

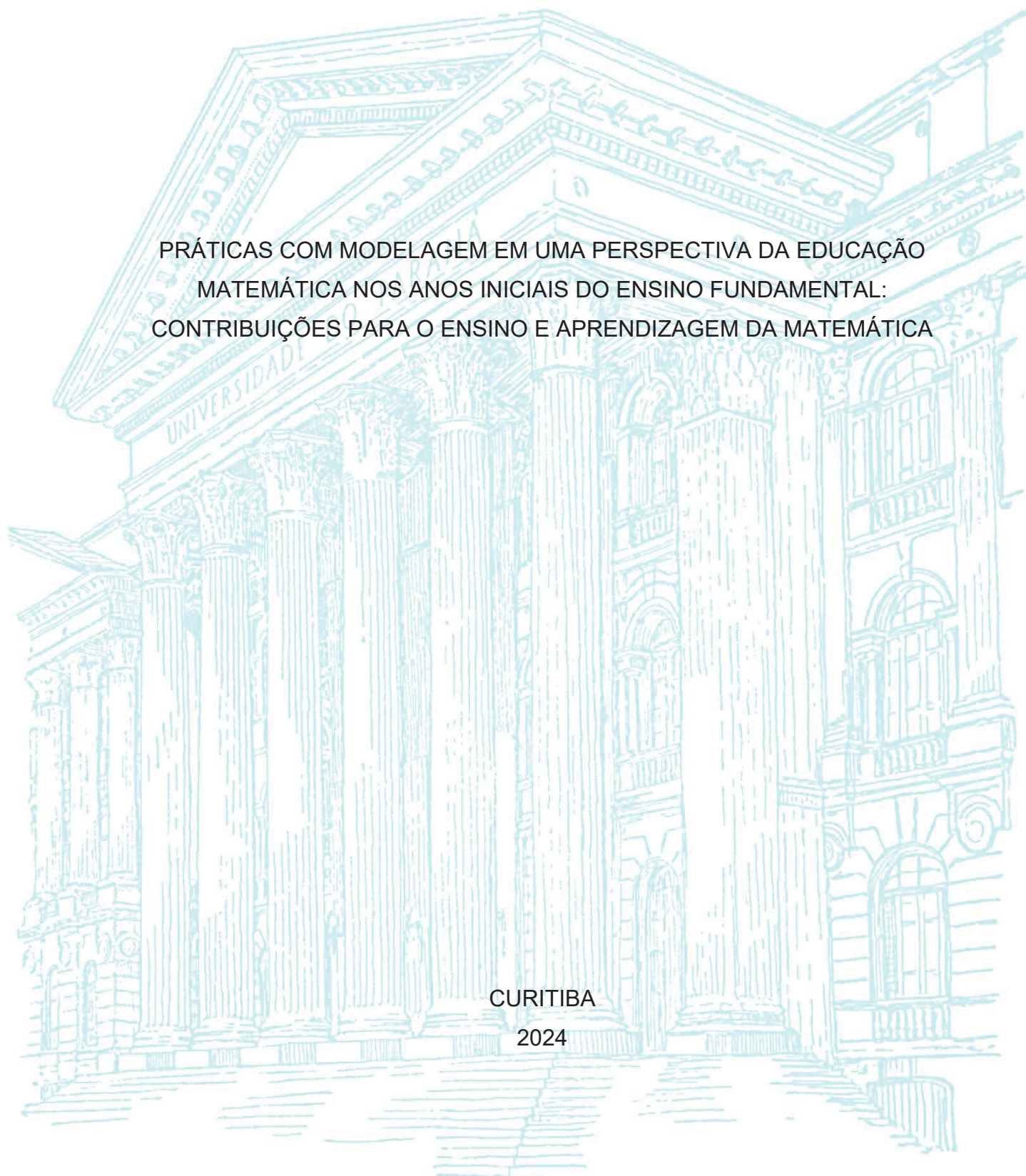
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

JUARÊS JOCOSKI

PRÁTICAS COM MODELAGEM EM UMA PERSPECTIVA DA EDUCAÇÃO
MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL:
CONTRIBUIÇÕES PARA O ENSINO E APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA

CURITIBA

2024



JUARÊS JOCOSKI

PRÁTICAS COM MODELAGEM EM UMA PERSPECTIVA DA EDUCAÇÃO
MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL:
CONTRIBUIÇÕES PARA O ENSINO E APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA

Tese apresentada ao curso de Pós-Graduação em Educação em Ciências e em Matemática, Setor de Ciências Exatas, Universidade Federal do Paraná, como requisito parcial à obtenção do título de Doutor em Educação em Ciências e em Matemática.

Orientadora: Prof.^a Dr.^a Neila Tonin Agranionih.

CURITIBA

2024

DADOS INTERNACIONAIS DE CATALOGAÇÃO NA PUBLICAÇÃO (CIP)
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
SISTEMA DE BIBLIOTECAS – BIBLIOTECA DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA

Jocoski, Juarês

Práticas com modelagem em uma perspectiva da educação matemática nos anos iniciais do ensino fundamental: contribuições para o ensino e aprendizagem da matemática / Juarês Jocoski. – Curitiba, 2024.

1 recurso on-line : PDF.

Tese (Doutorado) - Universidade Federal do Paraná, Setor de Ciências Exatas, Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e em Matemática.

Orientador: Neila Tonin Agranionih

1. Modelagem matemática – Teoria e aplicações. 2. Ensino fundamental. 3. Matemática – Estudo e ensino. I. Universidade Federal do Paraná. II. Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e em Matemática. III. Agranionih, Neila Tonin. IV . Título.

Bibliotecário: Leticia Priscila Azevedo de Sousa CRB-9/2029

TERMO DE APROVAÇÃO

Os membros da Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E EM MATEMÁTICA da Universidade Federal do Paraná foram convocados para realizar a arguição da tese de Doutorado de **JUARÊS JOCOSKI** intitulada: **PRÁTICAS COM MODELAGEM EM UMA PERSPECTIVA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL: CONTRIBUIÇÕES PARA O ENSINO E APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA.**, sob orientação da Profa. Dra. NEILA TONIN AGRANIONIH, que após terem inquirido o aluno e realizada a avaliação do trabalho, são de parecer pela sua APROVAÇÃO no rito de defesa.

A outorga do título de doutor está sujeita à homologação pelo colegiado, ao atendimento de todas as indicações e correções solicitadas pela banca e ao pleno atendimento das demandas regimentais do Programa de Pós-Graduação.

CURITIBA, 01 de Outubro de 2024.

Assinatura Eletrônica

04/10/2024 11:15:49.0

NEILA TONIN AGRANIONIH

Presidente da Banca Examinadora

Assinatura Eletrônica

04/10/2024 14:09:19.0

DIONISIO BURAK

Avaliador Externo (UNIVERSIDADE ESTADUAL DO CENTRO-OESTE)

Assinatura Eletrônica

03/10/2024 12:50:39.0

RODOLFO EDUARDO VERTUAN

Avaliador Externo (UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ - TOLEDO)

Assinatura Eletrônica

03/10/2024 21:48:43.0

LEÔNIA GABARDO NEGRELLI

Avaliador Externo (UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ)

Assinatura Eletrônica

03/10/2024 21:41:31.0

EMERSON TORTOLA

Avaliador Externo (UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ)

Dedico a minha esposa, Raquel Grossmann Jocoski, ao meu filho, João Lucas Jocoski, aos meus pais, Zeno e Sueli, aos meus sogros, Martim e Lídia, às minhas irmãs, Josiane, Jocieli e Joslaine, aos meus cunhados, Daniel, Joel, Samuel, Sávio e minhas cunhadas, Aline e Melani.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente agradeço a Deus por ter me oportunizado as condições de realizar este trabalho e estar presente principalmente nos momentos mais difíceis, dando-me segurança, paz e sabedoria para superá-los.

À minha caríssima orientadora, Prof^a. Dra. Neila Tonin Agranionih, faltam palavras para dizer o quanto foi importante nessa trajetória, a dedicação demonstrada, sempre com o objetivo de contribuir em minha formação pessoal e profissional, com muita ética, respeito, e, principalmente generosidade. Uma verdadeira mãe acadêmica. Gratidão.

Agradeço também aos professores que fizeram parte da banca de defesa da tese: Dionísio Burak, Emerson Tortola, Leônia Gabardo Negrelli e Rodolfo Eduardo Vertuan. Cada contribuição deixada no texto não apresenta apenas mudanças na escrita, mas sim uma reflexão profunda sobre uma visão de educação mais humana e sensível. Suas análises e *feedbacks* foram fundamentais para o aprimoramento deste trabalho e para o meu crescimento acadêmico e pessoal.

Agradeço aos meus professores, desde a Educação Básica até o Ensino Superior, que me instigaram a refletir, questionar, ir em busca do conhecimento e me incentivaram na vida profissional e acadêmica.

A todos os Professores do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e em Matemática (PPGECM), aos professores e colegas dos grupos de pesquisa GPEACM (Grupo de Pesquisa em Ensino e Aprendizagem de Ciências e Matemática) da Universidade Federal do Paraná.

Aos colegas e amigos do colegiado de Matemática da Unespar *campus* de União da Vitória, Dion, Felipe, Gabriele, Gilberto, Henrique, Josiane, Lucas, Maria Ivete, Marieli, Paula e Paulo que me incentivam e inspiram em continuar no âmbito da pesquisa.

À equipe da escola Maridalva de Fátima Palamar, com um agradecimento especial à diretora Salete e à supervisora Ocssana, quero expressar minha profunda gratidão pelo apoio constante e pelo incentivo fornecido a este trabalho.

À Secretaria Municipal de Educação de Cruz Machado, à escola Boleslau Sobota, à direção, à equipe pedagógica, à professora, aos pais e às crianças do 1º ano que abriram espaço para a realização da prática com Modelagem, agradeço por me acolherem e oportunizarem um momento de aprendizagens mútuas. A

colaboração e o apoio constantes de todos foram fundamentais para a realização deste projeto, permitindo que ele contribuísse de maneira significativa não apenas para a prática educacional, mas também para promover uma educação mais humanizada e sensível aos interesses das crianças.

De maneira especial ao meu grande amor, Raquel Grossmann Jocoski, que escolhe estar ao meu lado. Gratidão pelo amor, apoio, sensibilidade, parceria e incentivo ao longo da caminhada da vida e, principalmente, por compartilharmos sonhos e tarefas no dia a dia. Gratidão pela esposa zelosa que é, sem você este sonho não seria possível!

Ao meu filho João Lucas Jocoski, principalmente pela compreensão nos momentos em que o papel de pai se fez ausente por motivos de dedicação exclusiva aos estudos, mas que mesmo assim sempre estava sorrindo e brincando ao meu lado. Sua existência por si só me motiva a continuar vivendo e me tornando mais forte frente aos desafios e problemas.

A todas as pessoas que me acolheram nessa jornada, em especial aos meus familiares, Avó Anair (*in memoriam*), Avó Izabel (*in memoriam*), Avô Tadeu, pai Zeno, mãe Sueli, irmãos Jocieli, Josiane e Joslaine, sogro Martin, sogra Lídia, cunhados Daniel, Joel, Samuel e Sávio, cunhadas Aline e Melani e comadre Serafina por sempre apoiarem o caminho que escolhi seguir. Minha profunda gratidão a cada um de vocês.

Se cheguei até aqui foi porque me apoiei no ombro dos gigantes¹.

(Isaac Newton)

¹ A frase ganhou notoriedade com Isaac Newton em 1675, ao destacar a importância do conhecimento acumulado e transmitido ao longo das gerações.

Os "gigantes" não são apenas as grandes mentes da história, mas também aquelas pessoas que nos cercam de carinho, que nos motivam a sonhar e a ir além. São nossos professores, amigos, familiares e todos que, com seu apoio, tornam nossas conquistas possíveis. Eles nos elevam, permitindo-nos enxergar a vida de uma perspectiva mais ampla, profunda e sensível, ajudando-nos a alcançar alturas que talvez não conseguíssemos sozinhos. É um lembrete de que a realização dos nossos sonhos é frequentemente uma jornada coletiva, onde o reconhecimento e a gratidão por quem nos apoia são essenciais.

RESUMO

Este trabalho foi guiado pela questão: o que se mostra nas práticas com Modelagem na Educação Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental em relação às representações dos conceitos matemáticos, à resolução de problemas e às ações e interações vivenciadas pelas crianças? A pesquisa, de abordagem qualitativa, coletou dados junto a um grupo de crianças de 6 a 8 anos durante o período de atividades regulares no ambiente escolar em uma turma de 1º ano dos Anos Iniciais. Para isso, foram utilizadas gravações das aulas, registros de observações em um diário de campo e fotografias das produções realizadas pelas crianças. A fase de análise dos dados teve como aporte teórico os trabalhos de Bogdan e Biklen (2010) e o instrumento Rubrica para Avaliação de Práticas com Modelagem nos Anos Iniciais (RAPMAI). Este instrumento, elaborado pelo autor a partir do instrumento Rubrica para Avaliação de Processos de Modelagem Matemática (REMMP) permitiu identificar e avaliar novas contribuições para o desenvolvimento integral das crianças, que consistem no fortalecimento de habilidades sociais, emocionais, cognitivas e éticas. Essas competências, que vão além da matemática, são fundamentais para o crescimento completo das crianças e essenciais na formação de cidadãos preparados para atuar de maneira consciente e responsável na sociedade. A partir dos resultados encontrados, temos a tese de que, a adoção de práticas com Modelagem em uma perspectiva da Educação Matemática durante a infância envolve ações contínuas em pequenos grupos de trabalho, com a proposição de problemas pelas próprias crianças e a construção de conhecimentos matemáticos e extramatemáticos a partir de temas ou situações-problema de interesse. Constatamos que as crianças passam pelas diversas fases do Ciclo de Modelagem de forma não linear, mostrando que se trata de um processo dinâmico. Esse movimento está condicionado à presença do(a) professor(a), que desempenha um papel fundamental na prática com Modelagem, atuando como mediador, e da família, que participa e incentiva. Nesse sentido, destacamos que as práticas com Modelagem, analisada por meio do instrumento RAPMAI, promovem avanços na formação das crianças, tanto nos assuntos relacionados à matemática quanto nas relações interpessoais. As práticas com Modelagem auxiliam na resolução de problemas, conduzem a ações mais conscientes no dia a dia, facilitam a tomada de decisão, melhoram a conexão com as emoções, promovem o autoconhecimento, elevam a autoestima e ajudam a manter um estado emocional calmo. Esses benefícios observados são frequentemente contemplados em mais de uma fase das práticas com Modelagem.

Palavras-chave: Modelagem na Educação Matemática. Anos Iniciais. Ciclos de Modelagem. Rubrica de avaliação. Matemática da teia de Aranha.

ABSTRACT

This study was guided by the question: what is shown in the practices with Modelling in Mathematics Education in the Early Years of Elementary School in relation to the representations of mathematical concepts, problem solving and the actions and interactions experienced by children? The research, with a qualitative approach, collected data from a group of children aged 6 to 8 during the period of regular activities in the school environment in a 1st grade class of the Early Years. For this, recordings of the classes, records of observations in a field diary and photographs of the productions carried out by the children were used. The data analysis phase was based on the theoretical work of Bogdan and Biklen (2010) and the instrument Rubric for the Assessment of Practices with Modelling in the Early Years (RAPMAI). This instrument, developed by the author based on the instrument Rubric to Evaluate Mathematical Modelling (REMMP) allowed the identification and evaluation of new contributions to the integral development of children, which consists of strengthening social, emotional, cognitive and ethical skills. These skills, which go beyond mathematics, are fundamental for the complete growth of children and essential for the formation of citizens prepared to act consciously and responsibly in society. From the results found, we have the thesis that the adoption of Modelling practices from a Mathematics Education perspective during childhood involves continuous actions in small work groups, with the proposition of problems by the children themselves and the construction of mathematical knowledge and extramathematical based on themes or problem situations of interest. We found that children go through the different phases of the Modelling Cycle in a non-linear way, showing that it is a dynamic process. This movement is conditioned by the presence of the teacher, who plays a fundamental role in Modelling practice, acting as a mediator, and the family, who participates and encourages. In this sense, we highlight that Modelling practices, analyzed using the RAPMAI instrument, promote advances in children's education, both in subjects related to mathematics and in interpersonal relationships. Modelling practices help with problem solving, lead to more conscious actions in everyday life, facilitate decision making, improve connection with emotions, promote self-knowledge, raise self-esteem and help maintain a calm emotional state. These observed benefits are often included in more than one phase of Modelling practices.

Keywords: Modelling in Mathematics Education. Early Years. Modelling Cycles. Assessment Rubric. Spider Web Mathematics.

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 - TETRAEDRO MAPS	34
FIGURA 2 - CONFIGURAÇÃO DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NA PERSPECTIVA DE BURAK E KLÜBER (2008).....	35
FIGURA 3 - CICLO DE MODELAGEM DE BLUM E LEIB	56
FIGURA 4 – CICLO DE MODELAGEM NOS ANOS INICIAIS EM UMA PERSPECTIVA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA	58
FIGURA 5 - PERGUNTAS ELABORADAS PELAS CRIANÇAS A PARTIR DO TEMA DE INTERESSE E ORGANIZADAS PELA PROFESSORA REGENTE E PESQUISADOR	85
FIGURA 6 - TEIAS DESENHADAS PELAS CRIANÇAS.....	86
FIGURA 7 - CRIANÇAS MEDINDO O CONTORNO DOS ROLINHOS DE PAPEL HIGIÊNICO, COM O USO DE FIO	88
FIGURA 8 - CRIANÇAS REALIZANDO DIVERSAS MEDIÇÕES COM O USO DA FITA MÉTRICA.	89
FIGURA 9 - CRIANÇA AMARRANDO A ARANHA DE PLÁSTICO COM O FIO.....	89
FIGURA 10 - CRIANÇAS MEDINDO O COMPRIMENTO DAS ARANHAS E DOS FIOS AMARRADOS.....	90
FIGURA 11 - CRIANÇAS ENROLANDO O FIO COM A ARANHA EM VOLTA DO ROLINHO	91
FIGURA 12- CRIANÇAS REALIZANDO EM PEQUENOS GRUPOS, AS DOBRADURAS DA TEIA EM PAPEL A4 E COLOR SET	92
FIGURA 13 - CRIANÇAS PRODUZINDO AS TEIAS EM GRUPO E REALIZANDO NOVAS DESCOBERTAS.....	93
FIGURA 14 - CRIANÇAS MOSTRANDO SUAS TEIAS E OS DIFERENTES FORMATOS	94
FIGURA 15 - CRIANÇAS AMPLIANDO O FORMATO DA TEIA DO GRUPO 4, COM O USO DE PAPEL CREPOM	95
FIGURA 16 - CRIANÇA PRODUZINDO TEIAS PARA EXPOSIÇÃO NA SALA DE SUA CASA, COM DIFERENTES FORMATOS.....	97
FIGURA 17 - FOTOGRAFIAS DE TEIAS ENVIADAS PELOS RESPONSÁVEIS DAS CRIANÇAS	97
FIGURA 18 - CRIANÇAS PARTICIPANDO DA DINÂMICA “TEIA DE ARANHA”	98

FIGURA 19 - ARANHAS PRODUZIDAS COM PAPELÃO E TIRAS DE PAPEL.....	100
FIGURA 20- PRESENÇA DA VIGILÂNCIA SANITÁRIA NA TURMA DO 1º ANO, EXPLICANDO ASSUNTOS DIVERSOS SOBRE COBRA E ARANHAS, TEMAS DE INTERESSE DAS CRIANÇAS.....	101
FIGURA 21- FOLDER ENTREGUE PELA VIGILÂNCIA SANITÁRIA ÀS CRIANÇAS DO 1º ANO.....	102
FIGURA 22 - CRIANÇAS COM OS RESPONSÁVEIS DA VIGILÂNCIA SANITÁRIA DO MUNICÍPIO.....	103
FIGURA 23 - CRIANÇAS INDICANDO QUE DEZ TAMPINHAS DE 3 CM DE DIÂMETRO, EQUIVALEM AO COMPRIMENTO DE UM PRATO DE PAPELÃO DE 30 CM.....	104
FIGURA 24 - DESENHO DAS CRIANÇAS REPRESENTANDO A QUANTIDADE DE ARANHAS MARRONS (3 CM) QUE EQUIVALEM A UMA ARANHA GOLIAS (30 CM).....	106
FIGURA 25 - DESENHO DAS CRIANÇAS REPRESENTANDO A QUANTIDADE DE ARANHAS MARRONS (4 CM) QUE EQUIVALEM A UMA ARANHA GOLIAS (30 CM).....	106

LISTA DE QUADROS

QUADRO 1 – PRÍNCIPIOS DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA REALÍSTICA	38
QUADRO 2 – ENTENDIMENTOS SOBRE MODELAGEM: UMA SÍNTESE DE NOSSA COMPREENSÃO	39
QUADRO 3 – ENTENDIMENTOS SOBRE MODELO MATEMÁTICO: UMA SÍNTESE DE NOSSA COMPREENSÃO	48
QUADRO 4 - COMPONENTES E INDICADORES DO INSTRUMENTO REMMP PARA EDUCAÇÃO INFANTIL E ANOS INICIAIS (TOALONGO-GUAMBA ET AL., 2020)	63
QUADRO 5 - PESQUISAS QUE TEMATIZAM O USO DO INSTRUMENTO REMMP EM PRÁTICAS COM MODELAGEM	64
QUADRO 6 - COMPONENTES E INDICADORES DA RUBRICA PARA AVALIAÇÃO DE PRÁTICAS COM MODELAGEM NOS ANOS INICIAIS (RAPMAI).....	73
QUADRO 7 – APROXIMAÇÕES ENTRE O CICLO E O INSTRUMENTOS PROPOSTO E AS ETAPAS DE TRABALHO DE BURAK (2010).....	74
QUADRO 8 - FASE DE ESCOLHA E COMPREENSÃO DA SITUAÇÃO REAL OU TEMA.....	110
QUADRO 9 - ORGANIZAÇÃO E INVESTIGAÇÃO	112
QUADRO 10 - MATEMATIZAÇÃO	116
QUADRO 11 - TRABALHO MATEMÁTICO E EXTRAMATEMÁTICO	118
QUADRO 12 - INTERPRETAÇÃO E AVALIAÇÃO.....	121
QUADRO 13 - DIÁLOGO CRÍTICO E APROFUNDAMENTO.....	123
QUADRO 14 - EXPOSIÇÃO E COMPARTILHAMENTO DOS RESULTADOS.....	127

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	16
1.1 TRAJETÓRIA PROFISSIONAL E ACADÊMICA DO PESQUISADOR	16
1.2 DA PESQUISA: QUESTÃO DE INVESTIGAÇÃO, OBJETIVOS E ESTRUTURA DA TESE	21
2 A MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA	25
2.1 ALGUMAS COMPREENSÕES SOBRE MODELAGEM	25
2.2 ALGUMAS COMPREENSÕES SOBRE MODELO MATEMÁTICO	41
2.3 CICLOS DE MODELAGEM NOS ANOS INICIAIS	51
3 RUBRICAS PARA AVALIAÇÃO	61
3.1 RUBRICA PARA A AVALIAÇÃO DE PROCESSOS DE MODELAGEM (REMMP)	61
3.2 RUBRICA PARA AVALIAÇÃO DE PRÁTICAS COM MODELAGEM NOS ANOS INICIAIS	70
4 METODOLOGIA DA PESQUISA	78
5 DESCRIÇÃO DA PRÁTICA COM MODELAGEM	84
5.1 O 1º ENCONTRO: O INTERESSE INICIAL, APRESENTAÇÃO DA TEMÁTICA E DOS PROBLEMAS E CONSTRUÇÃO DOS PEQUENOS GRUPOS	84
5.2 O 2º ENCONTRO: AS CRIANÇAS APRESENTAM INFORMAÇÕES SOBRE O PROBLEMA DAS TEIAS DAS ARANHAS	86
5.3 O 3º ENCONTRO: DISCUTINDO OS DIFERENTES FORMATOS DE TEIAS ATRAVÉS DE UMA DOBRADURA NO PAPEL	91
5.4 O 4º ENCONTRO: A DINÂMICA DA TEIA DE ARANHA E A PRODUÇÃO DA ARANHA EM PRATOS DE PAPELÃO	96
5.5 O 5º ENCONTRO: PARTICIPAÇÃO DA VIGILÂNCIA SANITÁRIA DO MUNICÍPIO DA TURMA DO 1º ANO	101
5.6 O 6º ENCONTRO: COMPARANDO OS TAMANHOS DA ARANHA MARROM COM A DE UMA ARANHA GOLIAS	104
6 ANÁLISE DOS DADOS	109
6.1 EVIDÊNCIAS DA ESCOLHA E COMPREENSÃO DA SITUAÇÃO REAL OU TEMA: AS CRIANÇAS E SUAS IDEIAS INICIAIS SOBRE O TEMA	109

6.2 EVIDÊNCIAS DA ORGANIZAÇÃO E INVESTIGAÇÃO: AS CRIANÇAS IDENTIFICANDO OS PRINCIPAIS ELEMENTOS DA SITUAÇÃO PROBLEMÁTICA.....	112
6.3 EVIDÊNCIAS DA MATEMATIZAÇÃO: A MATEMÁTICA SENDO EXPLORADA PELAS CRIANÇAS	116
6.4 EVIDÊNCIAS DO TRABALHO MATEMÁTICO E EXTRAMATEMÁTICO: AS CRIANÇAS E SUAS ESTRATÉGIAS	118
6.5 INTERPRETAÇÃO E AVALIAÇÃO: AS CRIANÇAS COMPARANDO A SOLUÇÃO COM A SITUAÇÃO PROBLEMÁTICA INICIAL	120
6.6 DIÁLOGO CRÍTICO E APROFUNDAMENTO: AS CRIANÇAS APRESENTAM E JUSTIFICAM OS RESULTADOS ENCONTRADOS	123
6.7 EXPOSIÇÃO E COMPARTILHAMENTO DOS RESULTADOS: AS CRIANÇAS SOCIALIZAM RESULTADOS E EXPLORAM NOVOS TEMAS	126
7 CONCLUSÕES	131
REFERÊNCIAS.....	141
APÊNDICE 1 – CARTA DE ANUÊNCIA SECRETÁRIA DA EDUCAÇÃO	149
APÊNDICE 2 – FOLHA DE ROSTO PLATAFORMA BRASIL	150
APÊNDICE 3 – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO	151
APÊNDICE 4 – TALE LÚDICO	154

1 INTRODUÇÃO

Este capítulo apresenta a trajetória acadêmica do pesquisador, seus interesses pela temática em estudo, bem como a questão de investigação, objetivos, justificativa e importância da pesquisa.

1.1 TRAJETÓRIA PROFISSIONAL E ACADÊMICA DO PESQUISADOR

O principal interesse para conduzir esta pesquisa emerge de inquietações e indagações que surgiram durante minha trajetória profissional. Essas questões foram ampliadas após os resultados da pesquisa realizada durante o meu mestrado em 2020.

Ao longo da licenciatura, especificamente quando estava no 4º ano, tive a oportunidade de conhecer os aspectos teóricos e metodológicos da Modelagem em uma perspectiva da Educação Matemática na disciplina específica de Modelagem ofertada neste ano da licenciatura. Fui convidado a participar do “Grupo de Estudos Teóricos e Investigativos em Educação Matemática (GETIEM: 2017-2019)”, hoje atual “Grupo de Estudos sobre Práticas de Modelagem Matemática em Educação Matemática (GEPMEM: 2020-2024)”, que vem oferecendo contribuições significativas no propor, discutir e refletir sobre práticas com Modelagem nas diversas etapas da Educação Básica, em especial nos Anos Iniciais onde se localiza meu maior interesse.

No 1º ano da licenciatura trabalhei 8 meses como estagiário em uma escola municipal no Município de Cruz Machado-PR, contribuindo nas atividades desenvolvidas por professores da Educação Infantil e dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Quando estava no 2º ano da licenciatura comecei a atuar como professor de Matemática e Física nos Anos Finais do Ensino Fundamental, Ensino Médio, Curso Profissionalizante – Formação de Docentes e Salas de Apoio à aprendizagem, pelo regime de Processo Seletivo Simplificado² (PSS) do estado do Paraná, tanto em colégios dos centros urbanos, quanto em colégios do campo, no município de Cruz Machado-PR. Atuei como professor nesse regime por cerca de 4

² É um processo realizado pela Secretaria de Estado da Educação do Paraná (Seed-PR) para contratar temporariamente professores, pedagogos e intérpretes de libras. O PSS é regulamentado pela Lei Complementar nº 108/2005 e pelo Decreto Estadual nº 4.512/2009. As contratações são feitas por meio do Regime Especial de Contratação (CRES) e têm uma data de término determinada.

anos (de 2013 a 2017) enquanto cursava a licenciatura em Matemática. Essa experiência me proporcionou diversas reflexões sobre minha prática docente e me motivou a buscar novos desafios para minha formação após a conclusão da graduação.

Ao finalizar a licenciatura em Matemática, em 2017, continuei participando do GETIEM e iniciei a pós-graduação *latu sensu* em Educação do Campo pela Faculdade Bagozzi. Esta ofereceu subsídios teóricos importantes para minha atuação enquanto professor que estava trabalhando na Educação do Campo, em um colégio estadual do interior do Paraná, oportunizando desenvolver as primeiras pesquisas com Modelagem na Educação Matemática voltadas à realidade dos sujeitos inseridos nesses espaços de formação. Ao término dessa especialização iniciei outra, em Ensino de Matemática, buscando compreender os usos de Metodologias para o ensino e aprendizagem de Matemática na Educação Básica e me especializar em temas vistos na licenciatura, como Didática da Matemática, Alfabetização Matemática e Ensino e Aprendizagem de Matemática.

No final do ano de 2018, concorri à bolsa do projeto de extensão: “Alfabetização Matemática por meio da Modelagem Matemática”, ofertado pela Universidade Estadual do Paraná em parceria com o programa Universidade sem Fronteiras (UF) do Governo Federal, ficando em primeiro lugar. Este projeto consistiu na colaboração com os professores da rede municipal para discutir, planejar, desenvolver e analisar intervenções em suas turmas, com o objetivo de promover a Alfabetização Matemática³ por meio da Modelagem. Através das ações delineadas neste projeto, proporcionamos aos professores do ciclo de alfabetização (1º, 2º e 3º ano), bem como aos futuros professores, a oportunidade de se familiarizarem com a Modelagem na Educação Matemática e compreenderem a importância da Alfabetização Matemática. O trabalho direto com os professores que atuam no ciclo de Alfabetização, visou o apoio, o incentivo e o assessoramento para que eles pudessem implementar a Modelagem em suas aulas como metodologia de ensino e, assim, proporcionar às crianças do ciclo de alfabetização a Alfabetização Matemática por meio da Modelagem em uma perspectiva da Educação Matemática.

³ A Alfabetização Matemática é um fenômeno que trata da compreensão, da interpretação e da comunicação dos conteúdos matemáticos ensinados na escola, tidos como iniciais para a construção do conhecimento matemático. Ser alfabetizado em matemática, então, é compreender o que se lê e escrever o que se compreende a respeito das primeiras noções de lógica, de aritmética e de geometria (Danyluk, 1998, p.20).

Na busca de me aprofundar nos estudos de maneira mais intensa, ingressei no Mestrado no ano de 2018, pelo programa de pós-graduação em Educação em Ciências e em Matemática da Universidade Federal do Paraná. No mestrado pude vislumbrar diversos campos de investigação tanto para o ensino, aprendizagem e na formação de professores. A participação do grupo de estudos Grupo de Pesquisa em Ensino e Aprendizagem de Ciências e Matemática (GPEACM), ofereceu diversos momentos de reflexão acerca da minha atuação docente e atuação enquanto pesquisador. No grupo pude apresentar, refletir e consolidar meu projeto de pesquisa que em 2020 gerou a dissertação de mestrado intitulada: “Modelagem Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: possibilidades para o ensino de matemática” (Jocoski, 2020). Percebo como foram importantes os momentos de discussão realizadas no grupo e a possibilidade de novas pesquisas que podem ser entrelaçadas nas linhas de ensino e aprendizagem de Ciências e Matemática e na Formação de Professores de Ciências e Matemáticas, sendo estes, interesses do grupo.

Cabe destacar que a pesquisa de mestrado foi realizada de forma colaborativa com minha orientadora, pois implicou em um trabalho produzido pelo olhar atento, cuidadoso e questionar da orientadora, pois “quem caminha sozinho pode até chegar mais rápido, mas aquele que vai acompanhado, com certeza vai mais longe” (Clarice Lispector).

Ao concluir o mestrado e o encerramento da bolsa do projeto de extensão da UF, percebi o interesse em buscar uma segunda graduação: licenciatura em Pedagogia. Esse interesse se deu pelo meu contato com turmas dos Anos Iniciais a partir do projeto de extensão e pelas intervenções realizadas em uma turma do 2º ano, que era consequência da problemática de pesquisa da dissertação: “Quais possibilidades para o ensino da Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental se descortinam com a prática da Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática”? (Jocoski, 2020, p. 15). Percebi que para continuar refletindo acerca dessas possibilidades, deveria me aprofundar no que tange às especificidades da infância e compreender como se dão as práticas pedagógicas desenvolvidas pelos profissionais que atuam nessa etapa de ensino. Nesse contexto, o curso de Pedagogia proporcionou diversas reflexões sobre o desenvolvimento da criança, sua visão singular do mundo, sua presença e interação nas situações ao seu redor. Iniciei o curso de Pedagogia em 2020 pelo Centro Universitário de Maringá (UniCesumar), e

o concluí em 2021, aproveitando equivalências de disciplinas já cursadas durante minha formação na Licenciatura em Matemática.

Desde abril de 2019, atuo como professor colaborador na Universidade Estadual do Paraná (UNESPAR), onde me formei em licenciatura em Matemática. Já lecionei disciplinas nos colegiados de Matemática, Pedagogia e Química. Em 2019, orientei um trabalho de conclusão de curso intitulado: “Análise de uma prática de Modelagem Matemática desenvolvida em uma turma multisseriada de alfabetização”. A acadêmica que desenvolveu a pesquisa sob minha orientação, pôde planejar, aplicar e analisar uma prática com Modelagem na Educação Matemática com crianças do primeiro e segundo ano do ciclo de alfabetização. O objetivo era discutir, a partir da transcrição das interações ocorridas em sala de aula durante uma prática com Modelagem Matemática, como os objetivos de aprendizagem preconizados no Documento Oficial Brasileiro para o ciclo de alfabetização são contemplados.

Desenvolvi três projetos de complementação de carga horária (projetos de pesquisa), intitulados: i. “Modelagem no ciclo de alfabetização dos Anos Iniciais: descrevendo possibilidades para o ensino de Matemática”, ii. “O protagonismo das crianças em práticas com Modelagem nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental” e iii. “Práticas com Modelagem de professores que ensinam matemática nos Anos Iniciais”. Tais projetos permitiram compreender que as crianças se tornam protagonistas quando se manifestam através das mais diversas formas de expressão: da palavra, da brincadeira, da arte, da música, da dança, do esporte, etc., e com o professor se permitem ampliar seu repertório matemático, buscar informações a respeito de temas e problemas de interesse, analisando e apresentando de forma crítica e autônoma suas conclusões ao longo da prática com Modelagem. Destacamos que esses projetos desenvolvidos, trazem indícios que práticas com Modelagem podem ser realizadas nos Anos Iniciais, em especial no ciclo de alfabetização, pois, ao direcionarmos um olhar mais cuidadoso a esses trabalhos, vemos que as práticas com Modelagem nesse período da escolarização permitem às crianças refletirem, analisarem e se envolverem em situações que propiciam o desenvolvimento protagonista, cooperativo e crítico, fundamental para a formação integral dessas crianças.

Em 2020, por consequência da pandemia do coronavírus (COVID 19), houve um crescimento acelerado de eventos on-line que trouxeram discussões sólidas sobre as diversas temáticas tanto para o campo da Matemática, quanto para a Educação

Matemática. Entre os eventos, tive a oportunidade de junto com o centro acadêmico da Universidade em que trabalho, organizar o "[I CICLO DE PALESTRAS - Licenciatura em Matemática](#)". O evento visou promover aproximação e intercâmbio entre os acadêmicos do Curso de Matemática, de outros cursos, docentes de outras Universidades, docentes da Educação Básica de União da Vitória e região e pesquisadores. Contando com a participação de grandes nomes da Matemática e da Educação Matemática: Prof. Dr. João Pedro da Ponte - Universidade de Lisboa; Prof^a. Dra. Carolina Bhering Araújo – Instituto de Matemática Pura e Aplicada; Prof^a. Dra. Márcia Cyrino – Universidade Estadual de Londrina; Prof^a. Dra. Maria Ivete Basniak – Universidade Estadual do Paraná; Prof. Dr. Fábio Borges - Universidade Estadual do Paraná; Prof. Dr. Rodolfo Vertuan - Universidade Tecnológica Federal do Paraná; Prof^a. Dr^a. Lourdes de Almeida - Universidade Estadual de Londrina, e o Prof. Dr. Ubiratan D'Ambrósio – Universidade Estadual de Campinas, ocasião em que tive a honra de fazer a mediação da palestra.

