velocidade de propagação de uma onda nesta corda depende somente de características da corda e não da frequência de oscilação desta corda. Uma corda ideal esticada é um modelo simplificado de uma corda real, que é usada na física para facilitar o estudo de sistemas mecânicos. Borges e Rodrigues (2017), consideram que em uma corda ideal, assume-se a possibilidade de ser perfeitamente flexível, não tem massa e não sofre deformação quando submetida a uma força de tração. Além disso, a força de tensão na corda é constante em todos os pontos ao longo dela, o que implica que a força que atua em cada extremidade é igual em valor ou intensidade e oposta em sentido.

Para tanto, a velocidade de propagação da onda em uma corda ideal esticada é estabelecida pela seguinte equação, denominada equação de Taylor, pois na compreensão de Borges e Rodrigues (2017), somente as características da corda e não da onda influenciam sua velocidade:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \quad (6)$$

Na equação (6), F representa a força de tensão na corda, ou seja, a força interna que age ao longo do comprimento da corda, e μ representa a densidade linear de massa da corda, definida como:

$$\mu = \frac{m}{L} \quad (7)$$

Onde m representa a massa e L o comprimento da corda. Vale ressaltar que na sequência do texto, o L será definido no contexto dos instrumentos musicais de cordas.

É importante ressaltar que não existe dependência da frequência de oscilação da onda e a velocidade de propagação da onda, pois a frequência caracteriza-se como uma

informação da fonte geradora da onda, no entanto, elas se relacionam, seguindo a equação (5).

De acordo com Borges e Rodrigues (2017), quando existem ondas num espaço limitado, como por exemplo, as cordas esticadas e presas de um instrumento de cordas com um comprimento L , as ondas que se propagam nessa corda sofrem reflexões em suas extremidades. Este comprimento L pode ser caracterizado como o comprimento vibrante da corda. Os autores entendem que as ondas refletidas se somam às ondas incidentes de acordo com o princípio de superposição⁵. Ainda na perspectiva apontada por Borges e Rodrigues (2017, p. 49), “para que as oscilações na corda tenham uma máxima amplitude devemos fornecer frequências bem definidas (frequências discretas). Dizemos que o sistema entra em ressonância nestas frequências”. Assim, para que haja a ressonância devemos ter a seguinte relação entre o comprimento L da corda e comprimento de onda λ da onda:

$$L = \frac{\lambda}{2} \quad (8)$$

De acordo com Borges e Rodrigues (2017, p.51), os padrões de ressonância ocorrem nas seguintes condições:

$$\begin{aligned} 1^\circ \text{ padrão: } & L = 1 \frac{\lambda}{2} \\ 2^\circ \text{ padrão: } & L = 2 \frac{\lambda}{2} \\ 3^\circ \text{ padrão: } & L = 3 \frac{\lambda}{2} \\ & \vdots \end{aligned} \quad (9)$$

⁵ Borges e Rodrigues (2017), entendem que o princípio da superposição é um conceito que estabelece que o efeito resultante da ação de duas ou mais ondas em um determinado ponto é igual à soma algébrica dos efeitos individuais de cada onda no mesmo ponto.

E por sua vez, este padrão de ressonância, representados acima, podem ser estendido infinitamente. De acordo com Borges e Rodrigues (2017) esta série generalizada segue a expressão:

$$L = n \frac{\lambda}{2}, \text{ com } n \in \mathbb{N} \quad (10)$$

Relacionando a equação (5) com a equação (10), temos que:

$$v = \frac{2 \cdot L \cdot f}{n}, \text{ com } n \in \mathbb{N} \quad (11)$$

Para as ondas em cordas, na equação (11), a velocidade v não depende da frequência f e nem do termo $\frac{2 \cdot L}{n}$ mas se relaciona com eles. Estes padrões de ressonância também são denominados de harmônicos. Estes padrões de ressonância ou harmônicos relacionam-se com as notas musicais.

Estes parâmetros se concretizam em muitos instrumentos musicais, por exemplo, Prado (2010) defende que um piano possui cordas de diferentes comprimentos e tensões, permitindo que ele seja um instrumento completo capaz de produzir todas as notas musicais necessárias. Tanto no piano quanto no violão, observamos que a frequência da nota é afetada não apenas pela força de tensão e pelo comprimento vibrante da corda, mas também pela espessura das cordas, que varia entre os dois instrumentos. Uma corda mais grossa apresenta uma frequência menor e por sua vez um som mais grave. No violão, a corda mais grossa é feita de metal ou de nylon produz a nota Mi, na denominada afinação padrão em Mi, convencional ou *Standard E*. Quanto mais grossa a corda, mais pesada ela é e, conseqüentemente, vibrará mais lentamente. Por outro lado, quanto mais fina a corda, mais leve ela é e vibrará mais rapidamente (PRADO, 2010).

3.1.1 Instrumentos musicais de cordas

Roederer (2002) argumenta que a física enquanto ciência, tem a capacidade de prever as frequências possíveis em que uma corda de violino vibrará quando puxada ou friccionada, levando em consideração o comprimento, massa e tensão da corda. Da mesma forma, a física é capaz de prever a frequência fundamental do som emitido por um tubo de órgão, com base na composição e temperatura do gás dentro do tubo, acompanhado de suas dimensões e forma (ROEDERER, 2002).

Na perspectiva de Roederer (2002), este caráter preditivo da física, envolve a criação de um aparato matemático, que consiste em um conjunto de equações, que são baseadas nas leis físicas que regem o sistema em questão. Para Roederer (2002), essas equações estabelecem relações matemáticas entre as magnitudes físicas que caracterizam o sistema em um determinado momento, permitindo assim que se descubra a maneira como essas magnitudes variam com o tempo.

Para Borges e Rodrigues (2017, p. 104) “denomina-se corda vibrante a um fio elástico tensionado, com as extremidades fixas entre dois pontos fixos”. Um bom exemplo de aplicabilidade dos conceitos das cordas vibrantes são os instrumentos de corda, que na perspectiva de Károlyi (2015), em sua essência incluem todos os instrumentos em que o som é produzido pela vibração de cordas tensionadas. Este autor, categoriza os instrumentos de corda em três grandes grupos, classificados em função da forma que a vibração é gerada. Estas categorias são apresentadas no Quadro 1, a seguir:

QUADRO 1 – INSTRUMENTOS DE CORDA

| Tipo do instrumento | Característica | Alguns exemplos |
|---------------------------------|---|---|
| Instrumentos de arco | São instrumentos musicais de corda que produzem som quando suas cordas são friccionadas por um arco. | Violino; viola, violoncelo ou cello e contrabaixo. |
| Instrumentos de cordas pinçadas | São os instrumentos em que a vibração da corda é produzida beliscando-se a corda, também conhecido como <i>pizzicato</i> , ou ainda <i>dedilhando ou palhetando a corda</i> . | Harpa, cravo, violões, guitarra, cavaquinho, bandolim, contrabaixo elétrico, viola caipira, banjos, bandolim, ukulele entre outros. |
| Instrumentos de teclado | São os instrumentos em que a vibração é produzida quando a corda é ferida por um pequeno martelo acionado por uma tecla. | Piano (mais propriamente pianoforte) |

FONTE: Adaptada de Károlyi (2015).

Especificamente para os instrumentos de corda, Borges e Rodrigues (2017) entendem que quando colocamos as cordas destes instrumentos para vibrar, seja dedilhando, palhetando, beliscando, martelando ou friccionando a corda com um arco, elas geram ondas estacionárias, que por sua vez transmitem esta vibração às partículas de ar ao seu redor, geralmente por um processo de ressonância, assim provocando uma onda sonora de igual frequência à da onda estacionária da corda.

De acordo com Borges e Rodrigues (2017), quando o músico pressiona a corda em um ponto diferente, varia o comprimento vibrante da corda L e por consequência altera a frequência f do som emitido, de tal maneira que, diminuindo o comprimento da corda, a frequência aumenta, e por sua vez, se a frequência diminui gerando um som mais grave, o comprimento da corda aumenta. Vale observar que o comprimento vibrante da corda L pode variar, mas tem um valor máximo, que está relacionado às dimensões do instrumento, e neste comprimento máximo se estabelece uma frequência denominada frequência natural, que por sua vez está vinculada à afinação do instrumento. Cabe ressaltar que nas deduções estabelecidas no Capítulo 4 desta tese, considera-se o $L_{máximo}$ como uma distância fixa para cada instrumento, que limita as extremidades em que a corda pode vibrar. Este $L_{máximo}$ está indicado, como exemplo, na FIGURA 1, a seguir:

FIGURA 1 – COMPRIMENTO MÁXIMO DA CORDA VIBRANTE EM UM VIOLÃO



FONTE: O autor (2024).

A frequência natural é a frequência em que os instrumentos de cordas estão afinados, e os dados apresentados no Capítulo 4 desta tese, indicam que existe mais de uma possibilidade de afinação para cada instrumento musical de cordas. Assim vale salientar que a denominada frequência natural não se caracteriza como a única possibilidade de afinação do instrumento, mas a afinação utilizada naquele instante pelo músico.

Partindo das relações apontadas nos parágrafos anteriores, pode-se constituir o seguinte questionamento: como definir a frequência natural de cada instrumento de cordas, ou seja, como estabelecer a frequência de afinação dos instrumentos de cordas? Borges e Rodrigues (2017) entendem que o comprimento da corda e que a frequência natural ou também caracterizada como frequência de ressonância, dependem da densidade da corda vibrante, e este é um dos fatores determinantes na constituição da frequência natural de um instrumento de cordas (BORGES e RODRIGUES, 2017).

3.1.2 As notas musicais

Na perspectiva de Abdounur (2015), por volta do século VI a.C., na Grécia Antiga e na escola pitagórica, ocorreu o primeiro registro científico associando matemática e música. Há mais de 2000 anos, os pensadores pitagóricos relacionaram intervalos musicais com o conceito matemático de razões, para tanto, eles utilizaram um

instrumento de uma corda, que chamaram de monocórdio. As relações apontadas por Abdounur (2015), são postas no próximo item deste capítulo. Por hora, podemos começar as discussões entre física, matemática e música, voltando nosso olhar para a compreensão do conceito de nota musical ou também compreendida neste texto como altura tonal ou apenas nota.

Károlyi (2015), declara que é plausível postular que a linguagem, o conhecimento e a música foram desenvolvidas durante muito tempo por meio de transmissões orais, informações passadas de geração em geração, antes de ser proposto qualquer espécie de método sistemático para registrá-la por escrito. Grillo e Perez (2013), apresentam a mesma perspectiva, pois entendem que a linguagem musical e todas as suas regras não aparecem do dia para a noite. Vale ressaltar, que esta tese não tem por objetivo apresentar um processo histórico da construção dos sistemas de registro musical, e sim apenas alguns aspectos essenciais para a compreensão das ideias centrais da mesma.

Um destes aspectos são as notas musicais, que de acordo com Károlyi (2015), se estabelecem a partir da altura dos sons, e estas são indicadas na notação inglesa pelas primeiras sete letras do alfabeto. “Por razões históricas, o alfabeto musical começa em C e não em A, sendo assim disposto: **C - D - E - F - G - A - B**, terminando de novo com C, o que produz um intervalo de C a C de oito notas” (KÁROLYI, 2015, p.13). No entanto, de acordo com Grillo e Perez (2013), foi apenas no século XI, que Guido D’ Arezzo intitulou as notas musicais com os nomes conhecidos atualmente, **Dó - Ré - Mi - Fá - Sol - Lá - Si**, cujos nomes foram retirados do hino sagrado a São João Batista.

Por enquanto, considera-se a argumentação de Roederer (2002), ou seja, argumentação esta que reconhece a existência de escalas e, por razões práticas, pode-se definir uma escala como um conjunto discreto de alturas tonais de sons organizados de forma a produzir o maior número possível de combinações consonantes (ou o menor número possível de dissonâncias) quando duas ou mais notas musicais do conjunto são tocadas simultaneamente. As notas musicais são definidas a partir de suas alturas, assim uma nota musical baixa tem um som grave e por sua vez uma nota musical alta tem um som agudo. Borges e Rodrigues (2017, p. 106), entendem que “uma nota musical é caracterizada por sua frequência, isto é, quando um instrumento musical emite notas diferentes, ele está emitindo sons de frequências diferentes”.

As notas musicais são estabelecidas de acordo com suas frequências, mas quais frequências? Na compreensão de Grillo e Perez (2013), o temperamento constituído por Johann Sebastian Bach e também físicos e matemáticos, estabeleceu as regras para as frequências em relação às notas musicais que mais os músicos utilizam atualmente. Este temperamento foi estabelecido por volta de 1720 d.C.. Mas a compreensão das notas musicais enquanto frequências se estabelece a partir do entendimento do conceito de intervalo na música, e este é mais um dos aspectos fundamentais da música abordados nesta tese.

3.1.3 Estruturando as escalas musicais

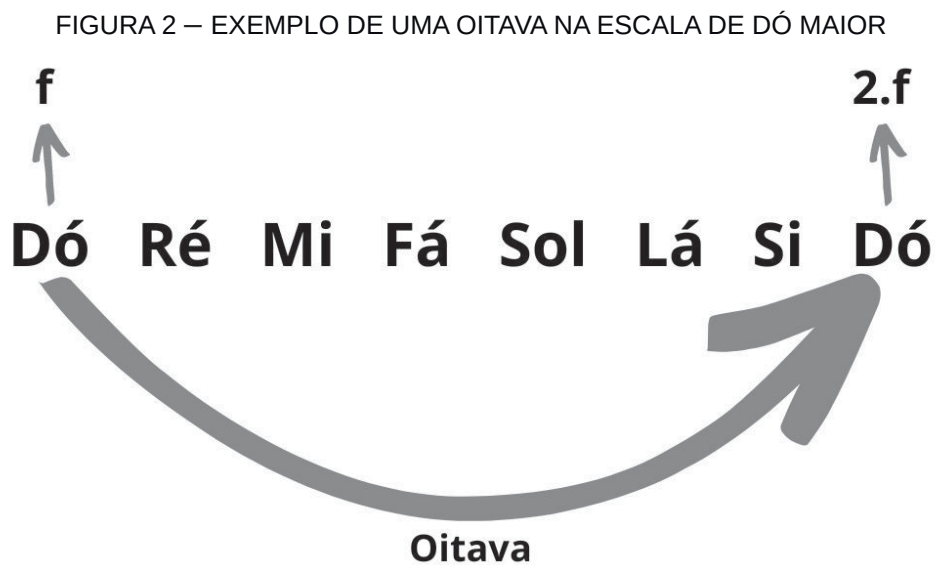
Conforme Henrique (2002), entre duas notas musicais diferentes que estão separadas por uma oitava, ou seja, notas em que a frequência da segunda nota é o dobro da frequência da primeira nota, o ouvido humano é capaz de distinguir dezenas de notas musicais diferentes. O ser humano selecionou alguns dentre todos esses sons, e os organizou em sequências para criar a música. Essas sequências são denominadas como escalas, definidas com uma “distância” entre dois sons, e na perspectiva de Henrique (2002), essa “distância”, define o intervalo musical, que por sua vez, é a unidade básica com que se constroem as escalas. “A palavra escala deriva do latim *scala* que significa escada, e pode-se definir como uma sequência de notas musicais ordenadas da mais grave à mais aguda ou vice-versa” (HENRIQUE, 2002, p. 946).

Henrique (2002), observa que um aspecto prático a ser considerado em relação às escalas musicais é a necessidade de definir, organizar e até simplificar a escrita e a execução da música. As escalas fornecem um conjunto de notas musicais que servem como base para a composição e improvisação musical, permitindo uma comunicação mais clara e efetiva das ideias musicais. Sem a utilização de convenções de altura comuns, ou seja, sem um padrão de frequência para as notas musicais, seria difícil alcançar um nível de comunicação musical que se concretizou a partir das estruturas das escalas e da definição das frequências de cada nota musical (HENRIQUE, 2002).

Grillo e Perez (2013, p. 15), enfatiza que “os intervalos são a chave mestra para se penetrar na linguagem musical no que se refere à sua melodia e à sua harmonia”. Károlyi (2015), estabelece o intervalo como uma simples distância, uma diferença de altura ou de

frequência, entre duas notas musicais. Para Károlyi (2015), um intervalo de oito notas musicais, de Dó a Dó (ou C a C) por exemplo, chama-se uma oitava, bem como um intervalo de cinco notas musicais é uma quinta, de quatro notas musicais uma quarta, e assim por diante. Na Figura 2, apresenta-se um exemplo de uma oitava para a nota Dó, na escala maior de Dó, já enfatizando que a frequência da nota musical dobra em uma oitava.

Abdounur (2015), estabelece que a organização das escalas musicais ocorreu de várias maneiras em diferentes povos e épocas, mas com alguns aspectos em comuns. Os gregos, por exemplo, desenvolveram as consonâncias pitagóricas, que consistem em: nota fundamental, quarta justa, quinta justa e oitava justa, e posteriormente criaram escalas com sete notas musicais.



FONTE: O Autor (2024).

3.1.4 Pitágoras e seu monocórdio

Para Henrique (2002) e Abdounur (2015), o filósofo e matemático grego, Pitágoras, pode ser considerado a primeira pessoa a ter um papel relevante na investigação de sons musicais, e também na constituição das relações matemáticas e a música. No século VI a.C., Pitágoras realizou uma série de experiências em cordas vibrantes utilizando um aparelho muito simples, o denominado monocórdio.

O monocórdio é constituído por uma corda tensa sobre uma caixa alongada, a qual tem marcada uma escala numérica. Existem dois cavaletes de madeira fixos e um móvel. Deslocando este cavalete divide-se a corda em frações do seu comprimento, comparando o som produzido pela totalidade da corda com o som dessas frações.(HENRIQUE, 2002, p. 15)

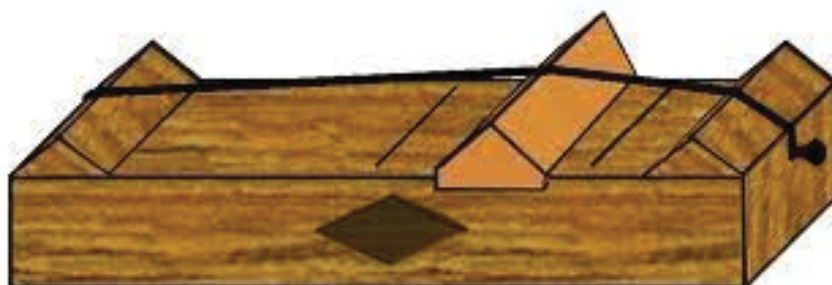
De acordo com Henrique (2002), Pitágoras constatou que, quanto menor fosse o comprimento da corda, mais agudo era o som produzido. Em termos de compreensões atuais, quanto menor fosse o comprimento da corda maior seria sua frequência de vibração ou apenas frequência. Pitágoras percebeu, em um experimento relativamente simples, que ao comparar o som de uma corda com outra corda de metade do comprimento, os sons eram agradáveis entre si. Estes sons produzidos, segundo Henrique (2002), estavam separados por um intervalo de uma oitava justa. Em termos atuais, quando se reduz a corda pela metade a frequência dobra de valor.

Para Abdounur (2015), os Gregos Antigos valorizavam os intervalos de quinta perfeitos, ou seja, aqueles reproduzidos a partir de $\frac{2}{3}$ da corda correspondente. Bem como a utilização de números 1 a 4 na obtenção das frações da corda para gerar as notas da escala. Pitágoras também estabeleceu uma afinação utilizando percursos de quinta para a obtenção das notas da escala, percurso apontado ainda neste item. Como já citado anteriormente, pelo menos em termos de registro, os primeiros sinais de casamento entre matemática, física e música surgem no século VI a.C. com os experimentos pitagóricos, como aponta Abdounur (2015).

Na mesma linha de pensamento de Henrique (2002), Abdounur (2015) e Prado (2010), apontam para uma perspectiva de que a matemática, física e a música possuem conexões profundas desde a antiguidade. Como apontado em Prado (2010), pode-se afirmar que, por meio das experiências com o monocórdio, Pitágoras organizou e estruturou o conhecimento musical que serviu como base para toda a música ocidental. Na época do filósofo e matemático grego, a música alcançou o status de disciplina e tornou-se o quarto ramo da matemática daquela época. A saber, os ramos da matemática grega eram: aritmética, geometria, astronomia e como citado, a música. Por sua vez, estes elementos constituíam o clássico *quadrivium* grego. De acordo com Henrique (2002, p. 15), “Pitágoras não deixou nenhum registro escrito de seus trabalhos, e o que dele se sabe é através das obras de Aristóteles (384-322 a.C.) e Platão (429-347 a.C.)”.

Prado (2010), trata o monocórdio como uma possível invenção de Pitágoras, talvez consequência da perspectiva apontada por Henrique (2002), em que este filósofo e matemático grego não deixou escritos autorais. De acordo com Abdounur (2015) e Prado (2010), o monocórdio é um instrumento que consiste em uma única corda estendida entre dois cavaletes fixados em uma prancha plana de madeira. O instrumento possui um terceiro cavalete móvel, cuja altura é maior que a distância entre a corda e o plano da prancha. Quando o cavalete móvel é colocado sob a corda estendida, é possível dividi-la em duas seções.

FIGURA 3 – DESENHO DE UM MONOCÓRDIO



FONTE: Clubes de Matemática da OBMEP. Disponível em:

<http://clubes.obmep.org.br/blog/aplicando-a-matematica-basica-construcao-de-um-monocordio/> (Acesso em 21/06/2023).

Abdounur (2015), enfatiza que Pitágoras estabeleceu a primeira lei descoberta empiricamente em seu processo de investigar às relações entre o comprimento de uma corda vibrante e o tom musical ou nota musical ou altura tonal produzida pela corda do seu monocórdio. Abdounur (2015), defende que o experimento do filósofo e matemático grego é ainda a primeira experiência registrada na história da ciência, no sentido de isolar algum dispositivo para observar fenômenos de forma artificial.

Prado (2010), explica que, após fixarmos a força de tensão da corda no monocórdio, é possível ajustar o comprimento da corda utilizando o pequeno cavalete. Prado (2010), ressalta que dessa forma, pode-se realizar uma comparação entre a altura tonal, ou seja, a nota musical do som gerado quando a corda está solta (sem o cavalete) e a altura tonal do som gerado quando a corda possui um comprimento específico (com o cavalete). Assim se pode perceber determinado espaço entre o som mais grave e outro mais agudo.

A esta distância, denomina-se por intervalo, um conceito central na música. E como propõe Prado (2010), uma sucessão de intervalos produz uma melodia, que quando sobrepostos e tocados simultaneamente, estes intervalos dão origem a uma harmonia. Quando uma corda está suficientemente tensionada e é puxada com uma palheta ou com o dedo, ou ainda friccionada por um arco, ela produz vibrações que são ondulações rápidas da corda, originando o som no instrumento (PRADO, 2010).

Henrique (2002) e Abdounur (2015), enfatizam que, em relação ao monocórdio, em particular, alguns sons soavam agradáveis para Pitágoras. Os intervalos de quinta e quarta justas, tinham esta característica eufônica. Na perspectiva do filósofo e matemático grego, estes intervalos de quartas e quintas justas geravam sons em consonância, intervalos estes que são resultados de frações da corda do instrumento, respectivamente, $\frac{3}{4}$ e $\frac{2}{3}$. Assim, Pitágoras, estabeleceu portanto a relação entre os comprimentos de uma corda e os intervalos daí resultantes, a partir das partes das cordas que lhe geravam sons agradáveis. Assim, de acordo com Henrique (2002), com este processo ele definiu as principais consonâncias, que são elas: a oitava justa, a quinta justa e a quarta justa.

Na compreensão de Abdounur (2015), o pensador de Samos justificou a presença de pequenos números inteiros nas consonâncias, argumentando que os números 1, 2, 3 e 4, presentes nas frações utilizadas, geravam toda a perfeição. Para os pitagóricos, o número quatro representava a origem de todo o universo e do mundo material, sendo o primeiro quadrado e composto pelos quatro elementos integradores: fogo, ar, terra e água.

Com seu monocórdio, Pitágoras estabeleceu a primeira escala musical e a concepção de afinação de um instrumento de corda. Henrique (2002), entende que o termo afinação pode assumir vários significados, mas essencialmente, a afinação de uma nota antes ou durante uma apresentação musical é conhecida como ajuste. Existem notas específicas em que cada instrumento é afinado ou ajustado. Os sistemas de afinação são escalas que possuem intervalos derivados de divisões matemáticas da oitava. E ainda, os músicos podem constituir novas afinações para muitos de seus instrumentos, principalmente instrumentos musicais de cordas. Henrique (2002), em seu tratado de *Acústica Musical*, defende que a “afinação, mais do que uma tentativa infrutífera de reprodução e verificação rigoroso de frequência física exata, é um compromisso da

audição de si mesmo e dos outros, em cada momento, em cada nota” (HENRIQUE, 2002, p. 936). Quanto à afinação os instrumentos são:

QUADRO 2 – TIPOS DE AFINAÇÃO DOS INSTRUMENTOS MUSICAIS

| Tipo de afinação | Característica | Exemplos |
|------------------|--|--|
| Fixa | Todos aqueles que não podem alterar minimamente a afinação durante a execução. | Cordofones de teclado, tais como o piano, o cravo, o órgão de tubo, a celesta e com exceção do clavicórdio. |
| Semi-fixa | Todos aqueles que podem variar a afinação durante a execução dentro de certos limites. | Aerofones, tais como Saxofone, trompete, clarinete, oboé, fagote, gaita de foles, entre outros. |
| Livre | Todos aqueles em que durante a execução o músico pode variar a afinação sem limites. | Cordofones tais como o violino, a viola, o violoncelo, o contrabaixo, o violão, o bandolim, a voz, entre outros. |

FONTE: Adaptada de Henrique (2002).

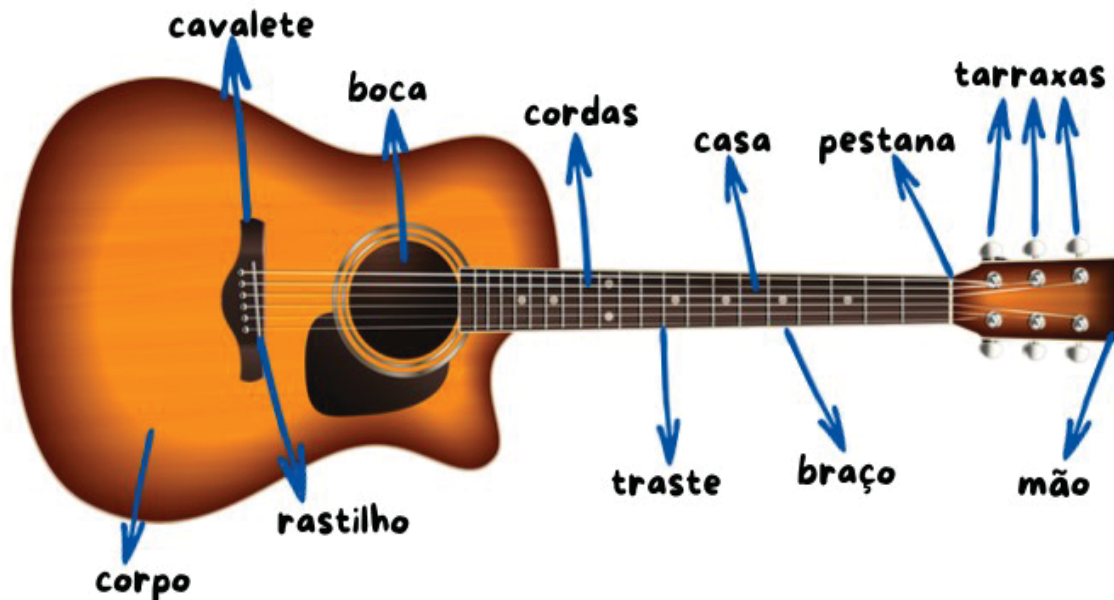
Ainda na compreensão de Prado (2010), a velocidade com que a corda vibra varia de acordo com o seu comprimento e tensão na corda. Por sua vez, se a corda for curta, sua vibração será mais rápida, o que resulta em um som mais agudo. Já se a corda for longa, sua vibração será mais lenta, produzindo um som mais grave. Em relação à tensão, se a corda estiver mais tensionada, suas vibrações serão mais rápidas e o som será mais agudo. Por outro lado, se a corda estiver menos tensionada, suas vibrações serão mais lentas e o som produzido será mais grave.

Este fenômeno é observado em todos os instrumentos de corda, aponta Prado (2010). Ao tocar um violão, por exemplo, ao mover os dedos pelas casas no braço do instrumento, as cordas vibram mais rapidamente quando estão mais próximas do centro do violão, onde seu comprimento é menor. É possível perceber que quanto mais próximo do centro do violão mais agudo será o som pois a frequência de vibração das cordas aumenta, e quanto mais longe do centro do violão, o resultado é um som grave com frequência menor.

Prado (2010), também observa que, ao tocar uma corda de um instrumento de cordas e prestar atenção à sua altura tonal, ou seja, a frequência ou a altura da nota musical, seja ela mais grave ou mais aguda, é possível notar que, ao variar a tensão da corda, por exemplo, ao girar a tarraxa para aumentar a força tensão (procedimento

comum realizado pelos violonistas para afinar as cordas), a altura tonal da nota musical aumenta, tornando-se mais aguda.

FIGURA 4 - PRINCIPAIS ELEMENTOS DE UM VIOLÃO



FONTE: Adaptada de Henrique (2002).

Quando Pitágoras pesquisou os diferentes intervalos sonoros produzidos por cordas de comprimentos variados, ele notou que certos intervalos, que soavam mais “agradáveis” ou perfeitos para ele, eram formados por razões simples de números inteiros. O filósofo e matemático grego, percebeu que ao fazer duas cordas vibrarem simultaneamente, uma com metade do comprimento da outra, é possível observar que elas produzem um par de sons que se mesclam de forma perfeita, como se cada som pertencesse à outra corda (PRADO, 2010).

De acordo com Prado (2010), Vincenzo Galilei nomeou esse intervalo como “rainha das consonâncias”, que representa o intervalo que soa mais naturalmente perfeito para nós. A relação entre os comprimentos das cordas é precisamente de 2 para 1, isto é, 2:1. A corda com comprimento 2 vibra com metade da velocidade e metade da frequência da corda com comprimento 1. Em termos de velocidade ou frequência, a corda mais curta vibra duas vezes mais rapidamente que a corda mais longa, ou seja, em uma proporção de 1:2 (PRADO, 2010).

