

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

DANYELLE SCHUMANSKI

PROJETO DE MOTOR DE INDUÇÃO MONOFÁSICO APLICADO A BETONEIRAS
USANDO EVOLUÇÃO DIFERENCIAL VALIDADO VIA ELEMENTOS FINITOS

CURITIBA

2025

DANYELLE SCHUMANSKI

**PROJETO DE MOTOR DE INDUÇÃO MONOFÁSICO APLICADO A BETONEIRAS
USANDO EVOLUÇÃO DIFERENCIAL VALIDADO VIA ELEMENTOS FINITOS**

Trabalho apresentado como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Engenharia elétrica pelo Programa de Pós Graduação em Engenharia Elétrica do Setor de Tecnologia da Universidade Federal do Paraná.

Orientadora: Prof^a Juliana Almansa Malagoli,
Dra

CURITIBA

2025

DADOS INTERNACIONAIS DE CATALOGAÇÃO NA PUBLICAÇÃO (CIP)
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
SISTEMA DE BIBLIOTECAS – BIBLIOTECA DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA

Schumanski, Danyelle

Projeto de motor de indução monofásico aplicado a betoneiras usando evolução diferencial validado via elementos finitos / Danyelle Schumanski. – Curitiba, 2025.

1 recurso on-line : PDF.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Paraná, Setor de Tecnologia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica.

Orientador: Juliana Almansa Malagoli

1. Método dos Elementos Finitos. 2. Motores elétricos de indução. 3. Evolução diferencial. I. Universidade Federal do Paraná. II. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica. III. Malagoli, Juliana Almansa. IV. Título.

Bibliotecário: Elias Barbosa da Silva CRB-9/1894

TERMO DE APROVAÇÃO

Os membros da Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação ENGENHARIA ELÉTRICA da Universidade Federal do Paraná foram convocados para realizar a arguição da dissertação de Mestrado de **DANYELLE SCHUMANSKI**, intitulada: **Projeto de motor de indução monofásico aplicado a betoneiras usando evolução diferencial validado via elementos finito**, sob orientação da Profa. Dra. JULIANA ALMANSA MALAGOLI, que após terem inquirido a aluna e realizada a avaliação do trabalho, são de parecer pela sua APROVAÇÃO no rito de defesa.

A outorga do título de mestra está sujeita à homologação pelo colegiado, ao atendimento de todas as indicações e correções solicitadas pela banca e ao pleno atendimento das demandas regimentais do Programa de Pós-Graduação.

Curitiba, 25 de Fevereiro de 2025.

Assinatura Eletrônica
06/03/2025 13:12:45.0
JULIANA ALMANSA MALAGOLI
Presidente da Banca Examinadora

Assinatura Eletrônica
06/03/2025 11:43:56.0
ADELICIO MAXIMIANO SOBRINHO
Avaliador Externo (UNIVERSIDADE FEDERAL DO TOCANTINS)

Assinatura Eletrônica
06/03/2025 12:26:50.0
RICARDO SCHUMACHER
Avaliador Interno (UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ)

Assinatura Eletrônica
06/03/2025 11:04:37.0
CLODOMIRO UNSIHUAY-VILA
Avaliador Interno (UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ)

*Este trabalho é dedicado aos meus avós,
os grandes amores da minha vida.*

AGRADECIMENTOS

Primeiramente agradeço a Deus, por ter sido tão bom comigo durante todo o percurso.

Agradeço aos meus pais, Joseane Aparecida Scariott e Robson Schumanski, pelo apoio incondicional, pelo colo, por me ouvirem nos diversos momentos difíceis, vocês são meu porto seguro e eu nunca conseguirei agradecer o suficiente.

À minha orientadora, Juliana Almansa Malagoli, por nunca ter me permitido desanimar e por ter sido uma grande amiga durante todo o processo. Sou muito grata por todos os conselhos e conversas.

Aos meus avós, Maria de Lourdes Scariott, Biratan Scariott, José Rubens Schumanski (*in memoriam*) e Ivoni Moss Schumanski: a graça, cor e sentido da minha vida. Obrigada por sempre me mostrarem o caminho correto, pelo incentivo e por sempre me animarem, todos os momentos com vocês são especiais, espero fazê-los orgulhosos.

Aos meus amigos: Jéssica Busato de Cristo, Marina Seccon de Carvalho e Vitor Hugo Mendes de Oliveira, que são minha segunda família e que sempre se fazem próximos. Quando pedi a Deus por bons amigos, jamais pensei que seria tão abençoada ao receber vocês três em minha vida.

Aos demais familiares que se mantiveram próximos e que pude sentir o carinho, mesmo à distância. Saber que tenho vocês comigo é maravilhoso.

Aos companheiros do Rotary Club de Paranaguá Rocio, que me acolheram e me incentivaram imensamente durante esse período de pesquisas. Vocês não só fazem grande diferença no mundo, como também fizeram muita diferença na minha vida durante esse período no clube.

Meus agradecimentos à CAPES por providenciar fundos para que essa pesquisa fosse realizada e ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal do Paraná (PPGEE-UFPR), que me acolheu com professores que acreditaram no meu potencial, mesmo com um tema ousado para alguém que fez tamanha mudança de área, e permitiu que eu realizasse mais essa etapa do meu sonho.

Por último, mas não menos importante, agradeço a todos os professores que passaram pelo meu caminho. Todos vocês mudaram a minha vida e jamais poderei agradecer o suficiente.

"Todos os nossos sonhos podem se tornar realidade,
se nós tivermos a coragem para perseguí-los."

Walt Disney

RESUMO

O motor de indução monofásico é amplamente comercializado para uso de portões e de betoneiras em razão do seu baixo custo e bom desempenho, além disso, das principais características que podem ser destacadas sobre essa máquina, encontram-se sua incapacidade de gerar um torque inicial e seu rotor, que em boa parte dos casos obedece o formato de gaiola de esquilo. Nesse contexto, para o desenvolvimento deste trabalho, usou-se um motor de 127 volts, com 4 polos e potência de 3 cv do catálogo da Nova Motores para análise. Deste modo, o motor foi avaliado usando o algoritmo de Evolução Diferencial (ED) e Método de Elementos Finitos (MEF). Assim, é desejável dimensionar um motor ótimo com medidas mais adequadas que proporcionem um dispositivo com menos perdas no cobre, maior eficiência, menor volume e menor custo de fabricação. Os resultados foram simulados no *software* FEMM (*Finite Element Method Magnetics*) para obter uma análise de densidade de fluxo magnético, para que eventuais ajustes possam ser proporcionados. Com isso, para cada estudo de caso, propriedades otimizadas foram obtidas, o que proporcionou melhoras significativas para cada propriedade avaliada.

Palavras-chaves: Evolução Diferencial. Método dos Elementos Finitos. Motor de Indução Monofásico. *Software* FEMM

ABSTRACT

The single-phase induction motor is widely commercialized for use in gates and concrete mixers due to its low cost and good performance. Furthermore, among the main characteristics of this machine, its inability to generate initial torque and its rotor, often in the squirrel cage format, stand out. In this context, for the development of this work, a 127-volt, 4-pole, 3 hp motor from the Nova Motores catalog was used for analysis. Thus, the motor will be evaluated using the Differential Evolution (DE) algorithm and the Finite Element Method (FEM). The objective is to design an optimal motor with more appropriate dimensions, providing a device with lower copper losses, higher efficiency, smaller volume, and lower manufacturing cost. The results are simulated using the FEMM (Finite Element Method Magnetics) software to analyze the magnetic flux density, enabling potential adjustments. As a result for each study case, optimizes properties were obtained, improving significantly each evaluated property.

Key-words: Differential Evolution. Finite Element Method. Single Phase induction Motor. FEMM Software.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

FIGURA 1 – Linha do tempo da construção dos conhecimentos sobre eletromagnetismo.	20
FIGURA 2 – Motor elétrico da Volkswagen.	21
FIGURA 3 – Motor elétrico monofásico aplicado a uma betoneira.	27
FIGURA 4 – Oitava parte do desenho de um rotor e estator.	29
FIGURA 5 – Ranhuras a) aberta e b) semifechada.	32
FIGURA 6 – Detalhes do projeto do estator	33
FIGURA 7 – Detalhes do projeto do rotor.	40
FIGURA 8 – Linha do tempo do desenvolvimento do Método de Elementos Finitos.	48
FIGURA 9 – Esquema de análise de um sistema físico idealizado como contínuo.	48
FIGURA 10 – Fluxograma da representação do Método de Elementos Finitos. .	49
FIGURA 11 – Exemplos de formas de elementos finitos.	52
FIGURA 12 – Viga engastada com extremidade livre com uma força P sobre a extremidade.	55
FIGURA 13 – Representação do ponto ótimo de uma função objetivo.	56
FIGURA 14 – Função-objetivo quadrática. (a) Distribuição espacial da população na geração $t = 1$. (b) Distribuição dos vetores-diferença na geração $t = 1$	59
FIGURA 15 – Projeto e processo de otimização	60
FIGURA 16 – Função-objetivo quadrática.(a) Distribuição espacial da população na geração $t = 10$. (b) Distribuição dos vetores-diferença na geração $t = 10$	63
FIGURA 17 – Função-objetivo quadrática.(a) Distribuição espacial da população na geração $t = 20$. (b) Distribuição dos vetores-diferença na geração $t = 20$	65
FIGURA 18 – Especificações de motores elétricos.	68
FIGURA 19 – Motor monofásico Nova Motores M142414B00.	68
FIGURA 20 – <i>SciNotes</i> do Scilab.	69
FIGURA 21 – <i>Console</i> do Scilab.	70
FIGURA 22 – <i>Interface</i> do AutoCad.	72
FIGURA 23 – Triangulação de Massachussetts.	73
FIGURA 24 – Motor ótimo: (a) desalinhado; (b) alinhado.	74
FIGURA 25 – Malha sobre o modelo 2D do motor deste trabalho.	75

FIGURA 26 – Motor simulado com a apresentação da distribuição do fluxo . . .	76
FIGURA 27 – Modelo inicial do motor em 2D.	79
FIGURA 28 – Motor inicial simulado.	80
FIGURA 29 – Evolução das soluções e minimização das perdas no enrolamento.	81
FIGURA 30 – Motor final da simulação otimizada.	83
FIGURA 31 – Maximização da eficiência energética.	85
FIGURA 32 – Simulação do fluxo no problema da eficiência.	86
FIGURA 33 – Caixa de betoneira Menegoti.	87
FIGURA 34 – Minimização do volume.	88
FIGURA 35 – Simulação do fluxo para o motor otimizado.	89
FIGURA 36 – Simulação do volume inicial.	90
FIGURA 37 – Simulação do volume final.	90
FIGURA 38 – Minimização do custo.	93
FIGURA 39 – Fluxo no motor otimizado de acordo com o custo.	94

LISTA DE TABELAS

TABELA 1 – Definição do coeficiente K_f	30
TABELA 2 – Definição do coeficiente K_t	30
TABELA 3 – Relação D_i/D_o	30
TABELA 4 – Massa específica de materiais.	46
TABELA 5 – Valor dos materiais por quilograma.	46
TABELA 6 – Tipos de otimização de minimização.	57
TABELA 7 – Representação das Estratégias da Evolução Diferencial.	64
TABELA 8 – Pseudo-código da Evolução Diferencial.	66
TABELA 9 – Resultados ótimos para a função de Rosenbrock.	67
TABELA 10 – Operadores do Scilab	70
TABELA 11 – Parâmetros com máximos e mínimos.	71
TABELA 12 – Dimensões do motor antes da otimização	78
TABELA 13 – Configuração do motor inicial	79
TABELA 14 – Parâmetros com máximos e mínimos.	81
TABELA 15 – Propriedades de projeto do motor na otimização usando ED.	81
TABELA 16 – Dimensões do motor depois da otimização	82
TABELA 17 – Configuração do motor final	82
TABELA 18 – Avaliação da perda no enrolamento antes e depois da simulação	83
TABELA 19 – Parâmetros com máximos e mínimos	84
TABELA 20 – Propriedades de projeto do motor antes e depois da otimização da eficiência.	84
TABELA 21 – Dimensões do motor ótimo para maximização da eficiência ener- gética.	85
TABELA 22 – Configuração do motor ótimo.	85
TABELA 23 – Avaliação da eficiência antes e depois da simulação.	86
TABELA 24 – Parâmetros com máximos e mínimos	87
TABELA 25 – Propriedades de projeto do motor depois da redução do volume.	88
TABELA 26 – Dimensões do motor depois da otimização do volume.	89
TABELA 27 – Configuração do motor otimizado para o volume.	89
TABELA 28 – Avaliação dos resultados para o volume.	91
TABELA 29 – Avaliação do volume antes e depois da simulação.	91
TABELA 30 – Massa específica dos materiais	91
TABELA 31 – Parâmetros com máximos e mínimos.	92
TABELA 32 – Propriedades de projeto do motor depois da minimização do custo.	92

TABELA 33 – Dimensões do motor pós otimização do custo.	93
TABELA 34 – Configuração do motor otimizado para o custo.	93
TABELA 35 – Avaliação do custo antes e depois da simulação.	94

LISTA DE ABREVIATURAS E DE SIGLAS

FEMM Finite Element Method Magnetics

MEF Método de Elementos Finitos

MIM Motor de Indução Monofásico

LISTA DE SÍMBOLOS

A_m	Área da seção transversal do condutor
A_t	Área dos dentes do estator por polo
A_1	Potencial magnético em um ponto 1
A_2	Potencial magnético em um ponto 2
A_3	Potencial magnético em um ponto 3
A	Potencial magnético
b_{10}	Abertura da ranhura
b_{11}	Largura da boca da ranhura
b_{13}	Largura da ranhura na base
b_{t2}	Densidade de corrente no condutor 2
B_m	Densidade de fluxo magnético no núcleo
B_c	Densidade de fluxo na seção do núcleo
B_t	Densidade de fluxo no dente do estator
B_{t1}	Densidade de corrente no condutor 1
B_x	Componente do campo magnético na direção x
B_y	Componente do campo magnético na direção y
B	Campo magnético
b_{20}	Abertura para a barra
b_{t2}	Densidade de corrente no condutor 2
$\cos \phi$	Fator de potência do motor
CR	Probabilidade de cruzamento
C_o	Coeficiente de saída
D	Constante relacionada ao meio
D_o	Diâmetro externo do estator

D_r	Diâmetro do rotor
D_i	Diâmetro interno do estator
D_m	Diâmetro médio do estator
E_Y	Módulo de Young
E_1^e	Campo elétrico no elemento e
$E_{i,1}^e$	Tensão induzida
E	Campo eletromagnético induzido
$f(\vec{x})$	Função objetivo a ser minimizada
f	Frequência da corrente alternada
h_s	Altura total da ranhura
h_{10}	Profundidade da ponta da ranhura
h_{11}	Altura da boca da ranhura
h_{14}	Profundidade da ranhura
h_{20}	Profundidade da abertura para a barra
H	Região de condução
H	Campo magnético
I	Corrente elétrica
I_m	Corrente de saturação
I_s	Corrente do estator
I_x	Momento de inércia em x
$I_{i,1}^e$	Corrente no enrolamento e
J	Densidade da corrente de condução
K_f	Constante de frequência
K_t	Constante de tipo do motor
K	Constante elástica
K_{wa}	Fator de enrolamento auxiliar

K_{wm}	Fator de enrolamento médio ponderado
K_{pn}	Fator de passo para a ranhura
$\mathbf{K}^{(e)}$	Matriz de rigidez
L	Profundidade do núcleo do estator
M	Momento fletor
μ	Permeabilidade magnética
N	Número de voltas
NP	Tamanho da população
P_{cobre}	Perda de cobre no estator
P_{cv}	Potência em cavalo-vapor
$P_{entrada}$	Potência de entrada no motor
$P_{estator}$	Perda total do estator
P_{fe}	Perda no ferro
P_{sada}	Potência de saída do motor
P_{total}	Perdas totais do motor
Φ	Fluxo magnético
q	Número da geração atual
$q(x)$	Carga por unidade de comprimento
$q_{i,j}$	Carga elétrica no nó i, j
r_m	Resistência do enrolamento principal
r_{21}	Raio da barra
$r_{i,j}$	Densidade de corrente no nó i, j
R	Resíduo
S_1	Número de ranhuras do estator
S_2	Número de barras do rotor
T_a	Número total de voltas no enrolamento auxiliar

T_m	Número total de voltas no enrolamento principal
T_n	Porcentagem de voltas em cada bobina
U	Deslocamento
$U(i)^{(q+1)}$	Vetor tentativa gerado durante o cruzamento na geração
V	Tensão aplicada ao motor
$V_q^{(q+1)}$	Vetor mutado na geração
W	Função de ponderação
\mathbf{n}	Vetor normal à superfície
Γ	Fronteira do domínio
Γ_H	Região de condução
Γ_B	Região magnética
$X_\alpha^{(q)}$	Indivíduo selecionado da geração
$X(i)^{\text{inf}}$	Limite inferior do domínio
$X(i)^{\text{sup}}$	Limite superior do domínio
$X_s^{(q)}$	Vetor-alvo na geração
X_s	Reatância de ranhura
X_{en}	Reatância residual
X_{inc}	Reatância inclinada
X_{res}	Reatância de faixa residual
X_{total}	Reatância total de vazamento
X_{zz}	Reatância de ZigZag
η	Eficiência do motor
ε	Permissividade elétrica
ρ	Resistividade do material
ρ_e	Resistividade elétrica
ρ_m	Massa específica do material

v	Velocidade do fluido
$v(x)$	Função de deflexão
w	Deflexão da viga
γ	Vetor de um terceiro indivíduo selecionado para mutação
β	Vetor de um segundo indivíduo selecionado para mutação
α	Vetor de um indivíduo selecionado para mutação

SUMÁRIO

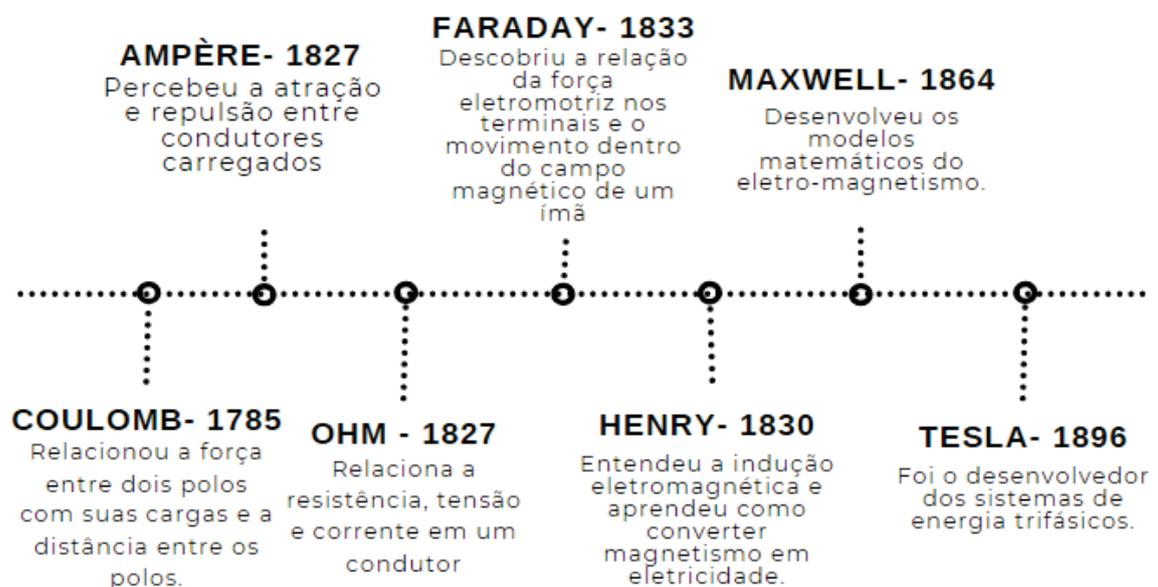
1	INTRODUÇÃO	20
1.1	OBJETIVO	22
1.1.1	Objetivo Geral	22
1.1.2	Objetivos Específicos	23
1.2	JUSTIFICATIVAS	23
1.3	CONTRIBUIÇÕES DA DISSERTAÇÃO	23
1.4	REVISÃO DA LITERATURA	24
1.4.1	Projeto de Máquinas Elétricas	24
1.4.2	Técnicas de Otimização	24
1.4.3	Método dos Elementos Finitos	25
1.5	ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO	26
2	PROJETO DO MOTOR DE INDUÇÃO MONOFÁSICO	27
2.1	PROJETO INICIAL	28
2.2	PROJETO DO ESTATOR	31
2.2.1	Dimensionamento	32
2.2.2	Projeto do enrolamento do estator	34
2.2.3	Perdas totais no estator	36
2.3	PROJETO DO ROTOR	40
2.3.1	Dimensionamento da Gaiola	40
2.3.2	Perdas no Rotor	41
2.3.3	Perdas totais no rotor	42
2.4	PROPRIEDADES DOS MOTORES ELÉTRICOS	43
2.4.1	Cálculo da eficiência	43
2.4.2	Volume dos materiais	44
2.4.3	Análise de custos	46
3	MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS	48
3.1	EQUAÇÕES DE MAXWELL	50
3.2	LEI DE COMPORTAMENTO DOS MATERIAIS	50
3.3	CONDIÇÕES DE CONTORNO	51
3.4	DISCRETIZAÇÃO DA MALHA	51
3.5	PROBLEMA MAGNETOSTÁTICA	52
3.6	APLICAÇÕES	54
4	EVOLUÇÃO DIFERENCIAL	56

		19
4.1	DEFINIÇÃO DE OTIMIZAÇÃO	57
4.1.1	Métodos de otimização	57
4.1.1.1	Computação natural	58
4.2	ALGORITMO DA EVOLUÇÃO DIFERENCIAL	58
4.2.1	População inicial	61
4.2.2	Operadores da evolução diferencial	61
4.2.2.1	Mutação	61
4.2.2.2	Cruzamento	62
4.2.2.3	Seleção	63
4.2.3	Função objetivo	64
4.2.4	Critério de parada	65
4.2.5	Pseudo-código	66
4.3	APLICAÇÕES	66
5	METODOLOGIA	68
5.1	<i>SOFTWARE</i> E LINGUAGEM SCILAB	69
5.1.1	<i>A interface</i>	69
5.1.2	Procedimentos	70
5.2	MODELAGEM 2D	72
5.3	MODELAGEM NO <i>SOFTWARE</i> FEMM	73
5.3.1	Apresentação do <i>software</i>	73
5.4	DESENVOLVIMENTO COM O FEMM	74
5.5	ETAPAS DE AVALIAÇÃO E EXECUÇÃO DO PROBLEMA	76
6	RESULTADOS E DISCUSSÕES	78
6.1	PERDAS NO ENROLAMENTO DO ESTATOR	78
6.2	EFICIÊNCIA ENERGÉTICA	83
6.3	VOLUME	86
6.4	CUSTO	91
7	CONCLUSÕES	95
7.1	TRABALHOS FUTUROS	97
7.2	TRABALHOS PUBLICADOS DURANTE O MESTRADO	98
7.2.1	Artigo em congresso	98
7.2.2	Capítulo de livro	98
7.2.3	Artigos em periódicos	98
	REFERÊNCIAS	99

1 INTRODUÇÃO

A eletricidade é um conceito que teve sua exploração iniciada ao observar descargas elétricas, mas ganhando força no século XVIII com experimentos como a garrafa de Leyden. Nessa época, há um início de percepção sobre o eletromagnetismo. Diversos foram os cientistas a descrever os eventos, bem como formulá-los, tais como Dufay (1698-1739), Nollet (1700-1770) e Benjamin Franklin (1706-1790). Na Figura 1, é possível verificar uma adaptação da história da eletricidade em uma linha do tempo, conforme organizado por (DOS SANTOS et al., 2016; SILVA; PIMENTEL, 2008).

FIGURA 1 – Linha do tempo da construção dos conhecimentos sobre eletromagnetismo.



Dessa linha do tempo, alguns eventos devem ser destacados: a concepção das Leis de Ohm, a percepção de Faraday quanto ao movimento do campo magnético, o trabalho de Joseph Henry relacionando magnetismo, eletricidade e a elaboração das Leis de Maxwell, conceitos importantes na concepção de projetos de motores elétricos. A compreensão dessa cronologia de acontecimentos históricos é importante para a percepção da evolução de conceitos físicos no campo da eletricidade, uma vez que a linha do tempo descrita na Figura 1, apresenta uma linha de construção de conhecimento da percepção até a formulação dos problemas de campos magnéticos e o eletromagnetismo enquanto propriedade. Essa construção de conceitos é necessária para a avaliação dos materiais e de suas propriedades, visto que as propriedades descritas nas diferentes fases de estudo, sempre são estudadas em conjunto. (DOS SANTOS et al., 2016)

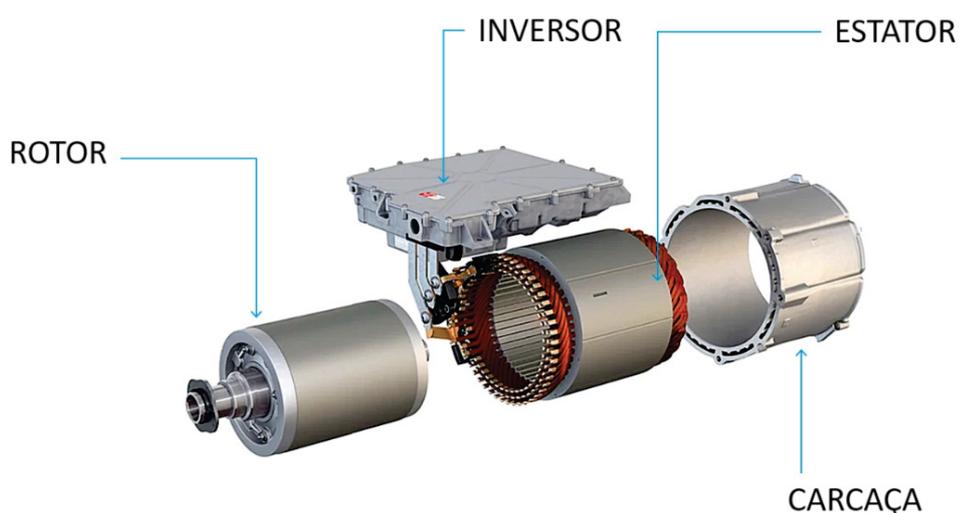
As máquinas começaram, então a fazer parte das vidas da população no século XVIII com a primeira revolução industrial, no entanto, essas máquinas ainda não utiliza-

vam de eletricidade para sua operação. A eletricidade só apareceu nos maquinários cerca de 100 anos depois do início da revolução, quando Faraday apresenta seus estudos sobre indução eletromagnética em 1831. Foi em 1832 que os motores elétricos começaram a ser fabricados. (BRAGA; GUERRA; REIS, 2008).

Vale destacar que, inicialmente, a produção do conhecimento dos engenheiros acontecia de forma empírica. Foi quando os modelos começaram a serem trabalhados e as matérias primas foram obtidas em colônias que outros países, como a Alemanha, ganharam imensa fatia do setor tecnológico. Segundo Braga, Guerra e Reis (2008) a indústria do século XIX era o principal motivo das reformas no sistema educacional, visto que esse, agora, passava a atender os interesses comerciais dos países. Por exemplo, pode ser citado o interesse pela realização de transporte de cargas mais eficiente e rápido, bem como a substituição de mão de obra humana seja para aumentar a eficiência do processo e aumento de produção, ou para o simples corte de custos.

As máquinas elétricas são assim classificadas, pois operam sob a existência de corrente elétrica sendo transformada em energia mecânica ou transformando energia mecânica em energia elétrica, mas sempre obedecendo o princípio de que existe a relação entre essas formas de energia, especificamente. Ademais, é possível avaliar a existência de dois subgrupos, os geradores (que recebem energia mecânica e a convertem em elétrica) e os motores (que transformam a energia mecânica em energia elétrica), conforme pode ser avaliado na Figura 2. Essa conversão de energia ocorre em função da produção de um campo magnético rotativo. (UPADHYAY, K.G., 2010), (CHAPMAN, 2013)

FIGURA 2 – Motor elétrico da Volkswagen.



Fonte: Adaptado de: (PASSOS, 2021).

Desta maneira, o dimensionamento de motores elétricos é baseado nas proporções das quantidades de aço e ferro e sua relação com o entreferro, isolamento, ventilação e características de resfriamento do motor, visto que é certo que uma parte da energia é convertida em calor. O processo de dimensionamento do rotor, estator e enrolamentos leva em conta as estruturas apresentadas na Figura 2 individualmente. Esse mesmo projeto serve de base para a avaliação de propriedades do motor como a eficiência (UPADHYAY, K.G., 2010).

Dos Reis e Da Silva (2017) apresentam que um fator decisivo para o interesse em motores elétricos foi a grande popularização dos motores à combustão a partir da década de 1920, o que gerou enorme emissão de poluentes e, hoje, tal fator é tratado como um problema a ser minimizado ou mitigado a partir do uso de motores elétricos, que emitem menor quantidade de gases causadores do efeito estufa. O mesmo autor apresenta que a maior dificuldade da execução do projeto de substituição dos motores à combustão são as baterias, que ainda não se encontram num patamar suficiente para que o usuário tenha conforto suficiente ao utilizar o equipamento. Em máquinas à combustão, responsável pela criação de movimento é o pistão, já nas elétricas o rotor e o estator são os equipamentos que desempenham essa atividade, o que torna observar outra questão: os motores elétricos são capazes de ocupar espaços relativamente menores em relação aos à combustão.