Ainda sobre minha atuação profissional, em fevereiro de 2023, fui aprovado em um concurso público no município de União da Vitória, no estado do Paraná. Desde então, exerço a função de professor regente de turmas dos Anos Iniciais, lecionando para uma turma de 3º ano em 2023 e para uma turma de 5º ano em 2024. Esta experiência tem contribuído significativamente para minha prática pedagógica, permitindo-me aplicar e expandir meus conhecimentos em diferentes contextos educacionais.

Em 2021, após a aprovação do projeto para ingresso no doutorado, em diálogo com a orientadora, buscamos delimitar a pesquisa com um dos principais preceitos: investigar a imagem da criança como protagonista, cooperativa e criativa, que potencializa o trabalho no campo pedagógico e nas pesquisas em Educação Matemática, respeitando sua singularidade. Assim, definimos a temática: "Práticas com Modelagem em uma perspectiva da Educação Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: contribuições para o ensino e aprendizagem da matemática". É importante destacar que o título e os outros aspectos do trabalho foram substancialmente influenciados pelas contribuições recebidas durante a banca de qualificação realizada em 2023. Essas contribuições foram fundamentais para melhorar a abordagem da pesquisa, ampliando nossa compreensão dos aspectos da Modelagem na Educação Matemática e aproximando-nos mais dos interesses das crianças durante a prática, aspectos que transcendem a matemática. Elas foram

essenciais para ajustar o foco do estudo, permitindo uma resposta mais sensível às necessidades pedagógicas e às características das crianças nos Anos Iniciais.

1.2 DA PESQUISA: QUESTÃO DE INVESTIGAÇÃO, OBJETIVOS E ESTRUTURA DA TESE

O ensino da Matemática nos primeiros anos de escolaridade visa desenvolver competências e habilidades importantes para o futuro social e pessoal da criança, bem como disseminar o pensamento matemático para além de cálculos numéricos (Brasil, 2018). O desenvolvimento das habilidades previstas na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) decorre da atribuição de significados aos objetos matemáticos⁴, sendo que sua compreensão é estabelecida em decorrência da relação com o contexto social da criança, ou seja, com a realidade da criança.

Para que isso seja alcançado, o professor desse nível de escolaridade deve se apropriar de estratégias, recursos e métodos que favoreçam a articulação da matemática com a realidade da criança. Isso é importante para que as crianças possam atribuir significado aos objetos matemáticos estudados, já que na matemática o acesso a eles ocorre por meio de representações.

No contexto brasileiro, existem tentativas de aproximação entre a realidade extraescolar, o conhecimento matemático e o estudante. Isto é, há professores que promovem atividades em sala de aula, que convidam o estudante a participar, a refletir, a comunicar, a estabelecer relações entre os conteúdos escolares e a realidade, ou seja, serem protagonistas em seu processo de aprendizagem. Tais aspectos têm sido objeto de debate em vários cenários que concentram discussões sobre Modelagem, entre eles, pesquisas *stricto sensu* de mestrados e doutorados,

⁴ Compreendemos objeto matemático como “qualquer entidade ou coisa à qual nos referimos, ou da qual falamos, seja real, imaginária ou de qualquer outro tipo, que intervém de alguma maneira na atividade matemática” (Godino; Batanero; Font, 2006, p. 5). Ainda, segundo os mesmos autores, a “atividade matemática” refere-se a todas as operações mentais e físicas, bem como a interação social, que envolvem o uso e a manipulação de objetos matemáticos. Essa atividade não se limita apenas ao cálculo ou à resolução de problemas, mas inclui também a formulação de conjecturas, a justificação de resultados, a argumentação, a representação simbólica e visual, entre outras ações que os indivíduos realizam ao lidar com conceitos e procedimentos matemáticos. Em outras palavras, a atividade matemática abrange todas as atividades cognitivas e práticas nas quais os indivíduos estão envolvidos enquanto trabalham com objetos matemáticos, sejam eles números, formas, equações, padrões, ou outros tipos de entidades matemáticas. Essas atividades podem ocorrer tanto em contextos formais de ensino quanto em situações do cotidiano onde são aplicadas ideias e métodos matemáticos para resolver problemas ou compreender fenômenos

eventos e periódicos que tematizam a Modelagem na perspectiva da Educação Matemática. Embora tais discussões tenham elucidado diversas questões, outras ainda estão latentes, tais como: quais possibilidades oferecidas pelas práticas com Modelagem favorecem a aprendizagem das crianças nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental? Que aprendizagens são mobilizadas à medida que as crianças dos Anos Iniciais constroem representações de conceitos matemáticos?

A Modelagem na Educação Matemática brasileira, apesar de ter uma história recente, pois sua gênese acontece por volta do final da década de 1970, já alcançou diversos avanços. Discussões que evidenciam que a Modelagem proporciona desenvolvimento de autonomia dos professores e estudantes, contextualização de situações que advém de contextos não necessariamente matemáticos e entendimento de que essas situações podem ser compreendidas a partir de lentes da matemática apresentam-se, por um lado, contempladas, mas por outro, têm gerado outras necessidades de investigação, como por exemplo, na temática que focaliza a pesquisa e a prática com Modelagem na formação das crianças. Mesmo que nos últimos anos se discuta sobre a utilização da Modelagem nos Anos Iniciais (Machado, 2010; Silva; Klüber, 2012; Souza; Luna, 2014; Martens; Klüber, 2016; Jocoski, 2020), “há produções científicas mínimas no assunto de Modelagem nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, indicando a necessidade de novos estudos ou pesquisas” (Villa-Ochoa, Soares, Alencar, 2019, p. 63).

Um dos consensos na literatura a respeito da Modelagem é de que ela é um processo não linear e interativo. De fato, há vários autores que propõem que os processos de Modelagem se desenvolvem através de Ciclos (Carreira; Amado; Lecoq, 2011; Geiger; 2011; Girnat; Eichler, 2011; Grefrath, 2011; Kaiser, 1995). Embora essas abordagens possuam características em comum, neste estudo nos propomos a olhar mais atentamente para o Ciclo proposto por Blum e Leiß (2007)⁵ uma vez que este Ciclo foi escolhido devido à sua base cognitiva e às etapas claras que estruturam o processo de Modelagem. Ele oferece uma abordagem abrangente, desde a identificação do problema no mundo real até a validação e aplicação de modelos matemáticos. Essas etapas não apenas promovem o desenvolvimento de habilidades

⁵ Na seção 2.3, iremos aprofundar a discussão e fornecer uma explicação mais detalhada sobre o Ciclo de Blum e Leiß (2007) e a sua adoção em nossa pesquisa. Além disso, apresentaremos uma adaptação do Ciclo para a prática com Modelagem, considerando uma das perspectivas da Educação Matemática que inclui considerações sobre a interação entre as crianças e outros fatores para além dos aspectos puramente matemáticos.

matemáticas, como também incentivam o trabalho colaborativo, a comunicação e a tomada de decisões fundamentadas – aspectos estes, que consideramos essenciais para o aprendizado nas primeiras idades escolares.

Alsina e Salgado (2021) enfatizam que, há apenas um número limitado de estudos que analisaram os processos de Modelagem a partir desta perspectiva de Ciclo. Nesta direção propõem o instrumento de avaliação Rubrica para Avaliação de Processos de Modelagem Matemática⁶ (REMMP) (Toalongo-Guamba *et al.*, 2020), uma rubrica instrucional constituída a partir dos sete elementos correspondentes às diferentes fases do Ciclo de Modelagem proposto por Blum e Leiß (2007), que pode ser interessante tanto como instrumento de avaliação quanto de ensino (Andrade, 2000).

Considerando que a questão que norteou o processo investigativo desta pesquisa é: “o que se mostra nas práticas com Modelagem na Educação Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental em relação às representações dos conceitos matemáticos, à resolução de problemas, e às ações e interações vivenciadas pelas crianças?”, entendemos que o REMMP contribui significativamente para a análise das aprendizagens que emergem a partir da Modelagem, ao focar em habilidades de resolução de problemas a serem desenvolvidas a partir do Ciclo de Modelagem proposto por Blum e Leiß (2007) e de outros aspectos matemáticos. No entanto, para tal buscamos olhar para este Ciclo e para o REMMP considerando a Modelagem em uma perspectiva da Educação Matemática (Burak, 2010) com vistas a buscar aproximações e distanciamentos entre ambas as abordagens. Considerando os aspectos das ações e interações entre as crianças, é necessário realizar adaptações tanto no Ciclo quanto no instrumento.

Portanto, o objetivo geral da pesquisa é: analisar as representações dos conceitos matemáticos, a resolução de problemas, as ações e interações vivenciadas pelas crianças no contexto dos Anos Iniciais em práticas com Modelagem na Educação Matemática em termos de instrumentos de avaliação para a Modelagem.

E desta forma, os objetivos específicos:

⁶ Tradução para Rubric for the Evaluation of Mathematical Modelling Processes (REMMP). O instrumento REMMP (Toalongo-Guamba *et al.*, 2020; Alsina; Salgado, 2020) é um instrumento avaliativo desenvolvido para ser aplicada desde os primeiros anos de ensino (3-5 anos) até os níveis mais avançados, como o Ensino Médio (15-18 anos). Sua abrangência permite que os usuários estabeleçam facilmente conexões entre as principais características do Ciclo de Modelagem proposto por Blum e Leiß (2007), tanto em níveis educacionais anteriores quanto posteriores, facilitando a continuidade do processo de aprendizagem ao longo das diferentes etapas de ensino.

- Buscar aproximações entre a Modelagem proposta no Ciclo de Modelagem de Blum e Leiß (2007) e do instrumento REMMP e a Modelagem em uma perspectiva da Educação Matemática (Burak, 2010);
- Investigar o processo desenvolvido em uma prática com Modelagem a partir das adaptações do Ciclo de Modelagem de Blum e Leiß (2007) e do instrumento REMMP aos princípios da Modelagem em uma perspectiva da Educação Matemática (Burak, 2010);

O trabalho está organizado em sete capítulos, seguidos por Referências e Apêndices. No Capítulo 1 é apresentada a introdução do estudo. No Capítulo 2 é discutido o referencial teórico que fundamenta a pesquisa, com o objetivo de apresentar a Modelagem na Educação Matemática e explorar seus aspectos e significados, bem como a compreensão de modelo matemático em Educação Matemática. Além disso, são abordados os Ciclos de Modelagem e as pesquisas e práticas envolvendo crianças na Educação Infantil e nos Anos Iniciais.

No Capítulo 3 é apresentada a Rubrica para Avaliação de Processos de Modelagem Matemática (REMMP) e as adaptações realizadas com vistas a buscar aproximações com a Modelagem na perspectiva adotada. Em seguida, no Capítulo 4, é destacada a opção metodológica da pesquisa, incluindo a descrição do contexto, o planejamento e o desenvolvimento da Modelagem realizada.

No Capítulo 5 é realizada a apresentação e a descrição da prática com Modelagem na turma do 1º ano. Já no Capítulo 6, são apresentadas as análises dos dados.

Por fim, no Capítulo 7, são apresentadas as reflexões, destacando os principais aspectos referentes à pesquisa e buscando compreender as representações dos conceitos matemáticos, a resolução de problemas, as ações e interações vivenciadas pelas crianças no contexto dos Anos Iniciais em práticas com Modelagem na Educação Matemática.

2 A MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Conforme Klüber (2012), as repercussões da Modelagem, seja no contexto das pesquisas, seja nas práticas de ensino, da Educação Infantil ao Ensino Superior, estão baseadas em uma multiplicidade de compreensões sobre Modelagem. Tais compreensões, muitas vezes indicam diferentes visões de professores e estudantes envolvidos em práticas pedagógicas dessa natureza. Na seção a seguir, apresentaremos uma análise detalhada de algumas dessas compreensões sobre Modelagem, abordando especificamente os modelos matemáticos e os Ciclos de Modelagem nos Anos Iniciais.

2.1 ALGUMAS COMPREENSÕES SOBRE MODELAGEM

Nos últimos anos, a incorporação da Modelagem nos currículos de diferentes países ganhou especial destaque, principalmente devido ao papel cada vez mais importante que desempenha tanto em aplicações da vida real (engenharia, ciências da vida, ciências sociais, etc.) quanto na própria educação (Trelles-Zambrano; Alsina, 2017). Para Kaiser (*apud* Alsina, 2023, p. 25) a Modelagem, juntamente com a introdução da tecnologia da informação, é provavelmente uma das características comuns, mais proeminentes nos currículos de matemática em todo o mundo nas últimas décadas.

Nesse sentido, organizações reconhecidas mundialmente estabelecem em seus documentos, de forma explícita ou implícita, a importância que a Modelagem merece nos processos de ensino e aprendizagem.

O Conselho Nacional de Professores de Matemática⁷ (NCTM) (NCTM, 2000) ao apresentar Currículo e Padrões de Avaliação para Matemática Escolar, assumiu a necessidade de desenvolver a compreensão de modelos matemáticos aplicáveis a uma variedade de disciplinas. As orientações curriculares enfatizaram que conteúdos matemáticos como padrões e funções, estatística e probabilidade ou geometria não

⁷ Tradução de National Council Of Mathematics Teachers (NCTM) é uma organização que se dedica à Educação Matemática e foi fundada em 1920. Em 2000, o NCTM publicou um documento que abordou o Princípio de Equidade, que defende que todos os estudantes devem ter a oportunidade e o apoio para aprender matemática, independentemente de suas características, históricos, obstáculos ou desafios físicos. Nos Estados Unidos e Canadá, a organização conta com mais de 230 afiliados e 80.000 membros.

devem focar na memorização, mas devem acima de tudo servir para modelar, descrever, analisar, avaliar e tomar decisões sobre situações-problema. Desde então, o NCTM, em seus diferentes documentos, sempre teve em mente a importância da Modelagem nos processos de ensino e aprendizagem, assumindo que um modelo matemático refere-se à representação matemática dos elementos e relações em uma versão idealizada de um fenômeno complexo, e apontam que todos os programas educacionais em todas as etapas, incluindo aqui a Educação Infantil e os Anos Iniciais, devem permitir aos estudantes o uso de representações que permitam modelar e interpretar física, social e matematicamente os fenômenos.

A Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE, 2017) entende por competência matemática a capacidade do indivíduo de formular, usar e interpretar matemática em diferentes contextos, incluindo o raciocínio matemático e o uso de conceitos, procedimentos, dados e ferramentas matemáticas, tais como descrever, explicar e prever fenômenos. Acredita que isso ajuda os indivíduos a reconhecerem o papel que a matemática desempenha no mundo e a fazer julgamentos e tomar decisões. Ademais, uma das sete capacidades fundamentais a serem desenvolvidas, conforme a abordagem da OCDE, tem a ver com a matematização, competência matemática que implica em transformar um problema definido no mundo real em uma forma estritamente matemática, que pode incluir estruturar, conceituar, fazer suposições e/ou formular um modelo ou, por sua vez, interpretar ou avaliar um resultado ou modelo matemático em relação ao problema original.

Na BNCC para o Ensino Fundamental homologada em 2017 encontram-se orientações para a construção de um currículo em ação que seja capaz de materializar aprendizagens em cada etapa da Educação Básica. Conforme o documento, isto requer tomar decisões que envolvam diversas ações, dentre as quais: “contextualizar os conteúdos dos componentes curriculares, identificando estratégias para apresentá-los, representá-los, exemplificá-los, conectá-los e torná-los significativos, com base na realidade do lugar e do tempo nos quais as aprendizagens estão situadas” (Brasil, 2018, p. 529).

Ainda, a BNCC aponta que

[...] os estudantes devem desenvolver habilidades relativas aos processos de **investigação, de construção de modelos e de resolução de problemas**. Para tanto, eles devem mobilizar seu modo próprio de **raciocinar**,

representar, comunicar, argumentar e, com base em **discussões e validações conjuntas, aprender conceitos e desenvolver representações** e procedimentos cada vez mais sofisticados (Brasil, 2018, p. 529, grifo nosso).

Atender a estas recomendações, advindas dos documentos oficiais, implica também em optar por metodologias de ensino que possam ir além daquelas que concebem o estudante como receptor passivo nos processos de ensino e aprendizagem, o professor como transmissor do conhecimento e os conteúdos como fins em si mesmo, descontextualizados de contextos socioculturais. Apontamos aqui, a Modelagem na perspectiva da Educação Matemática como uma possibilidade, para tal.

Nos últimos dez anos, um conjunto significativo de estudos tem se aprofundado na análise das finalidades tanto das pesquisas quanto das práticas relacionadas à Modelagem em diversos níveis de educação (Nunes *et al.*, 2020; Klüber, *et al.*, 2015). Essas pesquisas têm revelado uma diversidade de interpretações que abrangem tanto aspectos epistemológicos quanto ontológicos no que diz respeito ao entendimento da Modelagem. Esse enfoque abrangente busca compreender não apenas o papel da Modelagem como ferramenta pedagógica, mas também sua relevância no desenvolvimento do pensamento crítico e na formação de uma visão mais integrada e holística do conhecimento. Essas investigações têm contribuído significativamente para a ampliação do debate acadêmico e para o aprimoramento das práticas educacionais voltadas à Modelagem em diferentes contextos escolares.

No campo educacional, o termo “Modelagem” passou a se referir a uma estratégia de ensino no começo do século 20, ganhando força no Brasil no final da década de 1970, a partir das pesquisas dos professores Aristides Camargo Barreto, Rodney Carlos Bassanezi e Ubiratan D'Ambrósio. Mesmo não havendo uma única maneira de descrever a Modelagem, desde então, alguns trazem contribuições interessantes no modo de compreender e entender a Modelagem.

De acordo com Bassanezi (2002, p. 16),

a Modelagem é uma estratégia de ensino e aprendizagem que pode ser entendida como a arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real. [...] pressupõe multidisciplinaridade. E, nesse sentido, vai ao encontro das novas tendências que apontam para a remoção de fronteiras entre as diversas áreas de pesquisa. [...] é um processo dinâmico utilizado para a obtenção e validação de modelos matemáticos.

As práticas escolares com Modelagem, conforme Bassanezzi (2002), têm sido teoricamente influenciadas pela Matemática Aplicada. Consequentemente, para o referido autor, a compreensão da Modelagem é apresentada em termos do processo de construção do modelo matemático, traduzido em esquemas explicativos.

Bassanezi (2002) enfatiza que a Modelagem pode ser vista tanto como uma abordagem científica para conduzir pesquisas quanto como uma estratégia pedagógica para facilitar o ensino e a aprendizagem. Como a Modelagem trabalha com situações da realidade, conforme o autor afirma anteriormente, é necessária a compreensão de que ela não é estática. Ou seja, a Modelagem deve ser utilizada, considerando os aspectos sociais e culturais que estão envolvidos no evento a ser analisado.

A concepção de Barbosa (2004) sobre Modelagem enfatiza a oportunidade para os estudantes indagarem em diferentes situações por meio da matemática, sem procedimentos fixados previamente. Barbosa (2001; 2003; 2004) afirma que essa maneira de conceber a Modelagem se orienta prioritariamente por situações da realidade e não por situações fictícias (semirrealidades). Ele destaca que a Modelagem é um convite aos estudantes para aprenderem a matemática escolar de acordo com suas possibilidades cognitivas, biológicas, culturais e sociais. Ao mesmo tempo, ele ressalta que a Modelagem “é um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da matemática, situações oriundas de outras áreas da realidade” (Barbosa, 2001, p. 6).

No entanto, o autor também reconhece que esse convite pode não ser prontamente aceito por todos os estudantes, especialmente se não houver uma conexão direta entre os interesses individuais dos estudantes e as propostas de Modelagem apresentadas pelo professor. Portanto, é essencial que o educador alinhe as práticas com Modelagem com os interesses e experiências dos estudantes, criando um ambiente de aprendizagem mais significativo e motivador.

Consideramos que essa abordagem fortalece a ideia de Freire (2004) sobre a autonomia dos estudantes diante de diferentes situações, como as proporcionadas pela Modelagem. Esta concepção de Modelagem é especialmente adequada para a Educação Matemática, pois não se restringe apenas aos conteúdos programáticos tradicionais. Ela possibilita uma ruptura com a linearidade do currículo, permitindo uma abordagem mais ampla e integrada às outras áreas do conhecimento. Também, essa abordagem oferece a oportunidade para que professor, estudante e ambiente

interajam, construindo conhecimentos conjuntamente, promovendo o diálogo em vez da mera transmissão de informações. Isso ocorre, claro, quando há uma convergência de interesses entre os estudantes e as propostas do professor. Nesse sentido, vemos que o interesse dos estudantes deve orientar o trabalho.

De acordo com Meyer, Caldeira e Malheiros (2011), a Modelagem é uma prática educacional que se justifica como um importante recurso que possibilita aos estudantes aprendizagens munidas de variadas significações referentes à sua realidade. Durante a aplicação da Modelagem, é possível envolver não só a Matemática e seus conceitos como também em parceria com outras disciplinas.

A partir de experimentações vivenciadas com a Modelagem, Meyer, Caldeira e Malheiros (2011, p. 23), entendem que a “Modelagem é uma abordagem que visa transformar o ensino e a aprendizagem da Matemática, permitindo que os estudantes lidem com problemas matemáticos sem respostas definidas”. Eles defendem que a Modelagem possibilita a atribuição de significados e o desenvolvimento de habilidades críticas, além de criar mecanismos de reflexão e ação, tornando os estudantes agentes ativos no processo de aprendizagem.

Os autores também destacam a importância de reconhecer a existência de problemas reais com hipóteses de simplificação, que exigirão avaliação e crítica por parte dos estudantes, e que se constituam como significativos para eles e suas comunidades. Em resumo, a concepção de Modelagem de acordo com Meyer, Caldeira e Malheiros (2011) envolve a observação da realidade, discussões e investigações que modificam as ações na sala de aula e as formas de observar o mundo, promovendo uma abordagem mais dinâmica e contextualizada para o ensino da Matemática. Ainda, “[...] a Modelagem se enquadra em uma concepção de educar matematicamente” (Meyer; Caldeira; Malheiros, 2011, p. 33), de modo que os estudantes se tornem capazes de aprender e adquirir confiança em si mesmos de que podem aprender com certa autonomia, aprendendo a “[...] formular e a resolver uma situação e com base nela fazer uma leitura crítica da realidade”.

Ao se fazer uma reflexão acerca de todo o processo que envolve as práticas com Modelagem, cabe a colocação de Meyer, Caldeira e Malheiros quando relatam que,

Através da Modelagem, o aluno poderá, valendo-se dos resultados matemáticos relacionados a uma dada situação real, ter melhores condições para decidir o que fazer, uma vez que terá uma base quantitativa que poderá

contribuir para a avaliação de aspectos qualitativos e quantitativos da situação apresentada de início. Quando trabalhamos não só com problemas matemáticos, mas com a Modelagem, em que o aluno é sujeito do processo cognitivo, esse, com certeza, vai poder enxergar além. E não apenas quanto ao conteúdo matemático, mas poderá ver como esse conteúdo matemático é importante nos processos decisórios em sociedade (Meyer; Caldeira; Malheiros, 2011, p.29).

Nesse sentido, entendemos que as ideias discutidas por Barbosa (2004) sobre as características que envolvem o ambiente da Modelagem, corroboram com o que Meyer, Caldeira e Malheiros (2011) destacam: “a Modelagem se enquadra em uma concepção de educar matematicamente” (Meyer; Caldeira; Malheiros, 2011, p.33), permitindo que os estudantes aprendam com certa autonomia e adquiram confiança em si mesmos. Eles aprendem a “[...] formular e resolver uma situação e, com base nela, fazer uma leitura crítica da realidade” (p. 26).

Tanto Barbosa (2004) quanto Meyer, Caldeira e Malheiros (2011) apresentam suas concepções de Modelagem atreladas à perspectiva da Educação Matemática Crítica (EMC). A EMC surgiu em 1980 como um movimento que propõe uma nova maneira de interpretar o que significa educar matematicamente, tendo fortes implicações para os processos de ensino e aprendizagem da Matemática, assim como para o processo educacional como um todo.

A EMC destaca-se por sua preocupação com aspectos políticos da Educação Matemática, levantando questões relacionadas ao poder. Skovsmose (2001), um dos principais pesquisadores deste movimento, aponta que a EMC busca refletir e questionar criticamente questões como:

Práticas tradicionais: Segundo Skovsmose, as práticas tradicionais referem-se a aulas de Matemática expositivas, em que o professor passa a maior parte do tempo apresentando conteúdos matemáticos no quadro, explicando e resolvendo exemplos. Em seguida, os estudantes resolvem listas de exercícios para fixar o conteúdo, funcionando como uma forma de treino.

O poder formatador da matemática: Skovsmose utiliza a analogia do termo “formatar”, do universo da informática, que significa dar uma forma de acordo com padrões predeterminados. Ele argumenta que a matemática possui um poder formatador na sociedade tecnologicamente avançada, organizando partes do nosso mundo de acordo com princípios matemáticos. “A matemática, nesse sentido, pode ser usada de forma prescritiva, tornando-se um princípio para o planejamento de estruturas e projetos” (Skovsmose, 2001, p.134).

A ideologia da certeza: Skovsmose discute a ideologia da certeza, que assume como verdade a existência de uma solução ótima para os problemas. Esta solução é vista como a mais confiável, pois se baseia em argumentos matemáticos. “A ideologia da certeza sugere que a matemática é perfeita, imune a influências sociais, políticas ou ideológicas, e que é relevante e confiável porque pode ser aplicada a todos os tipos de problemas reais” (Skovsmose, 2001, p.131). Em outras palavras, essa ideologia sustenta a crença de que os números não mentem.

Dessa forma, quando analisadas sob a perspectiva da EMC, as concepções de Barbosa (2004) e Meyer, Caldeira e Malheiros (2011), como apontado por Skovsmose (2001), destacam que os estudantes, ao engajarem-se práticas com Modelagem em um ambiente investigativo que aborda contextos reais - e não fictícios -, especialmente os contextos do cotidiano dos estudantes ou da sociedade em geral, podem avançar na construção do conhecimento reflexivo. Esse conhecimento reflexivo pode ser fomentado por meio de questionamentos aos alunos, como: se a aplicação do algoritmo matemático elaborado foi correta; se esse algoritmo representaria a melhor alternativa; se os resultados obtidos são confiáveis; se seria viável encontrar soluções sem recorrer a cálculos formais; quais as implicações ao utilizar um algoritmo correto ou incorreto no contexto do problema, entre outros questionamentos. Como parte integrante do processo de resolução das atividades, é fundamental também refletir sobre a maneira como a reflexão acerca do uso da matemática foi conduzida, ou seja, se seria possível abordar a problemática de uma forma diferente (Skovsmose, 2001).

Nesse contexto, Skovsmose (2001) observa que a EMC não está restrita apenas à matemática pura ou aplicada, mas busca uma perspectiva mais ampla que promova o conhecimento reflexivo.

No entender de Almeida, Silva e Vertuan, (2012 p.17), a “Modelagem Matemática constitui uma alternativa pedagógica na qual fazemos uma abordagem, por meio da Matemática, de uma situação-problema não essencialmente Matemática”.

De acordo com Almeida, Silva e Vertuan (2012), a Modelagem é uma atividade que envolve uma situação inicial problemática, bem como um conjunto de procedimentos e conceitos que são necessários para se chegar a uma solução desejada, representada por meio de modelos matemáticos. Segundo os autores, “o objetivo da Modelagem é propor soluções para problemas utilizando modelos matemáticos” (Almeida; Silva; Vertuan, 2012, p. 15).

No processo de transição da situação inicial para a final, um conjunto de procedimentos e conceitos é mobilizado com a intenção de amparar, orientar e organizar o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática. Esses procedimentos, conforme Almeida, Silva e Vertuan (2012), são importantes em uma atividade de modelagem e são caracterizados pelas seguintes fases: inteiração, matematização, resolução, interpretação de resultados e validação. A compreensão da situação-problema pelos estudantes pode ser considerada a fase de inteiração. Na fase de matematização, ocorre a transição da linguagem natural para a linguagem matemática, incluindo o levantamento de hipóteses e a definição de variáveis. Para a resolução do problema, são utilizados conceitos matemáticos para obter o modelo matemático. As fases de interpretação e validação envolvem a análise e discussão da solução obtida através do modelo matemático.

Essas fases constituem a estrutura do processo de Modelagem, tornando mais fácil a compreensão e aplicação dos conceitos envolvidos. É importante ressaltar que não devem ser vistas como algo rígido, como indicam os autores.

Ainda que essas fases constituem procedimentos necessários para a realização de uma atividade de modelagem matemática, elas podem não decorrer de forma linear, e constantes movimentos de “ida e vinda” entre essas fases caracterizam a dinamicidade da atividade (Almeida; Silva; Vertuan, 2012, p.15-16).

Nesse contexto, as fases são essenciais para caracterizar e estruturar uma atividade de modelagem, porém não precisam ocorrer de maneira linear.

Biembengut (2014) denomina a ‘Modelagem’ (model + agem = ação de fazer modelo). Para a autora Modelagem é o “[...] processo envolvido na elaboração de modelo de qualquer área do conhecimento. Trata-se de um processo de pesquisa” (Biembengut, 2014, p. 21).

A concepção de Modelagem assumida por Biembengut (2014) é advinda das ciências naturais (matemática aplicada), nas quais os pesquisadores têm o objetivo de modelar situações empíricas que são sempre aproximativas para explicar fenômenos mensuráveis.

Na Educação, a autora identifica a Modelagem como um método de ensino fundamentado em pesquisa, chamado 'Modelação Matemática', que é o

“[...] método que se utiliza das fases do processo da Modelagem na Educação formal, com a estrutura vigente: currículo, período, horário, espaço físico, número de horas-aula por período letivo, número de estudantes por classe” (Biembengut, 2014, p. 30).

A autora utiliza-se do termo “Modelação” para falar do processo de Modelagem em cursos regulares de qualquer nível (desde os níveis iniciais até a pós-graduação). Para a autora, a Modelação “[...] direciona o ensino dos conteúdos curriculares através da reconfiguração de modelos matemáticos aplicados em diversas áreas do conhecimento e, simultaneamente, estimula os alunos a realizarem pesquisas” (Biembengut, 2014, p. 30).

Nesse contexto, Biembengut (2014, p. 59) argumenta que a Modelação capacita os estudantes a conduzirem “[...] pesquisas e, posteriormente, traduzi-las em linguagem matemática até chegarem a um modelo (fórmula, tabela, gráfico, etc.). Esse modelo permite a criação ou compreensão, previsão e inferência da situação estudada”.

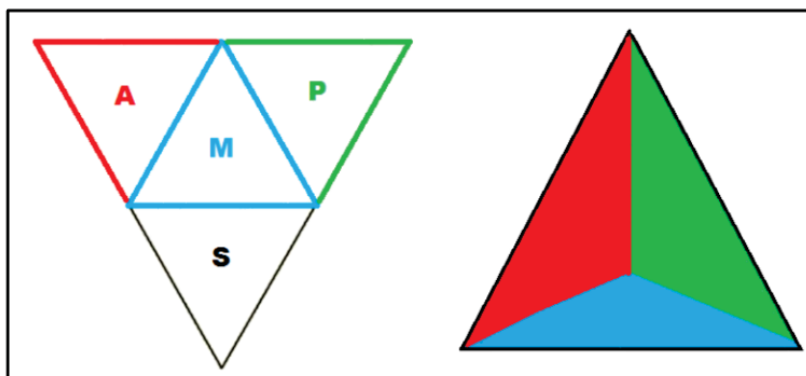
A autora descreve as etapas do processo de Modelagem ou Modelação em três fases: percepção e apreensão, compreensão e explicitação, e significação e expressão. Na primeira fase, a percepção ocorre no reconhecimento da situação-problema e a apreensão na familiarização com o assunto a ser modelado; na segunda fase, a compreensão se dá na formulação do problema, e a explicitação na formulação e resolução do problema com base no modelo; e na terceira fase, a significação ocorre na interpretação da solução e na validação do modelo (avaliação), enquanto a expressão engloba a divulgação do processo e dos resultados obtidos (modelo).

Burak (2010, p. 18) apresenta a Modelagem na perspectiva da Educação Matemática como uma metodologia de ensino que “constitui-se em um conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer previsões e tomar decisões” De acordo com Burak (2010) a Modelagem é uma metodologia que pode proporcionar um ensino significativo, mais próximo às experiências vividas pela criança, ou seja, busca promover uma Matemática com significado de modo a favorecer a aprendizagem.

A concepção de Burak, desenvolvida desde o final da década de 1980, foca nas contribuições da Educação Matemática para o campo da Modelagem, voltadas tanto ao ensino e à aprendizagem da Matemática quanto à construção do

conhecimento matemático, sob uma perspectiva das Ciências Humanas. Em consonância com o Modelo do Tetraedro de Higginson, Burak examina a Educação Matemática a partir de quatro dimensões: Matemática, Psicologia, Filosofia e Sociologia. Esse modelo, conhecido como MAPS, representa essas áreas nas faces de um tetraedro - M = Matemática, A = Filosofia, P = Psicologia e S = Sociologia - evidenciando as interações e confluências nos vértices e arestas. Higginson sustenta que essas disciplinas são não só necessárias, mas suficientes para responder questões fundamentais como o quê, como, quando, quem, onde e por quê. Burak também analisa a Educação Matemática à luz da Filosofia da Ciência e da Teoria Crítica de Adorno⁸, adotando, assim, uma visão integrada que se baseia no entendimento de Higginson sobre a interseção entre esses campos de estudo. Assim, Higginson (1980) descreve a Educação Matemática por meio de um tetraedro denominado MAPS, cujas faces representam a Matemática (M), a Filosofia (A), a Psicologia (P) e a Sociologia (S), enquanto os vértices e arestas simbolizam a interseção entre essas áreas de estudo.

FIGURA 1 - TETRAEDRO MAPS



FONTE: Veleda (2018, p. 60)

Os vértices e arestas do tetraedro simbolizam a interseção dos campos de estudo das áreas da Matemática, Filosofia, Psicologia e Sociologia.

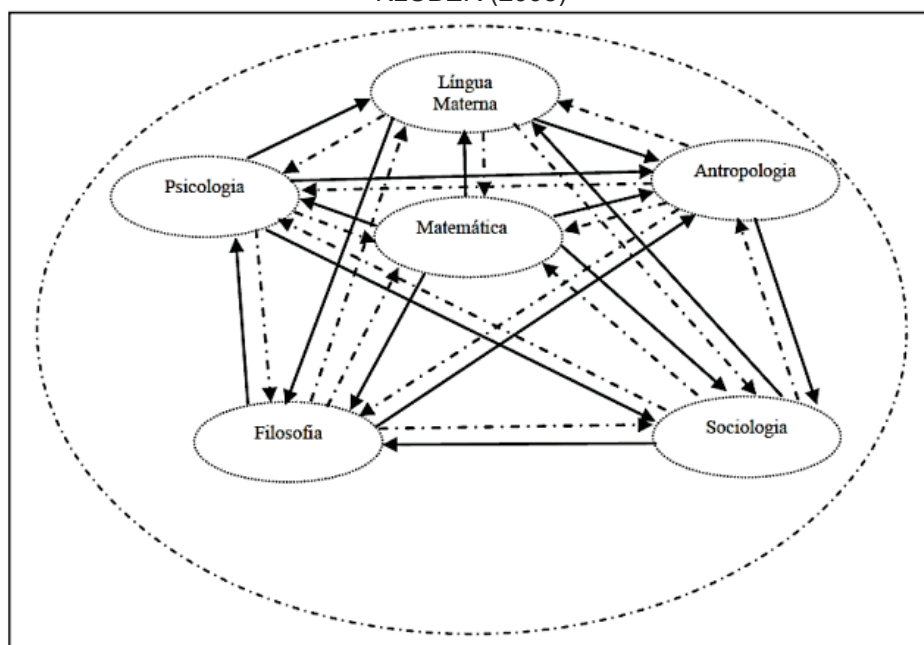
A representação na Figura 1 mostra as quatro faces que representam os interesses de cada uma dessas áreas. Os quatro vértices (MAP, MAS, MPS, APS) são os pontos de confluência das áreas laterais e da base que compõem o tetraedro,

⁸ A Teoria Crítica de Theodor W. Adorno, associada à Escola de Frankfurt, critica as estruturas de dominação e alienação inerentes à sociedade capitalista. No âmbito educacional, essa teoria é utilizada para questionar a padronização e a reprodução de desigualdades, com o objetivo de promover a emancipação dos indivíduos através de uma educação que estimule o pensamento crítico e a autonomia (Adorno; Horkheimer, 1985).

sendo selecionados três a três. As seis arestas (MA, MP, MS, AP, AS, OS) indicam a intersecção das faces formadas pela Matemática, Sociologia, Psicologia e Filosofia, sendo selecionadas duas a duas.

Devido ao contínuo desenvolvimento da Educação Matemática, essa representação geométrica tridimensional pode ser modificada à medida que outras áreas do conhecimento contribuem. Dessa forma, a Modelagem interage com as demais áreas do conhecimento e os conteúdos matemáticos não são abordados de forma isolada. Essa interação é apresentada por Burak e Klüber (2008) na Figura 2.

FIGURA 2 - CONFIGURAÇÃO DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NA PERSPECTIVA DE BURAK E KLÜBER (2008)



FONTE: Burak e Klüber (2008, p.98).

Segundo os autores, essa nova concepção da Educação Matemática

[...] reflete uma visão da Matemática como um de seus componentes e não 'o componente'. A percepção da Matemática como parte do todo, e não como o todo em si, promove novos enfoques e gera a possibilidade de se estabelecer interações. Confere, sobretudo, a possibilidade de se tratar a Matemática e o seu ensino e a aprendizagem em um contexto em que se favorecem as múltiplas interações entre as áreas que a constituem, as quais, por sua vez, agem e interagem em uma relação de reciprocidade (Burak; Klüber, 2008, p. 97).

