

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ  
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS ECONÔMICAS  
GRADUAÇÃO EM CIÊNCIAS ECONÔMICAS

GABRIEL GONÇALVES BRANDÃO

APLICAÇÃO DO MODELO BLACK-LITTERMAN NO MERCADO DE AÇÕES NO  
BRASIL

CURITIBA

2024

GABRIEL GONÇALVES BRANDÃO

APLICAÇÃO DO MODELO BLACK-LITTERMAN NO MERCADO DE AÇÕES NO  
BRASIL

Trabalho apresentado na disciplina Monografia em Ciências Econômicas da Universidade Federal do Paraná, como requisito parcial para obtenção do grau de Bacharel em Ciências Econômicas.

Orientador: Prof. Dr. Leonardo Matsuno da Frota

CURITIBA

2024

## RESUMO

Este trabalho compara os modelos de otimização de portfólios de Markowitz (1952) e Black-Litterman (1992) aplicados ao mercado de ações brasileiro. O objetivo é verificar a eficiência de ambos ao formar carteiras de ações, considerando o índice Ibovespa como benchmark. A metodologia empregou backtesting com rebalanceamento mensal em uma amostra de 161 ações da B3 entre 2015-2024, utilizando uma abordagem walk-forward para evitar look-ahead bias. Os resultados evidenciam que ambos os modelos superaram significativamente o índice de referência em termos de retorno ajustado ao risco, com o modelo Black-Litterman apresentando melhor desempenho em métricas de risco-retorno e maior estabilidade nas alocações. Conclui-se que o modelo Black-Litterman oferece vantagens para a gestão de portfólios no mercado brasileiro, especialmente em períodos de alta volatilidade, embora sua implementação prática requeira considerações adicionais sobre custos de transação e restrições de liquidez.

**Palavras-chaves:** Black-Litterman, Markowitz, otimização de portfólios, mercado de ações.

## **ABSTRACT**

This work compares the portfolio optimization models of Markowitz (1952) and Black-Litterman (1992) applied to the Brazilian stock market. The objective is to verify the efficiency of both models in forming stock portfolios, considering the Ibovespa index as a benchmark. The methodology employed monthly rebalancing backtesting on a sample of 161 B3-listed stocks between 2015-2024, using a walk-forward approach to avoid look-ahead bias. The results show that both models significantly outperformed the benchmark in terms of risk-adjusted return, with the Black-Litterman model showing better risk-return metrics and greater allocation stability. We conclude that the Black-Litterman model offers advantages for portfolio management in the Brazilian market, especially during high volatility periods, although its practical implementation requires additional considerations regarding transaction costs and liquidity constraints.

**Key-words:** Black-Litterman, Markowitz, portfolio optimization, stock market,

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

FIGURA 1 – REPRESENTAÇÃO ANÁLISE WALK-FORWARD . . . . .	20
FIGURA 2 – RETORNO ACUMULADO DOS MODELOS DE OTIMIZAÇÃO . .	24
FIGURA 3 – ANÁLISE DE DRAWDOWN DOS MODELOS . . . . .	25
FIGURA 4 – EVOLUÇÃO TRIMESTRAL DOS PESOS DOS ATIVOS - MODELO BLACK-LITTERMAN . . . . .	27
FIGURA 5 – EVOLUÇÃO TRIMESTRAL DOS PESOS DOS ATIVOS - MODELO MARKOWITZ . . . . .	27

## LISTA DE TABELAS

TABELA 1 – RESUMO DE FONTES E DESCRIÇÃO DAS VARIÁVEIS UTILIZADAS NA OTIMIZAÇÃO . . . . .	23
TABELA 2 – COMPARATIVO DE DESEMPENHO ENTRE ESTRATÉGIAS . . . . .	24
TABELA 3 – COMPARAÇÃO DE TURNOVER DOS MODELOS BL E MARKOWITZ . . . . .	26

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b> . . . . .	<b>7</b>
<b>2</b>	<b>MODELO DE MÉDIA-VARIÂNCIA DE MARKOWITZ</b> . . . . .	<b>9</b>
2.1	FUNDAMENTOS DA TEORIA DE MARKOWITZ . . . . .	9
2.2	IMPLEMENTAÇÃO PRÁTICA . . . . .	11
<b>3</b>	<b>O MODELO BLACK-LITTERMAN: TEORIA E MECÂNICA</b> . . . . .	<b>12</b>
3.1	FUNDAMENTOS TEÓRICOS DO MODELO BLACK-LITTERMAN . . . . .	12
3.2	FUNDAMENTOS TEÓRICOS E FORMULAÇÃO MATEMÁTICA . . . . .	13
3.3	APLICAÇÃO NO MODELO BLACK-LITTERMAN . . . . .	15
3.4	REVISÃO DE TRABALHOS ACADÊMICOS COM APLI- CAÇÃO DOS MODELOS MARKOWITZ E BLACK-LITTERMAN . . . . .	15
3.5	REVISÃO DE TRABALHOS ACADÊMICOS COM APLI- CAÇÃO DOS MODELOS BLACK-LITTERMAN NO MER- CADO BRASILEIRO . . . . .	17
<b>4</b>	<b>BASE DE DADOS E METODOLOGIA</b> . . . . .	<b>19</b>
4.1	BASE DE DADOS . . . . .	19
4.2	METODOLOGIA . . . . .	19
<b>5</b>	<b>ANÁLISE DE DADOS E RESULTADOS</b> . . . . .	<b>24</b>
<b>6</b>	<b>DISCUSSÃO</b> . . . . .	<b>29</b>
<b>7</b>	<b>CONCLUSÃO</b> . . . . .	<b>30</b>
	<b>REFERENCIAS</b> . . . . .	<b>31</b>

## 1 INTRODUÇÃO

A teoria moderna de portfólios, desenvolvida por Harry Markowitz em 1952, estabeleceu os fundamentos para a alocação de ativos com base na relação entre risco e retorno. Essa abordagem revolucionou a forma como investidores estruturam seus portfólios, promovendo a diversificação como meio de maximizar retornos esperados para um dado nível de risco Markowitz (1952). A diversificação é o conceito central na teoria de finanças modernas, e é um fator de grande importância na teoria do portfólio.

Diversificação refere-se à estratégia de alocar investimentos entre uma variedade de ativos para reduzir a exposição ao risco de qualquer investimento individual Elton et al. (2014). Em um contexto de incerteza, um portfólio bem diversificado pode mitigar os impactos adversos de eventos inesperados, protegendo o investidor contra perdas significativas Sharpe (1964).

Considerando riscos e oportunidades, a diversificação não apenas diminui o risco idiossincrático, mas também torna possível a captura de retornos de diferentes classes de ativos que podem performar de maneira diversa em diferentes cenários econômicos Fama e French (1993). Por exemplo, em uma situação de queda do valor da moeda nacional em comparação ao dólar, setores de commodities teriam maior segurança e previsibilidade de retorno se comparado a setores de tecnologia que veriam os custos de insumos subir.

A teoria de Markowitz, portanto, enfatiza a correlação entre os ativos como um fator crítico para a construção de portfólios eficientes. No entanto, segundo Tomio e Hotta (2019), a aplicação prática desse modelo enfrenta desafios, especialmente relacionados à estimativa de retornos esperados e covariâncias entre ativos, tornando muito complexa a aplicação do modelo por parte dos investidores.

Diante disso, o modelo Black-Litterman, proposto por Fischer Black e Robert Litterman em 1992, surge como uma solução inovadora para superar as limitações do modelo de média-variância de Markowitz. O modelo Black-Litterman integra expectativas de mercado e opiniões subjetivas dos investidores, ajustando as previsões de retorno e proporcionando uma distribuição mais estável e realista dos pesos dos ativos no portfólio Black e Litterman (1992).

