

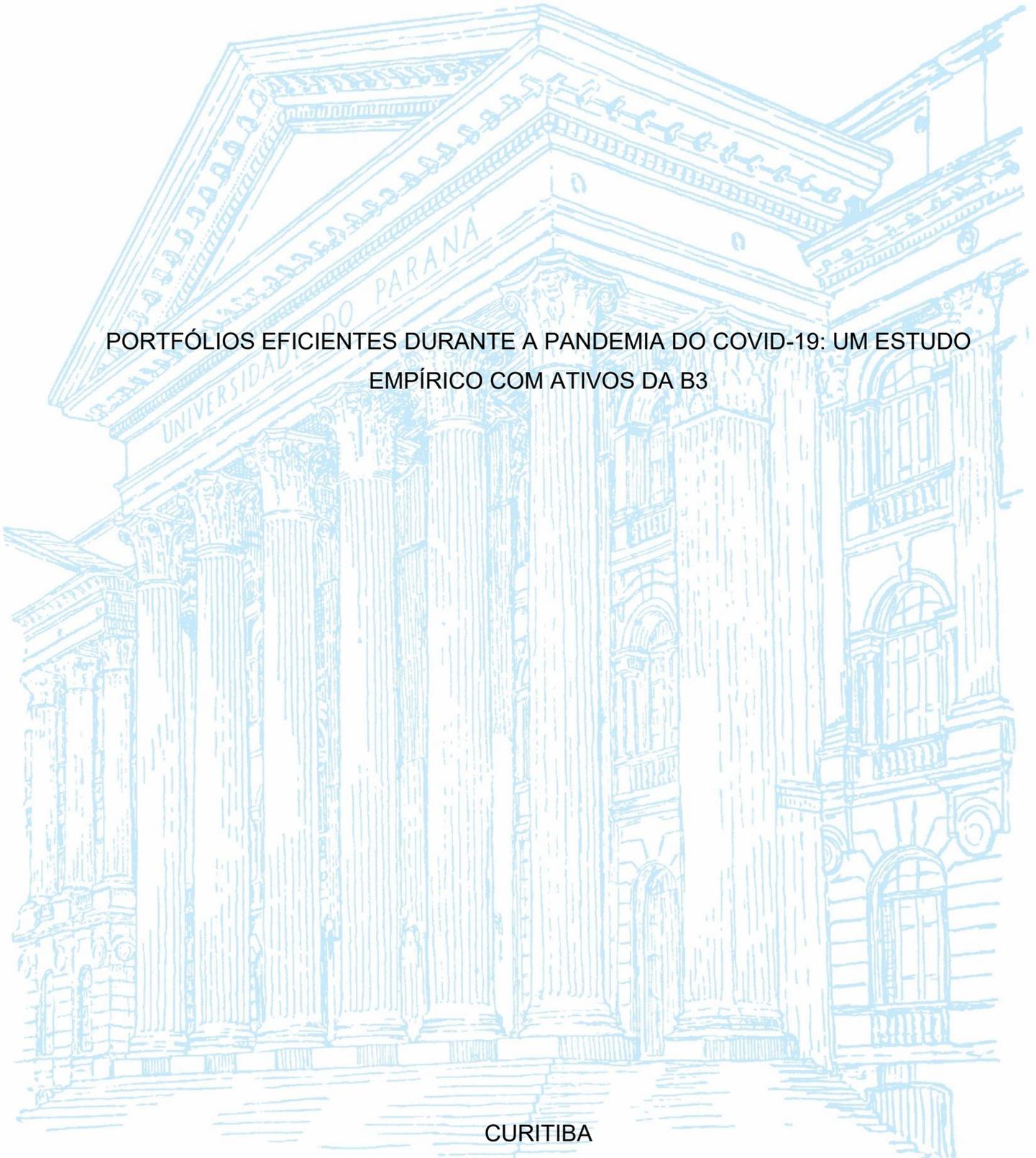
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

VITOR GUSSONI DE SOUZA

PORTFÓLIOS EFICIENTES DURANTE A PANDEMIA DO COVID-19: UM ESTUDO  
EMPÍRICO COM ATIVOS DA B3

CURITIBA

2024



VITOR GUSSONI DE SOUZA

PORTFÓLIOS EFICIENTES DURANTE A PANDEMIA DO COVID-19: UM ESTUDO  
EMPÍRICO COM ATIVOS DA B3

Monografia apresentada ao curso de Graduação em Ciências Econômicas, Setor de Ciências Sociais Aplicadas, Universidade Federal do Paraná, como requisito parcial à obtenção do título de Bacharel em Ciências Econômicas.

Orientador: Prof. Dr. Vinícius de Almeida Vale

CURITIBA

2024

## AGRADECIMENTOS

Agradeço imensamente à minha mãe, Luciana, ao meu pai, Marco, e ao meu irmão, Arthur, por todo o apoio e dedicação, que foram indispensáveis ao longo de minha formação acadêmica.

Expresso minha profunda gratidão a todos os professores que fizeram parte da minha trajetória acadêmica, desde o ensino fundamental até o ensino superior, pelos valiosos ensinamentos transmitidos e pela inspiração constante.

Aos meus amigos, agradeço pelo companheirismo, pela amizade e pelo suporte em cada etapa da minha jornada acadêmica.

Um agradecimento especial à minha amada Rafaella, por seu apoio contínuo durante todo o processo, tanto na vida acadêmica quanto fora do ambiente universitário.

Também gostaria de expressar minha gratidão à minha avó materna, Maria Dolóres, pelo carinho e suporte sempre presentes, e, *in memoriam*, aos meus avós paternos, Cacilda e Marcos, e ao meu avô materno, Dilvo, por todo o apoio e inspiração que foram fundamentais na minha formação como pessoa.

Por fim, agradeço a mim mesmo pela resiliência e por não ter desistido, mesmo diante dos desafios.

## RESUMO

Esta monografia teve como objetivo investigar a validade da aplicação dos modelos de Markowitz e Sharpe na construção de portfólios eficientes com ativos da B3 durante a pandemia de COVID-19. Para isso, foram analisados dados históricos de 2008 a 2017, período que abrange ciclos de alta e baixa nos mercados financeiros globais. A pesquisa aplicou a teoria de média-variância de Markowitz em conjunto com o Índice de Sharpe para criar portfólios eficientes, comparando o desempenho histórico dos ativos selecionados com seu desempenho no período de 2018 a 2022. Os resultados apontam que, de forma geral, os modelos apresentaram baixa capacidade de elaborar portfólios com boa relação risco-retorno. Entretanto, o portfólio de mínima-variância de Markowitz obteve retorno acima da taxa livre de risco no período de 2018 a 2022. Os resultados podem ter sido influenciados por fatores como períodos de crise e ausência de rebalanceamento. Conclui-se que, apesar das limitações, os modelos analisados permanecem relevantes, mas podem ser aprimorados com abordagens modernas e ajustes metodológicos em estudos futuros.

**Palavras-chaves:** Otimização de portfólios. Markowitz. Mercado de ações.

## **ABSTRACT**

This thesis aimed to investigate the validity of applying Markowitz and Sharpe models to construct efficient portfolios using B3 assets during the COVID-19 pandemic. For this purpose, historical data from 2008 to 2017 were analyzed, covering periods of both growth and decline in global financial markets. The study employed Markowitz's mean-variance theory alongside the Sharpe Ratio to design efficient portfolios, comparing the historical performance of the selected assets with their performance during the period from 2018 to 2022. The results indicate that, overall, the models demonstrated a limited ability to construct portfolios with a favorable risk-return ratio. However, Markowitz's minimum-variance portfolio achieved returns above the risk-free rate during the 2018-2022 period. The limited performance of the models may have been influenced by factors such as periods of crisis and the absence of portfolio rebalancing. It is concluded that, despite their limitations, the analyzed models remain relevant but can be enhanced with modern approaches and methodological adjustments in future studies.

**Key-words:** Portfolio optimization. Markowitz. Stock market.

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO</b> .....	<b>7</b>
<b>2 REFERENCIAL TEÓRICO E FERRAMENTAL UTILIZADOS</b> .....	<b>10</b>
2.1 CONCEITOS ESSENCIAIS PARA ANÁLISE DE RISCO E RETORNO .....	10
2.1.1 Definição e cálculo do retorno de ativos.....	10
2.1.2 Definição e cálculo do risco de um ativo .....	11
2.1.3 Portfólio de diversificação ingênua (1/N).....	13
2.2 MODELO DE MÉDIA-VARIÂNCIA E ÍNDICE DE SHARPE .....	14
2.2.1 Teoria moderna do portfólio .....	14
2.2.2 Portfólios compostos por ativos livre de risco e com risco .....	20
2.2.3 Testes empíricos conduzidos no Brasil e mundo .....	23
<b>3 BASE DE DADOS E APLICAÇÃO DOS MODELOS</b> .....	<b>29</b>
3.1 ESTRATÉGIA DE INVESTIMENTO ADOTADA.....	29
3.2 UNIVERSO DE ATIVOS E PERÍODO SELECIONADOS.....	31
3.3 CONSTRUÇÃO DOS PORTFÓLIOS EFICIENTES (2008-2017).....	33
3.4 DESEMPENHO DOS PORTFÓLIOS EFICIENTES (2018-2022).....	42
<b>4 CONSIDERAÇÕES FINAIS</b> .....	<b>45</b>

## 1 INTRODUÇÃO

Os agentes econômicos não tomam decisões financeiras em um ambiente de certeza. Além disso, mesmo que seja possível quantificar parte da incerteza existente por meio de estudos estatísticos, considerando os diversos cenários, entende-se que as decisões financeiras são tomadas sob uma perspectiva de risco (ASSAF NETO, 2014).

Dessa forma, segundo o Assaf Neto (2014, p. 467), “o risco pode ser entendido pela capacidade de se mensurar o estado de incerteza de uma decisão mediante o conhecimento das probabilidades associadas à ocorrência de determinados resultados ou valores”.

Nessa linha, Assaf Neto (2014) aponta que em decisões financeiras os agentes devem considerar, além do risco, o retorno dos ativos em questão. De modo que, a partir de uma análise de risco e retorno, seja possível construir portfólios de investimento que maximizem o retorno esperado para um determinado nível de risco, com o intuito de encontrar uma posição ótima de maior retorno possível da carteira aliado a um menor risco possível.

Conforme exposto por Markowitz (1999), os estudos modernos que embasam as teses atuais de análise de risco e retorno evoluíram bastante ao longo do século XX, principalmente a partir da década de 50. Contudo, mesmo antes dos estudos empíricos conduzidos no século XX, o ser humano já se comportava de maneira racional no que tange a maximização do retorno e diminuição do risco, por meio de estratégias de diversificação.

Como exemplo, Markowitz (1999) aponta que nas primeiras décadas do século XX, a A. Wiesenberger, empresa gestora de ativos financeiros, possuía uma vasta quantidade de ativos em seu portfólio. Mesmo antes disso, no século XIX, instituições financeiras da Inglaterra e da Escócia já ofereciam diversificação como solução para melhora da performance dos investimentos de seus clientes.

Além disso, na célebre peça teatral publicada por Shakespeare em 1600, “O Mercador de Veneza”, já era evidente a noção intuitiva de que a diversificação oferecia benefícios. Essa perspectiva fica nítida, a partir da fala do personagem Antônio:

*“My ventures are not in one bottom trusted,  
Nor to one place; nor is my whole estate  
Upon the fortune of this present year;  
Therefore, my merchandise makes me not sad.  
Act I, Scene 1.” (MARKOWITZ, 1999, p. 1).*

Nessa perspectiva, Fabozzi e Gupta (2002) apontam que o artigo seminal de Markowitz de 1952 introduziu ao mercado os fundamentos da Moderna Teoria do Portfólio, que inclui um conjunto de modelos que oferecem ferramental elementar aos agentes econômicos que buscam tomar decisões eficientes de alocação de recursos, consagrando-se como referência central em finanças e dando início a uma série de estudos quantitativos que resultaram na criação de um quadro matemático rigoroso para gestão de portfólios, quando há ativos que possuem correlação entre si.

Como apresentado por Assaf Neto (2014), a partir dos textos de Markowitz, ficou claro que portfólios diversificados oferecem diversas vantagens, como uma melhor relação de risco e retorno. A partir do modelo de média-variância, por exemplo, fica claro que é possível aumentar o retorno de um portfólio ao mesmo tempo que se diminui o risco total da carteira.

Além das contribuições de Markowitz, Araujo, Oliveira e Silva (2012) destacam as contribuições de Sharpe (1964;1966), ao desenvolver o modelo CAPM e o Índice de Sharpe. Assim como apresentado por Bodie, Kane e Marcus (2014), o Índice de Sharpe mede o desempenho ajustado ao risco de um portfólio, comparando seu retorno em excesso (acima do ativo livre de risco) com a volatilidade da carteira.

Ainda, Araujo, Oliveira e Silva (2012) ressaltam as contribuições de Modigliani e Miller (1958;1963), Fama (1970;1991), Tobin (1958), Treynor (1961), Lintner (1965) e Mossin (1966), como fundamentais para a constituição do que se entende por Moderna Teoria de Finanças.