Tendo em vista a grande amplitude de utilização dos motores elétricos no cotidiano e, por consequência, na construção civil, este trabalho tem por missão realizar a otimização de um Motor de Indução Monofásico (MIM) . Estes motores são de baixa complexidade e amplamente utilizados para a geração de movimento, sendo aplicáveis em portões elétricos e, como no caso do objeto de estudo: em betoneiras. Para a realização desse processo de otimização, o método escolhido foi usar o algoritmo de Evolução Diferencial (ED), que é embasada em preceitos de seleção natural, bem como o posterior tratamento do problema pelo Método de Elementos Finitos (MEF). Com isso, ainda foi realizada a simulação do motor antes e após a otimização para validar os resultados.

1.1 OBJETIVO

1.1.1 Objetivo Geral

Tendo em vista a importância dos motores de indução monofásicos para a construção civil, a otimização do motor monofásico de betoneira tem por objetivo tornar o dispositivo mais durável, portanto, reduzindo perdas totais de cobre e de volume no motor, bem como maximizar sua eficiência e reduzir o custo. Por exemplo, a utilização dos algoritmos e métodos computacionais avaliados na primeira fase do problema buscam

embasar a solução e validar o processo de evolução das propriedades desejadas.

1.1.2 Objetivos Específicos

Os objetivos específicos são:

- Buscar na literatura as equações de construção do motor de indução monofásico;
- Revisar na literatura o algoritmo de Evolução Diferencial;
- Estudar as equações de Maxwell e a modelagem magnetostática;
- Desenvolver um algoritmo para otimização do motor, conforme características desejadas, tendo como base as medidas de um motor existente;
- Realizar o desenho dos componentes necessários do motor de indução monofásico e simulá-lo no *software* FEMM;
- Contrapor resultados do motor original e otimizado em simulação.

1.2 JUSTIFICATIVAS

A construção civil é um setor amplo e em constante evolução que reuniu diversas tecnologias ao longo de sua evolução. Os motores têm, cada vez mais, feito parte dos processos construtivos ao operacionalizar processos anteriormente desempenhados manualmente e de forma extremamente onerosa. Sendo assim, como os motores elétricos são máquinas relativamente acessíveis, alguns componentes receberam esse maquinário para sua operação, sendo um deles a betoneira (CAVALCANTI et al., 2018).

A betoneira é um equipamento utilizado para a mistura de materiais, geralmente, cimentícios, essa é dotada de um motor de indução monofásico, que proporciona o movimento do eixo e, por consequência, do tambor. Esse movimento, proporciona a mistura dos componentes no interior do tambor. Além disso, são equipamentos que têm giro de velocidade constante e que, muitas vezes, contam com estruturas metálicas internas para garantir maior eficiência na mistura dos produtos. Dos motivos que levam esses motores a problemas, podem ser destacados a sobrecarga, os desgastes comuns do motor e problemas relacionados ao resfriamento (MENEGOTTI, 2023).

1.3 CONTRIBUIÇÕES DA DISSERTAÇÃO

Essa dissertação tem as seguintes contribuições:

- Disseminação de conhecimentos acerca de motores de indução monofásicos, seu uso e sua aplicação dentro da construção civil;
- Demonstração de um exemplo de aplicação de evolução diferencial em projetos de máquinas elétricas, o que deve permitir uma melhora significativa nas propriedades de motores;
- Avaliação da efetividade do método proposto para a otimização do problema e validação do modelo através de simulação e análise gráfica de propriedades antes e depois da aplicação do procedimento.

1.4 REVISÃO DA LITERATURA

Nesta seção, as referências são abordadas de forma generalizada, acerca de seu conteúdo e a forma em que foram utilizados dentro da dissertação. Para isso, os tópicos abordados na bibliografia foram separados e as referências serão categorizadas de acordo com estes itens.

1.4.1 Projeto de Máquinas Elétricas

O projeto de máquinas elétricas é muito similar entre máquinas que se diferem apenas pelo número de polos, principalmente. Isso porque as principais diferenças encontram-se nos enrolamentos e em relações da corrente que passa pelo estator e, para os casos onde o rotor é bobinado, no rotor também. Em Chapman (2013), são abordadas questões gerais sobre diversos tipos de máquinas elétricas. Dentre essas máquinas, são abordadas as de corrente contínua, transformadores, geradores e motores de indução. As contribuições do livro para este trabalho são referentes à contextualização do funcionamento dos motores monofásicos. Também existem contribuições sobre como ocorre o processo da conversão de energia elétrica em energia mecânica.

Para o caso do livro de Upadhyay, K.G. (2010) e para o livro de Mittle, Dr. V.N. e Mittal, A. (2009) e as publicações de Trickey (1936), o método de projeto de motores elétricos de indução é descrito, mas também existem propriedades do funcionamento dos motores. Aqui também são estabelecidas algumas simplificações bastante úteis para o processo do projeto dos motores de indução. Essas foram as contribuições do autor para a dissertação.

1.4.2 Técnicas de Otimização

As técnicas de otimização tiveram foco, principalmente na apresentação do conceito das metaheurísticas. Dessa forma, autores como Gaspar-Cunha, Takahashi e

Antunes (2012), Arroyo (2002), Pacheco (2012), Coelho (2017) e Malagoli e Luz (2014), trabalham com temas relacionados ao conceito das metaheurísticas e sua aplicação em casos relacionados à otimização de projeto de motores, avaliação da emissão de gases e utilização em conjunto com outros métodos. As principais características utilizadas na dissertação, em relação a estes trabalhos são os conceitos do que são as metaheurísticas, suas contribuições para problemas de otimização e o funcionamento, especificamente, do algoritmo de evolução diferencial.

Em adição ao trabalho dos autores citados anteriormente, Storn e Price (1995), Pereira, Soares e Neto (2016), Soares (2019), Vargas et al. (2016) e Malagoli (2016) demonstram o procedimento matemático do uso da evolução diferencial ao longo de seu trabalho. Storn e Price (1995) são os responsáveis pela criação do método da Evolução Diferencial e sua comprovação de eficiência junto à comunidade científica. Já Pereira, Soares e Neto (2016), Soares (2019) e Vargas et al. (2016) discorrem sobre o método, suas particularidades e funcionamento de forma aplicada e didática. Por fim, Malagoli (2016) traz uma aplicação bastante útil e clara sobre a utilização da otimização sobre motores de indução, no entanto, com a forma de otimização em multiobjetivo, ou seja, quando diversas propriedades são avaliadas em conjunto.

Para os exemplos e enriquecimento em relação aos requisitos da Evolução Diferencial e uso de suas estratégias, o trabalho de Rocha e Fátima Pereira Saramago (2015) também foi analisado. Este trabalho avalia de forma mais específica as 10 formas de estratégias que o algoritmo utiliza para a solução de problemas.

1.4.3 Método dos Elementos Finitos

O método de elementos finitos é utilizado como uma forma de validação da solução encontrada através da otimização feita através da Evolução diferencial. Para isso, seus conceitos foram avaliados através da perspectiva de Dular e Geuzaine (2014), Soriano (2009), Alves Filho (2012) e Maldaner et al. (2020), os três primeiros tratam do procedimento de execução do método de elementos finitos, assim como no caso de Soriano (2009) e Alves Filho (2012) ainda existem aplicações dentro da construção civil e programação.

Já Maldaner et al. (2020) e Dular e Geuzaine (2014) exploram, especialmente, os conceitos de eletromagnetismo e das equações de Maxwell. O primeiro apresenta um histórico sobre o desenvolvimento das equações de Maxwell, o segundo, no entanto, explora o desenvolvimento das modelagens matemáticas em relação ao método de elementos finitos, suas condições de contorno e avaliação em relação aos materiais.

Ainda sobre o MEF, Meeker (2020) e Baltzis, K. B. (2008) tratam sobre a forma de avaliação desses problemas através de modelos 2D no *software* FEMM, que reúne três ferramentas para a resolução de problemas. Meeker (2020) através de seu manual,

apresenta todo o funcionamento e funcionalidades do programa, já Baltzis, K. B. (2008) conceitualiza o programa e trabalha com aplicações básicas com os temas que podem ser desenvolvidos através da ferramenta computacional.

1.5 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

Este trabalho é dividido em sete capítulos:

- Capítulo 1: Na Introdução são apresentados os conceitos gerais da evolução dos estudos da eletricidade, sua utilização e interesses no estudo. Assim, o problema e seus objetivos também são expostos;
- Capítulo 2: No Projeto do motor de indução monofásico as diferentes fases da avaliação- análise do motor e dados de entrada- e dimensionamento do problema são verificadas e divididas em dois grandes blocos: o dimensionamento do estator e do rotor;
- Capítulo 3: Já o Método de Elementos Finitos é exposto através de seu funcionamento, algoritmo de execução e aplicação, contendo um exemplo de resolução de problema através do método;
- Capítulo 4: A Evolução diferencial é tratada, no capítulo, como um algoritmo a ser aplicado sobre um problema. A estrutura da escrita comporta a descrição de suas fases de forma generalizada e, posteriormente, particular, onde cada etapa e operador são descritos. Por fim, um pseudo-código é inserido ao capítulo para ilustrar a construção das fases do algoritmo;
- Capítulo 5: Nos Materiais e Métodos, os *softwares* são contextualizados quanto às suas funcionalidades e possibilidades, bem como são descritos todos os procedimentos de avaliação e organização do problema avaliado.
- Capítulo 6: O capítulo de Resultados e Discussão é dividido em quatro avaliações realizadas: perdas no cobre, otimização da eficiência, volume e custo.
- Capítulo 7: Para as Conclusões, um panorama geral da avaliação dos resultados é realizado.

2 PROJETO DO MOTOR DE INDUÇÃO MONOFÁSICO

Os motores de indução monofásicos são máquinas relativamente pequenas, simples e de menor custo, que têm diversas aplicabilidades na rotina das pessoas, tais como o uso em geladeiras, furadeiras e ventiladores. Essas máquinas, no entanto, não têm condições suficientes para a própria partida, necessitando de dispositivos ou métodos adicionais para iniciar seu funcionamento. Mittle, Dr. V.N. e Mittal, A. (2009) separam os motores, junto de seus métodos de indução, em quatro tipos:

- Motor de fase dividida: possui uma fase auxiliar para a partida no estator;
- Motor com partida através de capacitor: tem o rotor em forma de gaiola de esquilo e duas fases de apoio para a partida no estator, sendo essas fases posicionadas com um ângulo de 90 graus entre elas;
- Motor com partida através de pólo sombreado: este tipo de equipamento tem enrolamentos auxiliares curto-circuitados com certo distanciamento do enrolamento principal, de forma a protegê-lo;
- Motor com método de repulsão: utilizam várias ranhuras para conectar a fonte e os enrolamentos do rotor, que estão conectados a um comutador, o qual possui escovas curto-circuitadas.

Na Figura 3, é possível observar um motor elétrico monofásico em uma betoneira. Esse motor é acomodado em uma estrutura específica, portanto, precisa ser pequeno o suficiente para que seja viável à estrutura que o comporta.

FIGURA 3 – Motor elétrico monofásico aplicado a uma betoneira.



Fonte: Adaptado de: (SORRAG, 2023)

Essas características principais levam a entender que existem duas partes principais na composição do motor que são essenciais para seu bom funcionamento: o rotor e o estator. Nos MIMs, os estatores têm ranhuras trapezoidais com dentes paralelos, tendo dois enrolamentos operando nessa parte da máquina: um principal e outro auxiliar. Para os rotores, a principal característica é serem construídos no formato de gaiola de esquilo (MITTLE, DR. V.N.; MITTAL, A., 2009).

Tendo em vista que o dimensionamento de um motor é uma parte extremamente importante para sua posterior otimização, o processo consiste nas seguintes fases: (MITTLE, DR. V.N.; MITTAL, A., 2009)

- Calcular as principais medidas do estator;
- Avaliar o número de ranhuras do estator;
- Definir as medidas dos dentes do estator;
- Calcular o enrolamento principal;
- Calcular o enrolamento auxiliar;
- Determinar o tamanho do entreferro;
- Dimensionar o rotor.

Tendo em vista que o motor da Nova Motores, não é de uma linha dedicada de equipamentos, como ocorre em outras marcas, como a WEG e as recomendações do catálogo, são para uso em: extrusoras de massas, cilindros misturadores, filtros de piscina, cortadores de grama, motobombas, máquinas operatrizes de pequeno porte e betoneiras. Dessa forma, a sugestão da aplicação do material é coerente e possível para este trabalho, visto que há recomendação para uso nos termos pretendidos (NOVA MOTORES, 2019).

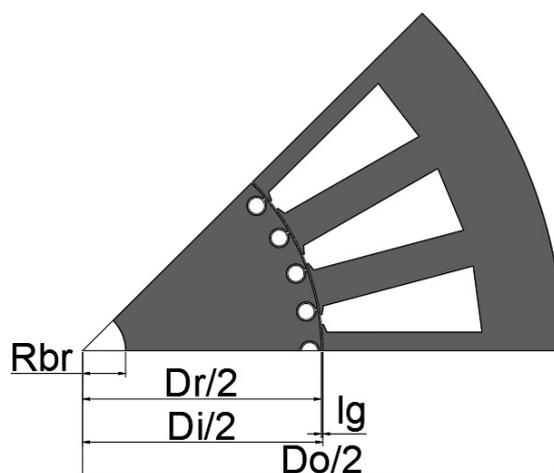
O dimensionamento de motores elétricos de indução, tanto trifásicos quanto monofásicos, segue um procedimento inicial que se assimila muito entre os tipos de máquinas. Neste capítulo, em geral, serão abordadas as propriedades de projeto de motores monofásicos com gaiola de esquilo. Tal procedimento de cálculo é baseado no trabalho de Trickey (1936) e no procedimento detalhado por Mittle, Dr. V.N. e Mittal, A. (2009).

2.1 PROJETO INICIAL

A parte do dimensionamento de motores que será definitiva para o volume do motor. Esses dados servirão de base tanto para o dimensionamento do estator, quanto

do rotor. As grandezas a serem avaliadas através do projeto inicial do motor podem ser visualizadas na Figura 4.

FIGURA 4 – Oitava parte do desenho de um rotor e estator.



Inicialmente, é preciso entender que os motores possuem características extremamente dependentes de sua geometria, o que torna necessária a utilização de dados de entrada que relacionam o volume de material e a velocidade de operação, conforme mostrado na Equação 2.1:

$$D_o^2 L = 16,5 C_o \frac{HP}{rpm} K_f K_t 10^6 \quad (2.1)$$

Onde: C_o : é o coeficiente de saída, K_f : é a constante de frequência K_t é a constante do tipo do motor, D_o é o diâmetro externo do motor (cm) e L é a profundidade do núcleo (cm).

A Equação 2.1 mostra a proporcionalidade entre o torque exercido e a quantidade de material utilizado. Essa relação ocorre entre o diâmetro externo do motor e o comprimento do núcleo, grandezas que precisam ser separadas. Essa separação da relação do diâmetro e profundidade do núcleo é dada através da Equação 2.2 (TRICKEY, 1936):

$$L = 0,3 D_o \quad (2.2)$$

Onde: D_o é o diâmetro externo do motor (cm). Em seguida, é necessário escolher um coeficiente de saída e uma constante de tipo, que dependem da frequência de operação do motor. A relação entre frequência e o coeficiente K_f pode ser observada na Tabela 1, enquanto a constante de tipo K_t é definida conforme as características de partida do motor, como mostrado na Tabela 2.

TABELA 1 – Definição do coeficiente K_f .

Frequência (Hz)	60	50	45	40	30	25
K_f	1,00	0,96	0,94	0,923	0,885	0,865

Fonte: Adaptado de: (MITTLE, DR. V.N.; MITTAL, A., 2009).

TABELA 2 – Definição do coeficiente K_t .

Tipo de Motor	Genérico	Maquinário	Dedicada	Partida do capacitor
K_t	1,42	1,25	1,09	1,42

Fonte: Adaptado de: (MITTLE, DR. V.N.; MITTAL, A., 2009).

A análise das relações entre diâmetros internos e externos do motor depende do número de polos, conforme a Tabela 3. Vale destacar que o aumento dessa relação causa aumento de potência e redução da eficiência.

TABELA 3 – Relação D_i/D_o .

Número de Polos	2	4	6	8
D_i/D_o	0,50	0,59	0,64	0,67

Fonte: Adaptado de: (MITTLE, DR. V.N.; MITTAL, A., 2009).

Com isso, torna-se possível definir os outros diâmetros atrelados ao projeto do motor. O diâmetro interno do estator é uma relação dada pela Tabela 3, onde, para um motor de 4 polos, tem-se a Equação 2.3:

$$D_i = 0,59D_o \quad (2.3)$$

Onde: D_i é o diâmetro interno do motor (m); Os dados avaliados através da Tabela 3 influenciam diretamente na potência do motor, um fator que impacta diretamente na eficiência, que cai. No entanto, aumentar a eficiência implica diretamente no aumento da eficiência e queda da potência, o que as torna grandezas inversamente proporcionais (UPADHYAY, K.G., 2010).

Tendo o tamanho do diâmetro interno do estator, é possível avaliar o projeto do entreferro, relacionando o diâmetro ao número de polos, P , definido por l_g , onde o tamanho do vão é calculado através da Equação 2.4:

$$l_g = 0,013 + \frac{0,0042D_i}{\sqrt{P}} \quad (2.4)$$

Onde: l_g é o comprimento do entreferro (cm) e P é o número de polos do motor. Com essa definição, o diâmetro do rotor pode ser avaliado como:

$$D_r = D_i - 2l_g \quad (2.5)$$

Onde: D_r é o diâmetro do rotor (cm). Em relação à área da barra, Upadhyay, K.G. (2010) trata o dado como uma escolha construtiva. Portanto, o raio é calculado através

da Equação 2.6:

$$R_{br} = \sqrt{\frac{A_b}{\pi}} \quad (2.6)$$

Onde: A_b é a área da barra (cm^2) e R_{br} é o raio da barra (cm). O número de ranhuras do estator também influencia no projeto: com um alto número de ranhuras reduzindo o vazamento do fluxo magnético, aumentando a eficiência e o fator de potência, melhorando o torque de travamento, porém, também aumentando os custos de produção. A largura do dente bt_1 pode ser calculada pela Equação 2.7:

$$bt_1 = \frac{(1,27 + (0,035D_i))D_i}{S_1} \quad (2.7)$$

Onde: S_1 : é o número de ranhuras do estator e bt_1 é a largura do dente (cm). O fluxo por polo é uma propriedade que afeta não apenas o tamanho do motor, mas como sua performance e possibilidade de perdas de energia para o meio através de ruídos e dissipação de calor. Quando o fluxo nos dentes do estator é pequeno, isso pode implicar em um motor muito grande e caro. Portanto, Upadhyay, K.G. (2010) defende que o intervalo ideal para o fluxo por polo varia entre 1,3 a 1,7 Tesla, a verificação do fluxo do motor pode ser feita através da Equação 2.8:

$$\phi = 0,637A_tB_t \quad (2.8)$$

Onde: B_t : é a densidade do fluxo no dente do estator (T), A_t : é a área dos dentes do estator por polo (m^2). Dessa maneira, avaliar a densidade do fluxo na seção do núcleo, B_c , onde o comprimento do núcleo l_i é relacionada ao diâmetro do condutor, d_{c1} , conforme a Equação 2.9. Os valores adequados para B_c devem estar entre 0,8 e 1,1T (UPADHYAY, K.G., 2010).

$$B_c = \frac{\phi}{2 \left(\frac{1}{l_i d_{c1}} \right)} \quad (2.9)$$

Com essa parte do projeto definida, a próxima etapa é relacionada às definições da geometria específica do estator, onde será tratada a geometria das ranhuras, enrolamentos, perdas e critérios de eficiência.

2.2 PROJETO DO ESTATOR

O estator é a parte externa da estrutura abordada por esse projeto, onde a energia elétrica é recebida para transformação em campo magnético pulsante. Essa estrutura, por sua vez, é dotada de ranhuras, onde há o enrolamento de fios de cobre. Essa transformação de energia ocorre devido à presença de ranhuras que possuem

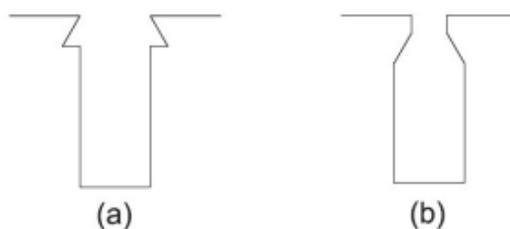
enrolamentos atrelados à elas. Dessa forma, é que o estator produz as condições necessárias para que haja o movimento do rotor (MITTLE, DR. V.N.; MITTAL, A., 2009).

O projeto do estator pode ser avaliado em quatro fases:

- Projeto geométrico;
- Projeto do enrolamento;
- Avaliação das perdas;
- Avaliação da eficiência.

Em relação ao projeto geométrico, o principal item a ser avaliado, é a geometria da ranhura. A ranhura, em termos da literatura, pode adotar diferentes formatos, conforme apresentado na Figura 5:

FIGURA 5 – Ranhuras a) aberta e b) semifechada.



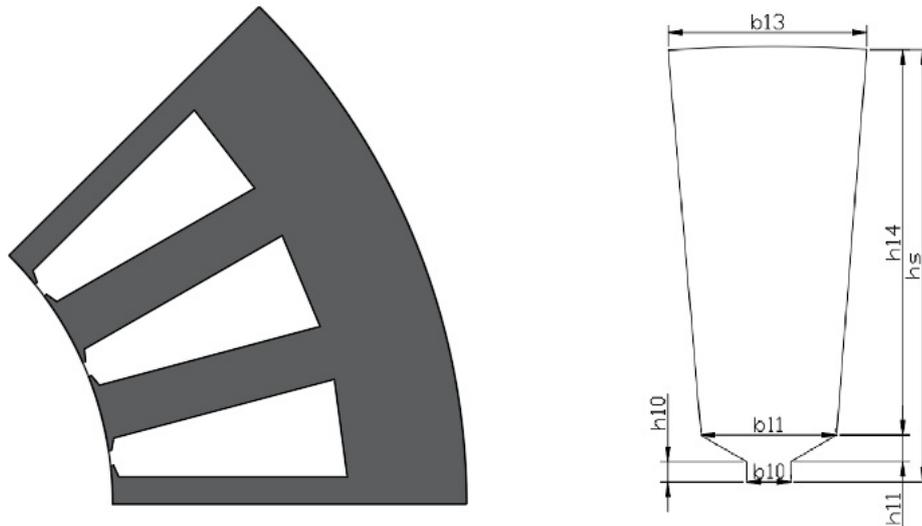
Fonte: Reproduzido de: (MALAGOLI, 2016).

Para essas ranhuras, a diferença básica do formato que é a largura da abertura, implica na configuração do enrolamento. Para o caso de ranhuras abertas, o enrolamento pode ter sua instalação e configuração simplificados, ao passo que pela configuração das ranhuras semi-abertas, o procedimento torna-se mais complexo (MALAGOLI, 2016).

2.2.1 Dimensionamento

As principais relações da geometria do projeto a serem calculadas são apresentadas na Figura 6, onde uma fração do motor é exposta com as ranhuras do estator e ao seu lado, é evidenciada a ranhura com as suas devidas alturas e larguras. Essa imagem representa a oitava parte do estator tendo as proporções corretas, mas sem escala definida. Já para a ranhura, foi definido um formato acadêmico para a avaliação.

FIGURA 6 – Detalhes do projeto do estator



Sendo que, b_{13} , que é a largura da ranhura na base da ranhura, b_{11} é a largura na boca da ranhura e b_{10} é a abertura. Já para as alturas, h_s é a altura total, composta de outras três alturas: h_{14} que é a profundidade da ranhura, h_{11} sendo a altura da boca e h_{10} é a profundidade da ponta.

O número de ranhuras no estator é relevante para a avaliação das equações a serem utilizadas. Essas equações referem-se ao mesmo procedimento, mas existem ajustes de coeficientes para cada configuração, ou seja, o cálculo é adaptado para uma certa quantidade de ranhuras, variando os coeficientes utilizados. Para um estator com 24 ranhuras, a abertura da ranhura pode ser calculada pela Equação 2.10:

$$b_{10} = 0,68 + 0,0175D_i \quad (2.10)$$

A partir da abertura da boca, é necessário definir a largura da boca. Isso ocorre através da avaliação do diâmetro da seção da boca, D_m , o passo da abertura acima da seção, S_{pas} , além dessas relações., conforme as Equações 2.11 a 2.12:

$$D_m = D_i + 2h_{10} + 2h_{11} \quad (2.11)$$

$$S_{PAS} = \frac{\pi D_m}{S_1} \quad (2.12)$$

Segundo Upadhyay, K.G. (2010), a altura da ponta, h_{10} e da boca, h_{11} podem ser configuradas como 0,07 cm e 0,091cm, respectivamente. Essa definição torna possível o cálculo da abertura da boca, profundidade da ranhura e largura da ranhura

no fundo, o que é realizado através das Equações 2.13, 2.14 e 2.15:

$$b_{11} = \frac{\pi}{S_1} D_i + 2(h_{10} + h_{11}) - b_{t1} \quad (2.13)$$

$$h_{14} = 0,5(D_o - D_i) - (h_{10} + h_{11} + d_{c1}) \quad (2.14)$$

$$b_{13} = b_{11} + 2h_{14} \tan^{-1} \left(\frac{\pi}{S_1} \right) \quad (2.15)$$

Onde, α é dado por:

$$\alpha = \frac{360^\circ}{S_1} \quad (2.16)$$

Portanto, com a geometria da ranhura definida, o próximo passo é a definição das configurações do enrolamento.

2.2.2 Projeto do enrolamento do estator

Sabendo das definições geométricas, é iniciado o processo de cálculo para a parte que compreende os enrolamentos do motor. Um dado importante é a avaliação da concentricidade do enrolamento e da diferença entre o procedimento para cada bobina e o número de ranhuras, o fator de passo para cada ranhura pode ser visto como descrito:

$$K_{pn} = \text{sen} \left(\frac{1}{2} E_b \right) \quad (2.17)$$

Onde: E_b é a tensão induzida. A equação considera o valor de 90 graus, visto que essa é a parcela correspondente a um quarto do estator e o problema apresenta simetria dupla, ou seja, no eixo vertical e horizontal. Tal cálculo permite definir a porcentagem de voltas em cada bobina, conforme:

$$T_n = \frac{K_{pn}}{\sum_{n=1}^i K_{pn}} \times 100 \quad (2.18)$$

Algumas relações dependerão do fator de enrolamento, que é uma média ponderada dos fatores de inclinação e porcentagens de voltas nas bobinas, como pode ser observado:

$$K_{wm} = \frac{\sum_{n=1}^i K_{pn} T_n}{\sum_{n=1}^i T_n} \quad (2.19)$$

O procedimento da definição do número de voltas não depende apenas dos fatores, mas também do fluxo eletromagnético induzido, que é calculado através da Equação 2.20:

$$E = 4,44fK_{wm}T_m\phi \quad (2.20)$$

Onde: T_m é o número total de voltas, ϕ é o fluxo por polo (T) e f é a frequência de operação (Hz). Essa equação mostra a dependência do número de voltas com relação ao fator de enrolamento, frequência e fluxo magnético.

No entanto, é possível adotar como uma simplificação considerar o campo eletromagnético induzido como uma relação de 0,95 vezes o valor da voltagem aplicada (UPADHYAY, K.G., 2010).

Agora que as características básicas para o processo do enrolamento foram avaliadas, é necessário que o tamanho do condutor seja definido. Isso ocorre a partir da relação da corrente de saturação no enrolamento e sua densidade atual, o que dependerá da área do condutor principal, conforme a Equação 2.21:

$$A_m = \frac{I_m}{\delta_m} \quad (2.21)$$

Onde:

δ_m é a densidade da corrente e deve ser definida no intervalo de 2,8 a 4,0 A/mm². Já a corrente de saturação, necessária para o cálculo, é dada pela Equação 2.22:

$$I_m = \frac{Pot}{V_p\eta} \quad (2.22)$$

Outro passo importante, é realizar o cálculo do fator de espaço na ranhura. Isso ocorre porque, após a definição dos enrolamentos em cada ranhura, é necessário definir quais condutores poderão ser usados. O fator de espaço é uma propriedade desejável para o bom funcionamento do maquinário. Para isso, a área bruta da ranhura é:

$$G_{SA} = h_{11} \left(\frac{b_{10} + b_{11}}{2} \right) + h_{14} \left(\frac{b_{11}b_{13}}{2} \right) \quad (2.23)$$

Com esse valor bem definido, o fator de espaço da ranhura pode ser visto como a razão entre o espaço ocupado pelo condutor isolado e a área bruta da ranhura. Como parâmetro, segundo Mittle, Dr. V.N. e Mittal, A. (2009), o valor máximo aceitável para essa relação é de 0,5.

Continuando o procedimento da definição do condutor, é necessário fazer a avaliação do comprimento da volta média. Neste passo, quaisquer resultados decimais devem ser arredondados para o próximo número inteiro. Para o procedimento de verificação do condutor, são levados em conta os polos do motor, onde algumas propriedades podem ser avaliadas por polo, e o procedimento envolverá inicialmente o cálculo da altura da ranhura, dado por:

$$h_s = h_{10} + h_{11} + h_{14} \quad (2.24)$$

Com a altura da ranhura, o comprimento da volta média é dado pela Equação 2.25:

$$l_{mt} = \frac{84N_s(D_i + h_s)}{S_1} + 2L \quad (2.25)$$

Ainda é necessário realizar a média dos valores de comprimentos médios. Esse passo é avaliado através de uma média ponderada entre comprimentos médios e números de voltas, como pode ser observado na Equação 2.26:

$$l_{mtm} = \frac{\sum_{n=1}^i l_{mtn} \times T_n}{\sum_{n=1}^i T_n} \quad (2.26)$$

Onde: T_n é a porcentagem de voltas em cada bobina.