Burak e Klüber (2013, p. 36), apresentam dois princípios para o trabalho envolvendo práticas com Modelagem em sala de aula. O primeiro princípio consiste em iniciar a prática a partir do interesse do grupo de estudantes envolvidos. O segundo

princípio enfatiza a importância de obter as informações e dados relevantes no próprio ambiente onde se localiza o interesse do grupo. Os princípios têm como objetivo consolidar as ações, levando em consideração o interesse dos estudantes na prática com Modelagem. Conforme os autores, de acordo com a perspectiva socioconstrutivista, a razão para realizar a prática está intrinsecamente relacionada com o ato de fazê-la. O interesse na prática é diretamente influenciado pela motivação intrínseca e é fortalecido pelo contexto que nutre tanto o interesse como a motivação dos estudantes.

Nesse sentido, de acordo com os pressupostos de Klüber (2017), a Modelagem pode ser vista como,

Essencialmente investigativa e temática, que acontece com matemática e não apenas por meio dela. Isso significa que situações diversas se caracterizam como temas específicos, os quais são geradores de uma investigação sob diferentes perspectivas, e conta com o auxílio da matemática para o avanço no processo investigativo (Klüber, 2017, p. 2).

Estes autores vêm trazendo reflexões significativas, tanto para o ensino de Matemática na Educação Básica, quanto para a formação de professores que nela atuam. Apresentam pesquisas que orientam as possibilidades que práticas com Modelagem proporcionam às crianças, tais como: situações matemáticas mediante a escolha de um tema de seu interesse, sem se prender a conteúdos, mas fazendo com que as crianças busquem, pesquisem, se tornem críticas, capazes de buscar informações quando precisam, sendo independentes e protagonistas, elaborando perguntas e formulando respostas de forma cooperativa.

Martins e Almeida (2021), a partir dos resultados apresentados no trabalho de Klüber (2012) que buscou identificar diferentes compreensões sobre Modelagem em trabalhos nacionais, ampliam o debate ao realizarem um levantamento bibliográfico nos livros da Conferência Internacional sobre o Ensino de Modelagem Matemática e Aplicações (ICTMA) relativos ao período de 2010 a 2017, sobre os diferentes entendimentos por Modelagem no contexto dos trabalhos analisados. As autoras em seus resultados evidenciam quatro núcleos de ideias, que revelam que

A Modelagem Matemática como **forma de resolver um problema** e como **prática pedagógica** são entendimentos que perpassam todo o período analisado, visto que são entendimentos que tratam da gênese da Modelagem Matemática e do vínculo desta com ações pedagógicas e educativas, como a inserção de atividades de modelagem matemática no contexto escolar bem

como a finalidade desta implementação. A Modelagem Matemática como **possibilidade de resolver na sala de aula problemas autênticos** e como **possibilidade de promover pensamento crítico** se mostrou nas três últimas edições do evento a que nos referimos no artigo. Estes entendimentos decorrem da necessidade de se reconhecer a importância de práticas de modelagem matemática cujas atividades mantenham a originalidade, veracidade e fidelidade das situações reais e que possam contribuir com o desenvolvimento de uma compreensão crítica do mundo, reconhecendo a função crítica e social da Modelagem Matemática na formação dos alunos (Martins; Almeida, 2021, p. 12, Grifos nossos).

Estes núcleos de ideias (forma de resolver um problema, prática pedagógica, possibilidade de resolver na sala de aula problemas autênticos, possibilidade de promover pensamento crítico) esboçam faces do fenômeno investigado sob diferentes enfoques, que fundamentados em teorias ou em práticas de sala de aula revelam o que tem sido explorado em relação à Modelagem em diferentes pesquisas.

Para Blum e Borromeo Ferri (2009) e Bliss e Libertini (2019), a Modelagem é um processo que utiliza a matemática para representar, analisar, fazer previsões ou fornecer informações sobre os fenômenos do mundo real e realizar um processo de tradução entre este mundo e a matemática. Falar de Modelagem no ensino significa oferecer aos estudantes problemas suficientemente abertos e complexos nos quais eles possam colocar em jogo seus conhecimentos prévios e habilidades criativas para sugerir hipóteses e propor modelos que expliquem o fenômeno em questão por meio de revisão, reflexão, aplicação e comunicação de resultados (Trigueros-Gaisman, 2006, *apud* Alsina *et.al.*, 2019, pg. 45).

Essa concepção de Modelagem também é defendida por Alsina e Salgado (2021a, 2021b), que ampliam o conceito ao se referirem à Modelagem Matemática Inicial (“Early Mathematical Modelling”) considerando a importância dessas práticas enfatizarem os primeiros *insights* sobre o processo de tradução entre contextos do mundo real e matemático.

Concebemos a Modelagem Matemática Inicial como um processo ou Ciclo que, no âmbito da resolução de problemas reais, ajuda a criar os primeiros modelos para analisar, explicar e compreender a realidade, com base em um processo de reflexão que envolve constantes idas e vindas entre os contextos reais e a matemática que os alunos das primeiras idades mobilizam (Alsina; Salgado, 2021b, p. 2).

Essa forma de entender a Modelagem, está pautada na Educação Matemática Realística (EMR) que começou a ser elaborada a partir dos anos sessenta do século XX como uma alternativa tanto ao enfoque mecanicista do ensino de matemática

quanto ao Movimento da Matemática Moderna que predominava nas salas de aula na época. Em sua fase inicial, baseava-se nas seguintes características

a) o uso de contextos como veículos para a transição entre o concreto e o abstrato; b) o uso de modelos como base para o progresso; c) a utilização das construções e produções livres dos alunos nos processos de ensino/aprendizagem; e d) a integração dos diversos eixos no currículo de matemática (De Lange, 1996, p. 55)

Heuvel-Panhuizen (2002) argumenta que, inicialmente, a EMR não era tanto uma teoria da Educação Matemática, mas sim um conjunto de ideias centradas em quais matemáticas ensinar e como ensiná-las. Segundo essa autora, a acumulação e revisão repetida dessas ideias deram origem ao que hoje conhecemos como EMR.

As principais ideias associadas à EMR estão resumidas no livro "*Revisiting Mathematics Education - Revisitando a Educação Matemática*", no qual o fundador dessa teoria se refere às "matemáticas como senso comum" (Freudenthal, 1991, p. 4). Alsina (2009) interpreta e sintetiza os seis princípios da EMR que são apresentados no Quadro 1 a seguir.

QUADRO 1 – PRÍNCÍPIOS DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA REALÍSTICA

Princípios	Ao que se refere
1. Princípio da atividade	A matemática é considerada uma atividade humana e tem como objetivo matematizar o mundo que nos rodeia. A matematização é uma atividade de busca e resolução de problemas, mas também é uma atividade de organização de um tema.
2. Princípio da realidade	A matemática é aprendida fazendo matemática em contextos reais: situações ou situações problemáticas da vida diariamente problemas que são reais na mente dos estudantes.
3. Princípio dos níveis	Os estudantes passam por diferentes níveis de compreensão: Situacional: no contexto da situação. Referencial: esquematização por meio de modelos, descrições, etc. Geral: exploração, reflexão e generalização. Formal: procedimentos padrão e notação convencional.
4. Princípio da reinvenção guiada	A aprendizagem é interpretada como um processo que, sob a supervisão de uma pessoa mais experiente, permite reconstruir o conhecimento matemático intuitivo e informal em direção ao conhecimento matemático formal.
5. Princípio da interação	O ensino da matemática é considerado uma atividade social. A interação entre os estudantes e entre os estudantes e os professores pode levar cada um a refletir a partir das contribuições dos outros, permitindo assim alcançar níveis mais altos de compreensão.
6. Princípio da interconexão	Os blocos de conteúdo matemático (números, álgebra, geometria, medida, estatística e probabilidade) não podem ser tratados como entidades separadas.

FONTE: elaborada a partir de Alsina (2009)

Mais tarde, (Alsina, 2009) adapta tais princípios com base nas características específicas das crianças e, em vários estudos posteriores, aplica-os à Educação Infantil (Alsina; Novo; Moreno, 2016; Alsina; Salgado, 2021).

Em resumo, os traços mais representativos da EMR aplicados à Educação Infantil, adaptados por Alsina e Salgado (2021) são os seguintes: a) são utilizadas situações da vida cotidiana ou problemas reais como ponto de partida para aprender matemática; progressivamente, essas situações são matematizadas através de modelos, que são mediadores entre o abstrato e o concreto, para formar relações mais formais e estruturas abstratas (Heuvel-Panhuizen, 2002); b) baseia-se na interação na sala de aula, que deve ser intensa, para que o professor possa planejar sua prática docente levando em consideração as produções das crianças (Fauzan; Plomp; Slettenhaar, 2002); e c) oferece às crianças a oportunidade de reinventar a matemática sob a orientação de um adulto, em vez de tentar transmitir uma matemática pré-construída (De Corte; Greer; Verschaffel, 1996).

Nesse sentido, os autores buscam enfatizar o conhecimento inicial das crianças desde as primeiras idades para incentivar à resolução de problemas, em um processo de tradução entre os contextos do mundo real e da matemática (Alsina; Salgado, 2021a, 2021b).

Com base nos diferentes autores revisados buscamos elucidar as concepções subjacentes ao ensino e à matemática em cada uma dessas abordagens. O Quadro 2 a seguir (inspirado em Klüber e Burak, 2008, p. 31) resume essas compreensões, destacando as diferenças nas concepções de Modelagem entre aqueles que a veem como focada na Matemática Aplicada e em perspectivas da Educação Matemática.

QUADRO 2 – ENTENDIMENTOS SOBRE MODELAGEM: UMA SÍNTESE DE NOSSA COMPREENSÃO

Autores	Concepção de Modelagem
Bassanezi (2002)	Modelagem é uma estratégia de ensino e aprendizagem que pode ser entendida como a arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real. [...] pressupõe multidisciplinaridade. E, nesse sentido, vai ao encontro das novas tendências que apontam para a remoção de fronteiras entre as diversas áreas de pesquisa. [...] é um processo dinâmico utilizado para a obtenção e validação de modelos matemáticos (Bassanezi, 2002, p.16).
Barbosa (2004)	Modelagem é um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da matemática, situações oriundas de outras áreas da realidade” (Barbosa, 2001, p. 6).
Meyer, Caldeira e Malheiros (2011)	Modelagem é uma abordagem que visa transformar o ensino e a aprendizagem da Matemática, permitindo que os estudantes lidem com

	problemas matemáticos sem respostas definidas (Meyer, Caldeira e Malheiros 2011, pg. 23).
Almeida, Silva e Vertuan (2012)	A Modelagem constitui uma alternativa pedagógica na qual fazemos uma abordagem, por meio da Matemática, de uma situação-problema não essencialmente matemática (Almeida; Silva; Vertuan, 2012 p.17).
Biembengut (2014)	A Modelagem constitui-se como um processo envolvido na elaboração de modelo de qualquer área do conhecimento. Trata-se de um processo de pesquisa” (Biembengut, 2014, p. 21).
Burak (2010)	A Modelagem é uma metodologia de ensino que “constitui-se em um conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer previsões e tomar decisões (Burak, 2010, p. 18).
Alsina e Salgado (2021)	A Modelagem Matemática Inicial é um processo ou Ciclo que, no âmbito da resolução de problemas reais, ajuda a criar os primeiros modelos para analisar, explicar e compreender a realidade, com base em um processo de reflexão que envolve constantes idas e vindas entre os contextos reais e a matemática que os alunos das primeiras idades mobilizam (Alsina; Salgado, 2021b, p. 2).
Autores	Embasamento teórico
Bassanezi (2002)	Não explicita a sua compreensão em relação ao embasamento teórico, porém indica elementos que convergem a perspectivas da Matemática Aplicada.
Barbosa (2004)	Educação Matemática Crítica (Skovsmose, 2001)
Meyer, Caldeira e Malheiros (2011)	Educação Matemática Crítica (Skovsmose, 2001)
Almeida, Silva e Vertuan (2012)	Não explicita a sua compreensão em relação ao embasamento teórico, porém indicam elementos que convergem às perspectivas da Educação Matemática.
Biembengut (2014)	Não explicita a sua compreensão em relação ao embasamento teórico, porém indica elementos que convergem às perspectivas da Matemática Aplicada.
Burak (2010)	Orientação cognitivista: construtivista (Piaget), aprendizagem significativa (Ausubel) e sociointeracionista (Vygotsky). Tem suas bases em Higginson (1980)
Alsina e Salgado (2021)	Educação Matemática Realística (Freudenthal, 1991)

FONTE: O autor (2024).

A partir da análise das diferentes compreensões sobre Modelagem, observamos uma variedade de enfoques e embasamentos teóricos que refletem distintas perspectivas dos autores mencionados. Cada autor ou grupo de autores apresenta a Modelagem com ênfases e objetivos específicos.

A abordagem da Modelagem na perspectiva da Matemática Aplicada enfatiza a transformação de problemas do mundo real em problemas matemáticos e a interpretação das soluções práticas (Bassanezi, 2002; Biembengut, 2014).

Por outro lado, a Modelagem na perspectiva da Educação Matemática é utilizada como ambiente de aprendizagem, metodologia de ensino ou alternativa pedagógica que busca melhorar o ensino e a aprendizagem da matemática nos diferentes níveis de ensino. Independentemente da terminologia, essa abordagem promove a investigação e a compreensão crítica do conhecimento matemático e extramatemático, possibilitando discussões sociais e a reflexão de todo o processo de

Modelagem (Barbosa, 2004; Burak, 2010; Meyer; Caldeira; Malheiros, 2011; Almeida; Silva; Vertuan, 2012; Alsina; Salgado, 2021).

2.2 ALGUMAS COMPREENSÕES SOBRE MODELO MATEMÁTICO

Assim como a Modelagem assume uma pluralidade de entendimentos sobre ela mesma, de acordo com as compreensões de cada autor, suas vivências e experiências (Bassanezi, 2002, Barbosa; 2004; Burak, 2010; Biembengut, 2014; Meyer; Caldeira; Malheiros, 2011; Almeida; Silva; Vertuan, 2012; Alsina; Salgado, 2021), também, os modelos matemáticos partilham dessa multiplicidade a respeito de seu entendimento, constituindo-se em uma etapa fundamental da Modelagem, em diversas dessas concepções.

Segundo Ponte (1992, p. 15) entende-se por modelo matemático “uma descrição simplificada duma situação, real ou imaginária”. De acordo com o pesquisador, os modelos matemáticos podem ser representados de diferentes formas, mas as representações mais utilizadas são através de equações, sistemas de equações ou sistemas de inequações.

Ponte (1992) entende que, ao longo do processo de modelagem, a busca é traduzir a situação real através de um problema. A seguir, temos que escolher uma estrutura matemática (modelo matemático) para o representar. Ao mesmo tempo, sugere que se selecionem as variáveis que estão evidentes na formulação do problema e se estabeleçam relações entre si. Posteriormente, uma vez representado o problema, usamos as ferramentas matemáticas que conhecemos para o analisar e tirar conclusões.

Em seguida, o autor refere que as conclusões obtidas têm que ser interpretadas de acordo com a situação do mundo real e criticadas. Por último, é necessário avaliar a adequação do modelo matemático inicial e, caso este não seja adequado, reajustá-lo, procurar novas variáveis, estabelecer novas relações e, se for preciso, repetir várias vezes este Ciclo até obter resultados satisfatórios e adequados à situação real inicial. Como se constata, este autor entende que a construção de modelos matemáticos está presente e é realizada durante todo o processo de Modelagem.

Segundo Biembengut (1999, 2014), um modelo matemático é a representação do mundo real por meio da linguagem matemática, e a estratégia usada para se

chegar ao modelo matemático é denominada Modelagem. Na visão da autora, a Modelagem tem como finalidade compreender melhor a situação-problema analisada e buscar a melhor simplificação possível utilizando o conteúdo matemático disponível. Em outras palavras, modelar consiste em “chegar a um conjunto de expressões aritméticas, fórmulas, equações algébricas, gráficos, representações ou programa computacional que leve à solução ou permita a dedução de solução” (Biembengut; Hein, 2003, p. 14).

Biembengut (2014, p. 20) ainda propõe que “[...] modelo matemático é um conjunto de símbolos e relações matemáticas que traduzem, de alguma forma, um fenômeno em questão”. A representação de um modelo, segundo a autora, pode ser por meio de “desenho ou imagem, projeto, esquema, gráfico, lei matemática, dentre outras formas”. Ela enfatiza que “o valor do modelo matemático vai além dos motivos de quem o modelou, mas essencialmente dos motivos daqueles que dele se servirão” (Biembengut, 2014, p. 21).

As práticas com Modelagem são consideradas como oportunidades para explorar os papéis que a matemática desenvolve na sociedade contemporânea. Nem Matemática nem Modelagem são “fins”, mas sim “meios” para questionar a realidade vivida (Barbosa, 2001b, p.4). Barbosa (2004) defende que os modelos matemáticos devem ser analisados nessa perspectiva, ou seja, discutir o papel e a natureza dos modelos matemáticos na sociedade, apoiando-se na ‘Educação Matemática Crítica’ (Skovsmose, 1990)⁹. Para Barbosa, os modelos matemáticos têm uma ‘função social’ quando destaca que estes desenvolvem um papel na sociedade como balizadores de decisões, de modo que “[...] faz-se necessário ultrapassar as dimensões técnicas da Modelagem e realizar uma análise crítica do papel dos modelos matemáticos na vida social” (Barbosa, 2004, p. 19). Barbosa (2007, p. 161) ainda fomenta que o termo “modelo matemático se refere a qualquer representação matemática de uma situação em estudo”.

No NCTM (2020) apresentam o modelo matemático como uma noção com diferentes significados: (a) para se referir aos materiais físicos com os quais os estudantes trabalham (modelos manipulativos); (b) sugerir exemplificação ou simulação, como quando se modela o processo de resolução de um problema; e (c) como sinônimo aproximado de “representação”. Deste ponto de vista, um modelo

⁹ SKOVSMOSE, O. Reflective knowledge: its relation to the mathematical modelling process. *Int. J. Math. Educ. Sci. Technol.*, London, v. 21, n. 5, p. 765-779, 1990.

matemático refere-se à representação matemática dos elementos e conexões em uma versão idealizada de um fenômeno complexo. Afirma-se também que todos os programas de ensino de todas as etapas da educação devem preparar todos os estudantes para usar representações para modelar e interpretar fenômenos físicos, sociais e matemáticos.

Desde a pré-escola até o nível 2 (3-8 anos), os alunos podem modelar como distribuir 24 biscoitos entre 8 crianças, usando blocos ou blocos lógicos de diferentes maneiras. Nos estágios 3-5 (9-11 anos), eles começam a usar representações para modelar fenômenos do mundo ao seu redor, o que os ajuda a reconhecer padrões quantitativos [...] (NCTM, 2000, p. 75).

Como pode ser observado, o NCTM estimula as crianças a partir dos três anos de idade a começarem a usar representações para modelar fenômenos de diferentes naturezas e, ao mesmo tempo, tenta reforçar a ideia de que a presença da Modelagem deve aumentar nos níveis acadêmicos subsequentes.

No âmbito da Educação Matemática, o NCTM (2000) define um modelo matemático como uma representação matemática de um objeto ou fenômeno real que serve para mostrar uma certa maneira de resolver uma situação-problema real.

Cabe salientar que os modelos matemáticos produzidos nos Anos Iniciais, por exemplo, podem nortear as práticas em sala de aula, no sentido de que o foco do professor não pode se restringir ao resultado para o problema, ele deve pensar em orientações que levem as crianças a tomarem consciência de suas ações, de modo que sejam capazes de perceber relações matemáticas a partir das características da situação do mundo real e produzir uma resposta para o problema, como modelo matemático (Doerr; English, 2003).

Segundo English (2016, p. 187) a “Modelagem começa com um problema do mundo real que requer interpretação, investigação e representação matemática”. A literatura convencionou caracterizar a representação matemática, que expressa as relações matemáticas presentes na situação-problema do mundo real e possibilita a produção de uma resposta para o problema, como modelo matemático (Doerr; English, 2003). Um modelo matemático, então, simplifica a realidade enfatizando os elementos matemáticos fundamentais e eliminando os aspectos secundários.

Bean (2009) refere que os modelos matemáticos são construídos utilizando uma variedade de linguagens¹⁰, além da matemática e que a Modelagem, apesar de seu nome, não se restringe apenas à matemática, mas envolve outras áreas e linguagens. Segundo Bean (2009, p. 07), um modelo matemático é “uma construção simbólica conceitual (construto conceitual), expressa principalmente na linguagem matemática, que auxilia na interpretação/compreensão e/ou tomada de decisões”.

Para além disso, o autor ressalta que, ao considerar um modelo matemático, é crucial levar em conta os objetivos de quem o criou, bem como as relações de poder subjacentes em sua construção, visto que o modelo matemático geralmente serve como padrão ou parâmetro para decisões. Assim, como um modelo matemático reflete premissas, pressupostos, objetivos e valores, nenhum modelo matemático pode ser considerado verdadeiro ou falso. O que importa é que o modelo matemático atenda às necessidades das atividades de seus criadores, reconhecendo que práticas em diferentes culturas ou comunidades podem ter objetivos distintos.

Segundo Bassanezi (2002, p. 31), modelo matemático é “quase sempre um sistema de equações ou inequações algébricas, diferenciais, integrais, etc., obtido através de relações estabelecidas entre as variáveis consideradas essenciais ao fenômeno sobre análise”.

De acordo com esse autor, os modelos matemáticos podem ser formulados conforme a natureza dos fenômenos analisados e classificados de acordo com o tipo de matemática utilizada. A saber:

Linear ou não linear: conforme suas equações básicas tenham estas características. Estático: quando representa a forma do objeto – por exemplo, a forma geométrica de um alvéolo; ou **Dinâmico:** quando simula variações de estágios do fenômeno – por exemplo, crescimento populacional de uma colmeia. **Educacional:** quando é baseado num número pequeno ou simples de suposições, tendo quase sempre soluções analíticas. O método empregado por tais modelos envolve a investigação de uma ou duas variáveis, isoladas da complexidade das outras relações fenomenológicas. Ou **Aplicativo:** aquele baseado em hipóteses realísticas e que, geralmente, envolve inter-relações de um grande número de variáveis, fornecendo em geral sistemas de equações com numerosos parâmetros (Bassanezi, 2006, p. 20, grifo nosso).

Para Bassanezi (2011, p. 25) a obtenção de um modelo matemático pressupõe “a existência de um dicionário que interpreta, sem ambiguidades, os

¹⁰ Bean (2009) compreende por linguagem os meios de expressão e comunicação, ou seja, as linguagens são utilizadas para expressar e comunicar ideias e informações.

símbolos e operações de uma teoria matemática em termos da linguagem utilizada na descrição do problema estudado, e vice-versa”. Resta, então, por meio dos resultados obtidos, interpretar a solução e, assim, validar o modelo matemático, caso seja apropriado a circunstância proposta.

Almeida, Silva e Vertuan (2012) entendem modelo matemático como “um sistema conceitual, descritivo ou explicativo expresso por meio de uma linguagem ou uma estrutura matemática que objetiva descrever ou explicar o comportamento de outro sistema, podendo realizar previsões” (Almeida; Silva; Vertuan, 2012, p.13). O modelo matemático, nesse caso, é o que “dá forma” à solução do problema e a Modelagem é a “atividade” de busca por essa solução.

Conforme apontado por Almeida e Vertuan (2014), os modelos matemáticos aparecem com o intuito de generalizar, descrever e/ou explicar uma problemática. Sendo assim, consideram que o modelo matemático não é a fase final da atividade; após sua construção, os estudantes devem fazer uma análise sobre ele, o que, segundo Almeida e Vertuan (2014, p.5), “implica em uma validação da representação matemática associada ao problema, considerando tanto os procedimentos matemáticos quanto à adequação da representação para a situação”. O que consiste em avaliar se a representação proposta pelo modelo, de fato diz da situação inicial.

Segundo Doerr e English (2003), nos Anos Iniciais da escolarização, um modelo matemático pode ser representado por uma variedade de recursos, como esquemas, gráficos, desenhos, materiais manipuláveis, colagens e a própria linguagem natural. Esses recursos formam sistemas compostos por elementos, operações, relações e regras, que servem para descrever, explicar ou prever aspectos de uma situação-problema. Estudos como os de Tortola (2012, 2016) também exploram o uso de modelos matemáticos nesse contexto, alinhando-se ao foco de interesse em nosso estudo.

Em sua dissertação, Tortola (2012) analisa cinco práticas com Modelagem com crianças do quarto ano do Ensino Fundamental, a saber: tamanho de anéis, espaços dos estudantes em sala de aula, medindo a beleza de uma pessoa, relação entre as moedas dólar e real e gastos com o flúor, com objetivo de identificar a forma como as crianças produzem modelos matemáticos e qual o papel da linguagem nessa produção, com base em Almeida e Dias (2004), nos referenciais de Modelagem na perspectiva da Educação Matemática, da linguagem wittgensteiniana e dos Registros de Representação Semiótica de Raymund Duval.

Dentre os resultados o trabalho evidencia que o uso de diferentes modelos matemáticos produzidos pelas crianças tem características específicas, mediante o uso de diferentes representações, seja por meio da linguagem natural, numérica, tabular, gráfica ou figural, que ajudam as crianças no uso de outras linguagens com a geométrica e a algébrica. Tortola (2016) considera em sua tese que diferentes modelos matemáticos podem ser produzidos em uma atividade com Modelagem e que essa pluralidade pode ser associada aos conhecimentos matemáticos dos modeladores e aos usos que fazem da linguagem. O autor, investiga o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática com cinco turmas dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, 1º ao 5º ano, tomando como ponto de partida as fases de Modelagem caracterizadas em Almeida, Silva e Vertuan (2012).

Os resultados apontam três configurações do desenvolvimento de Modelagem, revelando especificidades acerca do uso da linguagem, o uso dos símbolos matemáticos pela criança e a definição do tema de interesse em cada ano de escolaridade dos Anos Iniciais. Tortola (2016) ainda destaca que a produção de modelos é uma ação importante para a atividade de modelagem matemática, pois, por meio dela, os estudantes produzem “uma diversidade de estruturas matemáticas que podem contribuir para a observação das regularidades e generalização da situação, assim como podem constituir o ponto de partida para a discussão de relações entre diferentes situações” (Tortola, 2016, p. 263).

Burak (2004) e Klüber (2016) defendem uma visão ampliada do conceito de modelo matemático, que inclui também outras formas de representação, tais como tabelas de supermercado e plantas baixas de casas, que permitem tomadas de decisão, ou seja, para além de uma visão puramente matemática, no contexto da Modelagem na Educação Matemática, há:

pelo menos três maneiras de se entender os modelos: 1- modelos já prontos; 2- modelos matemáticos construídos para a resolução dos problemas; e, 3- modelos não matemáticos. Dessa forma, uma lista de supermercado pode ajudar a tomar decisões e a fazer previsões (Klüber, 2016, p. 44).

Burak (2010), compreende o modelo matemático, como uma representação por meio da linguagem matemática, frequentemente manifestada como uma equação, inequação, sistema de equações, planta baixa de uma residência, mapa ou tabela. Mesmo uma “lista de preços apresentada em forma de tabela, por exemplo, capaz de contribuir para a tomada de decisões” (Burak; Klüber, 2013, p.42), pode ser encarada

como um modelo matemático. De acordo com as indicações de Burak (1994), nos Anos Iniciais, é aconselhável que o professor dedique mais atenção ao processo do que à criação de modelos matemáticos. Isso decorre do fato de que, nesse estágio da Educação Básica, as bases matemáticas ainda estão em processo de construção pelas crianças, atribuindo a criação de modelos matemáticos de maneira mais sistemática aos anos finais do Ensino Fundamental e o Ensino Médio (Burak, 1994). Entretanto, conforme argumenta o autor, os modelos matemáticos têm o objetivo de esclarecer, de maneira matemática, situações do cotidiano das pessoas. Isso pode ser evidenciado seja na resolução de problemas iniciais, na previsão de fenômenos ou no auxílio à tomada de decisões.

Alsina e Salgado (2021) definem modelo matemático como uma “representação simbólica ou formal que as crianças constroem para analisar, explicar e compreender situações do mundo real, mediadas entre pares e o(a) professor(a)” (Alsina; Salgado, 2021b, p. 13). Esses modelos matemáticos emergem de um processo reflexivo que envolve a interação entre sujeitos, contextos reais e conceitos matemáticos, capacitando as crianças já em fases iniciais da escolarização, a investigar e resolver problemas do mundo ao seu redor.

Alsina e Salgado (2021a, 2021b) entendem a necessidade da construção de modelos matemáticos como uma forma de ajudar as crianças a analisar, explicar e compreender a realidade. De acordo com Alsina e Salgado (2021b), a Modelagem em idades iniciais permite que as crianças criem modelos matemáticos iniciais com base em seus conhecimentos matemáticos existentes. Ainda, Ruiz-Higueras & García (2011) afirmam que as crianças são capazes de gerar modelos matemáticos iniciais de acordo com seu conhecimento matemático. Esses modelos matemáticos iniciais podem ser refinados coletivamente por meio da interação, negociação e diálogo, com a mediação do professor.

Durante a apresentação, as crianças podem desenvolver um único modelo matemático generalizável, melhorando sua capacidade de abstração, como destacado por Alsina e Salgado (2021b). Para os autores, a construção de modelos matemáticos ajuda as crianças a lidarem com problemas do mundo real, promovendo a reflexão constante entre os contextos reais e a matemática utilizada.

O Quadro 3 pretende sintetizar algumas compreensões sobre modelo matemático, além de indicarem o interesse dos autores em sua construção ao longo do processo de Modelagem.

QUADRO 3 – ENTENDIMENTOS SOBRE MODELO MATEMÁTICO: UMA SÍNTESE DE NOSSA COMPREENSÃO

Autores	Compreensão sobre modelo matemático para cada autor ou grupo de autores
Ponte (1992)	O modelo matemático é “uma descrição simplificada de uma situação, real ou imaginária” (Ponte 1992, p. 15)
Bassanezi (2002)	O modelo matemático é “quase sempre um sistema de equações ou inequações algébricas, diferenciais, integrais, etc., obtido através de relações estabelecidas entre as variáveis consideradas essenciais ao fenômeno sob análise”. (Bassanezi 2002, p. 31).
Barbosa (2007)	O modelo matemático se refere “a qualquer representação matemática de uma situação em estudo” (Barbosa 2007, p. 161).
Bean (2009)	O modelo matemático é “uma construção simbólica conceitual (construto conceitual), expressa principalmente na linguagem matemática, que auxilia na interpretação/compreensão e/ou tomada de decisões”. (Bean 2009, p. 07)
Meyer, Caldeira e Malheiros (2011)	Os autores não indicam uma compreensão sobre o que é o modelo matemático.
Almeida, Silva e Vertuan (2012)	Os autores entendem o modelo matemático como “um sistema conceitual, descritivo ou explicativo expresso por meio de uma linguagem ou uma estrutura matemática que objetiva descrever ou explicar o comportamento de outro sistema, podendo realizar previsões” (Almeida; Silva; Vertuan, 2012, p.13).
Biembengut (2014)	Para a autora “[...] modelo matemático é um conjunto de símbolos e relações matemáticas que traduzem, de alguma forma, um fenômeno em questão”. Biembengut (2014, p. 20)
Burak e Klüber (2013)	Para os autores, o modelo matemático é uma representação por meio da linguagem matemática, frequentemente manifestada como uma equação, inequação, sistema de equações, planta baixa de uma residência, mapa ou tabela. Mesmo uma “lista de preços apresentada em forma de tabela, por exemplo, capaz de contribuir para a tomada de decisões” (Burak; Klüber, 2013, p.42), pode ser encarada como um modelo matemático.
Alsina e Salgado (2021)	Os autores definem modelo matemático como “uma representação simbólica ou formal que as crianças constroem para analisar, explicar e compreender situações do mundo real, mediadas entre pares e o(a) professor(a)” (Alsina; Salgado, 2021b, p. 13).
Autores	Interesse dos autores na construção de modelos matemáticos em diferentes etapas da escolarização, especialmente nos Anos Iniciais.
Ponte (1992)	O autor entende que a construção de modelos matemáticos está presente e é realizada durante todo o processo de Modelagem, porém, não destaca a sua construção nos Anos Iniciais.
Bassanezi (2002)	O autor considera a Modelagem um processo dinâmico destinado à obtenção e validação de modelos matemáticos. Assim, entendemos que ele enfatiza a criação de modelos matemáticos ao longo do desenvolvimento, porém, não destaca a sua construção nos Anos Iniciais.
Barbosa (2004)	O autor não exige a criação de um modelo matemático, principalmente para os estudantes de nível fundamental e médio, que nem sempre têm conhecimento matemático suficiente para tal atividade. A ênfase dada pelo autor é desenvolver uma pesquisa, uma investigação, não necessariamente, chegar a um modelo matemático.
Bean (2009)	O autor destaca que o fundamental é que o modelo matemático atenda às necessidades específicas das atividades de seus criadores. Ele reconhece que práticas em diferentes culturas ou comunidades podem ter objetivos distintos, refletindo variações contextuais e culturais. O modelo deve ser suficientemente flexível para acomodar essas diferenças, garantindo que seja relevante e útil para a resolução

	de problemas conforme as demandas e particularidades de cada grupo ou contexto.
Meyer, Caldeira e Malheiros (2011)	Os autores não deixam claro se é necessária ou não a construção de um modelo/ modelo matemático durante o processo, especialmente nos Anos Iniciais.
Almeida, Silva e Vertuan (2012)	Os autores propõem fases no processo de Modelagem, cujo objetivo é criar modelos matemáticos ao longo do desenvolvimento escolar. Nos Anos Iniciais, em particular, a construção desses modelos matemáticos se dá de forma mais simples, à medida que as crianças começam a traduzir fenômenos cotidianos da linguagem natural para a linguagem matemática. A diversidade de modelos matemáticos gerados dependerá da abordagem utilizada e do nível de escolaridade das crianças. Com o avanço dos anos, espera-se que ocorra uma progressiva sofisticação desses modelos matemáticos, conforme as habilidades matemáticas dos estudantes se desenvolvem.
Biembengut (2014)	A autora propõe etapas para o processo de Modelagem, com o objetivo de criar modelos matemáticos ao longo do desenvolvimento das crianças. Nos Anos Iniciais, é essencial que o professor “[...] crie condições para que os estudantes aprendam a arte de modelar” (Biembengut, 2014, p. 29). Nessa fase, as crianças devem ser incentivadas a explorar, pesquisar e desenvolver modelos simples que se relacionem com seu cotidiano. Dessa forma, elas conseguem entender melhor os conceitos matemáticos, conforme enfatiza a autora.
Burak (2010)	O autor não exige a criação de modelos matemáticos, uma vez que o professor deve se preocupar mais com o processo do que apenas criar modelos matemáticos. Para o autor, as estruturas matemáticas nos Anos Iniciais ainda estão em processo de construção pela criança, atribuindo aos Anos Finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio a criação de modelos matemáticos de forma mais sistemática.
Alsina e Salgado (2021)	Alsina e Salgado (2021a, 2021b) entendem a necessidade da construção de modelos matemáticos como uma forma de ajudar as crianças das primeiras idades a analisarem, explicarem e compreenderem a realidade.

FONTE: O autor (2024).

No que concerne ao interesse na construção de modelos matemáticos, Ponte (1992) e Bassanezi (2002) enfatizam a presença e desenvolvimento contínuo de modelos matemáticos durante o processo de Modelagem. Almeida, Silva e Vertuan (2012), assim como Biembengut (2014), propõem fases específicas para a criação e validação de modelos matemáticos. Em contraste, Barbosa (2004) e Burak (2010) não exigem a criação de modelos matemáticos, especialmente para estudantes mais jovens, focando-se mais no processo de investigação. Bean (2009) destaca a necessidade de os modelos matemáticos serem flexíveis e adaptáveis às necessidades e contextos específicos dos criadores. Meyer, Caldeira e Malheiros (2011) não indicam claramente a necessidade de construção de modelos matemáticos. Já, Alsina e Salgado (2021) ressaltam a importância dos modelos matemáticos, argumentando que eles ajudam as crianças a compreenderem a realidade.

Neste sentido, entendemos o modelo matemático como uma **representação de conceitos matemáticos**. Em especial aos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, adotamos nesta pesquisa que um modelo matemático pode ser entendido como uma representação matemática de uma situação (tema de interesse) ou de um problema, que permite às crianças compreenderem e analisarem a situação/problema de forma mais clara e organizada. Essas representações dos conceitos matemáticos devem ser criadas, preferencialmente, pelas próprias crianças, em constantes idas e vindas na busca pela resolução dos problemas, ou então com a orientação do professor, que estando na posição de mediador na prática com Modelagem, pode contribuir de modo significativo no desenvolvimento da autonomia e na formação de um espírito crítico das crianças, tanto para a resolução de problemas quanto na sua formação cidadã.