Além dos modelos clássicos expostos, Bodie, Kane e Marcus (2014) citam outros modelos que se destacam na literatura de análise de risco e retorno. Os modelos multifatoriais, como o modelo de 3 fatores de Fama e French (1993) e o modelo APT (*Arbitrage Pricing Theory*) de Ross (1976), o modelo de precificação de opções de Black, Scholes e Merton (1973) e o modelo de otimização de portfólios de Black e Litterman (1992) são exemplos de modelos importantes.

Nesse contexto, a presente monografia busca investigar a validade da aplicação do modelo de Markowitz em conjunto com o Índice de Sharpe em ativos da B3 (Brasil, Bolsa, Balcão), bolsa brasileira de ativos financeiros, durante a pandemia do COVID-19, que foi um dos períodos de maior instabilidade do mercado brasileiro de ativos de renda variável e renda fixa.

Para que se pudesse construir portfólios teóricos que fossem uma escolha racional para investidores durante a pandemia do COVID-19, foi necessário realizar

um estudo empírico anterior ao período da pandemia, para que se pudesse compreender como as ações da B3 se comportaram em períodos recentes de prosperidade e instabilidade econômica.

O período de 2008 a 2017 foi escolhido, uma vez que ele congrega ciclos de alta e baixa nas ações da B3. Como destaque para o período baixa, tem-se a crise do subprime em 2008 nos EUA e as crises políticas que ocorreram durante o governo Dilma. Logo, como o COVID-19 foi um período de grandes perdas para a Bolsa brasileira, faz-se adequado observar períodos igualmente difíceis para a renda variável no Brasil e no mundo.

Para realização do estudo, considerou-se as ações da B3 de 2008 a 2017 que apresentaram retornos acima da taxa livre de risco do período. A partir dessas, foram selecionadas 8 ações que apresentaram retornos consistentes ao longo do período de 10 anos, mesmo frente às crises mencionadas.

A partir da combinação da teoria de Markowitz (1952) e Sharpe (1966) e com base nos retornos e risco das ações observados ao longo dos 10 anos analisados, foram elaborados diversos portfólios eficientes para que se pudesse encontrar os portfólios de mínima-variância e portfólio de maximização do Índice de Sharpe. Ainda, como sugerido por trabalhos empíricos presentes na seção 2.2.3 deste trabalho, foi elaborado um portfólio de diversificação ingênua para que se pudesse realizar um controle dos resultados observados.

Por último, os portfólios ótimos encontrados foram acompanhados ao longo dos 5 anos subsequentes (2018 a 2022) para que se pudesse observar a capacidade dos modelos de elaborar portfólios que oferecessem um retorno adequado aos investidores anos antes, durante e depois da pandemia global do COVID-19.

Além dessa Introdução, o presente trabalho está organizado em mais 3 capítulos. O capítulo 2 apresenta o referencial teórico que embasou o trabalho empírico realizado. Nesse capítulo, buscou-se trabalhar o modelo de Média-Variância de Markowitz, explicar a conexão desse modelo com o Índice de Sharpe e ainda trazer alguns trabalhos empíricos realizados no Brasil e no mundo para que se pudesse observar as melhores práticas usadas em trabalhos semelhantes.

O capítulo 3 da monografia contempla o trabalho empírico, em que as teorias e métodos apresentados no capítulo 2 foram aplicadas em ações reais da B3. Por fim, o capítulo 4 apresenta considerações finais acerca do trabalho empírico realizado, frente ao apresentado no capítulo 2.

## 2 REFERENCIAL TEÓRICO E FERRAMENTAL UTILIZADOS

Com o intuito de fundamentar o estudo empírico que será realizado no presente trabalho, este capítulo apresenta e discute os modelos de análise de risco e retorno e seleção de portfólios eficientes de Markowitz e de Sharpe, bem como apresenta o ferramental matemático e analítico necessário para aplicação dos modelos em dados reais.

### 2.1 CONCEITOS ESSENCIAIS PARA ANÁLISE DE RISCO E RETORNO

#### 2.1.1 Definição e cálculo do retorno de ativos

Assim como definido por Assef Neto (2014), o retorno de um ativo é calculado com base na mudança do seu preço, ocorrida entre o período t-1 e t, tal como:

$$R = \frac{(P_t - P_{t-1})}{P_{t-1}} * 100 \quad (1)$$

em que R é o retorno do ativo no período;  $P_t$  é o preço final do ativo; e  $P_{t-1}$  é o preço inicial do ativo.

Para o cálculo do retorno de um portfólio composto somente por 2 ativos com risco, pode-se utilizar a seguinte fórmula:

$$E(R_p) = (W_x * R_x) + (W_y * R_y) \quad (2)$$

em que  $E(R_p)$  é o retorno do portfólio no período;  $W_x$  é a proporção do ativo X no portfólio;  $W_y$  é a proporção do ativo Y no portfólio;  $R_x$  é o retorno do ativo X no período; e  $R_y$  é o retorno do ativo Y no período.

Já para o cálculo do retorno de um portfólio composto por 2 ou mais ativos com risco, pode-se utilizar a fórmula:

$$E(R_p) = \sum_{j=1}^n R_j * W_j \quad (3)$$

em que  $E(R_p)$  é o retorno do portfólio no período;  $n$  é o Número de ativos da carteira;  $j$  representa um ativo  $j$  qualquer;  $R_j$  representa o retorno do ativo  $j$  no período; e  $W_j$  é a proporção do ativo  $j$  na carteira.

Assim como apresentado por Bodie, Kane e Marcus (2014), uma maneira alternativa de calcular o retorno de uma ação é por meio do cálculo do CAGR (Taxa de Crescimento Anual Composta). Para tal, coleta-se o preço final e inicial de uma ação em um dado período e calcula-se qual deveria ser o retorno anual médio para que o preço tenha se comportado como observado.

O cálculo do CAGR é dado por:

$$CAGR_x = \left( \frac{P_t}{P_{t-1}} \right)^{\frac{1}{N}} - 1 \quad (4)$$

em que  $CAGR_x$  é o retorno anual médio do ativo  $X$ ;  $P_t$  é o preço final do ativo;  $P_{t-1}$  é o preço inicial do ativo; e  $N$  é o número de períodos observados.

### 2.1.2 Definição e cálculo do risco de um ativo

Como apresentado por Assaf Neto (2014), risco é entendido como a quantificação probabilística da incerteza. O método mais utilizado pelo mercado para medir o nível de risco de um determinado ativo é por meio do cálculo do desvio padrão dos retornos observados desse ativo em um determinado período, dado pela seguinte fórmula:

$$\sigma_j = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^n (x_j - \bar{x})^2}{n}} \quad (5)$$

em que  $\sigma_j$  é o desvio padrão de um ativo  $j$  qualquer;  $j$  é o representa um ativo  $j$  qualquer;  $n$  é o número de períodos observados;  $x_j$  representa o retorno do ativo  $j$  em um dado período; e  $\bar{x}$  representa a média dos retornos do ativo  $j$  em um dado período.

Vale ressaltar a existência de ativos livres de risco, ou seja, que possuem desvio padrão de seus retornos iguais a zero. Os ativos livres de risco mais comuns no mercado, brasileiro e global, são os títulos públicos, de maneira que os *benchmarks*

de mercado (a nível Brasil) mais utilizados como referência de taxa livre de risco são as taxas SELIC e CDI.

Além do conceito de desvio padrão, assim como apresentado por Bodie, Kane e Marcus (2014), outras 3 medidas estatísticas são importantes ao se estudar a literatura de análise de risco e retorno.

O primeiro conceito é o da variância, que pode ser compreendida como:

$$V_j = \sigma_j^2 \quad (6)$$

em que  $V_j$  é a variância do ativo  $j$  qualquer; e  $\sigma_j^2$  é o desvio padrão do ativo.

A partir da equação 6, pode-se entender variância como o quadrado do desvio padrão, representando a dispersão dos dados em torno da média. Enquanto o desvio padrão mede essa dispersão na mesma unidade dos dados, a variância faz isso em unidades ao quadrado. Dessa maneira, usa-se como base o desvio padrão para cálculo do risco de um ativo, uma vez que o desvio padrão está na mesma unidade de medida dos dados originais, tornando-o mais intuitivo para interpretar. A variância, por ser expressa em unidades ao quadrado, apresenta-se como menos prática para compreender diretamente o grau de dispersão dos dados.

Outro conceito importante na análise de risco e retorno, segundo Bodie, Kane e Marcus (2014), é o da Covariância, que é uma medida que indica como duas variáveis se movem em relação uma à outra. Se a covariância for positiva, os retornos de ambos os ativos tendem a aumentar ou diminuir juntos. Se for negativa, quando um ativo sobe, o outro tende a cair.

Por fim, tem-se a correlação, sendo a versão normalizada da covariância, variando entre -1 e 1. A correlação é usada para medir a intensidade e a direção do relacionamento entre duas variáveis. Uma correlação de +1 indica que as variáveis se movem perfeitamente juntas, -1 que se movem em direções opostas, e 0 que não têm relação linear.

Assim como no caso da variância e desvio padrão, para fins práticos, usa-se mais a correlação do que a covariância em análises estatísticas porque a correlação é uma medida padronizada, variando de -1 a 1, o que facilita a interpretação e comparação entre diferentes conjuntos de dados. A covariância, por outro lado, depende das unidades de medida dos dados, tornando-a menos intuitiva e difícil de comparar entre diferentes variáveis. A correlação, por ser adimensional, oferece uma

visão clara da intensidade e direção do relacionamento entre as variáveis. Dado o exposto, a presente monografia optou por apresentar as fórmulas de cálculo do risco de portfólios a partir da perspectiva da correlação.

Por último, assim como demonstrado por Bodie, Kane e Marcus (2014), para cálculo do risco de um portfólio composto por 2 ou mais ativos, é necessário a construção de uma matriz de covariância dos retornos dos ativos sendo otimizados, assim como apresentado na TABELA 1.

Tabela 1 - Matriz de covariância hipotética

	<b>Ação A</b>	<b>Ação B</b>	<b>Ação C</b>	<b>Ação D</b>	<b>Ação E</b>
<b>Ação A</b>	COV(A,A)	COV(B,A)	COV(C,A)	COV(D,A)	COV(E,A)
<b>Ação B</b>	COV(A,B)	COV(B,B)	COV(C,B)	COV(D,B)	COV(E,B)
<b>Ação C</b>	COV(A,C)	COV(B,C)	COV(C,C)	COV(D,C)	COV(E,C)
<b>Ação D</b>	COV(A,D)	COV(B,D)	COV(C,D)	COV(D,D)	COV(E,D)
<b>Ação E</b>	COV(A,E)	COV(B,E)	COV(C,E)	COV(D,E)	COV(E,E)

Fonte: Elaboração própria.

### 2.1.3 Portfólio de diversificação ingênua (1/N)

Como discutido por Bodie, Kane e Marcus (2014), além dos modelos de otimização já mencionados, os investidores podem adotar uma estratégia de diversificação ingênua ou, em outras palavras, aleatória.

Embora, em um primeiro momento, adotar uma estratégia de diversificação aleatória possa parecer algo sem sentido, como será abordado mais a frente, a estratégia de diversificação ingênua, ou como é conhecida, estratégia 1/N, pode ser um método mais eficiente que a aplicação de modelos matemáticos complexos.

A estratégia 1/N consiste em, dado um universo pré-selecionado de ativos, alocar capital de maneira aleatória e proporcional nesses ativos. Como exemplo, se considerarmos um universo de ativos de 20 ações e tendo por objetivo alocar um montante de capital de R\$ 10.000 em 10 ações, o investidor deve selecionar 10 ações de maneira aleatória, dentre as 20 ações disponíveis, e alocar uma proporção aleatória dos R\$ 10.000 em cada uma das ações selecionadas.

Matematicamente, o modelo de alocação ingênua pode ser descrito pela seguinte equação:

$$W_j = 1/N \quad (7)$$

em que  $W_j$  = Proporção de um ativo J qualquer no portfólio; e N é o número de ativos do portfólio.

## 2.2 MODELO DE MÉDIA-VARIÂNCIA E ÍNDICE DE SHARPE

### 2.2.1 Teoria moderna do portfólio

Como exposto em Assaf Neto (2014), a Teoria Moderna do Portfólio, também conhecida como teoria/análise da média-variância, buscou oferecer um arcabouço matemático para seleção de portfólios eficientes.

O autor aponta que, por meio de uma análise de risco e retorno e uma estratégia de diversificação dos ativos presentes em uma carteira, Markowitz demonstrou que não somente os investidores podem aumentar o retorno de suas carteiras, mas também, diminuir o risco.

Nessa perspectiva, assim como aponta Zanini e Figueiredo (2005), a ideia proposta por Markowitz representou uma revolução acadêmica, uma vez que até então os investidores ou não consideravam o risco em suas decisões financeiras ou apenas consideravam métricas qualitativas de risco, somente levando em consideração o retorno das ações na tomada de decisão, de maneira a selecionar os ativos que ofereciam o maior retorno.