Prado (2010), conclui que os experimentos de Pitágoras com o monocórdio demonstraram uma conexão entre o comprimento de uma corda tensionada e a altura musical do som produzido quando tocada (altura tonal ou nota musical). De acordo com os princípios da sua escola, o filósofo e matemático grego procurou por relações entre comprimentos que produzissem intervalos sonoros específicos, que poderiam ser representados por razões de números inteiros.

De acordo com Prado (2010), durante o seu experimento, Pitágoras notou que, ao pressionar um ponto localizado a $\frac{3}{4}$ do comprimento da corda e tocá-lo, era possível ouvir um intervalo de denominado por quarta acima do tom produzido pela corda inteira. De forma semelhante, quando esse ponto era pressionado a $\frac{2}{3}$ do comprimento da corda, era possível ouvir uma quinta acima, e quando pressionado a $\frac{1}{2}$ do comprimento da corda, o som original era duplicado uma oitava acima. Tanto a quarta, a quinta quanto a oitava justas, soaram agradáveis para Pitágoras (PRADO, 2010).

O filósofo e matemático grego, dedicou-se a estudar minuciosamente esses intervalos e estabeleceu relações simples, tais como $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$ e $\frac{3}{4}$, associando-as respectivamente às consonâncias perfeitas – oitava, quinta e quarta justas. Embora essas consonâncias representassem uma pureza sonora que poderia produzir uma música “perfeita”, elas também apresentavam uma limitação no sistema musical pitagórico, uma vez que a distinção entre consonâncias e dissonâncias era muito rígida (PRADO, 2010).

A perspectiva apontada por Roederer (2002) vai ao encontro da compreensão estabelecida por Henrique (2002), Abdounur (2015) e ainda Prado (2010). Estes autores compreendem que a estrutura da escala pitagórica se restringe às chamadas consonâncias perfeitas, a quinta, a quarta e a oitava justas. A escala pitagórica foi estabelecida baseada nestes intervalos. Roederer (2002), explica que o processo de construção da escala pitagórica é o seguinte: considera-se uma nota fundamental, pode ser um Dó por exemplo, e esta nota tem certa frequência f . Vale ressaltar que Pitágoras não conhecia o conceito de frequência, mas podemos chamar de altura tonal. Para se

obter a quinta em relação ao Dó, multiplica-se por $\frac{3}{2}$, obtendo um Sol com frequência de $\frac{3f}{2}$.

Roederer (2002), argumenta que depois de introduzirmos a nota Sol, obtemos o Fá que é uma quarta justa do Dó, ou seja, uma nota com frequência de $\frac{4f}{3}$. Descemos uma quarta a partir do Sol e obtemos um Ré, ou seja, $\frac{3}{4}$ vezes $\frac{3f}{2}$, que significa $\frac{9f}{8}$. Com uma quinta justa acima do Ré obtemos o Lá, ou seja, $\frac{3}{2}$ vezes $\frac{9f}{8}$, que implica $\frac{27f}{16}$. Finalmente, preenchemos os espaços restantes descendo uma quarta justa do lá para obter um Mi, ou seja, $\frac{3}{4}$ vezes $\frac{27f}{16}$, que resulta em $\frac{81f}{64}$, e uma quinta justa a partir daí, obtendo um Si, $\frac{3}{2}$ vezes $\frac{81f}{64}$, que resulta em $\frac{243f}{128}$. E ainda, “se continuarmos a subir ou descer em saltos de quartas e quintas justas, eventualmente retornaremos à nossa nota inicial Dó, mas não exatamente” (Roederer, 2002, p. 251). A estrutura da escala pitagórica pode ser representada na seguinte Quadro 3:

QUADRO 3 – ESCALA PITAGÓRICA PARA DÓ

| | Dó | Ré | Mi | Fá | Sol | Lá | Si | Dó |
|-------------------|----|---------------|-----------------|---------------|---------------|-----------------|-------------------|----|
| Escala Pitagórica | 1 | $\frac{9}{8}$ | $\frac{81}{64}$ | $\frac{4}{3}$ | $\frac{3}{2}$ | $\frac{27}{16}$ | $\frac{243}{128}$ | 2 |

FONTE: Adaptada de Roederer (2002).

Abdounur (2015), enfatiza que a escala conhecida como escala pitagórica, que se constitui a partir dos intervalos que são baseados em razões de números naturais, e correspondem a uma única relação de frequência são impossíveis de se construir. Ou seja, estabelece o Abdounur (2015), as escalas simétricas usando apenas intervalos naturais em sua afinação são inviáveis. De acordo com Henrique (2002, p.932), “os intervalos formados entre os harmônicos de um som constituem os **intervalos naturais** ou **puros**”. De acordo com Henrique (2002), estes intervalos naturais são representados para uma oitava de Dó a Dó assim:

QUADRO 4 – ESCALA NATURAL OU ESCALA DE ZARLINO

| Escala Natural | Dó | Ré | Mi | Fá | Sol | Lá | Si | Dó |
|----------------|----|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|----------------|----|
| | 1 | $\frac{9}{8}$ | $\frac{5}{4}$ | $\frac{4}{3}$ | $\frac{3}{2}$ | $\frac{5}{3}$ | $\frac{15}{8}$ | 2 |

FONTE: Adaptada de Henrique (2002).

De acordo com Henrique (2002), a escala natural, ou escala de intervalos naturais, ou ainda, escala de sons naturais, é a escala dos sons harmônicos, também conhecida como escala de Zarlino.

3.1.5 O sistema de igual temperamento

Goldemberg (2007), entende que ainda que haja a possibilidade de utilizar uma variedade de notas nos processos musicais, a prática tem demonstrado que, independentemente da cultura, é comum a utilização consistente de um número reduzido de notas. No ocidente, as escalas são geralmente compostas por sete notas selecionadas dentre as doze disponíveis no sistema de igual temperamento. Essas escalas são baseadas em intervalos consonantes, tais como oitavas, quartas, quintas e terças, com uma oitava de doze notas, todas temperadas (GOLDEMBERG, 2007).

Na perspectiva de Roederer (2002), apenas um conjunto relativamente limitado de tonalidades pode ser tocado com a escala pitagórica, sem problemas de desafinação entre as consonâncias. Ficou claro que era necessária uma nova escala que, por meio de um compromisso razoável, aceitasse uma pequena perda de pureza nos intervalos, mas levasse a intervalos igualmente espaçados, independentemente da tonalidade em questão. Em outras palavras, um semitom teria sempre a mesma razão de frequência. Na escala temperada, essa razão de frequência é consistente (ROEDERER, 2002).

De acordo com Prado (2010), Pitágoras classificou os intervalos musicais em duas categorias: consonâncias “perfeitas”, que incluem o uníssono, a oitava justa, a quinta justa e a quarta justa, e consonâncias “imperfeitas”, que incluem a sexta maior, a terça maior, a terça menor e a sexta menor. Na perspectiva de Prado (2010), qualquer outro intervalo

deveria sempre ser representado por razões comensuráveis, ou seja, razões que podem ser expressas por números inteiros.

A limitação do sistema pitagórico impedia a utilização de números irracionais para representar intervalos e, portanto, pode ser vista como um obstáculo para a criação de um sistema de temperamento musical. “As tentativas de construção de escalas musicais baseadas em números racionais representam o motor para o desenvolvimento dos diversos temperamentos” (PRADO, 2010, p. 50).

Como se constrói uma escala, este conjunto de notas musicais, que hoje sabemos que podem ser representadas por frequências bem definidas, e naturalmente não foi sempre assim? Prado (2010), recorre à seguinte perspectiva, pitagórica na sua essência, para criar uma escala, em que é necessário preencher os intervalos entre uma nota e sua oitava correspondente, como no caso de duas notas “Lá”, duas notas “Dó”, duas notas “Sol”, etc.

Prado (2010), enfatiza que o filósofo e matemático grego utilizou o intervalo de quintas justas para gerar as notas que compõem a sua escala, a qual se tornou a base da música ocidental. Embora outras construções de escalas tenham surgido ao longo do tempo, a escala pitagórica perdurou, não reinando de maneira absoluta, mas perdurou por séculos. Como já apontado anteriormente, o critério pitagórico para a construção da escala consiste em obter quintas justas compostas e, posteriormente, reduzi-las à oitava justa correspondente.

Prado (2010), ainda argumenta que as relações estabelecidas pelos pitagóricos entre os comprimentos das cordas e os intervalos musicais foram amplamente aceitas até que, principalmente, Vincenzo Galilei (1520-1591) as questionasse. Ele demonstrou que tais relações variavam não apenas de acordo com os parâmetros medidos na corda, como tensão e densidade linear, mas de forma geral, segundo o parâmetro medido em qualquer fonte sonora. De acordo como o Prado (2010), a partir do século XVII, essa perspectiva matemático experimental foi intensificada e marcou o início de uma importante mudança de enfoque na compreensão dos conceitos acústicos musicais.

Quando um músico toca duas notas musicais separadas por uma oitava justa de distância, uma delas tem o dobro da altura da outra, ou seja, uma delas tem o dobro da

frequência da outra, e elas soam “parecidas entre si”, pois caracterizam a mesma nota musical, com alturas ou frequências distintas. De acordo com Károlyi (2015), nosso sistema musical se estabelece a partir de um embuste acústico, os intervalos corretamente calculados, pois os intervalos derivados da quinta justa e da terça maior “naturais” produzem notas com alturas ou frequências diferentes, por exemplo, Si sustenido (#) resulta de uma altura superior ao Dó natural.

A solução encontrada foi a de alterar ligeiramente a altura de todos os intervalos musicais, exceto da oitava justa. Constituindo assim um resultado com uma divisão da oitava justa em doze semitons iguais (KÁROLYI, 2015). De acordo com Prado (2010), o temperamento igual é uma afinação da escala em que notas puras são alteradas ligeiramente, no qual a oitava justa é dividida em doze semitons uniformes ou meios tons iguais. Já Károlyi (2015), aponta que os intervalos no sistema temperado, com a exceção da oitava, são ligeiramente desafinados em relação a escala natural ou a escala pitagórica. A saber, o semitom ou meio-tom caracteriza a menor distância entre duas notas musicais.

Prado (2010), enfatiza que é complexo se determinar o período e até compreender às intensas discussões necessárias para alcançar o equilíbrio de temperamento nas escalas musicais. O temperamento é proveniente do latim *temperamentum*, e o mesmo estrutura-se no termo “mistura de coisas em determinadas proporções”, que por sua vez, significa que o temperamento igual consiste em misturar diferentes elementos em proporções uniformes, ou seja, todas as notas dentro de uma oitava devem ser separadas igualmente em proporções iguais (PRADO, 2010).

Na afinação não temperada, cravos e órgãos eram capazes de produzir harmonias perfeitas e maravilhosas. No entanto, ao se tentar reproduzir a mesma música em outra região do teclado, era possível ouvir dissonâncias estridentes (PRADO, 2010). Por sua vez, Károlyi (2015), estipula que o temperamento na música obteve uma defesa triunfante, esta estabelecida por Bach, que em sua obra “*O cravo bem temperado*”, o músico fornece um prelúdio e uma fuga para cada um dos tons maiores e menores. Vale ressaltar que o interesse desta tese volta-se para o temperamento e a afinação dos instrumentos de cordas constituídos a partir deste temperamento.

Segundo Prado (2010), o que torna a afinação do piano tão significativa é que ela se baseia no fato de que o piano é um instrumento temperado. Essa afinação é o que confere ao piano a sua grande versatilidade, permitindo que ele abarque mais de sete oitavas e contenha todas as notas necessárias para executar qualquer obra sem a necessidade de afinar o instrumento novamente. Esse aspecto é essencial para a utilização do piano em diversas configurações musicais e para a sua importância na música ocidental.

Grillo (2013, p. 55), estabelece que uma escala representa determinada sequência de notas musicais. Grillo (2013), entende que no sistema temperado, temos 12 notas musicais, são elas: Dó Dó# Ré Ré# Mi Fá Fá# Sol Sol# Lá Lá# Si, com intervalos iguais entre si, ou seja, entre uma nota musical e outra temos um semitom, isto caracteriza a escala cromática. No temperamento, os intervalos são iguais, significa que a razão entre as notas musicais consecutivas é a mesma. O valor deste intervalo, denominado por i , é estabelecido a partir de uma nota musical com frequência f_0 , assim:

$$\begin{aligned}
 f_1 &= i \cdot f_0 \\
 f_2 &= i \cdot f_1 = i \cdot i \cdot f_0 = i^2 \cdot f_0 \\
 f_3 &= i \cdot f_2 = i \cdot i^2 \cdot f_0 = i^3 \cdot f_0 \\
 f_4 &= i \cdot f_3 = i \cdot i^3 \cdot f_0 = i^4 \cdot f_0 \\
 &\vdots \\
 f_n &= i \cdot f_{n-1} = i \cdot i^{n-1} \cdot f_0 = i^n \cdot f_0, \text{ com } n \in \mathbb{N}
 \end{aligned}
 \tag{12}$$

Da equação (12), conclui-se que $f_{12} = i^{12} \cdot f_0$, e no temperamento a frequência ou altura da décima segunda nota musical representa uma oitava com o dobro da frequência, ou seja, $f_{12} = 2 \cdot f_0$, e por sua vez:

$$i = \sqrt[12]{2} \quad (13)$$

E a partir da equação (13) e da definição de uma nota musical, no caso o $Lá_4$ como 440 hertz, constitui-se as frequências das notas musicais no sistema temperado ou escala temperada ou escala cromática, neste caso com aproximação de duas casas decimais.

De acordo com Henrique (2002), Prado (2010) e Károlyi (2015), o temperamento igual fundamenta-se na divisão do intervalo de uma oitava em 12 partes rigorosamente iguais, sendo cada uma dessas partes denominadas meio-tom temperado. O intervalo para se obter o meio-tom temperado é obtido pela equação (13).

QUADRO 5 – FREQUÊNCIAS DAS NOTAS MUSICAIS DE 1 ATÉ 5 NA ESCALA TEMPERADA, TOMANDO O LÁ DE 440 HERTZ COMO REFERÊNCIA

| Dó | Dó# ou Ré \flat | Ré | Ré# ou Mi \flat | Mi | Fá | Fá# ou Sol \flat | Sol | Sol# ou Lá \flat | Lá | Lá# ou Si \flat | Si |
|---------------|-------------------|---------------|-------------------|---------------|---------------|--------------------|---------------|--------------------|---------------|-------------------|---------------|
| 32,70 (1) | 34,65 (1) | 36,71 (1) | 38,89 (1) | 41,20 (1) | 43,65 (1) | 46,25 (1) | 49,00 (1) | 51,91 (1) | 55,00 (1) | 58,27 (1) | 61,74 (1) |
| 65,41 (2) | 69,30 (2) | 73,42 (2) | 77,78 (2) | 82,41 (2) | 87,31 (2) | 92,50 (2) | 98,00 (2) | 103,83 (2) | 110,00 (2) | 116,54 (2) | 123,47 (2) |
| 130,81 (3) | 138,59 (3) | 146,83 (3) | 155,56 (3) | 164,81 (3) | 174,61 (3) | 185,00 (3) | 196,00 (3) | 207,65 (3) | 220,00 (3) | 233,08 (3) | 246,94 (3) |
| 261,63 (4) | 277,18 (4) | 293,66 (4) | 311,13 (4) | 329,63 (4) | 349,23 (4) | 369,99 (4) | 392,00 (4) | 415,30 (4) | 440,00 (4) | 466,16 (4) | 493,88 (4) |
| 523,25 (5) | 554,37 (5) | 587,33 (5) | 622,25 (5) | 659,26 (5) | 698,46 (5) | 739,99 (5) | 783,99 (5) | 830,61 (5) | 880,00 (5) | 932,33 (5) | 987,77 (5) |

FONTE: Adaptada de Henrique (2002).

NOTA: A numeração entre parênteses indica a oitava a que pertence a nota musical.

Segundo Prado (2010), em função do temperamento igual, no piano, por exemplo, cada oitava justa tem exatamente doze notas musicais que são dispostas a “distâncias” iguais, como os degraus de uma escada. Na realidade a “distância” aqui está mais

relacionada com uma Progressão Geométrica das frequências das notas musicais, do que de um comprimento em si. Em outras palavras, no temperamento igual, a relação matemática entre as frequências de notas de um mesmo intervalo é sempre igual, ou seja, a razões entre as frequências de duas notas consecutivas, isto é, distantes uma da outra de um semitom, é sempre a mesma, não importando quais duas notas sejam (ex: Ré e Ré#, ou Mi e Mi \flat ou Sol e Sol#), o que implica que Fá# e Sol \flat são a mesma nota.

Prado (2010), argumenta que antigamente as coisas não eram assim, por exemplo, Ré sustenido e Mi bemol eram notas distintas. Instrumentos de teclado, como o cravo, poderiam ter o mesmo desenho com teclas brancas e pretas, mas eram afinados de tal forma que algumas notas existiriam e outras não, dependendo do tom de afinação. Isso significa que, em uma afinação específica, a tecla preta que representa o Ré# no piano poderia ser afinada como Ré# ou Mi \flat no cravo. Era uma ou outra, e as duas notas eram diferentes entre si. O temperamento igual acabou com esta perspectiva. No Quadro 5, foram apresentadas as notas musicais referenciadas pelo índices da oitavas de cada nota.

Prado (2010), Roederer (2002), Henrique (2002) e Abdounur (2015), argumentam que o temperamento igual se constitui em meio a uma simetria musical, já que cada nota da escala está equidistante da nota anterior e posterior, sem nenhum intervalo distinto entre notas consecutivas. Esse sistema de afinação possibilita a repetição de uma mesma figura musical a partir de qualquer nota, criando um universo musical em que as notas são precisas e coerentes entre si.

Goldemberg (2007), enfatiza que no sistema de temperamento igual, há somente uma relação de frequência entre duas notas separadas pelo mesmo intervalo. Os erros são distribuídos de forma uniforme em toda a escala e um instrumento afinado desta maneira soará igual independentemente da tonalidade. Na perspectiva de Goldemberg (2007), é compreensível que, mesmo que a uniformidade de desvios tenha sido vista como uma desvantagem durante o período barroco, ela certamente é a melhor solução para a música romântica e moderna, que emprega uma grande variedade de tonalidades e modulações.

O Quadro 6 a seguir, como exemplo, apresenta um comparativo entre as escalas, Pitagórica, Natural e Temperada para a escala diatônica de Lá maior, considerando como referência o Lá de 440 hertz:

QUADRO 6 – ESCALA PITAGÓRICA, NATURAL E TEMPERADA PARA A ESCALA DIATÔNICA DE LÁ

| Escalas | Lá | Si | Dó # | Ré | Mi | Fá # | Sol # | Lá |
|------------|--------|--------|------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|--------|--------|---------------|
| Pitagórica | 440,00 | 495,00 | 556,88 Terça Maior | 586,67 Quarta justa | 660,00 Quinta justa | 742,50 | 835,31 | 880 Oitava |
| Natural | 440,00 | 495,00 | 550 Terça Maior | 586,67 Quarta justa | 660,00 Quinta justa | 733,33 | 825 | 880 Oitava |
| Temperada | 440,00 | 493,88 | 554,37 Terça Temperada | 587,33 Quarta temperada | 659,26 Quinta temperada | 739,99 | 830,61 | 880 Oitava |

FONTE: Adaptado de Henrique (2002), Roederer (2002) e Med (2017).

Diante disso, vale ressaltar, que para o violão ou guitarra, na afinação convencional ou padrão em Mi, as cordas são afinadas em quartas justas e uma terça maior, entre os pares adjacentes. No entanto, na prática, o violão ou a guitarra, assim como muitos outros instrumentos de corda, são afinados no sistema de igual temperamento. De acordo com Henrique (2002), esta abordagem é empregada para assegurar que o instrumento possa ser utilizado em diversas tonalidades de maneira harmônica e coesa. Em decorrência disso, as quartas justas podem sofrer ajustes sutis em relação às quartas temperadas, a fim de se conformar ao sistema temperado. Este ajuste vale também para a terça maior e para a quinta justa, independente da oitava em que o instrumento esteja afinado. O Quadro 6, exemplifica tal situação.

Neste ponto, cabe uma ressalva que acompanha a tese até o seu fim. A classificação intervalar escrita na tese é a de terça maior, quarta justa, quinta justa e oitava justa. No entanto, os termos 'maior' e 'justo' que aparecem nas qualificações dos intervalos não correspondem ao sistema pitagórico, que se baseia em uma relação de números inteiros pequenos. Eles devem ser entendidos no contexto do sistema de temperamento igual.

3.1.6 O conceito de velocidade do som

No princípio, pode-se postular que o silêncio era absoluto, pois em algum instante o movimento não existia, e assim, sem movimento, nenhuma vibração poderia agitar os meios materiais, um fenômeno de fundamental importância na constituição do som. A criação do universo, seja qual for a maneira como aconteceu, deve ter transcorrido em associação ao movimento, e se existia o movimento, se estabeleceu o som (KÁROLYI, 2015). E este som, que por sua vez, é gerado por uma espécie de movimento, uma determinada vibração de um meio material, viaja desde o corpo que vibra até nossos ouvidos com certa velocidade.

O som audível pelo ser humano se constitui como um intervalo limitado de frequências, aproximadamente entre 20 Hz e 20000 Hz, este autor ainda compreende que um bom aparelho de som deve ser capaz de produzir uma reprodução fiel dentro desta faixa. O fato do som se propagar através de um meio material sem que exista transporte de matéria de um ponto a outro, é um indício da natureza ondulatória do som (NUSSENZVEIG, 2014).

O som é transmitido através de um meio material sob forma de uma onda, entre a fonte e um receptor sonoro. Quando falamos, quando o violinista belisca a corda do seu violino, quando batemos palmas, geramos perturbações nos meios materiais, perturbando o ar em torno, e o som se propaga, transmitindo energia para o seu redor. E como o som tem um comportamento ondulatório, mesmo que existam obstáculos na frente da fonte geradora do som, existe a possibilidade de ouvir esses sons (NUSSENZVEIG, 2014).

O som pode ser caracterizado como o resultado das vibrações em corpos elásticos, quando estas vibrações se enquadram em específicos limites de frequência. As denominadas vibrações sonoras, propagam-se no meio que está ao redor da fonte sonora, e estas ondas sonoras estabelecem sucessivas distensões e compressões. Se o meio material é isotrópico, ou seja, se as propriedades elásticas do meio são iguais em todos os seus pontos, a velocidade de propagação do som é uniforme em todas as direções (COSTA, 2003).

De acordo com Costa (2003), a propagação do som ocorre através de impulsos ocasionados ao meio, em torno do corpo que está gerando o som. Estes impulsos

provocam deformações transitórias que se movimentam longitudinalmente, de acordo com a onda de pressão estabelecida. Na perspectiva de Costa (2003), ocorrem três processos físicos envolvendo uma onda sonora, que são os seguintes: 1. O fluido se movimenta e isso aumenta a densidade; 2. A mudança de densidade provoca aumento da pressão; 3. As diferenças de pressão produzem deslocamento do fluido.

Na perspectiva de Henrique (2002), nos últimos cem anos, o conceito de música tem se expandido acompanhado dos horizontes da própria composição musical, com influências multiculturais, científicas e tecnológicas. Apesar dessa expansão, o som continua sendo a matéria-prima da música e, ao mesmo tempo, a base de toda a sua estrutura. No entanto, a música é composta tanto de sons como de silêncios, e assim podemos afirmar que existem duas matérias-primas: o som e o silêncio. Em relação ao som, podemos identificar algumas propriedades físicas. Este item trata de uma perspectiva da medida de uma das propriedades vinculadas ao som, sua velocidade (HENRIQUE, 2002).

A velocidade do som pode ser descrita por meio de equações, algo já estabelecido na literatura. De acordo com Nussenzveig (2014), a velocidade de propagação do som em certo meio material depende da taxa de variação da pressão neste meio material. No geral, essa taxa de variação depende de como a temperatura do meio material varia com as compressões e rarefações deste meio. Por exemplo, intuitivamente podemos dizer que numa região em que o meio se adensa a sua temperatura deve aumentar; e numa região onde o meio material sofre rarefação a sua temperatura deve diminuir.

Isaac Newton (1642-1727) foi o primeiro cientista a reconhecer e compreender a importância do problema do cálculo da velocidade do som. Borges e Rodrigues (2017, p. 65), enfatizam que no processo de se determinar o valor da velocidade do som no ar, Newton utilizou a seguinte situação: “uma pessoa detonava um canhão e, a uma distância de aproximadamente 20 km, outra pessoa media o tempo entre a percepção do clarão e do som produzido pelo tiro”, ou seja, uma medida de uma velocidade média da propagação do som no ar. No entanto, para Borges e Rodrigues (2017), Newton não levou em conta dois fatores importantes quando se trata da propagação do som no ar, a temperatura e a densidade do ar.

Newton ainda não conhecia a equação de onda, pois a mesma foi estabelecida por d'Alembert em 1747 ao estudar o problema das cordas vibrantes. De acordo com Boyer e Merzbach (2012), o matemático Jean Le Rond d'Alembert (1717-1783) obteve uma ampla instrução em sua vida acadêmica, se graduou em direito, medicina, ciência e matemática. Apesar de sua educação jansenista⁶, d'Alembert apresentava fortes tendências à secularização da cultura, algo tão presente e característico do iluminismo, e talvez por isso sofreu fortes ataques dos jesuítas.

Por hora ainda devemos nos concentrar na perspectiva que Newton estabelece nos *Principia*. Este construiu um modelo para ondas sonoras em um fluido baseado em uma analogia com um sistema de molas acopladas oscilantes. Com este modelo, Newton chegou numa expressão para a velocidade da onda no fluido. Em seu cálculo, ele estabeleceu que a temperatura do fluido não varia quando som se propaga por ele. O argumento newtoniano era o de que as transferências de calor entre os vários pontos do fluido são tão rápidas que não chegam a produzir variações na temperatura. Usando uma terminologia moderna, diríamos que Newton calculou a velocidade do som considerando que a propagação do som é um processo isotérmico. A velocidade de propagação no ar na perspectiva newtoniana foi estabelecida por meio da seguinte equação, em condições de equilíbrio:

$$v^2 = \left(\frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_0 = \alpha_0 = \frac{P_0}{\rho_0} \quad (14)$$

Recorrendo à equação (14) para o meio material ar, nas condições normais de temperatura e pressão (CNTP), e de acordo com Tipler e Mosca (2006), $P_0 = 1 \text{ atm} \approx 1,013 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$; $T = 0^\circ \text{ C} = 273 \text{ K}$ e ainda $\rho_0 \approx 1,293 \text{ kg/m}^3$ obtém-se:

⁶“O jansenismo era uma corrente do Cristianismo submetida ao Papa, mas cujas posições teológicas eram divergentes das da Igreja, o que implicará tensões diversas até a sua identificação como heresia no século XVIII. O jansenismo teve origem nas ideias do holandês Cornelius Jansenius, que vão nortear um movimento político-religioso que, segundo Marion Sigaut, será um dos principais fatores de construção da Revolução Francesa. O jansenismo tinha suas bases teológicas em Agostinho, mas cumpria um rigor religioso em contradição com a Igreja. Considerando as posições de seus membros na sociedade em termos de poder econômico, via seu destino diferente de outros grupos, que, em sendo pobres, foram perseguidos e mortos como hereges, como é o caso dos cátaros. Ambos seriam grupos contestadores da Igreja, mas com poderes e significados na sociedade bem diferentes. Os jansenistas consideravam que a graça de Deus não era dada a todos os homens, sendo portadores de uma visão pessimista da humanidade” (PARAGUASSU, 2019, p. 218 e 219).

$$v \approx \sqrt{\frac{1,013 \cdot 10^5}{1,293}} \approx 280 \text{ m/s} \quad (15)$$

O cálculo de Newton está incorreto, em parte devido à suposição equivocada de que a temperatura do fluido permanece constante quando o som se propaga por ele. Mesmo na época de Newton, as medidas experimentais já eram suficientemente precisas para indicar que algo estava errado.

O cálculo correto foi feito pelo matemático e físico francês Pierre Simon Laplace (1749-1827) em 1816, quase um século após a morte de Newton. A hipótese de Laplace era exatamente a oposta da de Newton, ou seja, a de que não há trocas de calor entre os diversos pontos do fluido quando uma onda sonora se propaga por ele. A ideia é a de que as compressões e rarefações do meio são tão rápidas que não dão tempo para que calor flua de uma região de compressão para outra de rarefação e equalize a temperatura do fluido. Na terminologia moderna diríamos que Laplace supôs que quando uma onda se propaga por um fluido o processo é adiabático.

$$v^2 = \left(\frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_0 = \gamma \cdot \frac{P_0}{\rho_0} \quad (16)$$

Ou ainda, obtemos a equação que representa a velocidade do som em um meio material fluido com um processo adiabático:

$$v = \sqrt{\gamma \cdot \frac{P_0}{\rho_0}} \quad (17)$$

Substituindo na equação (17) os valores nas Condições Normais de Temperatura e Pressão, já utilizados anteriormente para um processo isotérmico, e considerando que de acordo com Tipler e Mosca (2006), constante gama depende do tipo do gás, para moléculas diatômicas, como o O_2 e o N_2 , γ tem um valor de 1,4, e como O_2 e o N_2 compõem 98% da atmosfera, este é considerado o valor para o ar também. Assim, obtemos para a velocidade do som no ar, aproximadamente 332 m/s, a saber:

$$v \approx \sqrt{1,4 \cdot \frac{1,013 \cdot 10^5}{1,293}} \approx 331,184 \text{ m/s} \quad (18)$$

Considerando que um gás ideal tenha massa M e que seja composto por moléculas cuja massa molar é m , e ainda que n indique o número de moles, podemos escrever a massa molar pela seguinte expressão:

$$m = \frac{M}{n} \quad (19)$$

De acordo com Nussenzveig (2014, p.155), “a relação entre a pressão P , a densidade ρ (ou o Volume V) e a temperatura T , num dado fluído em equilíbrio, é dada pela equação de estado do fluído”. Para um gás ideal temos a equação conhecida como lei dos gases ideais:

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T \quad (20)$$

Multiplicando o lado direito da equação (16) em cima e em baixo por V (volume) e usando as equações (19) e (20), obtêm-se:

$$v^2 = \gamma \cdot \frac{P_0 \cdot V}{\rho_0 \cdot V} = \gamma \cdot \frac{n \cdot R \cdot T}{M} = \gamma \cdot \frac{R \cdot T}{m} \quad (21)$$

Assim, temos então que:

$$v = \sqrt{\frac{\gamma \cdot R \cdot T}{m}} \quad (22)$$

A equação (22), nos diz que a velocidade do som em um gás não depende da sua pressão ou da sua densidade, mas apenas da sua temperatura absoluta e da massa molar do gás. Por exemplo, de acordo com Tipler e Mosca (2006), a massa molar média

do ar é $28,8 \cdot 10^{-3} \text{ kg/mol}$, já a constante dos gases é $R=8,314 \text{ J/mol}$, para a velocidade do som no ar, em função da temperatura (em Kelvin), temos a seguinte equação:

$$v \approx 20,103 \cdot \sqrt{T} \quad (23)$$

No decorrer deste trabalho, será adotado como referência o valor da velocidade de propagação do som no ar a uma temperatura de 15°C , resultando em um valor aproximado de $341,16 \text{ m/s}$ para a velocidade de propagação do som no ar.