Assim, é nosso propósito destacar que, especialmente nos Anos Iniciais, as representações dos conceitos matemáticos vão além da simples generalização de situações, como geralmente se faz ao buscar um modelo matemático. Pretendemos apresentar uma variedade de aspectos dinâmicos que tais representações podem incitar nas crianças, como a interação entre os participantes, os diálogos, o desenvolvimento de habilidades, o comportamento, a criatividade, a comunicação matemática, o uso da tecnologia e os processos cognitivos envolvidos. A dinâmica do trabalho em grupo, a socialização entre as crianças, suas famílias e a escola, bem como entre diferentes grupos, são aspectos importantes que emergem nas práticas com Modelagem. Outrossim, a busca por tais representações dos conceitos matemáticos ao longo das práticas com Modelagem contribuem para o desenvolvimento da coordenação motora, por exemplo, e de outras habilidades essenciais na formação da criança, e que são importantes para a vida e a formação do cidadão, indo além dos aspectos puramente matemáticos.

É importante ressaltar que, nos Anos Iniciais, as representações dos conceitos matemáticos podem ser mais simples e intuitivas, utilizando recursos como desenhos, gráficos, tabelas e materiais manipuláveis para representar situações do mundo real. O objetivo é que as crianças possam compreender os conceitos matemáticos com significado, através da construção e manipulação das representações. Essa abordagem não apenas facilita a compreensão dos conceitos, mas também estimula o pensamento crítico e a resolução de problemas de forma prática e contextualizada, preparando as crianças não apenas para desafios matemáticos, mas também para situações da vida cotidiana e para uma formação cidadã mais completa. Essa

formação envolve o desenvolvimento de habilidades como empatia, ética, capacidade de argumentação e consciência social, permitindo que as crianças se tornem cidadãos ativos e responsáveis, prontos para contribuir de maneira construtiva e solidária para a sociedade.

2.3 CICLOS DE MODELAGEM NOS ANOS INICIAIS

Ao pensar a Matemática nos Anos Iniciais no Ensino Fundamental considera-se realmente necessário tomar decisões que redirecionem diferentes abordagens que ao longo do tempo vêm caracterizando esta disciplina como componente curricular. Neste sentido, a Modelagem procura superar a tendência ainda bastante presente nos processos de ensino da Matemática de enfatizar aspectos formais desta disciplina, como por exemplo, a ênfase aos cálculos por algoritmos pré-definidos, bem como superar as concepções de ensino e aprendizagem baseadas na transmissão, mecanização e memorização de conhecimentos. Requer superar, também, a organização linear do currículo que reforça a fragmentação do conhecimento e dificulta a conexão e a integração entre os conteúdos, da mesma forma que impede a contextualização com situações que os tornem significativos aos estudantes.

2.3.1 A Modelagem na perspectiva de Educação Matemática de Burak

A Modelagem, na perspectiva da Educação Matemática, objetiva superar o tratamento estanque e compartimentalizado dado aos conteúdos matemáticos, uma vez que dá um tratamento diferente aos mesmos ao não seguir uma sequência linear ao abordá-los e, deste modo, constituir-se numa metodologia que “[...] favorece a compreensão das ideias fundamentais e contribui de forma significativa para a percepção da importância da Matemática no cotidiano da vida de cada cidadão, seja ele ou não um matemático” (Burak; Martins, 2015, p.102). Do mesmo modo, por considerar a Matemática e seu ensino uma prática social e por desenvolver um conjunto de ações que amplia o espaço da sala de aula orientada por princípios que envolvem interesse, visão antropológica e possibilidade de construção de conhecimentos matemáticos e interdisciplinares (Burak; Klüber, 2016).

Tal abordagem deve-se aos estudos e pesquisas do autor brasileiro Dionísio Burak, que a compreende como uma metodologia de ensino que parte de temas ou

de situações-problema que dizem respeito ao dia-a-dia do estudante e que pode proporcionar um ensino mais próximo das experiências vividas pela criança, desde a Educação Infantil e dos Anos Iniciais, ao promover uma Matemática com significado que favorece a aprendizagem (Burak, 2010) e, ao promover a possibilidade de ir além do uso de apostilas e livros didáticos (Silva; Klüber, 2012), provocando uma ruptura com um ensino descontextualizado.

Burak (2010) apresenta dois princípios para o trabalho que envolvem práticas com Modelagem¹¹ em sala de aula: i) partir do interesse do grupo de pessoas envolvidas; e ii) obter as informações e os dados, sempre que possível, no ambiente onde se localiza o interesse do grupo. As ações pedagógicas, a partir desses princípios visam partir do interesse dos estudantes envolvidos em uma prática com Modelagem, uma vez que “O interesse pela atividade está diretamente relacionado à motivação intrínseca e ganha força também no contexto que nutre tanto o interesse como a motivação” (Burak; Klüber, 2013, p. 36).

As práticas com Modelagem em sala de aula podem ser conduzidas de acordo com cinco etapas propostas por Burak (2010, 2017) e Burak e Aragão (2012), que, em nossa percepção, apresentam um caráter cíclico e não linear, permitindo constantes idas e vindas. Essas etapas foram organizadas a partir das experiências vivenciadas pelos autores, com professores e pesquisadores, não sendo estanques entre si e apresentando uma dinâmica fluida. São elas: i) escolha do tema; ii) pesquisa exploratória; iii) levantamento do(s) problema(s); iv) resolução dos problemas e desenvolvimento dos conteúdos matemáticos no contexto do tema; v) análise crítica da(s) solução(ões).

O ponto de partida de uma prática com Modelagem é a **escolha do tema**, sugerido pelo interesse do grupo, partindo de sua realidade. Burak (2010) observa que o professor tem um papel fundamental no encaminhamento desta etapa e pode fornecer subsídios importantes para uma tomada de decisão por conhecer a realidade da região, cidade ou bairro em que as crianças estão inseridas. Observa também que os interesses das crianças podem se relacionar a brincadeiras, esportes ou também a temas atuais, como por exemplo, copa do mundo, vírus, tecnologias entre outros.

¹¹ A partir desse momento, adotaremos o termo “práticas com Modelagem” ao nos referirmos às “práticas com Modelagem em uma perspectiva da Educação Matemática (Burak,2010)”. Reconhecemos que a Modelagem é uma abordagem multifacetada que engloba diversas compreensões e formas de entender, implementar e organizar as práticas pedagógicas de sala de aula, desde a educação infantil ao ensino superior, como detalhado no referencial teórico deste estudo.

A segunda etapa é denominada **pesquisa exploratória**. Essa etapa é o momento de as crianças buscarem as informações sobre o tema escolhido, coletar dados necessários para melhor compreender o tema. Essa coleta de dados pode se dar pela procura de materiais e subsídios teóricos dos mais diversos, os quais contenham informações e noções prévias sobre o que se quer desenvolver/pesquisar, como por exemplo: livros, revistas, *sites* da internet, entrevistas com os pais ou palestras com profissionais da área de interesse das crianças.

A etapa seguinte, que consiste no **levantamento dos problemas**, é essencialmente colaborativa e interativa. Os problemas surgem tanto dos materiais coletados pelas crianças quanto de suas pesquisas. Durante esse processo, as crianças aprendem a formular perguntas, questionando o significado de diferentes informações. Elas se envolvem em discussões, participando ativamente da elaboração dos problemas. Essa etapa é crucial, pois requer participação ativa em interações e reflexões, quebrando com a abordagem tradicional de resolver problemas matemáticos nas salas de aula, ou seja, o levantamento de problemas se torna uma ação que “desenvolve autonomia das crianças, envolve a liberdade de conjecturar, criar hipóteses, analisar situações e tomar decisões” (Burak, 2010, p. 22).

Na quarta etapa, **resolução dos problemas e desenvolvimento dos conteúdos matemáticos no contexto do tema** acontece a resolução dos problemas fazendo uso de diferentes conceitos, incluindo os matemáticos e os extra matemáticos. Burak (2010, p. 22) ressalta que, nesse momento, pode surgir a situação em que as crianças não tenham aprendido o conteúdo necessário para resolver o problema, destacando que “[...] este é um momento crucial em que o professor, como mediador, deve auxiliá-las na construção desse conhecimento”.

Essa etapa representa uma inversão na abordagem tradicional de resolução de problemas em sala de aula. Geralmente, os conteúdos são ensinados primeiro e depois aplicados em problemas matemáticos. Porém, a Modelagem assumida nessa perspectiva, a abordagem é inversa: os problemas determinam os conteúdos a serem ensinados, tornando esse momento extremamente enriquecedor, pois agregam contexto e significado.

Ao se diferenciar das abordagens convencionais presentes nos livros didáticos (Burak; Klüber, 2013), a resolução de problemas estimula as crianças a explorarem novas perspectivas e a desenvolverem habilidades críticas e analíticas.

A última etapa é a **análise crítica da(s) solução(ões)**. Tal etapa é marcada pela criticidade, não apenas em relação à Matemática, mas também a outros aspectos, como a viabilidade e a adequabilidade das soluções apresentadas, que, muitas vezes, são lógica e matematicamente coerentes, porém inviáveis para a situação em estudo. É um momento de troca de ideias e de reflexões, em que as soluções empíricas e mais formais dos problemas são comentadas e aprofundadas, com a justificativa de procedimentos e formalizações possíveis para tal.

Nesse sentido, reafirmamos que o processo desenvolvido em uma prática com Modelagem, ao analisar as etapas propostas por Burak (2010, 2017) e Burak e Aragão (2012) é cíclico. Percebe-se que após a análise crítica da solução, o Ciclo reinicia-se com uma nova escolha de tema ou refinamento do tema inicialmente escolhido. Essa escolha pode ocorrer devido a novas informações obtidas durante o processo ou devido a uma visão mais aprofundada do problema. Assim, o Ciclo se renova, permitindo constantes idas e vindas entre as etapas conforme novas informações são adquiridas ou novas perspectivas são exploradas.

Para além disso, entendemos o processo como não linear devido à natureza flexível e adaptável das etapas. Não há uma sequência fixa e rígida a ser seguida, pois as etapas podem ser ajustadas de acordo com as necessidades e o desenvolvimento do processo de Modelagem. Por exemplo, pode ser que durante a pesquisa exploratória surjam problemas que necessitem de um retorno à etapa de levantamento de problemas para uma melhor compreensão. Essa flexibilidade permite que o processo seja dinâmico e se adapte às demandas do grupo e do tema em estudo.

2.3.2 Ciclos de Modelagem

Em alguns estudos, Alsina e Salgado (2020), Alsina *et al.* (2021) e Toalongo-Guamba *et al.* (2021) começaram a analisar, a partir de diferentes abordagens teóricas, se as crianças pequenas da Educação Infantil e Anos Iniciais são capazes de desenvolver processos de Modelagem, buscando assim, resolver problemas com base na realidade.

A partir dos princípios da Educação Matemática Realística (Freudenthal, 1991) e da abordagem por competências do NCTM (2003), Alsina e Salgado (2021a, 2021b), Alsina *et al.* (2021b) e Toalongo-Guamba *et al.* (2021) procuram identificar

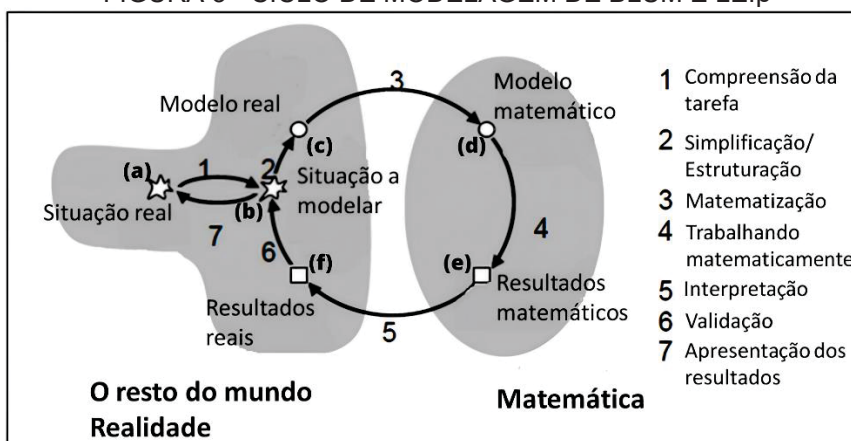
tanto os elementos que intervêm durante o processo de Modelagem quanto às características específicas dos modelos matemáticos que as crianças pequenas podem criar. Esses estudos foram realizados assumindo que a Modelagem é um processo não linear e interativo, portanto, são desenvolvidos por meio de Ciclos (Carreira *et al.*, 2011; Geiger, 2011; Girnat; Eichler, 2011; Greefrath, 2011; Kaiser, 1995).

Alsina e Salgado (2021) enfatizam que, há apenas um número limitado de estudos que analisam os processos de Modelagem a partir dessa perspectiva de Ciclo. Além disso, nos currículos de Matemática dos Anos Iniciais, não há uma abordagem que trate os diferentes padrões de forma transversal ou que implique um processo de reflexão no processo de tradução entre contextos do mundo real e matemática (Trelles-Zambrano; Alsina, 2017). Conforme os autores, esse panorama tem repercussões negativas na formação em Matemática de crianças pequenas, que não têm oportunidades de promover processos de Modelagem por meio de problemas reais.

Os autores também descrevem os Ciclos de Modelagem de várias maneiras, pois eles dependem de várias direções e abordagens de como a Modelagem é compreendida e, em alguns casos, se são utilizadas tarefas complexas ou não complexas. A estruturação de Ciclos de Modelagem é reconhecida por indicar as possíveis etapas para o desenvolvimento das práticas com Modelagem, além de destacar a não linearidade das ações dos modeladores. Isso significa que os Ciclos pretendem incluir o aspecto de que idas e voltas entre as diferentes etapas são recorrentes e relevantes para o desenvolvimento de práticas com Modelagem. (Alsina e Salgado, 2021).

Um modelo de Ciclo de Modelagem foi proposto por Blum e Leiß (2007), como ilustrado na Figura 3, e foi criado a partir de uma perspectiva cognitiva.

FIGURA 3 - CICLO DE MODELAGEM DE BLUM E LEIß



FONTE: Blum e Leiß (2007)

O Ciclo de Modelagem de Blum e Leiß (2007) é composto por etapas como a identificação do problema, formulação de questões matemáticas, coleta e análise de dados, construção e validação de modelos, e apresentação e interpretação dos resultados, oferecendo às crianças a oportunidade de desenvolver habilidades cruciais, incluindo a aplicação da matemática em situações reais, trabalho em equipe, comunicação clara de ideias matemáticas e tomada de decisões fundamentadas em dados e modelos.

O Ciclo proposto por Blum e Leiß (2007) indica que a partir da situação ocorrida no mundo real (a) trabalha-se para entender o problema (1), esse fato gera um modelo conceitual (b) no pensamento dos estudantes. Simplificar e estruturar (2) refere-se a identificar variáveis e/ou condições que levam a um modelo real (c). Através da matematização (3), chega-se ao modelo matemático (d), que é uma expressão em matemática formal das relações entre as variáveis, sem perder de vista as condições do problema. O trabalho matemático é então realizado (4) até que os resultados matemáticos (e) sejam obtidos, que serão então interpretados (5) em termos de resultados reais (f) para posteriormente validá-los (6), comunicam decisões tomadas ao longo do processo de modelagem e o modelo concreto obtido aplicado ao contexto real (7), comparando-os com o modelo conceitual (b). É importante destacar que esse processo é não linear e que na prática os estudantes podem ir de um ponto a outro do esquema sem ter que seguir uma ordem estabelecida, justamente esse trajeto de ida e volta vai permitir afinar o modelo buscado. Por fim, é importante que os estudantes socializem o modelo matemático com seus colegas, colem as observações pertinentes e façam os ajustes necessários para melhorar o modelo

matemático. Esta é uma característica particularmente relevante para as primeiras idades escolares, onde os processos de interação, negociação, diálogo e construção do conhecimento estão muito presentes (Alsina *et al.*, 2021a).

De acordo com o que afirma Borromeo Ferri (2007), apesar de ilustrativo, o Ciclo não deve ser utilizado como uma amarra para a realização de práticas com Modelagem, pois, segundo a autora, os estudantes apresentam suas próprias rotas de modelagem ao desenvolverem práticas dessa natureza, o que implica em um ambiente composto por deslocamentos aleatórios entre as etapas de realização da prática. Sendo assim, uma das principais características deste Ciclo de Modelagem é que as crianças podem começar de qualquer ponto do Ciclo sem a necessidade de seguir uma ordem estabelecida.

Nesta pesquisa buscamos olhar para as práticas com Modelagem em uma perspectiva da Educação Matemática (Burak, 2010) com o objetivo de analisar as representações dos conceitos matemáticos, a resolução de problemas, as ações e interações vivenciadas pelas crianças no contexto dos Anos Iniciais em práticas com Modelagem na Educação Matemática em termos de instrumentos de avaliação para a Modelagem. Com este intuito buscamos adaptar o Ciclo de Modelagem de Blum e Leiß (2007) aos princípios teóricos desta abordagem.

Nossa adaptação leva em consideração que o mundo real e a matemática não são mundos disjuntos, mas sim interconectados, e que, portanto, para além da matemática discutida, ações sociais e aspectos do cotidiano das crianças podem entrar em debate durante a prática com Modelagem.

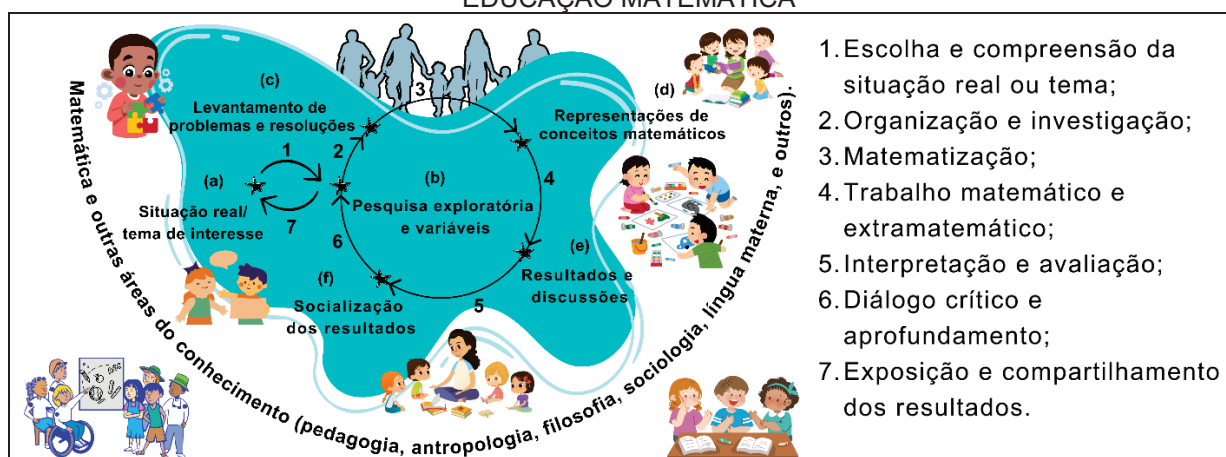
Esse enfoque é representado por um cenário dinâmico, marcado pela participação ativa das crianças, o envolvimento das famílias e a intensa mediação e problematização conduzida pelo(a) professor(a). Esses elementos indicam as diversas interações que se estabelecem entre a matemática e a vida cotidiana, enriquecendo o processo de aprendizagem. O ambiente de aprendizagem torna-se um espaço vivo, onde ideias se entrelaçam e evoluem, proporcionando uma experiência rica para todos os participantes. A integração desses elementos não apenas enriquece a experiência de aprendizagem, mas também possibilita às crianças o desenvolvimento de habilidades fundamentais como o pensamento crítico, habilidades motoras e cognitivas, resolução de problemas, elaborações das representações de conceitos matemáticos, comunicação e socialização dos

resultados. Além disso, contribui para promover ações mais conscientes no dia a dia, facilitando decisões e fortalecendo as conexões emocionais.

Ao adaptar o Ciclo de Modelagem de Blum e Leiß (2007) para atender às especificidades da infância, buscamos criar uma abordagem que seja sensível às necessidades e interesses das crianças, promovendo a participação ativa e o engajamento a partir de temas de interesse, da pesquisa, do levantamento e resolução de problemas. A interação entre as crianças, aliada aos temas de seus interesses, amplia as oportunidades de aprendizagem colaborativa e contextualizada.

Assim, nossa proposta transcende os aspectos estritamente matemáticos e busca promover o desenvolvimento integral das crianças nos Anos Iniciais, possibilitando o fortalecimento de habilidades sociais, emocionais, cognitivas e éticas. Valorizamos suas experiências e conhecimentos prévios, reconhecendo a importância de integrar esses elementos no processo de aprendizagem. Na Figura 4, apresentamos de forma ilustrativa a adaptação que realizamos no Ciclo de Modelagem de Blum e Leiß (2007), que pautará nossa prática com Modelagem destacando como essa representação do Ciclo foi ajustada para atender às necessidades específicas das crianças nos Anos Iniciais de escolarização. Nesta adaptação buscamos nos aproximar da Modelagem na Educação Matemática na perspectiva de Burak (2010).

FIGURA 4 – CICLO DE MODELAGEM NOS ANOS INICIAIS EM UMA PERSPECTIVA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA



FONTE: O autor (2024) adaptação de Blum e Leiß (2007)

Nosso Ciclo de Modelagem indica que a partir da organização inicial de sala de aula, em pequenos grupos (3 a 5 integrantes) e das primeiras ações entre crianças e professores(as), busca-se **escolher e compreender uma ou mais situações reais**

ou temas (1) de interesse das crianças (a), ou seja, a criança terá a liberdade de escolher seu(s) tema(s) de investigação, trabalha-se para entender o tema, a partir de seus conhecimentos prévios, esse fato leva à necessidade de que às crianças realizem pesquisas (b). A fase de **organização e investigação (2)** refere a identificar variáveis a partir da pesquisa realizada, levantando problemas e buscando possíveis soluções (c). Através da **matematização (3)**, chega-se às primeiras representações dos conceitos matemáticos (d), que nesta fase da escolarização podem ser retratadas por desenhos, gráficos, brincadeiras, tabelas e materiais manipuláveis para representar situações do mundo real.

Nessa dinâmica, o **trabalho matemático e extramatemático (4)** avança, com novas proposições feitas aos problemas e em caso necessário, novas pesquisas e aprofundamentos conceituais podem emergir até que os resultados e discussões pelos grupos (e) sejam iniciadas por meio da fase da **interpretação e avaliação (5)** que indica o início das socializações dos resultados (f) em que as crianças, por meio da mediação do professor, iniciam o processo de **diálogo crítico e aprofundamento (6)**, e, também, comunicam decisões tomadas ao longo da prática com Modelagem e podem assim estar socializando os seus resultados com o grande grupo, a escola ou a comunidade escolar, por meio da **exposição e compartilhamento dos resultados (7)**, seja por meio de recursos físicos ou digitais, como folders, exposição de cartazes, vídeos, apresentações artísticas entre outros.

Essa estrutura pode ser utilizada para apoiar a aprendizagem em matemática, considerando as interrelações entre a Matemática e outras áreas do conhecimento, promovendo uma formação integral no desenvolvimento das crianças nos Anos Iniciais. A abordagem incentiva a colaboração entre as crianças, estimula a pesquisa, a identificação e solução de problemas, fomentando a criatividade, fortalecendo a comunicação matemática e trabalhando para democratizar o acesso à educação.

O envolvimento ativo das famílias e da comunidade escolar é essencial nesse processo, criando uma rede de apoio que enriquece o ambiente educacional. A presença e participação da família durante o processo não apenas reforçam os laços afetivos e de confiança, mas também contribuem para a contextualização do aprendizado, permitindo que as experiências do lar e da comunidade sejam integradas ao processo educativo.

Através dessa abordagem, crianças, professores, famílias e comunidade escolar têm a oportunidade de negociar significados e construir conhecimento de

maneira coletiva e participativa. Além disso, essa abordagem ajuda no desenvolvimento de habilidades socioemocionais fundamentais para o convívio em sociedade, como empatia, resiliência e cooperação. Dessa forma, a prática com Modelagem se torna um processo contínuo de construção e reconstrução de saberes, sempre com foco na formação integral das crianças.

3 RUBRICAS PARA AVALIAÇÃO

De acordo com Montgomery (2010), rubrica é um instrumento de avaliação que utiliza critérios de avaliação e níveis de proficiência claramente definidos para avaliar o desempenho dos estudantes nesses critérios. Além de ser utilizada para avaliar tanto de forma somativa, ou seja, para atribuir notas, quanto para avaliação formativa, auxiliando na percepção do desempenho dos estudantes.

Para Andrade (2000) as rubricas instrucionais são instrumentos para avaliar o trabalho do estudante e apoiar o desenvolvimento de habilidades de pensamento, dos mais simples aos mais complexos. A maioria das rubricas têm duas características em comum: uma lista de "o que conta" em um projeto ou tarefa e graduações de qualidade para cada critério. As graduações ajudam os estudantes a entenderem o que faz um trabalho excelente, bom ou ruim. Os benefícios do uso de rubricas instrucionais são muitos: são fáceis de usar e explicar; deixam claras as expectativas dos professores; fornecem *feedback* útil para os estudantes; e apoiam os estudantes no desenvolvimento de habilidades (por exemplo, de escrita) e compreensão mais profunda (Andrade, 2020).

3.1 RUBRICA PARA A AVALIAÇÃO DE PROCESSOS DE MODELAGEM (REMMP)

Andrade (2000) também define rubrica instrucional como uma lista de critérios para uma tarefa ou trabalho que deve ser realizado e que, como já referimos, pode ser usada como um instrumento tanto para avaliação quanto para ensino. Com base nesse preceito, o instrumento REMMP foi desenvolvida especificamente para avaliar a interação de um grupo de estudantes durante uma prática com Modelagem e para orientar os professores nesse processo (Toalongo-Guamba *et al.*, 2020), podendo então, a rubrica ser usada principalmente para observar a modelagem das crianças.

A utilização do instrumento REMMP, cumpre, assim, um duplo propósito como uma rubrica instrucional, conforme proposto por Andrade (2000): ela serve como guia para os professores e como instrumento de avaliação, contribuindo para o desenvolvimento profissional dos professores em Modelagem e para a formação das crianças.

Através do instrumento REMMP, os professores podem orientar e acompanhar de forma mais eficaz o processo de elaboração de problemas e construção dos primeiros modelos matemáticos.

O instrumento REMMP (Toalongo-Guamba *et al.*, 2020; Alsina; Salgado, 2020), é um instrumento avaliativo que foi projetado para ser usado desde os níveis iniciais de ensino (3-5 anos) até os níveis mais avançados, como o Ensino Médio, por exemplo (15-18 anos). Abrange essa ampla faixa etária para que aqueles que a utilizam possam facilmente relacionar as principais características de um Ciclo de Modelagem em um nível educacional anterior ou posterior. No que se refere à avaliação, é importante destacar que o instrumento REMMP tem como principal propósito avaliar o trabalho em equipe dos estudantes, uma vez que uma das principais características das práticas com Modelagem é o trabalho em pequenos grupos. Entretanto, não se descarta a possibilidade de utilizar tal instrumento individualmente com os estudantes, embora esta abordagem seja menos comum. O processo de validação deste instrumento foi realizado por meio do julgamento de oito especialistas em Modelagem da Espanha e dos Estados Unidos. Os resultados obtidos foram analisados através do índice Content Validity Ratio (CVR) proposto por Lawshe (1975) e posteriormente modificado por Trist'an-L'opez (2008) para CVR' (Toalongo-Guamba *et al.*, 2020; Alsina; Salgado, 2020).

Este instrumento baseia-se nos sete elementos que correspondem às diferentes fases do Ciclo de Modelagem proposto por Blum e Leiß (2007) que permite que crianças vão e vêm de um ponto a outro do Ciclo sem necessidade de seguir uma ordem estabelecida, e é precisamente esta viagem de ida e volta que permite aperfeiçoar o modelo matemático pretendido (Alsina; Salgado, 2020).

Alsina e Salgado (2020) indicam que do instrumento REMMP visa com que as crianças relacionem o conteúdo do problema com seus conhecimentos prévios (compreensão); identifiquem os dados importantes do problema (estruturação); apresentem algumas dificuldades em substituir os elementos do contexto real para objetos matemáticos (matematização); usem progressivamente os objetos matemáticos e estratégias para propor soluções para o problema (trabalhando matematicamente); comparem a solução com o problema inicial (interpretação); justifiquem o modelo matemático proposto via argumentos válidos (validação); e também comuniquem decisões tomadas ao longo do processo de Modelagem e o modelo matemático obtido aplicado ao contexto real (apresentação).

No Quadro 4 a seguir, apresentamos os componentes e indicadores do instrumento REMMP para a Educação Infantil (3 a 6 anos de idade) e os Anos Iniciais (6 a 12 anos de idade) de acordo com Toalongo-Guamba *et al.* (2020).

QUADRO 4 - COMPONENTES E INDICADORES DO INSTRUMENTO REMMP PARA EDUCAÇÃO INFANTIL E ANOS INICIAIS (Toalongo-Guamba *et al.*, 2020)

Componentes	Primeiros anos (a) (3-6 anos de idade)	Anos Iniciais (b) (6-12 anos de idade)
1. Compreensão	1.1.a. O conteúdo do problema está relacionado ao conhecimento prévio.	1.1.b. Explica o problema aos colegas e ao professor, mostrando como seu conteúdo se relaciona com seus conhecimentos prévios.
	1.2.ab. Coloca e/ou responde a perguntas sobre o problema.	
	1.3.a. Indica o tipo de solução que o problema geraria, por exemplo, um padrão, um número, um gráfico, etc.	1.3.b. Indica o tipo de solução que o problema geraria, por exemplo, um número, uma faixa de valores, um conjunto de valores, um gráfico, uma fórmula, uma tabela, etc.
	1.4.a. Representa as principais características do problema através de desenhos.	1.4.b. Expressa o que a solução do problema traria para o meio ambiente.
2. Estruturação	2.1.a. Identifica os principais elementos do problema.	2.1.b. Identifica os dados que são conhecidos, que podem ser conhecidos e que são desconhecidos no problema.
	2.2.ab. Propõe ideias e/ou suposições que contribuem para a simplificação do problema	
3. Matematização	3.1.ab. Substitui os elementos reais por objetos matemáticos	
	3.2.a. Explica o uso de objetos matemáticos.	3.2.b. Justifica o uso de objetos matemáticos com base nas características do problema.
		3.3.b. Identifica todos os parâmetros matemáticos presentes no problema e as diferentes relações entre eles
4. Trabalho matemático	4.1.ab. Utiliza várias estratégias de acordo com a idade que permitem propor soluções para o problema	
	4.2.a. Usa objetos matemáticos de acordo com a idade para resolver o problema.	4.2.b. Usa objetos matemáticos e opera com eles para resolver o problema.
	4.3.ab. Obtém um modelo matemático inicial como resultado de trabalho anterior.	
5. Interpretação	5.1.a. Compara a solução com o problema inicial.	5.1.b. Verifica a coerência da solução matemática levada ao contexto real inicial.
	5.2.a. Defende a validade dos resultados obtidos.	5.2.b. Identifica as possíveis limitações ou restrições da solução matemática no contexto real inicial
6. Validação	6.1.ab. Justifica o modelo proposto por meio de argumentos válidos.	
	6.2.ab. Avalia se o modelo obtido fornece uma solução parcial ou total para o problema inicial.	
		6.3.b. Identifica se o modelo é sempre válido ou se são

		necessárias alterações para torná-lo generalizável para novas situações.
7. Exposição/Apresentação	7.1.ab. Explica o motivo das decisões tomadas ao longo de cada fase do processo.	
	7.2.ab. Explica o modelo obtido aplicado no contexto real, seu alcance e limitações em linguagem apropriada à idade.	
	7.3.ab. Utiliza diferentes tipos de exemplos, representações, diagramas, desenhos, gráficos, tabelas de valores, linguagem simbólica, etc.	
	7.4.ab. Se a tecnologia é usada em uma ou várias fases do processo, indica claramente em que ponto, como e com que finalidade foi usada.	
	7.5.ab. Escuta as observações e/ou sugestões levantadas pelos colegas e/ou professor.	
	7.6.ab. Responde às observações e/ou sugestões de colegas e professor usando linguagem apropriada para a idade.	
		7.7.b. Se foram utilizados caminhos no processo que não levaram a uma solução, reflete sobre eles e socializa seus principais aspectos.
		7.8.b. Analisa criticamente as apresentações feitas pelos colegas.

Fonte: Toalongo-Guamba *et al.*, 2020.

Procuramos, na plataforma Eric e Scielo, por trabalhos que tematizam o uso do instrumento REMMP em práticas com Modelagem durante o ano de 2022. Encontramos cinco pesquisas, listadas a seguir e brevemente descritas.

QUADRO 5 - PESQUISAS QUE TEMATIZAM O USO DO INSTRUMENTO REMMP EM PRÁTICAS COM MODELAGEM

	Título do trabalho – tradução nossa	Autor(es)
T1	Desenvolvendo habilidades de Modelagem Matemática Inicial ¹² em Educação Infantil: uma análise comparativa em 3 e 5 anos	Alsina; Toalongo-Guamba; Trelles-Zambrano; Somoza (2021).
T2	Apresentando a Modelagem Matemática Inicial na Educação Infantil: um marco para resolver problemas reais	Alsina; Salgado (2021).
T3	Entendendo a Modelagem Matemática Inicial: primeiros passos no processo de tradução entre contextos do mundo real e matemática	Alsina; Somoza (2021).
T4	Orientações didáticas para introduzir a Modelagem Matemática Inicial na Educação Infantil	Alsina; Salgado (2022).
T5	Iniciando a Modelagem Matemática Inicial na Educação Infantil: como as crianças de 3 anos raciocinam e fazem?	Alsina; Salgado (2022).

FONTE: o autor (2024).

¹² A expressão *Modelación Matemática Temprana* do Espanhol foi traduzida neste trabalho por Modelagem Matemática Inicial.

A pesquisa T1, teve por objetivo comparar duas práticas com Modelagem Matemática Inicial realizadas pelo mesmo grupo de crianças de 3 anos e 5 anos, respectivamente, com o intuito de analisar as habilidades que as crianças da Educação Infantil desenvolvem para criar os primeiros modelos matemáticos. A prática com Modelagem proposta foi semelhante em ambos os casos e visou que as crianças propusessem procedimentos que lhes permitissem determinar a temperatura da água com base no conhecimento matemático que mobilizam. Tais práticas aplicadas, foram projetadas a partir do Ciclo de Blum e Leiß (2007), composto por sete fases (Compreensão, Estruturação, Matematização, Trabalho Matemático, Interpretação, Validação e Exposição/Apresentação) e avaliadas utilizando o instrumento REMMP de Toalongo-Guamba, Trelles-Zambrano e Alsina, (2020). Nessa perspectiva, os autores destacam que, no âmbito das práticas realizadas pelo grupo composto por meninas e meninos, aos 5 anos de idade, percebeu-se que o processo de elaboração de tais modelos matemáticos se intensificou ao longo das etapas do Ciclo mencionado anteriormente. Além disso, observou-se um progresso adicional nas fases de Validação e Exposição/Apresentação.

Os autores destacam a importância de introduzir práticas com Modelagem Matemática Inicial durante a infância, o que possibilita às crianças o desenvolvimento progressivo de habilidades matemáticas sólidas. Essa abordagem reconhece como essencial a conexão entre conceitos matemáticos e sua aplicação no mundo cotidiano.

A pesquisa T2, teve por objetivo consolidar a presença da Modelagem Matemática Inicial no palco da Educação Infantil, assumindo que é um instrumento útil para promover nas crianças a resolução de problemas reais à medida que constroem os primeiros modelos matemáticos. Para alcançar esse propósito, uma prática com Modelagem, cujo tema decorre das comidas preferidas das crianças, foi projetada a partir de um contexto real, sob os fundamentos da EMR (Freudenthal, 1991).

Durante a prática, a gestão do professor consistiu principalmente em fazer perguntas com a finalidade de gerar conflitos cognitivos para avançar na construção do conhecimento. Como resultado desta gestão, as crianças comunicaram os seus conhecimentos prévios, experiências e crenças num quadro de interação, negociação e diálogo. Também, conforme o professor propunha diferentes tarefas, elas utilizavam diferentes registros, como os dados dos pesos obtidos ou desenhos de uma balança de agulha. Com base nos dados analisados, os autores observaram que o

desenvolvimento da prática com Modelagem, como um todo, contempla de forma majoritária os indicadores do Ciclo de Modelagem presentes no Instrumento REMMP.

Como conclusão, os autores indicam que os professores da Educação Infantil interessados em implementar práticas com Modelagem em suas salas de aula devem se valer de instrumentos de orientação didática, a exemplo do instrumento REMMP, para melhorar sua própria prática e promover, desta forma, seu desenvolvimento profissional.

Em T3, cujo objetivo do estudo foi fornecer dados para melhor entender os processos de Modelagem Matemática Inicial, os autores apresentam uma prática com Modelagem, cuja temática era “classificando maçãs para compradores em potencial” realizada por 21 crianças de 5 a 6 anos utilizando-se o instrumento REMMP.

A professora que propôs a prática pediu às crianças que classificassem as maçãs de sua cesta para vários compradores: distribuidores de cestas de presentes de alta qualidade (as “melhores” maçãs); supermercados (“maçãs que poderiam ser vendidas”); distritos escolares (“maçãs menores para o almoço”); e as maçãs menos atraentes que poderiam ser usadas para fazer purês e sucos. Com este problema do mundo real, pretendeu-se que cada pequeno grupo pudesse formular uma representação inicial que permitisse classificar as maçãs de acordo com a sua qualidade e atributos quantitativos. Assim, os principais tipos de conhecimento empregados foram o desenvolvimento do hábito de trabalhar em grupo e sua aplicação; senso crítico; iniciativa pessoal; curiosidade e interesse em aprender; desenvolvimento de competências na resolução de problemas reais; identificação e comparação das características das maçãs; discriminação de conceitos de medida (grande, pequeno, pesado, leve, etc.); uso de unidades de medida padronizadas e não padronizadas em situações reais e a descrição do processo de resolução de problemas.