A aplicação do modelo Black-Litterman no mercado de ações brasileiro se mostra particularmente relevante devido à volatilidade, instabilidade jurídica e alta sensibilidade a fatores internacionais como características comuns a mercados emergentes. Para Porto (2010), a aplicação do modelo de Black-Litterman aliado a informações específicas do mercado financeiro brasileiro representadas pelas opiniões do relatório

FOCUS é capaz de proporcionar uma alocação de ativos mais eficaz e intuitiva se comparada ao método tradicional de Markowitz.

Porto (2010) conclui ainda que a otimização proposta por Black-Litterman possibilita uma melhor performance se aplicada em conjunto com análises de ativos bem estruturadas, proporcionando uma ferramenta ainda mais valiosa para os gestores de recursos. Ao aplicar ao mercado brasileiro, Silva (2017) evidenciou que a incorporação de expectativas de mercado aplicadas a ações pode reduzir a volatilidade do portfólio e melhorar seu desempenho em comparação com o modelo de Harry Markowitz.

Diante desse panorama, este trabalho se propõe a estudar a aplicação do modelo Black-Litterman no mercado brasileiro sem a adição de visões externas do investidor, analisando suas vantagens em relação ao modelo clássico de Markowitz e sua eficácia no contexto do índice Ibovespa. Nesse contexto, os principais objetivos deste estudo incluem revisar a literatura existente sobre a teoria moderna de portfólios e as limitações do modelo de Markowitz.

Analisar a teoria e a mecânica do modelo Black-Litterman, investigar sua aplicação prática no mercado de ações brasileiro, e comparar seus resultados sem a adição de visões externa com os obtidos pelo modelo de Markowitz, especialmente em termos de desempenho e volatilidade do portfólio. A exclusão de opiniões subjetivas permite que os resultados sejam atribuídos exclusivamente à estrutura do modelo e à incorporação das informações implícitas do mercado, eliminando potenciais vieses que poderiam ser introduzidos pelas expectativas do investidor.

Este trabalho busca propor *insights* para gestores de recursos, com recomendações sobre a utilização de modelos avançados de otimização de portfólios no mercado brasileiro. Com base nesses objetivos, a pesquisa pretende responder à pergunta central: como a aplicação do modelo Black-Litterman pode melhorar a otimização de portfólios no mercado de ações brasileiro em comparação com o modelo clássico de Markowitz?

Ao explorar essas dimensões, este trabalho visa contribuir com a literatura existente e fornecer uma ferramenta prática e analítica, avaliando se a utilização de modelos avançados pode levar a uma melhor performance e menor volatilidade dos portfólios em comparação aos métodos tradicionais.

## 2 MODELO DE MÉDIA-VARIÂNCIA DE MARKOWITZ

### 2.1 FUNDAMENTOS DA TEORIA DE MARKOWITZ

A teoria de portfólio de Markowitz, formalizada em seu artigo seminal "Portfolio Selection" Markowitz (1952), introduziu a ideia de otimização de portfólio com base na maximização do retorno esperado para um dado nível de risco, medido pela variância dos retornos. A eficiência de um portfólio é determinada pela fronteira eficiente, que representa o conjunto de portfólios que oferecem o maior retorno esperado para cada nível de risco. Markowitz (1952) argumentou que, ao diversificar investimentos entre ativos com covariâncias diferentes, os investidores poderiam reduzir o risco total do portfólio sem sacrificar retornos esperados.

Na formulação matemática da teoria de Markowitz, o retorno esperado para um portfólio é calculado como uma média ponderada dos retornos esperados dos ativos individuais que compõem o portfólio. Matematicamente, o retorno esperado do portfólio é dado por:

$$E(R) = \sum_{i=1}^N w_i \cdot E(R_i)$$

onde:  $E(R_i)$  é o retorno esperado do ativo  $i$ .  $w_i$  é o peso do ativo  $i$  no portfólio, ou seja, a proporção do valor total do portfólio investido no ativo  $i$ .  $N$  é o número total de ativos no portfólio.

Para simplificar a modelagem e a análise, Markowitz desconsidera impostos e custos de transação. Dessa forma, permite que o modelo se concentre exclusivamente na análise do risco e volatilidade, sem adicionais provenientes de custos operacionais ou fiscais.

Outra simplificação é que os ativos podem ser infinitamente divididos, sendo possível comprar qualquer fração de uma ação, viabilizando a construção de um portfólio com pesos exatos conforme determinado pelo modelo, facilitando a otimização matemática. A teoria assume ainda um investidor racional, que visa mitigar riscos e potencializar lucros.

Com essas considerações, o portfólio otimizado é obtido por meio da minimização da variância, sujeita a um retorno esperado desejado ou ainda da maximização do retorno esperado, para um nível de volatilidade. A representação matemática foi proposta da seguinte forma: para um portfólio composto por  $N$  ativos, a variância do retorno do portfólio  $V(R_p)$  é dada por:

A representação matemática foi proposta da seguinte forma: para um portfólio composto por  $N$  ativos, a variância do retorno do portfólio  $V(R_p)$  é dada por:

$$V(R_p) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N w_i w_j \sigma_{ij}$$

Onde:

- $V(R_p)$  é a variância do retorno do portfólio.
- $w_i$  e  $w_j$  são os pesos do total investido nos ativos  $i$  e  $j$ , respectivamente.
- $\sigma_{ij}$  é a covariância entre os retornos dos ativos  $i$  e  $j$ .

A função objetivo e as restrições são definidas como:

**Minimizar:**  $V(R_p)$

Sujeito às seguintes restrições:

$$\sum_{i=1}^N w_i \mu_i = \mu_p$$

$$\sum_{i=1}^N w_i = 1$$

$$w_i \geq 0 \quad \text{para todo } i$$

Onde:

- $\mu_i$  é o retorno esperado do ativo  $i$ .
- $\mu_p$  é o retorno esperado do portfólio.

Ao tentar a minimização da variância, o modelo de Markowitz faz o uso da diversificação proporcionada pela combinação de ativos com baixa ou negativa correlação. A fronteira eficiente surge como o conjunto de carteiras que otimiza o retorno para um determinado nível de risco, usando como elemento principal o uso de ativos descorrelacionados. Essa diversificação, não apenas reduz o impacto de oscilações idiossincráticas nos ativos, mas também permite uma melhora na métrica risco-retorno. Ao combinar ativos descorrelacionados, a otimização da carteira se alinha a um dos principais objetivos práticos da teoria moderna de portfólios, uma gestão de risco eficaz e um retorno potencialmente superior.

## 2.2 IMPLEMENTAÇÃO PRÁTICA

A implementação, prática dessa teoria enfrenta desafios significativos. A abordagem de média-variância assume que os retornos dos ativos seguem uma distribuição normal e que os investidores são racionais. Contudo, na prática, os comportamentos dos investidores podem ser influenciados por fatores psicológicos e emocionais, e os retornos de ativos financeiros frequentemente apresentam assimetria e curtose. Ademais, segundo Michaud (1989), o uso da média dos retornos passados dos ativos não é uma boa alternativa. A dependência de dados históricos pode levar a estimativas imprecisas dos retornos esperados e das covariâncias entre ativos, resultando em otimizações irrelevantes e portfólios que são altamente sensíveis a essas estimativas. Essa sensibilidade excessiva pode fazer com que os portfólios gerados pelo modelo de Markowitz sejam pouco intuitivos, pouco diversificados e com alocações instáveis Michaud (1989).

O problema ainda pode ser agravado em mercados emergentes com economia dependente de fatores externos, uma vez que a estrutura e lucros das empresas são sensíveis aos cenários macroeconômicos, o que diminui ainda mais a representatividade do retorno esperado baseado na média de retornos passados. Segundo Aggarwal et al. (1999), uma volatilidade maior é esperada, principalmente nos setores ligados a fatores como preços de commodities e crises cambiais.