3.1.7 O som em consonância ou dissonância

Na compreensão de Roederer (2002), a maioria dos sistemas reais estudados pela física, mesmo os mais triviais, são tão complexos que até teorias detalhadas e estabelecidas contam com certo grau de imprevisibilidade. Assim, precisamos fazer aproximações e imaginar modelos simplificados que representem um certo sistema apenas em seus aspectos fundamentais. Em algumas vezes se faz necessário partir o sistema em estudo em uma série de subsistemas mais elementares, interagindo fisicamente uns com os outros, cada qual sendo governado por um conjunto bem definido de leis físicas. O conceitos relacionados à propagação do som não ficam distantes da compreensão apontada por Roederer (2002).

Henrique (2002), entende que a palavra som tem essencialmente dois significados, um físico e outro psicofísico, pois é necessário que exista uma fonte sonora para que haja som. Na perspectiva de Henrique (2002), o significado físico da palavra som está relacionado à fonte sonora e à maneira como o som se propaga através do meio material. Em relação a este significado, Borges e Rodrigues (2017), entendem o que o som é produzido pelas vibrações dos meios materiais, ou seja, toda vez que ouvimos um som é porque existe algum meio material vibrando.

Já em relação ao significado psicofísico, declara Henrique (2002), que o mesmo está vinculado à audição do fenômeno físico, ou seja, à sensação, à percepção, que por sua vez, depende do tipo de abordagem. Se estudarmos a produção do som de um violino, de

um piano, de um violão, estamos tratando o som como um fenômeno físico. Por outro lado, se estudarmos a percepção auditiva de um destes instrumentos, ou de outros tantos, estamos considerando o som como um fenômeno psicofísico, por exemplo, o conceito de timbre, se enquadra nesta perspectiva psicofísica (HENRIQUE, 2002).

Em relação a esta perspectiva do som, enquanto fenômeno psicofísico, alguns aspectos devem ser considerados, a priori os conceitos de consonância e dissonância. Para Roederer (2002), as sensações de consonância e dissonância são subjetivas e estão ligadas à percepção de dois ou mais sons tocando simultaneamente. Essas sensações são menos definidas do que as variáveis psicofísicas de altura, volume e até mesmo timbre. No entanto, a música tonal, que utiliza notas musicais na maioria das culturas, sugere que o sistema auditivo humano tem uma capacidade para perceber certos intervalos especiais de frequência, como a oitava, a quinta e a quarta. Roederer (2002), aponta que as diferenças cruciais entre física e psicofísica, são:

1. Repetidas medições de mesma espécie podem condicionar a resposta do sistema psicofísico em observação: o cérebro tem a habilidade de aprender gradualmente, mudando a probabilidade de resposta a um certo estímulo de entrada, à medida que aumenta o número de exposições semelhantes.
2. A motivação do sujeito em estudo e as consequências, mentais ou físicas, disso podem interferir nas medições de uma forma altamente imprevisível (ROEDERER, 2002, p. 30).

Seguindo uma perspectiva muito particular em relação aos conceitos da psicofísica, esta tese, intencionalmente limita-se a dois conceitos psicofísicos, são eles, a consonância e a dissonância. Roederer (2002), entende que consonâncias são combinações de duas ou mais notas musicais, que por sua vez, produzem sensações agradáveis e estáveis para o ouvinte. Essas combinações são caracterizadas por uma sensação de harmonia e estabilidade, constituindo uma sensação de equilíbrio musical. As consonâncias mais comuns são a oitava, a quinta justa e a quarta justa, por exemplo. Esses intervalos soam bem juntos e são frequentemente usados na música ocidental para criar harmonias e melodias agradáveis aos ouvidos.

Já as dissonâncias, na compreensão de Roederer (2002), são combinações de duas ou mais notas musicais que constituem sensações desagradáveis e instáveis para o ouvinte. Essas combinações são caracterizadas por uma sensação de tensão e instabilidade, estabelecendo uma impressão de inquietação e falta de equilíbrio. As dissonâncias mais comuns são a segunda menor, a sétima menor e a quarta aumentada,

por exemplo. Esses intervalos soam mais tensos e instáveis quando tocados juntos e podem ser usados na música para criar tensão e drama. A intenção de uma dissonância é geralmente alcançada quando a nota dissonante é seguida por uma consonância, proporcionando uma sensação de alívio e satisfação para o ouvinte.

Pensando em um contexto de ensino e aprendizagem, em que as discussões estabelecidas neste processo incluem a definição do conceito de consonância, talvez poucos estudantes compreendam o significado de tal conceito, pois pode-se postular que se trata de um conceito distante da realidade da maioria das pessoas. No entanto, o termo “agradável”, provavelmente faz parte do repertório de conhecimentos prévios de muitos de nós. Por assim dizer, talvez, seja mais simples de se compreender o conceito de consonância, vinculando o mesmo à ideia de agradabilidade.

4 A HARMONIA DAS AFINAÇÕES

Neste capítulo são apresentados os procedimentos metodológicos utilizados para a constituição dos dados da pesquisa. Os dados também encontram-se no corpo do texto, especificamente no item 4.2. Ainda neste capítulo, apresentam-se as hipóteses levantadas, bem como as implicações dessas hipóteses. Na parte final deste capítulo uma proposta teórica relacionada às afinações dos instrumentos musicais de cordas será apresentada.

4.1 Caracterização da pesquisa

Esta pesquisa tem um caráter quantitativo em relação à abordagem, pois, de acordo com Moresi (2003), uma investigação quantitativa implica a tradução de opiniões e informações em números, com o intuito de classificá-las e analisá-las. Ainda na perspectiva de Moresi (2003), a pesquisa tem uma natureza aplicada, porque objetiva gerar conhecimentos para a solução de problemas específicos. Como a investigação posta nesta tese concentra-se na intenção de esclarecer aspectos relacionados, de alguma maneira, com a afinação dos instrumentos musicais de cordas, sendo assim, ela caracteriza-se como uma pesquisa com fins explicativos. Já em relação aos meios de investigação, a pesquisa caracteriza-se como experimental, pois, na percepção de Moresi (2003, p. 10), nesta categoria de pesquisa, “o pesquisador manipula e controla variáveis independentes e observa as variações que tal manipulação e controle produzem em variáveis dependentes”.

A investigação, inicialmente, tinha como objetivo se limitar à análise da velocidade de propagação do som no ar, associada à velocidade de propagação das ondas nas cordas de instrumentos musicais. Contudo, percebe-se ao longo da pesquisa, que essa investigação se estruturou nas afinações de instrumentos musicais de cordas. Em particular analisaram-se as afinações vinculadas ao violão ou guitarra. Nesta tese, propõe-se a perspectiva de uma referência para a afinação de instrumentos musicais de cordas. Esta referência estabelecida por meio de grandezas físicas e não com base em teoria musical. Para tanto, a investigação abrange aspectos relacionados à física, à música e à matemática.

4.2 Constituição dos dados

Os dados desta tese foram constituídos com base nas afinações de instrumentos musicais de corda, especificamente do violão e da guitarra. A constituição desses dados ocorreu por meio de dois processos, sendo o primeiro fundamentado nas afinações propostas por Vasconcelos (2002). Segundo essa proposta, o violão ou a guitarra apresentam 262144 possibilidades de afinação, que podem ser estruturadas a partir da Tabela 1. Dentro do escopo desta tese, a análise de todas essas afinações não foi viável. Assim, nessa primeira abordagem, foram consideradas 31 afinações distintas. As notas musicais e as respectivas frequências dessas afinações estão representadas nas Tabelas 3 a 8.

Além das afinações apresentadas no trabalho de Vasconcelos (2002), foram analisadas outras sete afinações, a afinação DADGAD⁷ e seis afinações dropadas populares entre músicos de determinados gêneros musicais. Essas sete afinações estão representadas nas Tabelas 9 e 10. Na Tabela 11, consideramos as sete afinações com o mesmo padrão de quartas justas e uma terça maior, seguindo o modelo da afinação convencional. Dessa forma, o total de afinações analisadas para o violão ou guitarra foi de 45. Para ilustrar a hipótese levantada ao longo do trabalho, os dados desta investigação também incluem a testagem de duas afinações para o violino, apresentadas nas Tabelas 25 e 26.

No escopo desta tese, foram analisados os seguintes grupos de afinações, sem esgotar todas as possibilidades dentro de cada grupo: afinações abertas, afinações com intervalos iguais, afinações em uníssono, afinações com o mesmo padrão da afinação convencional, afinações dropadas e uma adicional popular entre músicos, a DADGAD. Ressalta-se que todas as afinações analisadas estão em conformidade com as possibilidades levantadas por Vasconcelos (2002) e, especificamente nesta tese, estão estruturadas nas Tabelas 1 e 2.

⁷ Afinação DADGAD ou Afinação Ré-Lá-Ré-Sol-Lá-Ré.

4.2.1 A afinação nos instrumentos de corda

Na perspectiva de Henrique (2002), no que diz respeito à produção do som, é fundamental uma compreensão física do funcionamento dos instrumentos musicais para possibilitar sua melhoria ou modificação. Essa compreensão abrange desde a construção até a afinação dos instrumentos de corda. No que se refere ao aprimoramento dos instrumentos, pode-se considerar a afinação, a correção de possíveis defeitos, a ergonomia na execução das músicas, a utilização de novos materiais e, inclusive, a criação de novos instrumentos (HENRIQUE, 2002).

Henrique (2002) entende a afinação como um sistema idealizado de relações entre as frequências de uma escala. Ele estabelece uma diferenciação substancial entre os conceitos de afinação e entoação. Para o autor, a entoação é um conceito que vai além da afinação, ou seja, é “mais que uma tentativa infrutífera de reprodução e verificação rigorosa de uma frequência física exata, é um compromisso de audição de si mesmo e dos outros, em cada momento, em cada nota” (HENRIQUE, 2002, p. 937). Embora uma discussão aprofundada entre afinação e entoação seja pertinente para a música, neste trabalho optou-se por abordar apenas conceitos relacionados à afinação, não esgotando, assim, o tema.

Já Károlyi (2015), compreende que, em uma orquestra, a afinação dos instrumentos que compõem a mesma, ocorre a partir de uma nota musical tocada pelo primeiro oboé ou pelo primeiro violino. Essa referência de afinação é, por convenção desde 1939, o $Lá_4$ com 440 hertz de frequência. Ao afinarmos um instrumento de cordas, ajusta-se cada corda de modo que a força de tensão aplicada F , produza certa nota musical desejada na corda, que, por sua vez, tem uma frequência f específica. O denominado Lá de concerto, com frequência de 440 hertz também será considerado como referência para a constituição dos dados e hipóteses desta tese. Os itens do Capítulo 4, a seguir, tratam da apresentação dos dados quantitativos utilizados na pesquisa, que se constituem como as afinações de alguns instrumentos de cordas, especificamente do violão ou da guitarra.

4.2.2 A afinação do violão ou guitarra

Uma perspectiva a ser abordada é a compreensão de como se constitui a afinação do violão ou da guitarra. Cardoso (2014) compreende que, ao longo de seu desenvolvimento histórico, os instrumentos de cordas dedilhadas foram afinados de diversas maneiras, sendo que cada afinação representa um conjunto de valores estéticos que influenciam as características estabelecidas na prática e no repertório musical do instrumento. Especificamente no caso do violão, sua afinação é composta por quartas justas, com a adição de um intervalo de terça maior. Como já foi mencionado e ilustrado no Quadro 6, as quartas justas e a terça maior são definidas dentro do sistema de igual temperamento.

No quadro a seguir, apresenta-se a escala diatônica maior, que é constituída pela seguinte sequência de intervalos: Tom – Tom – Semitom – Tom – Tom – Tom – Semitom. De acordo com Károlyi (2015), a escala diatônica maior serve como base para a construção de acordes, melodias e progressões harmônicas em grande parte da música ocidental.

QUADRO 7 – ESCALA DIATÔNICA MAIOR

| Tônica (1ª nota) | Supertônica (2ª nota) | Mediante (3ª nota) | Subdominante (4ª nota) | Dominante (5ª nota) | Superdominante (6ª nota) | Sensível (7ª nota) |
|---------------------|--------------------------|-----------------------|---------------------------|------------------------|-----------------------------|-----------------------|
| Dó | Ré | Mi | Fá | Sol | Lá | Si |
| Dó # | Ré # | Mi # | Fá # | Sol # | Lá # | Si # |
| Ré | Mi | Fá # | Sol | Lá | Si | Dó # |
| Mi b | Fá | Sol | Lá b | Si b | Dó | Ré |
| Mi | Fá # | Sol # | Lá | Si | Dó# | Ré # |
| Fá | Sol | Lá | Si b | Dó | Ré | Mi |
| Fá# | Sol # | Lá # | Si | Dó# | Ré# | Mi # |
| Sol | Lá | Si | Dó | Ré | Mi | Fá # |
| Lá b | Si b | Dó | Ré b | Mi b | Fá | Sol |
| Lá | Si | Dó # | Ré | Mi | Fá # | Sol # |
| Si b | Dó | Ré | Mi b | Fá | Sol | Lá |
| Si | Dó # | Ré # | Mi | Fá # | Sol # | Lá # |

FONTE: Adaptado de Károlyi (2015) e Med (2017).

De acordo com Catelli e Mussato (2013), as cordas de um violão ou de uma guitarra possuem uma afinação convencional. Essa afinação, que parte das notas musicais mais agudas, de maior frequência, para as mais graves, de menor frequência, constitui-se da

seguinte forma: E (Mi), B (Si), G (Sol), D (Ré), A (Lá) e E (Mi). Essas notas musicais, por sua vez, possuem frequências de vibração específicas. Catelli e Mussato (2013) também entendem essa afinação como convencional, a qual também é nomeada como afinação padrão em Mi ou *Standard E*. Na Tabela 3, apresentam-se as frequências dessas notas musicais.

A afinação denominada convencional ou padrão em Mi do violão é estabelecida em intervalos de quartas justas e uma terça maior, mas, como já mencionado anteriormente, essas notas seguem o sistema de temperamento igual. Esse modelo de afinação não se aplica a todos os instrumentos musicais de cordas; por exemplo, o violino é afinado em intervalos de quintas justas. Essas “terças, quartas, quintas, sextas, sétimas ou oitavas”, representam os intervalos entre as notas musicais da escala diatônica maior. Por exemplo, a escala maior para a nota musical Dó seria: Dó – Ré – Mi – Fá – Sol – Lá – Si e Dó.

A afinação de um instrumento musical de cordas é estabelecida a partir das escalas constituídas e representadas no Quadro 7. No caso específico do violão, a afinação *não* começa na tônica da escala de Mi diretamente para encontrar as outras notas. O processo de afinação padrão do violão se baseia em intervalos, principalmente de quartas justas, a partir da nota Mi da corda mais grave (6ª corda). Assim, a partir do Mi da 6ª corda, afinamos a 5ª corda em Lá (uma quarta justa acima). Da mesma forma, a partir do Lá da 5ª corda, afinamos a 4ª corda em Ré (outra quarta justa acima). A partir do Ré, afinamos a 3ª corda em Sol (mais uma quarta justa acima). A exceção é entre a 3ª e a 2ª cordas, onde temos um intervalo de terça maior: a partir do Sol, afinamos a 2ª corda em Si. Finalmente, a partir do Si, afinamos a 1ª corda em Mi (uma quarta justa acima). A sequência final da afinação padrão do violão é, portanto: Mi – Lá – Ré – Sol – Si – Mi.

Se o violão fosse afinado exclusivamente em quartas justas, a sequência de afinação seria a seguinte: partindo de um Mi, a quarta justa seguinte seria um Lá; a quarta justa seguinte a Lá seria um Ré; a quarta justa seguinte a Ré seria um Sol; a quarta justa seguinte a Sol seria um Dó; e, finalmente, a quarta justa seguinte a Dó seria um Fá. Ou seja, uma afinação exclusivamente em quartas justas resultaria em: Mi – Lá – Ré – Sol – Dó – Fá. No entanto, como já mencionado por Cardoso (2014), a afinação padrão do violão utiliza principalmente intervalos de quartas justas, com uma exceção de uma terça maior entre as cordas Sol e Si.

A afinação convencional, padrão em Mi ou Standard E, não é a única utilizada pelos músicos. De acordo com Catelli e Mussato (2013), outra afinação bastante comum é a denominada afinação *Aberta em Sol maior* ou apenas *Aberta em Sol* ou ainda *Open G*. A mesma se constitui a partir das seguintes notas musicais, da maior para a menor frequência, ou seja, da corda mais aguda para a mais grave: Ré (D), Si (B), Sol (G), Ré (D), Sol (G) e Ré (D), e cada nota musical destas possui sua frequência dentro do sistema de igual temperamento. Em todas as afinações denominadas abertas, quando o músico toca todas as cordas soltas, ouve-se um acorde, e no caso da afinação *Aberta em Sol*, ouve-se um acorde de Sol maior. De acordo com Károlyi (2015), um acorde é um agrupamento de três ou mais notas musicais que soam simultaneamente.

Catelli e Mussato (2013) enfatizam que as cordas utilizadas em afinações diferentes da classificada como convencional ou padrão, podem ficar menos tensionadas (frouxas) se a frequência diminui, e mais tensionadas (apertadas) se a frequência aumenta. Nesta perspectiva, a diferença de tensão nas cordas pode comprometer em partes a sonoridade e a “tocabilidade” do instrumento. Para tanto, Catelli e Mussato (2013) propõem mudanças no calibre de algumas das cordas do instrumento para evitar problemas relacionados à sonoridade do mesmo.

De acordo com Vasconcelos (2002), a partir da metade do século XVIII, uma série de modificações no contexto musical da época atingiram em cheio o violão, transformando-o completamente. Foi o período do violão clássico. O violão de seis cordas com afinação em quartas justas, derivada da guitarra barroca, estabeleceu-se na Espanha, por volta de 1780. Nesta época Antonio Ballesterro publicou aquele que seria o primeiro livro para o instrumento. Apesar da citada publicação, Ballesterro não foi o primeiro a utilizar as seis cordas no instrumento. Porém, a autoria das transformações no violão permanece incerta. Sabemos que a afinação com cordas simples acabou por prevalecer, tornando-se quase unanimidade a partir de 1820.

Vasconcelos (2002), entende que a principal vantagem da afinação tradicional, estabelecida desde 1800, e a sua lógica na apresentação e disponibilidade das notas, que podem se configurar, por meio de desenhos da mão esquerda, em escalas e acordes variados. Para Vasconcelos (2002), as possibilidades de afinações são muitas. Existe uma gama imensa de opções. No escopo desta tese, delimitaremos o campo de estudo, tendo como foco afinações do violão ou da guitarra que façam uso das seguintes

características: violão de seis cordas simples; sistema de afinação temperado ocidental moderno e afinação fixa.

A Tabela 1 apresenta a estrutura de todas as possibilidades viáveis de afinação para o violão ou guitarra de acordo com Vasconcelos (2002):

TABELA 1 – POSSIBILIDADES DE AFINAÇÃO PARA CADA CORDA DO VIOLÃO OU GUITARRA

| Cordas | Notas musicais | | | | | | | |
|----------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------|--------------------------|-------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 ^a | <i>Si</i> ₃ | <i>Dó</i> ₄ | <i>Dó</i> ♯ ₄ | <i>Ré</i> ₄ | <i>Mi</i> ♭ ₄ | <i>Mi</i> ₄ | <i>Fá</i> ₄ | <i>Fá</i> ♯ ₄ |
| 2 ^a | <i>Fá</i> ♯ ₃ | <i>Sol</i> ₃ | <i>Lá</i> ♭ ₃ | <i>Lá</i> ₃ | <i>Si</i> ♭ ₃ | <i>Si</i> ₃ | <i>Dó</i> ₄ | <i>Dó</i> ♯ ₄ |
| 3 ^a | <i>Ré</i> ₃ | <i>Mi</i> ♭ ₃ | <i>Mi</i> ₃ | <i>Fá</i> ₃ | <i>Fá</i> ♯ ₃ | <i>Sol</i> ₃ | <i>Lá</i> ♭ ₃ | <i>Lá</i> ₃ |
| 4 ^a | <i>Lá</i> ₂ | <i>Si</i> ♭ ₂ | <i>Si</i> ₂ | <i>Dó</i> ₃ | <i>Dó</i> ♯ ₃ | <i>Ré</i> ₃ | <i>Mi</i> ♭ ₃ | <i>Mi</i> ₃ |
| 5 ^a | <i>Mi</i> ₂ | <i>Fá</i> ₂ | <i>Fá</i> ♯ ₂ | <i>Sol</i> ₂ | <i>Lá</i> ♭ ₂ | <i>Lá</i> ₂ | <i>Si</i> ♭ ₂ | <i>Si</i> ₂ |
| 6 ^a | <i>Si</i> ₁ | <i>Dó</i> ₂ | <i>Dó</i> ♯ ₂ | <i>Ré</i> ₂ | <i>Mi</i> ♭ ₂ | <i>Mi</i> ₂ | <i>Fá</i> ₂ | <i>Fá</i> ♯ ₂ |

FONTE: Adaptada de Vasconcelos (2002).

A adaptação da Tabela 1 refere-se exclusivamente à alteração na notação apresentada no original, sem contudo implicar qualquer diferença conceitual nas ideias propostas. No original, Vasconcelos (2002) não utiliza as frequências. O índice e a notação que ele apresenta são diferentes dos representados na Tabela 1. A seguir, incluímos as frequências para cada nota musical. Vale ressaltar que as afinações apresentadas na Tabela 2 são com valores aproximados, retirados do Quadro 5.

Antes de apresentar a tabela com as possíveis notas musicais e frequências que podem compor a afinação do violão ou da guitarra, é pertinente a especificação do termo *scordatura*, que de acordo com Vasconcelos (2002), é mais comumente empregado na música erudita, enquanto afinação alternativa⁸, é normalmente utilizado na música popular. Nesta tese, optou-se pelo uso do termo afinação, para designar qualquer

⁸ Considera-se como afinação alternativa ou *scordatura* toda afinação que difere da convencional, também conhecida como padrão em Mi ou *Standard E* (VASCONCELOS, 2002). A diferenciação entre os termos está vinculada à especificidade do contexto musical.

possibilidade de ajuste que um instrumento musical de cordas possa assumir. Ou seja, tanto uma afinação classificada como convencional ou alternativa, neste trabalho foi classificada como afinação.

TABELA 2 – POSSIBILIDADES DE AFINAÇÃO PARA CADA CORDA DO VIOLÃO OU GUITARRA, COM NOTAS E FREQUÊNCIAS

| Cordas | Notas musicais e frequências (em hertz) | | | | | | | |
|----------------|---|--------------------------|--------------------------|-------------------------|--------------------------|-------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 ^a | <i>Si</i> ₃ | <i>Dó</i> ₄ | <i>Dó</i> # ₄ | <i>Ré</i> ₄ | <i>Mi</i> b ₄ | <i>Mi</i> ₄ | <i>Fá</i> ₄ | <i>Fá</i> # ₄ |
| | 246,94 | 261,63 | 277,18 | 293,66 | 311,13 | 329,63 | 349,23 | 369,99 |
| 2 ^a | <i>Fá</i> # ₃ | <i>Sol</i> ₃ | <i>Lá</i> b ₃ | <i>Lá</i> ₃ | <i>Si</i> b ₃ | <i>Si</i> ₃ | <i>Dó</i> ₄ | <i>Dó</i> # ₄ |
| | 185,00 | 196,00 | 207,65 | 220,00 | 233,08 | 246,94 | 261,63 | 277,18 |
| 3 ^a | <i>Ré</i> ₃ | <i>Mi</i> b ₃ | <i>Mi</i> ₃ | <i>Fá</i> ₃ | <i>Fá</i> # ₃ | <i>Sol</i> ₃ | <i>Lá</i> b ₃ | <i>Lá</i> ₃ |
| | 146,83 | 155,56 | 164,81 | 174,61 | 185,00 | 196,00 | 207,65 | 220,00 |
| 4 ^a | <i>Lá</i> ₂ | <i>Si</i> b ₂ | <i>Si</i> ₂ | <i>Dó</i> ₃ | <i>Dó</i> # ₃ | <i>Ré</i> ₃ | <i>Mi</i> b ₃ | <i>Mi</i> ₃ |
| | 110,00 | 116,54 | 123,47 | 130,81 | 138,59 | 146,83 | 155,56 | 164,81 |
| 5 ^a | <i>Mi</i> ₂ | <i>Fá</i> ₂ | <i>Fá</i> # ₂ | <i>Sol</i> ₂ | <i>Lá</i> b ₂ | <i>Lá</i> ₂ | <i>Si</i> b ₂ | <i>Si</i> ₂ |
| | 82,41 | 87,31 | 92,50 | 98,00 | 103,83 | 110,00 | 116,54 | 123,47 |
| 6 ^a | <i>Si</i> ₁ | <i>Dó</i> ₂ | <i>Dó</i> # ₂ | <i>Ré</i> ₂ | <i>Mi</i> b ₂ | <i>Mi</i> ₂ | <i>Fá</i> ₂ | <i>Fá</i> # ₂ |
| | 61,74 | 65,41 | 69,30 | 73,42 | 77,78 | 82,41 | 87,31 | 92,50 |

FONTE: Adaptada de Henrique (2002) e de Vasconcelos (2002).

Com base nas informações apresentadas na Tabela 2, constata-se uma ampla diversidade de possibilidades para a afinação de violões ou guitarras. As afinações que compartilham características comuns podem ser organizadas em grupos, nas quais pode se destacar particularidades em cada grupo. Conforme Vasconcelos (2002), essas particularidades podem ser exploradas no processo de composição musical, contribuindo para a criação de peças que maximizem as potencialidades de combinações específicas de cordas soltas, bem como dos intervalos e relações presentes ao longo de toda a extensão do braço do instrumento.

Apresentam-se, a seguir, diferentes afinações para violão e guitarra, organizadas por grupos conforme suas particularidades. É importante destacar que tanto o violão quanto a guitarra podem ser utilizados com as mesmas afinações. Contudo, a guitarra admite um maior número de afinações classificadas como alternativas, em virtude das especificidades dos estilos musicais associados a esse instrumento. Nesta tese, foram analisadas 45 afinações para violão e guitarra, as quais estão dispostas nas Tabelas 3 a 11. O primeiro grupo corresponde à afinação convencional, também conhecida como padrão em Mi ou *Standard E*, representado na Tabela 3:

TABELA 3 – AFINAÇÃO CONVENCIONAL OU PADRÃO EM MI OU STANDARD E PARA VIOLÃO OU GUITARRA

| “Nome” da afinação | Cordas | 1 ^a | 2 ^a | 3 ^a | 4 ^a | 5 ^a | 6 ^a |
|---|-----------------|------------------------|------------------------|-------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|
| <i>Convencional ou Padrão em Mi ou Standard E</i> | Nota musical | <i>Mi</i> ₄ | <i>Si</i> ₃ | <i>Sol</i> ₃ | <i>Ré</i> ₃ | <i>Lá</i> ₂ | <i>Mi</i> ₂ |
| | Frequência (Hz) | 329,63 | 246,94 | 196,00 | 146,83 | 110,00 | 82,41 |

FONTE: Adaptada de Henrique (2002) e de Vasconcelos (2002).

Vasconcelos (2002) entende que as afinações abertas (em inglês *open tunings*) são aquelas em que as notas das cordas soltas formam um acorde. O termo geralmente se refere a afinações que produzem acordes perfeitos maiores ou menores. Por exemplo, a afinação *Open G* ou “Aberta em Sol” produz um acorde de Sol maior apenas com as cordas soltas do instrumento. Por sua vez, a afinação “Aberta em Ré menor” apresenta um acorde de Ré menor quando são tocadas as cordas em suas frequências naturais. O segundo grupo trata dessas afinações abertas. Vale ressaltar que optamos pela seleção de algumas afinações abertas.

No entendimento de Vasconcelos (2002), todas as afinações podem ser classificadas como afinações abertas, ou seja, que formam acordes quando tocadas soltas. De fato, quase todas as afinações compostas por três ou mais notas distintas podem ser classificadas como abertas, dependendo da perspectiva adotada. A afinação tradicional, Mi – Lá – Ré – Sol – Si – Mi, por exemplo, poderia ser considerada aberta, uma vez que suas cordas soltas formam o acorde de Mi menor com a inclusão da quarta e da sétima.