Os autores indicam em suas análises que a maioria das etapas do Ciclo de Modelagem proposto por Blum e Leiß (2007) estão presentes na prática com Modelagem analisada, embora em alguns componentes do instrumento REMMP tenham sido detectadas dificuldades por parte das crianças. Particularmente, na fase de trabalho matemático, observou-se falta de experiência na interpretação do resultado da medição com instrumentos como balanças. Uma outra conclusão do estudo concentrou-se nas ações dos professores na promoção de habilidades de Modelagem. Em relação aos professores, constatou-se que houve avanços

significativos no planejamento e execução da prática com Modelagem em comparação com outras ações preliminares analisadas com o instrumento (ex. Alsina; Salgado, 2021; Alsina *et al.*, 2021a; Alsina *et al.*, 2021b), atribuindo essa melhoria ao desenvolvimento profissional dos professores em relação às experiências nas práticas com Modelagem Matemática Inicial em sala de aula, o que teve um impacto positivo nos trabalhos produzidos pelas crianças.

Ainda em T3, os autores destacam que no futuro é necessário elaborar novos estudos que analisem o uso do REMMP como instrumento de avaliação e ensino para contribuir para as aprendizagens das crianças acerca dos conhecimentos matemáticos e para o desenvolvimento profissional dos professores na Modelagem Matemática Inicial, bem como identificar semelhanças e diferenças entre essa rubrica e outros instrumentos ou técnicas utilizadas.

No trabalho T4, foram descritas várias ideias-chave e orientações didáticas para que os professores da primeira infância possam projetar e implementar práticas com Modelagem. Por um lado, este propósito responde à necessidade de que, desde a mais tenra idade, as crianças realizem atividades cujo eixo seja interpretar e trabalhar matematicamente com o meio ambiente através da resolução de problemas reais, em oposição a um ensino mais descontextualizado e processual (Alsina, 2020). Por outro lado, tendo em conta que a resolução de problemas tem um papel relevante nos currículos das crianças de vários países, é necessário dar apoio aos professores nesta fase para evitar que este processo matemático seja entendido exclusivamente como uma estrutura para fazer exercícios de aplicação.

Os autores descrevem e analisam uma prática com Modelagem com o tema: “somos leiteiros”, implementada em um grupo de 21 crianças de 5 anos. Desde um interesse inicial através de uma história e a abordagem de um desafio em que as crianças adquiriram um papel de vendedoras de leite, evidenciou-se o processo de construção de um modelo concreto durante o processo de tradução entre contextos do mundo real e matemática, através das fases do Ciclo de Modelagem proposto por Blum e Leiß (2007). Os autores evidenciam em suas análises que, no futuro, será necessário projetar e implementar novas práticas com Modelagem Matemática Inicial com o objetivo de determinar com mais precisão as habilidades de crianças pequenas para fornecer novas orientações aos professores não só nesta etapa, mas também de etapas educacionais posteriores, como os Anos Iniciais, uma vez que a continuidade dessas práticas com Modelagem ao longo da escola podem ajudar as crianças a

entenderem a matemática e tomar consciência de sua diversidade de aplicações no mundo real.

Por fim, em T5, os autores apresentam a prática “construindo casas com pedaços de madeira”, que foi implementada com 20 crianças de 3 anos. Para analisar como as crianças raciocinam e realizam a prática foram utilizados os indicadores específicos da Educação Infantil do instrumento REMMP (Toalongo-Guamba *et al.*, 2020), que considera as diversas fases de um Ciclo de Modelagem. Os resultados indicam que as crianças de 3 anos começam a desenvolver habilidades de compreensão, estruturação, matematização, trabalho matemático, interpretação, validação e exposição, para que sejam capazes de criar os primeiros modelos matemáticos, chamados pelos autores como modelos concretos. Esse nome se deve à afirmação de Alsina *et al.* (2021b) de que estes primeiros modelos matemáticos são ainda pouco generalizáveis e o desenvolvimento cognitivo das crianças condiciona em grande parte a possibilidade de alcançar a abstração, uma vez que seu pensamento é eminentemente concreto e, portanto, os modelos matemáticos que são capazes de criar também são concretos, razão pela qual os denominam de modelos concretos.

Foi constatado novamente que as crianças estabelecem conexões entre o enunciado do problema e seus conhecimentos prévios, tornando-o mais simples e até mesmo utilizando objetos matemáticos (Alsina *et al.*, 2021b). Para além, nesta pesquisa foram identificados pequenos episódios de todas as fases do Ciclo de Modelagem adotado, o que põe em questão a afirmação de que crianças de 3 anos de idade ainda não são capazes de criar modelos matemáticos. Ainda que de forma muito elementar, na prática realizada foi possível perceber que as crianças concluem que para ganhar o maior número possível de moedas, devem construir casinhas, que ainda é uma representação que permite responder ao desafio colocado pelo professor.

Os autores também afirmam que é importante indagar quais fatores podem ter afetado esses resultados, tais como os atributos da tarefa ou os conhecimentos que o professor emprega para implementar as práticas com Modelagem ou para conduzir a própria prática pedagógica. Isso se deve ao fato de que alguns dos critérios da rubrica não são exclusivamente influenciados pela reação espontânea das crianças, mas também pelo planejamento do ensino, tais como a escolha de usar tecnologia, representar soluções por meio de desenhos, entre outros.

A partir desses trabalhos analisados, entendemos que:

As fases de validação e exposição/apresentação do Ciclo de Modelagem são fortalecidas à medida que as crianças adquirem habilidades matemáticas progressivamente. À medida que avançam, as crianças se tornam mais capazes de testar suas ideias, expor suas soluções e receber *feedback* construtivo, permitindo que façam ajustes e melhorias contínuas em seus modelos matemáticos. Este processo não só enriquece o entendimento matemático, mas também desenvolve uma abordagem crítica e reflexiva em relação à aprendizagem.

Em práticas com Modelagem na infância, onde o instrumento REMMP foi utilizado, as crianças socializam seus modelos matemáticos com seus colegas na fase final do Ciclo. Estudos como os de Toalongo-Guamba *et al.* (2020) e Alsina e Salgado (2022) destacam que, ao compartilhar suas ideias, as crianças reúnem observações relevantes e realizam ajustes necessários para melhorar seus modelos matemáticos. Este intercâmbio de informações promove uma compreensão mais profunda e uma aprendizagem mais colaborativa entre os pares.

O Ciclo de Modelagem de Blum e Leiß (2007) e o instrumento REMMP estão interligados, servindo como guia tanto para professores quanto para a avaliação do aprendizado das crianças. Ambas procuram fornecer uma estrutura clara para a implementação da Modelagem, ajudando os educadores a planejar tarefas que incentivem a construção de modelos matemáticos e a resolução de problemas.

Os professores que realizaram práticas com Modelagem observaram que as crianças "abraçavam" novas questões e buscavam ativamente respostas, demonstrando curiosidade e persistência. Essa aprendizagem dinâmica, frequentemente ocorrida em pequenos grupos, promoveu um ambiente de sala de cooperativo, onde as crianças negociavam significados e compartilhavam ideias. Essa interação constante não só desenvolveu habilidades de comunicação e colaboração, mas também permitiu que as crianças construíssem conhecimentos matemáticos sólidos e avançassem na construção de modelos matemáticos.

As práticas com Modelagem na infância apresentam características específicas que visam ampliar a participação das crianças em todos os ciclos das práticas propostas. Além de beneficiar diretamente as crianças, essas práticas também promovem o desenvolvimento profissional dos professores e pesquisadores que trabalham com essa abordagem na educação infantil e/ou nos Anos Iniciais.

3.2 RUBRICA PARA AVALIAÇÃO DE PRÁTICAS COM MODELAGEM NOS ANOS INICIAIS

Consideramos o instrumento REMMP uma rubrica interessante para avaliar processos de Modelagem, pois fornece uma estrutura clara e detalhada que ajuda na avaliação dos diferentes aspectos do aprendizado das crianças durante o Ciclo de Modelagem, conforme retratado nos trabalhos analisados. No entanto, ao analisarmos a aplicação da rubrica, identificamos algumas limitações e áreas que poderiam ser melhoradas para atender de maneira mais eficaz às necessidades específicas da educação, especialmente nos Anos Iniciais.

Por considerarmos que a Modelagem na Educação Matemática, na concepção de Burak (2010), aproxima os aspectos matemáticos das relações de interação entre as crianças, vimos a necessidade de adaptar o REMMP para incorporar essa perspectiva. A adaptação visa reforçar a importância das interações sociais e colaborativas, além de promover o desenvolvimento de habilidades para resolução de problemas e as representações dos conceitos matemáticos. Entendemos que, nessa etapa da escolarização, as crianças ainda estão desenvolvendo habilidades de abstração e generalização, algo crucial durante a infância. Portanto, nos Anos Iniciais, as representações dos conceitos matemáticos devem ser mais simples e intuitivas, em vez de modelos matemáticos abstratos e ainda complexos para essa etapa da escolarização, utilizando recursos como desenhos, gráficos, tabelas e matérias manipuláveis para representar situações do mundo real.

O objetivo é que as crianças compreendam os conceitos matemáticos de forma significativa, através da construção e manipulação dessas representações. Essa abordagem não só facilita a compreensão dos conceitos, mas também estimula o pensamento crítico e a resolução de problemas de maneira prática e contextualizada, preparando as crianças para enfrentar desafios matemáticos e situações do dia a dia, contribuindo para uma formação cidadã consciente.

O REMMP, em sua forma original, pode não atender plenamente a alguns aspectos específicos das práticas com Modelagem na infância, especialmente nos Anos Iniciais, tais como:

Interesse e motivação: as questões relacionadas ao interesse, em vez da motivação, são fundamentais. Segundo Sass e Liba (2011), que discutem a categoria de interesse na teoria do filósofo norte-americano John Dewey (1859-1952), o

interesse é definido como uma relação intrínseca entre o indivíduo, o meio e o objeto. Essa relação leva ao reconhecimento do 'eu' da criança no processo, tornando-o uma ação consciente. Eles destacam que o interesse resulta da interação do sujeito com o objeto, do indivíduo com a sociedade e da criança com a escola. Além disso, reconhecem que, na teoria de Dewey, considerar o interesse implica reconhecer a individualidade dos estudantes em relação às suas aptidões, necessidades e preferências, sem presumir que todos funcionam da mesma maneira.

Oportunidade de pesquisa: A curiosidade das crianças as leva a explorar e questionar os elementos do mundo ao seu redor, buscando respostas sobre os fenômenos culturais, geográficos, naturais, sociais, tecnológicos entre outros. Esse processo de busca está frequentemente associado ao uso incessante do "Por quê?" pelas crianças, uma prática que muitas vezes não é devidamente valorizada pelos adultos. Quando as crianças perguntam "Por quê?", não estão simplesmente em busca de respostas prontas, mas sim buscando apoio e encorajamento para conduzir suas investigações e construir significados em relação aos elementos que desejam compreender (Rinaldi, 2016). As ações de pesquisas pelas crianças estimulam a coleta e análise de informações e a tomada de decisões baseadas em evidências, habilidades fundamentais para o desenvolvimento do pensamento científico e matemático.

Interação Social e Colaboração: A ênfase na interação social e na colaboração entre as crianças é fundamental para o processo de aprendizagem. Desde a escolha do tema de interesse ou da situação real de investigação até a exposição e compartilhamento dos resultados, a colaboração desempenha um papel crucial. Esse processo colaborativo promove a troca de ideias, o desenvolvimento de habilidades de comunicação e a capacidade de trabalhar em equipe, todos aspectos essenciais para um aprendizado eficaz e o desenvolvimento social.

Vygotsky (1978) destaca a importância da interação e da colaboração entre as crianças como elementos centrais nas metodologias de ensino diversificadas. Ele argumenta que a interação social é um motor vital para a construção do conhecimento, permitindo que as crianças se envolvam em práticas de aprendizado mais ricas e contextualizadas. Através da colaboração, as crianças não apenas compartilham ideias e perspectivas, mas também desenvolvem habilidades sociais, como empatia e cooperação, e fortalecem sua capacidade de construir conhecimento de maneira coletiva.

Estratégias como o trabalho em grupo, discussões em sala de aula e projetos colaborativos são práticas que facilitam essa interação social. Elas oferecem oportunidades para que as crianças se envolvam ativamente, resolvam problemas em conjunto e construam um entendimento mais profundo dos conceitos estudados. De igual modo, essas práticas ajudam a desenvolver competências socioemocionais e habilidades interpessoais, preparando as crianças para uma participação efetiva e colaborativa em diversos contextos sociais e escolares.

Desenvolvimento Emocional e Social: Considerar o desenvolvimento emocional e social das crianças como uma parte essencial do processo de Modelagem é fundamental. As práticas com Modelagem devem criar um ambiente seguro e acolhedor, onde as crianças possam expressar suas emoções, aprender a resolver conflitos e desenvolver empatia e respeito pelos outros. Esse ambiente de apoio é crucial para o crescimento emocional das crianças.

O desenvolvimento emocional, conforme descrito por Rueda e Paz-Alonso (2013, p. 1), "envolve o aumento da capacidade de sentir, entender e diferenciar emoções cada vez mais complexas, bem como a capacidade de autorregulá-las, para que o indivíduo possa se adaptar ao ambiente social ou atingir metas presentes ou futuras." Ao integrar esses aspectos nas práticas com Modelagem, contribui-se para o bem-estar geral das crianças, promovendo um aprendizado mais holístico e equilibrado, que vai além do simples domínio dos conhecimentos escolares, abrangendo também o crescimento emocional e social.

Ao adaptar o REMMP para incluir esses aspectos, podemos criar um instrumento mais robusto e adequado para avaliar o processo de Modelagem nos Anos Iniciais, promovendo um ambiente de aprendizado mais inclusivo, colaborativo e reflexivo. A partir dessas considerações, procuramos adaptar o instrumento REMMP de acordo com o Ciclo proposto na seção 2 (Figura 4), incorporando as contribuições de uma perspectiva da Educação Matemática (Burak, 2010) à Modelagem.

No Quadro 6, apresentamos os componentes e indicadores da Rubrica para Avaliação de Práticas com Modelagem nos Anos Iniciais (RAPMAI), que refletem essa abordagem ampliada e integrada, visando a construção de um processo avaliativo que respeite as singularidades das crianças e as dinâmicas de interação em sala de aula.

QUADRO 6 - COMPONENTES E INDICADORES DA RUBRICA PARA AVALIAÇÃO DE PRÁTICAS COM MODELAGEM NOS ANOS INICIAIS (RAPMAI)

Componentes	Anos Iniciais (6-12 anos de idade)
1. Escolha e compreensão de uma ou mais situações reais ou temas	1.1. Reúne-se com os colegas, participando em pequenos grupos de trabalho; 1.2. Apresenta seus pontos de vista sobre uma situação real ou tema a ser investigado; 1.3. Concorde com a decisão do pequeno grupo ou da turma em geral a respeito da(s) situação(ões) real(is) ou do(s) tema(s) escolhido(s).
2. Organização e investigação	2.1. Relaciona a situação real ou tema escolhido com os conteúdos escolares apropriados à sua faixa etária, a partir dos conhecimentos prévios; 2.2. Organiza o trabalho em pequenos grupos, pesquisando ou sugerindo encaminhamentos baseados na decisão tomada; 2.3. Levanta possíveis problemas a partir da pesquisa realizada e inicia suas resoluções.
3. Matematização	3.1. Justifica o uso de objetos matemáticos; 3.2. Faz uso de uma ou mais representações para elucidar os conceitos matemáticos e as resoluções aos problemas propostos; 3.3. Procura identificar os parâmetros matemáticos presentes nos dados coletados e as diferentes relações entre eles.
4. Trabalho matemático e extramatemático	4.1. Utiliza várias estratégias adequadas à idade para propor soluções para o(s) problema(s); 4.2. Adapta ou desenvolve novas representações dos conceitos matemáticos discutidos ao longo do processo; 4.3. Avança em novas discussões, aprofundando conceitos matemáticos e extramatemáticos.
5. Interpretação e avaliação	5.1. Interpreta os resultados encontrados no contexto da situação real ou tema escolhido; 5.2. Identifica as possíveis limitações ou restrições das representações dos conceitos matemáticos elaborados; 5.3. Avalia a adequação e a eficácia das soluções propostas, considerando diferentes perspectivas e contextos.
6. Diálogo crítico e aprofundamento	6.1. Explica o motivo das decisões tomadas ao longo de cada fase do processo; 6.2. Escuta, responde e analisa criticamente as apresentações feitas pelos colegas, bem como as observações e/ou sugestões levantadas pelos colegas e/ou professor. 6.3. Explora novas questões e desafios relacionados ao tema, utilizando o conhecimento adquirido para resolver problemas adicionais ou expandir a compreensão dos conceitos abordados.
7. Exposição e compartilhamento dos resultados	7.1. Utiliza diferentes tipos de exemplos, representações, diagramas, desenhos, gráficos, tabelas de valores e linguagem simbólica para ilustrar os resultados; 7.2. Indica claramente onde, como e com que finalidade a tecnologia foi usada em uma ou várias fases do processo; 7.3. Compartilha seus resultados com a turma, com a escola e/ou com a comunidade escolar.

Fonte: O autor (2024) adaptado de Toalongo-Guamba *et al.*, 2020.

Na adaptação do instrumento para os Anos Iniciais (6-12 anos), levamos em conta não apenas os aspectos matemáticos, mas também a formação integral das crianças, abrangendo os âmbitos cognitivo, emocional, social e físico. Este enfoque mais amplo é baseado nas etapas de trabalho de Burak (2010) e visa preparar as

crianças não apenas para desafios escolares, mas também para a vida e a cidadania. Em vez de focar exclusivamente em conteúdos matemáticos, o instrumento adaptado do REMMP (Toalongo-Guamba *et al.*, 2020), que passamos a denominar de RAPMAI, busca incluir contribuições significativas para o desenvolvimento global das crianças, promovendo uma abordagem integradora que visa desenvolver competências que transcendem a matemática, abrangendo habilidades sociais, emocionais e éticas essenciais para a formação de cidadãos preparados para viver em sociedade.

Buscamos com a adaptação tanto do Ciclo de Modelagem de Blum e Leiß (2007) quanto do instrumento REMMP uma aproximação com as concepções de educação de Burak (2010). Nesse sentido, as sete componentes do RAPMAI estão intimamente ligadas às sete fases do Ciclo de Modelagem nos Anos Iniciais em uma Perspectiva da Educação Matemática que se alinha aos princípios defendidos por Burak (2010). Isso implica iniciar a prática a partir do interesse dos estudantes envolvidos e da relevância de obter informações e dados diretamente do ambiente que desperta o interesse do grupo.

Para além, também buscamos aproximações às cinco etapas de trabalho propostas por Burak (2010) - escolha do tema, pesquisa exploratória, levantamento do(s) problema(s), resolução dos problemas e desenvolvimento dos conteúdos matemáticos no contexto do tema, e análise crítica da(s) solução(ões) - a adaptação tanto do Ciclo quanto do instrumento buscam integrar de forma coesa os princípios de Burak (2010), promovendo uma abordagem educacional que valoriza a investigação, a colaboração, os interesses, a construção do conhecimento e às ações e interações entre todos os envolvidos na prática com Modelagem.

Tais aproximações podem ser observadas no Quadro 7 a seguir:

QUADRO 7 – APROXIMAÇÕES ENTRE O CICLO E O INSTRUMENTOS PROPOSTO E AS ETAPAS DE TRABALHO DE BURAK (2010)

Ciclo de Modelagem nos Anos Iniciais em uma Perspectiva da Educação Matemática	RAPMAI (REMMP adaptado)	Etapas de trabalho Burak (2010)	Descrição da aproximação
Situação real/tema de interesse	Escolher e compreender uma ou mais situações reais ou temas	Escolha do tema	Início da prática a partir do interesse dos estudantes (crianças) e sua realidade. Escolha de uma ou mais situações reais ou temas de trabalho.

Pesquisa exploratória e variáveis	Organização e investigação	Pesquisa exploratória	Busca de informações e dados relevantes no ambiente de interesse.
Levantamento de problemas e resoluções	Organização e investigação	Levantamento do(s) problema(s)	Trabalho colaborativo, entre as crianças, crianças e professores e família das crianças para formular perguntas e resolver problemas.
Representações de conceitos matemáticos/ Resultados e discussões	Matematização, trabalho matemático e extramatemático	Resolução dos problemas e desenvolvimento dos conteúdos matemáticos	Resolução de problemas utilizando diferentes estratégias, conceitos, incluindo os matemáticos e extramatemáticos.
Socialização dos resultados	Interpretação e avaliação/ diálogo crítico e aprofundamento/ exposição e compartilhamento dos resultados	Análise crítica da(s) solução(ões)	Socialização, avaliação crítica do processo, e compartilhamento dos resultados com a escola e comunidade escolar.

Fonte: O autor (2024)

Também evidenciamos os fatores que permitem observar as representações dos conceitos matemáticos, a resolução de problemas, e as ações e interações vivenciadas pelas crianças nos Anos Iniciais, com base no quadro que construímos e suas relações com as fundamentações teóricas utilizadas na pesquisa.

Por exemplo, a dinâmica promovida pelo trabalho em grupo (1.1, 2.2) permite que as crianças desenvolvam habilidades de colaboração e comunicação, pautadas em temas ou situações reais e de seus interesses. As interações entre os participantes e os diálogos constantes (4.3, 6.2) ajudam no desenvolvimento de habilidades sociais e emocionais, fundamentais para a vida em sociedade, como a empatia e a solidariedade. De igual modo, ao expressar suas ideias e ouvir as dos outros (1.2, 7.1), as crianças aprendem a respeitar diferentes pontos de vista e a resolver conflitos de forma construtiva.

A representação dos conceitos matemáticos (3.2) abrange o uso de diversas formas de expressão, como gráficos, tabelas, desenhos, símbolos, materiais manipuláveis, brincadeiras, entre outros, que contribuem para a compreensão e comunicação das ideias matemáticas. Essa abordagem permite que as crianças explorem os conceitos a partir de diferentes perspectivas, enriquecendo seu entendimento e facilitando a construção do conhecimento.

A resolução de problemas (2.3) vai além de simplesmente encontrar uma resposta correta; ela envolve a identificação e análise de questões que podem ser elaboradas pelas próprias crianças, com base na investigação de uma ou mais

situações reais ou temas de interesse. Esse processo fomenta o desenvolvimento do pensamento crítico e da capacidade investigativa das crianças, estimulando-as a explorar e compreender profundamente os problemas propostos.

Outro ponto importante é o desenvolvimento de habilidades cognitivas, como o pensamento crítico e a criatividade, que são estimulados pela necessidade de encontrar soluções para os problemas propostos (4.1, 6.3). A utilização da tecnologia (7.2), além de tornar o aprendizado mais interessante, prepara as crianças para o uso responsável e eficiente dos recursos digitais. O trabalho com objetos matemáticos e a construção de representações dos conceitos matemáticos (3.1, 3.2) também contribuem para o desenvolvimento da coordenação motora, especialmente quando materiais manipuláveis são utilizados, se necessário. Isso demonstra que a aprendizagem pode ser um processo multidimensional, que vai além da sala de aula.

Percebemos que a adaptação realizada, não apenas chama a atenção para o desenvolvimento das habilidades matemáticas, mas também para o pensamento crítico, a comunicação, a cooperação e o desenvolvimento socioemocional das crianças. Portanto, o investimento no aprimoramento e na disseminação de instrumentos para avaliação de práticas com Modelagem é essencial para enriquecer a prática pedagógica, proporcionando experiências de aprendizagem significativas. Isso prepara as crianças não apenas para as aprendizagens escolares, mas também para a vida em sociedade, desenvolvendo competências essenciais como a empatia, a resiliência e a habilidade de trabalhar em equipe.

É essencial destacar que as adaptações realizadas e agora constituindo o instrumento RAPMAI são flexíveis, permitindo a inclusão de novos componentes à medida que o processo se desenvolve. Essa flexibilidade evita qualquer rigidez ou limitação para futuros desdobramentos. A abertura proporcionada por essa abordagem possibilita uma avaliação contínua e dinâmica do processo de ensino e aprendizagem. Como resultado, é possível acomodar diferentes formas de aprendizado e promover interações variadas entre as crianças dos Anos Iniciais, adaptando-se continuamente às suas necessidades e contextos específicos.

A capacidade de adaptar e expandir os componentes do instrumento assegura que ele permaneça relevante na identificação e suporte das múltiplas dimensões do desenvolvimento infantil. Isso inclui a consideração de aspectos cognitivos, emocionais, sociais e físicos, alinhando-se com uma perspectiva de formação integral. Em última análise, essa abordagem contribui para um ambiente

educacional mais responsivo e inclusivo, onde as diversas formas de aprendizagem e as interações entre as crianças são continuamente avaliadas e aprimoradas, promovendo um desenvolvimento holístico.

Na próxima seção, detalharemos a metodologia adotada em nossa pesquisa.

4 METODOLOGIA DA PESQUISA

A presente pesquisa é caracterizada como qualitativa, seguindo a abordagem de Bogdan e Biklen (2010) que se fundamenta no contato direto do pesquisador com os sujeitos investigados. Dessa forma, a pesquisa busca analisar o desenvolvimento e as ações dos sujeitos em seu ambiente natural. No caso desta pesquisa, o ambiente natural são as aulas em que o ensino da Matemática ocorreu por meio da Modelagem. Além disso, a pesquisa compreende a observação, descrição e compreensão de um fenômeno específico: “o que se mostra nas práticas com Modelagem na Educação Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental em relação às representações dos conceitos matemáticos, a resolução de problemas e ações e interações vivenciadas crianças?”.

Esta pesquisa também se caracteriza como uma pesquisa de intervenção, que para Romagnoli (2014) é realizada em conjunto com a população pesquisada, considerando a implicação do pesquisador, a complexidade e indissociabilidade na produção do conhecimento. E conforme Rocha (2006, p.171): “A pesquisa-intervenção busca criar um campo de problematização, escavando outras dimensões do cotidiano e instaurando tensão entre representação e expressão, com a perspectiva de dar consistência a novos modos de subjetivação”. A pesquisa-intervenção apresenta, assim, potencial para propor novas práticas pedagógicas produzindo simultaneamente conhecimentos teóricos (Damiani, 2012, p.2). Desta forma, parte-se do aporte teórico para a “[...] utilização de situações problemas como instrumento de mediação do conhecimento, em uma situação de interação social particular” (Fávero, 2011, p.50).

A pesquisa de intervenção foi realizada no ambiente escolar, envolvendo 12 crianças de 6 a 8 anos, regularmente matriculadas no 1º ano do Ensino Fundamental. Além da autorização dos responsáveis, foi obtido o consentimento da professora regente, que não apenas acompanhou e vivenciou as práticas com Modelagem, mas também colaborou com o pesquisador no planejamento direcionado às crianças participantes. Essa parceria garantiu a adequada condução das práticas em sala de aula.

Os participantes da pesquisa são moradores do município de Cruz Machado, que possui população de 15.978 habitantes, de acordo com o Censo Demográfico –

2022, do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (Ibge, 2022), em área urbana e rural.

O objetivo que norteia o processo investigativo do estudo é: **analisar as representações dos conceitos matemáticos, a resolução de problemas, as ações e interações vivenciadas pelas crianças no contexto dos Anos Iniciais em práticas com Modelagem na Educação Matemática em termos de instrumentos de avaliação para a Modelagem**. E os objetivos específicos são:

Buscar aproximações entre a Modelagem proposta no Ciclo de Modelagem de Blum e Leiß (2007) e do instrumento REMMP e a Modelagem em uma perspectiva da Educação Matemática (Burak, 2010);

Investigar o processo desenvolvido em uma prática com Modelagem a partir das adaptações do Ciclo de Modelagem de Blum e Leiß (2007) e do instrumento REMMP aos princípios da Modelagem em uma perspectiva da Educação Matemática (Burak, 2010). Tal adaptação será denotada por RAPMAI, conforme esclarecido anteriormente.

A pesquisa foi aprovada pelo Comitê de Ética em Pesquisa com seres humanos da Universidade Federal do Paraná (UFPR) sob o número CAAE nº 58695922.5.0000.0214 e aprovada com o Parecer número 5.469.973 emitido em 14 de junho de 2022.

A estruturação e o planejamento da prática com Modelagem foram discutidos em parceria com a professora regente da turma e desenvolvidas em parceria com a professora regente e o pesquisador.

A pesquisa ocorreu em uma escola urbana localizada na cidade de Cruz Machado. As crianças participantes, com idades entre 6 e 8 anos, demonstraram grande curiosidade e engajamento, exibindo uma variedade de habilidades e interesses. Foi observado que a escola valoriza amplamente a colaboração, fortalecendo as relações entre a instituição e as famílias, o que criou um ambiente propício para o desenvolvimento da prática com Modelagem.

As intervenções foram conduzidas ao longo do segundo semestre de 2022. Durante esse período, entre as intervenções realizadas e após sua execução, a professora regente continuou a desenvolver práticas com Modelagem com as crianças, recebendo orientações e participando de discussões com o pesquisador e outros colaboradores do projeto de pesquisa, sendo reconhecida no mesmo ano como vencedora de um projeto desenvolvido pelas escolas do município. O projeto,

intitulado "Contribuições da Modelagem na formação de crianças do primeiro ano dos Anos Iniciais", tinha como objetivo colocar a criança como protagonista do próprio conhecimento, em colaboração com o pesquisador, proporcionando situações de aprendizagem com e para as crianças sobre temas de seu interesse, como "as maiores cobras do mundo". Esse projeto valorizou os saberes das crianças, suas vozes, ações e necessidades.

O registro da prática com Modelagem desenvolvida pelas crianças durante a pesquisa de intervenção foi realizado por meio de filmagens e anotações em um diário de bordo, possibilitando rever diversas vezes e direcionando a atenção do pesquisador aos diferentes aspectos da prática, imprimindo maior credibilidade ao estudo (Pinheiro, Kakehashi, Angelo, 2005, p.718). Durante a realização da prática com Modelagem as crianças foram filmadas por duas câmeras digitais (Modelo Nikon Coolpix A100) colocadas em posições perpendiculares, levando em conta o eixo do campo de visão delas, com qualidade HD (720p) fixadas em tripés sobre móveis localizados na sala de aula; possibilitando o registro de "...expressões faciais, comentários, brincadeiras e interações, entre outras." (Garcez, Duarte, Eisenberg, 2011, p. 255). A transcrição detalhada das imagens e áudios provenientes da observação foi realizada na forma de texto, mesmo considerando suas limitações e simplificações. (Rose, 2002).

O registro diário da prática foi realizado em um diário de bordo elaborado pelo pesquisador tendo foco no relato pessoal, observações e reflexões sobre as práticas realizadas.

As etapas da pesquisa foram:

- Planejamento do desenvolvimento da prática com Modelagem com a professora regente da turma;
- Desenvolvimento da prática com Modelagem junto à turma;
- Transcrições das gravações em áudio e vídeo;
- Leitura e análise das transcrições e diários de bordo;
- Análise de dados.

As produções, representações, imagens de atividades, oriundas de trabalhos realizados pelas crianças foram fotografadas individualmente para a análise na pesquisa. As imagens dos registros não contêm informações de identificação pessoal. Porém, se houver alguma, essas serão ocultadas por ilustrações de teias de aranha coloridas. As cores utilizadas não possuem nenhum significado específico, sua única

função é garantir a privacidade e impedir a identificação dos participantes da pesquisa. Para garantir o anonimato das crianças participantes, suas produções e descrição das observações foram nomeadas aleatoriamente por numerais indo-arábicos (C1, C2, C3,..., C11). E quando estavam reunidas em grupos foi utilizada a expressão Grupo 1 (G1), Grupo 2 (G2) ou Grupo 3 (G3).

Quando mencionamos a fala de uma criança reunida em um determinado grupo, usamos o seguinte código: C1.1 (criança 1 do grupo 1), C2.3 (criança 2 do grupo 3), C4.2 (criança 4 do grupo 2) e assim por diante.

A fala do professor pesquisador é indicada pela abreviatura Pesq., e da professora regente por Prof.

Vale destacar que, no contexto observado, o pesquisador adotou uma abordagem cuidadosa e gradual para minimizar possíveis interferências e estranhamentos por parte das crianças em relação à sua presença na sala de aula, uma vez que, não atuava naquela sala de aula e não conhecia as crianças. Sua estratégia envolveu a integração progressiva ao ambiente escolar, participando de ações cotidianas e interagindo de forma natural com as crianças. Essa imersão gradual permitiu que as crianças se familiarizassem com a presença do pesquisador, reduzindo o impacto de sua entrada no contexto educacional.

Ao mesmo tempo, o pesquisador demonstrou sensibilidade em relação às diferenças de gênero, reconhecendo que sua presença masculina poderia gerar alguma curiosidade ou estranhamento entre as crianças, especialmente em um ambiente onde a figura predominante é a da professora regente. Assumindo uma atitude acolhedora e empática facilitou a integração do pesquisador na dinâmica da sala de aula, promovendo um espaço onde as crianças se sentiam à vontade para expressar suas ideias e participar ativamente das práticas com Modelagem. Essa abordagem cuidadosa foi fundamental para garantir os dados coletados, ao mesmo tempo em que respeitava o ambiente e as relações já estabelecidas dentro da sala de aula. Assim, a estratégia adotada pelo pesquisador pode promover uma interação construtiva e na mitigação de possíveis obstáculos relacionados à sua presença no contexto da sala de aula.

A fase de análise dos dados teve como apoio teórico os trabalhos de Bogdan e Biklen (2010). Segundo Bogdan e Biklen (1994, p. 225) a análise sistemática dos dados coletados “envolve o trabalho com os dados, sua organização, divisão em unidades manipuláveis, síntese, procura de padrões, descoberta de aspectos

importantes do que deve ser apreendido e a decisão do que vai ser transmitido aos outros”. Nesse sentido, a análise pode ser feita mediante várias perspectivas, e nesse caso em específico, tiveram como foco as reflexões realizadas pelo pesquisador após a leitura dos materiais coletados que revelam práticas realizadas por professores com Modelagem e à aprendizagem das crianças.

Segundo Bogdan e Biklen (2010) “os investigadores qualitativos interessam-se mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produtos” e, geralmente, os pesquisadores analisam seus dados de forma indutiva, assim “as abstrações são construídas à medida que os dados particulares que foram recolhidos vão se agrupando” (Bogdan; Biklen, 2010, p. 50).

A análise também foi feita a partir do instrumento RAPMAI, que permitiu caracterizar a Modelagem como um processo que, no quadro da resolução de problemas, ajuda a verificar as primeiras representações dos conceitos matemáticos para análise, explicação e compreensão da situação ou tema de interesse. Esse processo é baseado em uma reflexão que envolve constantes idas e vindas entre diferentes contextos, matemáticos e extramatemáticos, que são mobilizados pelas crianças dos Anos Iniciais. Outrossim, no contexto das interações sociais e do desenvolvimento emocional e cognitivo, a Modelagem visa desenvolver competências que transcendem a matemática, abrangendo habilidades sociais, emocionais e éticas.

As análises têm como objetivo verificar quais dos sete componentes do RAPMAI são contemplados e de que forma isso ocorre.

1. Escolha e compreensão da situação real ou tema: além de trabalhar em grupos e expressar pontos de vista, essa etapa envolve a capacidade das crianças em selecionarem situações ou temas que sejam de seus interesses, promovendo um engajamento maior e uma compreensão mais profunda.

2. Organização e investigação: não se limita apenas a relacionar a situação ou tema com os conteúdos escolares, mas também inclui a habilidade de organizar o trabalho em grupos de forma eficiente, realizar uma investigação minuciosa e desenvolver estratégias para elaborar e resolver problemas identificados durante a pesquisa.

3. Matematização: vai além da justificação do uso de objetos matemáticos, pois também abrange a habilidade de criar representações claras dos conceitos matemáticos envolvidos na situação, além de identificar e explorar as relações entre os parâmetros matemáticos.

4. Trabalho matemático e extramatemático: abrange a utilização de diversas estratégias para propor soluções, bem como o desenvolvimento do vocabulário e da comunicação, adaptação de representações e aprofundamento de conceitos, tanto em contextos matemáticos quanto fora deles.

5. Interpretação e avaliação: envolve não apenas interpretar os resultados obtidos, mas também identificar as limitações nas representações utilizadas e avaliar a eficácia das soluções propostas, levando em consideração diferentes perspectivas e contextos.

6. Diálogo crítico e aprofundamento: além de explicar as decisões tomadas, essa fase também estimula uma análise crítica das apresentações realizadas, fomentando um diálogo construtivo que leva ao aprofundamento dos conceitos estudados e à exploração de novas questões relacionadas ao tema.

7. Exposição e compartilhamento dos resultados: além de utilizar para ilustrar os resultados, essa etapa também inclui a clara indicação do uso da tecnologia no processo, bem como o compartilhamento dos resultados não apenas com a turma, mas também com a escola e/ou comunidade escolar, promovendo uma troca de conhecimentos mais ampla e significativa.