### 3 O MODELO BLACK-LITTERMAN: TEORIA E MECÂNICA

#### 3.1 FUNDAMENTOS TEÓRICOS DO MODELO BLACK-LITTERMAN

O modelo Black-Litterman foi introduzido como uma solução para os problemas de estimação enfrentados pelo modelo de média-variância. Conforme descrito por Black e Litterman (1992), o modelo integra a média e a covariância dos retornos dos ativos com a adição de novos parâmetros, incorporando tanto as expectativas de mercado quanto as opiniões específicas dos investidores, criando um vetor de retornos esperados ajustado. Segundo Porto (2010), esta nova abordagem possui pouca distinção metodológica, porém é capaz de gerar portfólios com diferenças de alocação relevantes.

O modelo Black-Litterman também fundamenta-se na ideia de que os mercados financeiros tendem a se mover em direção a um estado de equilíbrio racional ao longo do tempo. Embora os mercados raramente alcancem o equilíbrio perfeito, devido a fatores como ruído dos operadores, incerteza das informações e falta de liquidez, existe uma tendência natural de correção de desvios.

Essa visão é central para o modelo, pois assume que as forças do mercado, incluindo arbitragem, trabalham para eliminar essas discrepâncias. Assim, o equilíbrio é utilizado como um ponto de referência idealizado, permitindo que o modelo combine previsões teóricas com a realidade prática do comportamento do mercado.

Com o uso de um processo bayesiano, o modelo Black-Litterman ajusta as expectativas de retorno de mercado, ponderando-as pelas convicções dos investidores. Segundo Idzorek (2019), a combinação reduz a probabilidade de grandes desvios nas alocações de ativos, proporcionando uma abordagem de investimento mais sustentável para gestores de portfólios. Segundo He e Litterman (1999), então a metodologia permite uma maior precisão na construção de portfólios, proporcionando uma solução mais robusta do que o observado no modelo tradicional.

Em ambientes de mercado incertos, em que a volatilidade e a imprevisibilidade são elevadas, a sensibilidade dos modelos tradicionais às estimativas de retorno pode levar a decisões de investimento subótimas e instáveis. O modelo Black-Litterman mitiga essa sensibilidade ao permitir ajustar os retornos esperados com base nas informações de mercado e opiniões subjetivas dos investidores Black e Litterman (1992). Conforme novas informações de mercado se tornam disponíveis, ou conforme mudam as opiniões dos investidores, o modelo pode ajustar as distribuições de retorno esperadas de forma a refletir as mudanças. Isso é particularmente útil em mercados emergentes ou altamente voláteis, onde as condições podem mudar rapidamente e de

forma imprevisível Meucci (2008).

### 3.2 FUNDAMENTOS TEÓRICOS E FORMULAÇÃO MATEMÁTICA

Os retornos esperados de equilíbrio ( $\Pi$ ) no modelo Black-Litterman são derivados das capitalizações de mercado dos ativos, assumindo que o mercado está em equilíbrio. Esses retornos implícitos são calculados utilizando o modelo CAPM e as ponderações de mercado dos ativos. A fórmula para os retornos esperados de equilíbrio é:

$$\Pi = \delta \Sigma w_m$$

Onde:

- $\Pi$  representa o vetor de retornos esperados de equilíbrio.
- $\delta$  é o parâmetro de aversão ao risco do investidor.
- $\Sigma$  é a matriz de covariância dos retornos dos ativos.
- $w_m$  é o vetor de ponderações de mercado dos ativos.

O parâmetro  $\delta$  reflete a aversão ao risco do investidor e pode ser ajustado para refletir diferentes níveis de aversão ao risco. Um valor mais alto de  $\delta$  implica uma maior aversão ao risco, resultando em retornos esperados de equilíbrio mais elevados. Segundo Idzorek (2019), a fórmula para obtenção do parâmetro pode ser expressa como:

$$\delta = \frac{E(r) - R_f}{\sigma^2}$$

Onde:

- $E(r)$  é o retorno esperado do mercado.
- $R_f$  é a taxa livre de risco.
- $\sigma^2$  é a variância do retorno do mercado.

O vetor de peso  $w_m$  representa a proporção de cada ativo no portfólio de mercado. Estas ponderações são, em sua maioria, derivadas das capitalizações de mercado dos ativos, assumindo que o mercado está em equilíbrio e que os preços refletem todas as informações disponíveis. O peso de mercado de cada ativo é obtido por meio da fórmula:

$$w_{mi} = \frac{cpi_i}{\sum_{i=1}^n cpi_i}$$

Onde:

- $w_{mi}$  é a ponderação de mercado do ativo  $i$ .
- $cpi_i$  é a capitalização de mercado do ativo  $i$ .
- $\sum_{i=1}^n cpi_i$  é a soma das capitalizações de mercado de todos os ativos no portfólio de mercado.

No modelo Black-Litterman, a Matriz de Opinião do Investidor é crucial para incorporar as visões subjetivas dos investidores sobre os retornos esperados dos ativos. A representação matemática é em formato de matriz denotada por  $Q$ , a qual consiste em um vetor que contém as expectativas de retorno para cada visão específica que o investidor possui. Não é necessário que sejam imputadas visões para todos os ativos, permitindo ao investidor adicionar apenas para aqueles sobre os quais ele possui uma convicção Idzorek (2019). Se houver  $n$  visões, então  $Q$  será um vetor de  $m \times 1$ :

$$Q = \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \vdots \\ q_n \end{pmatrix}$$

Onde  $q_i$  representa a opinião sobre cada um dos ativos.

A Matriz de Ponderações das Visões  $P$  desempenha um papel crucial no modelo Black-Litterman, pois ela determina como as visões dos investidores impactam os retornos esperados dos ativos. Basicamente, a matriz  $P$  descreve a relação entre as visões específicas dos investidores e os ativos do portfólio. Cada linha da matriz  $P$  corresponde a uma opinião, e cada coluna corresponde a um ativo no portfólio. Os elementos da matriz indicam a intensidade com que cada opinião influencia cada ativo.

Se temos  $m$  visões e  $N$  ativos,  $P$  será uma matriz  $m \times n$ :

$$P = \begin{bmatrix} p_{1,1} & \cdots & p_{1,n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{k,1} & \cdots & p_{k,n} \end{bmatrix}$$

Segundo Idzorek (2019), a matriz  $P$  permite que as visões dos investidores sejam expressas de maneira flexível, refletindo diferentes níveis de confiança e influência sobre os ativos. Isso possibilita um refinamento para as diferentes convicções de gestores profissionais.

### 3.3 APLICAÇÃO NO MODELO BLACK-LITTERMAN

A integração das opiniões dos investidores no modelo é feita por meio da combinação das matrizes  $Q$  e  $P$ . A equação fundamental que incorpora essas visões ao retorno esperado ajustado  $E_{BL}$  dos ativos é dada por:

$$E_{BL} = \Pi + \tau \Sigma P^T (P^T \Sigma P + \Omega)^{-1} (Q - P \Pi)$$

Onde:

- $\Pi$  é o vetor de retornos esperados de equilíbrio (a priori) dos ativos.
- $\tau$  é um escalar que representa o grau de incerteza nos retornos de equilíbrio.
- $\Sigma$  é a matriz de covariância dos retornos dos ativos.
- $\Omega$  é a matriz de covariância das visões, refletindo a incerteza associada às visões do investidor.

### 3.4 REVISÃO DE TRABALHOS ACADÊMICOS COM APLICAÇÃO DOS MODELOS MARKOWITZ E BLACK-LITTERMAN

Pesquisas recentes têm explorado a aplicação dos modelos de otimização de portfólios em mercados maduros, como o americano, utilizando diferentes metodologias para a estimativa dos retornos esperados. A análise busca esclarecer a aplicabilidade dos modelos em mercados estáveis e consolidados, focando especificamente nos

ativos de maior capitalização do mercado americano, representados pelos índices SP 500 e SP 100.

Yu (2023), propõe a aplicação do Black-Litterman e também do modelo Markowitz integrado com o modelo shrinkage bayesiano. Analisando as 200 maiores ações dos EUA entre 2013 e 2023, o estudo foi aplicado com e sem visões para o modelo BL e comparado com o modelo clássico. O modelo BL, alcançou uma razão de Sharpe de 0,832 para o portfólio de mínima variância, superando significativamente o método de estimação tradicional, que obteve 0,200. O trabalho também apresenta resultados na redução do turnover diário para 0,167, em contraste com 2,299 do Markowitz, indicando uma notável economia em custos de transação, elemento essencial para viabilizar uma aplicação prática.