TABELA 4 – ALGUMAS AFINAÇÕES ABERTAS PARA O VIOLÃO OU GUITARRA

| “Nome” da afinação | Cordas | 1 ^a | 2 ^a | 3 ^a | 4 ^a | 5 ^a | 6 ^a |
|---|-----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| Aberta em Dó ou Open C | Nota musical | Mi_4 | $Dó_4$ | Sol_3 | $Dó_3$ | Sol_2 | $Dó_2$ |
| | Frequência (Hz) | 329,63 | 261,63 | 196,00 | 130,81 | 98,00 | 65,41 |
| <i>Aberta em Dó# menor ou Open C# minor</i> | Nota musical | Mi_4 | $Dó\#_4$ | $Sol\#_3$ | $Dó\#_3$ | $Sol\#_2$ | $Dó\#_2$ |
| | Frequência (Hz) | 329,63 | 277,18 | 207,65 | 138,59 | 103,83 | 69,30 |
| Aberta em Ré ou Open D | Nota musical | $Ré_4$ | $Lá_3$ | $Fá\#_3$ | $Ré_3$ | $Lá_2$ | $Ré_2$ |
| | Frequência (Hz) | 293,66 | 220,00 | 185,00 | 146,83 | 110,00 | 73,42 |
| Aberta em Ré menor ou Open D minor | Nota musical | $Ré_4$ | $Lá_3$ | $Fá_3$ | $Ré_3$ | $Lá_2$ | $Ré_2$ |
| | Frequência (Hz) | 293,66 | 220,00 | 174,61 | 146,83 | 110,00 | 73,42 |
| <i>Aberta em Mi ou Open E</i> | Nota musical | Mi_4 | Si_3 | $Sol\#_3$ | Mi_3 | Si_2 | Mi_2 |
| | Frequência (Hz) | 329,63 | 246,94 | 207,65 | 164,81 | 123,47 | 82,41 |
| Aberta em Mi menor ou Open E minor | Nota musical | Mi_4 | Si_3 | Sol_3 | Mi_3 | Si_2 | Mi_2 |
| | Frequência (Hz) | 329,63 | 246,94 | 196,00 | 164,81 | 123,47 | 82,41 |
| Aberta em Sol ou Open G | Nota musical | $Ré_4$ | Si_3 | Sol_3 | $Ré_3$ | Sol_2 | $Ré_2$ |
| | Frequência (Hz) | 293,66 | 246,94 | 196,00 | 146,83 | 98,00 | 73,42 |
| Aberta em Sol menor ou Open G minor | Nota musical | $Ré_4$ | $Lá\#_3$ | Sol_3 | $Ré_3$ | Sol_2 | $Ré_2$ |
| | Frequência (Hz) | 293,66 | 233,08 | 196,00 | 146,83 | 98,00 | 73,42 |
| <i>Aberta em Lá ou Open A</i> | Nota musical | Mi_4 | $Lá_3$ | $Lá_3$ | $Dó\#_3$ | $Lá_2$ | Mi_2 |
| | Frequência (Hz) | 329,63 | 220,00 | 220,00 | 138,59 | 110,00 | 82,41 |
| Aberta em Fá menor ou Open A minor | Nota musical | $Fá_4$ | $Lá\flat_3$ | $Fá_3$ | $Dó_3$ | $Lá\flat_2$ | $Dó_2$ |
| | Frequência (Hz) | 349,23 | 207,65 | 174,61 | 130,81 | 103,83 | 65,41 |

FONTE: Adaptada de Henrique (2002) e de Vasconcelos (2002).

Vasconcelos (2002) aborda a construção de afinações com intervalos iguais entre todas as cordas, explicando que alguns intervalos específicos, como a quarta justa, terça maior e quinta diminuta, são utilizados para esse propósito. As Tabelas 5, 6 e 7 a seguir apresentam exemplos de afinações que possuem intervalos iguais entre todas as cordas do violão ou da guitarra.

TABELA 5 – AFINAÇÕES COM INTERVALOS IGUAIS ENTRE TODAS AS CORDAS PARA O VIOLÃO OU GUITARRA: 3ª MAIOR

| “Nome” da afinação | Cordas | 1ª | 2ª | 3ª | 4ª | 5ª | 6ª |
|---|-----------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| <i>Intervalos iguais em 3ª maior a partir de Fá#</i> | Nota musical | <i>Ré</i> ₄ | <i>Lá</i> _{#3} | <i>Fá</i> _{#3} | <i>Ré</i> ₃ | <i>Lá</i> _{#2} | <i>Fá</i> _{#2} |
| | Frequência (Hz) | 293,66 | 233,08 | 185,00 | 146,83 | 116,54 | 92,50 |
| <i>Intervalos iguais em 3ª maior a partir de Fá</i> | Nota musical | <i>Dó</i> _{#4} | <i>Lá</i> ₃ | <i>Fá</i> ₃ | <i>Dó</i> _{#3} | <i>Lá</i> ₂ | <i>Fá</i> ₂ |
| | Frequência (Hz) | 277,18 | 220,00 | 174,61 | 138,59 | 110,00 | 87,31 |
| <i>Intervalos iguais em 3ª maior a partir de Mi</i> | Nota musical | <i>Dó</i> ₄ | <i>Lá</i> _{b3} | <i>Mi</i> ₃ | <i>Dó</i> ₃ | <i>Lá</i> _{b2} | <i>Mi</i> ₂ |
| | Frequência (Hz) | 261,63 | 207,65 | 164,81 | 130,81 | 103,83 | 82,41 |
| <i>Intervalos iguais em 3ª maior a partir de Mi^b</i> | Nota musical | <i>Si</i> ₃ | <i>Sol</i> ₃ | <i>Mi</i> _{b3} | <i>Si</i> ₂ | <i>Sol</i> ₂ | <i>Mi</i> _{b2} |
| | Frequência (Hz) | 246,94 | 196,00 | 155,56 | 123,47 | 98,00 | 77,78 |

FONTE: Adaptada de Henrique (2002) e de Vasconcelos (2002).

A seguir, apresentam-se as afinações que, conforme Vasconcelos (2002), seguem intervalos iguais, especificamente em quartas justas. As sete possibilidades de afinação demonstram certa semelhança com a afinação convencional do violão, pois são estruturadas com base em intervalos de quarta justa.

TABELA 6 – AFINAÇÕES COM INTERVALOS IGUAIS ENTRE TODAS AS CORDAS PARA O VIOLÃO OU GUITARRA: 4ª JUSTA

| “Nome” da afinação | Cordas | 1ª | 2ª | 3ª | 4ª | 5ª | 6ª |
|---|-----------------|-------------------------------------|------------------------------------|-------------------------------------|------------------------------------|------------------------------------|------------------------------------|
| Intervalos iguais em 4ª justa a partir de Fá | Nota musical | <i>Sol</i> _{b₄} | <i>Ré</i> _{b₄} | <i>Lá</i> _{b₃} | <i>Mi</i> _{b₃} | <i>Si</i> _{b₂} | <i>Fá</i> ₂ |
| | Frequência (Hz) | 369,99 | 277,18 | 207,65 | 155,56 | 116,54 | 87,31 |
| Intervalos iguais em 4ª justa a partir de Mi | Nota musical | <i>Fá</i> ₄ | <i>Dó</i> ₄ | <i>Sol</i> ₃ | <i>Ré</i> ₃ | <i>Lá</i> ₂ | <i>Mi</i> ₂ |
| | Frequência (Hz) | 349,23 | 261,63 | 196,00 | 146,83 | 110,00 | 82,41 |
| Intervalos iguais em 4ª justa a partir de Mi _b | Nota musical | <i>Mi</i> ₄ | <i>Si</i> ₃ | <i>Sol</i> _{b₃} | <i>Ré</i> _{b₃} | <i>Lá</i> _{b₂} | <i>Mi</i> _{b₂} |
| | Frequência (Hz) | 329,63 | 246,94 | 185,00 | 138,59 | 103,83 | 77,78 |
| Intervalos iguais em 4ª justa a partir de Ré | Nota musical | <i>Mi</i> _{b₄} | <i>Si</i> _{b₃} | <i>Fá</i> ₃ | <i>Dó</i> ₃ | <i>Sol</i> ₂ | <i>Ré</i> ₂ |
| | Frequência (Hz) | 311,13 | 233,08 | 174,61 | 130,81 | 98,00 | 73,42 |
| Intervalos iguais em 4ª justa a partir de Dó# | Nota musical | <i>Ré</i> ₄ | <i>Lá</i> ₃ | <i>Mi</i> ₃ | <i>Si</i> ₂ | <i>Fá</i> _{#₂} | <i>Dó</i> _{#₂} |
| | Frequência (Hz) | 293,66 | 220,00 | 164,81 | 123,47 | 92,50 | 69,30 |
| Intervalos iguais em 4ª justa a partir de Dó | Nota musical | <i>Ré</i> _{b₄} | <i>Lá</i> _{b₃} | <i>Mi</i> _{b₃} | <i>Si</i> _{b₂} | <i>Fá</i> ₂ | <i>Dó</i> ₂ |
| | Frequência (Hz) | 277,18 | 207,65 | 155,56 | 116,54 | 87,31 | 65,41 |
| Intervalos iguais em 4ª justa a partir de Si | Nota musical | <i>Dó</i> ₄ | <i>Sol</i> ₃ | <i>Ré</i> ₃ | <i>Lá</i> ₂ | <i>Mi</i> ₂ | <i>Si</i> ₁ |
| | Frequência (Hz) | 261,63 | 196,00 | 146,83 | 110,00 | 82,41 | 61,74 |

FONTE: Adaptada de Henrique (2002) e de Vasconcelos (2002).

Na sequência temos o terceiro grupo de afinações com intervalos iguais possíveis para o violão na perspectiva de Vasconcelos (2002). A afinação com a quinta diminuta, que é um intervalo musical que resulta do encolhimento da quinta justa em meio tom, e como a quinta diminuta divide a oitava em duas partes iguais, estas afinações têm apenas duas notas.

TABELA 7 – AFINAÇÕES COM INTERVALOS IGUAIS ENTRE TODAS AS CORDAS PARA O VIOLÃO OU GUITARRA: 5ª DIMINUTA

| “Nome” da afinação | Cordas | 1ª | 2ª | 3ª | 4ª | 5ª | 6ª |
|--|-----------------|--------------|--------|--------------|--------|--------------|--------|
| Intervalos iguais em 5ª diminuta: Dó e Sol \flat | Nota musical | $Sol\flat_4$ | $Dó_4$ | $Sol\flat_3$ | $Dó_3$ | $Sol\flat_2$ | $Dó_2$ |
| | Frequência (Hz) | 369,99 | 261,63 | 185,00 | 130,81 | 92,50 | 65,41 |
| Intervalos iguais em 5ª diminuta: Si e Fá | Nota musical | $Fá_4$ | Si_3 | $Fá_3$ | Si_2 | $Fá_2$ | Si_1 |
| | Frequência (Hz) | 349,23 | 246,94 | 174,61 | 123,47 | 87,31 | 61,74 |

FONTE: Adaptada de Henrique (2002) e de Vasconcelos (2002).

Na perspectiva de Vasconcelos (2002), as afinações em uníssono possuem como característica distintiva a presença de cordas adjacentes que produzem a mesma nota musical, com igual frequência, como se pertencessem a uma mesma ordem dupla. Essa característica, restrita a pares de cordas adjacentes, pode ocorrer em uma, duas ou três combinações dentro de uma mesma afinação, resultando em até três pares de cordas afinadas em uníssono. A tabela a seguir apresenta sete possibilidades de afinações em uníssono:

TABELA 8 – AFINAÇÕES COM CORDAS EM UNÍSSONO PARA O VIOLÃO OU GUITARRA

(continua)

| “Nome” da afinação | Cordas | 1ª | 2ª | 3ª | 4ª | 5ª | 6ª |
|--------------------|-----------------|--------|--------|---------|--------|---------|--------|
| Uníssono em Si_3 | Nota musical | Si_3 | Si_3 | Sol_3 | $Ré_3$ | $Lá_2$ | Mi_2 |
| | Frequência (Hz) | 246,94 | 246,94 | 196,00 | 146,83 | 110,00 | 82,41 |
| Uníssono em Si_2 | Nota musical | $Ré_4$ | Si_3 | Sol_3 | Si_2 | Si_2 | Mi_2 |
| | Frequência (Hz) | 293,66 | 246,94 | 196,00 | 123,47 | 123,47 | 82,41 |
| Uníssono em $Dó_4$ | Nota musical | $Dó_4$ | $Dó_4$ | Sol_3 | $Ré_3$ | $Lá_2$ | $Ré_2$ |
| | Frequência (Hz) | 261,63 | 261,63 | 196,00 | 146,83 | 110,00 | 73,42 |
| Uníssono em $Ré_3$ | Nota musical | Mi_4 | $Lá_3$ | $Ré_3$ | $Ré_3$ | Sol_2 | $Dó_2$ |

| | | | | | | | |
|---|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| | Frequência (Hz) | 329,63 | 220,00 | 146,83 | 146,83 | 98,00 | 65,41 |
| <i>Uníssonos em Mi₂ e Mi₃</i> | Nota musical | Mi ₄ | Si ₃ | Mi ₃ | Mi ₃ | Mi ₂ | Mi ₂ |
| | Frequência (Hz) | 329,63 | 246,94 | 164,81 | 164,81 | 82,41 | 82,41 |
| <i>Uníssonos em Mi₃ e Lá₃</i> | Nota musical | Lá ₃ | Lá ₃ | Mi ₃ | Mi ₃ | Lá ₂ | Ré ₂ |
| | Frequência (Hz) | 220,00 | 220,00 | 164,81 | 164,81 | 110,00 | 73,42 |
| <i>Uníssonos em Fá₂, Ré₃ e Si₃</i> | Nota musical | Si ₃ | Si ₃ | Ré ₃ | Ré ₃ | Fá ₂ | Fá ₂ |
| | Frequência (Hz) | 246,94 | 246,94 | 146,83 | 146,83 | 87,31 | 87,31 |

FONTE: Adaptada de Henrique (2002) e de Vasconcelos (2002).

As afinações apresentadas nas Tabelas 3 a 8 foram propostas no trabalho de Vasconcelos (2002) e compõem parte dos dados desta tese. As demais afinações consideradas neste estudo, derivam de outras possibilidades musicais e estão dispostas nas Tabelas 9, 10 e 11. Na Tabela 11, cada afinação é uma variação direta e proporcional da afinação convencional. De acordo com Vasconcelos (2002), esta variação pode ocorrer de meio tom até dois tons e meio sem a necessidade da alteração das cordas do instrumento.

De acordo com Smith (2003), *Davey Graham* figura proeminente entre os músicos britânicos do denominado de folk barroco, notável por sua universalidade musical e ecletismo, reintroduziu afinações derivadas e adaptadas do *oud africano*⁹, com destaque para a afinação designada pelo acrônimo DADGAD (referente à ordem das cordas, da mais grave a mais aguda). Tal afinação, que resulta em uma sonoridade próxima ao acorde de D_{sus} (um acorde suspenso, destituído de definição maior ou menor), revelou-se consideravelmente mais adequada à execução musical em comparação aos acordes triádicos convencionais, outrora preteridos, emulando, assim, as notas pedais e a natureza modal inerente às melodias tradicionais.

⁹ Dentre os instrumentos de cordas dedilhadas presentes na Península Ibérica, quando da chegada dos árabes, por volta de 722, estão as harpas celtas e as cítaras greco-romanas, o oud africano, conhecido por alaúde árabe, foi o primeiro instrumento de cordas com braço, que chegou à Europa (FERREIRA, 2016, p. 102).

TABELA 9 – AFINAÇÃO DADGAD PARA O VIOLÃO OU GUITARRA

| “Nome” da afinação | Cordas | 1 ^a | 2 ^a | 3 ^a | 4 ^a | 5 ^a | 6 ^a |
|--------------------|-----------------|------------------------|------------------------|-------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|
| DADGAD | Nota musical | <i>Ré</i> ₄ | <i>Lá</i> ₃ | <i>Sol</i> ₃ | <i>Ré</i> ₃ | <i>Lá</i> ₂ | <i>Ré</i> ₂ |
| | Frequência (Hz) | 293,66 | 220,00 | 196,00 | 146,83 | 110,00 | 73,42 |

FONTE: Adaptada de Henrique (2002) e de Smith (2003).

A Tabela 10 é de certo modo a mais icônica das apresentadas neste texto, pois essas afinações vinculam-se quase que exclusivamente à guitarra. A estrutura de cada afinação se estabelece dentro da proposta por Vasconcelos (2002), disposta na Tabela 1. Essas são as afinações *drop*, também chamadas de afinações dropadas, que possibilitam um caminho interessante para ampliar a extensão sonora do violão e da guitarra, permitindo alcançar notas mais baixas e de menor frequência. Além disso, certas afinações *drop* preservam consideravelmente a forma de alguns acordes. Conseqüentemente, instrumentistas de diversos estilos musicais empregam essa técnica de afinação.

Essencialmente, a afinação *drop* ou dropada é uma alternativa para afinar violões e guitarras, bastante utilizada em gêneros como rock, metal e estilos associados. Nesse tipo de afinação, a corda mais grave é ajustada um tom abaixo da afinação convencional, enquanto as outras cordas permanecem inalteradas. Isso torna mais fácil a execução de *power chords*¹⁰, acordes característicos dos estilos mencionados, já que podem ser feitos pressionando uma única casa do instrumento em várias cordas distintas (RIBEIRO, 2021). Existem algumas variações dentro das afinações denominadas dropadas, e estas variações são apresentadas na Tabela 10:

¹⁰ É uma técnica de execução de acordes geralmente usado em guitarras elétricas com distorção. Uma vez que estes acordes não têm uma terceira nota, não são nem maiores nem menores, e podem ser tocados em qualquer posição, o que permite escrever riffs mais dinâmicos, melódicos e longos (RIBEIRO, 2021).

TABELA 10 – AFINAÇÕES DROP PARA O VIOLÃO OU GUITARRA

| “Nome” da afinação | Cordas | 1 ^a | 2 ^a | 3 ^a | 4 ^a | 5 ^a | 6 ^a |
|---------------------------|-----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| <i>drop B</i> | Nota musical | $Dó\#_4$ | $Lá\flat_3$ | Mi_3 | Si_2 | $Fá\#_2$ | Si_1 |
| | Frequência (Hz) | 277,18 | 207,65 | 164,81 | 123,47 | 92,50 | 61,74 |
| <i>drop C</i> | Nota musical | $Ré_4$ | $Lá_3$ | $Fá_3$ | $Dó_3$ | Sol_2 | $Dó_2$ |
| | Frequência (Hz) | 293,66 | 220,00 | 174,61 | 130,81 | 98,00 | 65,41 |
| <i>drop C#</i> | Nota musical | $Mi\flat_4$ | $Si\flat_3$ | $Fá\#_3$ | $Dó\#_3$ | $Lá\flat_2$ | $Dó\#_2$ |
| | Frequência (Hz) | 311,13 | 233,08 | 185,00 | 138,59 | 103,83 | 69,30 |
| <i>drop D</i> | Nota musical | Mi_4 | Si_3 | Sol_3 | $Ré_3$ | $Lá_2$ | $Ré_2$ |
| | Frequência (Hz) | 329,63 | 246,94 | 196,00 | 146,83 | 110,00 | 73,42 |
| <i>drop E^b</i> | Nota musical | $Fá_4$ | $Dó_4$ | $Lá\flat_3$ | $Mi\flat_3$ | $Si\flat_2$ | $Mi\flat_2$ |
| | Frequência (Hz) | 349,23 | 261,63 | 207,65 | 155,56 | 116,54 | 77,78 |
| <i>drop E</i> | Nota musical | $Fá\#_4$ | $Dó\#_4$ | $Lá_3$ | Mi_3 | Si_2 | Mi_2 |
| | Frequência (Hz) | 369,99 | 277,18 | 220,00 | 164,81 | 123,47 | 82,41 |

FONTE: Adaptada de Henrique (2002) e de Vasconcelos (2002)

Na afinação denominada *drop D*, a corda que na afinação convencional é afinada em Mi é rebaixada um tom, ficando afinada em Ré, assim, a nova afinação será: Ré, Lá, Ré, Sol, Si e Mi. Essa afinação *drop D* pode ser afinada em meio tom abaixo resultando na afinação *drop C#*. Por sua vez, a afinação *drop C#* pode ter uma redução em meio tom e resultar na afinação *drop C*. Essa linha de raciocínio de redução de meio tom ou acréscimo de meio tom pode se seguir resultando em todas as possíveis afinações dropadas apresentadas na Tabela 10.

Como já mencionado, o violão segue uma afinação denominada convencional ou padrão em Mi, estruturada em quartas justas e uma terça maior. Com os dados constituídos nas Tabelas de 3 a 9, observa-se que as escalas selecionadas para este

trabalho não seguem, em sua maioria este padrão de quartas justas e uma terça maior. Especificamente em relação a afinação padrão em Mi ou convencional, a mesma inicia-se com uma nota Mi, no entanto, poderíamos constituir outra afinação que tem seu início em outra nota musical, um Dó por exemplo, e manter o padrão de quartas justas e uma terça maior. Iniciando em Dó, a afinação seria de acordo com Vasconcelos (2002), Dó – Fá – Si \flat – Mi \flat – Sol – Dó. E assim teríamos uma afinação com dois tons abaixo da denominada convencional.

Nesta linha de pensamento é possível obter outras afinações além da afinação padrão em Mi ou convencional, mantendo a mesma perspectiva de quartas justas e uma terça maior. Tanto que alguns músicos utilizam afinações meio tom abaixo ou meio tom acima e desenvolvem músicas nessas afinações. Então, é plausível se estabelecer o seguinte questionamento: a afinação de instrumentos musicais de cordas não tem por estrutura um padrão único? Pode-se dizer que existe uma estrutura, no violão, por exemplo, é a de quartas justas e uma terça maior, mas isso não constitui um padrão único de afinação.

Nas Tabelas 3 a 10 foram consideradas algumas possibilidades de afinações para violão ou para a guitarra, bem como as notas musicais e as respectivas frequências dessas notas. Vale observar que o padrão de quartas justas e uma terça maior da afinação convencional não se aplica em nenhuma das afinações das citadas nas Tabelas 4 a 10. Na Tabela 11, consideramos apenas as afinações que seguem o mesmo padrão da afinação convencional. Todas as afinações seguem obrigatoriamente as possibilidades apontadas nas Tabelas 1 e 2.

TABELA 11 – AFINAÇÕES COM O MESMO PADRÃO DA AFINAÇÃO CONVENCIONAL DO VIOLÃO OU DA GUITARRA

(continua)

| “Nome” da afinação | Cordas | 1 ^a | 2 ^a | 3 ^a | 4 ^a | 5 ^a | 6 ^a |
|-----------------------------------|-----------------|------------------------|-------------------------|--|--|------------------------|------------------------|
| <i>Padrão em Si ou Standard B</i> | Nota musical | <i>Si</i> ₃ | <i>Fá#</i> ₃ | <i>Ré</i> ₃ | <i>Lá</i> ₂ | <i>Mi</i> ₂ | <i>Si</i> ₁ |
| | Frequência (Hz) | 246,94 | 185,00 | 146,83 | 110,00 | 82,41 | 61,74 |
| <i>Padrão em Dó ou Standard C</i> | Nota musical | <i>Dó</i> ₄ | <i>Sol</i> ₃ | <i>Mi\flat</i> ₃ | <i>Si\flat</i> ₂ | <i>Fá</i> ₂ | <i>Dó</i> ₂ |

| | | | | | | | |
|--|-----------------|------------------|------------------|---------------------|------------------|---------------------|------------------|
| | Frequência (Hz) | 261,63 | 196,00 | 155,56 | 116,54 | 87,31 | 65,41 |
| <i>Padrão em Dó# ou Standard C# ou Tony Iommi</i> | Nota musical | $D\acute{o}\#_4$ | $L\acute{a}b_3$ | Mi_3 | Si_2 | $F\acute{a}\#_2$ | $D\acute{o}\#_2$ |
| | Frequência (Hz) | 277,18 | 207,65 | 164,81 | 123,47 | 92,50 | 69,30 |
| <i>Padrão em Ré ou Standard D ou Um tom abaixo ou One tone down</i> | Nota musical | $R\acute{e}_4$ | $L\acute{a}_3$ | $F\acute{a}_3$ | $D\acute{o}_3$ | Sol_2 | $R\acute{e}_2$ |
| | Frequência (Hz) | 293,66 | 220,00 | 174,61 | 130,81 | 98,00 | 73,42 |
| <i>Padrão em Mi\flat ou Standard E\flat ou Mi\flat ou Meio tom abaixo</i> | Nota musical | $Mi\flat_3$ | $Si\flat_3$ | $F\acute{a}\#_3$ | $D\acute{o}\#_3$ | $L\acute{a}\flat_2$ | $Mi\flat_2$ |
| | Frequência (Hz) | 311,13 | 233,08 | 185,00 | 138,59 | 103,83 | 77,78 |
| <i>Padrão em Fá ou Standard F ou Meio tom acima</i> | Nota musical | $F\acute{a}_4$ | $D\acute{o}_4$ | $L\acute{a}\flat_3$ | $Mi\flat_3$ | $Si\flat_2$ | $F\acute{a}_2$ |
| | Frequência (Hz) | 349,23 | 261,63 | 207,65 | 155,56 | 116,54 | 87,31 |
| <i>Padrão em Fá# ou Standard F# ou Um tom acima</i> | Nota musical | $F\acute{a}\#_4$ | $D\acute{o}\#_4$ | $L\acute{a}_3$ | Mi_3 | Si_2 | $F\acute{a}\#_2$ |
| | Frequência (Hz) | 369,99 | 277,18 | 220,00 | 164,81 | 123,47 | 92,50 |

FONTE: Adaptada de Henrique (2002) e de Vasconcelos (2002).

A afinação em $Mi\flat$ é uma afinação na qual todas as cordas do violão ou guitarra são afinadas meio tom abaixo da afinação convencional. Isso significa que cada corda tem uma frequência mais grave em relação a afinação convencional. A afinação em $Mi\flat$ tem a seguinte sequência de notas: $Mi\flat$, $L\acute{a}\flat$, $R\acute{e}\flat$, $Sol\flat$, $Si\flat$ e novamente $Mi\flat$. Essa afinação é frequentemente utilizada em vários estilos musicais, especialmente no rock, metal e gêneros relacionados.

Ainda vale ressaltar que outras afinações podem existir dentro do mesmo padrão de quartas justas e uma terça maior. Na Tabela 11, apresentamos as possibilidades de afinação de um violão ou guitarra com esta estrutura de quartas justas e uma terça maior. As afinações propostas na Tabela 11 para o violão ou guitarra foram constituídas com o padrão de nota fundamental, de Si até $F\acute{a}\#$, e para cada nota, o padrão segue as quartas justas e uma terça maior, que são notas das escalas maiores representadas no Quadro 7. Todas essas afinações podem ser implementadas no violão ou na guitarra, e mesmo seguindo o padrão de quartas e uma terça caracterizam-se como afinações distintas. O que novamente vale a ressalva de que a afinação “padrão” não é de fato um padrão, mas

sim uma afinação convencional. Assim, pode-se defender que não existe um padrão definitivo para a afinação do instrumento e sim uma afinação convencional estabelecida por meios históricos, aspectos voltados para a tradição, ou ainda com possibilidades de ergonomia e tocabilidade do instrumento.

4.3 Harmonizando os dados, as hipóteses e os resultados

Os dados apresentados na seção 4.2 deste capítulo, vinculam-se estritamente a afinação dos instrumentos musicais de cordas. Os mesmos não se relacionam diretamente com a velocidade de propagação do som no ar e aparentemente se constituem dentro de perspectivas musicais, afastando-se da matemática e da física e mais ainda do ensino de física ou do ensino de matemática. As perspectivas desta tese tentam apontar para uma possibilidade de aproximação entre essas ideias.

4.3.1 O coeficiente harmônico da corda

Até este ponto, os dados apresentados indicam que as afinações dos instrumentos musicais de cordas podem ser afinados por meio de intervalos dentro da escala diatônica maior, com uma estrutura variável, com padrões de quartas justas, quartas justas e terças maiores, afinações em uníssono, ou ainda outras possibilidades, mas todas constituídas dentro da escala de igual temperamento e constituídas neste trabalho fundamentadas em função dos dados das Tabelas 1 e 2. A saber, os intervalos são “distâncias” entre as notas musicais de uma escala, e como referência, apresenta-se no Quadro 7, todas as escalas maiores.

O violão poderia ser afinado em intervalos apenas de quartas justas como indicado na Tabela 6 ou intervalos de terça maior como indicado na Tabela 5. De acordo com Vasconcelos (2002), o violão poderia ser afinado com outras perspectivas, e isso fica claro com as possibilidades de afinação apresentadas no corpo desta tese. A mesma perspectiva de afinação poderia ser aplicada ao violino, que por sua vez, poderia ser afinado com outra estrutura de intervalos, além da convencional afinação em quintas justas. Esta argumentação se justifica seguindo a mesma linha de pensamento constituída para o violão. Que plausivelmente poderia ser implementada em outros

instrumentos musicais de cordas, com considerações pontuais e específicas para cada instrumento.

É plausível afirmar que as afinações dos instrumentos musicais de cordas foram desenvolvidas levando em consideração fatores como a afinação de outros instrumentos, a ergonomia para se tocar o instrumento, intencionalidades dos músicos em relação ao timbre dos instrumentos, entre outras possíveis perspectivas. Para tanto, neste trabalho, se estabelecem dois postulados em relação a afinação dos instrumentos musicais de cordas:

Postulado I: A afinação dos instrumentos musicais de corda foi desenvolvida historicamente por meio de processos empíricos, criativos, culturais e com elementos de teoria musical.

A constituição deste primeiro postulado, propõe uma perspectiva que relaciona às afinações dos instrumentos de corda e o processo de construção das mesmas. Já o postulado a seguir, complementa esta perspectiva:

Postulado II: A proposta de um modelo físico e matemático para a afinação dos instrumentos musicais de corda não limita e nem invalida as diversas possibilidades musicais das afinações estabelecidas historicamente.

Estes postulados foram constituídos em meio à interpretação dos dados estabelecidos anteriormente na seção 4.2. Vale ressaltar que a refutação destes postulados não exclui por completo as possibilidades de hipóteses que serão estruturadas a seguir. No entanto, os mesmos constituem parte da hipótese aqui estabelecida, que por hora terá sua estrutura apresentada na sequência do texto.

As discussões aqui estabelecidas têm origem em uma ideia de uma atividade experimental. Atividade que teria por objetivo medir a velocidade do som no ar, a partir das ondas sonoras geradas em instrumentos musicais de cordas, especificamente o violão. Ou seja, seria possível determinar o valor da velocidade do som no ar utilizando instrumentos musicais de cordas? A ideia dessa atividade se sustenta na perspectiva de que a frequência gerada nas cordas no instrumento não se altera quando muda de meio material, no caso o ar, e que as notas musicais estabelecidas nas cordas dos

instrumentos de cordas são representadas por frequências. Nessa perspectiva se constituiu a hipótese apresentada na equação (24), na sequência.