Nas seções seguintes fazemos a apresentação da prática com Modelagem desenvolvida com as crianças, trazendo considerações do seu uso e a análise dos resultados.

5 DESCRIÇÃO DA PRÁTICA COM MODELAGEM

A intervenção realizada com Modelagem foi desenvolvida em uma turma do 1º ano dos Anos Iniciais de uma escola pública do município de Cruz Machado-PR, com 12 crianças regularmente matriculadas. Teve duração de seis encontros, com durações variando de 40 minutos a 120 minutos, totalizando um total aproximado de 6 horas. Foi realizada nos dias 03 de agosto, 08 de agosto, 15 de agosto, 22 de agosto, 29 de agosto e 05 de setembro de 2022.

Nesta seção relatamos todos os encontros que foram realizados, alguns com mais detalhes do que outros, pelo fato de que geraram mais diálogos, gravados em áudios e expressões das crianças captadas pelas fotos e filmagens.

5.1 O 1º ENCONTRO: O INTERESSE INICIAL, APRESENTAÇÃO DA TEMÁTICA E DOS PROBLEMAS E CONSTRUÇÃO DOS PEQUENOS GRUPOS

As crianças participantes desta pesquisa possuíam grande interesse por animais, especialmente por animais peçonhentos, pois tinham acabado de finalizar, em semanas anteriores, um trabalho envolvendo o tema cobras. Segundo a professora regente, muitos comentavam ter medo desses animais, achavam perigosos e queriam saber mais sobre o assunto.

Nesse sentido, pensamos com a professora regente em oportunizar novas discussões acerca dessa temática. Ao serem questionados sobre o tema de interesse, as crianças propuseram o tema: aranhas.


Ao reunirmos as crianças em pequenos grupos, três grupos de 4 crianças, perguntei quais dúvidas teriam sobre as aranhas para pesquisarem com a família.

A partir desse momento, após a coleta das questões que surgiram acerca do tema, conversamos com as crianças a respeito dessas questões e ao final da aula, organizamos um material, juntamente com a professora, que seria enviado para casa pelas crianças para que no próximo encontro trouxessem informações a respeito de tema e dos problemas elaborados, conforme apresentamos na Figura 5.

FIGURA 5 - PERGUNTAS ELABORADAS PELAS CRIANÇAS A PARTIR DO TEMA DE INTERESSE E ORGANIZADAS PELA PROFESSORA REGENTE E PESQUISADOR

NOME DA CRIANÇA: _____


OLÁ PAPAI, MAMÃE OU RESPONSÁVEL. AS CRIANÇAS QUEREM CONHECER UM POUCO MAIS SOBRE O MUNDO DAS ARANHAS. PEDIMOS QUE AJUDE SEU FILHO OU SUA FILHA, NA PESQUISA SOBRE O TEMA!



FICO FELIZ EM SABER, QUE QUEREM ME CONHECER!

QUAL SERÁ O MEU NOME?

.....



1. AS CRIANÇAS QUEREM SABER:


(A) POR QUE AS ARANHAS FAZEM TEIA?

(B) COMO A ARANHA FAZ A SUA TEIA?

2. NO QUADRO A SEGUIR, PEÇA QUE SEU FILHO ESCREVA E/OU DESENHE, OUTRAS INFORMAÇÕES SOBRE "AS TEIAS DAS ARANHAS".

3. AS ARANHAS SÃO REPLETAS DE CURIOSIDADES! PESQUISEM OUTRAS CURIOSIDADES QUE SEU FILHO OU SUA FILHA TIVER SOBRE O TEMA: "ARANHAS" E REGISTRE NO QUADRO A SEGUIR.

VOCÊ PODE ESCREVER OU DESENHAR!




C) TODAS AS TEIAS SÃO DO MESMO TIPO, TEM O MESMO FORMATO?


D) QUAL A MAIOR ARANHA DO MUNDO? E A MENOR?

E) POR QUE ALGUMAS ARANHAS RECEBEM O NOME DE "ARANHA ARMADEIRA"?

VOCÊS TEM ALGUMA OUTRA PERGUNTA SOBRE MIM?




4. APÓS REALIZAREM A PESQUISA, PEÇA PARA SEU FILHO OU SUA FILHA DESENHAR UMA TEIA DE ARANHA. NÃO ESQUEÇA DE COLORIR E DEIXAR O DESENHO BEM BONITO!



VOCÊ SABIA QUE MINHAS TEIAS SÃO MUITO FORTES, BONITAS E DE DIFERENTES FORMATOS?

5. PARA FINALIZAR, GOSTARIAMOS QUE REGISTRASSEM EM FOTOS E/OU VÍDEOS ARANHAS, ARANHAS FAZENDO TEIAS OU SOAMENTE AS TEIAS DAS ARANHAS, QUE ENCONTRAREM EM SUAS CASAS, NO PÁTIO OU QUINTAL. AS FOTOS E/OU VÍDEOS PODEM SER FEITAS PELA MANHÃ, A TARDE OU A NOITE. PEDIMOS QUE ENVIEM AS FOTOS E/OU VÍDEOS NO WHATSAPP:



5.2 O 2º ENCONTRO: AS CRIANÇAS APRESENTAM INFORMAÇÕES SOBRE O PROBLEMA DAS TEIAS DAS ARANHAS

As crianças tiveram um tempo de dois dias para realizarem a pesquisa com os responsáveis. Então, em uma roda de conversa cada grupo comentou sobre suas descobertas e as informações que lhes chamaram mais a atenção. Os dados a seguir foram registrados em áudio.

G1: As aranhas fazem teia para caçar insetos e se alimentar, a teia a ajuda se locomover, é um refúgio para ela. Elas conseguem subir na parede porque suas patas tem aderência, e mordem quando se sentem ameaçadas, ou provocadas. Não são todas as aranhas que fazem teia.

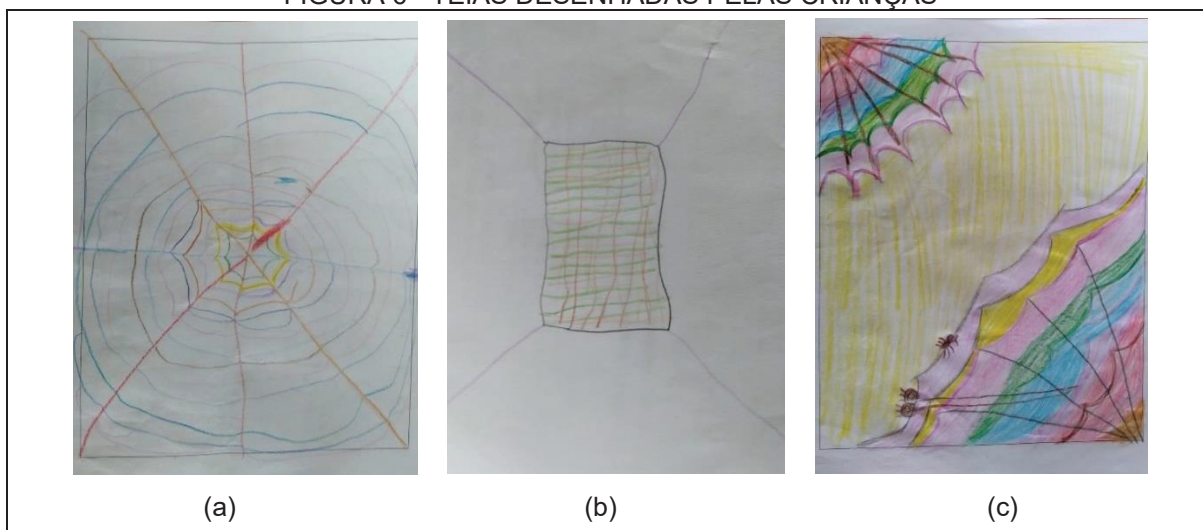
G2: As teias saem do abdômen das aranhas e servem para prender a presa com os fios adesivos de seda, dando tempo para que a aranha consiga chegar até ela. Servem também para locomoção, abrigo e para proteger os ovos. Existem 4 tipos de teia, a de captura, teia de refúgio, teia de cópula e as teias de muda. As teias não tem o mesmo formato.

G3: A aranha armadeira quando se sente ameaçada e não consegue fugir, ela não recua. Apoia o corpo nas patas de trás e levanta sua parte da frente, fazendo movimentos de um lado para outro, assim a aranha pica com muita facilidade, e inocula seu veneno para se defender.

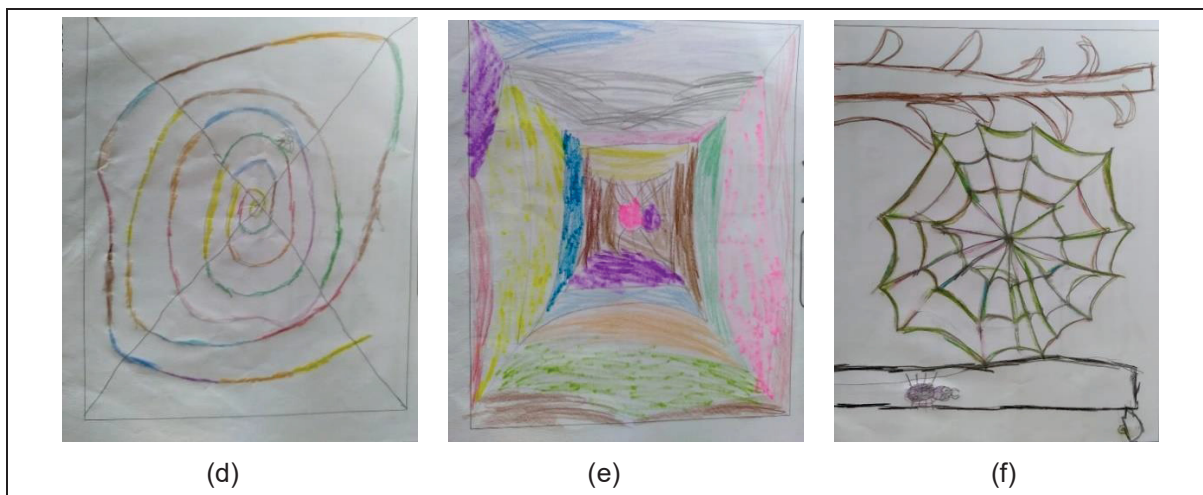
G4: A maior aranha se chama aranha Golias e chega a ter 30 cm e a menor aranha é a Patu Digua¹³ que mede 0,37 mm.

As crianças também apresentaram seus desenhos, representando as teias das aranhas.

FIGURA 6 - TEIAS DESENHADAS PELAS CRIANÇAS



¹³As crianças encontraram a informação em: Wikipédia. (04/08/2022). "Patu Digua". Em Wikipédia. URL: https://pt.wikipedia.org/wiki/Patu_digua



FONTE: Dados da pesquisa (2024).

Os formatos eram diversos, surgiram comentários de que algumas teias tinham formatos retangulares, (b) e (e) conforme indicado pelas crianças, formatos de espiral, (d) conforme explorado por uma das crianças, entrelaçada, formato indicado pelas crianças como sendo a Figura (c) e as crianças também mencionaram o termo “estrelada” indicando as Figuras (a) e (f) como exemplos.

A partir dos relatos das crianças frente à pesquisa realizada, juntamente com a professora regente, entregamos a cada uma das crianças uma aranha de plástico, um pedaço de fio, e um rolinho de papel higiênico. No sentido de explorar a ideia relatada pelas crianças de que as aranhas formam a teia usando um fio de seda que sai de seu abdômen, a professora regente conduziu uma pergunta: “Como podemos medir a circunferência de um rolinho de papel higiênico para que a aranha, ao ser pendurada ao longo do rolinho, e o fio enrolado ao redor deste, chegue à marcação que indica a teia?” As crianças refletiram sobre e chegaram a algumas conclusões:

C1.1: Dá para apertar esse rolinho, se apertar ele, vai ficar reto, daí mede com a régua.

Pesq.: Se apertar o rolinho (apertamos para observar melhor), ele tem dois lados, não é? Como saberemos a medida?

C2.1: Mas daí mede um dos lados, depois mede o outro, e faz mais (fazendo referência a adicionar os valores encontrados).

C1.1: Nem precisa medir os dois lados, porque eles têm o mesmo tamanho. Então faz mais à medida que deu. Soma duas vezes o mesmo número.

C3.1: Mas se cortar esse rolinho e abrir ele e daí medir, não precisa nem fazer conta.

Para explorar um pouco mais, perguntamos como mediriam se fosse outro material, que não pode ser apertado e nem cortado, vidro, por exemplo. Então pensaram um pouco mais, até que uma criança sugeriu:

C1.2: Coloca o rolinho em cima da régua e faz uma marca, daí vai rolando o rolinho e olha onde parou essa marca.

C2.2: Usa um fio.

Pesq.: Como usaria o fio?"

C2.2: Basta contornar e medir na régua com o fio esticado.

A partir dessas respostas, medimos o rolinho o apertado, obtendo 6 cm, e somado ou cortado, media 12 cm. Entregamos um pedaço de barbante a cada criança para imaginarem como fariam para medir com o uso do fio, que era a sugestão de uma das crianças. Então, elas contornaram o rolinho com fio e cortaram deixando a quantidade certa que precisavam, em seguida mediram os barbantes e tiveram os mesmos resultados.

FIGURA 7 - CRIANÇAS MEDINDO O CONTORNO DOS ROLINHOS DE PAPEL HIGIÊNICO, COM O USO DE FIO



FONTE: própria do autor (2024).

Depois de medirem com essas possibilidades, mostramos para eles a fita métrica, eles ficaram muito encantados, tinha uma para cada criança, e eles nunca tinham visto uma “régua”, conforme mencionado pelas crianças, daquele tamanho e tão molinha. Então comparavam se elas tinham o mesmo tamanho, mediram carteiras, cadeiras, cadernos, as cabeças, suas alturas, estavam realmente encantados.

Ficaram ainda mais surpresos quando vieram medir a professora e faltou fita métrica, pois para medir o tamanho deles ela era suficiente. Ao medirem a cabeça, as crianças seguravam no meio da fita métrica, não estavam fechando a circunferência iniciando do zero. Então expliquei que essa medida é semelhante à do rolinho. Temos que iniciar do zero, e marcar onde parou.

FIGURA 8 - CRIANÇAS REALIZANDO DIVERSAS MEDIÇÕES COM O USO DA FITA MÉTRICA.



FONTE: própria do autor (2024).

Em seguida, desenhamos em cada rolinho um círculo, e ao meio fizemos um furo para passarmos o fio que as crianças tinham. Esse fio, as crianças deveriam amarrar na aranha e passar a outra ponta por dentro do buraco feito no rolinho.

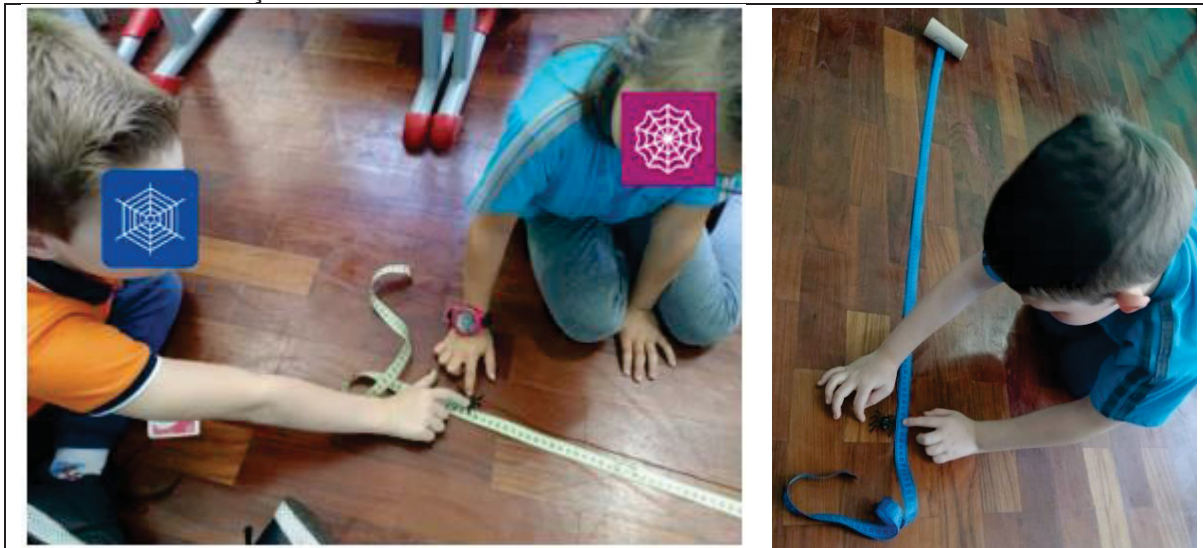
FIGURA 9 - CRIANÇA AMARRANDO A ARANHA DE PLÁSTICO COM O FIO



FONTE: própria do autor (2024).

Então, seria interessante realizar medições dos centímetros entre a aranha e o rolinho. A tarefa pode ser feita em pequenos grupos, onde cada criança teria fios de diferentes comprimentos, já que cada uma cortou o tamanho desejado. Pudemos observar uma grande cooperação entre as crianças, que ajudaram uns aos outros para determinar as medidas em cada situação.

FIGURA 10 - CRIANÇAS MEDINDO O COMPRIMENTO DAS ARANHAS E DOS FIOS AMARRADOS



FONTE: própria do autor (2024).

Surgiram medidas diferentes, então marcamos no quadro de giz o nome da criança e a medida que encontrou. A questão era, quantas voltas o fio precisa dar em volta do rolinho para a aranha chegar até a teia? As crianças fizeram estimativas inicialmente, mas muitas perceberam que ao darem a primeira volta, eles já teriam a medida necessária, em seguida, com a medida obtida, comparam com o fio inteiro chegando a resultados inteiros e não-inteiros.

Para validarem a representação do conceito matemático do comprimento da circunferência, foram enrolando suas aranhas para ver se realmente daria certo. Algumas crianças ficaram surpresas, pois os resultados deram certo, outras citaram números bem mais altos, ao ver o que havia acontecido, elas estavam enrolando e contando, não respeitavam “uma volta”. Expliquei que uma volta correspondia ao que eles mediram com o barbante; quando o fio chegava até a outra ponta, era considerada uma volta, e então deveriam começar a contar novamente para a próxima volta. Após essa explicação, as crianças contaram novamente e o resultado foi sendo validado.

Quando os resultados das voltas não eram inteiros, faltando barbante para completar a volta completa, as crianças concordaram em dizer que o resultado seria apenas as voltas completas, sendo que a aranha não poderia chegar até a teia com falta de filamento, porém conforme mencionado por uma das crianças, seria possível, se a aranha produzisse mais tecido pelo seu abdômen.

FIGURA 11 - CRIANÇAS ENROLANDO O FIO COM A ARANHA EM VOLTA DO ROLINHO



FONTE: própria do autor (2024).

5.3 O 3º ENCONTRO: DISCUTINDO OS DIFERENTES FORMATOS DE TEIAS ATRAVÉS DE UMA DOBRADURA NO PAPEL

Levando em consideração o grande interesse por teias, juntamente com a professora regente, organizamos um material em *slides* com algumas curiosidades apresentadas, tanto pelas crianças em suas pesquisas, quanto por buscas adicionais em sites da internet. O material pode ser acessado pelo link: https://www.canva.com/design/DAFJHCmlxD8/yiuDOv8WT_Avd8GkNotWrA/view?utm_content=DAFJHCmlxD8&utm_campaign=designshare&utm_medium=link&utm_source=viewer.

As crianças ficaram encantadas com os diversos formatos de teia e a partir daí surgiu o interesse em saber se seria possível confeccionar uma teia usando papel, por exemplo. Pedimos que as crianças buscassem informações a respeito e para o próximo encontro trouxessem os resultados encontrados.

Algumas crianças compartilharam vídeos que ensinam como fazer teias de aranha usando papel. Esses vídeos foram encontrados em plataformas como o YouTube e compartilhados com a professora e o pesquisador através do grupo de

WhatsApp da turma. Como havia vários vídeos semelhantes, decidimos escolher um dos mais populares entre as crianças e organizá-lo para apresentá-lo a todos na próxima aula, utilizando a TV da sala.

A prática com Modelagem contribuiu para a coordenação motora fina e mais ainda, para a curiosidade, pois queriam ver como ficaria ao abrir a dobradura, sendo que cada um realizou cortes diferentes, gerando assim, detalhes diferentes. Em seguida, as crianças receberam papel color set colorido para fazer uma teia de um tamanho um pouco maior, nas dimensões 48x66 cm, ficaram encantados com os resultados.

Neste momento, um dos grupos decidiu se unir a outro grupo, pois perceberam que o resultado do recorte era muito semelhante. Como resultado dessa observação, eles optaram por finalizar apenas uma das estruturas da "teia".

FIGURA 12- CRIANÇAS REALIZANDO EM PEQUENOS GRUPOS, AS DOBRADURAS DA TEIA EM PAPEL A4 E COLOR SET



FONTE: própria do autor (2024).

As crianças socializavam os resultados obtidos e discutiam os formatos que encontravam, suas falas deixavam claro, diversos conceitos matemáticos presentes.

G1: Obtemos a teia.

Pesq.: Como vocês fizeram, seguiram os passos do vídeo?

G1: Sim, dobramos e recortamos.

Pesq.: Vocês fizeram primeiro na folha de sulfite?

G1: Sim, depois usamos a folha maior.

Pesq.: E como foi o processo, o que vocês encontraram?

G1: Cada um conseguiu uma teia diferente.

Pesq.: Que legal. E quando usaram o papel color set, aquele maior, o que acharam do resultado?

G1: Ficou ótimo, parece que foi uma aranha gigante que fez.

Pesq.: E os demais grupos, o que encontraram ao fazerem as teias?

G2: Muito formato diferente.

Pesq.: Quais, por exemplo?

G2: Aqui tem triângulo (indicando alguns dos formatos na teia de papel). A teia ficou parecida com um hexágono, cheia de buracos, igual uma teia (comentaram indicando a quantidade de bordas formadas).

Pesq.: Vamos levar essas teias ao pátio da escola?

Grupos: Sim.

FIGURA 13 - CRIANÇAS PRODUZINDO AS TEIAS EM GRUPO E REALIZANDO NOVAS DESCOBERTAS



Resultado grupo 1



Resultado grupo 2 e 3



Resultado grupo 4

FONTE: própria do autor (2024).

Levamos as crianças ao pátio da escola, para que tivessem uma visão geral dos diferentes formatos obtidos, exploramos as diferenças e as similaridades nas construções de cada uma. As crianças mostravam para as outras crianças da escola, as teias que construíram, tentando explicar os passos utilizados e os formatos obtidos através das dobraduras.

FIGURA 14 - CRIANÇAS MOSTRANDO SUAS TEIAS E OS DIFERENTES FORMATOS



FONTE: própria do autor (2024).

As crianças, ainda curiosas pelo formato encontrado, pediram papel crepom para que fizessem ligações saindo de cada vértice de uma das teias escolhidas e feita por um dos grupos (grupo 4), para que desse a impressão de ser uma teia gigante. Uma das crianças começou a contar as laterais da nova teia formada, mencionando que tinha nove lados, ao serem questionados sobre o formato, uma das crianças comentou que parecia um octógono, fazendo menção ao formato do relógio da sala de aula, cujas bordas formam o contorno de um polígono octogonal. Comentei a eles que quando a figura possui nove lados damos o nome de eneágono. As crianças perceberam que a figura ampliava seu tamanho à medida que se afastavam da teia central feita de papel color set.

FIGURA 15 - CRIANÇAS AMPLIANDO O FORMATO DA TEIA DO GRUPO 4, COM O USO DE PAPEL CREPOM



FONTE: própria do autor (2024).

Ao retornarmos para a sala de aula, as crianças relataram as descobertas realizadas no pátio da escola.

Pesq.: Então crianças, o que vocês descobriram quando aumentaram os tamanhos das teias com o papel crepom?

C1.3: A nossa teia aumentou de tamanho.

Pesq.: E como fizeram para isso acontecer?

C1.3: A gente fez igual a aranha, fomos soltando o fio (fazendo menção ao papel crepom) e fomos formando a teia.

Pesq.: E qual foi o formato obtido?

C2.3: A nossa tinha nove lados no final, parecia que ia ficar entrelaçada igual à da imagem por conta do vento, mas ficou bem certinha (fazendo menção a um dos slides que apresentava os diferentes formatos de teia, cujo nome era “entrelaçada”).

Pesq.: Muito bom, e agora, o que vamos fazer com as teias que produzimos?

C2.3: Vamos colar na parede professor? Ou no teto?

C1.1: Quero levar para casa fazer mais.

Neste sentido, após o intervalo, diversas figuras no formato de eneágonos foram apresentadas para as crianças. Os eneágonos, também conhecidos como polígonos de nove lados, despertaram a curiosidade e o interesse dos pequenos. Cada figura exibia a forma única e característica dos eneágonos, com seus nove lados e ângulos.

Ao exibir as figuras, incentivamos as crianças a observarem as propriedades dos eneágonos, como a simetria e a regularidade dos seus lados e ângulos, proporcionado às crianças uma oportunidade de familiarização com uma forma geométrica menos comum nessa faixa etária, ampliando seus conhecimentos e estimulando-as a pensar de maneira mais abstrata e visual. As crianças comentavam.

Pesq.: Percebem regularidades entre essas formas (eneágonos) e as teias que produziram no pátio da escola?

C1.1.: A volta.

Pesq.: Como assim?

C1.2.: Assim, por envolta.

Pesq.: Certo, o contorno. E o que perceberam?

C1.2.: Tem a mesma quantidade, nove.

Pesq.: Isso. Mais alguma observação?

C1.3.: Não tem os entrelaçados no meio.

Pesq.: Podemos fazer, observem! (Neste momento, apresentamos as diagonais do eneágono para as crianças).

Ao final do encontro, a maioria das crianças decidiram levar suas teias para casa, para que pudessem mostrar aos pais e tentarem fazer novas representações.

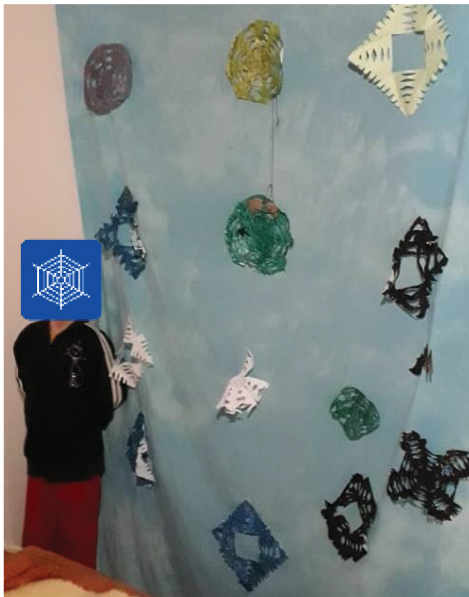
5.4 O 4º ENCONTRO: A DINÂMICA DA TEIA DE ARANHA E A PRODUÇÃO DA ARANHA EM PRATOS DE PAPELÃO

Durante a semana, uma das mães das crianças entrou em contato com a professora regente via WhatsApp, compartilhando fotos das teias que seu filho havia criado em casa, experimentando novos formatos. No encontro subsequente, a criança compartilhou com entusiasmo com seus colegas os novos formatos que havia descoberto, incluindo contornos de quadrados, círculos e formas que lembravam flocos de neve, explicando os furos deixados no papel como parte da ideia.

Esse episódio ilustra a importância do envolvimento familiar no processo educativo. Como mencionado por Rocha e Machado (2002), a colaboração entre a escola e a família não apenas beneficia as crianças, mas também traz vantagens para os professores. Eles percebem que seu trabalho é valorizado pelos pais e se dedicam

ainda mais para garantir um alto grau de satisfação e parceria com as famílias das crianças. Essa interação constante entre escola, família e crianças contribui significativamente para um ambiente de aprendizagem rico e colaborativo.

FIGURA 16 - CRIANÇA PRODUZINDO TEIAS PARA EXPOSIÇÃO NA SALA DE SUA CASA, COM DIFERENTES FORMATOS



FONTE: própria do autor (2024).

Outros pais também enviaram fotos de teias que encontraram com as crianças, durante a semana, pois muitos estavam encantados em ver os diferentes formatos, criados por esses animais na natureza.

FIGURA 17 - FOTOGRAFIAS DE TEIAS ENVIADAS PELOS RESPONSÁVEIS DAS CRIANÇAS



FONTE: imagens fornecidas pela família de uma das crianças (2024).

As imagens foram apresentadas às demais crianças através da TV da sala de aula, sendo que a criança explicava onde foi tirada, quem tirou, quem encontrou a teia ou a aranha. As crianças comentaram, nesse encontro, que a maioria das teias são todas entrelaçadas, fazendo com que os buracos deixados entre os tecidos da teia fiquem cada vez menores.

A professora regente nesse momento, pensou na dinâmica “teia de aranha” que consiste em passar um fio de barbante entre as crianças, sempre mencionando uma curiosidade que aprenderam sobre as aranhas. As crianças perceberam que ao jogarem o barbante para um colega que estava ao lado, formariam o contorno da teia, e ao jogarem para um colega que não estava na sua direção adjacente, obtinham um entrelaçamento nos fios. A partir daí, fizemos menção, sobre a diferença entre lados e diagonais de um polígono, retomando a discussão iniciado no final do encontro anterior sobre os eneágonos, mas agora ampliando o número de lados, até 12 (número total de crianças participando da prática com Modelagem).

FIGURA 18 - CRIANÇAS PARTICIPANDO DA DINÂMICA “TEIA DE ARANHA”



FONTE: própria do autor (2024).

Durante a dinâmica proposta, as crianças comentaram sobre a maior e a menor aranha que encontraram a partir de suas pesquisas. Pedimos então, que as crianças pegassem novamente a fita métrica e buscassem medir alguns objetos na sala de aula que se aproximassem das medidas que eles comentavam e que se tratava dos tamanhos da aranha Golias (30 cm) e da aranha Patu Digua (0,37 mm).

As crianças comentavam que o formato ideal deveria ser o de um círculo, então, procuravam medir alguns pratinhos de papelão que encontraram na sala de aula e conseguiram obter a medida de 30 cm em um deles, sendo este o tamanho da aranha Golias. Já em relação à aranha de 0,37 mm, eles concordaram que nenhum dos objetos da sala teria esse tamanho, nem mesmo uma moeda é tão pequena, como algumas crianças mencionaram.

As crianças então, novamente em seus pequenos grupos, coloriram seus pratos de papel e recortaram tiras de mesma largura e com comprimentos também iguais, fazendo uso de régua e tesouras. Em seguida, cada criança colou essas tiras, na intenção de representar as patas das aranhas, alguns comentários interessantes surgiram pelas crianças.

Pesq.: Como farão para colar as patas na aranha de papelão?

C1.1: Vamos colar em volta do pratinho, fizemos uma linha no meio do prato (fazendo menção a um traçado feito com lápis no prato) e vamos colocar quatro de um lado e quatro do outro.

Pesq.: Como vocês sabem onde fica o “meio” do prato?

C1.1: A gente dobrou o prato no meio, e ficou uma marca.

Pesq.: Muito bom, esse traço em uma folha no formato de círculo se chama diâmetro.

[...]

Pesq.: E vocês, como farão? Parece que estão tentando fazer diferente.

C1.3: Vamos deixar o mesmo espaço entre uma pata e outra.

Pesq.: Como farão isso?

C1.3: Vamos tentar dividir o prato em oito partes. Não sabemos como fazer isso.

Pesq.: Vejam como o grupo 1 fez para dividir ao meio, será que não ajuda vocês?

C2.3: Dá para formar uma cruz primeiro (fazendo menção ao traçado de duas diagonais no formato perpendicular).

Pesq.: Interessante. Já teriam as oito partes?

C2.3: Ainda não, teria que formar mais uma cruz no meio dessa.

Pesq.: Muito bem.

C1.1: Veja professor, se continuar dobrando o prato vamos ter mais partes.

Pesq.: E o que aconteceria com o número de patas?

C1.1: Vai aumentando.

C1.2: Mas precisamos só de oito.

Os outros dois grupos seguiram com as mesmas estratégias, uns colocando quatro patas de cada lado da diagonal traçada no círculo e outros colocando as patas nos cantos demarcados pelos traçados de quatro diagonais, duas a duas perpendiculares, formando um octógono inscrito caso ligassem os pontos obtidos, intersecção dos arcos com os diâmetros. As crianças também perceberam que se aumentássemos as dobraduras nos pratos, aumentaríamos a quantidade de patas nas aranhas, tendo assim uma noção de dobro.

As crianças fizeram uma observação interessante ao perceberem que a forma de uma aranha se assemelha à primeira forma de divisão, com quatro patas de cada lado. Elas relacionaram essa observação a desenhos de aranhas que já viram anteriormente ou mesmo a aranhas reais que encontraram. Esse reconhecimento das características físicas das aranhas contribui para a compreensão e identificação dos elementos-chave na representação visual das teias e no entendimento da estrutura desses animais.

As aranhas confeccionadas foram afixadas no teto da sala de aula, próximo a uma das teias produzidas no encontro anterior.

FIGURA 19 - ARANHAS PRODUZIDAS COM PAPELÃO E TIRAS DE PAPEL



FONTE: própria do autor (2024).

Muitas crianças ainda estavam interessadas em saber curiosidades gerais sobre as aranhas. Ao final do encontro discutimos com a professora e a direção da

escola, a possibilidade de entrarmos em contato com a vigilância sanitária do município para proferir uma fala com as crianças. A direção da escola autorizou e então, entramos em contato com a vigilância sanitária que prontamente nos atendeu, comentando que precisavam apenas de dois ou três dias para organizarem alguns materiais para apresentarem durante a fala.

5.5 O 5º ENCONTRO: PARTICIPAÇÃO DA VIGILÂNCIA SANITÁRIA DO MUNICÍPIO DA TURMA DO 1º ANO

Após entrarmos em contato com a vigilância sanitária, combinamos um determinado dia para que eles fossem até à escola e conversassem com as crianças do 1º ano.

Neste dia, organizamos as crianças em um semicírculo, possibilitando assim uma conversa mais direta com os profissionais presentes e as demais crianças. As crianças interagiram bastante fazendo muitos questionamentos. A conversa ocorreu no dia 25 de agosto e teve duração de 1 hora e 20 minutos, aproximadamente.

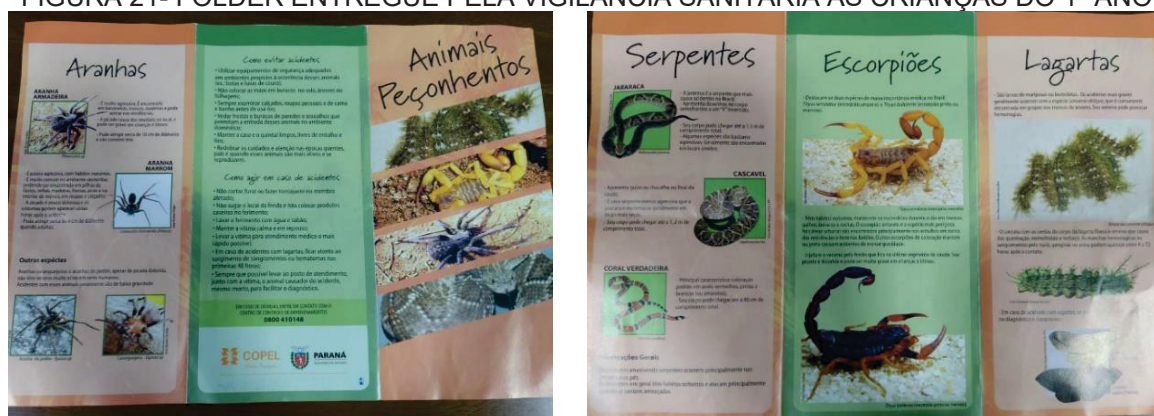
FIGURA 20- PRESENÇA DA VIGILÂNCIA SANITÁRIA NA TURMA DO 1º ANO, EXPLICANDO ASSUNTOS DIVERSOS SOBRE COBRA E ARANHAS, TEMAS DE INTERESSE DAS CRIANÇAS



FONTE: própria do autor (2024).

Os profissionais iniciaram suas falas, questionando qual era o assunto que as crianças estavam estudando, responderam que era aranhas, mas que já haviam estudado sobre cobras também, então entregaram para cada criança levar para casa, um folder com informações gerais acerca de animais peçonhentos de nossa região.

FIGURA 21- FOLDER ENTREGUE PELA VIGILÂNCIA SANITÁRIA ÀS CRIANÇAS DO 1º ANO



FONTE: vigilância sanitário do município de Cruz Machado-PR.

Em seguida, através de slides, explicaram sobre os animais peçonhentos, começando pelas aranhas. Comentando que em nossa cidade, há duas espécies mais comuns, as aranhas marrons e as armadeiras, questionaram as crianças sobre “quantas patas tem uma aranha?” As crianças responderam de forma coletiva que eram oito patas.

Relataram às crianças que todas as aranhas picam e todas têm veneno, embora algumas não sejam tão prejudiciais. A aranha marrom pode acarretar em uma ferida bem grande, a aranha armadeira provoca bastante dor, tem outras aranhas que machucam, por serem maiores, como é o caso da Tarântula mencionado por uma das crianças. Os profissionais concordaram e afirmaram que ela não tem um veneno muito forte, que poderia levar uma pessoa à morte, mas por ela ser grande ela tem bastante veneno, então, embora o veneno dela seja fraco, quando ela pica, a quantidade de veneno que vai no corpo de quem ela ataca, outro animal ou de uma pessoa, é grande.