Já no estudo de Li e Hsieh (2023), o artigo explora diferentes abordagens como aplicação de modelo Markowitz padrão, também com uma metodologia de janela deslizante fixa, para o modelo BL é aplicada uma metodologia de janela deslizante dinâmica para ajustar o tamanho das janelas de análise com base na volatilidade do mercado, momentos de mercado de maior volatilidade usam janelas dinâmicas mais curtas, enfatizando nos cálculos do retorno esperado os valores mais atuais dos ativos otimizados.

O modelo Black-Litterman (BL) com janela deslizante dinâmica, proposto por Li e Hsieh (2023), obteve resultados superiores em comparação aos modelos de média-variância (MV) tradicionais, tanto o estático quanto o dinâmico. O modelo padrão de média-variância (Static MV) apresentou um índice de Sharpe relativamente baixo de 0,269 e uma perda máxima acumulada (drawdown) de 30,88%. Já o modelo dinâmico de média-variância sem BL (Dynamic MV w/o BL), que utiliza uma janela deslizante fixa para capturar tendências de volatilidade, conseguiu uma leve melhoria, atingindo um Sharpe de 0,389 e uma redução do drawdown para 20,59%.

Em contrapartida, o modelo Black-Litterman com janela deslizante dinâmica (Algorithm 1), ao incorporar as visões de mercado de forma adaptativa e ajustar o tamanho da janela conforme a volatilidade, mostrou uma performance muito mais robusta. Este modelo atingiu um índice de Sharpe de 0,953, representando uma relação risco-retorno altamente favorável, e uma redução expressiva no drawdown para 19,57%. Neste trabalho é visível a viabilidade de integração de novos métodos tanto no modelo clássico quanto no atual BL.

Ambos os estudos trazem luz a capacidade dos modelos BL e Markowitz aplicado a mercados desenvolvidos como americano e demonstram como é possível obter um ganho de eficiência com o uso integrado a outros modelos e métodos de estimativa para os valores esperados e visões do investidor. Por conseguinte, os resultados indicam que o modelo também Black-Litterman, quando aplicado a mercados maduros,

pode se tornar uma ferramenta capaz de manter uma composição de portfólio estável e rentável, adequada às complexidades e exigências dos investidores institucionais em ambientes de alta liquidez.

### 3.5 REVISÃO DE TRABALHOS ACADÊMICOS COM APLICAÇÃO DOS MODELOS BLACK-LITTERMAN NO MERCADO BRASILEIRO

O mercado de ações brasileiro, com suas características únicas de volatilidade e dinâmicas específicas de risco-retorno, tem sido um campo fértil para a aplicação de diversos modelos de otimização de portfólios como de média variância e BL.

A dissertação de Porto (2010), intitulada "Utilização do Modelo de Black-Litterman para Gestão de Hedge Funds do Brasil", apresenta uma análise detalhada e aplicação prática do modelo de Black-Litterman no contexto dos fundos multimercados brasileiros em um período pós-crise do subprime de 2008 (Janeiro de 2004 até Maio de 2009) e usou o modelo clássico como base principal de comparação usando os mesmos períodos e métricas para a análise.

É destacado a flexibilidade do modelo moderno em incorporar projeções subjetivas dos investidores dentro de uma estrutura robusta e sistemática, obtendo carteiras diversificadas e mais intuitivas do que com o modelo clássico. O trabalho compara a performance de carteiras geradas pelo modelo de Black-Litterman, com e sem a introdução de opiniões do relatório FOCUS do Banco Central, com índices de fundos multimercados brasileiros.

Em termos de resultados, o estudo analisa a performance de ambos os modelos e no caso do BL são rodados backtest com e sem a adição de visões externas do investidor. O modelo clássico obtém um retorno acumulado de 74,97%, já os modelos BL sem e com visão atingem 94,87% e 112,92% respectivamente. diferente dos artigos internacionais no caso do trabalho de Porto ambas as simulações usando o modelo BL tiveram um desempenho inferior no tocando a riscos, atingido um Drawdown máximo de -1,80% para versão sem visões e -3,59% para o com visões integradas, já o modelo de média-variância atingiu -1,06%. Embora a simulação com as opiniões do FOCUS tenha mostrado um desempenho superior em relação ao modelo sem opiniões, essa superioridade veio atrelado a um aumento considerável da volatilidade e não se manteve quando comparada aos índices de fundos multimercados.

Dessa forma é possível notar que o trabalho ressalta o resultado do modelo fica sensível aos inputs escolhidos pelo investidor e que os resultados da pesquisa poderiam ser diferentes caso tivesse optado por uma metodologia que imprimisse opiniões sobre bens e variáveis essenciais do portfólio, como inflação e ativos de renda variável.

Já na dissertação de Verissimo (2023) , vemos uma aplicação mais atual feita com dados entre o período de 2018 a 2022 com foco na criação de uma carteira Multimercado no Brasil, contendo ativos de renda fixa, variável e cambial. A metodologia envolveu a combinação de dados históricos com opiniões do investidor, e tinha como objetivo a comparação com outros modelos de otimização tradicionais como Markowitz e CAPM (Capital Asset Pricing Model). Os resultados indicam que a inclusão das opiniões dos investidores no modelo Black-Litterman proporciona um desempenho superior aos Benchmarks. Os achados corroboram a hipótese de que a combinação de dados históricos com as expectativas dos investidores pode melhorar significativamente o desempenho das carteiras, sendo um modelo viável para a gestão eficiente de portfólios. O autor destaca a importância da qualidade das opiniões dos investidores para a eficácia do modelo, pois projeções mais assertivas tendem a gerar melhores resultados. Segundo Verissimo (2023), a flexibilidade do modelo Black-Litterman em ajustar as distribuições de probabilidade dos retornos dos ativos, combinando dados históricos com expectativas de mercado, é um diferencial significativo que pode ser explorado para otimizar portfólios em mercados emergentes como o Brasil.

Valverde (2010) discorre sobre a eficácia do modelo Black-Litterman em comparação com o modelo de Markowitz. Em sua monografia, Valverde realiza uma análise empírica utilizando dados de ações brasileiras. Em seu trabalho a autora constrói carteiras de investimento baseadas nos dois modelos e compara seus desempenhos ex-post, usando como base de input das visões de retorno o critério de eficiência operacional Margem EBITDA.

Os resultados indicam que, embora o modelo de Black-Litterman apresente um Índice Sharpe ligeiramente superior ao modelo clássico, essa diferença não é estatisticamente significativa, sugerindo que o modelo de Markowitz ainda oferece uma relação risco-retorno mais eficiente para o mercado brasileiro. A autora conclui que este não demonstrou uma vantagem clara sobre o modelo de Markowitz na amostra analisada, destacando a necessidade de estudos adicionais, especialmente em cenários de alta volatilidade.