Já na introdução foi enfatizado a intencionalidade de transformar a equação (1) em uma igualdade, e a perspectiva para o caminho escolhido, foi pela tomada de um coeficiente que faça esta função. Esta perspectiva tem origem em tantas outras relações na física que utilizam dos coeficientes para tornarem simples relações de proporcionalidade em equações matemáticas. Ou seja, na equação (1), postulamos que existe sim uma relação de proporcionalidade entre a velocidade de propagação da onda nas cordas dos instrumentos musicais e a velocidade de propagação do som no ar. Assim como é plausível que exista algum número, que torne esta relação de proporcionalidade estabelecida na equação (1) em uma relação de igualdade. Este valor não necessariamente precisa ser uma constante, pode sim ser um coeficiente que varia em função do meio material. Para tanto, consideramos a seguinte equação para investigação:

$$v_{corda} = H \cdot v_{som} \quad (24)$$

Na equação (24), relaciona-se a velocidade de propagação do som no ar com a velocidade de propagação da onda em uma corda tensionada. E esta velocidade de propagação em uma corda tensionada pode ser descrita pela equação (11), para qualquer padrão de ressonância ou harmônicos. Já para a situação do primeiro padrão de ressonância, ou primeiro harmônico ou harmônico fundamental, a equação (11) pode ser escrita da seguinte maneira:

$$v_{corda} = 2 \cdot L_{nota} \cdot f_{nota} \quad (25)$$

Na equação (25), L_{nota} representa-se o comprimento da corda tensionada, ou seja, o comprimento da corda em que a onda pode vibrar. Este valor pode variar de um valor maior do que zero até o comprimento máximo da corda tensionada presa entre duas extremidades; este L_{nota} representa o comprimento vibrante da corda, que varia em função da nota musical tocada pelo músico.

Vale ressaltar que na equação (24), o termo v_{corda} representa a velocidade de propagação da onda na corda tensionada de um instrumento musical de cordas, bem como o termo v_{som} representa a velocidade de propagação do som no ar, e o H foi definido nesta tese, como o coeficiente harmônico da corda. O coeficiente harmônico aqui é tratado como uma definição, no entanto, naturalmente o mesmo compõe a hipótese da tese. Reescrevendo a equação (24), isolamos o coeficiente harmônico da corda em função da velocidade de propagação do som no ar e da velocidade de propagação da onda na corda, assim:

$$H = \frac{v_{corda}}{v_{som}} \quad (26)$$

Assim, substituindo a equação (25) na equação (24), temos a seguinte relação:

$$H = \frac{2 \cdot L_{nota} \cdot f_{nota}}{v_{som}} \quad (27)$$

Na equação (26), o coeficiente harmônico da corda depende da velocidade de propagação do som no ar e da velocidade de propagação da onda na corda do instrumento. Quando se considera o comprimento total da corda tensionada, ou seja,

$$L_{nota} = L_{máximo}, \text{ tem-se que a } f_{nota} = f_{corda}.$$

Particularmente, considerando a equação (23) e uma temperatura do ar de 15°C, temos que a velocidade de propagação do som no ar vale aproximadamente 341,16 m/s. Este valor para a velocidade de propagação do som no ar será adotado como referência ao longo da tese, servindo como padrão para as comparações estabelecidas na sequência. Neste ponto da tese, esse valor para a velocidade de propagação do som no ar foi escolhido como referência, de modo a possibilitar a realização de comparações para o coeficiente harmônico da corda, que será determinado por dois caminhos distintos.

Considerando a equação (11) para o caso do harmônico fundamental, o comprimento máximo da vibrante da corda ($L_{máximo}$) com aproximadamente 0,65 m e ainda a

afinação convencional ou padrão em Mi, com os dados apresentados na Tabela 3 para o violão ou guitarra, podemos determinar o valor do coeficiente harmônico da corda para cada uma das cordas destes instrumentos. Estes valores são apresentados na Tabela 12 a seguir:

TABELA 12 – COEFICIENTE HARMÔNICO DA CORDA PARA CADA CORDA DO VIOLÃO OU GUITARRA NA AFINAÇÃO CONVENCIONAL OU PADRÃO EM MI

| Cordas | Afinação convencional ou padrão em Mi | Frequência das cordas (Hz) | comprimento vibrante máximo da corda (m) | velocidade da onda na corda (m/s) | velocidade do som no ar (m/s) | coeficiente harmônico da corda equação (26) |
|----------------|---------------------------------------|----------------------------|--|-----------------------------------|-------------------------------|---|
| 6 ^a | Mi | 82,41 | 0,65 | 107,13 | 341,16 | 0,31 |
| 5 ^a | Lá | 110 | 0,65 | 143 | 341,16 | 0,42 |
| 4 ^a | Ré | 146,83 | 0,65 | 190,88 | 341,16 | 0,56 |
| 3 ^a | Sol | 196 | 0,65 | 254,8 | 341,16 | 0,75 |
| 2 ^a | Si | 246,94 | 0,65 | 321,02 | 341,16 | 0,94 |
| 1 ^a | Mi | 329,63 | 0,65 | 428,52 | 341,16 | 1,26 |

FONTE: O autor (2024).

Os dados apresentados na Tabela 12, indicam que o coeficiente harmônico da corda (H), varia na medida em que mudamos de corda. Além disso, se alterarmos a afinação do instrumento, alterando assim as frequências de afinação das cordas, altera-se também o valor do coeficiente harmônico da corda de cada uma das cordas. Assim, a proposta do coeficiente harmônico da corda estabelecido exclusivamente em função da velocidade de propagação do som no ar e da velocidade de propagação da onda na corda, de acordo com a equação (26), não apresenta nenhum resultado pertinente. No entanto, se definirmos o mesmo coeficiente de tal maneira que o mesmo não dependa da velocidade de propagação do som no ar, podemos fazer uma comparação com a equação (26).

De acordo com a equação (26), e com os dados apresentados na Tabela 12, percebe-se que o coeficiente harmônico da corda não tem unidade de medida, ou seja, ele é adimensional. A equação (26) conjectura que este coeficiente se vincula com a

velocidade de propagação do som no ar e com a velocidade de propagação da onda na corda. Entre a velocidade de propagação do som no ar e a velocidade de propagação da onda na corda, o fator que não se altera é a frequência de oscilação destas ondas. Assim, a hipótese levantada nesta tese, aponta para um coeficiente que se relacione exclusivamente com a frequência de propagação da onda na corda, que trata da mesma frequência de propagação da onda sonora gerada. No entanto, esta frequência de propagação da onda na corda se altera à medida que notas musicais diferentes são tocadas, ou ainda, à medida que se altere o comprimento vibrante da corda. A partir, destas perspectivas, propõe-se que o coeficiente harmônico da corda possa ser determinado a partir da seguinte equação:

$$H = \frac{f_{corda}}{f_{média}} \quad (28)$$

A equação (28), caracteriza uma hipótese a ser testada, pois trata do mesmo coeficiente determinado por outros valores, e essencialmente não considerando o valor da velocidade de propagação no ar. Nesta equação (28), o termo f_{corda} representa à frequência de afinação da corda. Por exemplo, para a 5ª corda de um violão, que tradicionalmente é afinada em $Lá_2$, o valor da f_{corda} seria de 110 hertz, considerando os dados da Tabela 3.

Antecipando um resultado obtido com esta tese, o coeficiente que denominamos como coeficiente harmônico da corda, é um valor específico de cada corda de cada instrumento musical de cordas, por exemplo, um violão, com seis cordas, possui seis coeficientes harmônicos distintos. Se diferentes cordas de um instrumento tivessem a mesma frequência, o valor de H para estas cordas seria o mesmo. Este resultado já estava presente, embora de maneira inconclusiva, na Tabela 12. Por ora se conjectura que cada corda de um instrumento musical de cordas terá uma f_{corda} relacionada a um coeficiente harmônico da corda, independente do número de cordas que o instrumento musical possua.

Por sua vez, a f_{nota} depende do comprimento de vibração da corda, representado por L_{nota} . No entanto, como já citado, quando $L_{nota} = L_{máximo}$, temos que $f_{nota} = f_{corda}$.

Em outras palavras, a f_{nota} representa uma nota musical dentro do campo harmônico que foi calculado a média das frequências, e especificamente da corda com o coeficiente harmônico correspondente. Especificamente esta f_{nota} pode também representar uma nota de uma corda específica, ou seja, a frequência de afinação estabelecida para aquela corda. Na conjectura deste trabalho, o coeficiente harmônico da corda vincula-se com a frequência de afinação da corda. Assim, se a frequência de afinação das cordas for alterada, também altera-se o coeficiente harmônico da corda.

Ainda considerando a equação (28), o termo $f_{média}$ caracteriza a média aritmética¹¹ das frequências do campo harmônico de uma oitava para cada uma das cordas do instrumento de cordas. Uma oitava dentro da escala de igual temperamento, ou seja, da nota Dó até a nota Si, por exemplo. A $f_{média}$ representa uma média aritmética entre 12 frequências, que por sua vez, representam notas musicais na escala temperada.

Comparando a equação (28) com a equação (27), temos a seguinte relação:

$$2 \cdot L_{nota} \cdot f_{nota} = \frac{f_{corda}}{f_{média}} \cdot v_{som} \quad (29)$$

Quando $L_{nota} = L_{máximo}$, temos que $f_{nota} = f_{corda}$, logo:

$$f_{média} = \frac{v_{som}}{2 \cdot L_{máximo}} \quad (30)$$

Vale ressaltar que a equação (30) estabelece um vínculo entre a velocidade de propagação do som no ar e as notas musicais de um instrumento musical de cordas, uma vez que as notas musicais são definidas a partir de frequências específicas, apresentadas no Quadro 5. E o cerne da tese apresentada neste texto se constitui a partir desta

¹¹ As frequências seguem uma progressão geométrica quando se analisa apenas uma corda. No entanto, ao analisarmos todas as cordas em conjunto, alguns valores se repetem, não formando um conjunto que segue uma progressão geométrica. Por esse motivo, optou-se pela média aritmética e não pela média geométrica.

equação e do valor da velocidade de propagação do som no ar. Agora é pertinente uma discussão em torno desta $f_{m\u00e9dia}$.

4.3.2 A frequ\u00eancia m\u00e9dia em uma oitava

A frequ\u00eancia m\u00e9dia apresentada em parte na equa\u00e7\u00e3o (30) pode ser encontrada por outro caminho, e \u00e9 este caminho que ser\u00e1 apresentado na sequ\u00eancia. Primeiro a discuss\u00e3o estar\u00e1 concentrada em um instrumento musical gen\u00e9rico, com apenas uma corda, e depois se estende a ideia para um instrumento com y cordas. Vale ressaltar que a estrutura proposta a seguir se constitui na concep\u00e7\u00e3o de escala temperada.

Para um instrumento musical de uma corda, tamb\u00e9m conhecido como monoc\u00f3rdio, considera-se primeiramente a ideia de que este instrumento tem uma afina\u00e7\u00e3o, ou seja, uma frequ\u00eancia que a “corda solta” do mesmo quando tocada emite uma determinada nota musical. A express\u00e3o “corda solta” caracteriza a frequ\u00eancia de afina\u00e7\u00e3o da corda para um comprimento $L_{m\u00e1ximo}$ no instrumento musical de cordas.

Esta frequ\u00eancia da “corda solta” ser\u00e1 referenciada como f_{corda} , e a pr\u00f3xima nota musical encontrada neste instrumento \u00e9 um m\u00faltiplo desta frequ\u00eancia f_{corda} , e assim sucessivamente, como estabelecido pela equa\u00e7\u00e3o (12). Especificamente no Quadro 8 a seguir, representamos a f_{corda} por f_0 , e definimos que ao longo do texto consideramos a mesma notaa\u00e7\u00e3o.

QUADRO 8 – FREQU\u00caNCIAS DE UM MONOC\u00d3RDIO

| Frequ\u00eancias de um monoc\u00f3rdio na escala temperada para uma oitava (Frequ\u00eancias das Notas Musicais) | | | | | | | | | | | |
|---|---------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|--------------------|--------------------|
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| f_0 | $i \cdot f_0$ | $i^2 \cdot f_0$ | $i^3 \cdot f_0$ | $i^4 \cdot f_0$ | $i^5 \cdot f_0$ | $i^6 \cdot f_0$ | $i^7 \cdot f_0$ | $i^8 \cdot f_0$ | $i^9 \cdot f_0$ | $i^{10} \cdot f_0$ | $i^{11} \cdot f_0$ |

FONTE: Adaptada de Henrique (2002).

Em termos de notas musicais podemos representar o Quadro 8, em todas as suas possibilidades dentro do sistema de igual temperamento e da escala cromática, da seguinte maneira:

QUADRO 8 – NOTAS MUSICAIS DE UM MONOCÓRDIO

| Possibilidades de Notas Musicais de um monocórdio na escala temperada para uma oitava | | | | | | | | | | | |
|---|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| Dó | Dó# | Ré | Ré# | Mi | Fá | Fá# | Sol | Sol# | Lá | Lá# | Si |
| Dó# | Ré | Ré# | Mi | Fá | Fá# | Sol | Sol# | Lá | Lá# | Si | Dó |
| Ré | Ré# | Mi | Fá | Fá# | Sol | Sol# | Lá | Lá# | Si | Dó | Dó# |
| Ré# | Mi | Fá | Fá# | Sol | Sol# | Lá | Lá# | Si | Dó | Dó# | Ré |
| Mi | Fá | Fá# | Sol | Sol# | Lá | Lá# | Si | Dó | Dó# | Ré | Ré# |
| Fá | Fá# | Sol | Sol# | Lá | Lá# | Si | Dó | Dó# | Ré | Ré# | Mi |
| Fá# | Sol | Sol# | Lá | Lá# | Si | Dó | Dó# | Ré | Ré# | Mi | Fá |
| Sol | Sol# | Lá | Lá# | Si | Dó | Dó# | Ré | Ré# | Mi | Fá | Fá# |
| Sol# | Lá | Lá# | Si | Dó | Dó# | Ré | Ré# | Mi | Fá | Fá# | Sol |
| Lá | Lá# | Si | Dó | Dó# | Ré | Ré# | Mi | Fá | Fá# | Sol | Sol# |
| Lá# | Si | Dó | Dó# | Ré | Ré# | Mi | Fá | Fá# | Sol | Sol# | Lá |
| Si | Dó | Dó# | Ré | Ré# | Mi | Fá | Fá# | Sol | Sol# | Lá | Lá# |

FONTE: Adaptada de Henrique (2002).

Nota-se que no Quadro 8, a nota da “corda solta” do monocórdio, representado na primeira coluna do referido quadro, pode ter até 12 notas distintas. Ainda de acordo com o Quadro 5, cada nota pode ter uma série de frequências distintas, que indicam a altura do som. Ou seja, em relação aos dois quadros citados, a corda deste instrumento pode ter até 108 frequências distintas, e ainda representar uma nota musical dentro da escala temperada. As afinações dos instrumentos musicais de cordas se constituem dentro das notas propostas no Quadro 8.

De acordo com Goto (2009, p.4), “na prática a teoria musical utiliza as qualidades sonoras da escala de entonação justa inserida, de forma aproximada, na escala equitemperada”. Isto tem uma implicação pertinente no texto desta tese, pois tratamos das afinações do violão ou da guitarra com quartas justas, terças maiores, quintas justas. No entanto, as frequências destas notas fazem parte da escala temperada e não de uma escala de entonação justa. Mas como enfatizado por Goto (2009), esta perspectiva faz uso da praticidade da escala temperada nas mudanças de tonalidades de trechos musicais ou nas transposições, mantendo a estrutura musical de uma escala natural.

As frequências apresentadas no Quadro 8, representam uma oitava, pois a $f_{média}$ proposta e representada na equação (30) também foi definida assim nesta tese.

Nesta perspectiva, a $f_{média}$ pode ser determinada assim:

$$f_{média} = \frac{f_0 \cdot (i^0 + i^1 + i^2 + i^3 + i^4 + i^5 + i^6 + i^7 + i^8 + i^9 + i^{10} + i^{11})}{12} \quad (31)$$

O intervalo, aqui representado por i tem o seguinte valor $i = 2^{\frac{1}{12}}$. A equação (31), pode ser escrita assim:

$$f_{média} = \frac{f_{corda} \cdot \left(\sum_{n=0}^{11} i^n \right)}{12} \quad \text{com } n \in \mathbb{N} \quad (32)$$

Vale ressaltar que se reescrevermos a equação (32), obtemos um valor constante, independente da afinação do monocórdio.

$$\frac{f_{corda}}{f_{média}} = \frac{12}{\left(\sum_{n=0}^{11} i^n \right)} \quad \text{com } n \in \mathbb{N} \quad (33)$$

Ou ainda:

$$\frac{f_{\text{corda}}}{f_{\text{média}}} = \text{constante} \quad (34)$$

Vamos denominar esta constante por κ (Kappa), definida como constante harmônica da corda. Esta constante é expressa pela razão entre a f_{corda} , que trata da frequência de afinação da corda, pela $f_{\text{média}}$, que por sua vez, trata da média aritmética entre as frequências da corda para uma oitava completa sem a nota fundamental oitavada. Especificamente para o monocórdio a constante harmônica da corda é igual ao coeficiente harmônico da corda, apresentado nas equações (28) e (34). Assim:

$$\kappa = \frac{f_{\text{corda}}}{f_{\text{média}}} \quad (35)$$

A equação (28) apresenta o coeficiente harmônico da corda, no entanto, com o desenvolvimento das ideias da tese, percebeu-se que o mesmo na verdade se tratava de um valor constante, definido na equação (35) e denominado como constante harmônica da corda. Já a Tabela 13 a seguir exemplifica o resultado da equação (34).

TABELA 13 – CONSTANTE HARMÔNICA DA CORDA PARA CADA CORDA EM UM VIOLÃO OU GUITARRA NA AFINAÇÃO CONVENCIONAL OU PADRÃO EM MI

| Corda | f_0 (Hz) | f_1 (Hz) | f_2 (Hz) | f_3 (Hz) | f_4 (Hz) | f_5 (Hz) | f_6 (Hz) | f_7 (Hz) | f_8 (Hz) | f_9 (Hz) | f_{10} (Hz) | f_{11} (Hz) | $f_{\text{média}}$ (Hz) | $\frac{f_{\text{corda}}}{f_{\text{média}}}$ |
|----------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|------------------|------------------|----------------------------|---|
| 6 ^a | 82,41 | 87,3 | 92,5 | 98 | 103,8 | 110 | 116,5 | 123,5 | 130,8 | 138,6 | 146,8 | 155,6 | 115,5 | 0,714 |
| 5 ^a | 110 | 116,5 | 123,5 | 130,8 | 138,6 | 146,8 | 155,6 | 164,8 | 174,6 | 185 | 196 | 207,6 | 154,2 | 0,714 |
| 4 ^a | 146,8 | 155,6 | 164,8 | 174,6 | 185 | 196 | 207,6 | 220 | 233,1 | 246,9 | 261,6 | 277,2 | 205,8 | 0,714 |
| 3 ^a | 196 | 207,6 | 220 | 233,1 | 246,9 | 261,6 | 277,2 | 293,7 | 311,1 | 329,6 | 349,2 | 370 | 274,7 | 0,714 |
| 2 ^a | 246,9 | 261,6 | 277,2 | 293,7 | 311,1 | 329,6 | 349,2 | 370 | 392 | 415,3 | 440 | 466,2 | 346,1 | 0,714 |
| 1 ^a | 329,6 | 349,2 | 370 | 392 | 415,3 | 440 | 466,2 | 493,9 | 523,2 | 554,4 | 587,3 | 622,2 | 462 | 0,714 |

FONTE: O autor (2024).

Vale observar que os valores apresentados na Tabela 13 são arredondados, sem nenhuma consideração em relação ao rigor de incertezas nos valores.

Comparando as equações (30) e (36), temos que:

$$\frac{v_{\text{som}}}{2 \cdot L_{\text{máximo}}} = \frac{f_{\text{corda}} \cdot \left(\sum_{n=0}^{11} i^n \right)}{12} \quad \text{com } n \in \mathbb{N} \quad (36)$$

Tratando de um instrumento de apenas uma corda, o monocórdio, a equação (36) indica uma possibilidade para determinarmos o valor da frequência que o instrumento deve ser afinado em função do comprimento máximo de vibração dessa corda e da velocidade de propagação do som no ar.

A mesma análise estabelecida para o monocórdio pode ser estendida para um instrumento musical com y cordas. Para tanto, a equação (32), se estabelece da seguinte maneira:

$$f_{\text{Média}} = \frac{(f_{\text{corda}_1} + f_{\text{corda}_2} + \dots + f_{\text{corda}_y}) \cdot \left(\sum_{n=0}^{11} i^n \right)}{12 \cdot y} \quad \text{com } n, y \in \mathbb{N} \quad (37)$$

Na equação (37), também é encontrado um valor constante, este variando de instrumento para instrumento musical de cordas. Aqui também independente da afinação do instrumento:

$$\frac{(f_{\text{corda}_1} + f_{\text{corda}_2} + \dots + f_{\text{corda}_y})}{f_{\text{Média}}} = \text{constante} \quad (38)$$

A $f_{\text{Média}}$ representada nas equações (37) e (38) trata da média aritmética de todas as frequências do instrumento musical para uma oitava em cada corda do instrumento. Vale ressaltar que nestas frequências em que se calcula a média aritmética, se

estabelece que o $Lá_4$ de 440 hertz faça parte deste conjunto de notas musicais. A equação (38) pode ser escrita utilizando a constante harmônica da corda (κ):

$$\frac{(f_{corda_1} + f_{corda_2} + \dots + f_{corda_y})}{f_{Média}} = y \cdot \kappa \quad \text{com } y \in \mathbb{N} \quad (39)$$

A Tabela 1, apresenta a validação da equação (39) em função dos dados específicos para o violão ou guitarra.

TABELA 14 – CONSTANTE HARMÔNICA DA CORDA EM UM VIOLÃO OU GUITARRA

| Corda | Nota | f_{corda} (Hz) | $f_{média}$ (Hz) | $\frac{f_{corda}}{f_{média}} = \kappa$ | $f_{Média}$ (Hz) | $\frac{(f_{corda_1} + f_{corda_2} + \dots + f_{corda_y})}{f_{Média}}$ | $y \cdot \kappa$ |
|-------|------|---------------------|---------------------|--|---------------------|---|------------------|
| 6ª | Mi | 82,41 | 115,49 | 0,71 | | | |
| 5ª | Lá | 110 | 154,16 | 0,71 | | | |
| 4ª | Ré | 146,83 | 205,77 | 0,71 | | | |
| 3ª | Sol | 196 | 274,68 | 0,71 | 259,69 | 4,28 | 4,28 |
| 2ª | Si | 246,94 | 346,07 | 0,71 | | | |
| 1ª | Mi | 329,63 | 462 | 0,71 | | | |

FONTE: O autor (2024).

Neste ponto se faz necessária uma generalização do coeficiente harmônico da corda (H), proposto a priori na equação (28):

$$H = \frac{f_{corda}}{f_{Média}} \quad (40)$$

E a partir da equação (40) indica uma distinção entre a análise de um monocórdio e um instrumento com y cordas. Vale observar que o coeficiente harmônico da corda não

equivale à constante harmônica da corda quando não tratamos exclusivamente do monocórdio, ou seja, de um instrumento com y cordas.

A somatória $(\sum_{n=1}^y f_{corda_n}) = f_{corda_1} + f_{corda_2} + \dots + f_{corda_y}$ representa a soma das frequências das “cordas soltas” de um instrumento de y cordas. Para um instrumento de apenas uma corda este valor foi representado por f_0 ou apenas f_{corda} .

De acordo com a equação (40) o coeficiente harmônico da corda é expresso pela razão da f_{corda} pela $f_{Média}$ quando não estamos tratando do monocórdio. Comparando a relação proposta na equação (40) com a equação (37), obtemos a seguinte relação:

$$H = \frac{f_{corda}}{(f_{corda_1} + f_{corda_2} + \dots + f_{corda_y}) \cdot \sum_{n=0}^{11} i^n} \quad \text{com } n, y \in \mathbb{N} \quad (41)$$

$12 \cdot y$

Podemos ainda, reescrever a equação (41), assim:

$$(f_{corda_1} + f_{corda_2} + \dots + f_{corda_y}) = \frac{12 \cdot y \cdot f_{corda}}{H \cdot \sum_{n=0}^{11} i^n} \quad \text{com } n, y \in \mathbb{N} \quad (42)$$

Ou ainda:

$$H = \frac{12 \cdot y \cdot f_{corda}}{(f_{corda_1} + f_{corda_2} + \dots + f_{corda_y}) \cdot \sum_{n=0}^{11} i^n} \quad \text{com } n, y \in \mathbb{N} \quad (43)$$

Agora, considerando a hipótese expressa na equação (26) bem como a equação (40), para um $L_{máximo}$, obtemos:

$$f_{corda_1} + f_{corda_2} + \dots + f_{corda_y} = \frac{6 \cdot y \cdot v_{som}}{L_{m\u00e1ximo} \cdot \sum_{n=0}^{11} i^n} \quad \text{com } n, y \in \mathbb{N} \quad (44)$$

Que implica que a soma das frequ\u00eancias das “cordas soltas” em um instrumento de cordas, depende do n\u00famero de cordas y , da velocidade de propaga\u00e7\u00e3o do som no ar v_{som} , do comprimento m\u00e1ximo da corda tensionada $L_{m\u00e1ximo}$, e de um valor constante vinculado ao intervalo da escala temperada, denominada aqui neste texto como constante harm\u00f4nica da corda. A constante κ , se apresenta nas rela\u00e7\u00f5es entre as equa\u00e7\u00f5es (30) e (37), que por sua vez implica a seguinte rela\u00e7\u00e3o, que \u00e9 uma reescrita da equa\u00e7\u00e3o (42):

$$f_{corda_1} + f_{corda_2} + \dots + f_{corda_y} = \frac{\kappa \cdot y \cdot v_{som}}{2 \cdot L_{m\u00e1ximo}} \quad \text{com } n, y \in \mathbb{N} \quad (45)$$

A equa\u00e7\u00e3o (45) indica que a soma das frequ\u00eancias de um instrumento de cordas pode ser vinculada \u00e0 constante harm\u00f4nica da corda κ , \u00e0 velocidade de propaga\u00e7\u00e3o do som no ar v_{som} , ao comprimento padr\u00e3o da escala $L_{m\u00e1ximo}$ ou comprimento m\u00e1ximo da corda tensionada ou comprimento da corda vibrante, e ao n\u00famero de cordas do instrumento y .

Vale ressaltar que este processo foi estabelecido para o 1\u00b0 harm\u00f4nico ou harm\u00f4nico fundamental, mas pode ser estendido para um n\u00famero qualquer de harm\u00f4nicos, e esta extens\u00e3o n\u00e3o foi abordada nesta tese. Outra adapta\u00e7\u00e3o relativamente simples para equa\u00e7\u00e3o (45) seria o caso de um instrumento onde o L fosse vari\u00e1vel no mesmo instrumento, ou seja, um instrumento como a harpa por exemplo. Sem preju\u00edzos para o escopo deste trabalho, ambas as situa\u00e7\u00f5es n\u00e3o s\u00e3o analisadas aqui e podem ser exploradas em estudos futuros.

4.3.3 O coeficiente harmônico da corda em um violão ou guitarra

O coeficiente harmônico da corda, se estabelece a partir da equação (28) e foi generalizado a partir da equação (40), e a Tabela 12, apresenta os valores para este coeficiente de cada corda do violão levando em consideração a afinação convencional ou padrão em Mi do instrumento, afinação esta representada na Tabela 3. Vale ainda ressaltar que o coeficiente harmônico da corda depende da escala cromática de cada corda que compõe o instrumento de cordas. Como exemplo, apresentam-se as notas musicais que constituem esta escala cromática para um violão ou guitarra e suas respectivas frequências. Estes dados estão expressos na Tabela 15, a seguir:

TABELA 15 – NOTAS MUSICAIS E FREQUÊNCIAS DA ESCALA CROMÁTICA DO VIOLÃO OU DA GUITARRA QUE INCLUI O LÁ DE 440 HERTZ NA AFINAÇÃO PADRÃO

| Corda 1 | | Corda 2 | | Corda 3 | | Corda 4 | | Corda 5 | | Corda 6 | |
|---------|----------|---------|----------|---------|----------|---------|----------|---------|----------|---------|----------|
| Nota | <i>f</i> | Nota | <i>f</i> | Nota | <i>f</i> | Nota | <i>f</i> | Nota | <i>f</i> | Nota | <i>f</i> |
| Mi | 329,63 | Si | 246,94 | Sol | 196,00 | Ré | 146,83 | Lá | 110,00 | Mi | 82,41 |
| Fá | 349,23 | Dó | 261,63 | Sol# | 207,65 | Ré# | 155,56 | Lá# | 116,54 | Fá | 87,31 |
| Fá# | 369,99 | Dó# | 277,18 | Lá | 220,00 | Mi | 164,81 | Si | 123,47 | Fá# | 92,50 |
| Sol | 392,00 | Ré | 293,66 | Lá# | 233,08 | Fá | 174,61 | Dó | 130,81 | Sol | 98,00 |
| Sol# | 415,30 | Ré# | 311,13 | Si | 246,94 | Fá# | 185,00 | Dó# | 138,59 | Sol# | 103,83 |
| Lá | 440,00 | Mi | 329,63 | Dó | 261,63 | Sol | 196,00 | Ré | 146,83 | Lá | 110,00 |
| Lá# | 466,16 | Fá | 349,23 | Dó# | 277,18 | Sol# | 207,65 | Ré# | 155,56 | Lá# | 116,54 |
| Si | 493,88 | Fá# | 369,99 | Ré | 293,66 | Lá | 220 | Mi | 164,81 | Si | 123,47 |
| Dó | 523,25 | Sol | 392,00 | Ré# | 311,13 | Lá# | 233,08 | Fá | 174,61 | Dó | 130,81 |
| Dó# | 554,37 | Sol# | 415,30 | Mi | 329,63 | Si | 246,94 | Fá# | 185 | Dó# | 138,59 |
| Ré | 587,33 | Lá | 440,00 | Fá | 349,23 | Dó | 261,63 | Sol | 196 | Ré | 146,83 |
| Ré# | 622,25 | Lá# | 466,16 | Fá# | 369,99 | Dó# | 277,18 | Sol# | 207,65 | Ré# | 155,56 |

FONTE: Adaptada de Henrique (2002).