Os profissionais da vigilância sanitária mostraram às crianças imagens de uma aranha marrom que é uma espécie pequena de aranha, porém muito venenosa, sendo um dos principais problemas da região em acidentes domésticos. Então, mostraram uma imagem de uma aranha saindo de um tênis, enfatizando que a imagem foi colocada para que as crianças lembrem sempre, de se certificar que em seus tênis escolares ou nos tênis de passeio se não há nenhuma aranha antes de os calçarem, pedindo sempre a um adulto que façam tal verificação.

Uma das crianças questionou se pode pegar a aranha marrom na mão, os profissionais alertaram que não pegue nenhuma aranha na mão, embora a aranha marrom seja diferente da armadeira, que é uma aranha mais violenta, a aranha

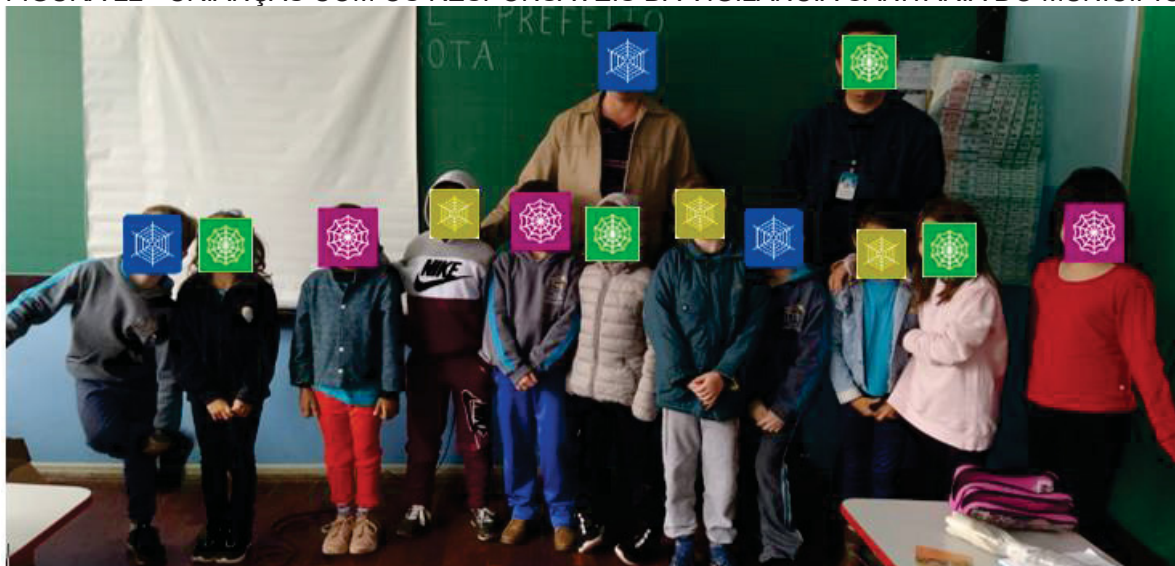
marrom ao se sentir ameaçada procura se defender e nesse sentido pica aqueles que a provocam.

Foi destacado que uma aranha marrom com as patas esticadas, mede entre 3 cm a 4 cm, sendo muito comum encontrarmos na nossa região. Uma aranha armadeira é bem maior, ela pode chegar a 17 cm, essa aranha é a que mais causa acidentes. O nome armadeira se origina da posição que ela faz ao se defender, ficando “armada”, ou seja, as quatro patas frontais ficam em pés enquanto as demais ficam apoiadas no chão. Tal aranha é encontrada em casca de árvore, principalmente em entulhos e eucaliptos.

Também apresentaram os nomes das partes da aranha, e questionaram se eles sabiam o nome da maior aranha do mundo, as crianças comentaram que é a aranha Golias e possui até 30 cm e que vive na Amazônia. Na sequência relataram outros cuidados que todos devemos ter acerca das aranhas e mencionaram algumas curiosidades sobre cobras e lagartas.

As crianças, a professora regente e o pesquisador agradeceram a fala proferida e enaltecem o cuidado que todos devemos ter com os animais como as aranhas e cobras, sendo importante respeitar seus habitats e comunicar a vigilância sanitária em caso de acidentes.

FIGURA 22 - CRIANÇAS COM OS RESPONSÁVEIS DA VIGILÂNCIA SANITÁRIA DO MUNICÍPIO



FONTE: própria do autor (2024).

5.6 O 6º ENCONTRO: COMPARANDO OS TAMANHOS DA ARANHA MARROM COM A DE UMA ARANHA GOLIAS

No encontro seguinte, ao serem questionadas sobre o que mais gostaram de saber a respeito das aranhas, e que foi mencionado pelos profissionais da vigilância sanitária, as crianças comentaram sobre como é possível uma aranha ser tão grande (fazendo menção ao prato de papel e a aranha Golias) e outras tão pequenas e perigosas como a aranha marrom. Uma das crianças comentou que uma aranha marrom, segundo a vigilância sanitária, tem de 3 cm a 4 cm, sendo muito parecido com o tamanho de uma moeda e de tampas de garrafas que ele mediu em sua casa com a ajuda dos pais e uma régua. A partir desse questionamento, outras crianças queriam realizar um comparativo entre esses dois tamanhos de aranhas, mencionando que queriam descobrir o quanto uma aranha Golias é maior que as aranhas de nossa região, como as aranhas marrons.

Em pequenos grupos, procuraram estratégias para solucionar o problema proposto. O grupo 1 e 4 usou novamente os pratos de papel para representarem a aranha Golias e tampinhas de garrafas para indicar o tamanho da aranha marrom, usando a estratégia de posicionar sobre a dobra feita no prato de papelão, que indica uma das diagonais do círculo, as tampinhas de garrafa, sendo que estas mediam 3 cm de diâmetro, segundo as medições das crianças a partir do uso da régua.

FIGURA 23 - CRIANÇAS INDICANDO QUE DEZ TAMPINHAS DE 3 CM DE DIÂMETRO, EQUIVALEM AO COMPRIMENTO DE UM PRATO DE PAPELÃO DE 30 CM



FONTE: própria do autor (2024).

Outras crianças fizeram um traçado diagonal de 30 cm em folhas de papel sulfite, demarcando o início e o final da linha e, em seguida, marcavam espaçamentos de 3 cm ou de 4 cm, dependendo do tamanho da aranha marrom adotada.

Pesq.: Como vocês estão fazendo para descobrir quantas aranhas marrons equivalem ao comprimento de uma aranha Golias?

C1.2: Eu usei a régua, tracei uma linha do tamanho da régua.

Pesq.: Então essa linha representa o comprimento de qual das aranhas?

C1.2: A Golias.

Pesq.: E como farão para indicar a aranha marrom?

C2.2: Vamos medir com a régua 3 cm e riscar onde termina.

[...]

Pesq.: Conseguiram? O que vocês encontram?

C2.2: Que dez aranhas marrons equivalem a uma aranha Golias.

Pesq.: Usando a medida de 3 cm, certo? O outro grupo aqui usou a medida de 4 cm, a quanto chegaram?

C1.3: Cabe sete aranhas inteiras e mais metade da outra.

Pesq.: Como vocês indicaram essa “meia aranha”.

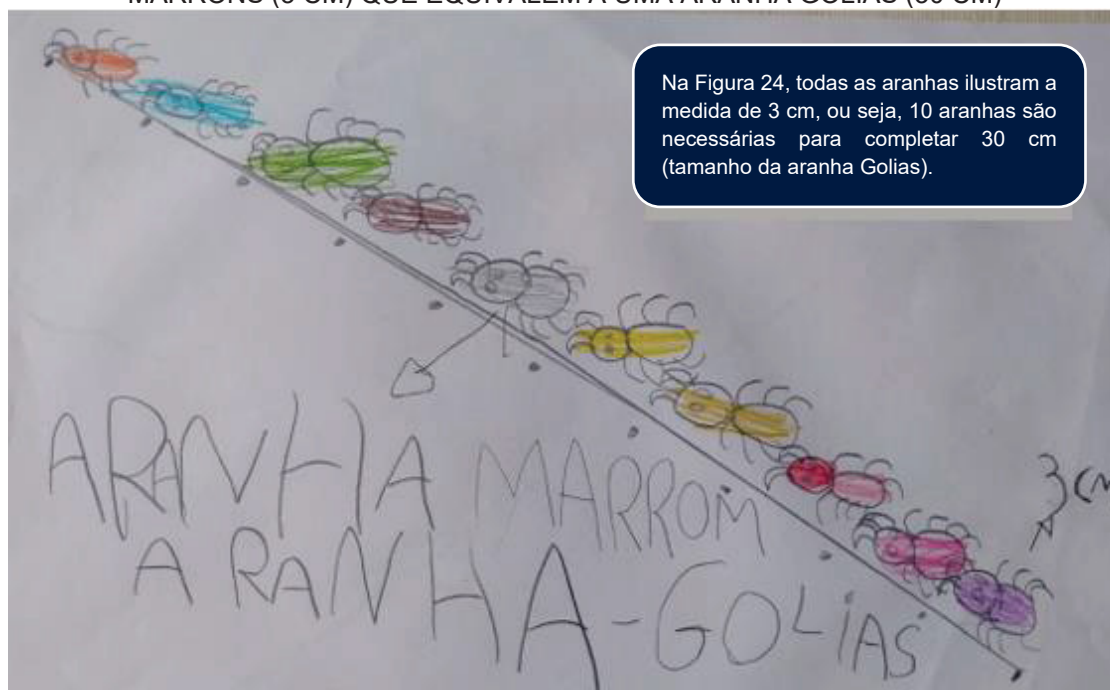
C1.3: A gente desenhou uma aranha com 4 patas.

Pesq.: E isso é possível?

C1.3: Na realidade não, apenas se cortamos ao meio.

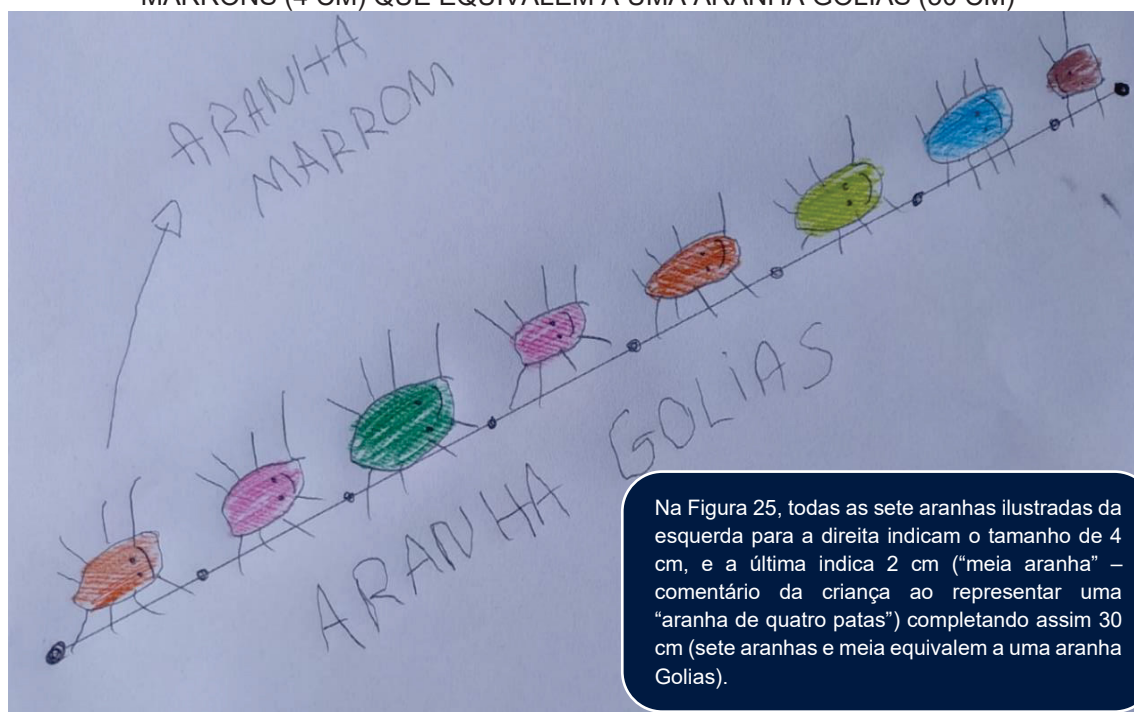
As Figuras 24 e 25 ilustram as estratégias de comparação com as medidas de 3 cm e de 4 cm para a aranha marrom.

FIGURA 24 - DESENHO DAS CRIANÇAS REPRESENTANDO A QUANTIDADE DE ARANHAS MARRONS (3 CM) QUE EQUIVALEM A UMA ARANHA GOLIAS (30 CM)



FONTE: própria do autor (2024).

FIGURA 25 - DESENHO DAS CRIANÇAS REPRESENTANDO A QUANTIDADE DE ARANHAS MARRONS (4 CM) QUE EQUIVALEM A UMA ARANHA GOLIAS (30 CM)



FONTE: própria do autor (2024).

Nesse último encontro, combinamos com a professora de que as crianças apresentariam seus resultados a toda a turma.

No momento da apresentação, as crianças decidiram formar uma roda de conversa, semelhante ao encontro com a vigilância sanitária, e então diversas conclusões foram apresentadas. As crianças ressaltaram a relevância de trabalharem em pequenos grupos, onde puderam trocar ideias e compartilhar seus progressos. Elas reconheceram que esse ambiente colaborativo proporcionou um espaço propício para a discussão de estratégias e o compartilhamento de diferentes abordagens para resolver os problemas propostos. De igual modo, as crianças mencionaram a importância do momento em que realizaram pesquisas e coletaram informações sobre os problemas que elas mesmas haviam elaborado. Essa experiência permitiu que elas apresentassem informações embasadas e contribuíssem ativamente no processo de aprendizado. Através dessa pesquisa, as crianças puderam desenvolver habilidades de busca por informações, análise crítica e seleção de dados relevantes. Além disso, essa oportunidade de compartilhar as informações coletadas fortaleceu a autonomia e a confiança das crianças em suas próprias capacidades de investigação e descoberta.

No que diz respeito ao formato das teias, as crianças concluíram que a maioria das teias apresenta laterais irregulares e entrelaçadas. Essas características são atribuídas ao movimento da aranha ao construir a teia e às condições climáticas, como vento ou chuva, que podem influenciar o seu formato. Portanto, o entendimento das crianças sobre as teias de aranha é enriquecido por sua percepção das nuances naturais e complexidades envolvidas no processo de construção dessas estruturas.

Também relataram que as aranhas possuem 8 patas, com quatro patas de cada lado, mas também ampliaram essa ideia. Elas fizeram referência a desenhos de aranhas que já tinham visto e até mesmo a aranhas reais que encontraram, o que evidencia uma conexão entre a representação visual e a percepção da realidade. Essa observação ampliada permite que as crianças compreendam melhor a estrutura das aranhas e apliquem esse conhecimento na interpretação das teias construídas por elas.

As crianças observaram que ao utilizarem o tamanho de 4 cm para representar a aranha marrom e compararem com a aranha Golias de 30 cm, a medida não era adequada, pois faltaria a metade de uma aranha para completar o desenho. Elas reconheceram que essa situação não seria viável na realidade, pois não é possível ter uma aranha cortada ao meio. Nesse contexto, as crianças fizeram referência à parte

fracionária, mencionando a necessidade de um meio para completar a estrutura de forma coerente.

Por fim, as crianças destacaram a participação da vigilância sanitária durante o desenvolvimento da prática, considerando-a muito interessante. A presença dos especialistas proporcionou esclarecimentos sobre questões que ainda não haviam sido completamente compreendidas, como o motivo de algumas aranhas serem chamadas de aranhas armadeiras e quais são os cuidados que devemos tomar ao encontrar uma aranha. Ademais, eles receberam respostas complementares para outras perguntas, como o processo de construção da teia pelas aranhas e se todas as teias possuem o mesmo formato. Essa interação com profissionais especializados estimulou a curiosidade das crianças e reforçou a importância de buscar fontes confiáveis e especializadas para obter informações.

Neste sentido, agradei às crianças pela prática desenvolvida durante os dias que passamos juntos, comentei que foram momentos de muito aprendizado e de partilha.

6 ANÁLISE DOS DADOS

Depois de realizar as intervenções e coletar os materiais, procedemos à análise dos dados. Para sistematizar a análise dos dados coletados, adotamos os pressupostos de Bogdan e Biklen (1994), os quais enfatizam as ações de mediação do professor e o envolvimento coletivo das crianças. A análise também foi feita a partir do instrumento RAPMAI, que permitiu caracterizar a Modelagem como um processo que, no quadro da resolução de problemas, ajuda a criar as primeiras representações dos conceitos matemáticos para análise, explicação e compreensão da situação ou tema de interesse. Esse processo é baseado em uma reflexão que envolve constantes idas e vindas entre diferentes contextos, matemáticos e extramatemáticos, que são mobilizados pelas crianças dos Anos Iniciais.

De igual modo, no contexto das interações sociais e do desenvolvimento emocional e cognitivo, as práticas com Modelagem visam desenvolver competências que transcendem a matemática, abrangendo habilidades sociais, emocionais e éticas.

Portanto, foi realizada uma análise qualitativa de cada episódio utilizando o instrumento RAPMAI. Com esse instrumento, cada episódio foi identificado em unidades separadas de análise e verificado em qual fase ou fases do Ciclo de Modelagem nos Anos Iniciais em uma Perspectiva da Educação Matemática cada episódio se aproxima, por meio dos componentes e indicadores propostos na Tabela 5. Segue nas subseções seguintes, uma apresentação linear dos dados obtidos para cada fase do Ciclo adaptado, mesmo levando em consideração que no decorrer da prática ocorrem idas e vindas entre as diferentes fases.

6.1 EVIDÊNCIAS DA ESCOLHA E COMPREENSÃO DA SITUAÇÃO REAL OU TEMA: AS CRIANÇAS E SUAS IDEIAS INICIAIS SOBRE O TEMA

O Quadro 8 apresenta evidências que demonstram como as crianças de 6 a 8 anos se engajam ativamente na construção do conhecimento pela formação de pequenos grupos e da escolha do tema a partir de seus interesses, reúnem-se com os colegas, participando ativamente em pequenos grupos de trabalho (indicador 1.1), apresentam seus pontos de vista sobre uma situação real ou tema a ser investigado, contribuindo para a construção do conhecimento coletivo (indicador 1.2), e concordam com a decisão do pequeno grupo ou da turma em geral a respeito da

situação real ou tema escolhido, demonstrando capacidade de diálogo e resolução de conflitos (indicador 1.3).

Em resumo, o Quadro 8 demonstra que crianças de 6 a 8 anos possuem a capacidade de explicar, questionar e identificar tipos de soluções para problemas. Isso ocorre quando elas se reúnem em pequenos grupos e escolhem um tema de interesse para investigar.

QUADRO 8 - FASE DE ESCOLHA E COMPREENSÃO DA SITUAÇÃO REAL OU TEMA

Indicador	Evidências
1.1. <i>Reunindo-se em pequenos grupos de trabalho.</i>	<i>Registro do diário de bordo do pesquisador:</i> As crianças se organizam em equipes de quatro integrantes para propor e, em seguida, discutir o tema escolhido, compartilhando ideias e estratégias para resolver os problemas levantados.
1.2. <i>Apresentando seus pontos de vista sobre uma situação real ou tema a ser investigado</i>	<ul style="list-style-type: none"> • Segundo a professora regente, muitas crianças comentavam ter medo desses animais – cobras, aranhas e escorpiões, achavam perigosos e queriam saber mais sobre o assunto. • As crianças apresentavam muito interesse sobre as aranhas, acreditavam que quanto maior a aranha, maior era a quantidade de veneno. • As crianças antes de pesquisarem o tema, acreditavam que “todas as aranhas fazem teia”, “existem vários tipos de teias”, “a teia de uma aranha é muito forte”.
1.3. <i>Concordando com a decisão do grupo ou da turma sobre o tema escolhido.</i>	<i>Registro do diário de bordo do pesquisador:</i> As crianças demonstram habilidade em concordar com a decisão dos pequenos grupos sobre o tema escolhido para a prática conjunta, mostrando comprometimento e colaboração no processo decisório.

FONTE: própria do autor (2024).

Observamos que habilidades socioemocionais no processo de aprendizagem, como a colaboração, a comunicação e a resolução de conflitos, já se manifestam nessa fase. Esses fatores destacam a importância do trabalho em equipe como um elemento fundamental para o desenvolvimento das crianças.

A cooperação envolve a complexidade de alcançar um objetivo comum, onde pelo menos dois indivíduos desempenham papéis complementares para atingi-lo (Warneken; Tomasello, 2007). A habilidade de uma criança em cooperar com os pares é fundamentada em diversas conquistas nos primeiros anos de vida, durante os quais surgem competências cognitivas e de autorregulação. Essas habilidades são

essenciais para que a criança se engaje e mantenha interações sociais com diversos parceiros ao longo do tempo (Hay *et al.*, 2004).

Nesse contexto, a prática com Modelagem ofereceu às crianças a oportunidade de trabalhar em conjunto, incentivando a escuta de diferentes perspectivas, a expressão clara de ideias e a colaboração na resolução de desafios, como a escolha de temas para discussão. Vygotsky (2002) aponta que

[...] o aprendizado desperta vários processos internos de desenvolvimento, que são capazes de operar somente quando a criança interage com pessoas em seu ambiente e quando em cooperação com seus companheiros. Uma vez internalizados, esses processos tornam-se parte das aquisições do desenvolvimento independente da criança (Vygotsky, 2002, p. 117-118).

Essa abordagem não apenas fortaleceu as habilidades das crianças nos conteúdos escolares, mas também promoveu seu crescimento pessoal e social, preparando-as para interações futuras, tanto no ambiente escolar quanto na vida cotidiana. A autorregulação é incentivada desde essa fase inicial da prática com Modelagem, pois as crianças aprendem a lidar com emoções como frustração e ansiedade, desenvolvendo autocontrole e resiliência ao escolher temas e compartilhar seus pontos de vista e conhecimentos prévios, seja com colegas, professores ou mesmo com a comunidade escolar da qual fazem parte.

Nesse sentido, acreditamos que as emoções desempenham um papel fundamental na vida humana, e se fazem presentes nas práticas com Modelagem uma vez que elas influenciam diretamente as relações e os comportamentos das crianças. Essa visão converge com o conceito de Educação Emocional de Bisquerra e Fernández (2000), que definem como

“um processo educativo, contínuo e permanente, que pretende potencializar o desenvolvimento emocional como complemento indispensável ao desenvolvimento cognitivo, constituindo ambos os elementos essenciais de desenvolvimento da personalidade integral (Bisquera e Fernández, 2000, p. 243)”.

Ao permitir que as crianças compreendam a origem de suas emoções e redirecionem seus efeitos, pode tornar-se uma ferramenta poderosa para o ensino de Matemática. Ao reconhecer o papel das emoções no contexto de sala de aula, os professores podem ajustar seu planejamento de curto e médio prazo com mais empatia e eficácia, visando o desenvolvimento integral das crianças em todas as suas

dimensões, incluindo a afetividade, e ampliando, assim, as possibilidades de ensino e aprendizagem de forma significativa.

6.2 EVIDÊNCIAS DA ORGANIZAÇÃO E INVESTIGAÇÃO: AS CRIANÇAS IDENTIFICANDO OS PRINCIPAIS ELEMENTOS DA SITUAÇÃO PROBLEMÁTICA

O Quadro 9 revela que as crianças identificam os dados que são conhecidos, que podem ser conhecidos e que são desconhecidos no problema, ao mesmo tempo em que apresentam habilidades para simplificar a situação proposta. Isso significa que são capazes de tornar a situação mais simples ou mais compreensível. Elas relacionam a situação real ou o tema escolhido com os conteúdos escolares apropriados à sua faixa etária, a partir dos conhecimentos prévios (indicador 2.1.).

Além disso, as crianças organizam o trabalho em pequenos grupos, pesquisando ou sugerindo encaminhamentos baseados na decisão tomada (indicador 2.2.). Elas levantam possíveis problemas a partir da pesquisa realizada e iniciam suas resoluções (indicador 2.3.), demonstrando um entendimento profundo e aplicado do processo de aprendizagem colaborativa.

Por exemplo, as crianças têm a capacidade de reconhecer que existem diversos tipos e tamanhos de teias, que nem todas as aranhas são responsáveis por sua criação e que estão interessadas nos tamanhos das aranhas. Isso fica evidente quando elas mencionam os tamanhos das aranhas Golias e Patu Digua ao tentar resumir os resultados coletados em pequenos grupos.

QUADRO 9 - ORGANIZAÇÃO E INVESTIGAÇÃO

Indicador	Evidências
<p>2.1.</p> <p><i>Relaciona a situação real ou tema com os conteúdos escolares apropriados.</i></p>	<p><i>Registro do diário de bordo do pesquisador:</i> Os formatos eram diversos, surgiram comentários de que algumas teias tinham formatos retangulares, formatos de espiral, entrelaçada, e as crianças também mencionaram o termo “estrelada”. (Fazendo menção a conceitos geométricos, formas geométricas e algumas de suas propriedades);</p>
<p>2.2.</p> <p><i>Organiza o trabalho em pequenos grupos e sugere encaminhamentos.</i></p>	<p>As crianças querem saber (perguntas elaboradas pelas crianças reunidas em pequenos grupos):</p> <p>(a) por que as aranhas fazem teia? (b) como a aranha faz a sua teia? (c) todas as teias são do mesmo tipo, tem o mesmo formato? (d) qual a maior aranha do mundo? E a menor? (e) por que algumas aranhas recebem o nome de “aranha armadeira”?</p>

- Alguns registros das respostas individuais das crianças através de pesquisa por escrito:

(A) POR QUE AS ARANHAS FAZEM TEIA?

PARA PEGAR SUAS PRESAS
PARA ANDAR DE UM GALHO PRO
OUTRO

Tradução (item A): “para pegar suas presas. Para andar de um galho pro outro”.

(B) COMO A ARANHA FAZ A SUA TEIA?

AS ARANHAS PRODUZEM SEDA USAN-
DO UMA GLÂNDULA LOCALIZADA
NO ABDÔMEN.

Tradução (item B): “as aranhas produzem seda usando uma glândula localizada no abdômen”.

(C) TODAS AS TEIAS SÃO DO MESMO TIPO, TEM O MESMO FORMATO?

NÃO, EXISTE 4 TIPOS DE TEIA: TEIA DE CAPTURA,
TEIA DE REFÚGIO, TEIA DE CÓPULA, TEIA DE MUDA.
NÃO TEM O MESMO FORMATO.

Tradução (item C): “não, existe 4 tipos de teia: teia de captura, teia de refúgio, teia de cópula, teia de muda. Não tem o mesmo formato”.

(D) QUAL A MAIOR ARANHA DO MUNDO? E A MENOR?


A MAIOR ARANHA É A *THERAPHOSA APOPHYSIS*
CHEGA ATÉ TRINTA CM.
A MENOR *PATU DIGUA* MEDE 0,37 CM.

Tradução (item D): “a maior aranha é a *Theraphosa apophysis*, chega até trinta centímetros. A menor *Patu Digua* mede 0,37 mm”.

(E) POR QUE ALGUMAS ARANHAS RECEBEM O NOME DE “ARANHA ARMADEIRA”?

PORQUE QUANDO SE SENTE
AMEAÇADA APOIA-SE SOBRE AS
PERNAS TRASEIRAS, LEVANTA AS PE-
RNAS DIANTEIRAS E MOSTRA SU-
AS QUELICERAS, DEIXANDO VISÍVEIS
OS FERRÕES, USADOS PARA INJETAR
SEU VENENO.

Tradução (item E): “Porque quando se sente ameaçada apoia-se sobre as pernas traseiras, levanta as pernas dianteiras e mostra suas quelíceras, deixando visíveis os ferrões, usados para injetar seu veneno”.

	<ul style="list-style-type: none"> • Por meio de desenhos, como por exemplo: 
<p>2.3.</p> <p><i>Levanta problemas a partir da pesquisa e inicia suas resoluções.</i></p>	<p>G1: As aranhas fazem teia para caçar insetos e se alimentar, a teia as ajudam a se locomover, é um refúgio para elas que conseguem subir na parede porque suas patas têm aderência, além de morderem quando se sentem ameaçadas ou provocadas. Não são todas as aranhas que fazem teia.</p> <p>G2: As teias saem do abdômen das aranhas e servem para prender a presa com os fios adesivos de seda, dando tempo para que a aranha consiga chegar até ela. Servem também para locomoção, abrigo e para proteger os ovos. Existem 4 tipos de teia: a de captura, teia de refúgio, teia de cópula e as teias de muda. As teias não têm o mesmo formato.</p> <p>G3: A aranha armadeira quando se sente ameaçada e não consegue fugir, ela não recua. Apoia o corpo nas patas de trás e levanta sua parte da frente, fazendo movimentos de um lado para outro, assim a aranha pica com muita facilidade e inocula seu veneno para se defender.</p> <p>G4: A maior aranha se chama aranha Golias e chega a ter 30 cm e a menor aranha é a Patu Digua que mede 0,37 mm.</p>

FONTE: própria do autor (2024).

Algumas crianças, como o grupo G4, apresentaram informações sobre medidas, como o tamanho da aranha Golias em centímetros e da aranha Patu Digua em milímetros, sem consultar qualquer material escrito. É provável que tenham memorizado esses fatos em algum momento, possivelmente em aulas ou através de conteúdos que leram ou ouviram. A professora observou que as crianças já tinham familiaridade com a ideia de medir tamanhos em milímetros e centímetros, compreendendo a diferença entre essas unidades. Esse conhecimento foi adquirido, por exemplo, durante o estudo dos tamanhos das maiores cobras, prática desenvolvida anteriormente. Essa prática demonstrou que a Modelagem proporcionou uma oportunidade para visitar e relembrar conceitos matemáticos. Embora não seja um tema específico do currículo do 1º ano, mostrou-se fundamental para a compreensão dos conceitos de tamanho e suas unidades de medida.

As observações realizadas pelas crianças, reunidas em grupos de trabalho, não apenas enriqueceram o conhecimento sobre aracnídeos, mas também

exemplificam como a pesquisa sobre um tema pode levantar questões interessantes e variadas, que podem ser exploradas e resolvidas ao longo do processo de aprendizagem durante a prática com Modelagem.

Outro ponto fundamental para o sucesso dessa etapa de trabalho foi a relação estabelecida entre a escola e a família. Ao enviar o material com as perguntas iniciais elaboradas pelas crianças e organizadas pelos professores, foi possível criar uma ponte entre esses dois ambientes. Nesse sentido, percebe-se a importância da colaboração entre escola e família. Como Reis (2007) aponta

A escola nunca educará sozinha, de modo que a responsabilidade educacional da família jamais cessará. Uma vez escolhida a escola, a relação com ela apenas começa. É preciso o diálogo entre escola, pais e filhos. (Reis, 2007, p. 6).

Diante disso, é essencial ressaltar a importância de uma parceria efetiva entre família e escola. Embora cada um desses ambientes apresente valores e objetivos distintos no que diz respeito à educação da criança, ambos são interdependentes e precisam colaborar para o desenvolvimento integral das crianças, conforme aponta Parolim (2003)

[...] tanto a família quanto a escola desejam a mesma coisa: preparar as crianças para o mundo; no entanto, a família tem suas particularidades que a diferenciam da escola, e suas necessidades que a aproximam dessa mesma instituição. A escola tem sua metodologia e filosofia para educar uma criança, no entanto ela necessita da família para concretizar o seu projeto educativo. (Parolim, 2003, p. 99)


Assim, quanto maiores forem as diferenças entre as filosofias e práticas da família e da escola, maior será a necessidade de estabelecer um relacionamento próximo e colaborativo. Esse alinhamento não só facilita uma comunicação mais eficaz e um suporte mais consistente, mas também contribui para um ambiente educacional mais coeso e enriquecedor, promovendo um desenvolvimento mais equilibrado e abrangente para a criança.

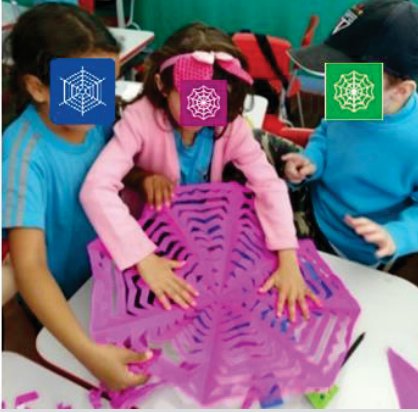
Esse diálogo é fundamental para o desenvolvimento integral da criança, pois fortalece o aprendizado e o apoio mútuo em ambas as esferas. A interação entre a escola e a família também enriquece o desenvolvimento emocional e social das crianças, ao assegurar que o suporte das famílias seja refletido nas práticas escolares e vice-versa.

6.3 EVIDÊNCIAS DA MATEMATIZAÇÃO: A MATEMÁTICA SENDO EXPLORADA PELAS CRIANÇAS

Algumas evidências dessa fase foram identificadas, especialmente no que se refere à justificação do uso de objetos matemáticos (Indicador 3.1.). As crianças fazem uso de uma ou mais representações para esclarecer conceitos matemáticos e resolver os problemas propostos (Indicador 3.2.). No entanto, nem todos os parâmetros matemáticos presentes nos problemas e as diferentes relações entre eles são explicitados completamente (Indicador 3.3.). Este processo revela uma abordagem inicial e promissora para explorar e compreender os conceitos matemáticos por meio da prática com Modelagem.

QUADRO 10 - MATEMATIZAÇÃO

Indicador	Evidências
<p>3.1.</p> <p><i>Justifica o uso de objetos matemáticos;</i></p>	<p>C1.1: Dá para apertar esse rolinho, se apertar ele, vai ficar reto, daí mede com a régua. Pesq.: Se apertar o rolinho (apertamos para observar melhor), ele tem dois lados, não é? Como saberemos a medida? C2.1: Mas daí mede um dos lados, depois mede o outro, e faz mais (fazendo referência a adicionar os valores encontrados). C1.1: Nem precisa medir os dois lados, porque eles têm o mesmo tamanho. Então faz mais a medida que deu. Soma duas vezes o mesmo número. C3.1: Mas se cortar esse rolinho e abrir ele e daí medir, não precisa nem fazer conta.</p>
<p>3.2.</p> <p><i>Fazem uso de uma ou mais representações para elucidar os conceitos matemáticos e as resoluções aos problemas propostos;</i></p>	<p>Evidência 1: C1.2: Coloca o rolinho em cima da régua e faz uma marca, daí vai rolando o rolinho e olha onde parou essa marca. C2.2: Usa um fio. Pesq.: Como usaria o fio?" C2.2: É só contornar e medir na régua com o fio esticado.</p>  <p>C1.1: Professor, aqui deu só duas voltas. Pesq.: Mas não sobrou fio? C1.1: Sobrou um pedaço, olha! (mostrando alguns centímetros de fio que não completava mais uma volta em torno do rolinho de papel higiênico). Pesq.: E se fosse uma situação real? O que a aranha faria? C1.2: Produziria mais teia.</p> <p>Evidência 2: Pesq.: Que legal. E quando usaram o papel color set, aquele maior, o que acharam do resultado? G1: Ficou ótimo, parece que foi uma aranha gigante que fez.</p>

	<p>Pesq.: E os demais grupos, o que encontraram ao fazerem as teias? G2: Muito formato diferente. Pesq.: Quais, por exemplo? G2: Aqui tem triângulo (indicando alguns dos formatos na teia de papel). A teia ficou parecida com um hexágono, cheia de buracos, igual uma teia (comentaram indicando a quantidade de bordas formadas).</p> 
<p>3.3. <i>Procura identificar os parâmetros matemáticos presentes nos dados coletados e as diferentes relações entre eles.</i></p>	<ul style="list-style-type: none"> • “C1.2: Coloca o rolinho em cima da régua e faz uma marca, daí vai rolando o rolinho e olha onde parou essa marca”. • G2: Aqui tem triângulo (indicando alguns dos formatos na teia de papel). A teia ficou parecida com um hexágono, cheia de buracos, igual uma teia (comentaram indicando a quantidade de bordas formadas).

FONTE: própria do autor (2024).

Na fase de matematização, conforme discutido por Almeida, Silva e Vertuan (2013), destaca-se a seleção de variáveis, o levantamento de hipóteses e a simplificação das informações, o que contribui para a representação dos conceitos matemáticos. Este processo é essencial, pois permite que problemas da realidade sejam descritos e analisados através da linguagem matemática, identificando os métodos necessários para a sua resolução. Por exemplo, ao marcar a régua com o rolinho em diferentes posições, as crianças estão coletando dados quantitativos sobre o comprimento ou a distância percorrida pelo rolinho. Essa ação não apenas ajuda na identificação de parâmetros matemáticos, como a medida em centímetros ou milímetros, mas também incentiva a exploração das relações espaciais e numéricas envolvidas na medição, fortalecendo assim a capacidade das crianças de identificar e aplicar conceitos matemáticos no contexto da situação prática.