## 4 BASE DE DADOS E METODOLOGIA

### 4.1 BASE DE DADOS

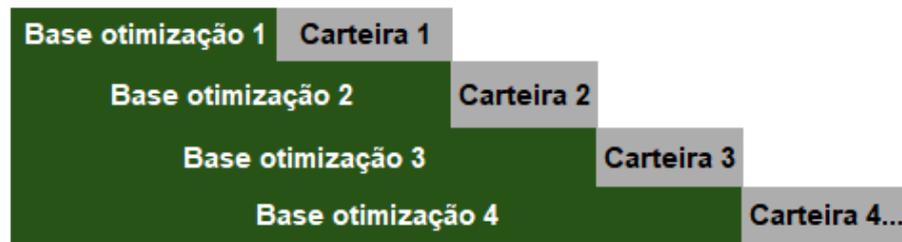
A análise se baseou em dados fornecidos pela base de dados “Quantum Axis”<sup>1</sup>, composta por informações de todas as ações negociadas na B3 durante o período de 2015 a 2024. A escolha desse intervalo temporal baseou-se na consistência dos dados de preços diários de fechamento. Para garantir a qualidade e a completude da base, aplicamos os seguintes filtros: presença de dados de preços e de ações emitidas em ao menos 95% dos dias do período. Inicialmente, a base continha um total de 454 ativos, reduzidos para 161 ações após a aplicação dos filtros mencionados. Para os ativos que passaram pelo filtro, aplicou-se uma interpolação linear com o objetivo de preencher valores de preços diários ausentes, assegurando uma base de dados completa e consistente para as otimizações subsequentes. Em relação aos ativos que realizaram IPO após a data inicial de análise (31/12/2015) até o último dia de geração de carteira (31/05/2024), sendo sua rentabilidade contabilizada até o dia 31/06/2024, utilizou-se o método “Backward Fill”, dada a ausência de dados suficientes para interpolação, com uma média de 15 dias preenchidos por este método, resultando em 2677 observações completas para cada ativo. Adicionalmente, o índice CDI (Certificado de Depósito Interbancário) foi adotado como proxy para a taxa livre de risco, enquanto o índice Ibovespa serviu como benchmark para a estimativa do excesso de retorno do mercado ( $\Delta$ ), ambos calculados nas mesmas janelas de tempo anteriormente descritas .

### 4.2 METODOLOGIA

A implementação do backtesting executa uma análise comparativa entre os modelos de otimização Média-Variância de Markowitz e Black-Litterman, aplicada ao mercado de ações brasileiro. Ambos os modelos foram configurados para otimizar carteiras mensais (rebalanceamento mensal) no período de 31/12/2018 a 31/05/2024, utilizando uma abordagem de análise walk-forward. Nesta abordagem, o portfólio é otimizado com base apenas nos dados históricos disponíveis até a data de cada rebalanceamento, garantindo que a análise não utilize dados futuros que não estariam disponíveis para o investidor à época.

<sup>1</sup> Quantum Axis (<https://quantumAxis.com.br>) é uma empresa especializada na venda de dados financeiros, com foco no mercado brasileiro, ofertando indicadores econômicos e cotações de ativos.

FIGURA 1 – REPRESENTAÇÃO ANALISE WALK-FORWARD



**Fonte:** Elaboração Própria

**Nota:** O gráfico representa a metodologia WALK-FORWARD

Para ambos os modelos, o retorno esperado é calculado utilizando a média histórica dos retornos dos ativos, enquanto a matriz de covariância é derivada pela amostra histórica dos retornos diários. A periodicidade de cálculo foi ajustada para 252 dias úteis, correspondente ao número médio de dias úteis em um ano no mercado brasileiro. A cada data de rebalanceamento, o modelo seleciona dados históricos de preços desde uma data de início até a data corrente de otimização, aplicando o mesmo processo em ambos os modelos.

A otimização de Média-Variância de Markowitz usa a biblioteca “PyPortfolio-Opt”<sup>Martin (2021)</sup>, que permite a construção da fronteira eficiente com base na maximização do índice de Sharpe. A taxa livre de risco (CDI) foi incluída como parâmetro. Foi aplicada uma restrição de pesos mínimo de 1% e máximo de 100% ao modelo para evitar alocações alavancadas ou “vendidas”. Os retornos do portfólio são calculados aplicando os pesos aos retornos dos preços no período subsequente, obtendo assim a performance da carteira ao longo do tempo.

Para o modelo Black-Litterman tanto a matriz P quanto o vetor Q são aplicados no modelo com valores zero para não influenciar a otimização e processo de cálculos das matrizes de retorno esperado e covariância segue a mesma metodologia acima descrita. A próxima etapa é a construção dos retornos implícitos de mercado, que começa com o cálculo dos pesos de mercado ( $w_m$ ), obtido pela quantidade total de ações multiplicada pelo preço diário dos ativos. Os pesos representam a proporção de cada ativo no total do mercado e são ajustados para que a soma fique em 100%. Depois, o retorno esperado do mercado é estimado com base no preço histórico do Ibovespa, usado como proxy para o retorno global do mercado brasileiro.

O modelo utiliza o parâmetro de aversão ao risco do mercado, denotado por  $\delta$ , que quantifica o nível de aversão ao risco dos investidores. Esse parâmetro é calculado pela fórmula:

$$\delta = \frac{E[R_m] - r_f}{\sigma_m^2}$$

Como o modelo foi aplicado sem integração de visões do Investidor, tanto a matriz  $P$  quanto o vetor  $Q$  são aplicados no modelo com valores zero para não influenciar a otimização. Além disso, foi usado  $\tau$  com valor fixo em 0,02, refletindo um equilíbrio conservador que privilegia as informações de mercado, escolhido também por ser um valor padrão usado em outros trabalhos analisados.

Não foram considerados custos de transação nem o volume de negociação diário dos ativos; além disso, não foi aplicada restrição quanto ao número de ativos na carteira.

Para avaliar o desempenho dos portfólios otimizados com os modelos Média-Variância de Markowitz e Black-Litterman, foram calculadas métricas financeiras amplamente utilizadas em análises de portfólio: O Índice de Sharpe, a Volatilidade Anualizada e o Drawdown Máximo.

## TURNOVER

O **Turnover** de um portfólio representa a variação total das alocações de ativos entre períodos consecutivos. É calculado pela soma das mudanças absolutas nas alocações de cada ativo entre dois períodos, indicando a intensidade de rebalanceamento do portfólio ao longo do tempo. Um Turnover alto sugere que a composição dos ativos é frequentemente ajustada, enquanto um Turnover baixo indica menor rotatividade, com os ativos sendo mantidos mais estáveis.

Para este trabalho, o Turnover foi calculado como a média das somas das variações absolutas das alocações de cada ativo entre períodos consecutivos:

$$\text{Turnover}_t = \sum_{i=1}^N |w_{i,t} - w_{i,t-1}|$$

onde  $w_{i,t}$  representa o peso do ativo  $i$  no período  $t$  e  $N$  é o número total de ativos no portfólio.

Um Turnover menor pode ser vantajoso para investidores pois aumenta a viabilidade de aplicação da estratégia, diminuindo os custos de transação e operação.

## ÍNDICE DE SHARPE

O índice de Sharpe é usado para representar a eficiência da carteira, demonstrando o excesso de retorno de uma carteira em relação à sua volatilidade.

$$\text{Índice de Sharpe} = \frac{E[R_p] - r_f}{\sigma_p}$$

onde  $E[R_p]$  é o retorno esperado do portfólio,  $r_f$  é a taxa livre de risco (neste caso, representada pelo CDI), e  $\sigma_p$  é o desvio-padrão dos retornos do portfólio.

## VOLATILIDADE ANUALIZADA

A volatilidade anualizada mede a dispersão dos retornos do portfólio em relação à sua média anual. Para este trabalho, foi calculada a volatilidade diária do portfólio, anualizada considerando 252 dias úteis.

$$\text{Volatilidade Anualizada} = \sigma_d \times \sqrt{252}$$

onde  $\sigma_d$  é o desvio-padrão dos retornos diários.

## DRAWDOWN MÁXIMO E MAIOR PERÍODO DE DRAWDOWN

O Drawdown Máximo é uma medida que quantifica a maior perda acumulada de um portfólio em relação a seu valor máximo histórico durante um determinado período. O objetivo dele é apresentar o comportamento de um portfólio em períodos de crise. Já o período em drawdown refere-se ao maior número de dias necessário para superar um drawdown, representando a resiliência do portfólio para recuperação após eventos de crise.

$$\text{Drawdown}(t) = \frac{V_t - \text{Max}(V_{\tau \leq t})}{\text{Max}(V_{\tau \leq t})}$$

onde  $V_t$  é o valor do portfólio no tempo  $t$  e  $\text{Max}(V_{\tau \leq t})$  representa o valor máximo atingido pelo portfólio até o tempo  $t$ .