2.2.3 Perdas totais no estator

A verificação de eficiência do motor, por sua vez, é um processo baseado na análise de dados que contam com informações do núcleo e dentes do estator. Essas perdas ocorrem pela presença de correntes parasitas, pela resistência do enrolamento (que varia em função do tipo de material empregado e da área desse material), por histerese e pela dispersão do fluxo. Essas perdas impactam na eficiência do motor e na durabilidade do mesmo. (UPADHYAY, K.G., 2010)

Um passo inicial é o cálculo da resistência do enrolamento principal dado pela Equação 2.27:

$$r_m = \frac{\rho_e \times l_{mtm} \times T_m}{A_m} \quad (2.27)$$

Onde: ρ_e é a resistividade elétrica ($\Omega.cm$). Com as definições do enrolamento principal finalizadas, é possível prosseguir para a avaliação do enrolamento auxiliar. Essas estruturas são necessárias para a partida dos motores elétricos monofásicos, visto que os motores monofásicos não possuem capacidade própria de produzir torque de partida. Assim, a intenção com o uso do enrolamento auxiliar é de produzir um efeito

de rotação ao ligar o enrolamento auxiliar ao principal, o que permite a produção de 75% da velocidade nominal. Para esse processo, é necessário calcular o número de voltas dessa estrutura auxiliar, onde dados como o raio de transformação e o fator de enrolamento podem ser assumidos dentro dos intervalos de 1,5 a 2,0 e 0,78 a 0,84, respectivamente. Então, o número de voltas do enrolamento auxiliar é dado por:

$$T_a = K \frac{K_{wm}}{K_{wa}} T_m \quad (2.28)$$

Onde: K é o raio de transformação do enrolamento auxiliar, K_{wm} é o fator de enrolamento médio ponderado, K_{wa} é o fator do enrolamento auxiliar e T_m é o comprimento médio da volta. Dessa maneira, a distribuição das voltas, já analisada anteriormente para o enrolamento principal, é avaliada para o enrolamento auxiliar. Uma questão anteriormente comentada era o vazamento de reatância. Esse parâmetro é essencial para a compreensão de performance, mas é uma característica que deve ser observada através do fluxo em ranhuras, ZigZag, residual de faixa e de inclinação. A soma dessas cinco propriedades resultará, então, no vazamento total da reatância. Sendo assim, essas cinco propriedades serão exploradas.

O vazamento através da ranhura é uma propriedade influenciada pela forma do estator e de suas ranhuras, o que pode ser calculado através das equações 2.29 e 2.30:

$$k_x = 2\pi f (Z K_{wm}^2) \times 10^{-8} \quad (2.29)$$

Então:

$$X_s = K_x \left(\frac{2,512 K_s L}{S_1} \right) \quad (2.30)$$

Onde:

Z é o total de condutores no enrolamento principal, K_s é a constante total das ranhuras, K_{s1} é a constante da ranhura do estator, K_{s2} é a constante da ranhura do rotor, C_x é o fator de distribuição do vazamento nas ranhuras.

As propriedades K_s e C_x podem ser calculadas a partir das equações 2.31 e 2.32, respectivamente:

$$K_s = \frac{l_r}{A_s (2)} \quad (2.31)$$

E:

$$C_x = 2, 2(K_{s2} + K_{s3}) + (K_{s4}) \quad (2.32)$$

Onde:

z_1, z_2 e z_3 : são números de condutores em diferentes ranhuras dentro de um polo. A constante de ranhura do estator, por sua vez, é dada por:

$$K_{s1} = A \frac{h_{14}}{b_{13} + \frac{h_{10}}{b_{10}} + \frac{2h_{11}}{b_{10}+b_{11}}} \quad (2.33)$$

A segunda propriedade que compõe o vazamento por reatância é chamada de vazamento por ZigZag e é dependente do tamanho do entreferro, do número de ranhuras no estator, comprimento bruto, frequência e número de condutores ligados ao estator. Isso tudo pode ser calculado através da equação 2.34:

$$X_{zz} = [2\pi f(ZK_{wm}^2) \times 10^{-8}] \left[\frac{0,838L}{S_1 l_g} \right] \quad (2.34)$$

Onde: X_{zz} é a reatância em ZigZag (Ω). Sendo que:

$$K_{zz} = \frac{(b_{t10} + b_{t20})^2}{4(\lambda_1 + \lambda_2)} \quad (2.35)$$

Onde:

λ_1 : é a inclinação do dente do estator, λ_2 : é a inclinação do dente do rotor, b_{t10} : é uma relação da inclinação do dente do estator menos a abertura da ranhura do estator, b_{t20} : é uma relação da inclinação do dente do rotor menos a abertura da ranhura do rotor.

Como terceira forma de vazamento, a parte residual pode ser tratada. Essa, por sua vez, é relacionada às últimas voltas do rotor e às últimas do estator e essa relação pode ser calculada conforme a equação 2.36:

$$X_{en} = K_x \left(\frac{1,236D_e(ACT)}{S_1 P} \right) \quad (2.36)$$

Onde: X_{en} é a reatância por dispersão (Ω). Sendo que:

$$D_e = D_i + 2(h_{10} + h_{11}) + h_{14} \quad (2.37)$$

Onde:

ACT : é o lançamento médio da bobina no enrolamento do estator e pode ser calculado como na equação 2.38:

$$A_{CT} = \frac{C_{enr}}{C_n} \quad (2.38)$$

Onde:

C_{enr} : é o comprimento do enrolamento do estator, C_n : é o número de condutores por ranhura. A quarta componente do vazamento é chamada de reatância inclinada. O vazamento por reatância inclinada está relacionado ao entreferro, comprimento bruto e número de ranhuras. Ele pode ser calculado pela equação 2.39:

$$X_{inc} = K_x \left(\frac{1,12D_e}{S_1P} \right) \quad (2.39)$$

Onde: X_{inc} é o vazamento por reatância inclinada (Ω). A última forma de vazamento, chamada de faixa residual, é dependente do comprimento do núcleo e do entreferro, além do número de ranhuras do rotor e do estator. Essa pode ser calculada pela equação 2.40:

$$X_{res} = K_x \left(\frac{1,528D_mL}{S_2} \right) \quad (2.40)$$

Onde:

S_2 : é o número de barras do rotor e X_{res} é o vazamento de faixa residual (Ω). Somando todas as componentes do vazamento, tem-se o vazamento total da reatância como mostrado na equação 2.41:

$$X_{total} = X_s + X_{zz} + X_{en} + X_{inc} + X_{res} \quad (2.41)$$

Para o cálculo das perdas do motor, é necessário considerar as perdas de cobre, que ocorrem nos enrolamentos do estator apenas, visto que o modelo adota uma gaiola de esquilo de alumínio, e as perdas no ferro, que ocorrem no núcleo. As perdas de cobre podem ser calculadas pela equação 2.42:

$$P_{cobre} = I_s^2 r_m \quad (2.42)$$

Onde: I_s : é a corrente do estator (A), r_m : é a resistência do enrolamento estator Ω .

As perdas no ferro são calculadas utilizando-se a equação 2.43:

$$P_{fe} = k_{fe} B_m^2 f \quad (2.43)$$

Onde:

k_{fe} : é a constante de perdas no ferro, B_m : é a densidade de fluxo magnético no núcleo (T), f : é a frequência da corrente alternada (Hz) e P_{fe} são as perdas de ferro (W). Somando as perdas de cobre e as perdas no ferro, encontram-se as perdas totais no motor, como mostrado na equação 2.44:

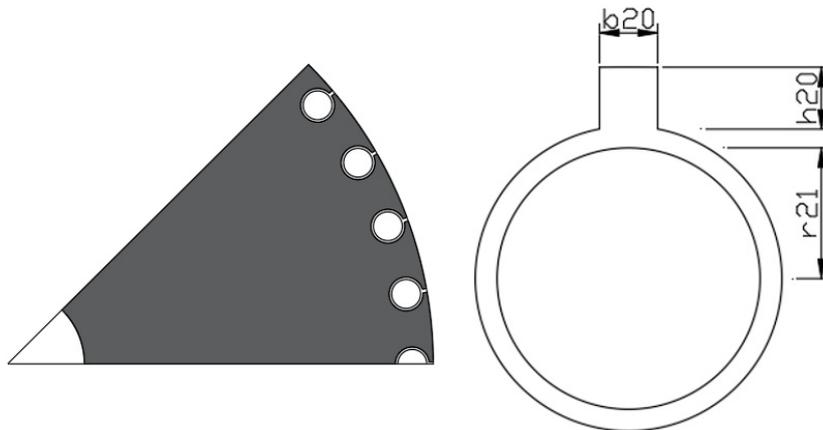
$$P_{estator} = P_{cobre} + P_{fe} \quad (2.44)$$

2.3 PROJETO DO ROTOR

O rotor é a porção interna da máquina. Essa é a peça responsável por mover-se através da relação com o campo magnético e é apresentado sob duas configurações principais: bobinado ou em formato de gaiola de esquilo. A seguir, serão tratadas as questões de projeto referentes aos motores com configuração de gaiola de esquilo (MITTLE, DR. V.N.; MITTAL, A., 2009).

A geometria do motor é intrinsecamente ligada à disposição das barras. As barras, por sua vez, serão representadas conforme representado na Figura 7.

FIGURA 7 – Detalhes do projeto do rotor.



Nota-se que a disposição das barras na área hachurada, bem como as medidas relevantes de projeto para que sua geometria seja devidamente definida. Essas medidas são, respectivamente: a abertura para a barra, b_{20} , a profundidade dessa abertura para a barra, h_{20} e o raio da barra, r_{21} , sendo que no caso da altura da abertura para barra, o valor assumido pode ser da ordem de 0,07 a 0,08 centímetros (UPADHYAY, K.G., 2010).

2.3.1 Dimensionamento da Gaiola

Para a abertura, a relação a ser respeitada é dada pela relação da Equação 2.45:

$$b_{20} = (0,90 \text{ a } 0,95) \frac{B_{t1} \times S_1}{S_2} \quad (2.45)$$

E o raio da barra é dado pela Equação 2.46:

$$r_{21} = \frac{\pi(D_r - 2h_{20}) - S_2 b_{t2}}{2(S_2 + \pi)} \quad (2.46)$$

E assim, com todas as questões referentes à geometria, perdas e rendimento desenvolvidas, o projeto do rotor é tido como finalizado.

2.3.2 Perdas no Rotor

Os rotores do tipo gaiola, sofrem dois tipos de perdas, aquelas relacionadas às barras do rotor e as relacionadas aos anéis finais, que fixam as barras. Essas perdas ocorrem porque uma quantidade de corrente acaba atingindo o rotor, o que afeta seu desempenho devido ao desgaste do material ao longo do tempo. Para compreender a interação entre os materiais e as correntes, é preciso compreender que em rotores do tipo gaiola, o número de barras é igual ao número de ranhuras (MALAGOLI, 2016):

$$Z_{2bar} = S_2 \quad (2.47)$$

Sabendo dessa propriedade do dimensionamento, o cálculo da intensidade da corrente que atinge cada uma das barras é:

$$I_{2bar} = \frac{0,85 \times 6I_{ph1}N_{ph1}}{S_2} \quad (2.48)$$

Onde:

I_{2bar} é a corrente que passa por uma unidade de barra do rotor, I_{ph1} é a corrente por fase do estator e N_{ph1} é o número de espiras por fase do rotor. Assim, a corrente que permeia o anel final (UPADHYAY, K.G., 2010):

$$I_{2af} = \frac{S_2 I_{2bar}}{\pi P} \quad (2.49)$$

Para obter a área da seção de cada barra, calcula-se:

$$F_{c2bar} = \frac{I_{2bar}}{J_{bar}} \quad (2.50)$$

Sendo, J_{bar} a densidade da corrente, que varia de 5 a 7 (A/mm^2). Ainda é importante denotar que se essas barras forem redondas, o diâmetro é avaliado através de (UPADHYAY, K.G., 2010):

$$d_{2bar} = \sqrt{\frac{4F_{c2bar}}{\pi}} \quad (2.51)$$

E a área da seção do anel final:

$$F_{c2af} = \frac{I_{2af}}{J_{bar}} \quad (2.52)$$

Com isso, as perdas totais do rotor podem ser calculadas.

2.3.3 Perdas totais no rotor

As perdas que ocorrem no rotor de tipo gaiola são geradas por duas diferentes formas de perdas: nas barras e no anel final. Dessa forma, é necessário realizar os cálculos das resistências e perdas para cada uma dessas estruturas. A partir dessa avaliação, a relação para a resistência das barras acontece através da massa específica do material (ρ) que foi relacionada ao comprimento das barras e sua seção transversal, conforme (MALAGOLI, 2016):

$$R_{1bar} = \rho \frac{L}{F_{c2bar}} \times 10^{-6} \quad (2.53)$$

Com isso, a avaliação das perdas no rotor é verificada através da interação entre a corrente que chega ao rotor e a resistência para cada barra. Ainda é importante verificar que a resistência apresentada na Equação 2.53 é para uma unidade de barra, portanto, a perda total nas barras é de:

$$P_{barra} = S_2 I_{2bar}^2 R_{1bar} \quad (2.54)$$

O rotor ainda conta com dois anéis que fixam as barras, os chamados "anéis finais", sua resistência é dada por:

$$R_{af} = \rho \frac{\pi(D_r - 2d_{2(bar)})}{F_{c2af}} \times 10^{-6} \quad (2.55)$$

Como a resistência considera apenas um anel, então para as perdas, é necessário considerar:

$$P_{af} = 2I_{2af}^2 R_{af} \quad (2.56)$$

Assim, as perdas no rotor:

$$P_{rotor} = P_{barra} + P_{af} \quad (2.57)$$

Enfim, as propriedades de eficiência, volume e custo podem ser analisadas.

2.4 PROPRIEDADES DOS MOTORES ELÉTRICOS

Essa seção discorre sobre três avaliações específicas: o cálculo da eficiência, avaliação do volume e análise de custos. A separação do corpo do texto anterior se justifica pelo uso de propriedades do estator e rotor em conjunto, ao contrário do que ocorre com as perdas de cobre, que devido à configuração do rotor, somente ocorrem dentro do estator.

2.4.1 Cálculo da eficiência

A eficiência de um motor, calculada através da Equação 2.58 é uma propriedade que diz respeito ao quanto esse motor é capaz de converter trabalho, ou seja, o quão menor é a relação de perdas em relação àquilo que pode ser aproveitado, de fato, para a performance da máquina. (MALAGOLI, 2016):

$$\eta = \frac{P_{sai da}}{P_{entra da}} \quad (2.58)$$

Onde: P_{sada} : é a potência de saída do motor em Watts, $P_{entrada}$: é a potência de entrada no motor em Watts, a eficiência, η é medida de forma adimensional ou em porcentagem. A potência de entrada é a soma da potência útil e das perdas totais:

$$P_{entra da} = P_{util} + P_{total} \quad (2.59)$$

Assim, substituindo a equação 2.59 na equação 2.58, a eficiência pode ser reescrita como:

$$\eta = \frac{P_{sai da}}{P_{til} + P_{total}} \quad (2.60)$$

O fator de potência é uma relação que permite avaliar a potência ativa em detrimento da potência aparente, já a eficiência da potência aparente é a parte que pode ser convertida em trabalho útil. O fator de potência é dado pela equação 2.61:

$$\cos \phi = \frac{P_{sai da}}{V \cdot I} \quad (2.61)$$

Onde: V : é a tensão aplicada ao motor em Volts, I : é a corrente do motor, em Ampères. A eficiência final do motor pode então ser recalculada levando em consideração o fator de potência, conforme mostrado na equação 2.62 (WEG EQUIPAMENTOS ELÉTRICOS S.A., 2025):

$$\eta = \frac{736 \cdot P_{cv}}{VI \cdot \cos(\phi)} \quad (2.62)$$

Onde: P_{cv} é a potência (cv), V é a tensão (V) e I é a corrente (A). No entanto, para a aplicação em motores elétricos, a visualização da eficiência acontece através das relações do motor. Dentre elas, a equação de saída do projeto:

$$Q = 4,44[k_{pdi}f\phi N_{ph1}I_{ph1}]ncos\varphi \times 10^{-3} \quad (2.63)$$

Onde: Q é a equação de saída (kW), k_{pdi} é o fator de enrolamento, ϕ é o fluxo por polo (Wb), N_{ph1} é o número de espiras por fase, I_{ph1} é a corrente por fase (A), e $cos\varphi$ é o fator de potência. Assim, a eficiência:

$$\eta = \frac{Q}{Q + P_{total}} \times 100 \quad (2.64)$$

Sabendo que:

$$P_{total} = P_{estator} + P_{rotor} \quad (2.65)$$

2.4.2 Volume dos materiais

A redução do volume de motores é uma tarefa desejável para que seu custo seja mais barato. Reduzir o volume da máquina também proporciona melhora de propriedades. Para que seja possível avaliar o volume dos materiais, algumas relações relativas à geometria do problema precisam ser avaliadas. Dessa forma, iniciando pelo diâmetro do estator através da extremidade mais estreita (MALAGOLI; LUZ, 2014; MALAGOLI, 2016).

$$D_{\frac{1}{3}ht} = D \times 1000 + \frac{1}{3}h_s \times 2 \quad (2.66)$$

Assim, o passo-ranhura para essa extremidade é definido por:

$$\tau_{sh\frac{1}{3}ht} = \pi \frac{D_{\frac{1}{3}ht}}{S_1} \quad (2.67)$$

Então, a largura do dente a 1/3 da parte mais estreita pode ser calculada como:

$$b_{\frac{1}{3}ht} = \tau_{sg\frac{1}{3}ht} - b_{s1} \quad (2.68)$$

A largura do dente dada é pela Equação 2.68, a altura da ranhura e sua profundidade, tem-se que a área:

$$A_{dente} = b_{\frac{1}{3}ht} \times k_s L \times 1000 \quad (2.69)$$

$$A_{t\frac{1}{3}ht} = A_{dente} \left(\frac{1}{3}\right) \quad (2.70)$$

Sendo assim, a densidade do fluxo para cada dente é:

$$B_{dentes} = \frac{\phi}{A_{t\frac{1}{3}ht}} \quad (2.71)$$

Para a avaliação do volume, por sua vez, é necessário considerar o volume utilizado dos materiais, visto que o motor é composto de múltiplas estruturas. Esses materiais são o volume de cobre, ferro e volume de isolamento. Sendo assim, o volume de cobre pode ser definido como (MALAGOLI; CAMACHO; LUZ, 2016):

$$V_{cobre} = F_{c1}L_{mtn}nt \quad (2.72)$$

Onde: nt é o número de voltas do condutor.

Para o ferro, o volume deve ser somado nos dentes e na coroa do estator:

$$V_{ferroD} = S_1 h_s b_{t\frac{1}{3}ht} l_i \quad (2.73)$$

$$V_{ferroC} = \frac{\pi}{4} [D_o^2 - (D_o - 2h_s)^2] l_i \quad (2.74)$$

O volume total de ferro é a soma das Equações 2.73e 2.74:

$$V_{ferro} = V_{ferroD} + V_{ferroC} \quad (2.75)$$

O volume do isolamento, por sua vez, varia a uma taxa de 15 a 20% do total de cobre somado ao ferro do estator. Para este trabalho, será considerada a quantidade de 15% (MALAGOLI, 2016):

$$V_{iso} = 0,15(V_{cobre} + V_{ferro}) \quad (2.76)$$

No rotor, o volume de cobre é dado pela soma do volume de alumínio das barras e dos anéis finais:

$$V_{af} = F_{c2af}L \times 10^{-6} \quad (2.77)$$

$$V_{bar} = F_{c2bar}L \times 10^{-6} \quad (2.78)$$

Somando as Equações 2.77 e 2.78:

$$V_{Al} = V_{bar} + 2V_{af} \quad (2.79)$$

Então, o volume total é dado pela soma das Equações 2.72, 2.75, 2.76 e 2.79:

$$V_{total} = V_{cobre} + V_{ferro} + V_{iso} + V_{Al} \quad (2.80)$$

2.4.3 Análise de custos

Tendo em vista os volumes descritos nas Equações 2.72, 2.75, 2.76 e 2.79, o próximo procedimento é o cálculo da quantidade de massa de material utilizado no motor. Essa relação é obtida através da multiplicação da massa específica ρ pelo volume. Isso pode ser verificado conforme (MALAGOLI; CAMACHO; LUZ, 2016):

$$W_{material} = \rho_{material} V_{material} \quad (2.81)$$

Onde: $W_{material}$ é a massa de material (kg), $\rho_{material}$ é a densidade do material (kg/m^3) e $V_{material}$ é o volume do material (m^3). Sendo assim, adaptando para os diversos materiais:

$$W_{cobre} = \rho_{cobre} V_{cobre} \quad (2.82)$$

$$W_{ferro} = \rho_{ferro} V_{ferro} \quad (2.83)$$

$$W_{Al} = \rho_{Al} V_{Al} \quad (2.84)$$

$$W_{iso} = \rho_{cobre} V_{iso} \quad (2.85)$$

E a massa total será composta pela soma das Equações 2.82 a 2.85:

$$W_{total} = W_{cobre} + W_{ferro} + W_{Al} + W_{iso} \quad (2.86)$$

Para que o custo possa ser avaliado, então os valores por quilograma do material devem ser obtidos. Para isso, as massas específicas são consideradas como na Tabela 4:

TABELA 4 – Massa específica de materiais.

Material	Massa específica kg/m^3
Aço silício	7850,00
Cobre	8940,00
Alumínio	2710,00

Fonte: Adaptado de:(CALLISTER JR.; RETHWISCH, 2016).

Esses valores são regulados através do valor do dólar e serão atribuídos a constantes, para que, posteriormente, o valor total possa ser composto e enfim calculado em reais, conforme a cotação atual. Sendo assim, o custo dos materiais foi:

TABELA 5 – Valor dos materiais por quilograma.

Parâmetro	Material	Valor ($US\$/kg$)
k_1	Aço silício	0,45
k_2	Cobre	9,47
k_3	Alumínio	2,63

Fonte:(TRADING ECONOMICS, 2024)

A composição de custos é dada por:

$$Custo_n = k_n W_{material} \quad (2.87)$$

Aplicando para os diferentes tipos de materiais:

$$Custo_1 = k_1 W_{ferro} \quad (2.88)$$

$$Custo_2 = k_2 (W_{cobre} + W_{iso}) \quad (2.89)$$

$$Custo_3 = k_3 W_{Al} \quad (2.90)$$

Somando as Equações 2.88, 2.89 e 2.90, o custo total do maquinário é obtido:

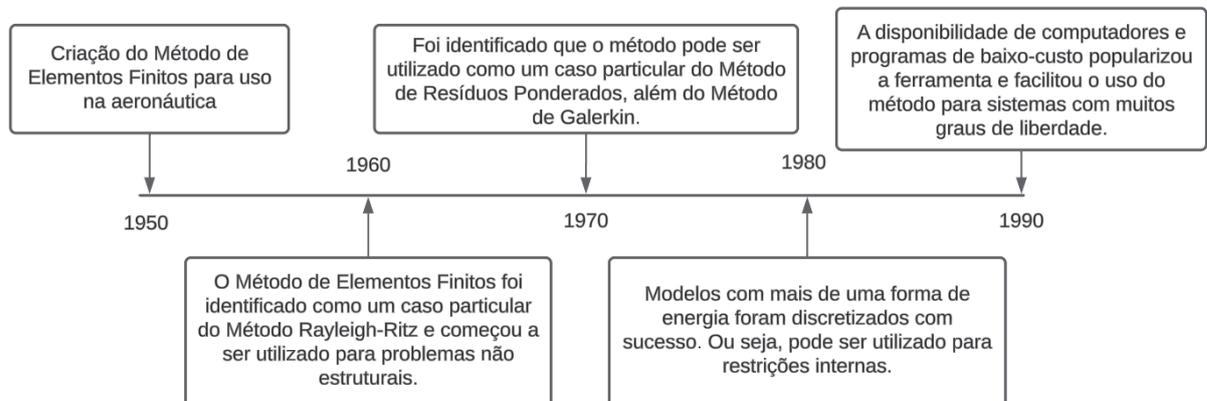
$$Custo_{total} = Custo_1 + Custo_2 + Custo_3 \quad (2.91)$$

Assim é finalizado o processo de projeto, análise de perdas, eficiência, volume e custos, essas equações se tornam as funções objetivo dos problemas de otimização a serem realizados. No Capítulo 3, será apresentado o Método de Elementos Finitos, cujo propósito é realizar a validação dos resultados da otimização.

3 MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS

O Método de Elementos Finitos (MEF), propriamente dito, foi criado a partir de análises em um laboratório que buscava soluções estruturais para a indústria aeronáutica na década de 1950, quando o princípio dos deslocamentos foi definido. Essa abordagem tomou força na década seguinte, onde foi identificado que o método assemelhava-se ao Método de Rayleigh-Ritz e passou a ser utilizado para outras áreas, como hidráulica, termodinâmica e eletromagnetismo. A evolução do método ao longo do tempo pode ser observada na Figura 8 (SORIANO, 2009):

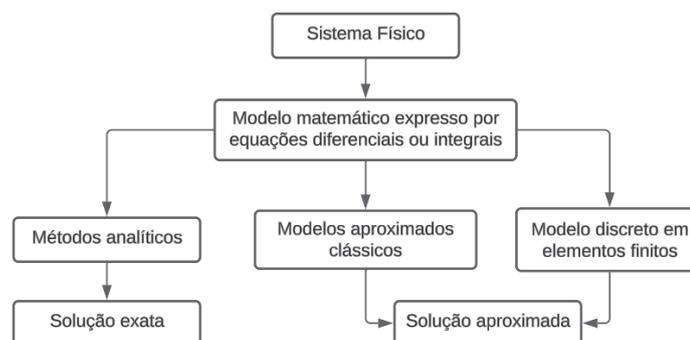
FIGURA 8 – Linha do tempo do desenvolvimento do Método de Elementos Finitos.



Fonte: Compilado de: (SORIANO, 2009)

No entanto, existem indícios de que aproximações matemáticas para problemas já existem desde a antiguidade, com aproximações para o cálculo do raio de circunferências. Além disso, atribuições a Gauss no século XVI e XVII também existem, visto que o pesquisador também utilizava de métodos numéricos para aproximação de resultados.

FIGURA 9 – Esquema de análise de um sistema físico idealizado como contínuo.

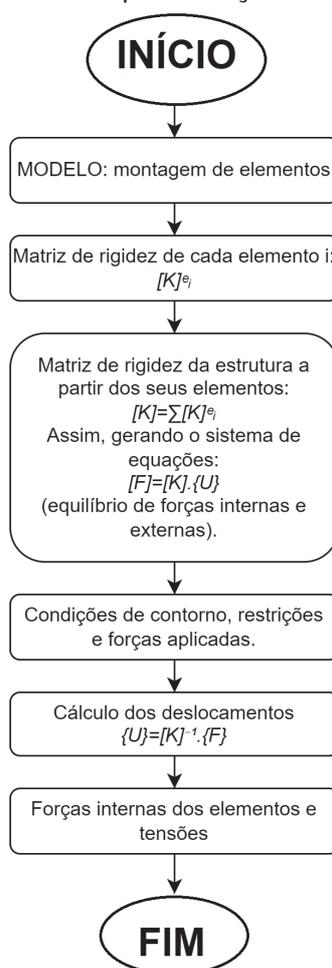


Fonte: Adaptado de: (SORIANO, 2009).

O MEF é um método numérico que tem por função a discretização de itens, outrora estudados pela mecânica dos contínuos, em pequenas unidades, através de uma malha, que quanto mais pontos tiver, gerará uma aproximação do resultado mais condizente com a realidade (LOTTI et al., 2006). Existem problemas cuja complexidade e quantidade de graus de liberdade tornam seu processo de resolução por via convencional muito oneroso, tanto para a formulação, quanto em gasto computacional. Dessa forma, as formulações baseadas em métodos numéricos, dentre elas o Método dos Elementos Finitos (MEF). O MEF parte do princípio de que uma estrutura pode ser dividida em diversos subelementos, formando uma malha (BASTOS, 2019).

A discretização do problema, onde a solução consiste em formular uma matriz de rigidez de cada i-elemento, somá-las e então, obter uma matriz $[K]$ global para o problema. Assim, é possível realizar a relação entre os esforços internos e externos. Ainda é de extrema importância notar que o problema precisa de condições de contorno para seu delineamento. A Figura 10 mostra um fluxograma da concepção e aplicação do MEF sobre um problema qualquer. (ALVES FILHO, 2012)

FIGURA 10 – Fluxograma da representação do Método de Elementos Finitos.



Fonte: Adaptado de:(ALVES FILHO, 2012).

Sendo assim, Bastos (2019) define que o Método de Elementos Finitos, em sua forma computacional é relevante para a compreensão do comportamento de materiais, visto que os problemas a eles relacionados provêm da distribuição de campos magnéticos em seu interior. Nessa dissertação, o MEF é aplicado após o algoritmo de evolução diferencial, proporcionando uma aproximação bastante coerente com o problema e permitindo a otimização das propriedades do motor, que é o objeto da pesquisa.

3.1 EQUAÇÕES DE MAXWELL

James Clerck Maxwell (1831-1879) foi um pesquisador britânico, pioneiro em trabalhos relacionando Química e Física no século XIX e responsável pela formulação do Eletromagnetismo. Seu trabalho originou as Leis de Maxwell para o eletromagnetismo (MALDANER et al., 2020).

Tendo em vista suas postulações para o eletromagnetismo, as equações 3.1 e 3.2, demonstram a forma adaptada das Equações de Maxwell para problemas magnetostáticos na forma de elementos finitos (DULAR; GEUZAINÉ, 2014):

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} \quad (3.1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (3.2)$$

Onde: \mathbf{H} : É o campo magnético (A/m), \mathbf{J} : É a densidade da corrente de condução (A/m²), \mathbf{B} é o campo magnético (T).