Os dados apresentados são valores aproximados, pois a perspectiva de constituição teórica da tese é analítica e os valores apresentados evidenciam esta perspectiva analítica. Vale ressaltar que as frequências, representadas na Tabela 14 pela f , estão apresentadas em hertz. A média aritmética aproximada das frequências apresentadas na Tabela 15 é 259,69 hertz.

4.3.4 Afinação do violão e/ou guitarra e a velocidade do som

Em meio aos dados constituídos nesta tese, temos as Tabelas 3 a 11, que apresentam as possíveis frequências de afinação de um violão ou de uma guitarra. É evidente que existem outras afinações com notas musicais diferentes das indicadas nas referidas tabelas; todavia, para análise e compreensão do escopo deste trabalho, as 45 afinações apresentadas já indicam à perspectiva defendida nesta tese. Na Tabela 16, apresenta-se um comparativo do valor do coeficiente harmônico da corda, calculado por meio das equações (26) e (40).

TABELA 16 – COMPARAÇÃO DO COEFICIENTE HARMÔNICO DA CORDA PARA A AFINAÇÃO CONVENCIONAL OU PADRÃO EM MI DO VIOLÃO OU DA GUITARRA

| Corda | Nota | f_{corda} (Hz) | $K = \frac{f_{corda}}{f_{média}}$ Equação (35) | $f_{Média}$ (Hz) | $\sum f_{corda}$ (Hz) | $H = \frac{f_{corda}}{f_{Média}}$ Equação (40) | $H = \frac{v_{corda}}{v_{som}}$ Equação (26) | Erro percentual do H |
|----------------|------|---------------------|---|---------------------|--------------------------|---|---|----------------------|
| 6 ^a | Mi | 82,41 | 0,714 | 259,69 | 1111,82 | 0,32 | 0,31 | 1,04 |
| 5 ^a | Lá | 110 | 0,714 | 259,69 | 1111,82 | 0,42 | 0,42 | 1,04 |
| 4 ^a | Ré | 146,83 | 0,714 | 259,69 | 1111,82 | 0,57 | 0,56 | 1,04 |
| 3 ^a | Sol | 196 | 0,714 | 259,69 | 1111,82 | 0,76 | 0,75 | 1,04 |
| 2 ^a | Si | 246,94 | 0,714 | 259,69 | 1111,82 | 0,95 | 0,94 | 1,04 |
| 1 ^a | Mi | 329,63 | 0,714 | 259,69 | 1111,82 | 1,27 | 1,25 | 1,04 |

FONTE: O autor (2024).

O denominado “erro percentual do H” foi calculado levando em consideração a seguinte equação:

$$\text{erro percentual do } H = \left| \frac{\frac{v_{\text{corda}}}{f_{\text{corda}}}}{\frac{v_{\text{som}}}{f_{\text{Média}}}} \right| \cdot 100 \quad (46)$$

De acordo com os dados apresentados na Tabela 16, percebe-se que o erro percentual do H não se altera, independentemente da corda. Ele é alterado em função da afinação adotada.

A tabela a seguir apresenta os valores do coeficiente harmônico da corda para as afinações que seguem o e mesmo padrão da afinação convencional, ou seja, as afinações que estão representadas nas Tabelas 3 e 10:

TABELA 17 – COEFICIENTE HARMÔNICO DA CORDA PARA AS AFINAÇÕES COM O MESMO PADRÃO DA AFINAÇÃO CONVENCIONAL DO VIOLÃO OU DA GUITARRA

(continua)

| “Nome” da afinação | Cordas | 1 ^a | 2 ^a | 3 ^a | 4 ^a | 5 ^a | 6 ^a |
|--|--------------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| | Nota musical | <i>Si</i> ₃ | <i>Fá</i> _{#3} | <i>Ré</i> ₃ | <i>Lá</i> ₂ | <i>Mi</i> ₂ | <i>Si</i> ₁ |
| Padrão em Si ou <i>Standard B</i> | Frequência (Hz) | 246,94 | 185 | 146,83 | 110 | 82,41 | 61,74 |
| | Coeficiente harmônico da corda | 1,27 | 0,95 | 0,76 | 0,57 | 0,42 | 0,32 |
| | Nota musical | <i>Dó</i> ₄ | <i>Sol</i> ₃ | <i>Mi</i> _{b3} | <i>Si</i> _{b2} | <i>Fá</i> ₂ | <i>Dó</i> ₂ |
| Padrão em <i>Dó</i> ou <i>Standard C</i> | Frequência (Hz) | 261,63 | 196,00 | 155,56 | 116,54 | 87,31 | 65,41 |
| | Coeficiente harmônico da corda | 1,27 | 0,95 | 0,76 | 0,57 | 0,42 | 0,32 |
| | Nota musical | <i>Dó</i> _{#4} | <i>Lá</i> _{b3} | <i>Mi</i> ₃ | <i>Si</i> ₂ | <i>Fá</i> _{#2} | <i>Dó</i> _{#2} |
| Padrão em <i>Dó</i> _# ou <i>Standard C#</i> ou Tony Iommi | Frequência (Hz) | 277,18 | 207,65 | 164,81 | 123,47 | 92,50 | 69,30 |
| | Coeficiente harmônico da corda | 1,27 | 0,95 | 0,76 | 0,57 | 0,42 | 0,32 |
| Padrão em D ou | Nota musical | <i>Ré</i> ₄ | <i>Lá</i> ₃ | <i>Fá</i> ₃ | <i>Dó</i> ₃ | <i>Sol</i> ₂ | <i>Ré</i> ₂ |

| | | | | | | | |
|---|------------------------------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| <i>Standard D</i> ou Um tom abaixo ou <i>One tone</i> <i>down</i> | Frequência (Hz) | 293,66 | 220,00 | 174,61 | 130,81 | 98,00 | 73,42 |
| | Coefficiente harmônico da corda | 1,27 | 0,95 | 0,76 | 0,57 | 0,42 | 0,32 |
| | Nota musical | Mi_{b_3} | Si_{b_3} | $Fá\#_3$ | $Dó\#_3$ | $Lá_{b_2}$ | Mi_{b_2} |
| Padrão em Mi_{b_3} ou <i>Standard E_b</i> ou Mi_{b_3} ou Meio tom abaixo | Frequência (Hz) | 311,13 | 233,08 | 185,00 | 138,59 | 103,83 | 77,78 |
| | Coefficiente harmônico da corda | 1,27 | 0,95 | 0,76 | 0,57 | 0,42 | 0,32 |
| | Nota musical | Mi_4 | Si_3 | Sol_3 | $Ré_3$ | $Lá_2$ | Mi_2 |
| <i>Convencional</i> ou Padrão em Mi ou <i>Standard E</i> | Frequência (Hz) | 329,63 | 246,94 | 196,00 | 146,83 | 110,00 | 82,41 |
| | Coefficiente harmônico da corda | 1,27 | 0,95 | 0,76 | 0,57 | 0,42 | 0,32 |
| | Nota musical | $Fá_4$ | $Dó_4$ | $Lá_{b_3}$ | Mi_{b_3} | Si_{b_2} | $Fá_2$ |
| Padrão em $Fá$ ou <i>Standard F</i> ou Meio tom acima | Frequência (Hz) | 349,23 | 261,63 | 207,65 | 155,56 | 116,54 | 87,31 |
| | Coefficiente harmônico da corda | 1,27 | 0,95 | 0,76 | 0,57 | 0,42 | 0,32 |
| | Nota musical | $Fá\#_4$ | $Dó\#_4$ | $Lá_3$ | Mi_3 | Si_2 | $Fá\#_2$ |
| Padrão em $Fá\#$ ou <i>Standard F\#</i> ou Um tom acima | Frequência (Hz) | 369,99 | 277,18 | 220,00 | 164,81 | 123,47 | 92,50 |
| | Coefficiente harmônico da corda | 1,27 | 0,95 | 0,76 | 0,57 | 0,42 | 0,32 |
| | Nota musical | $Fá\#_4$ | $Dó\#_4$ | $Lá_3$ | Mi_3 | Si_2 | $Fá\#_2$ |

FONTE: O autor (2024).

Todas as afinações indicadas na Tabela 17 seguem o mesmo padrão de quartas justas e uma terça maior da afinação convencional ou padrão em Mi . De acordo com os dados apresentados na referida tabela, todas essas afinações têm o mesmo coeficiente harmônico da corda para cada uma das cordas. Já a próxima tabela representa as afinações com intervalos iguais entre todas as cordas, especificamente, intervalos em terças maiores.

TABELA 18 – COEFICIENTE HARMÔNICO DA CORDA PARA AS AFINAÇÕES COM INTERVALOS IGUAIS ENTRE TODAS AS CORDAS DO VIOLÃO OU DA GUITARRA: 3ª MAIOR

| “Nome” da afinação | Cordas | 1ª | 2ª | 3ª | 4ª | 5ª | 6ª |
|---|--------------------------------|----------|-------------|-------------|----------|-------------|-------------|
| | Nota musical | $Ré_4$ | $Lá\#_3$ | $Fá\#_3$ | $Ré_3$ | $Lá\#_2$ | $Fá\#_2$ |
| <i>Intervalos iguais em 3ª maior a partir de Fá #</i> | Frequência (hertz) | 293,66 | 233,08 | 185,00 | 146,83 | 116,54 | 92,50 |
| | Coeficiente harmônico da corda | 1,18 | 0,93 | 0,74 | 0,59 | 0,47 | 0,37 |
| | Nota musical | $Dó\#_4$ | $Lá_3$ | $Fá_3$ | $Dó\#_3$ | $Lá_2$ | $Fá_2$ |
| <i>Intervalos iguais em 3ª maior a partir de Fá</i> | Frequência (hertz) | 277,18 | 220,00 | 174,61 | 138,59 | 110,00 | 87,31 |
| | Coeficiente harmônico da corda | 1,18 | 0,93 | 0,74 | 0,59 | 0,47 | 0,37 |
| | Nota musical | $Dó_4$ | $Lá\flat_3$ | Mi_3 | $Dó_3$ | $Lá\flat_2$ | Mi_2 |
| <i>Intervalos iguais em 3ª maior a partir Mi</i> | Frequência (hertz) | 261,63 | 207,65 | 164,81 | 130,81 | 103,83 | 82,41 |
| | Coeficiente harmônico da corda | 1,18 | 0,93 | 0,74 | 0,59 | 0,47 | 0,37 |
| | Nota musical | Si_3 | Sol_3 | $Mi\flat_3$ | Si_2 | Sol_2 | $Mi\flat_2$ |
| <i>Intervalos iguais em 3ª maior a partir de Mi\flat</i> | Frequência (hertz) | 246,94 | 196,00 | 155,56 | 123,47 | 98,00 | 77,78 |
| | Coeficiente harmônico da corda | 1,18 | 0,93 | 0,74 | 0,59 | 0,47 | 0,37 |

FONTE: O autor (2024).

Quando calculamos o valor do coeficiente harmônico da corda para as afinações com intervalos iguais entre todas as cordas, especificamente, intervalos em terças maiores, verificou-se os valores eram os mesmos, independente da afinação. Na próxima tabela, continuamos com intervalos iguais entre todas as cordas, mas agora com quartas justas. Com a Tabela 19 verifica-se que afinações com intervalos iguais para todas as cordas em quartas justas, o coeficiente harmônico da corda é igual em cada corda.

TABELA 19 – COEFICIENTE HARMÔNICO DA CORDA PARA AS AFINAÇÕES COM INTERVALOS IGUAIS ENTRE TODAS AS CORDAS DO VIOLÃO OU DA GUITARRA: 4ª JUSTA

(continua)

| “Nome” da afinação | Cordas | 1ª | 2ª | 3ª | 4ª | 5ª | 6ª |
|---|--------------------------------|-------------------------------------|------------------------------------|-------------------------------------|------------------------------------|------------------------------------|------------------------------------|
| Intervalos iguais em 4ª justa a partir de Fá | Nota musical | <i>Sol</i> _{b₄} | <i>Ré</i> _{b₄} | <i>Lá</i> _{b₃} | <i>Mi</i> _{b₃} | <i>Si</i> _{b₂} | <i>Fá</i> ₂ |
| | Frequência (hertz) | 369,99 | 277,18 | 207,65 | 155,56 | 116,54 | 87,31 |
| | Coeficiente harmônico da corda | 1,30 | 0,98 | 0,73 | 0,55 | 0,41 | 0,31 |
| Intervalos iguais em 4ª justa a partir de Mi | Nota musical | <i>Fá</i> ₄ | <i>Dó</i> ₄ | <i>Sol</i> ₃ | <i>Ré</i> ₃ | <i>Lá</i> ₂ | <i>Mi</i> ₂ |
| | Frequência (hertz) | 349,23 | 261,63 | 196,00 | 146,83 | 110,00 | 82,41 |
| | Coeficiente harmônico da corda | 1,30 | 0,98 | 0,73 | 0,55 | 0,41 | 0,31 |
| Intervalos iguais em 4ª justa a partir de Mi _b | Nota musical | <i>Mi</i> ₄ | <i>Si</i> ₃ | <i>Sol</i> _{b₃} | <i>Ré</i> _{b₃} | <i>Lá</i> _{b₂} | <i>Mi</i> _{b₂} |
| | Frequência (hertz) | 329,63 | 246,94 | 185,00 | 138,59 | 103,83 | 77,78 |
| | Coeficiente harmônico da corda | 1,30 | 0,98 | 0,73 | 0,55 | 0,41 | 0,31 |
| Intervalos iguais em 4ª justa a partir de Ré | Nota musical | <i>Mi</i> _{b₄} | <i>Si</i> _{b₃} | <i>Fá</i> ₃ | <i>Dó</i> ₃ | <i>Sol</i> ₂ | <i>Ré</i> ₂ |
| | Frequência (hertz) | 311,13 | 233,08 | 174,61 | 130,81 | 98,00 | 73,42 |
| | Coeficiente harmônico da corda | 1,30 | 0,98 | 0,73 | 0,55 | 0,41 | 0,31 |
| Intervalos iguais em 4ª justa a partir de Dó# | Nota musical | <i>Ré</i> ₄ | <i>Lá</i> ₃ | <i>Mi</i> ₃ | <i>Si</i> ₂ | <i>Fá</i> _{#₂} | <i>Dó</i> _{#₂} |
| | Frequência (hertz) | 293,66 | 220,00 | 164,81 | 123,47 | 92,50 | 69,30 |
| | Coeficiente harmônico da corda | 1,30 | 0,98 | 0,73 | 0,55 | 0,41 | 0,31 |
| Intervalos iguais em 4ª justa a partir de Dó | Nota musical | <i>Ré</i> _{b₄} | <i>Lá</i> _{b₃} | <i>Mi</i> _{b₃} | <i>Si</i> _{b₂} | <i>Fá</i> ₂ | <i>Dó</i> ₂ |
| | Frequência | 277,18 | 207,65 | 155,56 | 116,54 | 87,31 | 65,41 |

| | | (hertz) | | | | | | |
|--|--------------------------------|--------------------------------|----------------|---------|----------------|----------------|--------|--------|
| | | Coeficiente harmônico da corda | 1,30 | 0,98 | 0,73 | 0,55 | 0,41 | 0,31 |
| | | Nota musical | $D\acute{o}_4$ | Sol_3 | $R\acute{e}_3$ | $L\acute{a}_2$ | Mi_2 | Si_1 |
| Intervalos iguais em 4ª justa a partir de Si | Frequência (hertz) | 261,63 | 196,00 | 146,83 | 110,00 | 82,41 | 61,74 | |
| | Coeficiente harmônico da corda | 1,30 | 0,98 | 0,73 | 0,55 | 0,41 | 0,31 | |

FONTE: O autor (2024).

Na sequência apresenta-se a último conjunto de afinações com intervalos iguais para todas as cordas, especificamente com a 5ª diminuta.

TABELA 20 – COEFICIENTE HARMÔNICO DA CORDA PARA AS AFINAÇÕES COM INTERVALOS IGUAIS ENTRE TODAS AS CORDAS DO VIOLÃO OU DA GUITARRA: 5ª DIMINUTA

| “Nome” da afinação | Cordas | 1ª | 2ª | 3ª | 4ª | 5ª | 6ª |
|---|--------------------------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| | Nota musical | $Sol\flat_4$ | $D\acute{o}_4$ | $Sol\flat_3$ | $D\acute{o}_3$ | $Sol\flat_2$ | $D\acute{o}_2$ |
| Intervalos iguais em 5ª diminuta: $D\acute{o}$ e $Sol\flat$ | Frequência (hertz) | 369,99 | 261,63 | 185,00 | 130,81 | 92,50 | 65,41 |
| | Coeficiente harmônico da corda | 1,43 | 1,01 | 0,72 | 0,51 | 0,36 | 0,25 |
| | Nota musical | $F\acute{a}_4$ | Si_3 | $F\acute{a}_3$ | Si_2 | $F\acute{a}_2$ | Si_1 |
| Intervalos iguais em 5ª diminuta: Si e $F\acute{a}$ | Frequência (hertz) | 349,23 | 246,94 | 174,61 | 123,47 | 87,31 | 61,74 |
| | Coeficiente harmônico da corda | 1,43 | 1,01 | 0,72 | 0,51 | 0,36 | 0,25 |

FONTE: O autor (2024).

De acordo com os dados apresentados nas Tabelas 17 a 20, verificou-se que o coeficiente harmônico da corda, estabelecido por meio da equação (40), é constante para cada corda dentro de certos grupos de afinação. Estes coeficientes são diferentes para

padrões de afinação distintos. Outro grupo que fica evidente esta constância do coeficiente harmônico da corda são as afinações dropadas. Na Tabela 21, os dados apontam para tal perspectiva.

TABELA 21 – COEFICIENTE HARMÔNICO DA CORDA PARA AS AFINAÇÕES DROPADAS DO VIOLÃO OU DA GUITARRA

(continua)

| “Nome” da afinação | Cordas | 1 ^a | 2 ^a | 3 ^a | 4 ^a | 5 ^a | 6 ^a |
|---------------------------|--------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| <i>drop B</i> | Nota musical | <i>Dó</i> ₄ [#] | <i>Lá</i> ₃ ^b | <i>Mi</i> ₃ | <i>Si</i> ₂ | <i>Fá</i> ₂ [#] | <i>Si</i> ₁ |
| | Frequência (hertz) | 277,18 | 207,65 | 164,81 | 123,47 | 92,5 | 61,74 |
| | Coeficiente harmônico da corda | 1,28 | 0,96 | 0,76 | 0,57 | 0,43 | 0,29 |
| <i>drop C</i> | Nota musical | <i>Ré</i> ₄ | <i>Lá</i> ₃ | <i>Fá</i> ₃ | <i>Dó</i> ₃ | <i>Sol</i> ₂ | <i>Dó</i> ₂ |
| | Frequência (hertz) | 293,66 | 220 | 174,61 | 130,81 | 98 | 65,41 |
| | Coeficiente harmônico da corda | 1,28 | 0,96 | 0,76 | 0,57 | 0,43 | 0,29 |
| <i>drop C#</i> | Nota musical | <i>Mi</i> ₄ ^b | <i>Si</i> ₃ ^b | <i>Fá</i> ₃ [#] | <i>Dó</i> ₃ [#] | <i>Lá</i> ₂ ^b | <i>Dó</i> ₂ [#] |
| | Frequência (hertz) | 311,13 | 233,08 | 185,00 | 138,59 | 103,83 | 69,30 |
| | Coeficiente harmônico da corda | 1,28 | 0,96 | 0,76 | 0,57 | 0,43 | 0,29 |
| <i>drop D</i> | Nota musical | <i>Mi</i> ₄ | <i>Si</i> ₃ | <i>Sol</i> ₃ | <i>Ré</i> ₃ | <i>Lá</i> ₂ | <i>Ré</i> ₂ |
| | Frequência (hertz) | 329,63 | 246,94 | 196 | 146,83 | 110 | 73,42 |
| | Coeficiente harmônico da corda | 1,28 | 0,96 | 0,76 | 0,57 | 0,43 | 0,29 |
| <i>drop E^b</i> | Nota musical | <i>Fá</i> ₄ | <i>Dó</i> ₄ | <i>Lá</i> ₃ ^b | <i>Mi</i> ₃ ^b | <i>Si</i> ₂ ^b | <i>Mi</i> ₂ ^b |
| | Frequência (hertz) | 349,23 | 261,63 | 207,65 | 155,56 | 116,54 | 77,78 |

| | | | | | | | |
|---------------|--------------------------------|------------------------|------------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| | Coeficiente harmônico da corda | 1,28 | 0,96 | 0,76 | 0,57 | 0,43 | 0,29 |
| | Nota musical | <i>Fá#₄</i> | <i>Dó#₄</i> | <i>Lá₃</i> | <i>Mi₃</i> | <i>Si₂</i> | <i>Mi₂</i> |
| <i>drop E</i> | Frequência (hertz) | 369,99 | 277,18 | 220,00 | 164,81 | 123,47 | 82,41 |
| | Coeficiente harmônico da corda | 1,28 | 0,96 | 0,76 | 0,57 | 0,43 | 0,29 |

FONTE: O autor (2024).

Conforme Vasconcelos (2002), a disposição das notas que compõem a tônica, a terça e a quinta de um acorde pode variar em função da afinação escolhida pelo compositor. É possível estruturar um acorde de diversas maneiras, alterando a ordem das notas nas diferentes cordas do instrumento. Por exemplo, todas as afinações apresentadas na Tabela 22 correspondem a um acorde de Ré menor. Verifica-se que o coeficiente harmônico associado a cada corda apresenta variações, diferente das perspectivas apontadas nas Tabelas 17 a 21. Na perspectiva do coeficiente harmônico da corda, as afinações apresentadas na Tabela 22 não formam um grupo.

TABELA 22 – COEFICIENTE HARMÔNICO DA CORDA PARA AS AFINAÇÕES ABERTAS EM RÉ MENOR DO VIOLÃO OU DA GUITARRA

(continua)

| “Nome” da afinação | Cordas | 1 ^a | 2 ^a | 3 ^a | 4 ^a | 5 ^a | 6 ^a |
|------------------------------------|--------------------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| | Nota musical | <i>Fá₄</i> | <i>Ré₄</i> | <i>Lá₃</i> | <i>Fá₃</i> | <i>Lá₂</i> | <i>Ré₂</i> |
| <i>Afinação aberta em Ré menor</i> | Frequência (hertz) | 349,23 | 293,66 | 220,00 | 174,61 | 110,00 | 73,42 |
| | Coeficiente harmônico da corda | 1,22 | 1,03 | 0,77 | 0,61 | 0,39 | 0,26 |
| | Nota musical | <i>Fá₄</i> | <i>Ré₄</i> | <i>Lá₃</i> | <i>Ré₃</i> | <i>Lá₂</i> | <i>Fá₂</i> |
| <i>Afinação aberta em Ré menor</i> | Frequência (hertz) | 349,23 | 293,66 | 220,00 | 146,83 | 110,00 | 87,31 |
| | Coeficiente harmônico da corda | 1,24 | 1,04 | 0,78 | 0,52 | 0,39 | 0,31 |

| | Nota musical | $Ré_4$ | $Lá_3$ | $Fá_3$ | $Ré_3$ | $Fá_2$ | $Ré_2$ |
|------------------------------------|--------------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| <i>Afinação aberta em Ré menor</i> | Frequência (hertz) | 293,66 | 220,00 | 174,61 | 146,83 | 87,31 | 73,42 |
| | Coeficiente harmônico da corda | 1,26 | 0,95 | 0,75 | 0,63 | 0,38 | 0,32 |

FONTE: O autor (2024).

Na Tabela 23, a seguir, apresentam-se os mesmos dados da constante harmônica da corda, da frequência média para uma oitava em todas as cordas, a soma das frequências de afinação e o erro percentual do coeficiente harmônico da corda para cada uma das quarenta e cinco afinações selecionadas para estudo neste trabalho.

TABELA 23 – CONSTANTE HARMÔNICA DA CORDA, FREQUÊNCIA MÉDIA, SOMA DAS FREQUÊNCIAS DE AFINAÇÃO E ERRO PERCENTUAL DO COEFICIENTE HARMÔNICO DA CORDA DO VIOLÃO OU DA GUITARRA

(continua)

| “Nome da afinação” | $\kappa = \frac{f_{corda}}{f_{média}}$ Equação (35) | $f_{Média}$ (Hz) | $\sum f_{corda}$ (Hz) | Erro percentual do H |
|---|--|---------------------|--------------------------|-------------------------|
| Convencional ou Padrão em Mi ou <i>Standard E</i> | 0,714 | 259,69 | 1111,82 | 1,04 |
| Aberta em Dó ou <i>Open C</i> | 0,714 | 252,6 | 1081,48 | 3,74 |
| Aberta em Dó# menor ou <i>Open C# minor</i> | 0,714 | 263,04 | 1126,18 | 0,23 |
| Aberta em Ré ou <i>Open D</i> | 0,714 | 240,33 | 1028,91 | 8,42 |
| Aberta em Ré menor ou <i>Open D minor</i> | 0,714 | 237,9 | 1018,52 | 9,35 |
| Aberta em Mi ou <i>Open E</i> | 0,714 | 269,75 | 1154,91 | 2,79 |
| Aberta em Mi menor ou <i>Open E minor</i> | 0,714 | 267,03 | 1143,27 | 1,7 |
| Aberta em Sol ou <i>Open G</i> | 0,714 | 246,38 | 1054,85 | 6,11 |
| Aberta em Sol menor ou <i>Open G minor</i> | 0,714 | 243,15 | 1040,99 | 7,35 |
| Aberta em Lá ou <i>Open A</i> | 0,714 | 257,08 | 1100,63 | 2,04 |
| Aberta em Fá menor ou <i>Open A minor</i> | 0,714 | 240,94 | 1031,54 | 8,19 |
| Intervalos iguais em 3ª maior a partir de Fá# | 0,714 | 249,36 | 1067,61 | 4,98 |

| | | | | |
|---|-------|--------|---------|-------|
| Intervalos iguais em 3ª maior a partir de Fá | 0,714 | 235,37 | 1007,69 | 10,31 |
| Intervalos iguais em 3ª maior a partir de Mi | 0,714 | 222,16 | 951,14 | 15,35 |
| <i>Intervalos iguais em 3ª maior a partir de Mi^b</i> | 0,714 | 209,69 | 897,75 | 20,1 |
| Intervalos iguais em 4ª justa a partir de Fá | 0,714 | 283,61 | 1214,23 | 8,07 |
| Intervalos iguais em 4ª justa a partir de Mi | 0,714 | 267,7 | 1146,1 | 2,01 |
| Intervalos iguais em 4ª justa a partir de Mi ^b | 0,714 | 252,67 | 1081,77 | 3,72 |
| Intervalos iguais em 4ª justa a partir de Ré | 0,714 | 238,49 | 1021,05 | 9,12 |
| Intervalos iguais em 4ª justa a partir de Dó# | 0,714 | 225,1 | 963,74 | 14,22 |
| Intervalos iguais em 4ª justa a partir de Dó | 0,714 | 221,47 | 909,65 | 19,04 |
| Intervalos iguais em 4ª justa a partir de Si | 0,714 | 200,55 | 858,61 | 23,58 |
| Intervalos iguais em 5ª diminuta: Dó e Sol ^b | 0,714 | 258,18 | 1105,34 | 1,62 |
| Intervalos iguais em 5ª diminuta: Si e Fá | 0,714 | 243,69 | 1043,3 | 7,14 |
| <i>Unísono em Si₃</i> | 0,714 | 240,37 | 1029,12 | 8,4 |
| <i>Unísono em Si₂</i> | 0,714 | 248,98 | 1065,95 | 5,13 |
| <i>Unísono em Dó₄</i> | 0,714 | 245,14 | 1049,51 | 6,59 |
| <i>Unísono em Ré₃</i> | 0,714 | 235,14 | 1006,7 | 10,4 |
| <i>Unísono em Mi₂ e Mi₃</i> | 0,714 | 250,16 | 1071,01 | 4,68 |
| <i>Unísono em Mi₃ e Lá₃</i> | 0,714 | 222,6 | 953,04 | 15,18 |
| <i>Unísono em Fá₂, Ré₃ e Si₃</i> | 0,714 | 224,73 | 962,16 | 14,36 |
| DADGAD | 0,714 | 242,89 | 1039,91 | 7,44 |
| drop B | 0,714 | 216,6 | 927,35 | 17,46 |
| drop C | 0,714 | 229,48 | 982,49 | 12,56 |

| | | | | |
|---------------------------------------|-------|--------|---------|-------|
| <i>drop C#</i> | 0,714 | 316,07 | 1353,21 | 7,35 |
| drop D | 0,714 | 257,59 | 1102,83 | 1,85 |
| <i>drop E_b</i> | 0,714 | 354,77 | 1518,91 | 3,99 |
| <i>drop E</i> | 0,714 | 375,87 | 1609,22 | 10,17 |
| Padrão em Si ou Standard B | 0,714 | 194,55 | 832,92 | 25,87 |
| <i>Padrão em Dó ou Standard C</i> | 0,714 | 206,12 | 882,45 | 21,46 |
| Tony Iommi | 0,714 | 218,37 | 934,91 | 16,79 |
| Um tom abaixo ou <i>One tone down</i> | 0,714 | 231,35 | 990,5 | 11,84 |
| Mi _b ou Meio tom abaixo | 0,714 | 245,11 | 1049,41 | 6,6 |
| Meio tom acima | 0,714 | 275,13 | 1177,92 | 4,84 |
| Um tom acima | 0,714 | 291,49 | 1247,95 | 11,07 |

FONTE: O autor (2024).

A Tabela 23 apresenta o valor da constante harmônica da corda, aproximadamente 0,714, conforme estabelecido na equação (33). Os resultados apresentados na Tabela 23 indicam que este valor é o mesmo, independentemente da afinação do violão ou guitarra. Além disso, de acordo com equação (33), a constante harmônica da corda é a mesma, independentemente do instrumento musical de cordas.