TABELA 1 – RESUMO DE FONTES E DESCRIÇÃO DAS VARIÁVEIS UTILIZADAS NA OTIMIZAÇÃO

<b>Métrica</b>	<b>Ibovespa</b>	<b>Markowitz</b>
Preço Diário	Quantum Axis	Preço diário ajustado para dividendos e splits
Número de Ações Total	Quantum Axis	Quantidade total de ações em circulação para cada ativo
Taxa Livre de Risco (CDI)	Quantum Axis	Utilizada como taxa de referência para o cálculo do índice de Sharpe
Retornos Diários	Calculados a partir dos dados do Quantum Axis	Variação percentual diária entre os preços ajustados
Matriz de Covariância	Calculados a partir dos dados do Quantum Axis	Covariância calculada com periodicidade diária
Proxy de Valor de Mercado	Calculados a partir dos dados do Quantum Axis	Produto entre o preço diário ajustado e o número de ações
Retorno Esperado do Portfólio	Calculado a partir dos retornos diários dos ativos	Média ponderada dos retornos esperados dos ativos, ponderada pelos pesos
Risco do Portfólio (Desvio-Padrão)	Calculado diretamente a partir dos retornos do portfólio	Desvio-padrão dos retornos do portfólio, baseado na série de retornos históricos
Peso Ótimo dos Ativos	Calculado pelo modelo de otimização	Alocação de cada ativo no portfólio, em percentual, com base na otimização
Retorno Ajustado pela Aversão ao Risco	Calculado utilizando o parâmetro $\delta$ e os retornos implícitos do mercado	Retornos ajustados que combinam as expectativas de mercado com o parâmetro de aversão ao risco
Excesso de Retorno do Mercado (Ibovespa)	Calculado em relação ao CDI	Retorno excedente do Ibovespa, usado para estimar o retorno esperado do mercado e o parâmetro $\delta$

FONTE: Elaboração Própria

NOTA: Os dados foram coletados no período de 2018-2024

LEGENDA: Descrição das variáveis e suas respectivas fontes utilizadas na otimização dos portfólios

## 5 ANÁLISE DE DADOS E RESULTADOS

Abaixo, apresentados os resultados obtidos com a análise comparativa das métricas de desempenho entre o Ibovespa e as carteiras otimizadas utilizando os modelos de Markowitz e Black-Litterman (BL). A Tabela 1 ilustra demonstra as principais métricas de desempenho entre essas estratégias, como retorno acumulado, índice de Sharpe, volatilidade anualizada, drawdown e o maior período de drawdown registrado durante o backtest.

TABELA 2 – COMPARATIVO DE DESEMPENHO ENTRE ESTRATÉGIAS

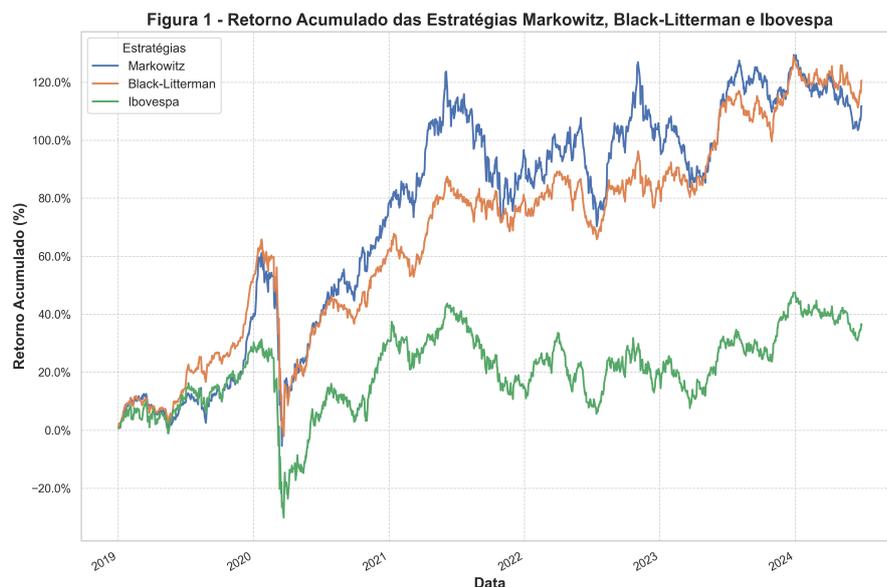
Métrica	Ibovespa	Markowitz	Black-Litterman
Retorno Acumulado (%)	36,14	111,78	120,57
Índice de Sharpe	0,35	0,74	0,92
Volatilidade Anual (%)	24,80	21,66	16,83
Drawdown Máximo (%)	-46,82	-41,29	-40,93
Período de Drawdown (dias)	919	512	354

FONTE: Elaboração Própria

NOTA: Período analisado: 2018-2024

LEGENDA: As métricas foram calculadas com base nos dados diários

FIGURA 2 – RETORNO ACUMULADO DOS MODELOS DE OTIMIZAÇÃO



**Fonte:** Elaboração Própria com dados do Quantum Axis

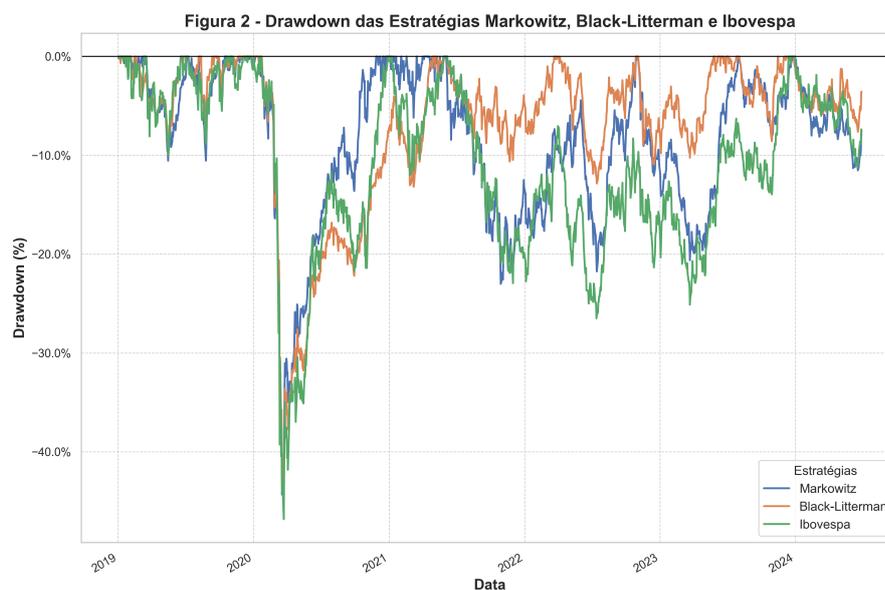
**Nota:** O gráfico apresenta a evolução do retorno acumulado das carteiras otimizadas em comparação com o Ibovespa

**Legenda:** Período de análise: 2018-2024

Em uma análise comparativa a respeito dos portfólios otimizados e do Ibovespa, utilizado como índice de referência, evidencia uma diferença significativa entre os retornos acumulados no período estudado. O Ibovespa obteve um retorno acumulado de 36,14%, enquanto o portfólio otimizado pelo modelo de Markowitz obteve 111,78% e o modelo Black-Litterman atingiu um retorno ainda maior, com um de 120,57%. Esses resultados demonstram que ambos os modelos superaram o índice de referência de forma significativa, sendo que o modelo Black-Litterman obteve uma ligeira vantagem em relação ao modelo Markowitz.