Essas são, respectivamente, a Lei de Ampère e Lei de Gauss Magnética. No entanto, essas equações não são suficientes para garantir a descrição completa do problema, sendo necessário estabelecer as relações constitutivas e condições de contorno do problema.

3.2 LEI DE COMPORTAMENTO DOS MATERIAIS

Também chamadas de relações constitutivas, a Lei de Comportamento dos Materiais diz respeito à interação do problema eletromagnético com o meio em que o problema encontra-se inserido. Neste caso, a relação leva em conta critérios de permeabilidade magnética para uma superfície (BASTOS, 2019; MALAGOLI, 2016).

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \quad (3.3)$$

Onde: μ é a permeabilidade magnética e H é a região de condução.

Por fim, a limitação do problema deverá ser realizada, do contrário, a busca ocorre indefinidamente através da superfície, o que não é desejável.

3.3 CONDIÇÕES DE CONTORNO

A solução de alguns problemas envolvendo métodos numéricos dependem da construção de condições de contorno, que são, também, critérios de parada do problema. As condições de contorno são as responsáveis por determinar características iniciais que determinarão o problema (SORIANO, 2009).

Para problemas magnetostáticos, as condições de contorno são relacionadas à interação do problema em relação à superfície e do problema em relação ao campo, conforme pode ser observado nas Equações 3.4, 3.5 e 3.6, (BASTOS, 2019):

$$\mathbf{n} \times \mathbf{H} \Big|_{\Gamma_H} = 0 \quad (3.4)$$

$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{B} \Big|_{\Gamma_B} = 0 \quad (3.5)$$

$$\Gamma = \Gamma_H \cup \Gamma_B \quad (3.6)$$

Onde: \mathbf{n} é o vetor normal à superfície, Γ_H é a região de condução, Γ_B é a região magnética e Γ é a fronteira do domínio.

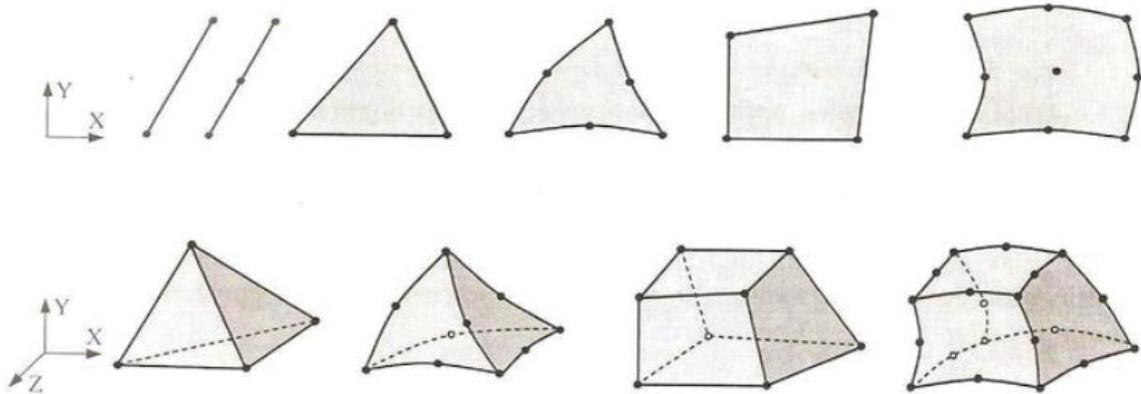
A partir das propriedades e características iniciais do problema, é necessário iniciar um processo de abordagem que permita sua avaliação de forma integral e significativa. O processo de discretização será o responsável por tornar o problema capaz de ser verificado.

3.4 DISCRETIZAÇÃO DA MALHA

O princípio da discretização é garantir a representatividade do resultado, bem como avaliar a cada ponto as soluções para o problema. Para isso, é necessário transformar o todo em partes menores, que permitirão essa forma de análise. O processo de transformação de um problema total em partes para avaliação de itens infinitesimais, chama-se discretização e parte do princípio da continuidade do problema (ALVES FILHO, 2012).

Sabendo que os elementos finitos podem ser definidos dentro de três dimensões do espaço, é possível encontrar formas distintas para essas unidades do problema, sendo essas com diferentes quantidades nodais e graus de liberdade. Sendo assim, Soriano (2009) ainda define que o grau do polinômio é relativo ao número de parâmetros assumidos para cada nó. Alguns exemplos de elementos finitos podem ser verificados na Figura 11:

FIGURA 11 – Exemplos de formas de elementos finitos.



Fonte: Reproduzido de: (SORIANO, 2009)

O procedimento de discretização envolve compreender uma estrutura através de elementos de malha, os quais terão suas informações atreladas aos nós. Dessa forma, cada ponto possui um determinado número de informações atrelados a ele. Para a solução desse problema, é imprescindível que condições de contorno, que são as informações conhecidas do problema, sejam atribuídas a tornar a resolução possível. Isso ocorre sob a forma da Equação 3.7, (BASTOS, 2019), (SORIANO, 2009).

$$\mathbf{K}^{(e)} \mathbf{u}^{(e)} = \mathbf{f}^{(e)} \quad (3.7)$$

Onde: K^e : é a matriz de rigidez, U^e : é o potencial vetor, f^e : é o vetor global de forças nodais.

3.5 PROBLEMA MAGNETOSTÁTICA

O modelo magnetostático estuda a distribuição do campo magnético, o que ocorre devido às equações 3.1, 3.2 e 3.3. Sendo que sob a forma integral, Bastos (2019), define que a equação 3.1 pode ser escrita como:

$$\oint_{L(s)} \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = I \quad (3.8)$$

Como o problema é bidimensional e a corrente atua perpendicularmente ao plano, J atuará na direção \mathbf{k} , o que também acontecerá com A . Fazendo com que estes sejam o módulo na direção O_z , assim:

$$\mathbf{B} = B_x \mathbf{i} + B_y \mathbf{j} = \left(\frac{\partial A}{\partial y} \right) \mathbf{i} + \left(-\frac{\partial A}{\partial x} \right) \mathbf{j} \quad (3.9)$$

Adaptando para o fluxo magnético, é obtido através do Teorema de Stokes que:

$$\Phi = \int_S B ds = \int rot A \cdot ds = \oint_{L(s)} A dl \quad (3.10)$$

Tendo que $A_1 - A_2 = \phi/L$, então, escreve-se:

$$A(x, y) = N_1(x, y)A_1 + N_2(x, y)A_2 + N_3(x, y)A_3 \quad (3.11)$$

Assim, aliando o procedimento à Equação 4.4, os vetores do potencial são:

$$H_x = v \frac{\partial A}{\partial y} = \frac{v}{D}(r_1 A_1 + r_2 A_2 + r_3 A_3) \quad (3.12)$$

$$H_y = -v \frac{\partial A}{\partial y} = -\frac{v}{D}(q_1 A_1 + q_2 A_2 + q_3 A_3) \quad (3.13)$$

Então, aplicando a Lei de Ampère para os elementos em torno de um nó:

$$E_1^e = \int_{pos} H \cdot dl = H_x \times \Delta x - H_y \times \Delta y \quad (3.14)$$

Mas substituindo (3.12) e (3.13) em (3.14):

$$[E_{i,1}]^e = \frac{v}{2D}[q_{i,j} + r_{i,j}]^e [A_{i,1}]^e \quad (3.15)$$

Onde a Equação 3.15 representa o sistema global e ao considerar a corrente concatenada da Equação 3.16:

$$[I_{i,1}]^e = \frac{1}{6}[JD] \quad (3.16)$$

Obtém-se:

$$\sum_{e=1, N_e} E_i^e = \sum_{e=1, N_e} I_i^e i = 1, 2, \dots, n \quad (3.17)$$

No entanto, voltando a considerar os divergentes:

$$div D = \rho \quad (3.18)$$

$$div E = -gradV \quad (3.19)$$

A igualdade pode ser interpretada sob a condição apresentada na Equação 3.20:

$$\operatorname{div} D = \operatorname{div} E = \operatorname{div} \varepsilon(-\operatorname{grad} V) = \rho \quad (3.20)$$

No entanto, a operação deve ser igual ou próxima a zero, conforme Equação 3.21:

$$\operatorname{div} \varepsilon(\operatorname{grad} V) + \rho \approx 0 \quad (3.21)$$

Mas, como há que se considerar a possibilidade da presença de resíduos, a expressão fica sob o formato da Equação 3.22:

$$\operatorname{div} \varepsilon(\operatorname{grad} V) + \rho = R \quad (3.22)$$

Que para que o resíduo, então, tenda a zero, faz-se:

$$\int_s W R ds = 0 \quad (3.23)$$

Sendo W a função de ponderação e sabendo que A não é exata, é possível compreender o problema sob a forma da Equação 3.24:

$$\int_s U \operatorname{div} A ds = \int_s \operatorname{div} U A ds - \int_s A \operatorname{grad} U ds \quad (3.24)$$

Por fim, igualando $W=U$ e $A=\varepsilon \operatorname{grad} V$, obtém-se a Equação 3.25:

$$\int_s W [\operatorname{div} \varepsilon(\operatorname{grad} V) + \rho] ds = \oint_{L(s)} W \varepsilon \operatorname{grad} V dl - \int_s \varepsilon \operatorname{grad} V \operatorname{grad} W ds + \int_s W \rho ds = 0 \quad (3.25)$$

Que é a forma fraca do problema e pode ser simplesmente reescrita como na Equação 3.26:

$$\sum_{n=1, Ne} = \int_{\hat{S}_n} \varepsilon \operatorname{grad} V \cdot \operatorname{grad} N_n ds - \int_{\hat{S}_n} N_n \rho ds = 0 \quad (3.26)$$

3.6 APLICAÇÕES

As aplicações dos métodos de elementos finitos são bastante variadas. Dentro da análise de estruturas, o exemplo mais conhecido é o da viga engastada-livre, também

conhecida como viga em balanço. Onde pode ser desejável saber a deformação da viga na extremidade livre, como a da Figura 12 (SORIANO, 2009).

FIGURA 12 – Viga engastada com extremidade livre com uma força P sobre a extremidade.



Sobre esse problema, as condições de contorno básicas são:

- No ponto onde há engaste, o deslocamento é igual a zero;
- A cortante e o momento são nulos na extremidade livre.

Ainda sobre o material, seu comportamento é descrito pelo momento de inércia em x, equação 3.27, é admitido que o material tem comportamento aproximadamente elástico, configurado pela Lei de Hooke, equação 3.28 e a equação diferencial da linha elástica, equação 3.29 (BEER; JOHNSON; EISENBERG, 2012):

$$I_x = \int_A y^2 dA \quad (3.27)$$

$$F = KU \quad (3.28)$$

$$\frac{d^2v}{dx^2} = \frac{M}{EI_x} \quad (3.29)$$

Onde: A é a área da seção, K é a constante elástica, U é o deslocamento, M é o momento fletor e E_Y é o módulo de Young.

Com esses dados, chega-se que a solução fraca do problema para a deflexão da viga é dada pela Equação 3.30:

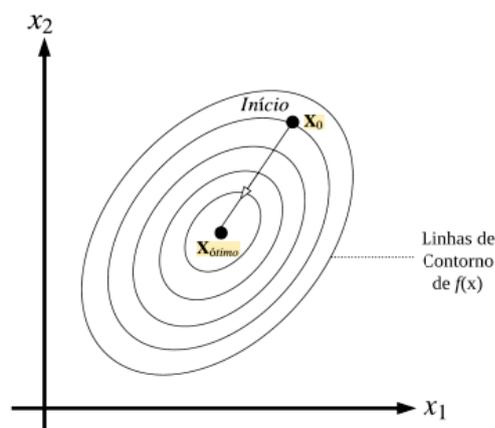
$$\int_0^L E_Y I \frac{d^2w}{dx^2} \frac{d^2v}{dx^2} dx = \int_0^L q(x)v(x)dx \quad (3.30)$$

4 EVOLUÇÃO DIFERENCIAL

O início da solução de problemas de otimização pode ocorrer dentro da formulação de objetivos únicos, onde, para cada um, será encontrada uma solução. Os processos que envolvem algoritmos de evolução diferencial são uma forma de encontrar soluções ótimas para esses problemas, visto que impõem um procedimento para realização da varredura de soluções dentro de um espaço pré-determinado do problema. Além disso, atuam de forma a minimizar as características indesejadas e focando em parâmetros que são de interesse, tendo um comportamento parecido com o de processos de evolução natural, como reprodução, mutação de genes e recombinações. (PEREIRA; SOARES; NETO, 2016)

Assim, como em problemas de elementos finitos, a definição de condições para que o problema seja passível de resolução, condições devem ser estabelecidas para servirem como uma forma de guia para o processo do algoritmo. As condições de contorno são informações disponíveis sobre o problema, onde alguns pontos podem ter variáveis conhecidas e importantes para o desenvolvimento do processo. Já os critérios de parada são relativos às tolerâncias do problema, aqui podem ser estabelecidos um erro máximo, o tamanho da população e um número máximo de iterações que o algoritmo deve desempenhar e, finalmente, os critérios de estagnação, são mecanismos que permitem que o algoritmo tenha prosseguimento em caso de encontrar um mínimo local e comece a gerar soluções somente em torno daquele ponto, mesmo que este não seja a solução ótima. A Figura 13 demonstra como a partir de um ponto inicial aleatório no espaço, o algoritmo encontra a solução ótima. (SOARES, 2019; VARGAS et al., 2016)

FIGURA 13 – Representação do ponto ótimo de uma função objetivo.



Fonte: Adaptado de (SOARES, 2019).

4.1 DEFINIÇÃO DE OTIMIZAÇÃO

O dimensionamento de um problema nem sempre é sua versão ótima em relação a um objetivo. Isso quer dizer que uma mesma estrutura pode ser pensada de forma a potencializar uma propriedade específica em função de obter um resultado mais adequado para alguma funcionalidade desejada. Sendo assim, parâmetros podem ser estabelecidos para uma função onde os valores máximos e mínimos serão procurados para adequar um modelo matemático a um problema real ou um problema real às formulações matemáticas (MARTINEZ; SANTOS, 1995).

Martinez e Santos (1995) ainda propõe um problema exemplo de minimização, onde é necessário averiguar uma função $f(x)$ sujeita a $x \in \Omega \subset \mathbb{R}^n$. Sendo $f(x)$ a função objetivo e o conjunto Ω as possíveis formas de otimização, ou simplesmente, os pontos factíveis, que são resumidas na Tabela 6:

TABELA 6 – Tipos de otimização de minimização.

Ω	Problema
\mathbb{R}^n	Minimização sem restrições
$x \in \mathbb{R}^n \mid l \leq x \leq u$	Minimização em caixas
$x \in \mathbb{R}^n \mid Ax = b, A \in \mathbb{R}^{m \times n}$	Minimização com restrições lineares de igualdade
$x \in \mathbb{R}^n \mid Ax = b, Cx \leq d$	Minimização com restrições lineares
$x \in \mathbb{R}^n \mid h(x) = 0, h : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$	Minimização com restrições de igualdade
$x \in \mathbb{R}^n \mid h(x) = 0, h : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ e $g(x) \leq 0, g : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^p$	Problema geral de programação não-linear

Reproduzido de: (MARTINEZ; SANTOS, 1995).

Dessa forma, uma exploração sobre as formas de otimização pode ser realizada.

4.1.1 Métodos de otimização

Nessa seção são apresentados alguns métodos de otimização principais e uma breve descrição de cada um. Os métodos a serem tratados dividem-se em duas principais categorias:

- Computação natural;
- Computação evolucionária.

4.1.1.1 Computação natural

A computação natural é baseada na observação de fenômenos naturais para a criação de algoritmos que visam operar sobre problemas complexos. Das suas principais características, podem ser citadas a adaptação, aprendizado e percepção, que são propriedades intrínsecas aos seres vivos (CARBONO, 2005).

Entre as principais formas de computação natural, podem ser destacados o recozimento simulado, uma técnica que leva em conta a evolução temporal do problema e que tem seu nome baseado no comportamento de metais. Para seu funcionamento, são necessários um leque de soluções iniciais, um sistema de mutação, recombinação e um mecanismo de avaliação temporal do problema. Os fractais, por sua vez, são formas geométricas geradas por procedimentos matemáticos, que tornam possível a infinita reprodução do padrão, nesse caso, o formato e sua concepção matemática é que permitirão a obtenção de resultados. Os fractais podem ser gerados de forma natural ou de forma aleatória, que envolve considerações matemáticas. (CARBONO, 2005; MANDELROT, 1983)

Na década de 1960, Lotfi A. Zadeh, na Universidade de Berkeley, cria a lógica nebulosa. Essa ferramenta permite a automação de procedimentos da indústria e também permite a compreensão de alguns problemas biológicos e químicos, que outrora não poderiam ser avaliados sob a ótica da computação alimentada pela lógica booleana. Assim, os conceitos nebulosos foram catalogados. Então, a ferramenta que tenta imitar o funcionamento do cérebro humano e é capaz de realizar aprendizado, recombinações, análise e seleção, transmitindo a informação ao espaço ao redor: as redes neurais artificiais. Essa forma de lógica é ideal para uso em problemas que comportam dados em não-linearidade, onde há a necessidade de complementação de informações, bem como ruídos e contradições (CARBONO, 2005; DE CASTRO, 2001).

Por fim, a computação evolucionária é a última forma ligada à computação natural a ser citada. Esse método baseia-se em princípios da teoria de Charles R. Darwin, onde ocorrem as etapas de mutação e cruzamento em uma população e a seleção acontece verificando a função objetivo e seu resultado. A computação evolucionária inclui algoritmos genéticos e estratégias evolutivas, como o método de enxame de partículas e a evolução diferencial, respectivamente. (GASPAR-CUNHA; TAKAHASHI; ANTUNES, 2012; CARBONO, 2005; ARROYO, 2002).

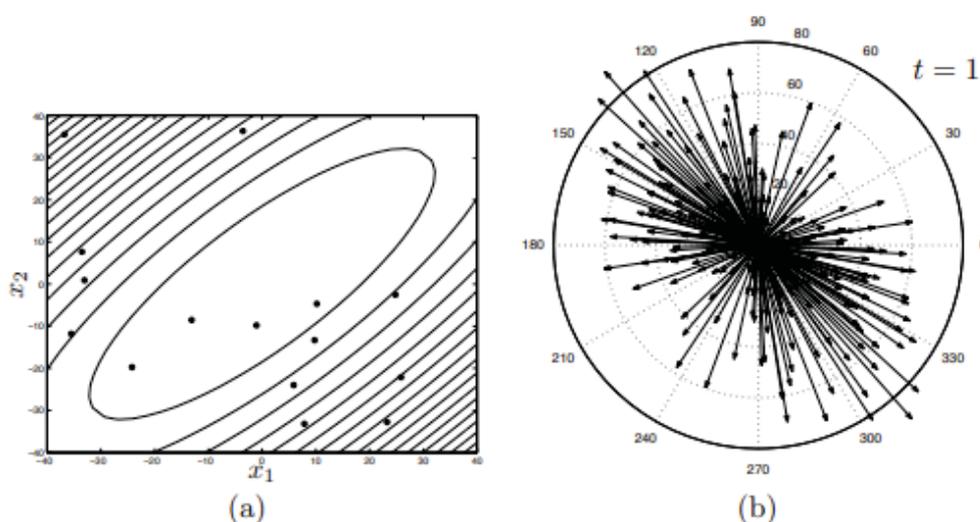
4.2 ALGORITMO DA EVOLUÇÃO DIFERENCIAL

A Evolução Diferencial (ED) é uma metaheurística bastante simples e efetiva, dada sua capacidade de trabalhar com grande variedade de temas, o que foi alvo, inclusive, de premiações internacionais na década de 1990. No entanto, é preciso

compreender o que são metaheurísticas e algoritmos genéticos (GASPAR-CUNHA; TAKAHASHI; ANTUNES, 2012).

Metaheurísticas são métodos numéricos para aproximação de soluções com base na varredura de um domínio para a busca dos melhores resultados. Sua utilização foi amplamente popularizada pois os métodos dessa categoria proporcionam uma resolução fácil, rápida e barata para problemas com muitos graus de liberdade, no entanto, são métodos que precisam de avaliação criteriosa, visto que seu objetivo é encontrar a melhor alternativa para o problema dentro de um domínio, mas é suscetível a erro devido à presença de mínimos locais, a busca por soluções dentro de um espaço pode ser compreendida através das Figuras 14. (ARROYO, 2002).

FIGURA 14 – Função-objetivo quadrática. (a) Distribuição espacial da população na geração $t = 1$. (b) Distribuição dos vetores-diferença na geração $t = 1$.



Fonte: Reproduzido de:(GASPAR-CUNHA; TAKAHASHI; ANTUNES, 2012)

O início da solução de problemas de otimização pode ocorrer dentro da formulação de objetivos únicos, onde, para cada um, é encontrada uma solução. Os processos que envolvem algoritmos de evolução diferencial são uma forma de encontrar soluções ótimas para esses problemas, visto que impõem um procedimento para realização da varredura de soluções dentro de um espaço pré-determinado do problema. Além disso, atuam de forma a minimizar as características indesejadas e focando em parâmetros que são de interesse, tendo um comportamento parecido com o de processos de evolução natural, como reprodução, mutação de genes e recombinações. (PEREIRA; SOARES; NETO, 2016)

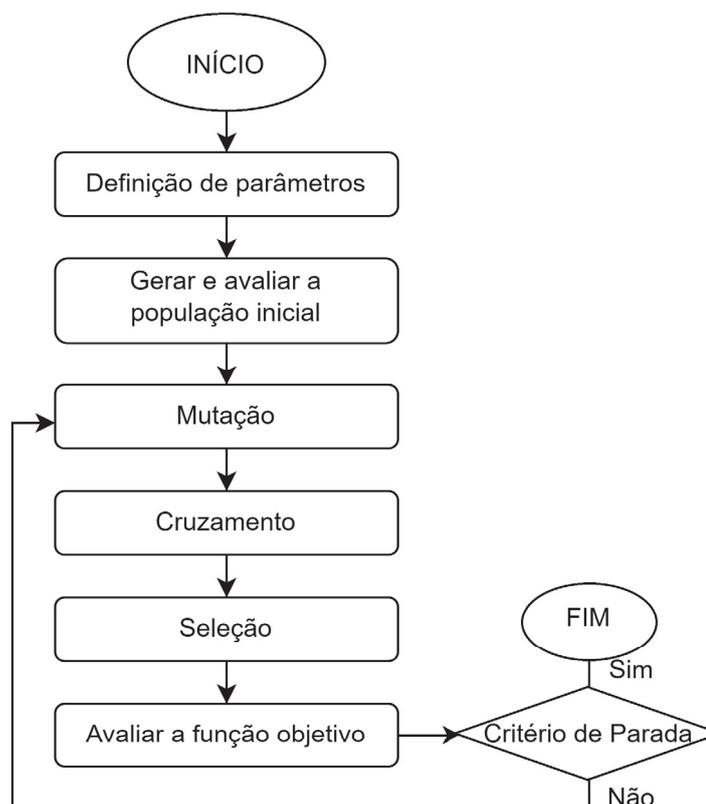
A ED ainda deve ser avaliada sob a perspectiva de um algoritmo, que apesar de ser classificada como um algoritmo genético, nunca teve a pretensão de imitar eventos observados na natureza. Mas afinal, o que é um algoritmo genético? Como já mencionado, um algoritmo genético imita comportamentos observados na natureza,

em específico a reprodução. Isso porque a geração de novos indivíduos para teste acontece pelo cruzamento de soluções e comparações do resultado final, onde há a escolha pelo indivíduo a ser mantido, como um processo de seleção natural (PACHECO, 2012).

Tido por Soares (2019) como o estado da arte das meta-heurísticas populacionais, o algoritmo de Evolução Diferencial é capaz de realizar a solução de problemas não lineares e é dotado de características desejáveis, como: versatilidade, adaptação autoajustável, a não necessidade de grandes populações e performance aprimorável. Sendo assim, o algoritmo funcionará a partir da definição de um ponto "inicial, que será a partida da execução do algoritmo dentro de um espaço de soluções possíveis, dotado de condições de contorno, critérios de parada, parâmetros de controle e critérios de estagnação. Assim, ao percorrer o espaço e as linhas da função, é encontrada uma solução ótima. Mas afinal, o que são todas as condições para que o modelo tenha capacidade de ser executado?

O algoritmo de evolução diferencial trabalhará verificando parâmetros dentro de um problema e buscando seu valor ótimo dentro de um campo de soluções. Com isso, é necessário, a partir de um modelo pronto, escolher parâmetros ligados à grandeza que se pretende otimizar para que tenham seu domínio varrido em busca de melhores soluções. A Figura 15 demonstra o processo da evolução diferencial (COELHO, 2017).

FIGURA 15 – Projeto e processo de otimização .



Fonte: Adaptado de: (MALAGOLI; LUZ, 2014).

Assim, como em problemas de elementos finitos, a definição de condições para que o problema seja passível de resolução, condições devem ser estabelecidas para servirem como uma forma de guia para o processo do algoritmo. As condições de contorno são informações disponíveis sobre o problema, onde alguns pontos podem ter variáveis conhecidas e importantes para o desenvolvimento do processo. Já os critérios de parada são relativos às tolerâncias do problema, aqui podem ser estabelecidos um erro máximo, o tamanho da população e um número máximo de iterações que o algoritmo deve desempenhar e, finalmente, os critérios de estagnação, são mecanismos que permitem que o algoritmo tenha prosseguimento em caso de encontrar um mínimo local e comece a gerar soluções somente em torno daquele ponto, mesmo que este não seja a solução ótima (SOARES, 2019), (VARGAS et al., 2016).

4.2.1 População inicial

O algoritmo de Evolução Diferencial depende de uma população inicial ser gerada. Essa população inicial é pertencente ao domínio estabelecido para o problema e é gerada de forma aleatória em um grupo de múltiplos indivíduos, cujo número é definido pelo usuário. Então, os novos indivíduos da população serão gerados à partir da interação com os operadores do procedimento da ED (mutação, cruzamento e seleção) (ARAUJO, 2016).

Essa geração da população inicial pode ser observada na Figura 14, onde o domínio pode ser observado no item "a" da imagem, que representa o domínio e seus contornos. Já no item "b", é possível verificar a forma que o algoritmo atua sobre os pontos para entendê-los com uma solução. Esse procedimento executado por Gaspar-Cunha, Takahashi e Antunes (2012) busca a demonstração da solução dentro do espaço.

4.2.2 Operadores da evolução diferencial

Nessa subseção, serão definidos os três operadores da ED: a mutação, cruzamento e seleção.

4.2.2.1 Mutação

A Evolução Diferencial é uma metaheurística gulosa baseada na teoria da seleção natural de Darwin (2009). Os indivíduos sempre terão variações, mesmo que mínimas, devido à sua hereditariedade, mesmo que em cativeiro essa estrutura torne-se plástica, devido à seleção proporcionada pelo homem. No entanto, as variações são inevitáveis e podem estar ligadas ao meio em que o indivíduo é exposto, ou seja, a seleção natural não induz a mutação, mas preserva o processo de variação de propriedades úteis ao meio nas condições existentes.

O processo de mutação dentro da ED, relaciona-se, justamente, a este pressuposto de Darwin, onde o algoritmo continua mutando uma informação continuamente, de forma útil ao problema, ou melhor, buscando a convergência da solução do problema dentro do espaço selecionado. Para isso, o procedimento envolve três vetores: α , β e γ , de uma geração qualquer " q ". Dois dos vetores serão alvo de uma mutação através de um fator, o objetivo dessa mutação é criar uma perturbação no terceiro vetor, que ocorrerá conforme (ROCHA; FÁTIMA PEREIRA SARAMAGO, 2015).

$$V_q^{(q+1)} = X_\alpha^{(q)} + F \cdot (X_\beta^{(q)} - X_\gamma^{(q)}) \quad (4.1)$$

O vetor alterado, passa a ser chamado de vetor-alvo e este recebe a mutação da Equação 4.1. Ainda pela teoria de Darwin, o objetivo das mutações de forma alguma é criar filhos iguais aos pais, mas que a variabilidade é apenas ligada ao processo de adaptação do animal ao meio. No entanto, o que o autor define para materiais em condições de confinamento é que a posterior seleção é o que permite que as mutações sejam "escolhidas" para manutenção ou descarte, assim como se observa no algoritmo de ED. (DARWIN, 2009; ROCHA; FÁTIMA PEREIRA SARAMAGO, 2015)

4.2.2.2 Cruzamento

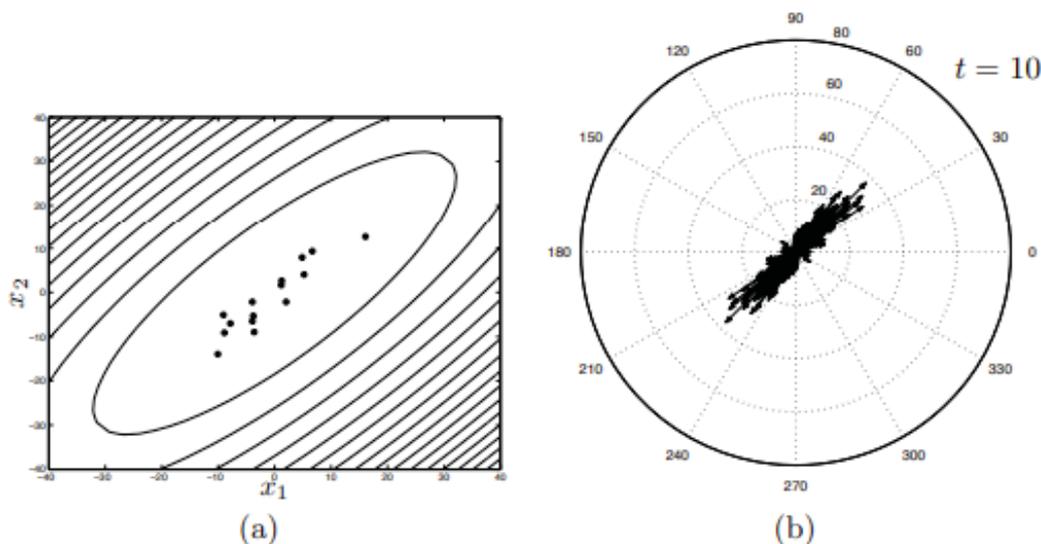
O cruzamento é o segundo operador da Evolução Diferencial e ocorre ao misturar as componentes de um indivíduo doador ao vetor alvo, essa combinação resulta em um terceiro vetor: o vetor tentativa, que será analisado mediante as probabilidades de cruzamento, conforme a Equação 4.2 (ROCHA; FÁTIMA PEREIRA SARAMAGO, 2015; CARBONO, 2005):

$$U(i)^{(q+1)} = \begin{cases} V(i)^{(q+1)} \\ X_s^{(q)} \end{cases} \quad (4.2)$$

Onde: U é a componente do vetor doador, X_s é o vetor-alvo e $V(i)^{(q+1)}$ é o vetor alvo com componentes do indivíduo doador.