Na Tabela 23, apresentam-se as frequências Médias para uma oitava, considerando todas as cordas. A soma das frequências de afinação do instrumento, definida na equação (37), para cada uma das 45 afinações selecionadas neste trabalho, bem como o erro percentual¹² do coeficiente harmônico da corda, este determinado a partir da equação (46). Como referência, ainda vale ressaltar que a opção adotada neste texto foi pela temperatura de 15°C que resulta em uma velocidade do som de 341,16 m/s, e este valor foi utilizado na obtenção dos resultados apresentados na Tabela 23 no que refere ao erro percentual do coeficiente harmônico da corda.

¹² Este erro percentual está vinculado ao fato de que a partir da referência escolhida, no caso, a velocidade do som de 341,16 m/s podemos determinar o coeficiente harmônico da corda em cada corda do instrumento para cada uma das 45 afinações utilizadas neste trabalho. E o valor do erro percentual é sempre o mesmo independente da corda. Ele está vinculado ao tipo de afinação. E ele é constituído a partir da referência escolhida neste trabalho.

Poderíamos relacionar as equações (23) e (45), obtendo uma equação que relaciona às frequências naturais de afinação de um instrumento musical de cordas com a temperatura do ambiente. No entanto, vale ressaltar que a perspectiva apontada na equação (45) apresenta uma referência para se determinar as frequências naturais de um instrumento musical de cordas. Musicalmente falando, seria no mínimo incômodo a alteração da afinação natural de instrumento toda vez que a temperatura se alterasse. Por sua vez, a equação (45), apresenta uma referência para a afinação dos instrumentos musicais de cordas, e não a obrigatoriedade de afirmamos todos os instrumentos musicais de cordas em função da referida equação.

Analisando as possibilidades de afinação para o violão, identificamos 45 afinações distintas para estabelecer a análise deste trabalho. Cada uma dessas afinações, reestrutura a ergonomia dos acordes, e a própria maneira de se tocar o instrumento. Na Tabela 23, apresentamos algumas afinações para o violão e o quanto cada afinação está distante da referência estabelecida na equação (45) e da velocidade do som considerada como 341,16 m/s.

Por exemplo, na afinação padrão em Mi ou convencional, há uma diferença percentual de 1,04 % em relação ao valor de referência adotado. As outras afinações que adotam o mesmo padrão de quartas justas e uma terça maior, são as afinações “Padrão em Si ou *Standard B*” com uma diferença de 25,87%, a afinação “Padrão em Dó ou *Standard C*” com 21,46 de diferença percentual. Outra que segue o mesmo padrão é a afinação “Um tom abaixo”, que tem uma diferença de 11,84%, já a afinação proposta pelo guitarrista *Tony Iommi*¹³ apresenta 16,79%. A afinação “Mi bemol ou meio tom abaixo” tem um erro percentual de 6,6%. As duas últimas afinações que seguem o mesmo padrão da afinação convencional, são “Meio tom acima”, com uma diferença percentual de 4,84%, e a de “Um tom acima”, com 11,07% de erro percentual em relação ao valor adotado nas equações (26) e (40).

Quando se estabelece uma comparação entre os dados constituídos nas Tabelas 3 a 11 e os resultados da Tabela 23, percebe-se que a menor diferença percentual ocorrem

13 O grupo *Black Sabbath* desenvolveu um som particularmente pesado, em parte, devido a um acidente industrial que o guitarrista *Tony Iommi* sofreu antes de fundar a banda com *Ozzy Osbourne*. Esse acidente lhe negou a capacidade de tocar normalmente e fez com que tivesse de afinar a guitarra um tom mais baixo, alterando a frequência e por consequência o nível da distorção, de forma a facilitar-lhe a sua utilização (RIBEIRO, 2021).

nas afinações: Convencional, Aberta em Dó# menor, Aberta em Mi menor e *drop D*, que são afinações de grupos diferentes. Vale ressaltar que se verificou que para determinados grupos de afinações tem-se o mesmo coeficiente harmônico da corda. Por exemplo, nas afinações dropadas, as cordas têm os mesmos coeficientes harmônicos da corda, como ilustrado na Tabela 21, mas quando se estabelece uma referência para o coeficiente harmônico da corda relacionado a velocidade de propagação do som no ar, os valores são distintos.

4.3.5 Reverberando os dados

De acordo com Catelli e Mussato (2013), as cordas de um violão ou de uma guitarra, em sua afinação convencional, apresentam-se com as seguintes notas musicais: Mi, Si, Sol, Ré, Lá e Mi. Esse conjunto específico de notas musicais, cada qual com sua frequência, é classificado como padrão em Mi, mas não é o único utilizado pelos violonistas ou guitarristas. Ou seja, mesmo existindo uma afinação convencional, outras possibilidades de afinações podem coexistir, abrindo novas possibilidades para o instrumentista.

Existem composições musicais estabelecidas com outras afinações, e essas afinações são distintas da afinação padrão em Mi, ou convencional. Essas afinações podem ser estruturadas de maneiras diferentes, além da perspectiva de quartas justas e uma terça maior, ou ainda podem ser constituídas na mesma estrutura, mas com notas musicais diferentes. Nas Tabelas 4 a 11, foram apresentadas outras possibilidades de afinação para o violão ou guitarra e, por sua vez, essas afinações são plausíveis em termos musicais, ou seja, podem existir composições musicais que utilizam essas afinações. Diante disso, entende-se que, mesmo existindo uma afinação convencional, ela não estabelece uma rigidez nas composições musicais, de modo que outras possibilidades de afinação podem coexistir com a afinação convencional.

Como já mencionado, em termos práticos, o violão ou a guitarra, assim como muitos outros instrumentos de corda, adotam um sistema de afinação com valores do sistema de igual temperamento. Na perspectiva de Henrique (2002), essa abordagem é empregada para garantir que o instrumento possa ser utilizado de forma harmônica e coesa em diversas tonalidades. Pensando em outras tonalidades, seria possível, ao menos

teoricamente, afinar o violão ou a guitarra uma oitava acima ou uma oitava abaixo da afinação convencional, mantendo assim o mesmo padrão de quartas justas e uma terça maior, com as mesmas notas musicais.

Naturalmente, essas seriam afinações completamente diferentes, com frequências distantes da afinação convencional. Especificamente, com as cordas utilizadas atualmente, esse modelo com uma diferença de uma oitava inviabilizaria a afinação do instrumento de acordo com Vasconcelos (2002), pois as cordas ficariam muito tensionadas uma oitava acima e pouco tensionadas uma oitava abaixo, fazendo com que o instrumento “não estivesse afinado”. Essas possibilidades de afinação, com uma diferença de uma oitava, se tornariam inviáveis, mas o padrão de notas da afinação convencional seria mantido. A perspectiva aqui defendida é que a afinação também tem uma relação com as grandezas físicas e não apenas com o intervalo de tonalidade.

De acordo com Vasconcelos (2002), podem ser constituídas apenas oito afinações nessas condições de quartas justas e uma terça maior na mesma ordem da afinação convencional. Essas afinações fizeram parte dos dados desta tese, representadas nas Tabelas 3 e 11. Essas oito possibilidades não correspondem necessariamente às afinações utilizadas pelos músicos, mas são estruturadas na mesma configuração da afinação convencional. Assim, pode-se estabelecer que o modelo padrão em Mi ou convencional, de quartas justas e uma terça maior, aceita, dentro de uma mesma oitava, oito afinações distintas.

No escopo deste trabalho, propõe-se uma maneira de constituir a afinação dos instrumentos musicais de cordas. Ao longo do texto, analisamos essencialmente os valores relacionados ao violão ou a guitarra, mas entende-se que existe a possibilidade de estender as perspectivas apontadas neste texto para outros instrumentos musicais de cordas. Vale ressaltar que a intenção de analisar outros instrumentos não configura um resultado alcançado no escopo deste trabalho, pois tal apontamento poderia ser entendido como uma tentativa de indução dos resultados, perspectiva esta distante do escopo deste trabalho. No entanto, na sequência, será realizada uma pequena discussão levando em consideração alguns dados referentes à afinação do violino.

Neste trabalho, adotou-se como referência o valor de 341,16 m/s para a velocidade de propagação do som no ar. Valor este que foi determinado a partir da equação (23) para

uma temperatura de 15°C. Ao utilizar a equação (45) com o intuito de determinar a velocidade de propagação no ar, considerando as possíveis afinações para o violão ou guitarra, com suas notas musicais e frequências apresentadas nas Tabelas 3 a 11, ficou evidente que a afinação padrão em Mi ou convencional apresenta uma proximidade com a proposta desta tese, mas não é a única.

Em síntese, qual seria a afinação do violão ou da guitarra, considerando a estrutura defendida nesta tese e resumida na equação (45)? Para responder a essa questão e registrar a hipótese levantada no trabalho, apresentam-se possibilidades de afinações para o violão ou para a guitarra, levando em consideração a equação (45), ou seja, uma aplicabilidade das discussões estabelecidas ao longo deste texto. Observa-se, a partir dos dados da Tabela 23, que a soma das frequências das notas para a afinação convencional do violão ou para a guitarra tem um valor aproximado de 1111,82 Hz, resultando em um erro percentual em relação ao coeficiente harmônico da corda de 1,04%.

Na perspectiva dos resultados desta tese, a afinação do violão ou da guitarra, e de outros instrumentos de cordas, poderia seguir o resultado proposto na equação (45). No entanto, de acordo com essa equação, não determinamos a frequência de cada corda individualmente, mas sim a soma das frequências de todas as cordas. Entende-se que a afinação não deve ser pontual, mas sim levar em consideração a afinação do instrumento como um todo. Se essas frequências fossem escolhidas de um conjunto de números reais, haveriam infinitas possibilidades. No entanto, as frequências devem ser selecionadas dentro de um conjunto finito de valores: as notas musicais da escala temperada, descritas parcialmente no Quadro 5 e no caso do violão ou guitarra, valores selecionados a partir dos dados da Tabela 2.

Por exemplo, a afinação convencional segue a equação (45), com um percentual de erro de 1,04%. Se alterarmos essa afinação convencional em meio tom, para uma corda de cada vez, para baixo ou para cima, a tocabilidade do instrumento continua viável. No entanto, qual seria o erro percentual em cada caso? Esses dados são apresentados na Tabela 24, a seguir:

TABELA 24 – VARIAÇÕES EM 1/2 TOM PARA A AFINAÇÃO CONVENCIONAL DO VIOLÃO OU DA GUITARRA

| Afinações | | | | | | | $f_{Média}$ (Hz) | $\sum f_{corda}$ (Hz) | Erro percentual do H |
|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|---------------------|--------------------------|-------------------------|
| Nota | Mi \flat | Lá | Ré | Sol | Si | Mi | 258,61 | 1107,21 | 1,45 |
| frequência | 77,78 | 110,00 | 146,84 | 196,00 | 246,95 | 329,64 | | | |
| Nota | Fá | Lá | Ré | Sol | Si | Mi | 260,84 | 1116,74 | 0,61 |
| frequência | 87,31 | 110,00 | 146,84 | 196,00 | 246,95 | 329,64 | | | |
| Nota | Mi | Si \flat | Ré | Sol | Si | Mi | 261,22 | 1118,38 | 0,46 |
| frequência | 82,41 | 116,54 | 146,84 | 196,00 | 246,95 | 329,64 | | | |
| Nota | Mi | La \flat | Ré | Sol | Si | Mi | 258,25 | 1105,67 | 1,59 |
| frequência | 82,41 | 103,83 | 146,84 | 196,00 | 246,95 | 329,64 | | | |
| Nota | Mi | Lá | Mi \flat | Sol | Si | Mi | 261,73 | 1120,57 | 0,27 |
| frequência | 82,41 | 110,00 | 155,57 | 196,00 | 246,95 | 329,64 | | | |
| Nota | Mi | Lá | Dó # | Sol | Si | Mi | 257,77 | 1103,59 | 1,78 |
| frequência | 82,41 | 110,00 | 138,59 | 196,00 | 246,95 | 329,64 | | | |
| Nota | Mi | Lá | Ré | La \flat | Si | Mi | 262,42 | 1123,49 | 0,01 |
| frequência | 82,41 | 110,00 | 146,84 | 207,65 | 246,95 | 329,64 | | | |
| Nota | Mi | Lá | Ré | Fá # | Si | Mi | 257,12 | 1100,83 | 2,02 |
| frequência | 82,41 | 110,00 | 146,84 | 184,99 | 246,95 | 329,64 | | | |
| Nota | Mi | Lá | Ré | Sol | Dó | Mi | 263,12 | 1126,52 | 0,26 |
| frequência | 82,41 | 110,00 | 146,84 | 196,00 | 261,63 | 329,64 | | | |
| Nota | Mi | Lá | Ré | Sol | Si \flat | Mi | 256,46 | 1097,99 | 2,28 |
| frequência | 82,41 | 110,00 | 146,84 | 196,00 | 233,10 | 329,64 | | | |
| Nota | Mi | Lá | Ré | Sol | Si | Fá | 264,27 | 1131,44 | 0,7 |
| frequência | 82,41 | 110,00 | 146,84 | 196,00 | 246,95 | 349,24 | | | |
| Nota | Mi | Lá | Ré | Sol | Si | Mi \flat | 255,38 | 1093,35 | 2,69 |
| frequência | 82,41 | 110,00 | 146,84 | 196,00 | 246,95 | 311,15 | | | |

FONTE: O autor (2024).

De acordo com os dados apresentados na Tabela 24, a afinação que mais se aproxima dos resultados propostos na equação (45) é Mi – Lá – Ré – Lá^b – Si – Mi. E como uma afinação alternativa traria novas possibilidades para o instrumentista e também desafios sob um ponto de vista musical. Observando os dados da Tabela 24, verifica-se que em nenhuma das afinações apresenta um erro percentual maior que 3%.

Vale ressaltar que a perspectiva apontada nesta tese é de que a afinação dos instrumentos musicais de cordas deve orbitar em torno de um valor de referência, no caso desta tese, o valor constituído pela equação (45) e considerando a velocidade de propagação do som no ar igual a 341,16 m/s. Ou seja, essa afinação, Mi – Lá – Ré – Lá^b – Si – Mi, é a que tem a soma de suas frequências mais próxima do valor de referência proposto neste trabalho. Vale ressaltar que todas as possíveis afinações propostas na Tabela 24 estão de acordo com a proposta de Vasconcelos (2002), indicada na Tabela 1.

4.3.6 O coeficiente harmônico da corda e o violino

A mesma discussão estabelecida para o violão ou para a guitarra poderia ser estabelecida para outros instrumentos musicais de cordas, com pequenas ressalvas. Por exemplo, um instrumento musical de cordas que tem comprimentos de cordas vibrantes variáveis. Neste caso, pequenas alterações nas equações deveriam ser consideradas. Na tentativa de ilustrar as possibilidades das hipóteses levantadas nesta tese, apresentam-se na Tabela 25 os dados para o violino em sua afinação convencional, considerando o comprimento vibrante da corda, denominado por L com um valor de 32,5 cm. Vale ressaltar que o violino compartilha da mesma particularidade do violão, ou seja, existe uma afinação dita convencional, no entanto, outras possibilidades são desenvolvidas pelos violinistas, com particularidades específicas.

TABELA 25 – COMPARAÇÃO DO COEFICIENTE HARMÔNICO DA CORDA PARA A AFINAÇÃO CONVENCIONAL DO VIOLINO

| Corda | Nota | f_{corda} (Hz) | $\kappa = \frac{f_{corda}}{f_{média}}$ Equação (35) | $f_{Média}$ (Hz) | $\sum f_{corda}$ (Hz) | $H = \frac{f_{corda}}{f_{Média}}$ Equação (40) | $H = \frac{v_{corda}}{v_{som}}$ Equação (26) | Erro percentual do H |
|----------------|------|---------------------|--|---------------------|--------------------------|---|---|-------------------------|
| 4 ^a | Sol | 196 | 0,714 | 556,69 | 1588,92 | 0,35 | 0,37 | 6,06 |
| 3 ^a | Ré | 293,66 | 0,714 | 556,69 | 1588,92 | 0,53 | 0,56 | 6,06 |
| 2 ^a | Lá | 440 | 0,714 | 556,69 | 1588,92 | 0,79 | 0,84 | 6,06 |
| 1 ^a | Mi | 659,26 | 0,714 | 556,69 | 1588,92 | 1,18 | 1,26 | 6,06 |

FONTE: O autor (2024).

NOTA: As afinações da f_{corda} foram adaptadas de Henrique (2002).

De acordo com os dados apresentados na Tabela 25, o erro percentual entre o coeficiente harmônico da corda determinado a partir da frequência de cada corda e da frequência Média, relação estabelecida na equação (40), e o valor do mesmo coeficiente harmônico da corda estabelecido a partir da hipótese desta tese, este proposto na equação (26), vale aproximadamente 6,06%. Vale lembrar que para o violão ou guitarra na afinação convencional, nos mesmos moldes, o erro observado foi de 1,04%. Mas assim como o violão, o violino também aceita outras possibilidades de afinação. Uma delas, de acordo com Henrique (2002), é a afinação denominada “Afinação em Ré para música Barroca”. Para esta afinação os valores estão apresentados na Tabela 26:

TABELA 26 – COMPARAÇÃO DO COEFICIENTE HARMÔNICO DA CORDA PARA O VIOLINO NA AFINAÇÃO EM RÉ PARA A MÚSICA BARROCA

| Corda | Nota | f_{corda} (Hz) | $\kappa = \frac{f_{corda}}{f_{média}}$ Equação (35) | $f_{Média}$ (Hz) | $\sum f_{corda}$ (Hz) | $H = \frac{f_{corda}}{f_{Média}}$ Equação (40) | $H = \frac{v_{corda}}{v_{som}}$ Equação (26) | Erro percentual do H |
|----------------|------|---------------------|--|---------------------|--------------------------|---|---|----------------------------|
| 4 ^a | Fá | 174,61 | 0,714 | 495,95 | 1415,57 | 0,35 | 0,33 | 5,51 |
| 3 ^a | Dó | 261,63 | 0,714 | 495,95 | 1415,57 | 0,53 | 0,5 | 5,51 |
| 2 ^a | Sol | 392 | 0,714 | 495,95 | 1415,57 | 0,79 | 0,75 | 5,51 |
| 1 ^a | Ré | 587,33 | 0,714 | 495,95 | 1415,57 | 1,18 | 1,12 | 5,51 |

FONTE: O autor (2024).

NOTA: As afinações da f_{corda} foram adaptadas de Henrique (2002).

Comparando os erros percentuais dessas duas afinações do violino com o erro percentual encontrado para o violão, observa-se que os erros são maiores para as afinações do violino. No entanto, vale ressaltar que as afinações foram estabelecidas por outros meios, sintetizados nos dois postulados estabelecidos anteriormente na tese. Se, abaixarmos a afinação do violino em meio tom, chegamos aos valores da Tabela 27:

TABELA 27 – COMPARAÇÃO DO COEFICIENTE HARMÔNICO DA CORDA PARA O VIOLINO PARA UMA AFINAÇÃO MEIO TOM ABAIXO DA CONVENCIONAL

| Corda | Nota | f_{corda} (Hz) | $\kappa = \frac{f_{corda}}{f_{média}}$ Equação (35) | $f_{Média}$ (Hz) | $\sum f_{corda}$ (Hz) | $H = \frac{f_{corda}}{f_{Média}}$ Equação (40) | $H = \frac{v_{corda}}{v_{som}}$ Equação (26) | Erro percentual do H |
|----------------|-------|---------------------|--|---------------------|--------------------------|---|---|----------------------------|
| 4 ^a | Fá # | 185 | 0,714 | 525,44 | 1499,73 | 0,35 | 0,35 | 0,11 |
| 3 ^a | Dó # | 277,18 | 0,714 | 525,44 | 1499,73 | 0,53 | 0,53 | 0,11 |
| 2 ^a | Sol # | 415,3 | 0,714 | 525,44 | 1499,73 | 0,79 | 0,79 | 0,11 |
| 1 ^a | Ré # | 622,25 | 0,714 | 525,44 | 1499,73 | 1,18 | 1,18 | 0,11 |

FONTE: O autor (2024).

NOTA: As afinações da f_{corda} foram adaptadas de Henrique (2002).

Os dados apresentados na Tabela 27 mostram que uma variação mínima na afinação do violino, meio tom abaixo da afinação convencional, já faz com que esses dados se enquadrem na hipótese levantada nesta tese. A discussão proposta neste trabalho está vinculada quase exclusivamente aos dados do violão ou da guitarra. No entanto, entende-se que a mesma perspectiva pode reverberar para outros instrumentos musicais. Assim, considerando esta possibilidade de reverberação das ideias para outros instrumentos musicais de cordas, uma perspectiva teórica será estruturada na sequência do trabalho.

4.3.7 Regendo o coeficiente harmônico da corda

Logo nas primeiras aulas sobre o violão, qualquer iniciante aprende que o violão é composto por diferentes partes e possui seis cordas, afinadas nas notas musicais Mi, Si, Sol, Ré, Lá e Mi, respectivamente da corda mais aguda para a corda mais grave. Essa afinação é, na maioria das vezes, considerada uma característica fixa do violão, assim como os trastes ou o cavalete, por exemplo. O violão pode ser entendido como um recurso instrumental que possibilita a criação de música a partir das disposições espaciais das notas musicais em relação à afinação convencional (VASCONCELOS, 2002).

Ao ser afinado de maneiras alternativas, o violão adquire novos registros e sonoridades, além de proporcionar uma diversidade expressiva de combinações harmônicas e melódicas. Essas características enriquecem a criação de composições musicais originais e inovadoras, as quais talvez não poderiam ser obtidas com a afinação convencional. Uma possível explicação para a predominância da afinação em quartas no violão reside no fato de que, considerando as notas disponíveis até a terceira casa em todas as cordas, é viável executar uma escala de duas oitavas com todas as notas naturais¹⁴, tocando, no máximo, três notas por corda (VASCONCELOS, 2002).

Considerando os dados apresentados na Tabela 2 e a característica particular da afinação convencional do violão, na qual com as notas disponíveis até a terceira casa em todas as cordas, é possível a execução de uma escala de duas oitavas com todas as notas naturais, e ainda com no máximo, três notas por corda, constitui-se cinco afinações diferentes das analisadas até este ponto do trabalho.

¹⁴ De acordo com Henrique (2002), as notas naturais são aquelas que não possuem acidentes musicais, ou seja, não são alteradas por sustenidos (#) ou bemóis (b).

QUADRO 9: AFINAÇÕES COM UMA ESCALA DE DUAS OITAVAS COM TODAS AS NOTAS NATURAIS NAS TRÊS PRIMEIRAS CASAS DO BRAÇO DO VIOLÃO OU DA GUITARRA

(continua)

| “Nome” da afinação | Corda | Corda solta | Casa 1 | Casa 2 | Casa 3 |
|-----------------------------|----------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| Convencional a partir de Si | 6 ^a | Si (1 ^a oitava) | Dó | Dó# | Ré |
| | 5 ^a | Mi | Fá | Fá # | Sol |
| | 4 ^a | Lá | Lá # | Si (2 ^a oitava) | Dó |
| | 3 ^a | Ré | Ré # | Mi | Fá |
| | 2 ^a | Sol | Sol # | Lá | Lá # |
| | 1 ^a | Si (3 ^a oitava) | Dó | Dó # | Ré |
| Convencional a partir de Dó | 6 ^a | Dó (1 ^a oitava) | Dó # | Ré | Ré # |
| | 5 ^a | Mi | Fá | Sol | Sol # |
| | 4 ^a | Lá | Lá # | Si | Dó (2 ^a oitava) |
| | 3 ^a | Ré | Ré # | Mi | Fá |
| | 2 ^a | Sol | Sol # | Lá | Lá # |
| | 1 ^a | Si | Dó (3 ^a oitava) | Dó # | Ré |
| Convencional a partir de Ré | 6 ^a | Ré (1 ^a oitava) | Ré # | Mi | Fá |
| | 5 ^a | Sol | Sol # | Lá | Lá # |
| | 4 ^a | Si | Dó | Dó # | Ré (2 ^a oitava) |
| | 3 ^a | Mi | Fá | Fá # | Sol |
| | 2 ^a | Lá | Lá # | Si | Dó |
| | 1 ^a | Ré (3 ^a oitava) | Ré # | Mi | Fá |
| Afinação Convencional | 6 ^a | Mi (1 ^a oitava) | Fá | Fá # | Sol |
| | 5 ^a | Lá | Lá # | Si | Dó |
| | 4 ^a | Ré | Ré # | Mi (2 ^a oitava) | Fá |
| | 3 ^a | Sol | Sol # | Lá | Lá # |
| | 2 ^a | Si | Dó | Dó # | Ré |
| | 1 ^a | Mi (3 ^a oitava) | Fá | Fá # | Sol |
| Convencional a partir de Fá | 6 ^a | Fá (1 ^a oitava) | Fá # | Sol | Sol # |
| | 5 ^a | Lá | Lá # | Si | Dó |
| | 4 ^a | Ré | Ré # | Mi | Fá (2 ^a oitava) |
| | 3 ^a | Sol | Sol # | Lá | Lá # |

| | | | | | |
|--|----------------|----|----------------------------|------|-----|
| | 2 ^a | Si | Dó | Dó # | Ré |
| | 1 ^a | Mi | Fá (3 ^a oitava) | Fá # | Sol |

FONTE: O autor (2024).

De acordo com os dados da Tabela 2 e do Quadro 9, apresentamos as possibilidades de afinações bem como o coeficiente harmônico de cada corda para essa situação. Estas informações compõem a Tabela 28 a seguir:

TABELA 28 – AFINAÇÕES COM UMA ESCALA DE DUAS OITAVAS COM TODAS AS NOTAS NATURAIS NAS TRÊS PRIMEIRAS CASAS DO BRAÇO DO VIOLÃO OU DA GUITARRA

(continua)

| “Nome” da afinação | Cordas | 1 ^a | 2 ^a | 3 ^a | 4 ^a | 5 ^a | 6 ^a |
|-----------------------------|--------------------------------|------------------------|-------------------------|-------------------------|------------------------|-------------------------|------------------------|
| Convencional a partir de Si | Nota musical | <i>Si</i> ₃ | <i>Sol</i> ₃ | <i>Ré</i> ₃ | <i>Lá</i> ₂ | <i>Mi</i> ₂ | <i>Si</i> ₁ |
| | Frequência (hertz) | 246,94 | 196 | 146,83 | 110 | 82,41 | 61,74 |
| | Coeficiente harmônico da corda | 1,25 | 0,99 | 0,74 | 0,56 | 0,42 | 0,31 |
| Convencional a partir de Dó | Nota musical | <i>Si</i> ₃ | <i>Sol</i> ₃ | <i>Ré</i> ₃ | <i>Lá</i> ₂ | <i>Mi</i> ₂ | <i>Dó</i> ₂ |
| | Frequência (hertz) | 246,94 | 196 | 146,83 | 110 | 82,41 | 65,41 |
| | Coeficiente harmônico da corda | 1,25 | 0,99 | 0,74 | 0,56 | 0,42 | 0,33 |
| Convencional a partir de Ré | Nota musical | <i>Ré</i> ₄ | <i>Lá</i> ₃ | <i>Mi</i> ₃ | <i>Si</i> ₂ | <i>Sol</i> ₂ | <i>Ré</i> ₂ |
| | Frequência (hertz) | 293,66 | 220 | 164,81 | 123,47 | 98 | 73,42 |
| | Coeficiente harmônico da corda | 1,29 | 0,97 | 0,72 | 0,54 | 0,43 | 0,32 |
| Afinação Convencional | Nota musical | <i>Mi</i> ₄ | <i>Si</i> ₃ | <i>Sol</i> ₃ | <i>Ré</i> ₃ | <i>Lá</i> ₂ | <i>Mi</i> ₂ |
| | Frequência (hertz) | 329,63 | 246,94 | 196 | 146,83 | 110 | 82,41 |
| | Coeficiente harmônico da corda | 1,27 | 0,95 | 0,76 | 0,57 | 0,42 | 0,32 |
| Convencional a | Nota musical | <i>Mi</i> ₄ | <i>Si</i> ₃ | <i>Sol</i> ₃ | <i>Ré</i> ₃ | <i>Lá</i> ₂ | <i>Fá</i> ₂ |

| | | | | | | | |
|--|---------------------------------|--------|--------|------|--------|------|-------|
| | Frequência (hertz) | 329,83 | 246,94 | 196 | 146,83 | 110 | 87,31 |
| | Coefficiente harmônico da corda | 1,3 | 0,98 | 0,73 | 0,55 | 0,41 | 0,31 |

FONTE: O autor (2024).

Todas as afinações apresentadas na Tabela 28 têm em comum uma escala de duas oitavas com todas as notas naturais, e ainda com no máximo, três notas por corda para as três primeiras casas do braço do violão. Todas poderiam ser consideradas afinações convencionais. Vale ressaltar que estas afinações não constituem um grupo pois elas apresentam diferentes coeficientes harmônicos da corda. Analisando as mesmas afinações a luz da equação (45), temos os seguintes dados:

TABELA 29 – CONSTANTE HARMÔNICA DA CORDA, FREQUÊNCIA MÉDIA, SOMA DAS FREQUÊNCIAS DE AFINAÇÃO E ERRO PERCENTUAL DO COEFICIENTE HARMÔNICO DA CORDA PARA AS AFINAÇÕES DA TABELA (28)

| Nome da afinação | $\kappa = \frac{f_{corda}}{f_{média}}$ Equação (35) | $f_{Média}$ (Hz) | $\sum f_{corda}$ (Hz) | Erro percentual do H |
|------------------------------------|--|---------------------|--------------------------|-------------------------|
| <i>Convencional a partir de Si</i> | 0,714 | 256,25 | 1097,1 | 24,89 |
| <i>Convencional a partir de Dó</i> | 0,714 | 257,36 | 1101,87 | 24,56 |
| <i>Convencional a partir de Ré</i> | 0,714 | 295,55 | 1265,37 | 13,37 |
| Convencional ou Padrão em Mi | 0,714 | 259,69 | 1111,82 | 1,04 |
| <i>Convencional a partir de Fá</i> | 0,714 | 339,14 | 1116,91 | 0,59 |

FONTE: O autor (2024).