Na análise de risco-retorno, o índice de Sharpe oferece um retrato claro da eficiência de cada estratégia. O Ibovespa obteve um índice de Sharpe de 0,35, o que demonstra que a relação entre retorno e volatilidade do principal representante do mercado brasileiro é bastante modesta. Em contraste, os portfólios otimizados com base nos modelos de Markowitz e Black-Litterman apresentam índices de Sharpe superiores: 0,74 e 0,92, respectivamente, apresentando maior eficiência em comparação ao índice de referência, com destaque novamente para o modelo BL

FIGURA 3 – ANÁLISE DE DRAWDOWN DOS MODELOS



**Fonte:** Elaboração Própria com dados do Quantum Axis

**Nota:** O gráfico demonstra os períodos de perda máxima de cada estratégia

**Legenda:** Período de análise: 2018-2024

Por meio da análise do gráfico de drawdowns, que mede a perda máxima desde o último pico até o ponto mais baixo de um portfólio, é possível verificar a resiliência de cada uma das estratégias em períodos de crise. A partir desta análise, observa-se que tanto o modelo de Markowitz, quanto o modelo Black-Litterman apresentaram maior grau de proteção em relação ao Ibovespa. O modelo Black-Litterman obteve melhor

TABELA 3 – COMPARAÇÃO DE TURNOVER DOS MODELOS BL E MARKOWITZ

<b>Métrica</b>	<b>Black-Litterman</b>	<b>Markowitz</b>
Média	0,163	0,262
Mediana	0,068	0,252
Desvio-Padrão	0,209	0,114
Qtd Períodos Acima da Média	5	8
% Períodos com Turnover < 0.1	66,67%	0%

**Fonte:** Elaboração Própria.

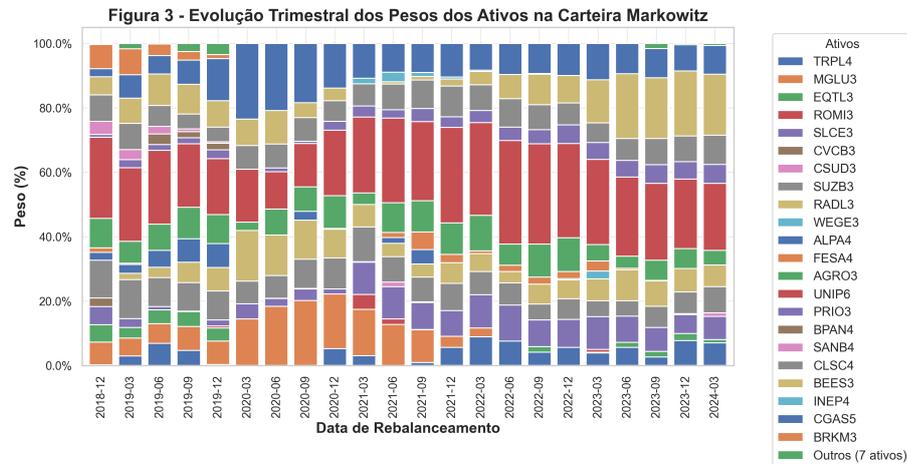
recuperação em menor tempo e de forma estável após as quedas, refletindo maior resiliência e estabilidade das alocações.

Essa menor duração e intensidade de perda demonstram que o modelo Black-Litterman é menos sujeito a oscilações, indicando uma capacidade de defesa do portfólio e recuperação mais rápidas em ocasiões de crise. O Ibovespa, por outro lado, obteve quedas mais acentuadas e sempre ficou por mais tempo nos períodos de recuperação. Esta linha faz do modelo Black-Litterman uma boa escolha para o investidor que deseja minimizar perdas em períodos de alta volatilidade e manter uma trajetória de retorno mais equilibrada ao longo do tempo.

Além da análise de drawdown, é importante considerar o Turnover Ratio, indicador que apresenta a frequência de mudanças da carteira e reflete o nível de "turnover" das posições. Em relação ao modelo clássico Black-Litterman, 66,67% dos períodos podem registrar turnover inferior a 0,1, que sugere baixa rotatividade dos ativos no tempo. Este turnover reduzido indica uma estratégia mais estável, exigindo menos ajustes frequentes e em linha com a perspectiva Black-Litterman (que visa a uma alocação equilibrada em relação às expectativas do mercado). Esta estabilidade é positiva, uma vez que a mesma diminuiria os custos de transação e seu risco em relação ao impacto das oscilações momentâneas do mercado sobre o portfólio.

Em comparação, o modelo de Markowitz apresenta um turnover mais elevado, ocasionando oscilações constantes da composição dos ativos. Esta característica é explicada pela sensibilidade do modelo às alterações de estimativa de variância e retorno esperado, que provocam rebalancos frequentes.

FIGURA 4 – EVOLUÇÃO TRIMESTRAL DOS PESOS DOS ATIVOS - MODELO BLACK-LITTERMAN

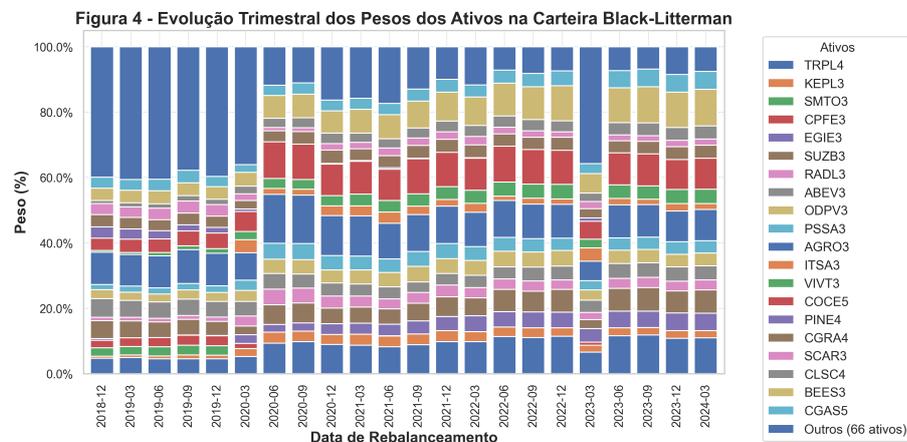


**Fonte:** Elaboração Própria com dados do Quantum Axis

**Nota:** O gráfico apresenta a evolução temporal das alocações por ativo no modelo Black-Litterman

**Legenda:** Período de análise: 2018-2024

FIGURA 5 – EVOLUÇÃO TRIMESTRAL DOS PESOS DOS ATIVOS - MODELO MARKOWITZ



**Fonte:** Elaboração Própria com dados do Quantum Axis

**Nota:** O gráfico apresenta a evolução temporal das alocações por ativo no modelo Markowitz

**Legenda:** Período de análise: 2018-2024

A superioridade do modelo Black-Litterman pode estar relacionada à sua estrutura que incorpora as expectativas de mercado na construção da carteira. Bem como pela abordagem Bayesiana, que reduz a sensibilidade a oscilações momentâneas das expectativas de retorno. Por outra parte, o modelo de Markowitz depende de maneira excessiva das estimativas de variância e retorno esperado; esse fato pode resultar em alocações voláteis e desvios em relação ao valor intrínseco, durante os períodos de elevada volatilidade para os ativos.

Portanto, esta análise indica que, embora o modelo de Markowitz ofereça uma otimização eficaz, o modelo Black-Litterman proporcionou uma maior estabilidade nas alocações. Sua menor tendência a reações bruscas em períodos de volatilidade o torna uma ferramenta robusta para investidores que buscam uma estratégia de investimento mais equilibrada e menos suscetível a variações momentâneas do mercado.

## 6 DISCUSSÃO

Visto que o período de 2015 a 2024 foi marcado por eventos econômicos e políticos que impactaram intensamente o mercado financeiro brasileiro. Desde a recessão econômica de 2015 e 2016, que reduziu a atividade econômica no país, passando pela volatilidade global intensificada pela pandemia de COVID-19 em 2020, até as incertezas políticas e fiscais que permearam grande parte da década, o mercado brasileiro experimentou um ambiente de alta volatilidade e incerteza. Esses eventos testaram a resiliência dos portfólios, colocando em evidência a necessidade de estratégias de alocação que equilibrassem o risco com retornos consistentes em um cenário de frequentes adversidades. Avaliando os trabalhos analisados, o modelo clássico Black-Litterman em particular, destacou-se ao fornecer uma relação risco-retorno mais vantajosa, “como podemos ver pelo trabalho de Porto (2010) a capacidade de integrar as expectativas de mercado e do investidor de maneira mais equilibrada e menos sensível a estimativas pontuais, quando aplicado ao contexto de investimento em ativos “Multimercado”. Da mesma forma as pesquisas de Yu (2023), e de Li e Hsieh (2023) reforçam uma capacidade de mitigação de riscos e geração de retornos acima da média de mercado de ações maduros e desenvolvidos, em um período que apresentou desafios como como a crise de COVID-19.