Ainda dentro da teoria de seleção natural, Darwin (2009) propõe que quanto maior o espaço de distribuição dos indivíduos, maior a variabilidade será encontrada após os processos de mutação, sendo a geração, portanto, quase que aleatória, no entanto, quando este espaço é limitado, há a convergência das variações em um mesmo sentido. Tal comportamento pode ser observado dentro da ED, visto que o espaço é delimitado, como pode ser observado através da Figura 16:

FIGURA 16 – Função-objetivo quadrática.(a) Distribuição espacial da população na geração $t = 10$. (b) Distribuição dos vetores-diferença na geração $t = 10$.



Fonte: Reproduzido de: (GASPAR-CUNHA; TAKAHASHI; ANTUNES, 2012).

Nesse problema de Gaspar-Cunha, Takahashi e Antunes (2012), é possível ver que a delimitação do espaço e a sucessão de gerações promove a convergência de soluções, o que é evidenciado no item "a" da Figura 16, no entanto, o item "b" da mesma figura comprova o comportamento convergente, visto que ao contrapor as Figuras 14 e 16, ambas através de seus itens "b", o módulo dos vetores apresentados na Figura 16 são substancialmente inferiores.

Dentro do ambiente de programação, a Evolução Diferencial conta com algumas possibilidades de combinação de vetores, essas são chamadas de estratégias e, ao todo, existem dez variações. Essas estratégias são escritas no formato $ED/a/b/c$, onde a indica o valor que sofrerá perturbação, b é referente às diferenças para a perturbação e c determina a forma em que ocorrerá o cruzamento. Na Tabela 7 é possível verificar as formas de cruzamento disponíveis (ROCHA; FÁTIMA PEREIRA SARAMAGO, 2015).

4.2.2.3 Seleção

Com isso, é necessário realizar o procedimento para verificação dos novos pontos e sua localização em relação ao domínio. A seleção é o procedimento onde o novo termo a ser analisado é escolhido, com base em verificações dos limites inferiores e superiores estabelecidos para o problema, conforme apresentado na Equação 4.3, que determina que, caso os novos termos estejam fora do domínio, o valor a ser testado pelo algoritmo é a própria fronteira do domínio (ALVES FILHO, 2012) (ROCHA; FÁTIMA PEREIRA SARAMAGO, 2015).

TABELA 7 – Representação das Estratégias da Evolução Diferencial.

Número	Mutação	Notação
1	$V^{(q+1)} = X_{\alpha}^{(q)} + F_p(X_{\beta}^{(q)} - X_{\gamma}^{(q)})$	ED/rand/1/bin
2	$V^{(q+1)} = X_{best}^{(q)} + F_p(X_{\beta}^{(q)} - X_{\gamma}^{(q)})$	ED/best/1/bin
3	$V^{(q+1)} = X_{\alpha}^{(q)} + F_p(X_{\rho}^{(q)} - X_{\beta}^{(q)}) + F_p(X_{\gamma}^{(q)} - X_{\delta}^{(q)})$	ED/rand/2/bin
4	$V^{(q+1)} = X_{best}^{(q)} + F_p(X_{\alpha}^{(q)} - X_{\beta}^{(q)}) + F_p(X_{\gamma}^{(q)} - X_{\delta}^{(q)})$	ED/best/2/bin
5	$V^{(q+1)} = X_{old}^{(q)} + F_p(X_{best}^{(q)} - X_{old}^{(q)}) + F_p(X_{\gamma}^{(q)} - X_{\delta}^{(q)})$	ED/rand-to-best/2/bin
6	$V^{(q+1)} = X_{\alpha}^{(q)} + F_p(X_{\beta}^{(q)} - X_{\gamma}^{(q)})$	ED/rand/1/exp
7	$V^{(q+1)} = X_{best}^{(q)} + F_p(X_{\beta}^{(q)} - X_{\gamma}^{(q)})$	ED/best/1/exp
8	$V^{(q+1)} = X_{\alpha}^{(q)} + F_p(X_{\rho}^{(q)} - X_{\beta}^{(q)}) + F_p(X_{\gamma}^{(q)} - X_{\delta}^{(q)})$	ED/rand/2/exp
9	$V^{(q+1)} = X_{best}^{(q)} + F_p(X_{\alpha}^{(q)} - X_{\beta}^{(q)}) + F_p(X_{\gamma}^{(q)} - X_{\delta}^{(q)})$	ED/best/2/exp
10	$V^{(q+1)} = X_{old}^{(q)} + F_p(X_{best}^{(q)} - X_{old}^{(q)}) + F_p(X_{\gamma}^{(q)} - X_{\delta}^{(q)})$	ED/rand-to-best/2/exp

Fonte: Reproduzido de: (ROCHA; FÁTIMA PEREIRA SARAMAGO, 2015).

$$\begin{cases} \text{se } U(i) < X(i)^{\text{inf}}, & \text{assim } u(i) = X(i)^{\text{inf}} \\ \text{se } U(i) > X(i)^{\text{sup}}, & \text{assim } u(i) = X(i)^{\text{sup}} \end{cases} \quad (4.3)$$

Sendo a seleção o último operador da Evolução Diferencial, o objetivo através dela é avaliar a qualidade da solução através da mutação gerada pelo algoritmo. Dentre as principais avaliações dessa fase, estão garantir que a solução é possível e se localiza dentro do espaço de busca, bem como em conformidade com as condições de contorno inseridas no problema. É possível que este passo inclua a necessidade de um critério de parada, tanto para evitar um gasto computacional desnecessário, quanto para gerar uma solução suficientemente representativa ao problema (SANTOS; MALAGOLI, 2021)

4.2.3 Função objetivo

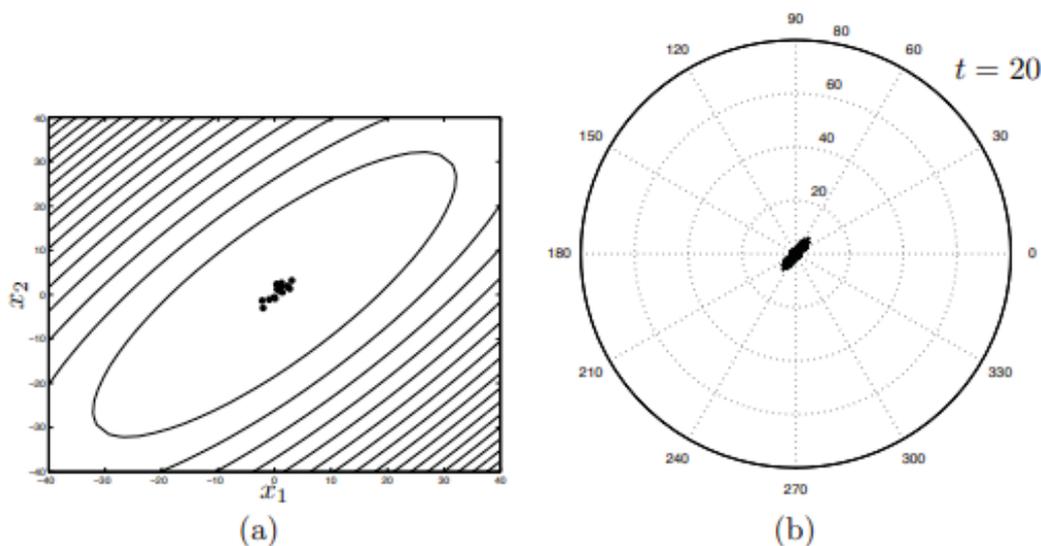
A avaliação de uma operação é validada através da Função objetivo. Este passo tem por missão avaliar a qualidade da solução gerada para o problema. Isso acontece porque o espaço é varrido através dos passos anteriores, mas apenas através da função objetivo, que é a equação alvo da otimização, que o resultado pode ser avaliado. Esse procedimento ocorre através da Equação 4.4 (ALVES FILHO, 2012):

$$\begin{cases} \text{se } f(U^{(q+1)}) \leq X(i)^{\text{inf}}, & \text{assim } X_s^{(q+1)} = U^{(q+1)} \\ \text{se } f(U^{(q+1)}) > f(X_s^{(q)}), & \text{assim } X_s^{(q+1)} = X_s^{(q)} \end{cases} \quad (4.4)$$

Com a observação da Equação 4.4, critérios para a escolha da solução podem ser observados. Esses levam em conta o pertencimento da solução ao limite estabelecido para o problema, bem como o critério de atualização de posição, que é o que define se a solução atual é melhor ou não do que a anterior. Dessa forma é que a

solução nova é armazenada ou descartada para a próxima iteração, comportamento que pode ser avaliado pela Figura 17 em combinação com as Figuras 14 e 16 (ROCHA; FÁTIMA PEREIRA SARAMAGO, 2015):

FIGURA 17 – Função-objetivo quadrática.(a) Distribuição espacial da população na geração $t = 20$. (b) Distribuição dos vetores-diferença na geração $t = 20$.



Fonte: Reproduzido de: (GASPAR-CUNHA; TAKAHASHI; ANTUNES, 2012).

Através do desenvolvimento de diferentes soluções e gerações do problema, na Figura 17 é possível avaliar a convergência da solução, onde o resultado passou por sucessivas aproximações nos procedimentos anteriores até que essa versão do problema pudesse ser exposta. Nos itens "a" e "b" são observadas tanto a convergência de pontos no espaço, indicando um máximo ou mínimo local, bem como a baixa intensidade dos vetores que apontam a distância do ponto à solução (GASPAR-CUNHA; TAKAHASHI; ANTUNES, 2012).

4.2.4 Critério de parada

Uma das formas de fazer com que a solução da Evolução Diferencial chegue ao fim, é garantir uma restrição que impeça sua continuidade. Essa propriedade é chamada de critério de parada. O critério de parada pode ser atribuído sob diversas condições, dentre elas a delimitação do espaço de varredura de soluções, o número de iterações definido pelo usuário ou, então, a quantidade de gerações definidas (ALVES FILHO, 2012; SILVA OLIVEIRA, 2006).

Outra condição relevante, que pode levar o usuário ao estabelecimento de critérios de parada, é o custo computacional. O custo computacional relaciona o tempo de processamento de uma variável, o que pode tornar o procedimento inviável caso a busca torne-se infinita, o que é completamente possível dentro da ED, visto seu perfil de geração de novos indivíduos (ROCHA; FÁTIMA PEREIRA SARAMAGO, 2015).

Ainda é possível avaliar mais uma condição para que os critérios de parada sejam de atribuição necessária dentro do código: a representatividade do resultado a ser avaliado. O resultado deve ser significativo, portanto, se definem propriedades que permitam com que o algoritmo se desenvolva de forma suficiente para que o resultado chegue a certo ponto de convergência que seja satisfatório, já que, por exemplo, um problema com poucas restrições, poderia gerar um resultado falso (GASPAR-CUNHA; TAKAHASHI; ANTUNES, 2012).

4.2.5 Pseudo-código

A compreensão do funcionamento da ED ocorre de acordo com os mecanismos citados nas subseções anteriores. De forma ilustrativa, o procedimento pode ser avaliado como na Tabela 8 (ARAUJO, 2016):

TABELA 8 – Pseudo-código da Evolução Diferencial.

Algoritmo 1: Algoritmo DE

input: NP, F, CR
 Cria_População_Inicial_Aleatória(NP)
 Avalia_População $f(\vec{x}_{i,G})$
enquanto *condição de parada não satisfeita* **faça**
 para $i \leftarrow 1$ **to** NP **faça**
 Seleciona_Aleatoriamente(r_1, r_2, r_3)
 $jRand \leftarrow \text{RandInt}(1, n)$
 para $j \leftarrow 1$ **to** n **faça**
 se $\text{Rand}(0, 1) < CR$ **ou** $j = jRand$ **então**
 $u_{i,j,G+1} = x_{r3,j,G} + F \cdot (x_{r1,j,G} - x_{r2,j,G})$
 senão
 $u_{i,j,G+1} = x_{i,j,G}$
 fim se
 fim para
 se $f(\vec{u}_{i,G+1}) \leq f(\vec{x}_{i,G})$ **então**
 $\vec{x}_{i,G+1} = \vec{u}_{i,G+1}$
 senão
 $\vec{x}_{i,G+1} = \vec{x}_{i,G}$
 fim se
 fim para
fim enquanto
 Retorna_Melhor_Indivíduo

Fonte: Adaptado de: (ARAUJO, 2016).

Onde: NP é o tamanho da população, F é a ponderação da mutação, CR é a taxa de recombinação, $\vec{x}_{i,G}$ é um indivíduo da população, n é o número de variáveis.

4.3 APLICAÇÕES

Os problemas e métodos de otimização são múltiplos e presentes em diversas áreas do conhecimento, como engenharia e odontologia. Um problema bastante conhe-

cido é o da Função de Rosenbrock, que é definida por uma equação bastante utilizada na verificação da performance de algoritmos de otimização (SILVA OLIVEIRA, 2006).

Tendo em vista a Função de Rosenbrock dada pela Equação 4.5 e o espaço de busca $X_i \in [-2.048, 2.048]$.

$$f(x_1, x_2) = 100(x_1^2 - x_2)^2 + (1 - x_1)^2 \quad (4.5)$$

Essa função passa a ser tratada como a função objetivo, ao ser exposta ao algoritmo da Tabela 8, resultará na Tabela 9:

TABELA 9 – Resultados ótimos para a função de Rosenbrock.

	$f(x^*)$	x_1	x_2	
1	1.34×10^{-8}	0.9999	0.9998	
2	1.39×10^{-8}	0.9999	0.9999	
3	1.75×10^{-7}	1.0002	1.0005	
4	2.07×10^{-8}	0.9999	0.9997	
5	3.19×10^{-8}	1.0002	1.0003	
ED	6	3.24×10^{-9}	1.0000	1.0000
	7	3.01×10^{-9}	0.9999	0.9999
	8	3.19×10^{-8}	0.9998	0.9997
	9	4.95×10^{-8}	1.0002	1.0004
	10	7.52×10^{-10}	1.0000	0.9999
AGs	1.00×10^{-4}	0.9926	0.9852	
SA	3.32×10^{-9}	0.9999	0.9999	

Fonte: Reproduzido de: (SILVA OLIVEIRA, 2006).

O resultado analítico para o problema é $f(x^*) = 0$ e $x^* = 1, 1^T$. Ainda pode-se notar que Silva Oliveira (2006) compara a solução com algoritmos genéticos, onde a ED é evidenciada como a melhor solução.

5 METODOLOGIA

As betoneiras no mercado brasileiro têm dois principais padrões de motores sendo utilizados: trifásicos e monofásicos. As marcas tradicionais como CSA e Menegotti, são dotadas de motores da WEG, que tem uma linha dedicada a betoneiras. Esses motores, quando monofásicos, são, geralmente, de 2 a 3 cv, com 4 pólos e estão disponíveis nas tensões 127 e 220 volts. Outros motores elétricos, no entanto, podem ser utilizados para a mesma função, tal como é o caso do modelo M142414B00 da Nova Motores, destacado em vermelho conforme pode ser observado na reprodução do catálogo da marca, Figura 18:

FIGURA 18 – Especificações de motores elétricos.

4 Polos - 60Hz

Potência		Carcaça	rpm	Corrente Nominal In(A) 220V	Ip/In	Conjugado			Rendimento η (%)			Fator de Potencia (Cosp)			Fator de Serviço	Momento de Inércia J(kgm ²)	Trb(s)	Peso (kg)
HP	kW					Nominal (kgfm)	de Partida (%)	Máximo (%)	Porcentagem da potencia nominal (%)			50	75	100				
0,250	0,18	D56	1730	3,2	3,9	0,103	300	300	31,0	38,9	45,9	0,44	0,51	0,57	1,35	0,00115	6	7,4
0,33	0,25	D56	1710	4,3	3,7	0,140	300	300	31,0	38,9	45,9	0,44	0,51	0,57	1,35	0,00132	6	8,5
0,50	0,37	F56	1735	5,3	4,6	0,206	250	300	40,6	48,2	52,4	0,45	0,54	0,60	1,25	0,00181	6	9,4
0,75	0,55	P56	1735	6,7	6,4	0,310	250	240	41,8	52,5	62,0	0,45	0,54	0,60	1,25	0,00302	6	12,5
1,00	0,75	Q56	1740	7,7	4,9	0,422	220	300	54,0	60,0	64,8	0,47	0,57	0,67	1,15	0,00353	6	15,6
1,50	1,1	V56H	1715	8,6	5,4	0,626	210	250	46,0	57,6	68,0	0,63	0,75	0,86	1	0,00825	6	17,0
2,00	1,5	Y56H	1720	10,8	5,4	0,833	210	250	48,7	61,0	72,0	0,63	0,75	0,86	1	0,01021	6	19,0
3,00	2,2	X56H	1715	15,8	5,4	1,252	210	250	69,9	71,8	73,9	0,63	0,75	0,86	1	0,01021	6	21,4
5,00	3,7	J182/4T	1765	26,7	7	2,028	250	260	69,9	71,8	72,9	0,68	0,80	0,86	1,15	0,01854	6	51,1

Valores sujeitos a tolerância da norma NBR 17094-2.

Nos motores monofásicos para obter a corrente em 110 V multiplicar por 2; em 440 V multiplicar por 0,5.

Os valores apresentados estão sujeitos à alteração sem prévio aviso.

Para corrente de partida multiplicar $I_p/I_n \times I_n$

Fonte: Adaptado de: (NOVA MOTORES, 2019).

Como objeto de pesquisa, o motor M142414B00 da Nova Motores, que é apontado como um modelo de motor para tarefas onde o esforço solicitado é relativamente grande, foi escolhido. Este trata-se de um motor monofásico, de 4 polos e potência de 3cv. A seguir, na Figura 19, é possível verificar o equipamento.

FIGURA 19 – Motor monofásico Nova Motores M142414B00.



Fonte: Reproduzido de: (MOTORES, 2023).

Para a avaliação desse motor, dados da Nova Motores, que contam com se-

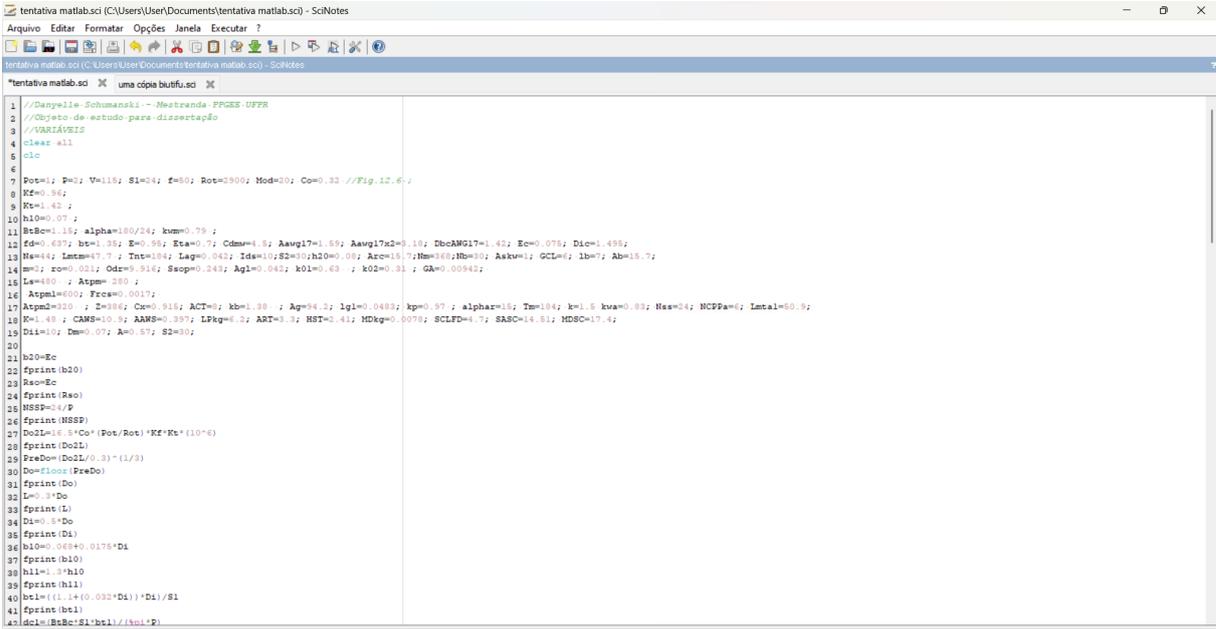
greto industrial, foram concedidos. Para a divulgação de toda e qualquer medida além das disponibilizadas em fontes de informações públicas da empresa, devem ser previamente aprovadas pela equipe técnica especializada, fornecedora das informações.

5.1 SOFTWARE E LINGUAGEM SCILAB

5.1.1 A interface

O Scilab é uma linguagem de programação com *software* de licença gratuita. Essa linguagem de programação, apesar de bastante simples, é completa e se assemelha muito ao Matlab, possuindo um mecanismo de tradução de Matlab para Scilab. O Scilab opera a partir de duas janelas: o *console* e o *SciNotes*. No *console*, algumas funcionalidades são encontradas: o navegador de arquivos, navegador de variáveis, histórico de comando e o *console* em si. É nessa aba que dados da programação podem retornar informações ao usuário, seja de forma automática, através de comandos dentro do código, ou mediante solicitação da variável, pelo usuário, na área do *console*, conforme Figura 20.

FIGURA 20 – *SciNotes* do Scilab.



```

tentativa matlab.sci (C:\Users\User\Documents\tentativa matlab.sci) - SciNotes
Arquivo Editar Formatar Opções Janela Executar ?
tentativa matlab.sci (C:\Users\User\Documents\tentativa matlab.sci) - SciNotes
*tentativa matlab.sci X uma copia butfu.sci X
1 //Danyelle-Schumanski--Meabranda-FPCEE-UFFR
2 //Objeto de estudo para dissertação
3 //VARIÁVEIS
4 clear all
5 tic
6
7 Pot=1; P=1; V=115; S1=24; f=50; Rot=2500; Mod=20; Co=0.32 //Fig.12.6.;
8 Kf=0.96;
9 D=1.42 ;
10 h10=0.07 ;
11 BtB=1.15; alpha=180/24; kzm=0.75 ;
12 fd=0.637; bt=1.35; E=0.95; Eta=0.7; Cdm=4.5; Aavg17=1.59; Aavg17a2=0.18; DbcAMG17=1.42; Ec=0.075; Dic=1.495;
13 N=4; lmm=7.7 ; Tnt=184; Lag=0.042; Ide=10; S2=30; h20=0.08; Arc=15.7; Nm=369; Mb=10; Ask=1; GCL=6; lbn=7; Ab=15.7;
14 m=1; z=0.021; Gdr=0.316; Sgop=0.249; Ag1=0.042; k01=0.63 ; k02=0.31 ; Gk=.00942;
15 L=480 ; Atpe= 280 ;
16 Atpm1=600; Frc=0.0017;
17 Atpm2=20 ; Z=386; Cx=0.915; ACT=8; kb=1.38 ; Ag=94.3; lq1=0.0483; kp=0.97 ; alphas=15; Tm=184; k=1.5 kva=0.83; Nsa=24; NCFPa=6; lmtal=50.5;
18 P=1.48 ; CAM=10.5; AARS=0.397; LPkg=0.3; ART=0.3; HST=0.41; HDkg=0.0078; SCLFD=4.7; SASO=14.51; HDSC=17.4;
19 D1=10; Tm=0.97; A=0.57; S2=30;
20
21 b20=Ec
22 fprint(b20)
23 Rec=Ec
24 fprint(Rec)
25 NSSP=34/P
26 fprint(NSSP)
27 DoL=1.5*Co*(Pot/Rot)*Kf*Kc*(10^6)
28 fprint(DoL)
29 FceDo=(DoL/0.3)^(1/3)
30 Do=floor(FceDo)
31 fprint(Do)
32 L=Do^3
33 fprint(L)
34 D1=0.5*Do
35 fprint(D1)
36 b10=0.068+0.0175*D1
37 fprint(b10)
38 h11=0*h10
39 fprint(h11)
40 bt1=((1.14+(0.032*D1))*D1)/S1
41 fprint(bt1)
42 dcl=(BtB*S1*bt1)/(kz*P)

```

Fonte: Reproduzido de:(SCILAB ENTERPRISES, 2024).

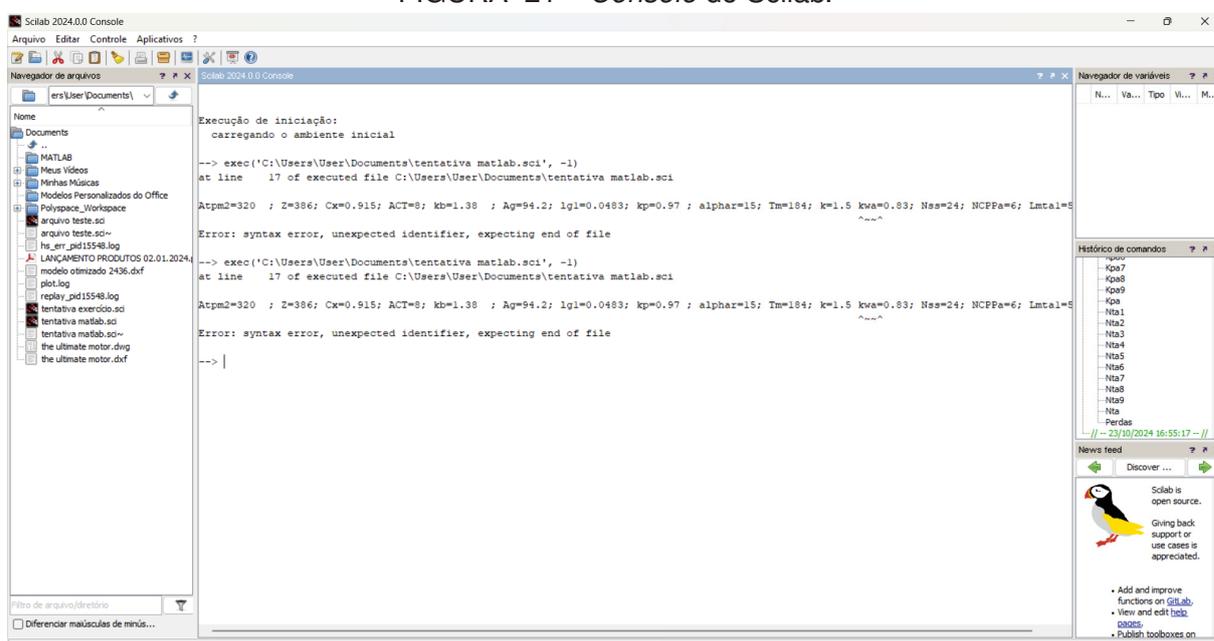
Para a escrita do código, no entanto, é necessário abrir uma aba no *SciNotes*. O *SciNotes* apresenta funcionalidades ligadas à edição, formatação visualização e execução do código. É através dessa aba que há a possibilidade de construção do código. Para isso, os principais operadores da linguagem são avaliadas na Tabela 10:

TABELA 10 – Operadores do Scilab

Operação	Operador
Soma	+
Subtração	-
Multiplicação	*
Divisão	/
Exponenciação	^

O resultado dos erros é sempre exibido no *console*, visto que este espaço é exclusivo para programação, como pode ser verificado na Figura 21:

FIGURA 21 – Console do Scilab.



Fonte: Reproduzido de:(SCILAB ENTERPRISES, 2024).

5.1.2 Procedimentos

O Scilab foi utilizado em dois momentos distintos:

- O projeto do motor;
- A otimização do motor.

Para iniciar a modelagem, os dados de entrada do motor são:

- Potência: 3 HP;
- Polos: 4;
- Frequência: 60 Hz;
- Tensão: 220 V;

- Frequência de rotação: 1715 *rpm*;
- Número de ranhuras do estator e barras do rotor: 24 e 36, respectivamente;
- Eficiência sob condição de carregamento pleno: 0.739.

O projeto do motor consiste em um procedimento similar ao processo descrito no capítulo de projeto do motor de indução monofásico: projeto do estator, do enrolamento, do rotor, avaliação da eficiência e das perdas no cobre.

Com essa avaliação, o passo seguinte é a otimização via Evolução Diferencial. Para a ED, é necessário definir o tamanho da população, o número de gerações e a probabilidade de cruzamento, além, é claro, dos limites para os quais as propriedades a serem otimizadas podem variar. Esses valores são apresentados nas Equações 5.1, 5.2 e 5.3.

$$ND = 100 \quad (5.1)$$

$$NP = 100 \quad (5.2)$$

$$CR = 0,50 \quad (5.3)$$

Como discutido, existem intervalos com valores máximos e mínimos para os parâmetros escolhidos para a avaliação. Os parâmetros e seus intervalos podem ser verificados na Tabela 11:

TABELA 11 – Parâmetros com máximos e mínimos.