A partir do exposto por Markowitz, considerar somente o retorno dos ativos como métrica de seleção de portfólios é algo errôneo, pois o retorno a mais fornecido por um ativo X qualquer em relação a um ativo Y qualquer pode não ser atrativo, uma vez que esse retorno extra não é o suficiente para compensar o risco adicional que se está assumindo.

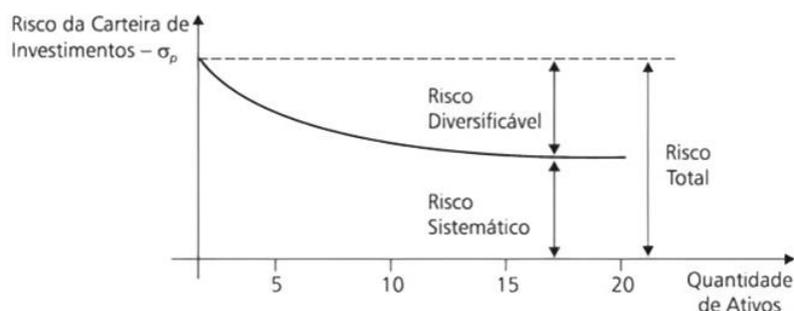
Como mencionado anteriormente, a segunda grande contribuição de Markowitz foi provar matematicamente os benefícios da diversificação. Assim como exposto por Zanini e Figueiredo (2005), embora atualmente a noção da importância da diversificação em portfólios de investimento seja um conceito bem estabelecido e

amplamente utilizado por gestores de ativos, no passado, esse conceito foi rejeitado até mesmo por acadêmicos de finanças.

Assaf Neto (2014) explica que o segredo para o sucesso dos portfólios diversificados se encontra na correlação (ou covariância). A partir da inclusão da correlação nos estudos de seleção de carteiras, é possível entender que a partir da adição em determinado portfólio de ativos que não possuem uma correlação perfeita entre si, de 1, é possível diminuir o risco diversificável do portfólio.

Vale ressaltar que a diversificação é uma ferramenta com utilidade limitada, já que ao passo que se inclui novos ativos na carteira, o benefício marginal que se obtém ao se adicionar esses novos ativos é decrescente, assim como demonstrado na FIGURA 1.

FIGURA 1 – Risco diversificável e sistêmico



Fonte: Assaf Neto (2014).

A partir de uma análise da FIGURA 1, é possível observar que o risco total de uma carteira, medido pelo desvio padrão ( $\sigma_p$ ), é resultado da soma dos riscos diversificável e não diversificável. O risco diversificável diminui conforme se adiciona novos ativos na carteira, de maneira que, após o benefício da diversificação se esgotar, dado que a adição de novos ativos representa uma diminuição decrescente do risco global da carteira, o risco da carteira será igual ao risco sistêmico, que por sua vez não pode ser diversificado.

Sendo assim, após a máxima diversificação possível de um portfólio, os investidores ainda irão se deparar com a existência do risco sistêmico, que é compreendido pelo risco de todo o mercado sofrer alterações, por exemplo, em decorrência de alterações macroeconômicas e políticas em um país ou no mundo.



dos ativos X e Y, é menor do que se investisse todo patrimônio no ativo X ou Y isoladamente.

A curva KZW, por sua vez, expressa a combinação de risco e retorno globais de uma carteira, composta pelos ativos X e Y e que possuem uma correlação de -1 entre si. Como a correlação é perfeitamente negativa, há uma combinação de ativos X e Y em que o risco diversificável atinge 0, sendo uma situação extrema analisada por Markowitz.

Além disso, considerando que os ativos X e Y sejam perfeitamente descorrelacionados ( $CORR = 0$ ), vale expor que ainda haveria benefícios ao se combinar esses dois ativos. Porém, nessa situação, a fórmula para o cálculo do risco da carteira será simplificada, como exposto na fórmula:

$$\sigma_p = [(\sigma_x^2 * W_x^2) + (\sigma_y^2 * W_y^2)]^{\frac{1}{2}} \quad (9)$$

em que  $\sigma_p$  é o desvio padrão da carteira;  $\sigma_x$  é o desvio padrão do ativo X;  $\sigma_y$  é o desvio padrão do ativo Y;  $W_x$  é a proporção de X na carteira; e  $W_y$  é a proporção de Y na carteira.

Vale destacar o ponto M na curva que se encontra no interior do triângulo KZW, que representa o ponto de menor risco global da carteira, dado uma certa combinação dos ativos X e Y, ponto esse também chamado de mínima-variância.

O ponto M representa o ponto ótimo na fronteira eficiente de Markowitz, de maneira que ele exerce dominância sobre quaisquer outros pontos existentes no gráfico, do ponto de vista da eficiente de alocação dos ativos X e Y. Para se calcular a combinação de X e Y que resulta no risco e retorno expressos pelo ponto M, deve-se calcular primeiro a porcentagem da composição de um dos ativos e depois subtrair esse valor de 1, para se encontrar a composição do outro ativo na carteira:

$$W_x = \frac{[\sigma_y^2 - (CORR_{X,Y} * \sigma_x * \sigma_y)]}{[(\sigma_x^2 + \sigma_y^2) - (2 * CORR_{x,y} * \sigma_x * \sigma_y)]} \quad (10)$$

em que  $W_x$  é a proporção de X na carteira;  $\sigma_y$  é o desvio padrão do ativo Y;  $CORR_{x,y}$  é a correlação entre os ativos X e Y; e  $\sigma_x$  é o desvio padrão do ativo X.

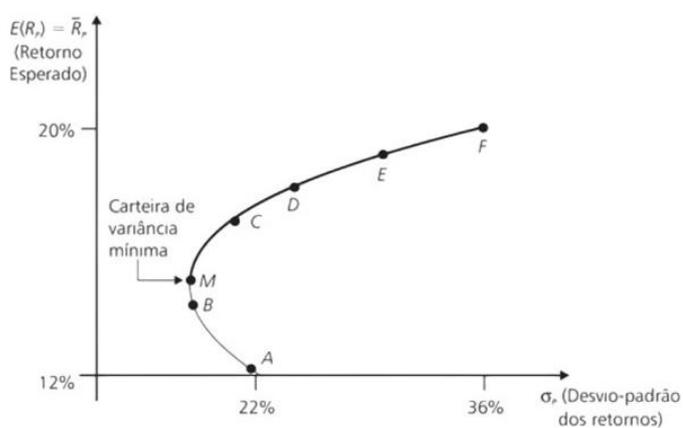
A partir disso:

$$W_y = 1 - W_x \quad (11)$$

em que  $W_y$  é a proporção de Y na carteira.

Graficamente, considerando a combinação de dois ativos (X e Y) com correlação maior que -1 e menor que 1, o ponto M pode ser melhor representado pela FIGURA 3.

FIGURA 3 - Fronteira Eficiente de Markowitz



Fonte: Assaf Neto (2014).

Referente à FIGURA 3, uma análise importante é a de que um investidor racional somente iria alocar recursos na combinação dos ativos X e Y que constam do ponto M ao ponto F na curva acima, segmento de curva conhecido como fronteira eficiente de Markowitz, já que os pontos de M a A são ineficientes, haja visto que possuem correspondentes melhores que representem o mesmo risco global da carteira, porém com possibilidade de maior retorno.

Frente ao exposto, além do modelo de 2 ativos apresentado acima, Assaf Neto (2014) apresenta e analisa também o modelo de múltiplos ativos em uma mesma carteira. Um portfólio composto por múltiplos ativos segue a mesma lógica apresentada acima, de maneira que a inclusão de mais de dois ativos na carteira, ou seja, aumento da diversificação, possibilita um aumento ainda maior do retorno e uma maior diminuição do risco, considerando ativos com correlação menor do que 1.

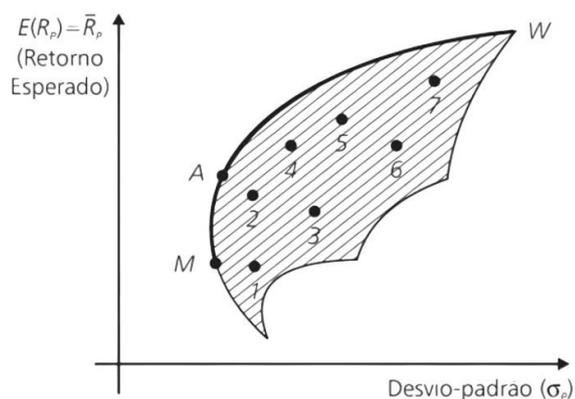
Por conseguinte, a fórmula que descreve o risco global de um portfólio de  $n$  ativos (2 ou mais), com base no trabalho de Markowitz, é descrita por:

$$\sigma_P = \left[ \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n W_i W_j \text{CORR}_{i,j} \sigma_i \sigma_j \right]^{\frac{1}{2}} \quad (12)$$

em que  $\sigma_P$  é o desvio padrão da carteira;  $n$  é o número de ativos no portfólio;  $W_i$  é a proporção do ativo  $i$  na carteira;  $W_j$  é a proporção do ativo  $j$  na carteira;  $\text{CORR}_{i,j}$  é a correlação entre os ativos  $i$  e  $j$ ;  $\sigma_i$  é o desvio padrão da carteira  $i$ ; e  $\sigma_j$  é o desvio padrão da carteira  $j$ .

Graficamente, a relação de risco e retorno de uma carteira composta por  $n$  ativos pode ser descrita pela FIGURA 4.

FIGURA 4 - Conjunto de combinações para  $n$  ativos



Fonte: Assaf Neto (2014).

Mesmo frente a uma maior quantidade de possibilidades de combinação, os pontos mais eficientes continuam estando ao longo do segmento de curva que vai do ponto  $M$  ao  $W$ , sendo essa a fronteira eficiente usada por investidores racionais para suas tomadas de decisão, no que tange a seleção de carteiras ótimas. Por questões de exemplificação, ao comparar o ponto 2, que reside na área sombreada, e o ponto  $A$ , que reside ao longo da fronteira eficiente, o ponto  $A$  oferece um maior retorno e um menor risco, sendo, portanto, mais atrativo.

### 2.2.2 Portfólios compostos por ativos livre de risco e com risco

A partir da concepção de risco de uma carteira diversificada apresentada por Markowitz, Assaf Neto (2014) apresenta uma análise da combinação de ativos livres de risco com ativos com risco. Considerando uma carteira em que há dois ativos, um livre de risco e outro com risco, a fórmula para cálculo do risco da carteira se resume ao risco do ativo com risco ponderado pela sua composição na carteira, como demonstrado na seguinte fórmula:

$$\sigma_p = W_x * \sigma_x \quad (13)$$

em que  $\sigma_p$  é o desvio padrão da carteira;  $W_x$  é a proporção do ativo X na carteira; e  $\sigma_x$  é o desvio padrão dos retornos do ativo X.

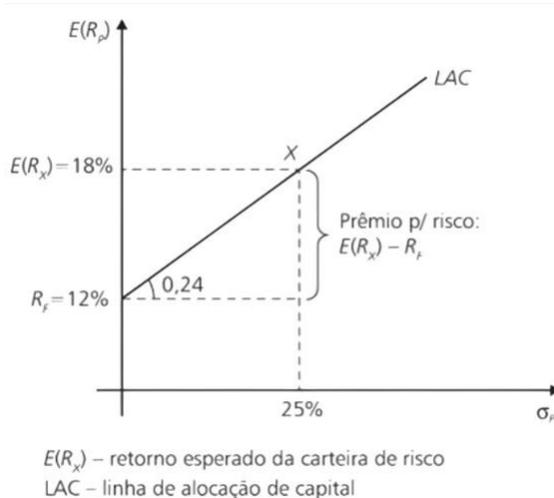
Já a taxa de retorno dessa carteira pode ser descrita por:

$$E(R_p) = (y * R_x) + (1 - y) * R_y \quad (14)$$

em que  $E(R_p)$  é o retorno da carteira;  $Y$  é a proporção da carteira investida no ativo com risco;  $R_x$  é o retorno do ativo com risco;  $(1-y)$  é a proporção investida no ativo livre de risco; e  $R_f$  é o retorno do ativo livre de risco.

Ao elaborar um gráfico que compara o retorno de um portfólio, composto por um ativo livre de risco e por um ativo com risco, em relação ao risco assumido, o resultado será conforme a FIGURA 5.

Figura 5 - Gráfico da Linha de Alocação de Capital (LAC)



Fonte: Assaf Neto (2014).

A origem da reta na FIGURA 5 representa um portfólio que somente possui um ativo sem risco (desvio padrão da carteira igual a zero) e um retorno hipotético esperado de 12%. Já o ponto X, representa um portfólio que possui 100% de seu capital alocado em um ativo com risco de 25% e retorno de 18%. Ao combinar esses dois ativos em um portfólio, o investidor pode esperar uma relação de risco e retorno que varia entre 0% e 25% para o risco e 12% a 18% para o retorno, sendo representada pelo segmento que vai de  $R_f$  a X.