Considerando as perspectivas apontadas nas Tabelas 28 e 29, bem como a referência de afinação proposta nesta tese, resumida na equação (45), a afinação Fá – Lá – Ré – Sol – Si – Mi poderia ser considerada uma afinação referência para o violão. A Tabela 30 apresenta a estrutura musical e física dessa afinação:

TABELA 30 – AFINAÇÃO DE REFERÊNCIA PARA O VIOLÃO OU GUITARRA

| “Nome” da afinação | Cordas | 1 ^a | 2 ^a | 3 ^a | 4 ^a | 5 ^a | 6 ^a |
|--|---------------------------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| | Sistema de afinação | Quarta justa | Terça maior | Quarta justa | Quarta justa | Terça menor | Tônica |
| Afinação de referência para o violão ou guitarra | Nota musical | Mi_4 | Si_3 | Sol_3 | $Ré_3$ | $Lá_2$ | $Fá_2$ |
| | Frequência (hertz) | 329,83 | 246,94 | 196,00 | 146,83 | 110,00 | 87,31 |
| | Coefficiente harmônico da corda | 1,30 | 0,98 | 0,73 | 0,55 | 0,41 | 0,31 |

FONTE: O autor (2024).

Naturalmente essa afinação impacta a estrutura musical do instrumento, por exemplo incluindo um intervalo de terça menor, e isso altera a sonoridade, que pode ser explorada em diferentes harmonias. Muitos acordes tradicionais precisam ser posicionados ou ajustados para levar em conta o novo som da 6^a corda. Por exemplo. Essa afinação, apesar de simples, exige uma adaptação na técnica e pode ser explorada para criar sonoridades únicas.

4.3.8 A linearidade do coeficiente harmônico da corda

Existe uma relação linear entre a velocidade de propagação do som no ar e a velocidade de propagação da onda na corda de um instrumento musical? Esta questão de pesquisa foi o ponto de partida para as discussões desenvolvidas neste trabalho e também a hipótese inicial da tese. Uma pergunta que permeou o trabalho como um todo e que por ora fica sem uma resposta definitiva, pois com a investigação posta neste trabalho não foi possível afirmar que existe uma relação linear entre a velocidade de propagação do som no ar e a velocidade de propagação da onda na corda de um instrumento musical.

No entanto, as discussões em torno da questão de pesquisa levaram o trabalho para outro caminho. Um caminho que analisa em uma perspectiva matemática as afinações

dos instrumentos musicais de cordas, especificamente do violão ou da guitarra. Este caminho entrelaça de certo modo o coeficiente harmônico da corda, a velocidade de propagação do som no ar e a velocidade de propagação da onda na corda do violão. Nesta caminhada, a necessidade por uma resposta para a questão de pesquisa torna-se na perspectiva do autor da tese, quase irrelevante, pois outras possibilidades de análise se tornaram mais pertinentes para o trabalho. No entanto, é a partir da heurística em torno da hipótese inicial que se conjectura a estrutura da tese.

De acordo com Moura (2014), a compreensão da Natureza da Ciência envolve o conhecimento de seus componentes, a habilidade para sua elaboração, bem como o entendimento do que ela representa e por que desempenha um papel influente, sendo também influenciada. Por exemplo, como se constitui uma equação em física, na perspectiva aqui estabelecida, propõe-se que a velocidade de propagação da onda em uma corda é proporcional à velocidade de propagação do som no ar, e que deve existir um número que transforme esta relação de proporcionalidade em uma igualdade. Este é um dos papéis dos coeficientes ou das constantes na física.

Assim, quando se indaga se existe a relação entre a velocidade de propagação do som no ar e a velocidade de propagação de uma onda na corda de um instrumento musical, cria-se um caminho para discussões voltadas para a Natureza da Ciência. Por exemplo, a força elástica é proporcional à deformação de uma mola. Essa relação pode ser verificada pela definição de um coeficiente, que transforma essa proporcionalidade em uma igualdade — a constante elástica da mola. Na física existem outros exemplos com a mesma perspectiva. E é a intenção da discussão em torno do coeficiente harmônico da corda, uma discussão que permeia toda a tese.

No âmago desta tese está o coeficiente harmônico da corda, que se vincula diretamente a velocidade de propagação da onda na corda. De certo modo, este coeficiente desempenha o mesmo papel que a constante elástica de uma mola ou que o coeficiente de dilatação de um material. Percebeu-se que poucos autores dedicam trabalhos à relação entre o ensino de física e os coeficientes ou constantes. De acordo com Nunes e Santos (2018), algo fundamental para se ter em mente, em meio ao processo de ensino e aprendizagem da física, é que as equações resultantes de modelagens matemáticas, frequentemente incluem constantes ou coeficientes que nos permitem compreender o comportamento da natureza.

O coeficiente harmônico da corda se relaciona com a afinação de um instrumento musical de cordas, de maneira diretamente proporcional, como pode ser observado nas Tabelas 17 a 21. Mas como é essa relação de proporcionalidade entre a afinação dos instrumentos e o coeficiente harmônico da corda? Para responder essa pergunta, é possível partirmos da afinação convencional ou padrão em Mi, calcularmos as frequências de uma oitava com a equação (12), chegando aproximadamente nos dados apresentados na Tabela 31.

TABELA 31 – FREQUÊNCIAS DE UM VIOLÃO OU DA GUITARRA PARA UMA OITAVA

| Corda | f_0 (Hz) | f_1 (Hz) | f_2 (Hz) | f_3 (Hz) | f_4 (Hz) | f_5 (Hz) | f_6 (Hz) | f_7 (Hz) | f_8 (Hz) | f_9 (Hz) | f_{10} (Hz) | f_{11} (Hz) |
|-------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|------------------|------------------|
| 6ª | 82,41 | 87,3 | 92,5 | 98 | 103,8 | 110 | 116,5 | 123,5 | 130,8 | 138,6 | 146,8 | 155,6 |
| 5ª | 110 | 116,5 | 123,5 | 130,8 | 138,6 | 146,8 | 155,6 | 164,8 | 174,6 | 185 | 196 | 207,6 |
| 4ª | 146,8 | 155,6 | 164,8 | 174,6 | 185 | 196 | 207,6 | 220 | 233,1 | 246,9 | 261,6 | 277,2 |
| 3ª | 196 | 207,6 | 220 | 233,1 | 246,9 | 261,6 | 277,2 | 293,7 | 311,1 | 329,6 | 349,2 | 370 |
| 2ª | 246,9 | 261,6 | 277,2 | 293,7 | 311,1 | 329,6 | 349,2 | 370 | 392 | 415,3 | 440 | 466,2 |
| 1ª | 329,6 | 349,2 | 370 | 392 | 415,3 | 440 | 466,2 | 493,9 | 523,2 | 554,4 | 587,3 | 622,2 |

FONTE: Adaptada de Henrique (2002).

Com estes dados é possível determinar a média aritmética das frequências de cada corda, a constante harmônica da corda com a equação (35), a média aritmética de todas as frequências e o coeficiente harmônico da corda, considerando a equação (40). De acordo com os dados da Tabela, temos as notas musicais e as respectivas frequências para a afinação convencional ou padrão em Mi. Todos estes dados estão representados na Tabela 32, a seguir:

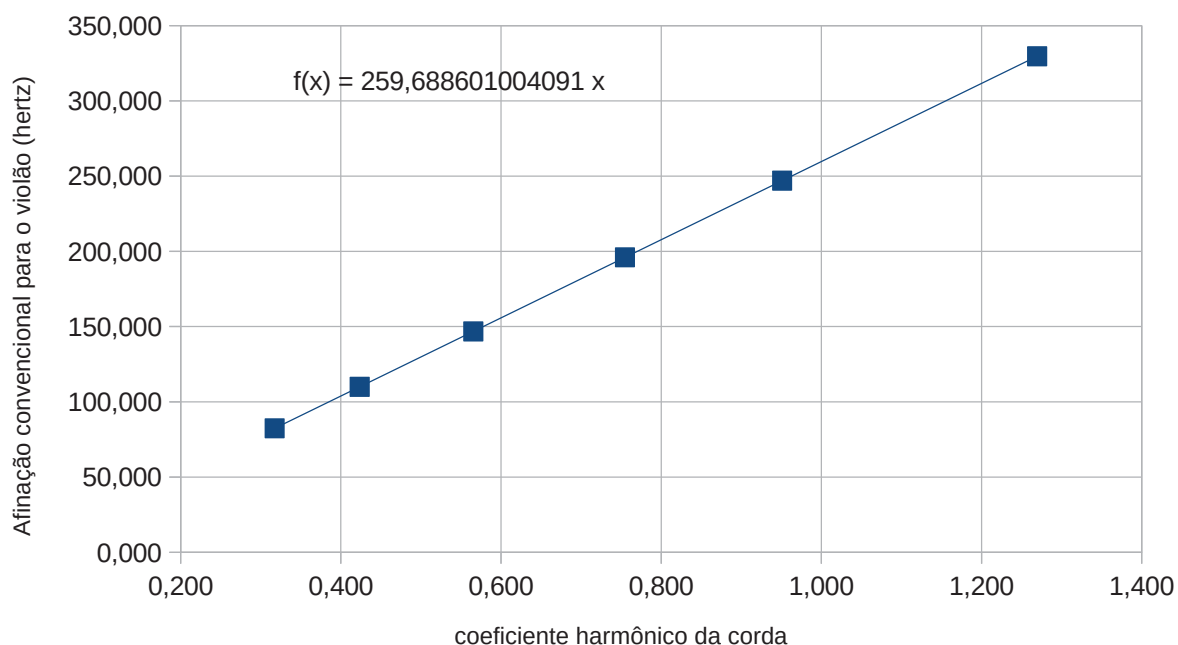
TABELA 32 – COMPARAÇÃO DO COEFICIENTE HARMÔNICO DA CORDA PARA A AFINAÇÃO CONVENCIONAL OU PADRÃO EM MI DO VIOLÃO OU DA GUITARRA

| Corda | Nota | f_{corda} (Hz) | $f_{média}$ (Hz) | $\kappa = \frac{f_{corda}}{f_{média}}$ Equação (35) | $f_{Média}$ (Hz) | $H = \frac{f_{corda}}{f_{Média}}$ Equação (40) |
|-------|------|---------------------|---------------------|--|---------------------|---|
| 6ª | Mi | 82,41 | 115,49 | 0,714 | 259,69 | 0,32 |
| 5ª | Lá | 110 | 154,16 | 0,714 | 259,69 | 0,42 |
| 4ª | Ré | 146,83 | 205,78 | 0,714 | 259,69 | 0,57 |
| 3ª | Sol | 196 | 274,69 | 0,714 | 259,69 | 0,76 |
| 2ª | Si | 246,94 | 346,08 | 0,714 | 259,69 | 0,95 |
| 1ª | Mi | 329,63 | 461,97 | 0,714 | 259,69 | 1,27 |

FONTE: O autor (2024).

A seguir se apresenta a representação gráfica das frequências dos instrumentos em função do coeficiente harmônico da corda.

FIGURA 5 – AFINAÇÃO CONVENCIONAL PARA O VIOLÃO EM FUNÇÃO DO COEFICIENTE HARMÔNICO DA CORDA



FONTE: O autor (2024).

De acordo com a representação gráfica apresentada na Figura 5, percebe-se que existe uma relação linear entre a afinação convencional do violão e o coeficiente harmônico da corda. Observando as Tabelas 17 a 21 percebemos que os coeficientes harmônicos das cordas de cada corda do violão são iguais para grupos de afinação. Por exemplo, as afinações em quartas justas formam um grupo e o coeficiente harmônico da corda evidencia matematicamente este fato. Quando determinamos o coeficiente harmônico da corda apenas para uma corda, percebemos que o mesmo se trata de uma constante, denominada neste trabalho de constante harmônica da corda.

Qual a relação entre a velocidade de propagação da onda na corda e o coeficiente harmônico da corda? Para responder esta questão, realizamos o mesmo processo de construção de uma representação gráfica. No entanto, antes se faz necessário a determinação da velocidade de propagação da onda em cada uma das cordas, de acordo com a equação (25), estes dados estão representados na Tabela 33 e na Figura 6, a seguir:

TABELA 33 – VELOCIDADE DE PROPAGAÇÃO DA ONDA EM CADA CORDA DO VIOLÃO E COEFICIENTE HARMÔNICO DA CORDA PARA A AFINAÇÃO CONVENCIONAL OU PADRÃO EM MI DO VIOLÃO OU DA GUITARRA

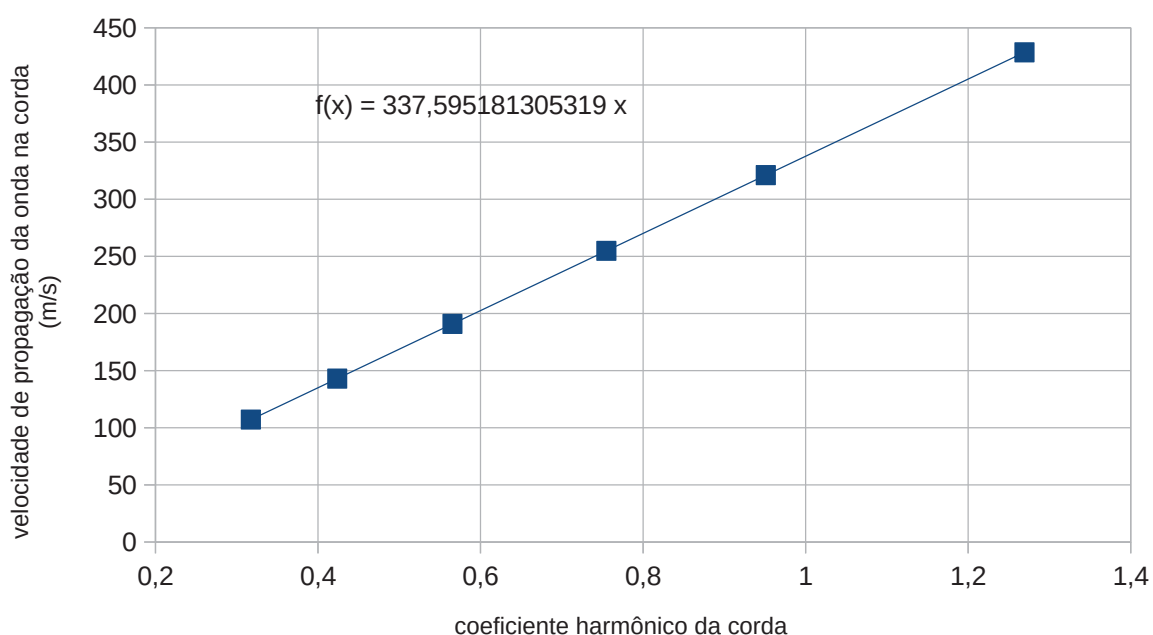
| Corda | Nota | $L_{máximo}$ (metros) | f_{corda} (Hz) | v_{corda} (m/s) Equação (25) | $H = \frac{f_{corda}}{f_{Média}}$ Equação (40) |
|----------------|------|--------------------------|---------------------|-----------------------------------|---|
| 6 ^a | Mi | 0,65 | 82,41 | 107,13 | 0,32 |
| 5 ^a | Lá | 0,65 | 110 | 143,01 | 0,42 |
| 4 ^a | Ré | 0,65 | 146,83 | 190,89 | 0,57 |
| 3 ^a | Sol | 0,65 | 196 | 254,81 | 0,76 |
| 2 ^a | Si | 0,65 | 246,94 | 321,04 | 0,95 |
| 1 ^a | Mi | 0,65 | 329,63 | 428,53 | 1,27 |

FONTE: O autor (2024).

Observando o coeficiente angular da reta a seguir, percebe-se que ele se aproxima do valor da velocidade de propagação do som no ar, uma ideia que se vincula, mas não responde à questão de pesquisa e à hipótese inicial desta tese. A velocidade de

propagação do som no ar é variável e depende, por exemplo, da temperatura do ambiente. Já a velocidade de propagação na corda de um instrumento musical de cordas também é variável, e por sua vez depende da força de tensão e da densidade linear dessa corda. No entanto, em determinadas condições, como a ressonância entre a corda e o ar ou a vibração da corda no modo fundamental, a frequência da onda na corda de um instrumento musical de cordas e a frequência da onda sonora no ar são iguais.

FIGURA 6 – VELOCIDADE DE PROPAGAÇÃO DA ONDA NA CORDA DE UM VIOLÃO OU GUITARRA NA AFINAÇÃO CONVENCIONAL EM FUNÇÃO DO COEFICIENTE HARMÔNICO DA CORDA



FONTE: O autor (2024).

Partindo dessa perspectiva e de todos os dados apresentados nesta tese, constitui-se a proposta empírica da tese. Uma referência para afinação de instrumentos musicais de cordas a partir da velocidade de propagação do som no ar. Como já mencionado anteriormente, optou-se pela velocidade de 341,16 m/s. E a partir dessa ideia, estruturam-se subsídios para uma teoria física e matemática para a afinação de instrumentos musicais de cordas.

4.3.9 Subsídios para uma Teoria da afinação dos instrumentos musicais de cordas

Entendendo que a afinação de instrumentos musicais de corda é um aspecto fundamental que influencia não apenas a qualidade sonora, mas também a

expressividade e a comunicação musical, neste trabalho, propõe-se uma perspectiva sobre a afinação de instrumentos musicais de cordas. Como fruto desta tese, emergem subsídios de uma teoria física e matemática para a afinação de instrumentos musicais de cordas, denominada “Teoria da afinação dos instrumentos musicais de cordas”. Os subsídios são os dois postulados, a constante harmônica da corda, o teorema das afinações dos instrumentos musicais de cordas, o coeficiente harmônica da corda e o princípio das afinações dos instrumentos musicais de cordas.

Postulado I: A afinação dos instrumentos musicais de corda foi desenvolvida historicamente por meio de processos empíricos, criativos, culturais e com elementos de teoria musical.

Postulado II: A proposta de um modelo físico e matemático para a afinação dos instrumentos musicais de corda não limita e nem invalida as diversas possibilidades musicais das afinações estabelecidas historicamente.

Constante harmônica da corda: É a razão entre a frequência de uma corda qualquer do instrumento e a média aritmética entre as frequências para uma oitava na mesma corda:

$$\kappa = \frac{f_{corda}}{f_{média}}$$

Teorema das afinações dos instrumentos musicais de cordas: Em instrumentos musicais de corda, a soma das frequências das cordas é proporcional ao produto entre Média aritmética das frequências de uma oitava para todas as cordas ($f_{Média}$) de uma oitava para todas as cordas, o número de cordas (y) e a constante harmônica da corda (κ):

$$(f_{corda_1} + f_{corda_2} + \dots + f_{corda_y}) = f_{Média} \cdot y \cdot \kappa$$

Coeficiente harmônico da corda: É a razão entre a frequência de uma corda qualquer do instrumento e a Média aritmética das frequências de uma oitava para todas as cordas:

$$H = \frac{f_{corda}}{f_{Média}}$$

Princípio das afinações dos instrumentos musicais de cordas: Em instrumentos musicais de corda, a soma das frequências das cordas deve se aproximar da razão entre o número de cordas (y), a constante harmônica da corda (κ) e a velocidade de propagação do som no ar a 15°C pelo dobro do comprimento máximo da corda vibrante ($L_{máximo}$):

$$(f_{corda_1} + f_{corda_2} + \dots + f_{corda_y}) = \frac{\kappa \cdot y \cdot v_{som}}{2 \cdot L_{máximo}}$$

Os subsídios apresentados constituem uma nova forma de compreender a afinação de instrumentos musicais de cordas, com base em dois postulados que integram tanto os processos históricos e culturais quanto um modelo físico e matemático. As equações desenvolvidas indicam que a soma das frequências de afinação de um instrumento de cordas deve convergir para um valor constante, o que pode ser interpretado como um princípio subjacente à organização tonal desses instrumentos. Como referência, a velocidade de propagação do som no ar adotada, foi determinada para uma temperatura de 15°C.

4.3.10 As últimas notas

A hipótese desta tese estrutura-se na investigação da existência de uma relação linear entre a velocidade de propagação do som no ar e a velocidade de propagação das ondas nas cordas dos instrumentos musicais. Para tanto, conjectura-se que existe um coeficiente que valida esta relação. Dessa forma, surge a possibilidade de se testar a hipótese com as afinações dos instrumentos musicais de cordas. Todavia, no escopo deste trabalho, optou-se por utilizar exclusivamente os dados referentes ao violão ou à guitarra, com uma breve discussão em relação aos dados do violino. Vale ressaltar que os dados se restringem às frequências das afinações, uma vez que, em condições específicas, a frequência de oscilação da corda em um instrumento musical de cordas é igual à frequência da onda sonora gerada por ela, e a partir dela que se define o coeficiente harmônico da corda.

Em sua definição, representado na equação (40), o coeficiente harmônico da corda está vinculado à média aritmética das frequências das notas musicais de uma oitava para todas as cordas do instrumento musical de cordas. De acordo com os dados

apresentados na Tabela 33 e na Figura 6, especificamente para o violão ou guitarra na afinação convencional ou padrão em Mi, obtemos um valor de 337,59 m/s para a velocidade de propagação do som no ar. Esta particularidade não responde a questão de pesquisa apresentada no trabalho e nem à hipótese inicial proposta. No entanto, a investigação desenvolvida na tentativa de responder à questão de pesquisa nos leva a outras conjecturas e resultados.

De acordo com Henrique (2002), no que diz respeito ao aprimoramento dos instrumentos, podem ser considerados aspectos como a afinação, a correção de possíveis defeitos desses, a ergonomia na execução das músicas, a utilização de novos materiais e ainda a criação de novos instrumentos. Os resultados empíricos da tese indicam que é possível estabelecer uma referência para a afinação de instrumentos musicais de cordas a partir da velocidade de propagação do som no ar. Os subsídios para uma teoria da afinação de instrumentos musicais de corda estão apresentados no item 4.3.9 desta tese.

Entre esses subsídios se encontra a constante harmônica da corda, um valor que pode ser determinado a partir da equação (35). Essa constante é válida para todos os instrumentos musicais de cordas e possui um valor aproximado de 0,714. Conforme os resultados apresentados nas Tabelas 17 a 21, verifica-se que é possível organizar determinadas afinações de instrumentos musicais de cordas em grupos com o mesmo coeficiente harmônico da corda, o qual, por sua vez, pode ser calculado por meio da equação (40). Além da particularidade do coeficiente harmônico da corda, esses grupos apresentaram características musicais em comum.

Como neste trabalho analisamos quase que exclusivamente os dados do violão ou da guitarra, aponta-se para uma necessidade de análise dos dados referentes a outros instrumentos musicais. Entende-se que seria interessante analisar outros instrumentos musicais de cordas, e ainda implementar os resultados obtidos nesta tese para outros instrumentos. Durante esta análise, postulou-se que a afinação dos instrumentos musicais de corda foi desenvolvida historicamente por meio de processos empíricos, criativos, culturais e com elementos de teoria musical. Bem como a proposta de um modelo físico e matemático para a afinação dos instrumentos musicais de corda não limita e nem invalida as diversas possibilidades musicais das afinações estabelecidas historicamente.

Fica evidente na heurística deste trabalho, especificamente representada nas Tabelas 17 a 21, que o coeficiente harmônico da corda categoriza grupos de afinações. Na Tabela 22, os dados indicam que o coeficiente harmônico da corda também evidencia que afinações que possuem elementos musicais em comum não necessariamente constituem uma categoria de acordo com H. Outro resultado apresentado neste trabalho refere-se à linearidade do coeficiente de harmônico da corda e à velocidade de propagação da onda na corda do instrumento. Além disso, o coeficiente harmônico da corda está relacionado a uma constante, definida nesta tese como constante harmônica da corda. Além desses resultados analíticos, há os resultados empíricos, evidentes nas Tabela 16 e 27 e na Figura 6, que possibilitam a proposta de subsídios para uma teoria de afinação dos instrumentos musicais de cordas.

As equações que emergem desta tese foram formuladas com o intuito de serem acessíveis e aplicáveis, permitindo que músicos e professores entendam e utilizem essa abordagem em suas práticas. Além disso, os subsídios teóricos visam integrar a prática musical com a física, proporcionando uma nova compreensão em relação à afinação de instrumentos musicais de corda. E naturalmente a investigação não se encerra nas poucas conjecturas deste trabalho, para tanto, se entende que seria pertinente uma análise específica de outros instrumentos musicais, implementando e complementando as hipóteses levantadas nesta tese.

Os instrumentos musicais são objetos fascinantes, e por meio deles somos capazes de transmitir conceitos, ideias, emoções, sentimentos e muito mais. Além disso, eles podem ser analisados por diferentes aspectos: o físico, o musical, o matemático, o histórico, o estético, o artístico e muitos outros. Ao longo desta tese, em sua perspectiva heurística, revelou-se que a intrincada harmonia entre física, música e matemática nos instrumentos musicais de cordas ainda proporciona possibilidades de exploração e investigação, compondo uma sinfonia de conceitos que reverberam entre a emoção e a razão.

Referências

ABDOUNUR, O. J. **Matemática e música**. 1 ed. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2015. p. 384.

BORGES, A. Newton. RODRIGUES, C. G. **Introdução à física acústica** – São Paulo: Editora Livraria da Física, 2017.

BOYER, C. B.; MERZBACH, U. C. **História da matemática**. Tradução de Helena Castro. São Paulo: Blucher, 2012. 504p.

CARDOSO, Renato. **Repertório barroco e suas possibilidades ao violão: Aspectos teóricos e métodos transcritivos a partir das cordas dedilhadas**. 2014. Dissertação (Mestrado em práticas interpretativas). UNESP, São Paulo, 2014.

COSTA, Ennio Cruz da. **Acústica Técnica**. São Paulo: Blucher, 2003. 123 p.

CATELLI, F.; MUSSATO, G. A. **As frequências naturais de uma corda de instrumento musical a partir de seus parâmetros geométricos e físicos**. Revista Brasileira de Ensino de Física, v. 36, n. 2, p. 1-6, 2013.

DONOSO, J. P.; TANNÚS, A.; GUIMARÃES, F.; FREITAS, T. C. **A física do violino**. Revista Brasileira de Ensino de Física, v. 30, n. 2, e20182305, 2008.

GOLDEMBERG, Ricardo. **A prática da entoação nos instrumentos de afinação não-fixa**. Opus, Goiânia, v. 13, n. 1, p. 65-74, jun. 2007.

GOTO, Mario. **Física e música em consonância**. Revista Brasileira de Ensino de Física, v. 31, n. 2, e2307, 2009.

FERREIRA, M. M. (2016). VIOLA-DE-COCHO PANTANEIRA: **HISTÓRIA E MEMÓRIA**. *Espaço E Cultura*, (40), 99–112. <https://doi.org/10.12957/espacoecultura.2016.41901>

HENRIQUE, Luís L. **Acústica musical**. Edição da Fundação Calouste Gulbenkian. Lisboa 2002. 1130 páginas.

JAMMER, Max. **Conceitos de força: estudo sobre os fundamentos da dinâmica**. 1. ed. Rio de Janeiro: Contraponto. Ed. PUC-Rio, 2011. 333p. Tradução: Vera Ribeiro; revisão técnica: Waldemar Monteiro da Silva Junior; tradução das passagens em latim: Antônio Mattoso.

KÁROLYI, Ottó. **Introdução à música**. 2. ed. São Paulo: Martins Fontes- Selo Martins, 2015.

LAGO, B. L. **A guitarra como instrumento para o ensino de física ondulatória**. Revista Brasileira de Ensino de Física, v. 37, n. 1, e20151504, 2015.

LIMA, D. de O.; DAMASIO, F. **O violão no ensino de acústica: uma proposta com enfoque histórico-epistemológico em uma unidade de ensino potencialmente significativa.** Caderno Brasileiro de Ensino de Física, v. 36, n. 3, p. 818-840, dez. 2019.

MED, Bohumil. **Teoria da música.** 5 ed. rev. e ampl. Brasília, DF: Musimed, 2017.

MORESI, Eduardo (Org.). **Metodologia da pesquisa.** Brasília: Universidade Católica de Brasília, 2003.

MOURA, Breno Arsioli. **O que é natureza da Ciência e qual sua relação com a História e Filosofia da Ciência?** Revista Brasileira de História da Ciência, Rio de Janeiro, v. 7, n. 1, p. 32-46, jan/jun 2014.

MOURA, D. A.; NETO, P. B. **O ensino de acústica no Ensino Médio por meio de instrumentos musicais de baixo custo.** Física na Escola, v. 12, n. 1, 2011.

NUNES, Nelson da Silva; SANTOS, José Renan Gomes dos. **O ensino voltado as constantes da física, tais como gravidade local, constante da mola e coeficiente de dilatação volumétrica.** Educação, Psicologia e Interfaces, v. 2, n. 2, p. 77-85, 2018. DOI: <https://doi.org/10.37444/issn-2594-5343.v2i2.61>.

NUSSENZVEIG, Herch Moysés. **Curso de física básica – vol. 2: fluidos, oscilações e ondas, Calor.** 5. ed. São Paulo: Edgard Blücher, 2014.

GRILLO, M. L.; PEREZ, L. R. (Org.) **A Física na Música.** Rio de Janeiro: EDUERJ, 2013.

PRADO, Luis Antonio Gagliardi, **Matemática, física, e música no renascimento: uma abordagem histórico-epistemológica para um ensino interdisciplinar.** 2010. 110f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). São Paulo: USP, 2010.

RIBEIRO, P. N. M. (2021). **A Influência da Cultura na Música Metal.** *E- Revista De Estudos Interculturais*, (4). <https://doi.org/10.34630/erei.vi4.3991>.

ROEDERER, Juan G., **Introdução à física e psicofísica da música.** Edusp. 2002, 312 páginas.

SANTOS, E. M.; MOLINA, C.; TUFALILE, A. P. B. **Violão e guitarra como ferramentas para o ensino de Física.** Revista Brasileira de Ensino de Física, v. 35, n. 2, p. 2507, 2013.

SMITH, C. J. **The Celtic guitar: crossing cultural boundaries in the twentieth century.** In: COELHO, V. A. *The Cambridge Companion to the guitar.* Cambridge. Cambridge University Press. 2003, p. 33 – 43.

VASCONCELOS, M. A. V. **Recursos Idiomáticos em Scordatura na Criação de Repertório para Violão.** Campinas, 2002. 85f.. Dissertação (Mestrado em Artes). Instituto de Artes da Universidade de Campinas, Campinas, 2002.

ZACZÉSKI, M.; BECKER, C. H.; BARROS, T. G.; FERREIRA, A. L.; FREITAS, T.C.; **Violão: aspectos acústicos, estruturais e históricos**. Revista Brasileira de Ensino de Física, vol. 40, nº 1, e1309. 2018.