Parâmetro	Variável	V_{min}	V_{max}
x(1)	h_s	3,0000	5,6000
x(2)	r_{21}	0,1800	0,2000
x(3)	D_o	30,0000	34,0000
x(4)	B_m	4,0000	5,0000
x(5)	I_1	4,0000	15,0000
x(6)	l_g	0,0200	0,0600

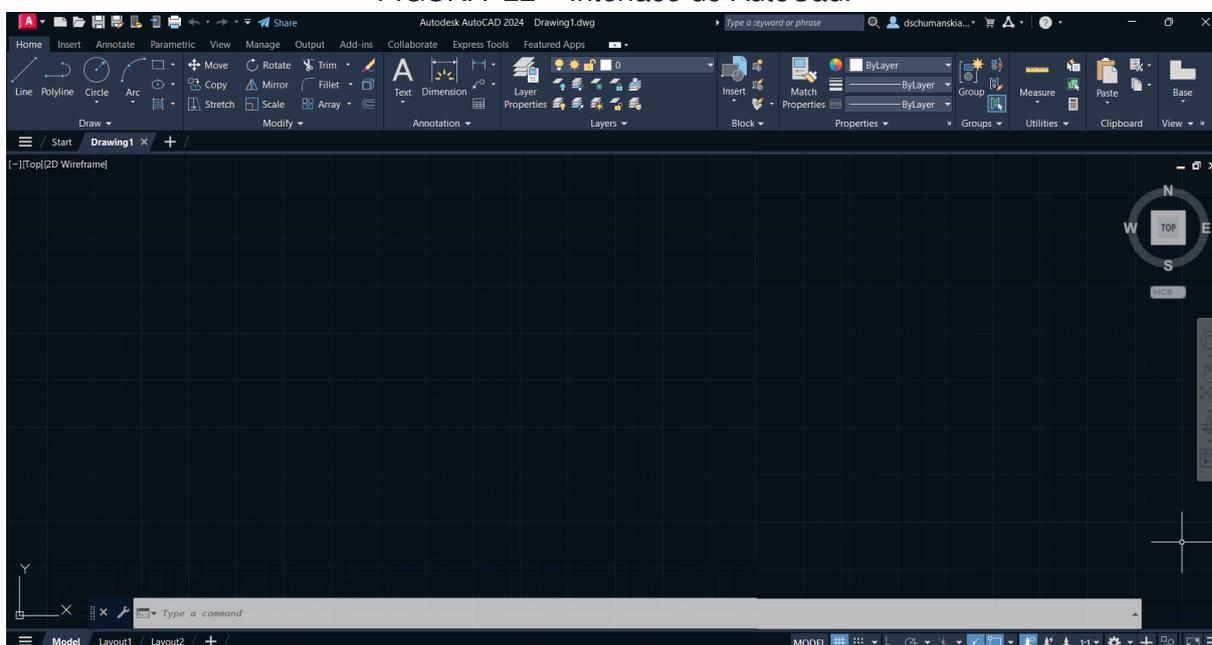
Assim, com o algoritmo avaliando os intervalos máximos e mínimos estabelecidos, serão obtidos os melhores valores para os resultados de perdas de cobre e dos parâmetros. Como a busca nos espaços ocorre de forma aleatória, é interessante que o algoritmo seja rodado certa quantidade de vezes para permitir a obtenção dos valores médios e desvio-padrão dessas iterações. Ao executar o algoritmo 10 vezes, o resultado obtido já demonstra resultados acurados.

5.2 MODELAGEM 2D

O *software* FEMM é capaz de realizar o procedimento da composição do modelo 2D, no entanto, o mesmo também aceita a importação de arquivos no formato DXF, o que torna possível a modelagem em programas como o AutoCad. Para esta modelagem, as propriedades do projeto da geometria do motor, descritas nas Figuras 4, 6 e 7 são necessárias. Sendo assim, a composição do modelo pode ser iniciada.

A *interface* do AutoCad, *software* de modelagem 2D com licença educacional, é bastante simples: havendo a área de desenhos e a barra superior com comandos e funcionalidades do *software*. A interface pode ser observada na Figura 22:

FIGURA 22 – Interface do AutoCad.



Fonte: Reproduzido de:(AUTODESK, INC., 2024).

O AutoCad, assim como no caso do Scilab, é utilizado em duas etapas: para a confecção do modelo inicial, com os dados de projeto obtidos através do dimensionamento e posteriormente, com os dados obtidos através da reavaliação do projeto com dados otimizados.

Nessa fase, é imprescindível que todos os objetos sejam desenhados de forma independente, ou seja, caso o comando de *array polar* seja utilizado, os objetos deverão ser explodidos posteriormente, para que cada linha seja um objeto. Do contrário, erros no FEMM podem acontecer com a exportação.

Outro cuidado a ser tomado com o AutoCad, é o formato do arquivo. Para permitir, posteriormente, que o modelo seja propriamente importado, o formato a ser salvo, para compatibilidade, é em DXF.

5.3 MODELAGEM NO SOFTWARE FEMM

Essa sessão é dividida em duas partes:

- Apresentação do *software*;
- Desenvolvimento com o FEMM.

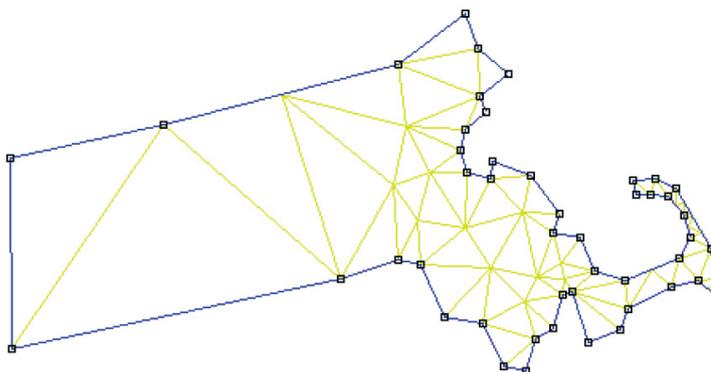
5.3.1 Apresentação do *software*

O FEMM (*Finite Element Method Magnetics*) é um *software* que une três programas para a resolução de problemas eletromagnéticos bidimensionais de caráter: magnetostático, harmônico-magnéticos, eletrostáticos e de fluxo de calor, onde há a possibilidade de trabalho com problemas lineares e não-lineares para os dois primeiros e apenas lineares para os dois últimos (MEEKER, 2020).

Meeker (2020) defende que a reunião dos programas é o que torna esse tipo de análise viável. Isso porque o primeiro é relativo à *interface*, onde o usuário definirá questões relevantes para pré e pós-processamento do modelo. É nessa *interface* que a geometria do problema pode ser definida ou importada, no formato DXF, e onde os materiais, circuitos e fronteiras devem ser analisados.

É, no entanto, a partir desse modelo que o segundo programa passa a operar. O segundo programa chama-se *triangle* e serve para a discretização do modelo previamente preparado e com todas as condições definidas para uma definição da formulação do problema. Nessa fase é que uma malha triangular, por padrão, é criada sobre o problema, como pode ser observado na Figura 23:

FIGURA 23 – Triangulação de Massachussetts.

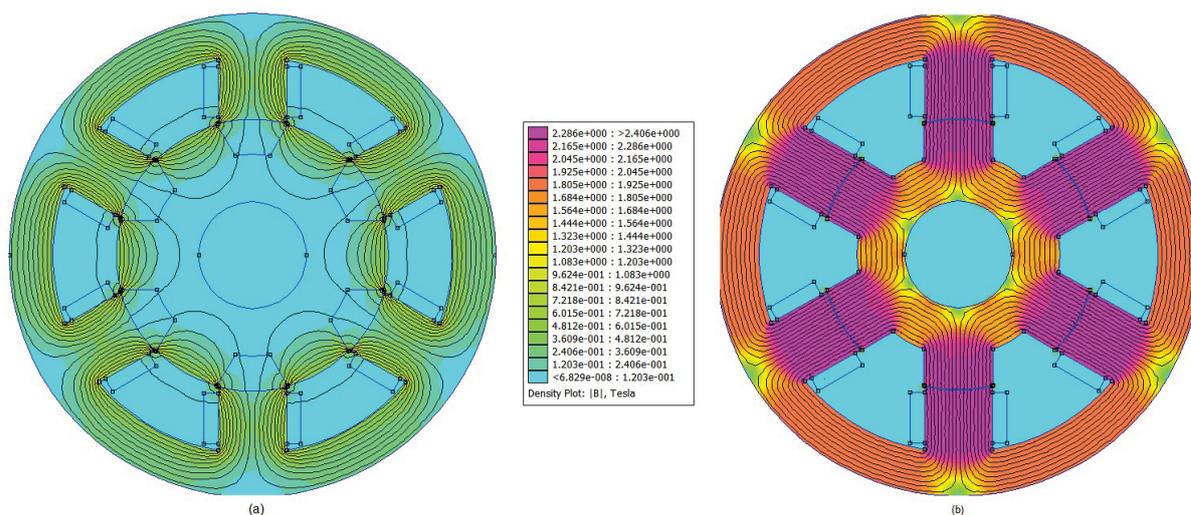


Fonte: Reproduzido de: (MEEKER, 2020).

A última estrutura é um processador capaz de resolver problemas através de métodos numéricos, onde o modelo discretizado é avaliado e resolvido através de equações diferenciais parciais. Essa estrutura trabalha diretamente com a *interface* onde é construído o modelo, isso porque o pré e pós-processamento acontecem

junto a estrutura criada no início do problema. Com o pós-processamento, torna-se possível avaliar o resultado da distribuição de fluxos magnéticos sobre a estrutura, por exemplo. E ao interagir com esse modelo, é possível avaliar questões pertinentes ao problema ao selecionar áreas e solicitar propriedades específicas. O resultado do pós-processamento de imagens no FEMM pode ser visto através da Figura 24:

FIGURA 24 – Motor ótimo: (a) desalinhado; (b) alinhado.



Fonte: Reproduzido de:(SCHUMANSKI et al., 2022).

O *software*, de maneira geral, é uma ferramenta cuja licença é gratuita e é capaz de resolver problemas de forma simples, acurada com um baixo gasto computacional para a solução de modelos. Seu uso é difundido e popularizado no meio das ciências e engenharia (BALTZIS, 2008).

5.4 DESENVOLVIMENTO COM O FEMM

A modelagem em FEMM inicia após a importação do modelo em DXF para a *interface* inicial. Com esse procedimento, é importante avaliar se existem pontos órfãos ou inconsistências no modelo. Nada havendo a contestar ou retrabalhar sobre o modelo 2D, então os procedimentos a serem realizados dentro do FEMM, para a caracterização física da máquina, são:

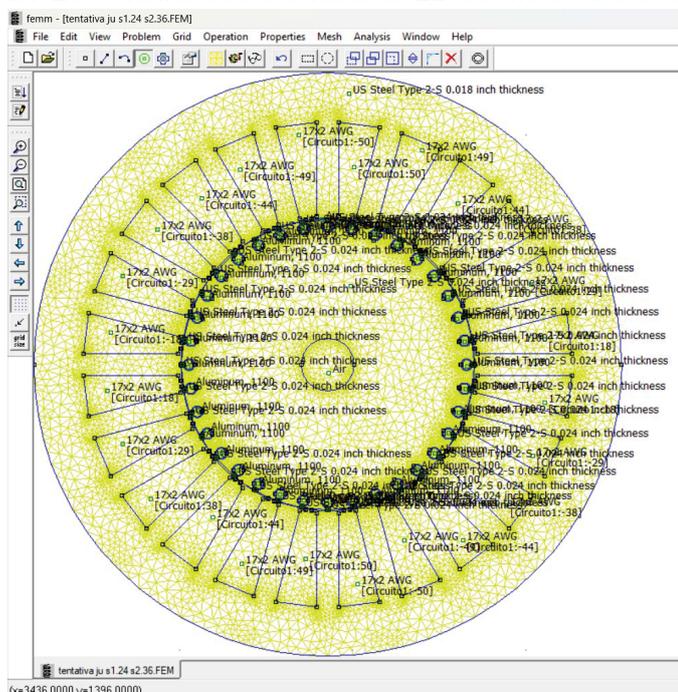
- Definição de fronteiras;
- Importação de materiais para a biblioteca;
- Inserção dos materiais em seus devidos espaços;
- Definição do circuito;
- Inserção dos enrolamentos.

Para a estrutura modelada e importada para o FEMM, serão atribuídos materiais na chapa do estator e rotor, no vão onde ficará a barra do rotor, nas barras, entreferro e enrolamentos. Os materiais utilizados são:

- Material da chapa do estator: Aço do tipo "US Steel Type 2-S 0.018 inch thickness";
- Material da chapa do rotor: Aço do tipo "US Steel Type 2-S 0.024 inch thickness";
- Barras do rotor: Alumínio do tipo "Aluminum, 1100";
- Fios do enrolamento do estator: Cobre "AWG 17";
- Entreferro: Ar;
- Vão da barra do rotor: Ar.

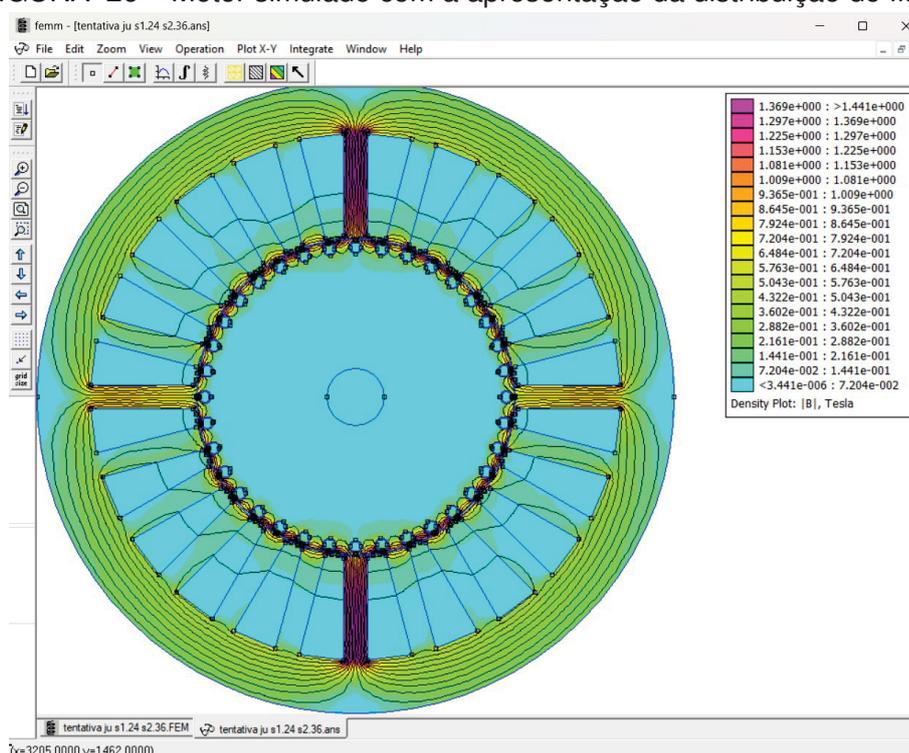
Desta maneira, a fronteira é definida no diâmetro externo do estator e o número de enrolamentos é definido ranhura a ranhura, garantindo que os quatro polos sejam representados. O próximo passo para a simulação no programa é a implementação da malha sobre o motor, conforme na Figura 25:

FIGURA 25 – Malha sobre o modelo 2D do motor deste trabalho.



Após a composição da malha sobre o modelo, este será simulado e o resultado pode ser visualizado na Figura 26:

FIGURA 26 – Motor simulado com a apresentação da distribuição do fluxo



Com esse resultado, podem ser observadas não apenas questões relativas à distribuição de fluxo e seu sentido, mas também referentes às perdas de cobre totais no motor. Esse procedimento dentro do FEMM é realizado duas vezes: tanto para o motor inicial, quanto para o motor otimizado, como forma de validação de dados.

5.5 ETAPAS DE AVALIAÇÃO E EXECUÇÃO DO PROBLEMA

O resumo das etapas adotadas para a execução da simulação é:

- Programação em SciLab do projeto do motor;
- Modelagem 2D em AutoCad da versão inicial;
- Simulação do modelo inicial em FEMM;
- Otimização com algoritmo de evolução diferencial;
- Reavaliação do projeto através do código, com os dados da simulação;
- Reprojeto em AutoCad;
- Validação através de nova simulação em FEMM;
- Contraposição e avaliação de resultados.

É através da metodologia, apresentada de forma reduzida nesta seção, que os resultados são obtidos e, por fim, avaliados. Sendo assim, no Capítulo 6 são apresentados os resultados e discussões do problema.

6 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Esse capítulo apresenta os resultados parciais da dissertação, onde são tratadas as questões relativas às perdas no cobre.

6.1 PERDAS NO ENROLAMENTO DO ESTATOR

A composição do resultado é gerado através de cinco etapas:

- Resultado analítico;
- Simulação original FEMM;
- Otimização;
- Simulação ótima no FEMM;
- Comparação dos resultados.

Os motores elétricos sofrem perdas do tipo resistivas, que ocorrem nos enrolamentos do material, podendo apresentar ligação com propriedades como o fluxo de dispersão e tipo do material utilizado. O procedimento de cálculo das perdas também é bastante dependente da geometria do motor, uma vez que essa define o enrolamento a ser utilizado. Dessa forma, o projeto do motor inicial foi desenvolvido em Scilab, o que permitiu a obtenção da seguinte geometria, que pode ser observada na Tabela 12:

TABELA 12 – Dimensões do motor antes da otimização

Parâmetro	Valores do projeto inicial (cm)
D_o	33,7720
D_i	17,0000
D_r	16,9020
r_{21}	0,1920
b_{20}	0,0750
h_{20}	0,0800
b_{11}	0,9460
h_{10}	0,0700
h_{11}	0,0910
h_{14}	4,1950
l_g	0,0480
R_{br}	1,5232
b_{10}	0,3650
b_{14}	2,3780

Com esses dados de geometria, também passam a ser estabelecidas as características do enrolamento do motor. Os dados do enrolamento do motor são expostos na Tabela 13:

TABELA 13 – Configuração do motor inicial

Propriedade	Valor
S_1 por polo	6
nt_1	50
nt_2	49
nt_3	44
nt_4	38
nt_5	29
nt_6	18
nt	228
A_{AWG17}	2,08 mm ²

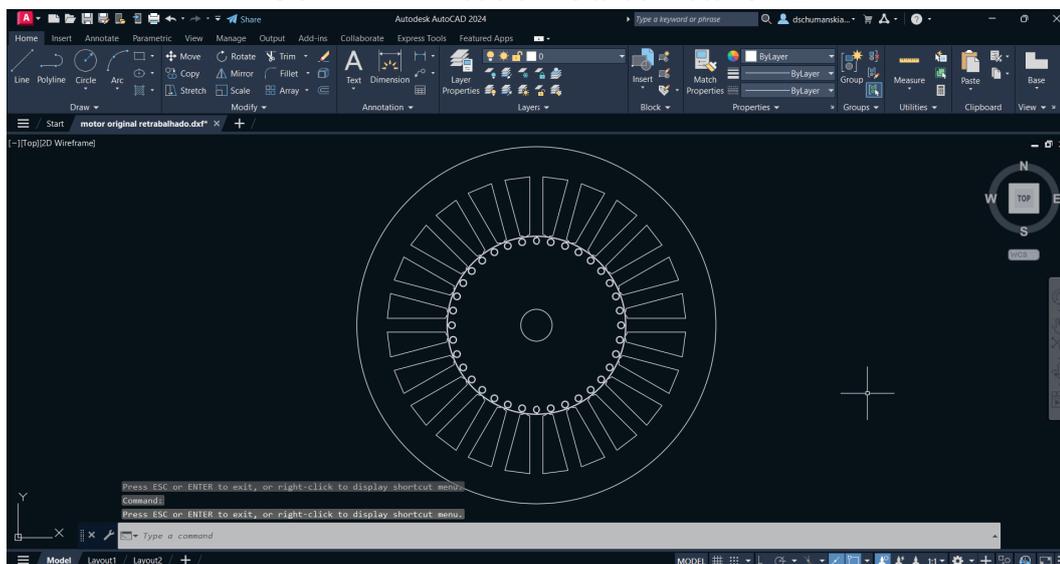
Dessa maneira, as perdas no cobre podem ser calculadas analiticamente através da Equação 2.42, que é a função objetivo do problema.

Em posse dos dados geométricos, foi realizada a construção do modelo 2D em AutoCad. O processo de composição do modelo em AutoCad permitia o uso da ferramenta *array polar* para a criação das ranhuras do estator e barras do rotor de maneira equidistante em relação ao centro do motor.

Essa função, no entanto, proporciona a criação desses elementos sob a forma de blocos, o que é um fator para a possibilidade de erros no FEMM. Para que o *software* não processe a imagem de forma desconfigurada, o uso do comando *explode* se torna necessário.

O uso do comando para a explosão de blocos permitirá que os objetos que, anteriormente estavam unidos, sejam individualizados. Dessa maneira, ao salvar o modelo em formato "DXF" e exportar para o FEMM, não haverá avarias. O modelo pode ser observado na Figura 27:

FIGURA 27 – Modelo inicial do motor em 2D.



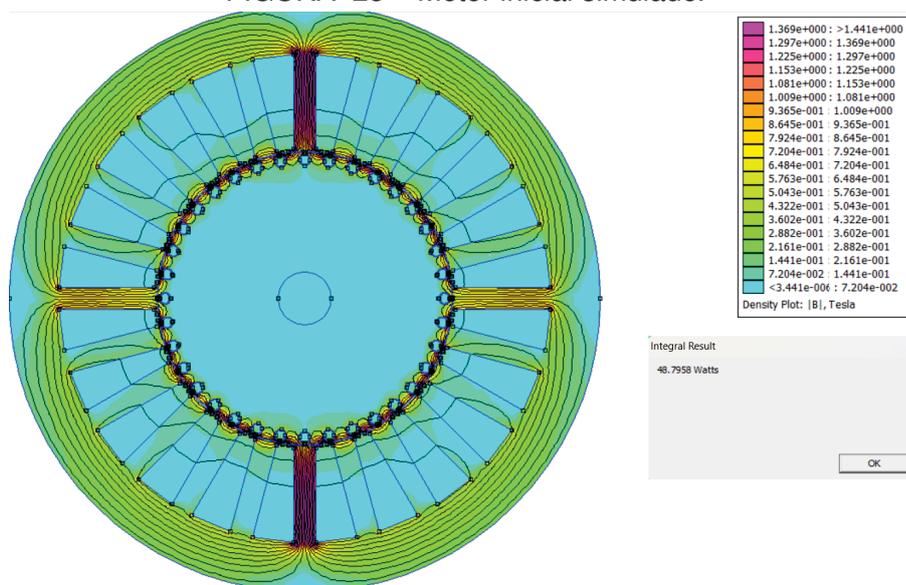
A inserção do modelo importado no FEMM ocorre através de uma ferramenta

específica que o processa. Então, é que se torna útil realizar a verificação da existência de pontos órfãos. Esses pontos, quando não excluídos, podem ser responsabilizados pela não execução do modelo.

Após a definição do enrolamento, materiais e fronteiras do problema, é criada a malha. Nessa etapa pode haver necessidade de revisão de projetom já que o *software* apenas realiza a inserção de malha com todas as configurações dos materiais e fronteiras do problema estando bem definidas.

Tendo, então, a malha definida e conferida, é preciso executar o modelo. A execução é um processo que deverá durar apenas alguns minutos. As execuções muito longas, podendo durar horas, são indicativo de falhas na construção do problema. Com o modelo funcionando perfeitamente e inserindo a opção de visualização do fluxo magnético, o resultado das perdas é dado através da Figura 28:

FIGURA 28 – Motor inicial simulado.



O procedimento de avaliação, então, segue para sua próxima etapa, a otimização. Aqui, os resultados provém de espaços aleatórios, que podem divergir entre execuções. Para isso, o mecanismo utilizado foi a realização de dez repetições da execução do código, avaliação por média das perdas de cobre e do desvio-padrão entre os resultados das perdas no cobre. Para que o algoritmo consiga realizar a otimização, os seis parâmetros apresentados na Tabela 11, no entanto, os valores máximos e mínimos para a avaliação desse problema são apresentados na Tabela 14. Os dados obtidos para os parâmetros são apresentados na Tabela 15, onde os valores para os parâmetros x são apresentados em centímetros, as perdas em watts e DP é o desvio-padrão:

TABELA 14 – Parâmetros com máximos e mínimos.

Parâmetro	Variável	V_{min}	V_{max}
x(1)	h_s	4,5000	6,0000
x(2)	r_{21}	0,2000	0,3500
x(3)	D_o	33,0000	35,0000
x(4)	B_m	4,0000	5,0000
x(5)	I_1	14,0000	16,0000
x(6)	l_g	0,0300	0,0500

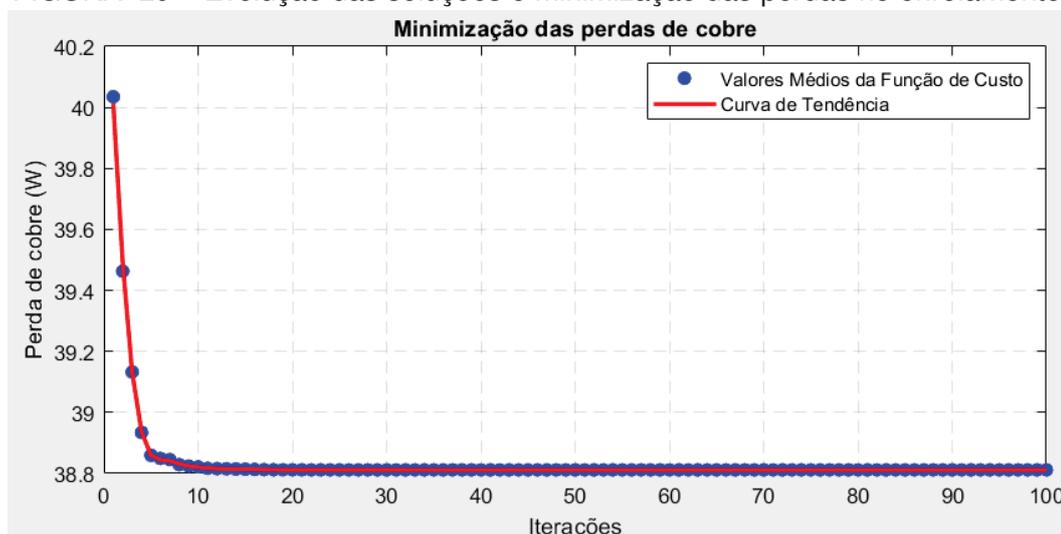
Dessa forma, ao executar dez vezes o algoritmo com os parâmetros citados na Tabela 14, são obtidos os dados expostos na Tabela 15:

TABELA 15 – Propriedades de projeto do motor na otimização usando ED.

Exec.	x(1)	x(2)	x(3)	x(4)	x(5)	x(6)	Perdas
1	4,5000	0,2782	34,9572	4,3906	14,0000	0,0427	38,8118
2	4,5000	0,2765	34,9572	4,5785	14,0000	0,0381	38,8118
3	4,5000	0,2609	34,9572	4,5452	14,0000	0,0385	38,8118
4	4,5000	0,2759	34,9572	4,3835	14,0000	0,0371	38,8118
5	4,5000	0,2726	34,9572	4,4627	14,0000	0,0426	38,8118
6	4,5000	0,2844	34,9572	4,4534	14,0000	0,0394	38,8118
7	4,5000	0,2814	34,9572	4,3764	14,0000	0,0405	38,8118
8	4,5000	0,2532	34,9572	4,5935	14,0000	0,0440	38,8118
9	4,5000	0,2813	34,9572	4,2619	14,0000	0,0375	38,8118
10	4,5000	0,2991	34,9572	4,6487	14,0000	0,0376	38,8118
Média	4,5000	0,2764	34,9572	4,4694	14,0000	0,0398	38,8118
DP	0,0000	0,0119	0,0000	0,1144	0,0000	0,0024	0,0000

Outro dado importante gerado durante as execuções é o gráfico da perda de carga ao longo das iterações programadas para o acontecimento dentro do programa, esse procedimento pode ser visto através da Figura 29:

FIGURA 29 – Evolução das soluções e minimização das perdas no enrolamento.