A inclinação da reta acima, conhecida no mercado financeiro como Índice de Sharpe, é dada pela equação:

$$\text{Índice de Sharpe} = \frac{R_x - R_f}{\sigma_x} \quad (15)$$

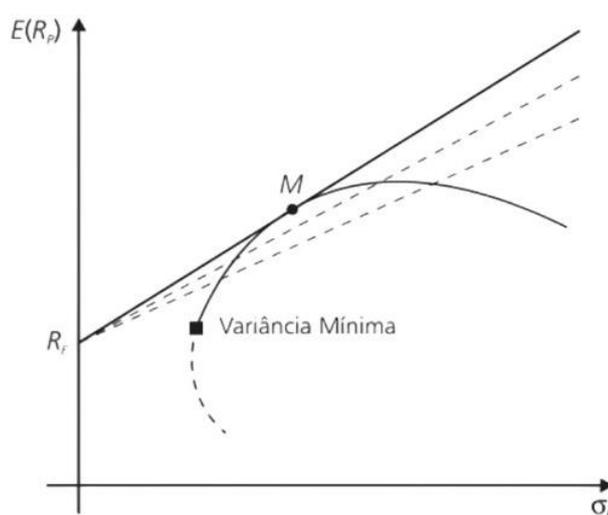
em que Índice Sharpe é o coeficiente angular da reta;  $R_x$  é o retorno do ativo com risco;  $R_f$  é o retorno do ativo livre de risco; e  $\sigma_x$  é o desvio padrão do ativo X.

A equação da inclinação da reta apresentada acima descreve de maneira marginal o quanto o investidor em questão ganha de retorno em seu portfólio ao adicionar mais risco, conforme ele altera a composição entre o ativo X e Y em sua carteira.

Logo, a curva que apresenta as possibilidades de retorno esperado frente ao risco assumido, a partir das múltiplas combinações em uma carteira de um ativo livre de risco com um ativo com risco, é chamada de linha de alocação de capital (LAC).

Nessa perspectiva, assim como descrito por Assaf Neto (2014), faz-se necessário discutir a interação da fronteira eficiente com a curva LAC, tendo por intuito a seleção de carteiras compostas por ativos livre de risco e com risco. Uma vez que se assume que o investidor em questão pretende compor sua carteira com livre de risco e com risco, uma forma de encontrar a carteira ótima é estabelecendo como ponto maximizador do investidor o ponto de tangência entre a curva LAC e a fronteira eficiente, assim como demonstrado na FIGURA 6 pelo ponto M.

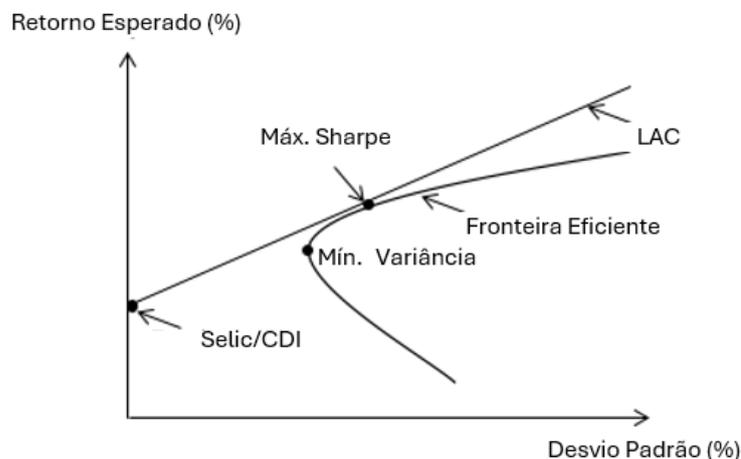
FIGURA 6 – Fronteira eficiente para um ativo com risco e um livre de risco



Fonte: Assaf Neto (2014).

Por último, assim como apresentado por Bodie, Kane e Marcus (2014), vale destacar que, além da ponderação de risco e retorno, como já mencionado, os investidores devem levar em consideração a sua aversão ao risco, para que saibam em que ponto da curva LAC devem alocar seu capital, podendo não ser no ponto M, uma vez que esse ponto pode representar um risco demasiado e que não maximiza a utilidade do investidor.

FIGURA 7 – Pontos maximizadores em carteira com ativos livre de risco e com risco



Fonte: Elaboração própria.

Assim como apresentado pela FIGURA 7 e explicado anteriormente, embora o ponto representado pelo encontro da curva LAC e da fronteira eficiente expresse a melhor relação de risco e retorno possível, pode ser que esse ponto esteja acima do ponto em que a curva de indiferença do investidor interage com a curva LAC, o que representa um ponto de alocação muito arriscado, dado a curva de indiferença desse investidor.

Uma vez que isso ocorre, já que o investidor em questão possui um perfil de risco que enxergue o ponto de maximização do IS como muito arriscado, o ponto que apresenta o encontro da curva LAC com a curva de indiferença do investidor, representará o ponto de alocação ótima (ponto de maximização da utilidade).

### 2.2.3 Testes empíricos conduzidos no Brasil e mundo

Diversos pesquisadores buscaram compreender a aplicabilidade e eficiência do modelo de Markowitz no Brasil e ao redor do mundo. A seguir, as principais pesquisas analisadas serão expostas em ordem cronológica de publicação.

Hieda e Oda (1999) realizaram um estudo para verificar a aplicação do modelo de Markowitz em dados do mercado acionário brasileiro, utilizando como parâmetro de maximização das carteiras o Índice de Sharpe e baseado nos dados históricos das cotações diárias das 20 ações com maior peso na carteira teórica do Índice Bovespa, entre os anos de 1994 e 1998. Ainda, para fins de controle/comparação, a carteira

otimizada foi comparada ao IBOV e a uma carteira de diversificação ingênua (portfólio 1/N).

As análises foram repetidas em períodos quadrimestrais, de acordo com a nova composição do IBOV. Os autores verificaram que, de forma geral, a carteira otimizada não superou o desempenho do IBOV, além de também ter sido inferior à estratégia de diversificação ingênua. Mesmo frente ao resultado negativo anteriormente mencionado, o estudo foi capaz de constatar que a estratégia de maximização através do modelo de Markowitz e Índice Sharpe apresentou carteiras com risco inferior em relação às carteiras de seleção ingênua em quase todos os quadrimestres, apresentando, inclusive, risco inferior ao do IBOV em alguns dos períodos, de maneira que, a carteira de diversificação ingênua, apresentou maior risco que os demais métodos estudados.

Tendo por finalidade analisar modelos que sejam capazes de replicar o índice de renda variável de referência (Ibovespa), Hua Sheng e Saito (2002) analisaram a efetividade e eficiência de quatro modelos. Os métodos incluíram o modelo de Markowitz e suas derivações. Para isso, os autores também utilizaram dados do Ibovespa entre os anos de 1994 e 1998, assim como fez Hieda e Oda (1999). A partir do estudo, os autores concluíram que não existe um modelo que fosse capaz de replicar o Índice Bovespa com consistência, tendo os modelos apresentado méritos e limitações. Os pesquisadores ainda destacam que o ambiente de instabilidade econômica da época e elevada concentração de algumas ações no Índice Ibovespa prejudicaram o desempenho dos modelos. Os autores também chamaram a atenção para o fato de que o tamanho (número de ativos selecionados) das carteiras e frequência dos balanceamentos pode afetar a eficiência dos modelos.

Logo, segundo os pesquisadores, ao aplicar o modelo de Markowitz e suas derivações no mercado brasileiro de ações, os gestores de portfólio devem levar em consideração o número de ações nos portfólios, o cenário econômico, a volatilidade do mercado, a frequência dos balanceamentos, surgimento de novas ações, assim como outros fatores conjunturais.

Portanto, os autores concluem que a validade desses modelos não depende somente de sua correta aplicação, mas também da capacidade dos gestores de lidar com os vários fatores que influenciam esses modelos.

Zanini e Figueiredo (2005) testaram o modelo de Markowitz e de Sharpe no mercado acionário brasileiro, a partir de dados que vão de 1995 a 2000. O estudo

elaborou diversos portfólios a partir dos modelos de Markowitz e Sharpe, de modo a rebalancear as carteiras mensalmente de 95 a 2000 (60 meses). Para que pudessem controlar o experimento e determinar a real efetividade dos modelos, os autores ainda elaboraram carteiras ingênuas (portfólio 1/N) para o mesmo período estudado.

Ao analisar os resultados das carteiras elaboradas, os autores afirmam que ambos os modelos performaram de forma similar, não podendo se dizer que um modelo seja superior ao outro. De modo que, como o modelo de Sharpe é um modelo mais simples, assim como será exposto, o modelo se mostra atraente aos investidores, uma vez que foi capaz de apresentar uma performance semelhante ao modelo de média-variância, mesmo sendo um método mais conciso.

Ainda, os autores relatam que ao comparar os dois modelos com o desempenho do Ibovespa (índice de referência de renda variável) e com o desempenho da carteira 1/N, ficou claro que o resultado dos modelos foi similar ao resultado do índice e da carteira ingênua.

Logo, os autores afirmam que os modelos de Sharpe e Markowitz se demonstraram incapazes de bater o mercado ou a carteira 1/N. A respeito disso, os autores afirmam que a incorporação de outros fatores aos modelos utilizados e a aplicação dos modelos em um prazo maior poderiam ser fatores que, em conjunto, demonstrassem a maior eficiência desses modelos, em relação ao índice de mercado e a diversificação ingênua.

Além do exposto, os autores ainda ressaltam que não foi possível auferir vantagem ao aplicar os modelos no curto, médio, ou longo prazo, de maneira a afirmar que independentemente do prazo escolhido, o desempenho dos modelos foi similar, tendo como base uma comparação entre si, com o índice ou com o portfólio 1/N.

Por último, os autores ainda destacam, a partir de uma revisão da bibliografia, que, embora existam divergências quanto ao número de ativos que um portfólio deve possuir, os trabalhos analisados observam que conforme se adiciona mais ativos ao portfólio, o benefício da diversificação diminui. Logo, os portfólios devem contar com algo em torno de 8 a 14 ativos, sendo que uma quantidade maior de ativos pode gerar resultados conflitantes ou ainda perdas, devido ao aumento dos custos de transação.

DeMiguel, Garlappi e Uppal (2009) compararam 14 modelos de otimização de carteiras (diversificação otimizada), dentre eles o modelo de Markowitz e seus derivados, com a carteira 1/N (diversificação ingênua), tendo por objetivo

compreender se esses modelos são efetivamente eficientes ou se a mera diversificação aleatória seria uma melhor escolha para os investidores racionais.

A partir da utilização de dados reais do mercado americano de ativos e dados simulados, os autores concluem que nenhum dos modelos foi capaz de superar a performance da diversificação ingênua, tendo como base o Índice de Sharpe, o *certainty-equivalent return* (CEQ) e o turnover dos ativos.

Assim, os pesquisadores afirmam que um portfólio com 25 ativos otimizados pela média-variância levaria 3.000 meses para superar o desempenho da carteira ingênua, e que esse prazo pularia para 6.000 meses caso se aumentasse a quantidade de ativos da carteira para 50 ativos, o que sugere que, no longo prazo, a carteira 1/N sempre supera as demais estratégias avaliadas.

A partir disso, os pesquisadores indicam que, uma vez que a maioria dos trabalhos que estuda a otimização de carteiras analisa o desempenho de modelos de otimização durante uma janela de tempo de 60-120 meses, esses estudos deveriam considerar estudar períodos mais estendidos, para que de fato se verificasse a eficiência ou não dos modelos, uma vez que os modelos em questão costumam superar a diversificação ingênua e se demonstrarem eficientes somente no longuíssimo prazo. Dado o exposto, os autores ressaltam a importância de se comparar o desempenho do modelo de Markowitz e seus derivados com carteiras 1/N e não somente com índices de renda fixa e variável, comumente usados.

A partir de uma revisão do trabalho publicado por DeMiguel, Garlappi e Uppal (2009), Kirby e Ostdiek (2012) sugerem que o resultado negativo encontrado pelos autores, em relação ao modelo de Markowitz e suas derivações, é decorrente da metodologia utilizada pelos autores em 2009, que focalizada em portfólios sujeitos a altos riscos de estimação e de turnover. Após uma revisão, a dupla de autores verificou que a estratégia de média-variância frequentemente supera a diversificação ingênua, mas os custos transacionais em portfólios com elevado turnover acabam corroendo os ganhos em retorno.

Rubesam e Beltrame (2013) investigam a aplicação da estratégia de mínima-variância de Markowitz no mercado acionário brasileiro, comparando o desempenho dos portfólios elaborados com o desempenho da carteira de mercado representada pelo Índice Bovespa, da carteira diversificada ingenuamente (1/N), da carteira que maximiza o Índice de Sharpe e da carteira que maximiza a média geométrica dos retornos.

Além das diferentes estratégias de composição, também foram utilizados diferentes métodos para estimação da matriz de covariância, utilizando desde métodos simples como a matriz de covariância condicional até modelos condicionais da matriz de covariância, como o modelo DCC-GARCH multivariado de Engle & Sheppard (2002).