De fato, ao analisarmos os resultados deste estudo percebemos que a aplicação no mercado de ações Brasileiro também obtiveram resultados alinhados aos dos estudos no mercado americano. Dessa forma, os achados deste estudo contribuem para a literatura sobre otimização de portfólios, ao aplica-lo de forma mais ampla com um número maior de ativos e em uma estratégia de alocação exclusiva no mercado de ações.

Entretanto, ressaltar que o *backtest*, foi conduzido com uma série de simplificações metodológicas que podem impactar a aplicabilidade prática dos resultados, especialmente no que diz respeito ao não uso de custos de transação e volume de negociação. Estes elementos provavelmente dificultariam a aplicação prática dos modelos e diminuiriam sua eficiência. Essas condições do *backtest* fornecem um ambiente controlado para avaliar a eficiência dos modelos, mas é importante que futuros estudos explorem o impacto desses fatores em simulações mais complexas e próximas ao mercado real.

## 7 CONCLUSÃO

Este trabalho contribui para a literatura de alocação de ativos ao mostrar a eficácia dos modelos de otimização no cenário brasileiro. A pesquisa reforça a importância de metodologias quantitativas para redução de riscos e aumento de ganhos potenciais na gestão de recursos.

Analisando os resultados é perceptível que os modelos, como os de Markowitz e Black-Litterman, possuem um potencial de ganho de capital em relação ao desempenho do mercado representado pelo índice Ibovespa. Ambos os modelos apresentaram retornos ajustados ao risco consideravelmente mais elevados, com um destaque para a eficiência e resiliência durante períodos de queda acentuada e alta volatilidade. Em particular, o modelo Black-Litterman se destacou pela capacidade de suavizar a volatilidade, oferecendo uma exposição ao risco mais equilibrada, o que resultou em uma estabilidade adicional ao longo do período analisado. Essa característica é especialmente relevante em mercados emergentes, como o brasileiro, em que as oscilações tendem a ser mais frequentes e intensas, indicando que o modelo Black-Litterman é capaz de oferecer uma relação risco-retorno mais vantajosa.

O valor dos modelos de otimização vai além do retorno absoluto. O principal objetivo destas metodologias é a eficiência na exposição ao mercado, equilibrando retorno com uma gestão cuidadosa dos riscos. Essa abordagem não é apenas útil para investidores profissionais, mas é fundamental para a sociedade em geral, pois a diversificação eficiente possibilita uma alocação de capital mais racional e menos propensa a perdas extremas. O conceito de diversificação baseado na covariância entre diferentes ativos, representa um avanço significativo na gestão de portfólios e destaca o caráter moderno e da teoria financeira.

entretanto, é importante reconhecer as limitações que influenciaram o estudo. não limitar o número de ativos, A necessidade de retirar um número relevante de ativos devido à complexidade e à falta de acesso a dados completos restringiu a análise. Além disso, fatores críticos como liquidez dos ativos, custos de transação e o número total de ativos na carteira foram desconsiderados, o que pode limitar a aplicação prática dos resultados. Em estudos futuros, é fundamental investigar o impacto desses elementos, uma vez que eles podem afetar a viabilidade e a eficácia de carteiras otimizadas em condições reais de mercado.

## REFERENCIAS

AGGARWAL, R.; INCLAN, C.; LEAL, R. Volatility in Emerging Stock Markets. en. **The Journal of Financial and Quantitative Analysis**, p. 33, mar. 1999. DOI: [10.2307/2676245](https://doi.org/10.2307/2676245).

BLACK, F.; LITTERMAN, R. Global Portfolio Optimization. en. **Financial Analysts Journal**, v. 48, n. 5, p. 28–43, set. 1992. DOI: [10.2469/faj.v48.n5.28](https://doi.org/10.2469/faj.v48.n5.28).

ELTON, E. J.; GRUBER, M. J.; BROWN, S. J.; GOETZMANN, W. N. **Modern portfolio theory and investment analysis**. Ninth edition. Hoboken, NJ: Wiley, 2014. ISBN 978-1-118-46994-1 978-1-119-42729-2.

FAMA, E. F.; FRENCH, K. R. Common risk factors in the returns on stocks and bonds. en. **Journal of Financial Economics**, v. 33, n. 1, jan. 1993.

HE, G.; LITTERMAN, R. The Intuition Behind Black-Litterman Model Portfolios. en. **Goldman Sachs Asset Management**, New York, NY, 1999.

IDZOREK, T. A Step-By-Step Guide to the Black-Litterman Model Incorporating User-specified Confidence Levels. en. **SSRN Electronic Journal**, 2019. DOI: [10.2139/ssrn.3479867](https://doi.org/10.2139/ssrn.3479867). Disponível em: <https://www.ssrn.com/abstract=3479867>.

LI, C.-L.; HSIEH, C.-H. On Unified Adaptive Portfolio Management. en. **arXiv**, 2023. Accessed: 2024-11-11. Disponível em: <https://arxiv.org/pdf/2307.03391>.

MARKOWITZ, H. Portfolio Selection. en. **The Journal of Finance**, v. 7, n. 1, p. 77, 1952. DOI: [10.2307/2975974](https://doi.org/10.2307/2975974). Disponível em: <https://www.jstor.org/stable/2975974>.

MARTIN, R. A. PyPortfolioOpt: portfolio optimization in Python. **Journal of Open Source Software**, The Open Journal, v. 6, n. 61, p. 3066, 2021. DOI: [10.21105/joss.03066](https://doi.org/10.21105/joss.03066). Disponível em: <https://doi.org/10.21105/joss.03066>.

MEUCCI, A. Fully Flexible Views: Theory and Practice. en, 2008.

MICHAUD, R. O. The Markowitz Optimization Enigma. en, 1989.

PORTO, R. L. Utilização do Modelo de Black-Litterman para Gestão de Hedge Funds do Brasil. pt, 2010.

SHARPE, W. F. Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium Under Conditions of Risk. en. **The Journal of Finance**, v. 19, n. 3, p. 425–442, set. 1964. DOI: [10.1111/j.1540-6261.1964.tb02865.x](https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.1964.tb02865.x). Disponível em: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1111/j.1540-6261.1964.tb02865.x>.

SILVA, L. Modelos de otimização de carteiras: uma aplicação da abordagem de Black-Litterman para o mercado brasileiro. pt. **Universidade Federal do Rio Grande do Sul**, v. 49, set. 2017.

TOMIO, G.; HOTTA, L. Teoria moderna de portfólio, paridade de risco e aplicações. pt. In: RESUMOS do... [S.l.]: Revista dos Trabalhos de Iniciação Científica da UNICAMP, nov. 2019. P. 1–1. DOI: [10.20396/revpibic2720192775](https://doi.org/10.20396/revpibic2720192775). Disponível em: <https://econtents.bc.unicamp.br/eventos/index.php/pibic/article/view/2775>.

VALVERDE, N. C. Black-Litterman versus Markowitz: uma aplicação para o Mercado brasileiro. pt. **Inspere Instituto de Ensino e Pesquisa**, 2010.

VERISSIMO, D. G. Otimização de Portfólio: O Modelo Black-Litterman Aplicado a uma Carteira Multimercado no Brasil. pt, 2023.

YU, C. K. Black-Litterman, Bayesian Shrinkage, and Factor Models in Portfolio Selection. en. **arXiv**, 2023. Accessed: 2024-11-11. Disponível em: <https://arxiv.org/pdf/2308.09264>.