Tendo a melhor solução, há o uso do código de projeto para a aferição dos dados obtidos. Nessa etapa, os valores dos parâmetros utilizados passam a substituir

a respectiva etapa de cálculo, dessa forma, as novas medidas do projeto geométrico estão expostas na Tabela 16:

TABELA 16 – Dimensões do motor depois da otimização

Parâmetro	Valores do projeto ótimo (cm)
D_o	34,9572
D_i	17,4786
D_r	17,3948
r_{21}	0,2706
b_{20}	0,075
h_{20}	0,080
b_{11}	0,9597
h_{10}	0,0700
h_{11}	0,0910
h_{14}	4,3390
l_g	0,0419
R_{br}	1,5232
b_{10}	0,3739
b_{14}	2,1021

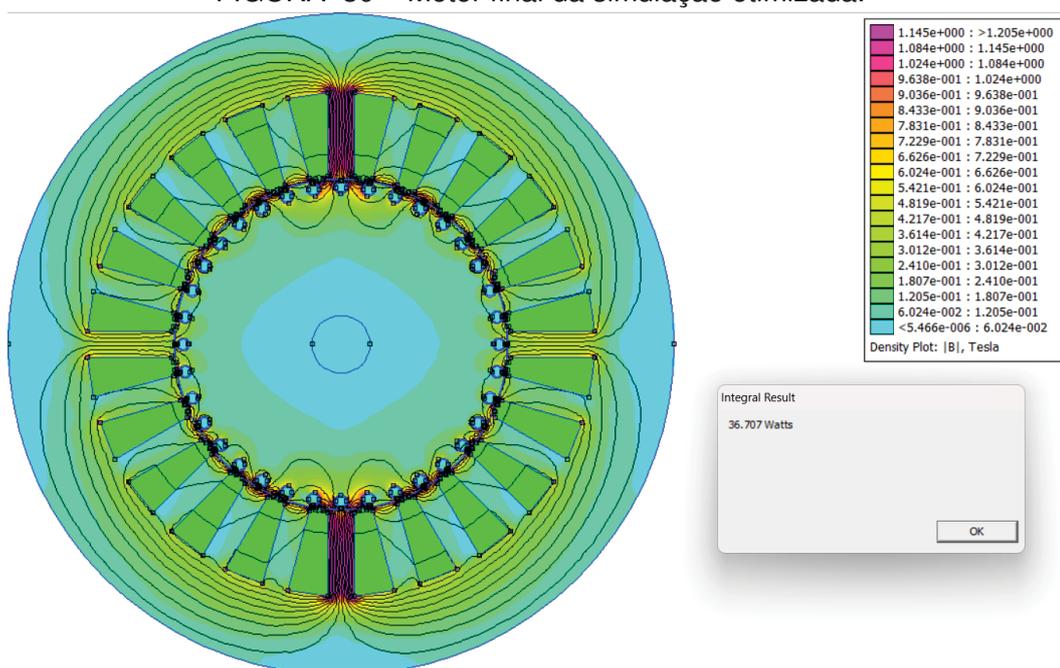
Por sua vez, a configuração do enrolamento também é alterada, conforme Tabela 17:

TABELA 17 – Configuração do motor final

Propriedade	Valor
S_1 por polo	6
nt_1	46
nt_2	45
nt_3	41
nt_4	35
nt_5	27
nt_6	17
nt	211
A_{AWG17}	2,30 mm ²

Possuindo a avaliação completa da proposta da nova geometria, um novo modelo em FEMM é gerado, esse segue os mesmos procedimentos do motor inicial. O que resultou nas perdas e diferenciação de fluxo magnético que podem ser observados na Figura 30:

FIGURA 30 – Motor final da simulação otimizada.



Esses dados são relevantes para a última análise dessa seção: a análise das perdas no cobre. Em cada um dos processos desempenhados, o cálculo das perdas foi realizado levando em conta a função-objetivo.

Por fim, levando em conta as diferenças entre os modelos, a redução das perdas no cobre pode ser avaliada, em resumo, através da Tabela 18:

TABELA 18 – Avaliação da perda no enrolamento antes e depois da simulação

	Analítico(W)	Simulação(W)	Erro (%)	Corrente (A)
Original	48,7963	48,7958	0,0010	15,0000
Otimizado	38,8118	36,7070	5,4230	14,0000
Redução (%)	25,7254	32,9332		

O que no modelo otimizado pode ser diferenciado, é a presença de um terceiro resultado para a avaliação, que foi proporcionado pelo algoritmo de ED. O cálculo do erro, na Tabela 18, considera a diferença do valor das perdas nos métodos de simulação para o motor otimizado, em relação à versão analítica com os parâmetros otimizados.

6.2 EFICIÊNCIA ENERGÉTICA

A eficiência é a única propriedade dentre os estudos realizados cujo intuito é realizar a maximização. Essa maximização da eficiência pode levar a certo prejuízo em resultados relacionados a outras propriedades. Estudos que avaliam múltiplas propriedades simultaneamente são chamados de multi-objetivo.

Para essa avaliação, foi considerada uma busca unicamente de resultados ótimos para a eficiência, ou seja, os possíveis prejuízos causados às demais propriedades serão desprezados em detrimento da melhor solução possível para a eficiência. Sendo assim, observando as recomendações acerca do número de parâmetros defendida por Storn e Price (1995), seis foram as variáveis definidas para a execução do problema com seus intervalos máximos e mínimos de otimização, os quais estão descritos na Tabela 19:

TABELA 19 – Parâmetros com máximos e mínimos

Parâmetro	Variável	V_{min}	V_{max}
x(1)	h_s	4,5000	6,0000
x(2)	r_{21}	0,2000	0,3500
x(3)	D_o	33,0000	35,5000
x(4)	B_m	4,0000	5,0000
x(5)	I_1	12,0000	16,0000
x(6)	l_g	0,0150	0,0500

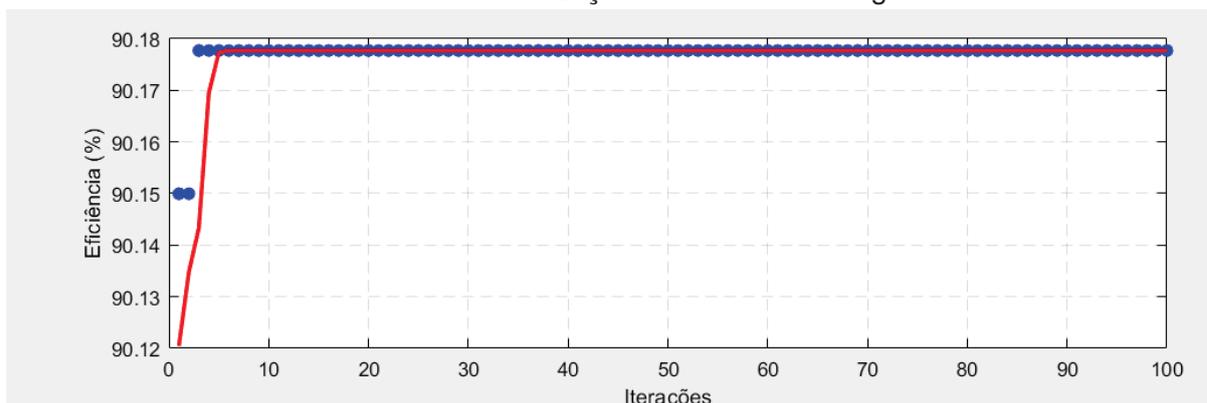
Sendo assim, é definido no corpo do algoritmo que o número máximo de iterações para o problema é de 100, assim como a população é definida em 100 indivíduos, onde a probabilidade de cruzamento é de 50% ao longo de 10 gerações analisadas. Dessa forma, a variação dos parâmetros pode ser vista através da Tabela 20, onde os parâmetros têm seus valores expressos em centímetros e as eficiências são apresentadas de forma adimensional.

TABELA 20 – Propriedades de projeto do motor antes e depois da otimização da eficiência.

Exec.	x(1)	x(2)	x(3)	x(4)	x(5)	x(6)	Eficiência
1	5,1134	0,2765	34,5000	4,4036	12,0000	0,0305	0,9018
2	5,0403	0,2657	34,5000	4,3499	12,0000	0,0339	0,9018
3	5,3703	0,2641	34,5000	4,4619	12,0000	0,0323	0,9018
4	5,2326	0,2722	34,5000	4,6904	12,0000	0,0329	0,9018
5	5,2543	0,2835	34,5000	4,4413	12,0000	0,0309	0,9018
6	5,4497	0,2608	34,5000	4,5000	12,0000	0,0310	0,9018
7	5,2470	0,2645	34,5000	4,5536	12,0000	0,0261	0,9018
8	5,4416	0,2828	34,5000	4,4997	12,0000	0,0399	0,9018
9	5,0325	0,2863	34,5000	4,5794	12,0000	0,0327	0,9018
10	5,3224	0,2522	34,5000	4,3795	12,0000	0,0293	0,9018
Média	5,2504	0,2709	34,5000	4,4859	12,0000	0,0319	0,9018
DP	0,1437	0,0107	0,0000	0,0973	0,0000	0,0034	0,0000

Com isso, é possível gerar o gráfico que representa a evolução da otimização através das iterações, conforme Figura 31.

FIGURA 31 – Maximização da eficiência energética.



Sabendo que os dados do motor original foram expostos na Tabela 15, as novas medidas para o projeto otimizado são expostas na Tabela 21:

TABELA 21 – Dimensões do motor ótimo para maximização da eficiência energética.

Parâmetro	Valores do projeto ótimo (cm)
D_o	34,5000
D_i	17,2500
D_r	17,1814
r_{21}	0,2777
b_{20}	0,0750
h_{20}	0,0800
b_{11}	0,9534
h_{10}	0,0700
h_{11}	0,0910
h_{14}	5,1363
l_g	0,0343
R_{br}	1,5232
b_{10}	0,3699
b_{14}	2,3058

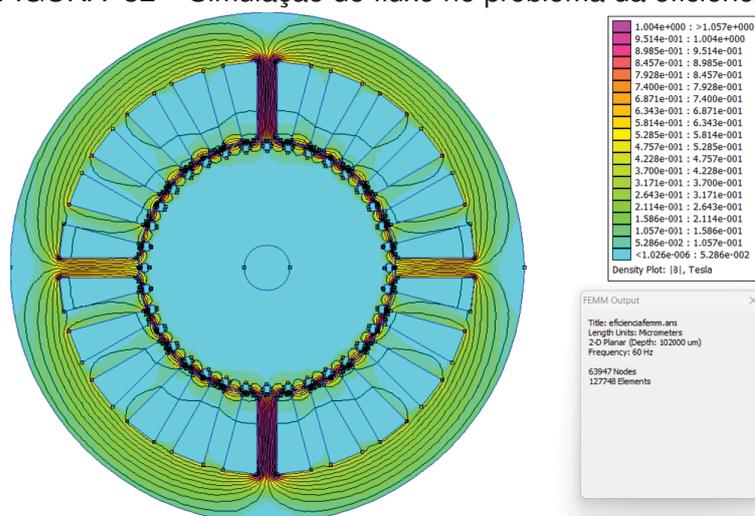
Ainda é necessário verificar a distribuição do enrolamento, que é feita conforme a Tabela 22:

TABELA 22 – Configuração do motor ótimo.

Propriedade	Valor
S_1 por polo	6
nt_1	49
nt_2	48
nt_3	44
nt_4	37
nt_5	28
nt_6	18
nt	224
A_{AWG17}	2,30 mm^2

Com as medidas da geometria e configuração do enrolamento, é possível avaliar o modelo em FEMM. Essa análise providencia a referência quanto ao fluxo no motor para a avaliação da saturação, como pode ser visto na Figura 32:

FIGURA 32 – Simulação do fluxo no problema da eficiência.



Visto que o motor apresentou valores máximos de 1,0040 Tesla, é possível dizer que não houve saturação e que a validade da otimização é mantida. Isso sem a necessidade da inserção de novas restrições e condições de contorno ao problema.

Então, avaliando as soluções obtidas, a comparação entre simulação e o resultado através do modelo analítico é necessária, para posterior comparação com o modelo inicial e verificação da porcentagem de melhora dos resultados obtidos. A avaliação dos dados obtidos através da ED e através do projeto analítico do motor com os valores otimizados pode ser vista na Tabela 23:

TABELA 23 – Avaliação da eficiência antes e depois da simulação.

	Analítico	Simulação	Erro (%)	Corrente (A)
Original	71,78%			15,0000
Otimizado	90,18%	90,18%	0,0000	12,0000
Aumento (%)	25,6338	25,6338		

Para o caso da eficiência, o valor simulado referenciado foi o obtido através da verificação dos dados gerados através do algoritmo de Evolução Diferencial. O aumento calculado para o dado simulado são em relação ao valor analítico original.

6.3 VOLUME

A redução do volume de um motor é a redução de custos e melhoramento da disposição do uso de materiais, além disso, o uso de motores elétricos em diferentes atividades rotineiras é relacionado à característica desses motores de possuírem medidas reduzidas. Devido a isso, ainda há que se considerar o motor utilizado para o estudo: um motor de betoneira. Esses motores são acomodados em uma caixa trapezoidal anexa à estrutura do equipamento. Essas caixas servem de limitadores ao

tamanho dos motores, visto que apresentam as seguintes medidas: 590 milímetros de comprimento, 430 milímetros de largura e 375 milímetros de altura, conforme Menegotti Construção (2025).

FIGURA 33 – Caixa de betoneira Menegotti.



Fonte: Reproduzido de: (MENEGOTTI CONSTRUÇÃO, 2025).

Considerando as medidas do motor original, como as expostas na Tabela 15, os parâmetros definidos, de acordo com as recomendações de quantidade de variáveis de Storn e Price (1995), os parâmetros e seus valores de intervalo para essa otimização são descritos pelos vetores na Tabela 24:

TABELA 24 – Parâmetros com máximos e mínimos

Parâmetro	Variável	V_{min}	V_{max}
x(1)	h_s	3,0000	5,6000
x(2)	r_{21}	0,1800	0,2000
x(3)	D_o	30,0000	34,0000
x(4)	B_m	4,0000	5,0000
x(5)	I_1	14,0000	16,0000
x(6)	l_g	0,0300	0,0600

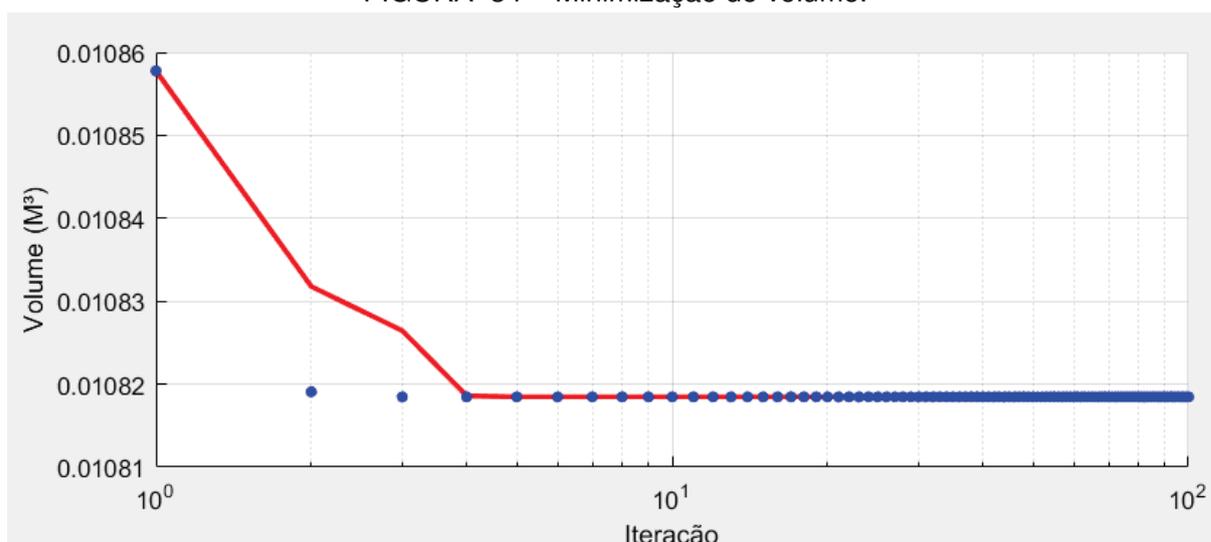
Ainda é necessário ressaltar que para esse problema, serão considerados, no algoritmo, uma probabilidade de cruzamento de 0,5000, ou seja, 50%, com uma população de 100 indivíduos que passarão por 100 iterações em 10 gerações. Ao executar o algoritmo 10 vezes, os resultados obtidos são apresentados na Tabela 25, juntamente do desvio-padrão e média das propriedades. Os valores apresentados para os parâmetros são expressos em centímetros, ao passo que o volume será apresentado em metros cúbicos (Tabela 25).

TABELA 25 – Propriedades de projeto do motor depois da redução do volume.

Exec.	x(1)	x(2)	x(3)	x(4)	x(5)	x(6)	Volume
1	3,0000	0,1800	32,3757	4,4167	14,0000	0,0424	0,0108
2	3,0000	0,1800	32,8604	4,6053	14,0000	0,0475	0,0108
3	3,0000	0,1800	31,8206	4,5352	14,0000	0,0456	0,0108
4	3,0000	0,1800	31,9260	4,4749	14,0000	0,0455	0,0108
5	3,0000	0,1800	31,7538	4,6415	14,0000	0,0493	0,0108
6	3,0000	0,1800	32,1214	4,4079	14,0000	0,0417	0,0108
7	3,0000	0,1800	32,0858	4,3731	14,0000	0,0433	0,0108
8	3,0000	0,1800	32,6626	4,5511	14,0000	0,0493	0,0108
9	3,0000	0,1800	31,6964	4,5572	14,0000	0,0471	0,0108
10	3,0000	0,1800	31,8553	4,5073	14,0000	0,0448	0,0108
Média	3,0000	0,1800	32,1158	4,5070	14,0000	0,0457	0,0108
DP	0,0000	0,0000	0,3768	0,0836	0,0000	0,0025	0,0000

Com isso, ainda é possível verificar a evolução do procedimento através da Figura 34:

FIGURA 34 – Minimização do volume.



Estando em posse dos valores de parâmetros otimizados, uma nova análise analítica se torna possível através dos procedimentos de projeto. Dessa forma, as novas medidas da geometria do projeto são apresentadas na Tabela 26:

Ainda há mais a ser ressaltado: a configuração do enrolamento do estator. É através dela que a análise da saturação do motor é possível.

TABELA 26 – Dimensões do motor depois da otimização do volume.

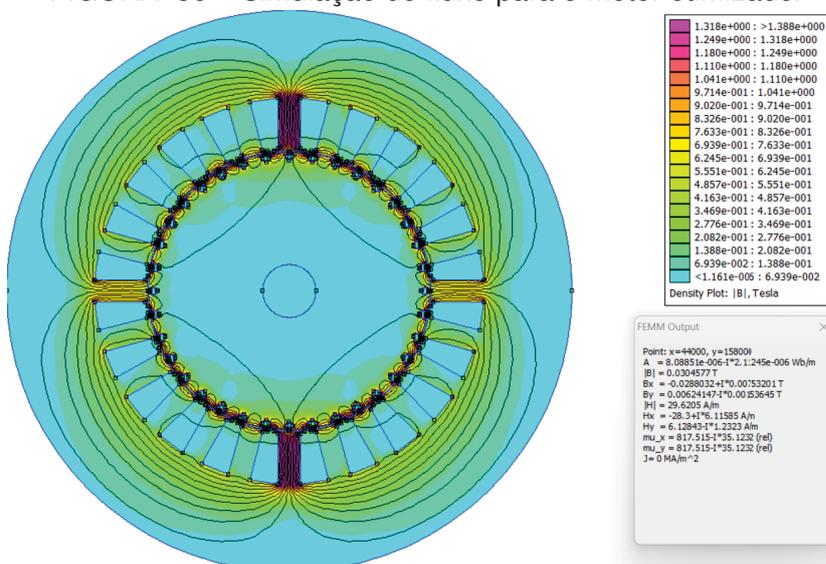
Parâmetro	Valores do projeto ótimo (cm)
D_o	32,3652
D_i	16,1826
D_r	16,1008
r_{21}	0,1800
b_{20}	0,0750
h_{20}	0,0800
b_{11}	0,9222
h_{10}	0,0700
h_{11}	0,0910
h_{14}	2,8390
l_g	0,0409
R_{br}	1,5232
b_{10}	0,3512
b_{14}	1,6697

TABELA 27 – Configuração do motor otimizado para o volume.

Propriedade	Valor
S_1 por polo	6
nt_1	56
nt_2	55
nt_3	50
nt_4	42
nt_5	32
nt_6	20
nt	255
A_{AWG17}	2,30 mm ²

Então, para a avaliação da saturação o modelo 2D é reconstruído e analisado através do FEMM, conforme:

FIGURA 35 – Simulação do fluxo para o motor otimizado.



Sabendo que o motor não apresentou comportamento de saturação dos mate-

riais, a otimização é validada. Além disso, para o volume, há a opção de conferência através de simulação no FEMM. A Figura 36 apresenta a simulação do volume inicial da máquina, já a Figura 37, analisa o volume após o procedimento de otimização.

FIGURA 36 – Simulação do volume inicial.

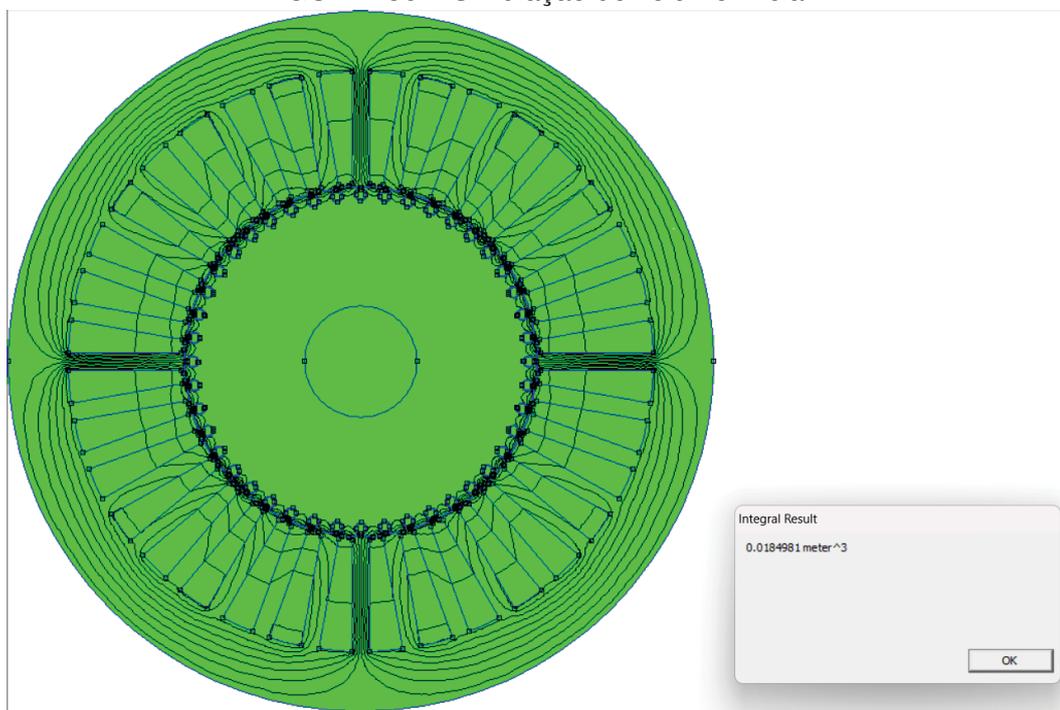
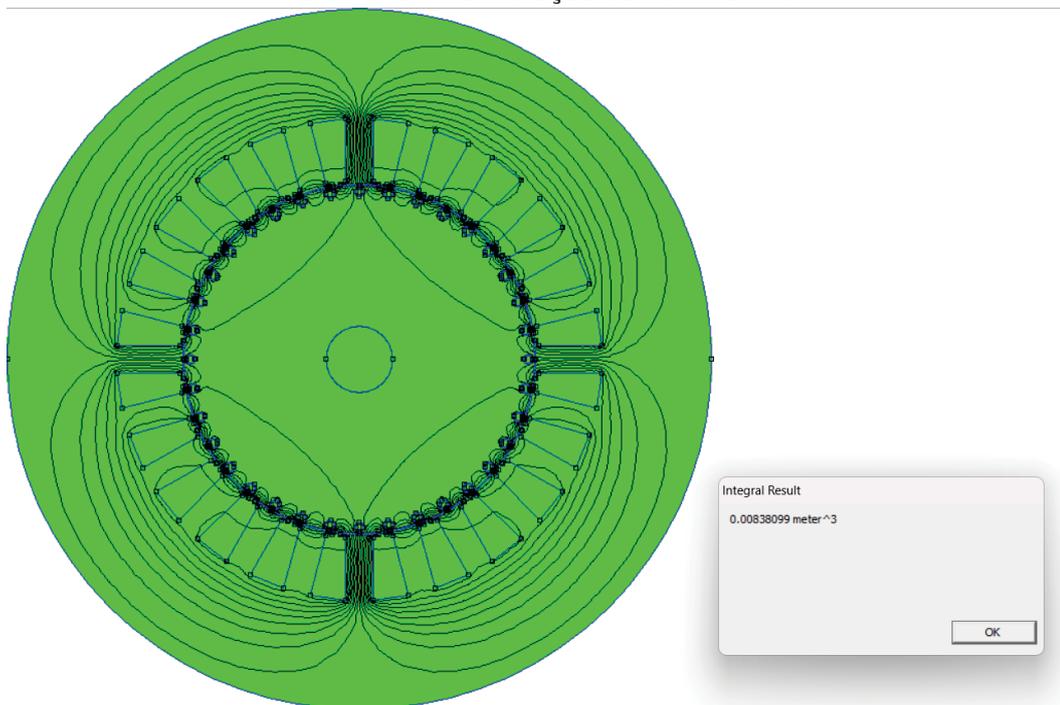


FIGURA 37 – Simulação do volume final.



Após as devidas simulações e com todos os dados necessários, a análise dos resultados obtidos através da otimização é necessária, sendo assim, os resultados

relativos aos procedimentos analíticos, de simulação e otimização são expostos na Tabela 28. A verificação do erro é realizada em relação ao modelo analítico.

TABELA 28 – Avaliação dos resultados para o volume.

Modelagem	Volume (M^3)	Erro (%)
Analítico	0,0101	
Simulado	0,0108	6,9307

Assim, é possível verificar o resultado antes e depois da simulação, o que também permite a avaliação quantitativa da redução do volume do motor. Esse procedimento pode ser visto na Tabela 29, onde o erro é, igualmente, calculado em relação ao modelo analítico.

TABELA 29 – Avaliação do volume antes e depois da simulação.

	Analítico(M^3)	ED(M^3)	Erro (%)	FEMM (M^3)	Erro (%)	I (A)
Original	0,0227					15,0000
Otimizado	0,0101	0,0108	6,4814	0,0084	22,2222	14,0000
Redução (%)	55,5066	52,4229		62,9956		

A avaliação dos valores analíticos e simulados ocorreu levando em consideração os dados obtidos pelo projeto e reprojeto, assim como pelo algoritmo de Evolução Diferencial. A redução do volume considerada no caso da simulação, é calculada em função do volume analítico inicial verificado.

6.4 CUSTO

A análise do custo de um motor é realizada tanto para avaliar a viabilidade do projeto, quanto para estudar formas de reduzir a quantidade de material. A avaliação do custo é bastante ligada à observação da geometria, em geral. A verificação do volume permite o trabalho de associação às propriedades físicas dos materiais. Dessa forma, havendo o volume e as massas específicas de cada material, o peso necessário é obtido e o custo é calculado a partir do valor do material por quilograma. Para esse problema, o custo do ferro, alumínio e cobre foram verificados, já a massa específica desses materiais é exibida na Tabela 30:

TABELA 30 – Massa específica dos materiais

Parâmetro	Variável
ρ_{mCu}	8890 kg/m^3
ρ_{mFe}	7850 kg/m^3
ρ_{mAl}	2709 kg/m^3

De forma geral, o mercado de metais estipula o preço dos materiais de acordo com o dólar estadunidense. Para esse estudo, tal parâmetro será mantido com o objetivo

de garantir dados com uma menor flutuação de valores. Os custos dos materiais foram avaliados na Tabela 5.

Assim, como nos demais estudos, propriedades precisam ser definidas para que o algoritmo de evolução diferencial possa realizar a varredura das melhores soluções. Para o custo, as propriedades selecionadas, que são propriedades que interferem, principalmente, no volume da peça foram escolhidas de acordo com as indicações de Storn e Price (1995). Essas propriedades precisam de valores máximos e mínimos que atuam como fronteiras da varredura do algoritmo. Os parâmetros, juntamente de seus valores máximos e mínimos, são estabelecidos conforme a Tabela 31:

TABELA 31 – Parâmetros com máximos e mínimos.

Parâmetro	Variável	V_{min}	V_{max}
x(1)	h_s	3,0000	5,6000
x(2)	r_{21}	0,1800	0,2000
x(3)	D_o	30,0000	34,0000
x(4)	B_m	4,0000	5,0000
x(5)	I_1	14,0000	16,0000
x(6)	l_g	0,0300	0,0600

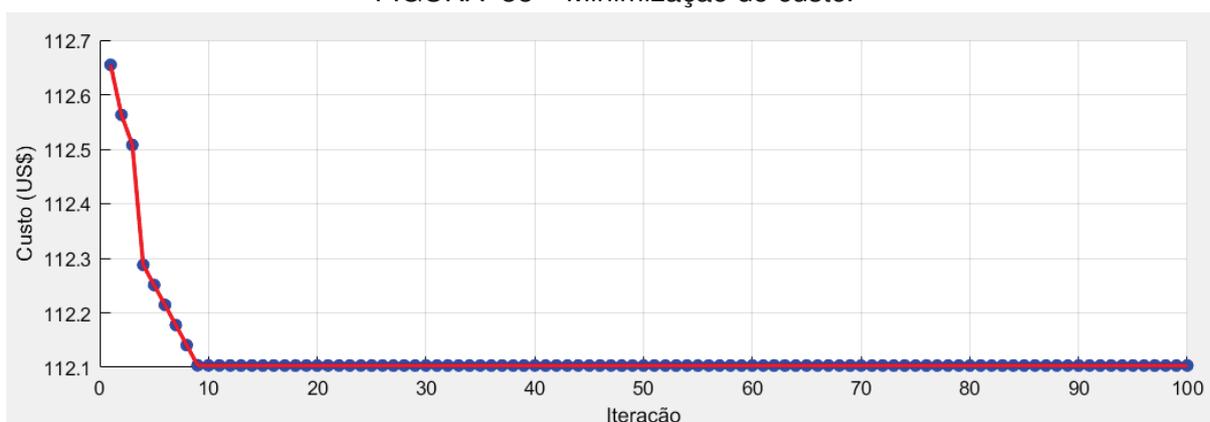
O padrão dos demais estudos será mantido com 100 iterações, 100 indivíduos, uma probabilidade de cruzamento de 50% e 10 gerações. Os valores iniciais dos parâmetros podem ser vistos na Tabela 15. Para a nova configuração, o algoritmo foi avaliado 10 vezes e os resultados são expostos na Tabela 32, onde os valores dos parâmetros estão em centímetros e o custo em dólares.