Para realização da pesquisa, os autores utilizaram dados de todas as ações negociadas na B3 entre junho de 1998 e junho de 2011. Os resultados mostraram que as carteiras de mínima-variância apresentaram resultados superiores a todas outras estratégias de investimento, tanto em termos de retorno médio, volatilidade e desempenho ajustado ao risco.

Além disso, vale ressaltar que os métodos mais simples de estimação de matrizes de covariância geraram melhores resultados. Ainda, vale destacar que o estudo foi capaz de obter melhores resultados, no mercado brasileiro, ao otimizar carteiras utilizando-se da teoria de Markowitz do que ao otimizar carteiras de maneira aleatória (carteira 1/N).

Por fim, o estudo ainda analisou a aplicação da teoria de Markowitz a partir de uma estratégia de alavancagem. Os autores demonstraram que, embora a carteira que adotou uma estratégia *long-only* (carteira investida somente em ações à vista) se demonstrou eficiente, a carteira alavancada apresentou um resultado ainda melhor e mais vantajoso para os investidores racionais.

Frente aos estudos empíricos analisados, com dados do mercado brasileiro e estrangeiro de ativos, nota-se a ausência de um consenso quanto aos benefícios significativos para os investidores decorrentes da otimização de carteiras, quando se compara carteiras otimizadas a partir de modelos matemáticos e carteiras de otimização ingênua (1/N) ou ainda quando se compara os portfólios diversificados elaborados com outras formas de investimento e índices de referência.

Isso ocorre, dado que, a depender da metodologia utilizada, dos períodos analisados, dos diversos fatores levados em consideração, como condições macroeconômicas e políticas e do tamanho e qualidade das amostras utilizadas, os pesquisadores podem encontrar dados conflitantes, que corroborem ou desbanquem as estratégias de otimização de portfólios avaliados.

Portanto, diante do exposto, é possível dizer que diversos pesquisadores, brasileiros e estrangeiros, foram capazes de indicar um forte indício de eficácia do modelo de média-variância de Markowitz e suas derivações, o que, mesmo frente às

pesquisas que negam a eficácia desses modelos- uma vez que são amplamente utilizados e testados pelo mercado, faz-se necessário estudá-los e realizar novas pesquisas, para que se possa avançar com o campo de gestão de portfólios.

### 3 BASE DE DADOS E APLICAÇÃO DOS MODELOS

#### 3.1 Estratégia de investimento adotada

Assim como apontado por Assaf Neto (2014), agentes econômicos, sejam eles indivíduos ou gestores de capital, possuem uma vasta gama de classes de ativos e estratégias de investimento para alocarem seu capital.

Os ativos no geral podem ser divididos em duas classes. Ativos de renda fixa, como títulos do governo ou debêntures, produtos financeiros mais estáveis, que apresentam retornos atrelados a *benchmarks* e rentabilidade previsível e ativos de renda variável, como ações, fundos de investimento e derivativos, sendo produtos que apresentam maior volatilidade em sua marcação a mercado e rentabilidade imprevisível, podendo inclusive apresentar rentabilidade igual a zero ou inferior.

Assim como apontado por Bodie, Kane e Marcus (2014), o trabalho de um gestor de ações pode ser dividido em 3 principais funções: 1) Administração das tarefas burocráticas e operacionais do fundo, como gerir colaboradores e verificar se o fundo está seguindo as diretrizes dos órgãos regulatórios; 2) Definição da estratégia de investimento e gestão das carteiras do fundo; e 3) Comunicação contínua com os investidores do fundo.

A função de elaboração de uma estratégia de investimentos, consiste em, dado um determinado universo de ativos restrito, estabelecer parâmetros para selecionar os produtos financeiros que ofereçam a melhor relação de risco e retorno. Após selecionar os melhores ativos, cabe ao gestor construir portfólios eficientes que otimizem a carteira do fundo, alocando de forma diversificada o capital do fundo.

O presente trabalho concentrou-se em estudar e aplicar de maneira teórica a função 2 de um gestor descrita acima, tendo elaborado uma estratégia de investimentos que simulasse o processo decisório de um gestor de capital responsável pela alocação e otimização de um fundo de investimento em ações, em meio a pandemia do COVID-19.

A TABELA 2 apresenta os principais critérios adotados para seleção das ações, bem como as motivações para adoção destes critérios.

Tabela 2 – Critérios para seleção de ações

Critério	Justificativa
<b>TMA = Selic</b>	<p>A TMA, assim como apontado por Assaf Neto (2014), é a taxa mínima de atratividade que um investimento deve apresentar para que possa ser considerado como viável por um gestor de investimentos.</p> <p>Como exposto anteriormente, um investidor ao alocar capital em títulos públicos atrelados à taxa básica de juros da economia, está obtendo rentabilidade positiva a risco zero.</p> <p>Logo, qualquer estratégia de investimentos em ações, deveria levar em conta a taxa livre de risco da economia, a Selic, como parâmetro, uma vez que não é racional investir capital em um ativo com risco que apresente um retorno inferior ao da Selic.</p>
<b>Ações devem pertencer ao Índice Bovespa</b>	<p>O Índice Bovespa contempla as ações mais negociadas e relevantes da B3.</p> <p>Para fazer parte do índice, as ações precisam apresentar principalmente as seguintes características: 1) Altos níveis de liquidez; 2) Fortes parâmetros de governança corporativa; 3) Não apresentarem dificuldades financeiras; 4) Não estarem envolvidas em disputas judiciais que possam colocar os acionistas em risco e 5) Não serem consideradas <i>Penny Stocks</i>, ações cujo preço médio é inferior a R\$ 1,00.</p> <p>O Índice Ibovespa, portanto, apresentasse como uma pré-seleção relevante de ações interessante, uma vez que desconsidera ações pouco atrativas e que poderiam oferecer retornos instáveis.</p>
<b>Ações devem apresentar retornos acima da Selic em janelas de tempo curtas e longas</b>	<p>Com o objetivo de obter retornos positivos no longo prazo, mesmo frente a cenários adversos, as ações selecionadas devem ter apresentado retornos anuais médios (CAGR) acima da Selic não somente no curto prazo, mas também no médio e longo prazo.</p> <p>Esse critério se mostra importante, uma vez que inúmeras ações apresentam picos de rentabilidade e vales de prejuízo.</p>

Fonte: Elaboração própria.

Por um lado, os critérios acima são vantajosos, uma vez que propiciam a seleção de um universo de ações “vencedor”, ao selecionar apenas ações que apresentem retornos acima do *benchmark* de renda fixa e com retornos médios mais estáveis ao longo do tempo.

Contudo, ao ignorar empresas com problemas financeiros ou de ordem jurídica e somente selecionar as melhores ações de cada um dos setores da bolsa, os portfólios elaborados estariam ignorando ações que potencialmente poderiam se recuperar em anos seguintes. Assim como apontado por Bodie, Kane e Marcus (2014), por exemplo, fundos de *distressed assets* como os da renomada gestora

*Oaktree Capital Management*, adotam critérios de investimento opostos aos adotados neste trabalho, ao investir em ações instáveis, com problemas de diversas ordens e com histórico de retornos pouco atrativo, de modo a, mesmo assim, apresentar uma relação de risco e retorno melhor do que a média dos fundos tradicionais.

Se por um lado os critérios adotados possam tornar o resultado deste trabalho um tanto viesado, por outro lado, a abordagem se apresenta como mais tradicional e busca estruturar um portfólio que seja mais avesso ao risco, uma vez que o período de otimização já é de extrema instabilidade.

Por fim, vale salientar que existem parâmetros e modelagens mais modernos sendo trabalhadas na academia científica de finanças nos últimos anos, de modo que este trabalho busca testar uma abordagem já um tanto defasada para períodos recentes.

### 3.2 Universo de ativos e período selecionados

Por meio da utilização do pacote *GetDFPData2* no software R e da base de dados do Yahoo Finance, desenvolvido por Perlin (2021), coletou-se as informações de todas as ações que já foram listadas na B3 desde sua concepção, sendo as informações tanto de empresas ativas quanto referente a empresas que já saíram da bolsa. Isso resultou em um total de 2.586 ações. A partir de uma filtragem realizada na base de dados, somente 783 empresas encontram-se ativas, dessas somente 710 encontram-se operacionais e sem problemas financeiros e dessas somente 330 são negociadas no mercado de bolsa, de modo que, foram excluídas as ações que são negociadas pelo mercado de balcão, por ser um mercado de pouca liquidez e, portanto, difícil investimento.

Para realização da presente monografia, foi analisado o comportamento do retorno e risco das ações selecionadas de 2008 a 2017 (10 anos), para que fosse possível elaborar portfólios de investimento eficientes de 2018 a 2022 (5 anos). O período de 10 anos selecionado é oportuno, pois contempla momentos de prosperidade e instabilidade da bolsa brasileira, fazendo com que seja possível observar as oscilações de risco e retorno das ações selecionadas, e assim alocar o capital de maneira eficiente de 2018 a 2022, com base na performance passada das ações selecionadas.

Dado que o montante de 330 ações ofereceria um desafio injustificável do ponto de vista operacional, uma vez que a partir de uma certa quantia de ações não há mais benefícios ao se diversificar, assim como observado por Assaf Neto (2014), uma nova seleção foi realizada para que fosse possível otimizar os esforços empregados. Desse modo, das 330 ações restantes, foram selecionadas apenas as ações que constam no atual índice BOVESPA da B3 (2024) e não estavam com nenhum tipo aparente de problema de ordem financeira ou de governança. Nessa perspectiva, para uma primeira análise, 49 ações foram avaliadas.

Para a construção de portfólios eficientes, utilizou-se como referência a taxa livre de risco (Selic) média de 2018 a 2022, que foi de cerca de 8,3%. De modo que, somente ações que ofereceram retornos anuais médios (CAGR) superiores à taxa livre de risco média definida (8,3%) ao longo dos períodos de 2008 a 2012 e 2008 a 2017, foram selecionadas, o que resultou em um montante final de 8 ações da B3. A TABELA 3 apresenta as 8 ações selecionadas para esse trabalho.

Tabela 3 - Ações selecionadas

<b>Ticker</b>	<b>Empresa</b>	<b>Setor</b>	<b>CAGR 08-12</b>	<b>CAGR 08-17</b>
<b>ALPA3.SA</b>	Alpargatas	Textil e Vestuário	25,89%	15,59%
<b>CCRO3.SA</b>	CCR	Transporte e Logística	23,09%	14,08%
<b>CPFE3.SA</b>	CPFL Energia	Energia Elétrica	13,22%	9,01%
<b>EZTC3.SA</b>	EZTEC	Construção	42,79%	22,59%
<b>LREN3.SA</b>	Renner	Textil e Vestuário	20,92%	21,57%
<b>SBSP3.SA</b>	Sabesp	Saneamento	20,23%	13,89%
<b>TOTS3.SA</b>	TOTVS	Telecomunicações e TI	32,51%	14,05%
<b>UGPA3.SA</b>	Ultrapar	Petróleo e Gás	25,13%	18,81%

Fonte: Elaboração própria.

Para coleta do preço das ações e posterior cálculo do rendimento, o pacote *yfR* do R, desenvolvido também por Perlin (2021), foi utilizado. O pacote retorna não somente os preços de (*high*, *low* e *close*), mas também os preços ajustados dessas ações para o período. O preço ajustado corrige o preço histórico frente a possíveis eventos acionários que tenham ocorrido.

Por fim, das 8 ações selecionadas, todas são ordinárias (3) e seus preços pertencentes ao mercado de lote inteiro. Dessas, embora tenham apresentado um retorno anual médio (CAGR) em média de 16,20% a.a. de 2008 a 2017, somente 3 delas apresentaram retorno positivo de 2018 a 2022, conforme TABELA 4.

Tabela 4 - Ações selecionadas (CAGR 18-22)

<b>Ticker</b>	<b>Empresa</b>	<b>Setor</b>	<b>CAGR 18-22</b>
<b>ALPA3.SA</b>	Alpargatas	Textil e Vestuário	-1,11%
<b>CCRO3.SA</b>	CCR	Transporte e Logística	-4,33%
<b>CPFE3.SA</b>	CPFL Energia	Energia Elétrica	16,60%
<b>EZTC3.SA</b>	EZTEC	Construção	-3,25%
<b>LREN3.SA</b>	Renner	Textil e Vestuário	-5,58%
<b>SBSP3.SA</b>	Sabesp	Saneamento	12,78%
<b>TOTS3.SA</b>	TOTVS	Telecomunicações e TI	21,98%
<b>UGPA3.SA</b>	Ultrapar	Petróleo e Gás	-4,14%

Fonte: Elaboração própria.

A seguir, será exposto o resultado da construção de 3 carteiras de investimentos eficientes, que seguem as teorias de Markowitz e Sharpe, bem como a construção da carteira de diversificação ingênua (1/N). Dessa maneira, será possível observar a eficiência desses modelos em possibilitar retorno a seus investidores, mesmo frente a oscilações altas do mercado brasileiro de ações.

### 3.3 Construção dos Portfólios Eficientes (2008-2017)

Após selecionar as ações a serem utilizadas neste trabalho e delimitar o período de trabalho, assim como sugerido por Bodie, Kane e Marcus (2014) e apresentado no capítulo 2 desta monografia, 3 pacotes do Microsoft Excel, 1) Pacote de Análise de Dados, 2) Pacote Solver e 3) Pacote de Teste de Hipóteses e duas funções do Microsoft Excel, 1) Função de Multiplicação de matrizes (MATRIZ.MULT) e 2) Função para Transposição de Matrizes (TRANSPOR), foram utilizados para construção dos seguintes portfólios eficientes: 1) Portfólio de Mínima-Variância, 2) Portfólio maximizado pelo Índice-Sharpe e 3) Portfólio maximizado pela LAC. Por fim, utilizou-se também a função geradora de números aleatórios (ALEATÓRIO()) para construção do portfólio 1/N.

Primeiramente, organizou-se os retornos médios anuais de cada uma das 8 ações, como apresentado na TABELA 5.

Tabela 5 - Retornos anuais médios das ações selecionadas (08-17)

<b>Ticker</b>	<b>2008</b>	<b>2009</b>	<b>2010</b>	<b>2011</b>	<b>2012</b>
<b>ALPA3.SA</b>	-75,31%	167,10%	70,85%	-2,04%	20,91%
<b>CCRO3.SA</b>	-8,34%	70,69%	6,59%	14,28%	3,14%
<b>CPFE3.SA</b>	9,81%	25,77%	2,53%	20,19%	3,83%
<b>EZTC3.SA</b>	-7,21%	22,05%	-3,66%	34,70%	-0,75%
<b>LREN3.SA</b>	-70,75%	303,45%	2,56%	59,20%	10,10%
<b>SBSP3.SA</b>	-32,22%	30,55%	-0,48%	32,16%	5,65%
<b>TOTS3.SA</b>	-24,92%	206,26%	2,63%	49,13%	0,07%
<b>UGPA3.SA</b>	-0,45%	1,41%	0,00%	-12,48%	0,00%

<b>Ticker</b>	<b>2013</b>	<b>2014</b>	<b>2015</b>	<b>2016</b>	<b>2017</b>
<b>ALPA3.SA</b>	-1%	-30%	46%	-8%	76%
<b>CCRO3.SA</b>	4,77%	0,41%	63,80%	6,91%	-9,29%
<b>CPFE3.SA</b>	24,67%	3,04%	-7,68%	-5,31%	-6,88%
<b>EZTC3.SA</b>	16,84%	3,53%	15,69%	3,76%	12,68%
<b>LREN3.SA</b>	10,77%	9,24%	52,85%	3,97%	11,44%
<b>SBSP3.SA</b>	16,18%	7,62%	65,19%	3,06%	-15,83%
<b>TOTS3.SA</b>	-3,11%	-4,37%	32,92%	2,84%	-11,74%
<b>UGPA3.SA</b>	160,25%	7,65%	31,27%	4,79%	21,50%

Fonte: Elaboração própria.

Em um segundo momento, realizou-se a construção da matriz de covariância dos retornos das ações, utilizando-se o pacote de Análise de Dados do Microsoft Excel, assim como demonstrado na TABELA 6.

Tabela 6 - Matriz de covariância das ações selecionadas (08-17)

	<b>ALPA3,SA</b>	<b>CCRO3,SA</b>	<b>CPFE3,SA</b>	<b>EZTC3,SA</b>
<b>ALPA3,SA</b>	0,409074	0,110244	0,00991	0,028324
<b>CCRO3,SA</b>	0,110244	0,072112	0,006428	0,015857
<b>CPFE3,SA</b>	0,00991	0,006428	0,014516	0,007011
<b>EZTC3,SA</b>	0,028324	0,015857	0,007011	0,015203
<b>LREN3,SA</b>	0,488659	0,202734	0,054046	0,06606
<b>SBSP3,SA</b>	0,060875	0,055985	0,003727	0,020602
<b>TOTS3,SA</b>	0,305354	0,138994	0,040445	0,04295
<b>UGPA3,SA</b>	-0,02665	-0,00751	0,018463	0,010194

	<b>LREN3,SA</b>	<b>SBSP3,SA</b>	<b>TOTS3,SA</b>	<b>UGPA3,SA</b>
<b>ALPA3,SA</b>	0,488659	0,060875	0,305354	-0,02665
<b>CCRO3,SA</b>	0,202734	0,055985	0,138994	-0,00751
<b>CPFE3,SA</b>	0,054046	0,003727	0,040445	0,018463
<b>EZTC3,SA</b>	0,06606	0,020602	0,04295	0,010194
<b>LREN3,SA</b>	0,884086	0,12636	0,590004	-0,04967
<b>SBSP3,SA</b>	0,12636	0,066154	0,081463	0,016265
<b>TOTS3,SA</b>	0,590004	0,081463	0,406063	-0,05394
<b>UGPA3,SA</b>	-0,04967	0,016265	-0,05394	0,227837

Fonte: Elaboração própria.

Em seguida, utilizou-se os pacotes de Teste de Hipóteses e Solver do Microsoft Excel para simular múltiplos portfólios possíveis, no total de 20 cenários, variando-se as métricas de retorno esperado, risco do portfólio, índice-sharpe e modificando a proporção das 8 ações disponíveis para maximização do retorno e minimização do risco da carteira, em cada um dos cenários simulados. O resultado dessa simulação encontra-se na TABELA 7.

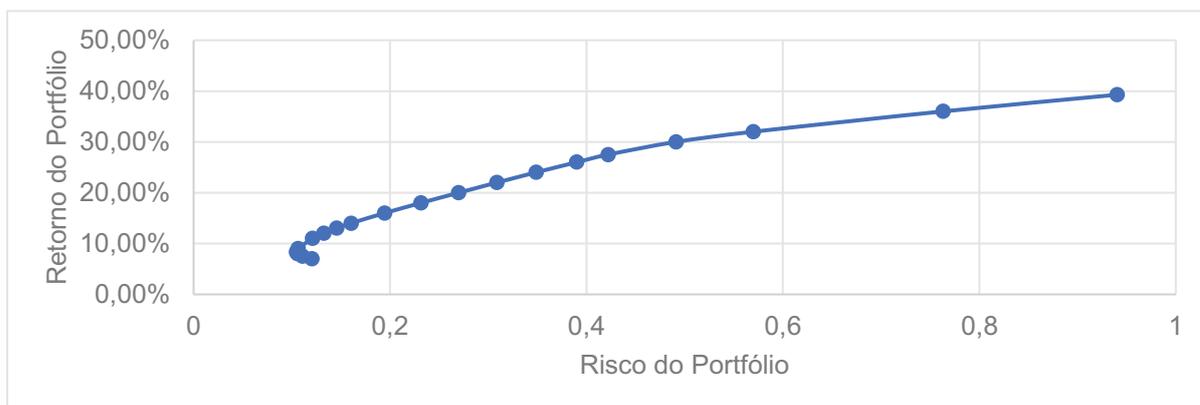
Tabela 7 – 20 Portfólios Simulados (08-17)

<i>Ticker / Estatísticas</i>	<i>Pesos</i>	<i>Pesos</i>	<i>Pesos</i>	<i>Pesos</i>	<i>Pesos</i>
ALPA3,SA	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
CCRO3,SA	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	4,53%
CPFE3,SA	99,89%	81,80%	63,71%	52,19%	43,41%
EZTC3,SA	0,11%	18,20%	36,29%	47,81%	50,44%
LREN3,SA	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
SBSP3,SA	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
TOTS3,SA	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
UGPA3,SA	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	1,62%
<b>DP do Portfólio</b>	<b>0,120414952</b>	<b>0,110923993</b>	<b>0,105526891</b>	<b>0,104534483</b>	<b>0,106177102</b>
<b>Retorno do Portfólio</b>	<b>7,00%</b>	<b>7,50%</b>	<b>8,00%</b>	<b>8,32%</b>	<b>9,00%</b>
<b>Índice Sharpe</b>	<b>-11%</b>	<b>-7%</b>	<b>-3%</b>	<b>0%</b>	<b>7%</b>
ALPA3,SA	1,02%	2,35%	3,68%	5,45%	8,59%
CCRO3,SA	13,10%	15,86%	18,62%	21,69%	26,54%
CPFE3,SA	22,99%	13,91%	4,82%	0,00%	0,00%
EZTC3,SA	54,48%	56,26%	58,04%	54,58%	38,20%
LREN3,SA	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	1,29%
SBSP3,SA	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
TOTS3,SA	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
UGPA3,SA	8,41%	11,62%	14,84%	18,28%	25,39%
<b>DP do Portfólio</b>	<b>0,121125896</b>	<b>0,132533346</b>	<b>0,145707106</b>	<b>0,160328526</b>	<b>0,194524858</b>
<b>Retorno do Portfólio</b>	<b>11,00%</b>	<b>12,00%</b>	<b>13,00%</b>	<b>14,00%</b>	<b>16,00%</b>
<b>Índice Sharpe</b>	<b>22%</b>	<b>28%</b>	<b>32%</b>	<b>36%</b>	<b>40%</b>
ALPA3,SA	8,71%	8,83%	8,95%	8,70%	8,18%
CCRO3,SA	27,05%	27,56%	28,08%	20,95%	8,43%
CPFE3,SA	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
EZTC3,SA	27,01%	15,82%	4,63%	0,00%	0,00%
LREN3,SA	5,33%	9,38%	13,42%	19,23%	26,29%
SBSP3,SA	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
TOTS3,SA	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
UGPA3,SA	31,90%	38,41%	44,92%	51,12%	57,10%
<b>DP do Portfólio</b>	<b>0,231540545</b>	<b>0,269761467</b>	<b>0,308739513</b>	<b>0,348509081</b>	<b>0,389927061</b>
<b>Retorno do Portfólio</b>	<b>18,00%</b>	<b>20,00%</b>	<b>22,00%</b>	<b>24,00%</b>	<b>26,00%</b>
<b>Índice Sharpe</b>	<b>42%</b>	<b>43%</b>	<b>44%</b>	<b>45%</b>	<b>45%</b>
ALPA3,SA	6,69%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
CCRO3,SA	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
CPFE3,SA	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
EZTC3,SA	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
LREN3,SA	32,23%	48,11%	59,29%	81,65%	99,99%
SBSP3,SA	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
TOTS3,SA	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
UGPA3,SA	61,08%	51,89%	40,71%	18,35%	0,01%
<b>DP do Portfólio</b>	<b>0,42189832</b>	<b>0,491087302</b>	<b>0,56970413</b>	<b>0,763028763</b>	<b>0,940150844</b>
<b>Retorno do Portfólio</b>	<b>27,50%</b>	<b>30,00%</b>	<b>32,00%</b>	<b>36,00%</b>	<b>39,28%</b>
<b>Índice Sharpe</b>	<b>46%</b>	<b>44%</b>	<b>42%</b>	<b>36%</b>	<b>33%</b>

Fonte: Elaboração própria.

Como resultado da simulação dos 20 cenários acima, a partir das métricas de desvio padrão e retorno de cada um dos 20 portfólios encontrados, foi possível construir a curva de portfólios eficientes, como demonstrado no GRÁFICO 1.

Gráfico 1 - Fronteira eficiente de Markowitz



Fonte: Elaboração própria.

No GRÁFICO 1, o eixo Y representa o retorno do portfólio e o eixo X representa o risco do portfólio medido pelo desvio padrão. Os pontos presentes no gráfico acima representam cada um dos 20 cenários simulados e suas múltiplas combinações possíveis das 8 ações selecionadas.

Ao se observar a TABELA 7, é possível perceber de início que existem 4 cenários em que é possível obter mais retorno ao se diminuir o risco total da carteira, porém, ao se analisar o índice-sharpe desses 4 portfólios, percebe-se que o índice é negativo em 3 deles e igual a 0 em um deles (cenários de Índice-Sharpe -11%, -7%, -3% e 0%). Essa situação está de acordo com a teoria, visto que, embora seja interessante para um investidor poder aumentar seu retorno enquanto diminui o risco, esse investidor deve sempre buscar maximizar o retorno e minimizar o risco, de modo que, deve sempre analisar o quadro geral de possibilidades. De forma que, ao se analisar o quadro geral, percebe-se que os cenários de IS (Índice-Sharpe) de 7%, 22% e 28% são equivalentes em termos de retorno, sendo mais atrativos em termos de risco quando comparados aos portfólios de IS negativo.

Esses 3 cenários de IS negativo são conhecidos como a parte baixa da curva de portfólios eficientes e não devem ser escolhidos por agentes econômicos inteligentes, visto que existem cenários equivalentes e melhores que esses. Por fim, se analisar os cenários de IS não positivos, tem-se um cenário de IS igual a zero. Esse cenário de IS igual a zero, é justamente o ponto de inflexão da curva de portfólios

eficientes, também conhecido como ponto de mínima-variância. Esse ponto, é o ponto de menor risco e ao mesmo tempo de maior retorno possível, dados as ações que estão sendo maximizadas.