TABELA 32 – Propriedades de projeto do motor depois da minimização do custo.

Exec.	x(1)	x(2)	x(3)	x(4)	x(5)	x(6)	Custo
1	3,0000	0,1800	31,5527	4,5878	14,0000	0,0438	66,8601
2	3,0000	0,1800	32,0444	4,5055	14,0000	0,0465	66,8601
3	3,0000	0,1800	32,1524	4,3449	14,0000	0,0429	66,8601
4	3,0000	0,1800	32,2084	4,4955	14,0000	0,0424	66,8601
5	3,0000	0,1800	32,2046	4,6072	14,0000	0,0486	66,8601
6	3,0000	0,1800	32,2046	4,3783	14,0000	0,0408	66,8601
7	3,0000	0,1800	31,7807	4,2028	14,0000	0,0440	66,8601
8	3,0000	0,1800	32,4643	4,4448	14,0000	0,0487	66,8601
9	3,0000	0,1800	32,2198	4,3610	14,0000	0,0497	66,8601
10	3,0000	0,1800	32,4634	4,7512	14,0000	0,0530	66,8601
Média	3,0000	0,1800	31,1295	4,4679	14,0000	0,0460	66,8601
DP	0,0000	0,0000	0,2667	0,1489	0,0000	0,0037	0,0000

Desses dados, um gráfico com a evolução da otimização pode ser plotado, como pode ser visto na Figura 38:

FIGURA 38 – Minimização do custo.



Através dos dados obtidos, uma reanálise analítica do projeto é feita, sendo assim, a geometria do novo motor pode ser construída. Através do código e adaptando para os valores simulados, o motor otimizado apresenta as medidas expostas na Tabela 33.

TABELA 33 – Dimensões do motor pós otimização do custo.

Parâmetro	Valores do projeto inicial (cm)
D_o	32,1316
D_i	16,0658
D_r	15,9734
r_{21}	0,1800
b_{20}	0,0750
h_{20}	0,0800
b_{11}	0,9186
h_{10}	0,0700
h_{11}	0,0910
h_{14}	2,8390
l_g	0,0462
R_{br}	1,5232
b_{10}	0,3492
b_{14}	1,6661

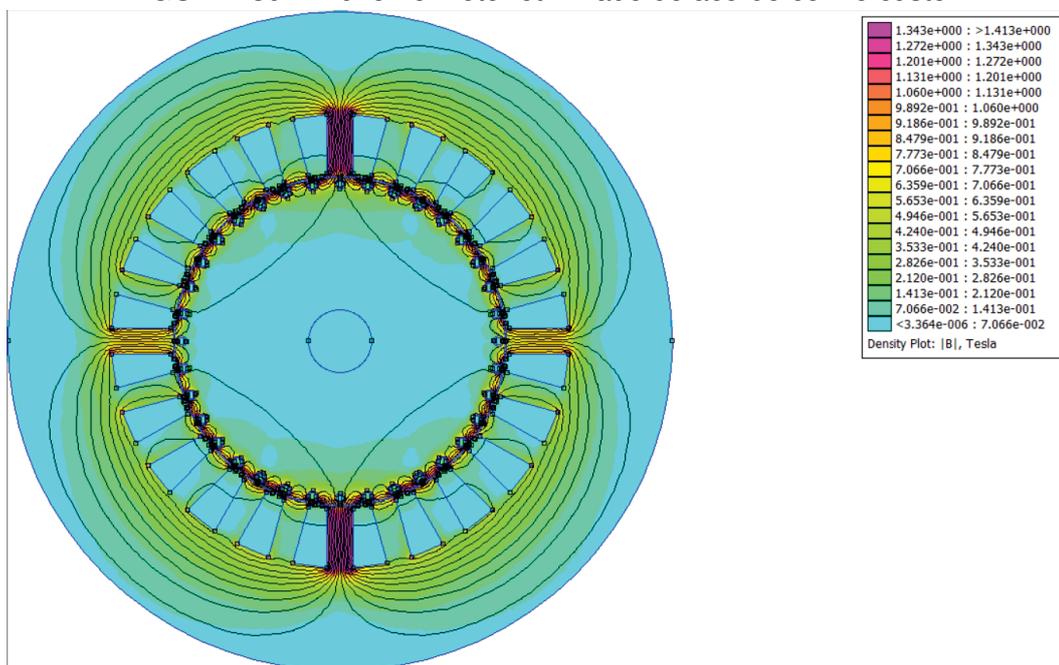
Enfim, o enrolamento necessita ser readequado, visto que a configuração das ranhuras e demais medidas do motor foram alteradas. Dessa forma, o enrolamento do motor é apresentado, em sua nova configuração, como na Tabela 34:

TABELA 34 – Configuração do motor otimizado para o custo.

Propriedade	Valor
S_1 por polo	6
nt_1	56
nt_2	55
nt_3	50
nt_4	42
nt_5	32
nt_6	20
nt	2255
A_{AWG17}	2,30 mm ²

Com isso, a construção do modelo para a verificação da saturação é possível, conforme mostra a Figura 39:

FIGURA 39 – Fluxo no motor otimizado de acordo com o custo.



A simulação não apresenta saturação do modelo, validando a solução. Dessa forma, o custo final também pode ser analisado ao comparar os resultados da simulação dos volumes totais com o modelo analítico.

O último procedimento, leva em consideração os resultados iniciais e finais, tendo como objetivo identificar se há melhora significativa na redução dos custos de produção do motor de indução monofásico. Os dados a serem contrapostos são apresentados na Tabela 35:

TABELA 35 – Avaliação do custo antes e depois da simulação.

	Analítico(US\$)	Simulação(US\$)	Erro (%)	Corrente (A)
Original	138,2558			15,0000
Otimizado	62,7718	66,8601	6,1147	14,0000
Redução (%)	54,5973	51,6403		

A contraposição de resultados realizada para o custo, evidenciada na Tabela 35, leva em conta os dados analíticos obtidos do projeto e reavaliação da geometria após a otimização e para os dados simulados, são considerados os custos simulados através do algoritmo de Evolução Diferencial. Para a redução na simulação, foi considerada a redução em relação ao valor analítico inicial.

7 CONCLUSÕES

É importante comentar que o estudo, de forma geral, enfrentou uma limitação: a impossibilidade da utilização do motor nas configurações da Nova Motores. O que ocorre é que há segredo industrial sobre o projeto das chapas do estator e projeto do rotor, assim como sobre a configuração do enrolamento. Dessa forma, foi optado por considerar uma nova modelagem de projeto, onde os pressupostos de Mittle, Dr. V.N. e Mittal, A. (2009) e Upadhyay, K.G. (2010) fossem atendidos. Essa perspectiva possibilitou o trabalho com o projeto do motor, de fato, não apenas a verificação de sua geometria.

As perdas no cobre, já contextualizadas, foram a primeira fase de avaliação do projeto, contando com as etapas de dimensionamento, otimização, redimensionamento e validação de dados. Tendo em vista que a otimização apresentava um único objetivo, não foram avaliadas restrições para que o motor se mantivesse compromissado com os objetivos dos demais estudos. Assim, os intervalos possibilitaram a variação de propriedades no sentido do aumento do tamanho do maquinário, na corrente, assim como o espaço de busca de soluções também possibilitava a redução das propriedades. Apesar da otimização levar em conta os intervalos que envolviam o dado inicial, por critério de projeto, nem todos os parâmetros envolveram os valores máximos e mínimos, expostos na Tabela 11. De maneira geral, a otimização apresentou um aumento no volume do motor, mas em oposição ao aumento do volume uma redução considerável no número de voltas do enrolamento foi percebido. No motor ótimo, a quantidade de voltas de cabo do tipo AWG chega a ter 17 voltas a menos por polo, reduzindo, assim, as perdas de cobre por acoplamento magnético.

Quando avaliando as perdas de cobre finais, através da Tabela 18, o valor mais conservador representa uma redução de 25,7254% das perdas, o que representa uma redução de perda de 9,9845 Watts. Na mesma tabela, algo interessante pode ser observado: a redução da corrente. A corrente tem impacto direto sobre as perdas resistivas e foi um dos parâmetros que apresentaram estagnação durante a otimização, visto que o modelo força o melhor resultado possível. Os demais parâmetros que demonstraram comportamento de estagnação foram: a altura da ranhura e o diâmetro externo. No primeiro caso, o modelo continua com o mesmo comportamento que gerou a estagnação da corrente, porém diminuindo o tamanho das ranhuras, ao contrário da tendência de aumento do volume. Para o diâmetro, a situação se difere, isso porque passa a se tratar de um valor dentro do intervalo imposto, porém não limítrofe, o que pode indicar a presença de um máximo ou mínimo local, no entanto, como no reprojeto analítico o valor demonstrou convergência de resultado, considera-se que, a

princípio, não há prejuízo à simulação, porém uma abordagem com restrições pode ser recomendada em próximas avaliações.

A eficiência de um motor visa uma maior vida útil para o maquinário, assim evitando custos associados à manutenção e substituição precoce. A otimização levou em conta seis parâmetros, dos quais um apresentou estagnação limítrofe, ou seja, estava no limite dos intervalos máximo ou mínimo configurados, sendo esse parâmetro a corrente. Já para a outra propriedade, o diâmetro externo, a estagnação apresentada é interna aos limites estabelecidos, o que representa a presença de um ponto máximo ou mínimo local. Como não existe o uso de restrições para o problema e como os resultados já se mostraram suficientemente relevantes e satisfatórios, tal apresentação de dados foi mantida, no entanto, em próximos estudos, é recomendável que restrições sejam verificadas para obter mais possibilidades de soluções.

Quanto aos resultados, o fabricante promete uma eficiência de 0,739 e o projeto refeito resulta em uma eficiência de 71,78%, já para a otimização, a eficiência passa a ser de 90,18%, havendo, portanto, um aumento de 25,6338%. Essa simulação apresentou convergência para os modelos analítico e simulado, confirmando a característica do aumento da eficiência com igual porcentagem para o modelo simulado.

De forma geral, a simulação e o modelo analítico apresentaram resultados satisfatórios e convergentes, além do modelo não ter apresentado sinais de saturação, o que o torna viável desse ponto de vista. Um possível estudo interessante a ser realizado é a otimização multiobjetivo desse modelo, levando em conta o desempenho como o outro critério de otimização, assim a otimização teria como principal objetivo, a busca por um motor equilibrado em eficiência e custo.

A análise do volume leva em consideração as possibilidades permitidas pelo tamanho da caixa onde o motor da betoneira é inserido, essa caixa tem suas medidas obtidas através do catálogo da Menegotti, que é uma marca de betoneiras presente no mercado brasileiro. No entanto, como os intervalos dispostos para a otimização apresentavam uma folga significativa em relação às dimensões da caixa, essa não foi uma condição que afetou na composição do limite de dimensionamento.

Além disso, é verificado que a redução do volume é da ordem de 52,4229%, o que é bastante satisfatório, visto que os materiais são reduzidos a menos da metade do volume inicial, como é observado na Tabela 29. Essa redução também pode ser confirmada através das modelagens no FEMM, apresentadas nas Figuras 36 e 37, que apesar de apresentarem uma taxa de erro maior, comprovam a tendência de redução do volume.

Desta maneira, considera-se que a simulação atingiu seu objetivo sem apresentar saturação do modelo, o que torna a simulação válida e viável. Essa otimização

impacta em uma maior aplicabilidade do motor na caixa, o que pode proporcionar, também, uma redução do volume nessa caixa do motor e o peso do equipamento, de forma geral. Outros impactos dessa otimização são a redução do uso de materiais para a construção do motor e, por consequência, do custo do maquinário, no entanto, o custo não era o alvo dessa otimização em específico. Visto que quando se avalia o volume, o interesse é meramente ligado às propriedades geométricas do material, já em uma simulação de custo, o preço dos materiais exerce influência sobre o modelo.

Já para o caso do custo, através da otimização, houve uma redução de custo de 51,6403% , o que representa uma economia de US\$ 71,3957. Sendo assim, entende-se que a simulação atingiu valores bastante reduzidos que tornam o modelo mais viável do ponto de vista de produção.

Avaliando os quatro estudos realizados, é considerado que os resultados obtidos foram coerentes e obtiveram sucesso em otimizar o modelo. Cada simulação teve um objetivo único de verificação, o que pode gerar interesse no estudo da otimização das propriedades em conjunto, que deve permitir uma interação interessante para o problema.

Dentre as principais características observadas, a similaridade entre os problemas do volume e custo, devido à proximidade dos temas, conforme já abordado, é bastante grande em termos dos resultados obtidos através das Tabelas 33 e 26, bem como há grande similaridade envolvendo os enrolamentos, apresentados nas Tabelas 34 e 27. O que não acontece em relação aos demais problemas, que apesar de terem associações, essas não são diretas, não interferindo diretamente uma na outra.

Por fim, considera-se que, de forma geral, todos os estudos obtiveram sucesso nas otimizações e reprojets, cumprindo com o objetivo de torná-los mais viáveis dentro de pontos de interesse específicos, cumprindo todos os objetivos gerais e específicos propostos em sua integralidade, bem como confirmando todas as contribuições propostas.

7.1 TRABALHOS FUTUROS

Sugere-se que em próximos estudos, restrições sejam aplicadas tanto para evitar máximos e mínimos locais, quanto para evitar estagnações de resultados.

- Otimização multi-objetivo do motor de indução monofásico, considerando eficiência, custo e desempenho;
- Análise detalhada das perdas do motor;
- Análise da distribuição do fluxo exclusivamente no entreferro;

- Análise do uso de ranhuras em diferentes tamanhos.

7.2 TRABALHOS PUBLICADOS DURANTE O MESTRADO

7.2.1 Artigo em congresso

SCHUMANSKI, D., MALAGOLI, J.A., MOREIRA, V.S. **Single-Phase Induction Motor Design Using Differential Evolution Applied to Concrete Mixers**. Anais do 10^o MCSul / X SEMENGO – Universidade Federal do Rio Grande.

7.2.2 Capítulo de livro

MALAGOLI, J.A, SCHUMANSKI, D., MOREIRA, V.S. Física III. In: **ENGENHARIA AMBIENTAL E SANITÁRIA VOLUME III**. 1^aEd. Pontal do Paraná: CPP-UFPR, 2024. p. 106-131.

7.2.3 Artigos em periódicos

SCHUMANSKI, D., MACEDO, D.C.O., COELHO, C.S.S., MALAGOLI, J.A. **Single-Phase Variable Reluctance Motor Design using Particle Swarm Optimization**. Latin-American Journal of Computing, vol. 11, n. 1, p. 1–68, 2024. DOI: <https://doi.org/10.5281/zenodo.10402205>.

BONETTO, V., MALAGOLI, J.A., MOREIRA, V.A., SCHUMANSKI, D. **Viabilidade Econômica de Energia Solar Para Um Comércio No Litoral do Paraná**. REVISTA BRASILEIRA DE ENGENHARIA E SUSTENTABILIDADE, v. 10, p. 44-51, 2023.

REFERÊNCIAS

- ALVES FILHO, prof. Dr. A. **Elementos Finitos: A Base da Tecnologia CAE. Análise não Linear**. São Paulo, 2012. Citado 7 vezes nas páginas 25, 49, 51, 63–65.
- ARAUJO, Rodrigo Leppaus de. **Evolução Diferencial para Problemas de Otimização com Restrições Lineares**. 2016. F. xiv + 82. Dissertação de Mestrado – Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, Brasil. Programa de Pós-graduação em Modelagem Computacional (MMC). Citado 2 vezes nas páginas 61, 66.
- ARROYO, José Elias Claudio. **Heurísticas e Metaheurísticas para Otimização Combinatória Multiobjetivo**. 2002. Tese de Doutorado – Universidade Estadual de Campinas, Campinas. Orientador: Prof. Dr. Vinícius Amaral Armentano. Disponível em: <https://example.com/arroyo_tese>. Citado 3 vezes nas páginas 24, 25, 58, 59.
- AUTODESK, INC. **AutoCAD 2024: Software de Design e Documentação CAD**. San Rafael, CA, USA, 2024. Acessado em 24 de outubro de 2024. Disponível em: <<https://www.autodesk.com/products/autocad/overview>>. Citado 0 vez na página 72.
- BALTZIS, K. B. The FEMM Package: A Simple, Fast, and Accurate Open Source Electromagnetic Tool in Science and Engineering. **Journal of Engineering Science & Technology Review**, v. 1, n. 1, p. 83, 2008. ISSN 1791-2377. Citado 1 vez na página 74.
- BALTZIS, K. B. The FEMM Package: A Simple, Fast, and Accurate Open Source Electromagnetic Tool in Science and Engineering. **Journal of Engineering Science & Technology Review**, v. 1, n. 1, p. 83, 2008. ISSN 1791-2377. Citado 2 vezes nas páginas 25, 26.
- BASTOS, J.P.A. **Eletromagnetismo para engenharia: estática e quase estática**. Florianópolis, 2019. Citado 6 vezes nas páginas 49–52.
- BEER, F. P.; JOHNSON, R. E.; EISENBERG, E. R. **Mecânica Vetorial para Engenheiros**. 9. ed. São Paulo: McGraw-Hill, 2012. Citado 1 vez na página 55.
- BRAGA, M.; GUERRA, A.; REIS, J.C. **Breve história da ciência moderna: volume 4- A belle-époque da ciência**. Rio de Janeiro, 2008. Citado 2 vez na página 21.
- CALLISTER JR., William D.; RETHWISCH, David G. **Ciência e Engenharia dos Materiais: Uma Introdução**. 8. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2016. Citado 0 vez na página 46.

- CARBONO, Alonso Joaquin Juvinao. **Otimização da Disposição de Linhas de Ancoragem Utilizando Algoritmos Genéticos**. setembro 2005. Dissertação de Mestrado – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Civil, Rio de Janeiro. Orientadores: Luiz Fernando C. R. Martha e Ivan Fábio Menezes. Citado 5 vezes nas páginas 58, 62.
- CAVALCANTI, V.Y.L et al. **Indústria 4.0: Desafios e perspectivas na construção civil**. [S.l.], 2018. Citado 1 vez na página 23.
- CHAPMAN, S.J. **Fundamentos de Máquinas Elétricas**. Porto Alegre, 2013. Citado 2 vezes nas páginas 21, 24.
- COELHO, F.R. **Geração de Novas Correlações da Soma-Ponderada-de-Gases-Cinza para H₂O e CO₂ em Alta Pressão**. 2017. Tese de Mestrado – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre. Citado 2 vezes nas páginas 24, 25, 60.
- DARWIN, Charles. **A Origem das Espécies**. Edição: Nuno Gomes. Tradução: Ana Afonso. Leça da Palmeira, Portugal: Planeta Vivo, 2009. Tradução da 6ª edição original de *The Origin of Species*, revisada por Darwin em 1876. ISBN 978-972-8923-43-3. Citado 3 vezes nas páginas 61, 62.
- DE CASTRO, R. E. **Otimização de Estruturas com Multi-objetivos via Algoritmos Genéticos de Pareto**. 2001. Tese (Doutorado) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Rio de Janeiro. Citado 1 vez na página 58.
- DOS REIS, S.R.; DA SILVA, E.A. **Motores Elétricos Flex a Etanol: uma nova Era no Setor Automotivo Mundial**. [S.l.], 2017. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.17921/1890-1793.2017v12n12p45-48>>. Citado 1 vez na página 22.
- DOS SANTOS, S.R.L et al. **História da Eletricidade e suas aplicações atendendo ao ensino de física**. Bragança-PA, 2016. Citado 2 vez na página 20.
- DULAR, P.; GEUZAINÉ, C. **GetDP: a General Environment for the Treatment of Discrete Problems - User's Manual**. [S.l.], 2014. Citado 3 vezes nas páginas 25, 50.
- GASPAR-CUNHA, António; TAKAHASHI, Ricardo; ANTUNES, Carlos Henggeler. **Manual de Computação Evolutiva e Metaheurística**. Coimbra: Imprensa da Universidade de Coimbra, 2012. Coordenadores: António Gaspar-Cunha, Ricardo Takahashi, Carlos Henggeler Antunes. Disponível em: <https://example.com/manual_coimbra>. Citado 7 vezes nas páginas 24, 58, 59, 61, 63, 65, 66.
- LOTTI, Raquel S. et al. Aplicabilidade científica do método dos elementos finitos. **Revista Dental Press de Ortodontia e Ortopedia Facial**, v. 11, n. 2, p. 119–127, 2006. DOI: 10.1590/S1415-54192006000200006. Citado 1 vez na página 49.

MALAGOLI, J.A.; LUZ, M.V.F. da. Projeto de Rotor de Máquina de Indução Trifásica Usando o Algoritmo de Evolução Diferencial. In: MOMAG 2014: 16º SBMO - Simpósio Brasileiro de Micro-ondas e Optoeletrônica e 11º CBMag - Congresso Brasileiro de Eletromagnetismo. [S.l.: s.n.], 2014. Citado 2 vezes nas páginas 24, 25, 44, 60.

MALAGOLI, Juliana Almansa. **Otimização Multiobjetivo aplicada aos motores de indução validada via Elementos Finitos**. [S.l.], 2016. Citado 9 vezes nas páginas 25, 32, 41–45, 50.

MALAGOLI, Juliana Almansa; CAMACHO, José Roberto; LUZ, Mauricio Valencia Ferreira da. Optimal Design Variables to Minimize the Cost of Materials the Stator of Asynchronous Machine. **Journal of Control, Automation and Electrical Systems**, Brazilian Society for Automatics–SBA, v. 27, n. 2, p. 157–168, 2016. DOI: 10.1007/s40313-016-0227-5. Citado 2 vezes nas páginas 45, 46.

MALDANER, Gabriel Johan et al. James Clerck Maxwell: um grande nome na Ciência. Ibirubá, RS, Brasil, 2020. Citado 3 vezes nas páginas 25, 50.

MANDELBROT, Benoît B. **The Fractal Geometry of Nature**. New York: W. H. Freeman, 1983. Citado 1 vez na página 58.

MARTINEZ, José Mario; SANTOS, Sandra Augusta. **Métodos computacionais de otimização**. Rio de Janeiro: IMPA, 1995. P. 256. [Trabalho apresentado no 20. Colóquio Brasileiro de Matemática, 24-28 de julho de 1995]. ISBN 8524400927. Citado 2 vez na página 57.

MEEKER, David. **Finite Element Method Magnetics: User's Manual**. Versão 4.2. [S.l.], 2020. P. 161. Disponível em: <<https://www.femm.info/wiki/Documentation/>>. Citado 4 vezes nas páginas 25, 73.

MENEGOTTI. **Manual técnico Menegotti**. [S.l.], 2023. Citado 1 vez na página 23.

MENEGOTTI CONSTRUÇÃO. **Caixa Betoneira 400L Rental/Rental Max**. [S.l.: s.n.], 2025. <https://www.menegotticonstrucao.com/produtos/betoneiras/peças/caixa-betoneira-400l-rental-rental-max/>. Acessado em: 4 jan. 2025. Citado 1 vez na página 87.

MITTLE, DR. V.N.; MITTAL, A. **Design of Electrical Machines**. 5. ed. Delhi: Standard Publishers Distributors, 2009. Citado 9 vezes nas páginas 24, 27, 28, 30, 32, 35, 40, 95.

MOTORES, Nova. **Motor M142414B00 da linha IP-21 Nova Motores**. [S.l.], 2023. Disponível em: <<https://www.novamotores.com.br/motores-monofasicos>>. Citado 0 vez na página 68.

NOVA MOTORES. **Catálogo Nova Motores Assistência Técnica**. [S.l.: s.n.], 2019. Disponível em: <https://www.novamotores.com.br/_files/ugd/ffccab_4e30c9a3a6444ef6ab883d00c917eb24.pdf>. Citado 1 vezes nas páginas 28, 68.

- PACHECO, Marco Aurélio Cavalcanti. **Algoritmos Genéticos: Princípios e Aplicações**. Rio de Janeiro, 2012. Disponível em: <<https://www.ICA.ele.puc-rio.br>>. Citado 2 vezes nas páginas 24, 25, 60.
- PASSOS, E. **Quais são os principais tipos de motores usados em carros elétricos?** [S.l.], 2021. Disponível em: <<https://quatorrodas.abril.com.br/auto-servico/quais-sao-os-principais-tipos-de-motores-usados-em-carros-eletricos>>. Citado 0 vez na página 21.
- PEREIRA, W.R.; SOARES, M.G.; NETO, L.M. **Horizontal multilayer soil parameter estimation through differential evolution**: Curso de Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Uberlândia. 91 f. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) - Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, [s.l.], 2016. Disponível em: <<https://doi.org/10.1109/TPWRD.2015.2475637>>. Citado 4 vezes nas páginas 25, 56, 59.
- ROCHA, Natália Caixeta; FÁTIMA PEREIRA SARAMAGO, Sezimária de. Estudo de algumas Estratégias da Evolução Diferencial. In: ANAIS do I Congresso de Matemática Aplicada e Computacional da Região Sudeste (I CMAC Sudeste). Uberlândia, MG: [s.n.], 2015. Citado 8 vezes nas páginas 25, 62–65.
- SANTOS, Thiago Hanisch dos; MALAGOLI, Juliana Almansa. Evolução Diferencial Aplicada à Contratação do Montante de Uso do Sistema de Transmissão. In: XV Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente (SBAI 2021). Curitiba, PR, Brasil: Sociedade Brasileira de Automática (SBA), 2021. P. 879–886. DOI: 10.20906/sbai.v1i1.2673. Citado 1 vez na página 64.
- SCHUMANSKI, Danyelle et al. Copper Loss Minimization of a 6x6 Variable Reluctance Motor Using Particle Swarm Optimization. In: PROCEEDINGS of XXV ENMC, XIII ECTM, 9º MCSul and IX SEMENGO. Virtual: [s.n.], 2022. Citado 0 vez na página 74.
- SCILAB ENTERPRISES. **Scilab: Free and Open Source Software for Numerical Computation**. [S.l.], 2024. Versão 6.1.1, acessado em 24 de outubro de 2024. Disponível em: <<https://www.scilab.org>>. Citado 0 vezes nas páginas 69, 70.
- SILVA, C.C.; PIMENTEL, A.C. **Uma análise da história da eletricidade presente em livros didáticos: o caso de Benjamin Franklin**. São Carlos-SP, 2008. Citado 1 vez na página 20.
- SILVA OLIVEIRA, Giovana Trindade da. **Estudo e Aplicações da Evolução Diferencial**. 2006. F. 126. Dissertação de Mestrado – Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, MG, Brasil. Área de concentração: Mecânica dos Sólidos e Vibrações. Citado 3 vezes nas páginas 65, 67.

SOARES, M.G. **Algoritmo de evolução diferencial aplicado no controle de força de um motor de indução linear**: Curso de Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Uberlândia. 136 f. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) - Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, [s.l.], 2019. Disponível em: <<https://repositorio.ufu.br/bitstream/123456789/24799/1/AlgoritmoEvolucaoDiferencial.pdf>>. Citado 5 vezes nas páginas 25, 56, 60, 61.

SORIANO, Humberto Lima. **Elementos Finitos: Formulação e Aplicação na Estática e Dinâmica das Estruturas**. São Paulo: Blucher, 2009. Disponível em: <https://www.blucher.com.br/ebook/pesquisa/detalhes/elementos-finitos-formulacao-e-aplicacao-na-estatica-e-dinamica-das-estruturas-132>. Citado 7 vezes nas páginas 25, 48, 51, 52, 55.

SORRAG. **Betoneira Power 400L**. [S.l.], 2023. Disponível em: <<http://www.sorrag.com.br/produto/betoneira-power-400l/>>. Citado 0 vez na página 27.

STORN, R.; PRICE, K. **Differential Evolution: A Simple and Efficient Adaptive Scheme for Global Optimization Over Continuous Spaces**. [S.l.], 1995. Citado 5 vezes nas páginas 25, 84, 87, 92.

TRADING ECONOMICS. **Commodities - Overview, Prices, and Charts**. [S.l.: s.n.], 2024. Accessed: 2024-11-09. Disponível em: <<https://tradingeconomics.com/commodities>>. Citado 0 vez na página 46.

TRICKEY, P. H. Induction motor resistance ring width. **Electrical Engineering**, v. 55, p. 144–150, 1936. Disponível em: <<https://api.semanticscholar.org/CorpusID:51641302>>. Citado 3 vezes nas páginas 24, 28, 29.

UPADHYAY, K.G. **Design of Electrical Machines**. 2. ed. New Delhi: New Age International Publishers, 2010. Citado 14 vezes nas páginas 21, 22, 24, 30, 31, 33, 35, 36, 40, 41, 95.

VARGAS, D.E.C. et al. Um algoritmo baseado em evolução diferencial para problemas de otimização estrutural multiobjetivo com restrições. **Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería**, v. 32, n. 2, p. 91–99, 2016. ISSN 0213-1315. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.rimni.2015.02.003>. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0213131515000231>>. Citado 4 vezes nas páginas 25, 56, 61.

WEG EQUIPAMENTOS ELÉTRICOS S.A. **Guia de Especificação de Motores Elétricos**. [S.l.: s.n.], 2025. http://ftp.demec.ufpr.br/disciplinas/TMEC038/Prof.Walter_Kapp/Trabalho/Motores/WEG_GuiaEspecificacao.pdf. Acessado em: 4 jan. 2025. Citado 1 vez na página 43.