O portfólio de mínima-variância encontra-se na TABELA 8.

Tabela 8 - Potfólio de mínima-variância

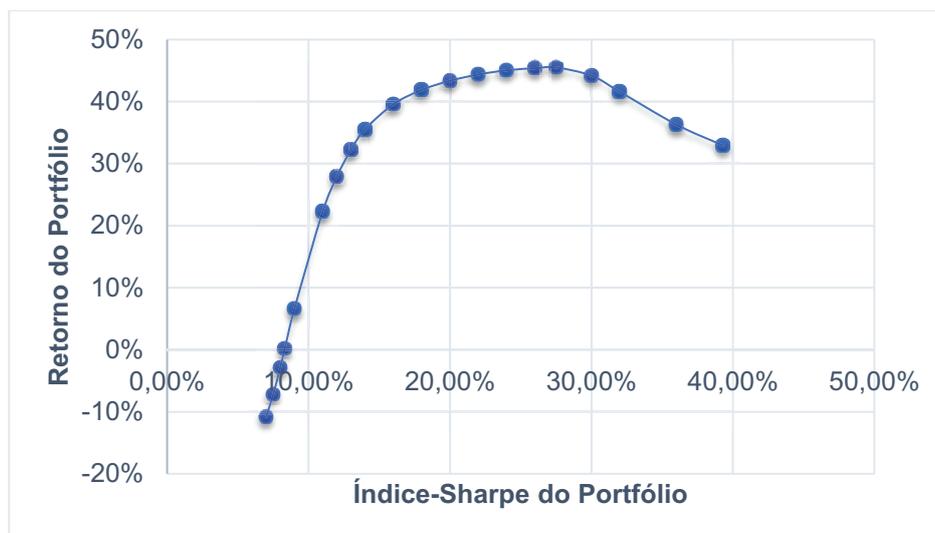
<i><b>Ticker</b></i>	<i><b>Pesos</b></i>
<b>ALPA3.SA</b>	0,00%
<b>CCRO3.SA</b>	0,00%
<b>CPFE3.SA</b>	52,19%
<b>EZTC3.SA</b>	47,81%
<b>LREN3.SA</b>	0,00%
<b>SBSP3.SA</b>	0,00%
<b>TOTS3.SA</b>	0,00%
<b>UGPA3.SA</b>	0,00%
<b>Variância do Portfólio</b>	<b>0,010927458</b>
<b>DP do Portfólio</b>	<b>0,104534483</b>
<b>Retorno do Portfólio</b>	<b>8,32%</b>
<b>Índice Sharpe</b>	<b>0%</b>

Fonte: Elaboração própria.

O portfólio de mínima-variância apresenta um retorno esperado de 8,32% ao ano, desvio padrão (risco) de 0,1045 e IS de 0%. O portfólio é composto de 2 ações, uma delas sendo a da CPFL Energia e a outra a EZTEC. Como para a construção de portfólios eficientes foi estabelecido que o Microsoft Excel deveria maximizar retorno e minimizar risco, o software ponderou as possibilidades e nem todas as ações apresentaram-se como atrativas, logo somente duas atenderam os parâmetros estabelecidos.

Outro portfólio construído foi o portfólio de máximo Índice-Sharpe. Para isso, foi avaliado o Índice-Sharpe de cada um dos 20 cenários simulados, como demonstrado no GRÁFICO 2.

Gráfico 2 - IS de cada um dos portfólios simulados



Fonte: Elaboração própria.

O eixo Y no GRÁFICO 2 representa o retorno anual esperado de cada um dos portfólios simulados e o eixo X representa o Índice-Sharpe de cada um dos 20 portfólios simulados. Como é possível observar, conforme se modifica as expectativas de retorno anual, os portfólios apresentam melhores ou piores relações de risco e retorno, de modo que o portfólio que apresenta a melhor relação de índice-Sharpe, ou seja, melhor relação de risco e retorno, é o portfólio de retorno anual esperado igual a 27,5% a.a., risco igual 0,42 e IS igual a 46%, como apresentado na TABELA 9.

Tabela 9 - Portfólio que Maximiza o Índice de Sharpe

<i>Ticker</i>	<b>Pesos</b>
<b>ALPA3.SA</b>	6,69%
<b>CCRO3.SA</b>	0,00%
<b>CPFE3.SA</b>	0,00%
<b>EZTC3.SA</b>	0,00%
<b>LREN3.SA</b>	32,23%
<b>SBSP3.SA</b>	0,00%
<b>TOTS3.SA</b>	0,00%
<b>UGPA3.SA</b>	61,08%
<b>Variância do Portfólio</b>	0,177998193
<b>DP do Portfólio</b>	0,42189832
<b>Retorno do Portfólio</b>	27,50%
<b>Índice Sharpe</b>	46%

Fonte: Elaboração própria.

O portfólio que maximiza o índice-sharpe, é composto por 3 ações, sendo elas a Alpargatas, Lojas Renner e Ultrapar. Assim como ocorreu no portfólio de mínima-variância, nem todas as ações foram selecionadas, o que está em linha com a bibliografia pesquisada, uma vez que os portfólios propostos por outros pesquisadores também são compostos por poucas ações, já que a teoria explica, como já mencionado, que há um limite para os benefícios da diversificação.

Por fim, foi simulado portfólios que incluíssem além das 8 ações um ativo livre de risco, representado pela SELIC de 8,3%. A curva que representa a combinação de ativos com risco e um ativo sem risco é a Linha de Alocação de Capital (LAC), apresentada no GRÁFICO 3.

Gráfico 3 - Linha de Alocação de Capital (LAC)

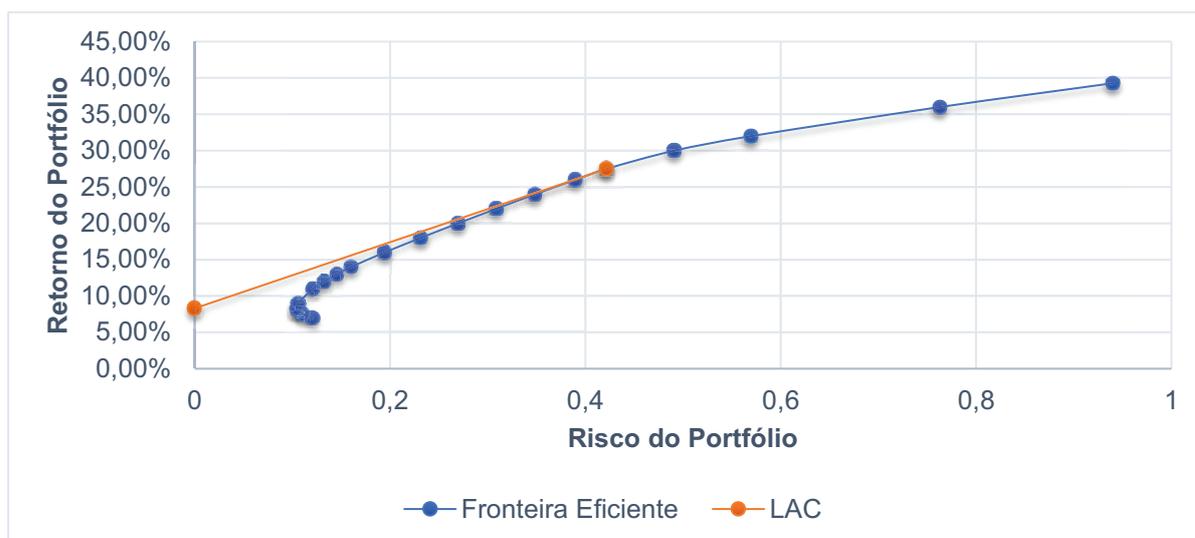


Fonte: Elaboração própria.

A LAC representa a combinação do portfólio de máximo índice-sharpe com um ativo livre de risco (SELIC). O eixo Y representa o retorno geral do portfólio combinado e o eixo X representa o risco desse portfólio. No ponto de retorno igual a 8,3% (taxa SELIC), o risco do portfólio é igual a zero, sendo que nesse portfólio 100% do capital está alocado no ativo livre de risco. Já no outro extremo da reta, em que o retorno é igual a 27,5%, 100% do capital está alocado no portfólio de máximo índice-sharpe (composto por 3 ações, como mencionado acima) e 0% alocado no ativo livre de risco (SELIC).

Ao se combinar a LAC com a curva de portfólios eficientes, encontra-se o GRÁFICO 4.

Gráfico 4 - Fronteira Eficiente + LAC



Fonte: Elaboração própria.

O eixo Y no GRÁFICO 4 representa o retorno global do portfólio e o eixo X representa o risco global do portfólio (desvio padrão). Assim como demonstrado na revisão bibliográfica, o ponto de tangência entre a curva de portfólios eficientes e a curva LAC, é a representação do portfólio de melhor combinação dos ativos, o que resulta no portfólio mais eficiente em termos de risco e retorno, sendo nesse caso o próprio portfólio já citado que maximiza o IS, de 27,5% de retorno e IS igual a 46%.

Por último, foi construído o portfólio 1/N de diversificação ingênua, em que os pesos de cada uma das 8 ações selecionadas foram escolhidos de forma aleatória ao se utilizar a função ALEATÓRIO() do Microsoft Excel. Como resultado encontra-se a TABELA 10.

Tabela 10 - Portfólio 1/N

Ticker	Pesos
ALPA3,SA	9,38%
CCRO3,SA	21,47%
CPFE3,SA	17,64%
EZTC3,SA	10,33%
LREN3,SA	17,55%
SBSP3,SA	2,6%
TOTS3,SA	1,32%
UGPA3,SA	19,72%
<b>Variância do Portfólio</b>	<b>0,09096523</b>
<b>DP do Portfólio</b>	<b>0,301604427</b>
<b>Retorno do Portfólio</b>	<b>19,74%</b>
<b>Índice Sharpe</b>	<b>37,94%</b>

Fonte: Elaboração própria.

O portfólio 1/N é composto por todas as 8 ações disponíveis para maximização, tendo sido elaborado de maneira aleatória.

Como apresentado na TABELA 9, o retorno anual esperado do portfólio 1/N é de 19,8% ao ano, com um desvio padrão (risco) de 0,3 e IS de 37,9%.

### 3.4 Desempenho dos portfólios eficientes (2018-2022)

Para que se pudesse avaliar se as teorias de Markowitz e Sharpe combinadas eram capazes de dar suporte para a elaboração de portfólios eficientes, o comportamento do preço das 8 ações selecionadas foi avaliado ao longo dos anos de 2018 a 2022, assim como pode-se observar na TABELA 11.

Tabela 11 - Desempenho das ações selecionadas (18-22)

<b>Ticker</b>	<b>2018</b>	<b>2019</b>	<b>2020</b>	<b>2021</b>	<b>2022</b>	<b>Média</b>	<b>CAGR 18-22</b>
ALPA3,SA	-0,65%	92,36%	28,18%	-10,94%	-55,61%	10,67%	-1,11%
CCRO3,SA	-22,26%	39,33%	-25,37%	-3,58%	-4,77%	-3,33%	-4,33%
CPFE3,SA	36,15%	14,95%	-9,21%	-1,52%	32,52%	14,58%	16,6%
EZTC3,SA	12,55%	123,03%	-23,14%	-47,28%	-24,56%	8,12%	-3,25%
LREN3,SA	10,28%	40,77%	-22,76%	-28,95%	-14,18%	-2,97%	-5,58%
SBSP3,SA	-11,86%	50,98%	-22,27%	-6,00%	59,88%	14,15%	12,78%
TOTS3,SA	-10,61%	110,39%	13,21%	6,57%	5,37%	24,99%	21,98%
UGPA3,SA	-35,62%	-13,06%	-10,56%	44,11%	-2,67%	-3,56%	-4,14%

Fonte: Elaboração própria.

Das 8 ações selecionadas para esse estudo, somente 3 ações apresentaram retorno médio positivo ao longo dos 5 anos estudados, sendo elas a CPFE3, SBSP3 e TOTS3.

Ainda, para cálculo do risco global dos portfólios elaborados, construiu-se a matriz de covariância dos retornos anuais médios de 2018 a 2022, com o auxílio do pacote Análise de Dados do Microsoft Excel, como demonstrado na TABELA 12.

Tabela 12 - Matriz de covariância das ações selecionadas (18-22)

	<b>ALPA3,SA</b>	<b>CCRO3,SA</b>	<b>CPFE3,SA</b>	<b>EZTC3,SA</b>
<b>ALPA3,SA</b>	0,19948426	0,05690574	-0,0245303	0,202547
<b>CCRO3,SA</b>	0,056905744	0,0444451	0,00183535	0,092811
<b>CPFE3,SA</b>	-0,0245303	0,00183535	0,02687154	0,019785
<b>EZTC3,SA</b>	0,202547001	0,09281058	0,01978548	0,305619
<b>LREN3,SA</b>	0,07302333	0,03456991	0,0164951	0,125148
<b>SBSP3,SA</b>	0,00116158	0,04676744	0,02439467	0,081282
<b>TOTS3,SA</b>	0,147863343	0,076834	-0,0085227	0,194757
<b>UGPA3,SA</b>	-0,02708376	0,00571273	-0,021333	-0,06141
	<b>LREN3,SA</b>	<b>SBSP3,SA</b>	<b>TOTS3,SA</b>	<b>UGPA3,SA</b>
<b>ALPA3,SA</b>	0,0730233	0,001162	0,147863343	-0,027084
<b>CCRO3,SA</b>	0,0345699	0,046767	0,076834	0,0057127
<b>CPFE3,SA</b>	0,0164951	0,024395	-0,00852267	-0,021333
<b>EZTC3,SA</b>	0,1251483	0,081282	0,194757334	-0,061411
<b>LREN3,SA</b>	0,0546816	0,033296	0,069926966	-0,032505
<b>SBSP3,SA</b>	0,0332964	0,097613	0,066239921	-0,003009
<b>TOTS3,SA</b>	0,069927	0,06624	0,157058677	-0,008052
<b>UGPA3,SA</b>	-0,0325055	-0,003009	-0,0080522	0,0573495

Fonte: Elaboração própria.

Em seguida, calculou-se o retorno, risco e índice-sharpe para o portfólio de mínima-variância, portfólio de maximização pelo índice-sharpe e portfólio 1/N, para que se pudesse avaliar o desempenho de cada um desses portfólios durante os anos de 2018 a 2022. O resultado dessa análise encontra-se na TABELA 13.

Como observado na TABELA 13, somente os portfólios de mínima-variância e portfólio 1/N ofereceram um retorno acima de zero de 2018 a 2022, de modo que o portfólio maximizador do Índice-sharpe apresentou retorno negativo. Dos 3 portfólios desenvolvidos, o único que foi capaz de produzir um índice-sharpe positivo foi o portfólio de mínima-variância.

Tabela 13 - Desempenho dos portfólios eficientes (18-22)

<b>Mínima-variância</b>				
<i>Ticker</i>	<i>Pesos</i>	<i>Retorno</i>	<b>Estatísticas do Portfólio</b>	
ALPA3.SA	0,00%	10,67%	Retorno do Portfólio	11,49%
CCRO3.SA	0,00%	-3,33%	Variância do Portfólio	0,08706
CPFE3.SA	52,19%	14,58%	DP do Portfólio	0,295059
EZTC3.SA	47,81%	8,12%	Selic Média (livre de risco)	8,30%
LREN3.SA	0,00%	-2,97%	Índice Sharpe	10,81%
SBSP3.SA	0,00%	14,15%		
TOTS3.SA	0,00%	24,99%		
UGPA3.SA	0,00%	-3,56%		

<b>Maximização do IS</b>				
<i>Ticker</i>	<i>Pesos</i>	<i>Retorno</i>	<b>Estatísticas do Portfólio</b>	
ALPA3.SA	6,69%	10,67%	Retorno do Portfólio	-2,42%
CCRO3.SA	0,00%	-3,33%	Variância do Portfólio	0,016108
CPFE3.SA	0,00%	14,58%	DP do Portfólio	0,126915
EZTC3.SA	0,00%	8,12%	Selic Média (livre de risco)	8,30%
LREN3.SA	32,23%	-2,97%	Índice Sharpe	-84,44%
SBSP3.SA	0,00%	14,15%		
TOTS3.SA	0,00%	24,99%		
UGPA3.SA	61,08%	-3,56%		

<b>Portfólio 1/N</b>				
<i>Ticker</i>	<i>Pesos</i>	<i>Retorno</i>	<b>Estatísticas do Portfólio</b>	
ALPA3.SA	9,38%	10,67%	Retorno do Portfólio	3,17%
CCRO3.SA	21,47%	-3,33%	Variância do Portfólio	0,029187
CPFE3.SA	17,64%	14,58%	DP do Portfólio	0,170843
EZTC3.SA	10,33%	8,12%	Selic Média (livre de risco)	8,30%
LREN3.SA	17,55%	-2,97%	Índice Sharpe	-30,03%
SBSP3.SA	2,60%	14,15%		
TOTS3.SA	1,32%	24,99%		
UGPA3.SA	19,72%	-3,56%		

Fonte: Elaboração própria.

Vale destacar que, embora tenha ofertado uma relação de risco e retorno não satisfatória, o portfólio de mínima variância, portfólio mais conservador que o de máximo índice de sharpe- que busca maximização do retorno em detrimento do risco, apresentou retorno acima da taxa livre de risco do período e um melhor desempenho do que o portfólio de diversificação ingênua. Isso demonstra que, a combinação das teorias de Markowitz e Sharpe, embora originalmente desenvolvidas há mais de 6 décadas atrás, continuam sendo capazes de oferecer uma solução interessante, mesmo que não ideal, para investidores sofisticados que buscam retornos acima da média do mercado e acima das taxas da renda fixa.

## 4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A presente monografia realizou uma revisão bibliográfica e aplicação empírica dos modelos de Markowitz e Sharpe, que foram os modelos matemáticos que serviram de base para a construção do ferramental moderno que se tem hoje para o desenvolvimento de portfólios eficientes.

Em um primeiro momento, estudou-se o comportamento dos preços e retornos das ações da B3, que apresentaram retornos anuais médios acima do índice de referência de renda fixa, SELIC, durante o período de 2008 a 2017. Após isso, o presente trabalho utilizou-se do ferramental matemático desenvolvido por Markowitz e Sharpe para elaboração de múltiplos portfólios eficientes. Por fim, analisou-se o desempenho desses portfólios ao longo dos anos de 2018 a 2022, com o objetivo de se compreender a validade total ou parcial dos métodos estudados para maximização de portfólios, mesmo frente a situações fortemente adversas como a do COVID19.

Como resultado, observou-se que, embora as ações selecionadas tenham performado de maneira satisfatória ao longo dos anos de 2008 a 2017, os portfólios construídos a partir dos dados passados dessas ações não foram capazes de oferecer uma relação de risco e retorno satisfatórias ao longo dos anos de 2018 a 2022, muito embora, o portfólio de mínima-variância tenha apresentado retornos acima da taxa livre de risco no período.

Esse resultado parcialmente negativo pode ter ocorrido devido aos seguintes fatores: 1) As carteiras poderiam ter sido rebalanceadas ao longo dos anos de 2018 a 2022 para que se pudesse sempre realizar uma alocação de capital nas melhores ações do momento e não somente nas melhores ações dos últimos 10 anos; 2) O período observado foi muito curto, de modo que se as ações da B3 tivessem sido analisadas em uma perspectiva de décadas e não somente de 10 anos, a elaboração de portfólios eficientes teria sido realizada a partir de dados mais robustos; 3) Modelos mais modernos poderiam ter sido utilizados em conjunto com os dois modelos estudados ou como um contraponto aos modelos primários; e 4) O resultado não satisfatório encontrado pode estar associado ao fato de que ao longo do período analisado, 2008-2022, o mundo e o Brasil passaram por períodos extremamente adversos, como a crise dos mercados financeiros globais de 2008, as sucessivas crises políticas no Brasil e no mundo, a crise do COVID-19, o descontrole dos índices

de preço e taxas de juros durante alguns anos no Brasil e mundo, o que pode ter distorcido as relações de valor e preço das bolsas internacionais e, conseqüentemente, inviabilizado a utilização de modelos um tanto mais “simplórios” como os de Markowitz e Sharpe, que em situações de normalidade ou de um período maior de estudo, como demonstrado no capítulo 2 por pesquisadores, teriam performado de maneira mais satisfatória.

Por fim, em trabalhos futuros, os seguintes parâmetros poderiam ser utilizados para a obtenção de uma pesquisa mais robusta: 1) período de estudo mais alongado; 2) inclusão de custos de transação e distribuição de dividendos no cálculo do retorno das ações; 3) diferentes medidas de retorno e risco; e 4) utilização de modelos para elaboração de portfólios eficientes mais modernos e robustos.

## REFERÊNCIAS

- ASSAF NETO, A. **Mercado financeiro**. São Paulo: Editora Atlas S.A. 12. ed., 2014.
- MARKOWITZ, H. M. **The early history of portfolio theory: 1600-1960**, 1999.
- FABOZZI, F. J.; GUPTA, F. The legacy of modern portfolio theory. **The Journal of Investing**, 2002.
- MARKOWITZ, H. M. Portfolio Selection. **The Journal of Finance**, v. 7, n. 1, 1952, p. 77-91.
- ARAUJO, E. A. T.; OLIVEIRA, V. C.; SILVA, W. A. C. CAPM em estudos brasileiros: uma análise da pesquisa. São Paulo: **Revista de Contabilidade e Organizações**, vol. 6, n. 15, p. 95-122, 2012.
- SHARPE, F. W. Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk. **The Journal of Finance**, v. 19, n. 3, p. 425-442, 1964.
- SHARPE, F. W. Mutual Fund Performance. **The Journal of Business**, v. 39, n. 1, p. 119-138, 1966.
- BODIE, Z.; KANE, A.; MARCUS, A. J. **Investimentos**. New York: McGraw-Hill Education. 10. ed. 2014.
- MODIGLIANI, F.; MILLER, H. M. The Cost of Capital, Corporation Finance and the Theory of Investment. **The American Economic Review**, V. 48, N. 3, P. 261-297, 1958.
- MODIGLIANI, F.; MILLER, H. M. Corporate Income Taxes and the Cost of Capital: A Correction. **The American Economic Review**, v. 53, n. 3, p. 433-443, 1963.
- FAMA, F., E. Efficient Capital Markets: A Review of Theory and Empirical Work. **The Journal of Finance**, v. 25, n. 2, p. 383-417, 1970.
- FAMA, F., E. Efficient Capital Markets: II. **The Journal of Finance**, v. 46, n. 5, p. 1575-1617, 1991.
- TOBIN, J. Liquidity Preference as Behavior Towards Risk. **The Review of Economic Studies**, v. 48, n. 2, p. 392-413.
- TREYNOR, L., J. Market Value, Time, and Risk. **The Journal of Finance**, v.45, n.4, p. 567-585, 1961.
- LINTNER, J. The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets. **The Review of Economics and Statistics**, v. 47, n. 1, p. 13-37, 1965.

MOSSIN, J. Equilibrium in a Capital Asset Market. **The Econometric Society**, v. 34, n. 4, p. 768-783, 1966.

FAMA, F., E.; KENNETH, F., R. Common Risk Factors in the Returns on Stocks and Bonds. **The Journal of Financial Economics**, v. 58, n. 5, 145-198, 1993.

ROSS, A., S. The Arbitrage Theory of Capital Asset Pricing. **Journal of Economic Theory**, v. 34, n.3, 191-218, 1976.

BLACK, F.; SCHOLES, M.; MERTON, R. The Pricing of Options and Corporate Liabilities. **Journal of Political Economy**, v. 15, n. 2, 265-302, 1973.

BLACK, F.; LITTERMAN, R. Global Portfolio Optimization. **Financial Analysts Journal**, v.32, n. 7, 368-404, 1992.

B3: BRASIL, BOLSA, BALCÃO. **Site oficial**: índice IBOVESPA. Disponível em: [https://www.b3.com.br/pt\\_br/market-data-e-indices/indices/indices-amplos/indice-ibovespa-ibovespa-composicao-da-carteira.htm](https://www.b3.com.br/pt_br/market-data-e-indices/indices/indices-amplos/indice-ibovespa-ibovespa-composicao-da-carteira.htm)

HIEDA, A., ODA, A. L. Um estudo sobre a utilização de dados históricos no modelo de Markowitz aplicado a Bolsa de Valores de São Paulo. In: Seminários de Administração, 3, Out. 1998, São Paulo. **Anais...** São Paulo: Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade da USP, 1998.

HUA SHENG, Hsia; SAITO, Richard. Análise de métodos de replicação: o caso IBOVESPA. **Revista de Administração de Empresas**, São Paulo, v. 42, n. 2, 2002.

ZANINI, F. A. M.; FIGUEIREDO, A. C. As teorias de carteira de Markowitz e Sharpe: Uma aplicação no mercado brasileiro de ações entre julho/95 e junho/2000. São Paulo: **Revista de Administração Mackensie**, ano 6, n. 2, p. 37-64, 2005.

DEMIGUEL, Victor; GARLAPPI, Lorenzo; UPPAL, Raman. Optimal versus naive diversification: how inefficient is the 1/n portfolio strategy? **The Review of Financial Studies**, v. 22, n.5, p. 1915-1953, 2009.

KIRBY, Chris; OSTDIEK, Barbara. It's all in the timing: simple active portfolio strategies that outperform naïve diversification. **Journal of Financial and Quantitative Analysis**, v. 47, p. 437-467, 2012.

RUBESAM, A.; BELTRAME, A. L. Carteiras de variância mínima no Brasil. **Revista Brasileira de Finanças**, v. 11, n. 1, p. 81-118, 2013.

PERLIN, S. MARCELO. Análise de Dados Financeiros e Econômicos com R. **UFRGS**, 3. ed. 2022.