Além disso, o grupo G2 identificou formas geométricas na teia de papel, como triângulos e semelhança com um hexágono devido ao padrão das bordas. Observaram também os buracos na teia, similares aos espaços entre as bordas de teias naturais. Essas observações destacam a habilidade das crianças em reconhecer

e analisar elementos numéricos e quantitativos relevantes para a resolução de problemas matemáticos. Esse processo vai além da manipulação de números, incluindo a interpretação de gráficos, tabelas e padrões, elementos cruciais para o entendimento dos conceitos matemáticos desde os primeiros anos escolares.

6.4 EVIDÊNCIAS DO TRABALHO MATEMÁTICO E EXTRAMATEMÁTICO: AS CRIANÇAS E SUAS ESTRATÉGIAS

Conforme demonstrado no Quadro 11, as crianças de 6 a 8 anos que participaram da prática com Modelagem utilizaram várias estratégias adequadas à idade para propor soluções para a situação problemática (Indicador 4.1.). Ilustramos isso com três situações em que as crianças utilizaram objetos matemáticos e operaram com eles para resolver o problema (Indicador 4.2.). De igual modo, observamos como elas desenvolveram novas representações dos conceitos matemáticos discutidos ao longo do processo (Indicador 4.3.).

QUADRO 11 - TRABALHO MATEMÁTICO E EXTRAMATEMÁTICO

Indicador	Evidências
<p>4.1.</p> <p><i>Utiliza várias estratégias adequadas à idade para propor soluções para o(s) problema(s);</i></p>	<p><i>Registro do diário de bordo do pesquisador:</i></p> <p>As crianças fazem uso de materiais manipuláveis para propor a solução dos problemas, fazendo uso de dobraduras, recortes, desenhos, colagens e outras técnicas manuais adequadas à sua faixa etária. Além disso, elas frequentemente discutem suas ideias entre si, ajustando suas abordagens conforme colaboram para resolver os problemas que por elas foram propostos.</p>
<p>4.2.</p> <p><i>Adapta ou desenvolve novas representações dos conceitos matemáticos discutidos ao longo do processo;</i></p>	<p>Evidência 1: G2: Muito formato diferente. Pesq.: Quais, por exemplo? G2: Aqui tem triângulo (indicando alguns dos formatos na teia de papel). A teia ficou parecida com um hexágono, cheia de buracos, igual uma teia (comentaram indicando a quantidade de bordas formadas). Pesq.: Vamos levar essas teias ao pátio da escola? Grupos: Sim.</p> <p>Evidência 2: Pesq.: Então crianças, o que vocês descobriram quando aumentaram os tamanhos das teias com o papel crepom? C1.3: A nossa teia aumentou de tamanho. Pesq.: E como fizeram para isso acontecer? C1.3: A gente fez igual a aranha, fomos soltando o fio (fazendo menção ao papel crepom) e fomos formando a teia. Pesq.: E qual foi o formato obtido? C2.3: A nossa tinha nove lados no final, parecia que ia ficar entrelaçada igual à da imagem por conta do vento, mas ficou bem certinha (fazendo menção a um dos <i>slides</i> que apresentava os diferentes formatos de teia, cujo nome era “entrelaçada”).</p> <p>Evidência 3: Pesq.: Como farão para colar as patas na aranha de papelão?</p>

	<p>C1.1: Vamos colar em volta do pratinho, fizemos uma linha no meio do prato (fazendo menção a um traçado feito com lápis no prato) e vamos colocar quatro de um lado e quatro do outro.</p> <p>Pesq.: Como vocês sabem onde fica o “meio” do prato?</p> <p>C1.1: A gente dobrou o prato no meio, e ficou uma marca.</p> <p>Pesq.: Muito bom, esse traço em uma folha no formato de círculo se chama diâmetro.</p> <p>Pesq.: E vocês, como farão? Parece que estão tentando fazer diferente.</p> <p>C1.3: Vamos deixar o mesmo espaço entre uma pata e outra.</p> <p>Pesq.: Como farão isso?</p> <p>C1.3: Vamos tentar dividir o prato em oito partes. Não sabemos como fazer isso.</p> <p>Pesq.: Vejam como o grupo 1 fez para dividir ao meio, será que não ajuda vocês?</p> <p>C2.3: Dá para formar uma cruz primeiro (fazendo menção ao traçado de duas diagonais no formato perpendicular).</p> <p>Pesq.: Interessante. Já teriam as oito partes?</p> <p>C2.3: Ainda não, teria que formar mais uma cruz no meio dessa.</p> <p>Pesq.: Muito bem.</p>
<p>4.3.</p> <p><i>Avança em novas discussões, aprofundando conceitos matemáticos e extramatemáticos.</i></p>	<div data-bbox="517 815 986 1187" data-label="Image"> </div> <div data-bbox="992 815 1417 1187" data-label="Image"> </div> <div data-bbox="730 1187 1203 1767" data-label="Image"> </div> <p>“As crianças elaboraram diversas representações de teias de aranha utilizando rolinhos, barbante e papel crepom, resultando em uma estrutura entrelaçada com nove lados irregulares. De igual modo, elas representaram graficamente a comparação das medidas de 3 cm e 4 cm para a aranha marrom”.</p>

FONTE: própria do autor (2024).


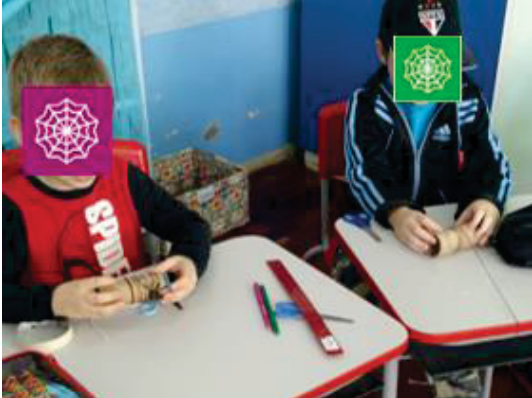
As crianças observaram que, em sua percepção, as teias de aranha são todas diferentes. No entanto, ao considerarem seu conhecimento prévio sobre os formatos das teias e a prática realizada, concluem que a maioria das teias apresenta laterais irregulares e entrelaçadas. Elas atribuem essas características ao movimento da aranha durante a construção da teia e às condições climáticas, como vento ou chuva, que influenciam esse processo. Esse fenômeno pode ser visto como uma transição da linguagem natural, na qual o problema se encontra, para a linguagem matemática. Essa transição envolve a busca e a elaboração de uma representação matemática por meio de relações entre as características da situação e os conceitos, técnicas e procedimentos matemáticos adequados para representá-las (Almeida; Silva; Vertuan, 2013, p. 16).

Outrossim, Burak (2010) destaca a importância de trabalhar tanto os aspectos matemáticos quanto os não matemáticos das situações, pois ambos são essenciais na formação de atitudes e valores duradouros. Os aspectos matemáticos desenvolvem habilidades como o raciocínio lógico, a resolução de problemas e a capacidade de análise crítica. Por outro lado, os aspectos não matemáticos, como a colaboração, a criatividade e a ética são igualmente importantes, pois influenciam a maneira como os indivíduos interagem com o mundo ao seu redor, promovendo uma formação integral. O autor ainda argumenta que essa abordagem holística na educação não só prepara as crianças para enfrentar desafios acadêmicos, mas também para se tornarem cidadãos responsáveis e conscientes em suas comunidades.

6.5 INTERPRETAÇÃO E AVALIAÇÃO: AS CRIANÇAS COMPARANDO A SOLUÇÃO COM A SITUAÇÃO PROBLEMÁTICA INICIAL

Nesta etapa, identificamos evidências de que as crianças interpretaram os resultados encontrados no contexto da situação real ou tema escolhido (Indicador 5.1.). Também, elas são capazes de identificar as possíveis limitações ou restrições das representações dos conceitos matemáticos elaborados (Indicador 5.2.). Essas habilidades permitem que avaliem a adequação e a eficácia das soluções propostas, considerando diferentes perspectivas e contextos (Indicador 5.3.).

QUADRO 12 - INTERPRETAÇÃO E AVALIAÇÃO

Indicador	Evidências
<p>5.1.</p> <p><i>Interpreta os resultados encontrados no contexto da situação real ou tema escolhido;</i></p>	<p>Evidência 1:</p> <p>C1.2: Coloca o rolinho em cima da régua e faz uma marca, daí vai rolando o rolinho e olha onde parou essa marca. C2.2: Usa um fio. Pesq.: Como usaria o fio?” C2.2: É só contornar e medir na régua com o fio esticado.</p>  <p>C1.1: Professor, aqui deu só duas voltas. Pesq.: Mas não sobrou fio? C1.1: Sobrou um pedaço, olha! (mostrando alguns centímetros de fio que não completava mais uma volta em torno do rolinho de papel higiênico). Pesq.: E se fosse uma situação real? O que a aranha faria? C1.2: Produziria mais teia.</p>  <p>Evidência 2:</p> <p>Pesq.: E os demais grupos, o que encontraram ao fazerem as teias? G2: Muito formato diferente. Pesq.: Quais, por exemplo? G2: Aqui tem triângulo (indicando alguns dos formatos na teia de papel). A teia ficou parecida com um hexágono, cheia de buracos, igual uma teia (comentaram indicando a quantidade de bordas formadas).</p>
<p>5.2.</p> <p><i>Identifica as possíveis limitações ou restrições das representações dos conceitos matemáticos elaborados;</i></p>	<p>[...]</p> <p>Pesq.: Conseguiram? O que vocês encontram? C2.2: Que dez aranhas marrons equivalem a uma aranha Golias. Pesq.: Usando a medida de 3 cm, certo? O outro grupo aqui usou a medida de 4 cm, a quanto chegaram? C1.3: Cabe sete aranhas inteiras e mais metade da outra. Pesq.: Como vocês indicaram essa “meia aranha”. C1.3: A gente desenhou uma aranha com 4 patas. Pesq.: E isso é possível? C1.3: Na realidade não, apenas se cortamos ao meio.</p>

<p>5.3. <i>Avalia a adequação e a eficácia das soluções propostas, considerando diferentes perspectivas e contextos.</i></p>	<p>Pesq.: Então crianças, o que vocês descobriram quando aumentaram os tamanhos das teias com o papel crepom? C1.3: A nossa teia aumentou de tamanho. Pesq.: E como fizeram para isso acontecer? C1.3: A gente fez igual a aranha, fomos soltando o fio (fazendo menção ao papel crepom) e fomos formando a teia.</p>
--	---

FONTE: própria do autor (2024).

Observamos que as evidências destacadas, não apenas indicam que as crianças desenvolvem habilidades matemáticas essenciais como medição, mas também interpretam os resultados encontrados, promovendo um entendimento mais profundo das aplicações práticas desses conceitos no mundo real.

Ao construírem as representações das teias de aranha e fazerem as medições com o rolinho de papel, por exemplo, as crianças aprimoram suas habilidades motoras e também desenvolvem uma compreensão mais rica sobre como esses conceitos podem ser aplicados em situações do dia a dia, como na construção de estruturas, no planejamento de medidas e na resolução de problemas.

Além disso, estimulam a curiosidade das crianças, incentivando-as a explorar diferentes formatos. Ao se envolverem em discussões sobre as diferentes formas de teias de papel e suas funcionalidades, elas são desafiadas a pensar criticamente sobre as escolhas feitas durante a prática com Modelagem. Isso não apenas fortalece suas habilidades de resolução de problemas, mas também fomenta um ambiente de aprendizado colaborativo, onde ideias são compartilhadas e refinadas em conjunto.

A prática com Modelagem não apenas prepara as crianças para enfrentar uma variedade de desafios, mas também estimula seu pensamento crítico, criatividade e compreensão de como a matemática pode ser aplicada e está presente em diferentes contextos de suas vidas. É essencial reconhecer que as crianças avaliam o processo, que envolve procedimentos complexos e requer a orientação do professor para ser bem-sucedido, conforme apontado por Cakmak e Bekdemir (2022). A mediação do professor é fundamental, pois favorece o ensino e contribui para que a aprendizagem ocorra de forma eficaz. Ela norteia e orienta o processo de aprendizagem, garantindo que seja significativa. Segundo Burak (2004, p. 3), “o papel do professor fica redefinido, pois ele passa a se constituir o mediador entre o conhecimento matemático elaborado e o conhecimento da criança ou do grupo”.

Essa função mediadora do professor já era defendida desde os PCN, reconhecendo seu papel essencial na construção do conhecimento das crianças.

Além de organizador, o professor também é facilitador nesse processo. Não mais aquele que expõe todo o conteúdo aos alunos, mas aquele que fornece as informações necessárias, que o aluno não tem condições de obter sozinho. Nessa função, faz explanações, oferece materiais, textos etc. Outra de suas funções é como mediador, ao promover a análise das propostas dos alunos e sua comparação, ao disciplinar as condições em que cada aluno pode intervir para expor sua solução, questionar, contestar. Nesse papel, o professor é responsável por arrolar os procedimentos empregados e as diferenças encontradas, promover o debate sobre resultados e métodos, orientar as reformulações e valorizar as soluções mais adequadas. Ele também decide se é necessário prosseguir o trabalho de pesquisa de um dado tema ou se é o momento de elaborar uma síntese, em função das expectativas de aprendizagem previamente estabelecidas em seu planejamento. (BRASIL, 1998, p. 38)

Como Almeida, Silva e Vertuan (2012) bem apontaram, essa nova atitude do(a) professor(a) não se traduz em passividade, mas sim em uma prática ativa de escuta, orientação e construção conjunta do conhecimento.


6.6 DIÁLOGO CRÍTICO E APROFUNDAMENTO: AS CRIANÇAS APRESENTAM E JUSTIFICAM OS RESULTADOS ENCONTRADOS

Na sexta etapa, todos os grupos explicam o motivo das decisões tomadas ao longo de cada fase do processo (indicador 6.1.). Outrossim, avaliam criticamente as apresentações feitas pelos colegas, bem como as observações e sugestões levantadas pelos colegas e/ou professor (indicador 6.2.). Em alguns casos, os grupos fazem generalizações e exploram novas questões e desafios relacionados ao tema estudado, utilizando o conhecimento adquirido para resolver problemas adicionais ou expandir a compreensão dos conceitos abordados (indicador 6.3.). Essas justificativas e avaliações ocorrem em dois momentos: primeiro em um nível micro, dentro de cada grupo, e depois em um nível mais amplo, no grande grupo (Quadro 13).

QUADRO 13 - DIÁLOGO CRÍTICO E APROFUNDAMENTO

Indicador	Evidências
<p>6.1.</p> <p><i>Explica o motivo das decisões tomadas ao longo de cada fase do processo</i></p>	<p>Evidência 1:</p> <p>C1.1: Dá para apertar esse rolinho, se apertar ele, vai ficar reto, daí mede com a régua.</p> <p>Pesq.: Se apertar o rolinho (apertamos para observar melhor), ele tem dois lados, não é? Como saberemos a medida?</p> <p>C2.1: Mas daí mede um dos lados, depois mede o outro, e faz mais (fazendo referência a adicionar os valores encontrados).</p> <p>C1.1: Nem precisa medir os dois lados, porque eles têm o mesmo tamanho. Então faz mais a medida que deu. Soma duas vezes o mesmo número.</p>

	<p>C3.1: Mas se cortar esse rolinho e abrir ele e daí medir, não precisa nem fazer conta.</p> <p>Evidência 2: C1.2: Coloca o rolinho em cima da régua e faz uma marca, daí vai rolando o rolinho e olha onde parou essa marca. C2.2: Usa um fio. Pesq.: Como usaria o fio?” C2.2: Basta contornar e medir na régua com o fio esticado.</p> <p>Evidência 3: G1: Temos a teia. Pesq.: Como vocês fizeram, seguiram os passos do vídeo? G1: Sim, dobramos e recortamos. Pesq.: Vocês fizeram primeiro na folha de sulfite? G1: Sim, depois usamos a folha maior. Pesq.: E como foi o processo, o que vocês encontraram? G1: Cada um conseguiu uma teia diferente.</p> <p>Evidência 4: <i>Registro do diário de bordo do pesquisador:</i> Durante a observação, as crianças frequentemente demonstram suas decisões através de ações específicas. Por exemplo, ao optarem por utilizar a fita métrica para medir o rolinho, percebem que essa abordagem facilita a medição em comparação com o uso da régua padrão. Além disso, ao cortarem as teias de papel para obter a figura desejada, discutem e imaginam os possíveis resultados de diferentes cortes, explorando assim diversas possibilidades criativas. Um aspecto notável foi o interesse das crianças em levar as teias construídas para o pátio da escola, onde poderiam compartilhar e exibir os diferentes resultados alcançados. Isso inclui variações em tamanho, formatos e o uso de cores, destacando o envolvimento ativo das crianças no processo e sua vontade de compartilhar suas descobertas com os colegas.</p>
<p>6.2.</p> <p><i>Escuta, responde e analisa criticamente as apresentações feitas pelos colegas, bem como as observações e/ou sugestões levantadas pelos colegas e/ou professor.</i></p>	<p>Evidência 1: Pesq.: Então crianças, o que vocês descobriram quando aumentaram os tamanhos das teias com o papel crepom? C1.3: A nossa teia aumentou de tamanho. Pesq.: E como fizeram para isso acontecer? C1.3: A gente fez igual a aranha, fomos soltando o fio (fazendo menção ao papel crepom) e fomos formando a teia.</p> <p>Evidência 2: Pesq.: E vocês, como farão? Parece que estão tentando fazer diferente. C1.3: Vamos deixar o mesmo espaço entre uma pata e outra. Pesq.: Como farão isso? C1.3: Vamos tentar dividir o prato em oito partes. Não sabemos como fazer isso. Pesq.: Vejam como o grupo 1 fez para dividir ao meio, será que não ajuda vocês? C2.3: Dá para formar uma cruz primeiro (fazendo menção ao traçado de duas diagonais no formato perpendicular). Pesq.: Interessante. Já teriam as oito partes? C2.3: Ainda não, teria que formar mais uma cruz no meio dessa.</p> <p>Evidência 3: Pesq.: Percebem regularidades entre essas formas (elas estavam se referindo a eneágonos) e as teias que produziram no pátio da escola? C1.1: A volta. Pesq.: Como assim? C1.2.: Assim, por envolta. Pesq.: Certo, o contorno. E o que perceberam? C1.2: Tem a mesma quantidade, nove.</p>

	<p>Pesq.: Isso. Mais alguma observação? C1.3: Não tem os entrelaçados no meio. Pesq.: Podemos fazer, observem! (Neste momento, apresentamos as diagonais do eneágono para às crianças).</p>
<p>6.3. <i>Explora novas questões e desafios relacionados ao tema, utilizando o conhecimento adquirido para resolver problemas adicionais ou expandir a compreensão dos conceitos abordados.</i></p>	 <p>A Vigilância Sanitária apresentou novas informações e respondeu às perguntas feitas pelas crianças, que estavam organizadas em uma roda de conversa. Durante esse momento, os representantes da vigilância compartilharam detalhes fascinantes sobre aranhas, cobras e escorpiões, explicando suas características, habitats e o papel que desempenham no ecossistema.</p>

FONTE: própria do autor (2024).

As crianças explicam as decisões tomadas ao longo de cada fase do processo. Por exemplo, ao escolher apertar um rolinho de papel para medir com uma régua, as crianças explicam que podem medir um dos lados e depois duplicar o valor para obter a medida total. Outra evidência mostra uma criança rolando o rolinho sobre a régua e marcando os pontos de medição, enquanto outra sugere usar um fio para contornar o rolinho e medir a circunferência na régua. Nenhuma dessas opções é refutada, em vez disso, ambas são analisadas, comparadas e ampliadas. Cada abordagem apresenta ideias diferentes e contribuições significativas para a compreensão do problema, demonstrando a diversidade de pensamento e a capacidade de colaboração entre as crianças.

As crianças também demonstram a habilidade de escutar, responder e analisar criticamente as apresentações feitas pelos colegas, bem como as observações e sugestões levantadas pelos colegas e pelo professor. Por exemplo, durante a prática, ao discutirem sobre o aumento do tamanho das teias feitas com papel crepom, uma criança observou que sua teia aumentou de tamanho e explicou o processo utilizado. Outro grupo tentou dividir um prato em oito partes para manter o mesmo espaço entre as patas de uma aranha, discutindo as dificuldades e buscando sugestões de outros grupos.

Torna-se evidente, portanto, a criticidade das crianças ao avaliar os métodos dos colegas, considerando e integrando diferentes perspectivas. Eles questionam,

ajustam e aprimoram suas abordagens com base no *feedback* recebido, mostrando um desenvolvimento significativo em suas habilidades de comunicação e pensamento crítico.

Percebemos também que as crianças demonstraram interesse nas informações apresentadas pela vigilância sanitária sobre aranhas, cobras e escorpiões, além de ampliarem o debate sobre o tema, mostrando uma análise crítica das informações recebidas. Com perguntas perspicazes e reflexões, elas evidenciaram sua capacidade de avaliar e compreender o contexto da saúde pública relacionado a essas espécies, demonstrando atitudes de pensamento crítico e responsável desde cedo.

Essa fase proporciona às crianças a oportunidade de reflexão sobre os resultados alcançados no processo, permitindo que identifiquem benefícios que podem contribuir para aprimorar suas decisões e ações. Além disso, "essa prática de análise e de diálogo crítico não apenas fortalece habilidades individuais, mas também cultiva valores essenciais para a formação de cidadãos participativos e autônomos" (Klüber e Burak, 2008, p. 4). Esses indivíduos não apenas se engajam ativamente na transformação de suas comunidades, mas também desenvolvem a capacidade de influenciar positivamente o ambiente ao seu redor, promovendo um impacto significativo no desenvolvimento social e coletivo.


6.7 EXPOSIÇÃO E COMPARTILHAMENTO DOS RESULTADOS: AS CRIANÇAS SOCIALIZAM RESULTADOS E EXPLORAM NOVOS TEMAS



Nesta etapa final do Ciclo de Modelagem, as equipes explicam as razões por trás das decisões tomadas ao longo de cada fase do processo, utilizando diferentes tipos de exemplos, representações, diagramas, desenhos, gráficos, tabelas de valores e linguagem simbólica para ilustrar os resultados (Indicador 7.1). Além disso, elas descrevem claramente onde, como e com que finalidade a tecnologia foi usada em várias fases do processo (Indicador 7.2). Isso inclui a busca por informações junto aos responsáveis pelas crianças sobre o tema de interesse e nas soluções dos problemas apresentados, bem como o uso de vídeos para orientar a construção das teias.

O compartilhamento dos resultados não se limita à turma, mas também se estende à escola e à comunidade escolar (Indicador 7.3). As crianças utilizam uma variedade de métodos e recursos para comunicar suas descobertas, promovendo uma

ampla socialização do conhecimento adquirido. Durante essas apresentações, elas recebem *feedback* dos colegas e professores, respondendo com entusiasmo e ajustando suas descobertas quando necessário, aproveitando as trocas de informações para aprimorar o trabalho realizado durante. Esse processo de exposição não só valoriza a produção das crianças, mas também promove uma cultura de cooperação e respeito mútuo. As críticas e sugestões recebidas são analisadas criticamente, estimulando o desenvolvimento de um pensamento reflexivo e autônomo. Um exemplo notável é a avaliação das críticas feitas pelas crianças à equipe da vigilância sanitária, demonstrando que elas são capazes de articular argumentos coerentes e bem fundamentados, evidenciando uma capacidade crítica em formação.

QUADRO 14 - EXPOSIÇÃO E COMPARTILHAMENTO DOS RESULTADOS

Indicador	Evidências
<p>7.1.</p> <p><i>Utiliza diferentes tipos de exemplos, representações, diagramas, desenhos, gráficos, tabelas de valores e linguagem simbólica para ilustrar os resultados;</i></p>	
<p>7.2.</p> <p><i>Indica claramente onde, como e com que finalidade a tecnologia foi usada em uma ou várias fases do processo;</i></p>	<p>Evidência 1: G1: Temos a teia. Pesq.: Como vocês fizeram, seguiram os passos do vídeo? G1: Sim, dobramos e recortamos. “As crianças utilizaram o vídeo como uma ferramenta para aprender e entender como fazer uma representação de uma ‘teia’ através da técnica de dobradura de papel. O vídeo provavelmente foi uma forma visual e explicativa que para as crianças ofereceu instruções claras e detalhadas sobre como executar a atividade. Dessa forma, percebemos que as crianças exploraram a técnica de dobradura e aplicá-la na criação da ‘teia’, por meio das orientações do vídeo por elas escolhido”.</p>

	<p>Evidência 2: <i>Registro do diário de bordo do pesquisador:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • A busca por informações junto aos responsáveis pelas crianças sobre o tema de interesse e nas soluções dos problemas apresentados frequentemente envolvia o acesso a informações disponíveis na internet. Por exemplo, durante a etapa de construção das teias, as crianças consultaram seus pais e familiares para obter mais detalhes sobre os diferentes tipos de aranhas e suas teias, utilizando seus celulares e a internet para realizar essas pesquisas. • O envio de diversos vídeos sobre as teias de aranha pelo grupo de WhatsApp da turma aproximou a participação da família e enriqueceu a prática com modelagem. As crianças puderam perceber que as teias têm diversos formatos e acompanhar essas informações por meio de um vídeo digital. • As crianças frequentemente mencionavam os vídeos que assistiam e compartilhavam curiosidades diversas sobre as aranhas. Elas falavam sobre os diferentes tipos de teias, como as teias de captura e de cópula, e os hábitos das aranhas caçadoras, como a forma como capturam suas presas. Essas discussões não apenas estimularam a curiosidade natural das crianças, mas também contribuíram significativamente para a expansão de seu vocabulário formal sobre o tema.
<p>7.3. <i>Compartilha seus resultados com a turma, com a escola e/ou com a comunidade escolar.</i></p>	 <p>Criança socializando com os colegas que novos formatos foram obtidos, ao realizar a criação de novas “teias” em sua casa, como o contorno de um quadrado, círculos e algumas muito parecidas com flocos de neve</p>  <p>Aranhas confeccionadas em papelão foram afixadas no teto da sala de aula, permitindo a observação dos padrões, tamanhos e características particulares de cada uma.</p>



As crianças apresentaram suas teias de papel à outras crianças da escola, explicando entusiasmadamente os passos que seguiram a partir de vídeos que assistiram em sala e os formatos que conseguiram através das dobraduras. Elas detalharam o processo de construção, desde a escolha dos materiais até as técnicas específicas de dobradura e corte que usaram para criar diferentes padrões e formas. A prática não só promoveu a interação e a troca de conhecimentos entre as crianças do 1º ano com as demais crianças da escola, mas também incentivou a colaboração e a apreciação das habilidades criativas e técnicas de cada grupo. A apresentação das teias tornou-se uma oportunidade para que todos pudessem aprender mais sobre a diversidade e a complexidade das teias de aranha, estimulando o interesse pela ciência, pela arte e por padrões geométricos.

FONTE: própria do autor (2024).

É importante ressaltar que essa etapa do Ciclo é caracterizada pela reflexão crítica sobre as representações dos conceitos matemáticos, bem como pela intensa socialização entre as crianças e todos os envolvidos na prática pedagógica. Essa abordagem colaborativa e reflexiva é fundamental para o aprimoramento contínuo do processo, assegurando que o conhecimento construído seja abrangente e significativo para todos os participantes. Durante os momentos de exposição e compartilhamento dos resultados, observa-se claramente a presença de cooperação e espírito crítico, o que reforça a ideia de que as crianças pequenas são capazes de promover a interação, negociação, diálogo e construção do conhecimento de maneira ativa e colaborativa (Alsina et al., 2021a).

Por fim, observamos que a análise da prática com Modelagem na Educação Matemática com as crianças do 1º ano dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental revelou um processo dinâmico de construção do conhecimento, no qual as crianças desenvolvem representações matemáticas de diferentes formas, usando materiais manipuláveis, brincando, realizando desenhos, entre outros, solucionam problemas elaborados por elas e vivenciam interações com seus colegas e professores, ações

essas, que transcendem os conteúdos curriculares. O uso do instrumento RAPMAI, aliado aos pressupostos teóricos de Bogdan e Biklen (1994), permitiu observar como a mediação do(a) professor(a) e o envolvimento coletivo das crianças são cruciais para a compreensão e aplicação dos conceitos matemáticos em situações reais e significativas para elas. Esse processo envolve idas e vindas entre contextos matemáticos e extramatemáticos, que são continuamente mobilizados pelas crianças, demonstrando sua capacidade de refletir criticamente sobre o mundo ao seu redor.

Além das competências matemáticas, a prática com Modelagem fomentou habilidades socioemocionais essenciais, como a cooperação, a comunicação e a resolução de conflitos, desde a escolha da temática de interesse até a socialização dos resultados. As crianças, ao trabalharem em pequenos grupos e discutirem suas ideias, não apenas solidificaram seu entendimento matemático, em conteúdos já vistos ou até mesmo para além das suas faixas etárias, mas também fortaleceram suas habilidades de convivência e autorregulação. A interação entre a escola e a família, destacada como um fator de sucesso, principalmente no que se refere a coleta de informações sobre o tema estudado e as perguntas elaboradas, mostrou-se fundamental para criar uma ponte entre esses dois ambientes, potencializando o desenvolvimento integral das crianças.

Portanto, as etapas sugeridas pelo Ciclo de Modelagem nos Anos Iniciais em uma Perspectiva da Educação Matemática e analisadas pelo instrumento RAPMAI se tornam bons guias para avaliar as aprendizagens das crianças e orientar a prática desenvolvida por professores e professoras dos Anos Iniciais, uma vez que permitem observar e qualificar o desenvolvimento das crianças não apenas no domínio dos conceitos matemáticos, mas também no desenvolvimento de habilidades socioemocionais e na capacidade de aplicar esse conhecimento de forma crítica e criativa em situações reais. Esse processo contínuo de reflexão e prática, mediado pelo(a) professor(a) e enriquecido pela participação ativa das crianças, promove uma formação integral, preparando-as para enfrentar desafios tanto no ambiente escolar quanto na vida cotidiana.

7 CONCLUSÕES

Neste momento, buscamos refletir sobre os resultados da pesquisa e retomar a pergunta inicial que nos guiou ao longo deste trabalho: **O que se mostra nas práticas com Modelagem na Educação Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental em relação às representações dos conceitos matemáticos, à resolução de problemas, às ações e interações vivenciadas pelas crianças?**

Na busca por aproximações entre a Modelagem proposta no Ciclo de Modelagem de Blum e Leiß (2007) e no instrumento REMMP de Toalongo-Guamba, Trelles-Zambrano e Alsina (2020) e com as concepções educacionais de Burak (2010), pretendemos fortalecer não apenas os aspectos relacionados à Matemática, mas também promover o desenvolvimento integral das crianças. Isso significa priorizar uma formação que vai além do ensino de conteúdos escolares, focando no crescimento completo das crianças em diferentes áreas de suas vidas. Nesse processo, é fundamental valorizar os interesses e opiniões das crianças, respeitando suas singularidades e incentivando sua participação ativa. Uma formação integral busca desenvolver habilidades sociais, emocionais, cognitivas e éticas, contribuindo para que elas se tornem indivíduos completos e cidadãos conscientes.

Nesse sentido, destacamos que a prática analisada neste estudo, teve por princípio, iniciar a prática a partir do interesse do grupo de crianças envolvidas e evidenciar a importância de obter informações e dados relevantes no próprio ambiente onde se localiza o interesse do grupo. Esses princípios tiveram como objetivo consolidar as ações, levando em consideração o interesse das crianças na prática com Modelagem, uma vez que “o interesse na prática é diretamente influenciado pela motivação intrínseca e é fortalecido pelo contexto que nutre tanto o interesse quanto a motivação dos estudantes” (Burak e Klüber, 2013, p. 36).

Além disso, buscamos aproximar as cinco etapas de trabalho sugeridas por Burak (2010) - escolha do tema, pesquisa exploratória, identificação do(s) problema(s), resolução dos problemas e desenvolvimento dos conteúdos matemáticos dentro do contexto do tema, seguido de uma análise crítica das soluções - à adaptação do Ciclo e do instrumento REMMP. Essa integração visa estabelecer uma abordagem educacional coesa que valorize a investigação, a colaboração, os interesses individuais e/ou coletivos, a construção do conhecimento, além de fomentar

as ações e interações entre todos os participantes envolvidos na prática com Modelagem.

Nesse sentido, surgem as sete componentes do instrumento RAPMAI e que estão intimamente ligadas às sete fases do Ciclo de Modelagem nos Anos Iniciais em uma Perspectiva da Educação Matemática, alinhada aos princípios de Burak (2010). Neste estudo, a prática com Modelagem foi projetada com base no Ciclo de Modelagem nos Anos Iniciais em uma Perspectiva da Educação Matemática. As evidências de cada fase do Ciclo foram analisadas utilizando o instrumento RAPMAI, que entendemos que se caracteriza como rubrica instrucional que pode ser empregada tanto para avaliação quanto para ensino (Andrade, 2000). Há uma conexão intrínseca entre o Ciclo de Modelagem e a rubrica.

Sob essa ótica, os dados deste estudo ampliam os resultados de pesquisas anteriores (Alsina; Salgado, 2020; Alsina *et al.*, 2021; Toalongo-Guamba *et al.*, 2021), que envolviam crianças ainda mais jovens, de 3 a 5 anos. Além disso, esclarecem aspectos que não tinham sido identificados anteriormente, conforme destacado na revisão de literatura, podendo ter um impacto significativo e despertar interesse em um nível mais amplo.

Em primeiro lugar, na prática realizada com as crianças do 1º ano, foram encontradas evidências que mostram que as crianças chegam até o final do Ciclo de Modelagem nos Anos Iniciais em uma Perspectiva da Educação Matemática perpassando com idas e vindas nas diversas fases, na intenção de buscarem soluções aos problemas levantados ao longo da prática com Modelagem e na obtenção de representações de conceitos matemáticos, fazendo uso de diversas representações, especialmente desenhos e estruturas físicas com materiais manipuláveis.

Neste sentido, destacamos que crianças dos Anos Iniciais vivenciaram as fases iniciais do Ciclo de Modelagem - escolha e compreensão de uma ou mais situações reais ou temas e organização e investigação - de maneira consolidada, por meio da escolha de temas e problemas de interesses comuns, da negociação de significados nos pequenos grupos e na busca de informações sobre o tema pretendido, de modo que sejam capazes de usar sistematicamente seus conhecimentos prévios, buscar alternativas, propondo hipóteses, testando conjecturas e fazendo um levantamento a análise dos dados coletados. A exemplo, destacamos “apresenta seus pontos de vista sobre uma situação real ou tema a ser

investigado” e “levanta possíveis problemas a partir da pesquisa realizada e inicia suas resoluções” (indicadores 2.2 e 3.3, respectivamente), o que significa que são capazes de tomar decisões e levantar problemas a partir de suas escolhas e pesquisas. Isso revela uma habilidade crítica de não apenas observar, mas também de questionar, colocar seus pontos de vistas e opiniões, formular soluções e estratégias para resolver problemas identificados durante o processo investigativo da pesquisa dos dados.

Da mesma forma, nas fases intermediárias do Ciclo de Modelagem, as crianças com idades entre 6 e 8 anos revelam o desenvolvimento de habilidades nas áreas de matematização, trabalho matemático e extramatemático, interpretação e avaliação. Um aspecto importante a ser destacado é que, nesse estágio, as crianças buscam representar suas ideias e soluções para os problemas propostos por meio de desenhos, dobraduras e brincadeiras. Esses métodos lhes permitem iniciar discussões sobre diferentes conceitos matemáticos, evidenciando que as crianças elaboram tais representações de várias formas.

Algumas crianças optaram por abordagens mais abstratas, enquanto outras preferem formas mais concretas, utilizando materiais manipuláveis. Essa diversidade de representações é crucial para o desenvolvimento motor e cognitivo das crianças, pois incentiva a exploração e a experimentação. Por meio desses diferentes métodos, as crianças não apenas compreendem melhor os conceitos matemáticos, mas também desenvolvem habilidades fundamentais como coordenação motora, criatividade e pensamento crítico, promovendo um ambiente de aprendizagem inclusivo, onde cada criança pode se expressar e aprender de acordo com suas preferências e necessidades individuais.

Nesse sentido, percebemos que as crianças estão avançando em suas habilidades matemáticas e começando a compreender conceitos matemáticos de forma concreta e abstrata e a aplicá-los em situações reais, como foi o caso das teias de aranha. Algumas das habilidades específicas que as crianças desenvolveram ao longo desse processo incluem:

1. Compreensão de números e quantidades: as crianças foram capazes de compreender o significado dos números e relacioná-los a quantidades específicas. Além da contagem, puderam discutir números decimais e avançar nas ideias relacionadas como adição, subtração e multiplicação básicas.

2. Resolução de problemas: os problemas, além de serem elaborados pelas próprias crianças em pequenos grupos, foram discutidos em diversos momentos, em família, com os colegas e professores da turma, com outros profissionais que conheciam a temática e suas respostas foram analisadas pelas crianças utilizando-se de diferentes estratégias e de forma crítica.
3. Reconhecimento de padrões: as crianças puderam identificar padrões durante a construção das teias. Puderam perceber relações entre números e objetos e estruturas construídas.
4. Comunicação matemática: as crianças desenvolvem a capacidade de comunicar suas ideias matemáticas e discutir conceitos mais abstratos durante as fases do Ciclo de Modelagem. Elas podem expressar verbalmente suas estratégias de resolução de problemas, as representações construídas e explicar seu raciocínio matemático.

É importante ressaltar que o desenvolvimento de habilidades matemáticas varia de criança para criança. Durante a pesquisa, algumas crianças demonstraram habilidades mais avançadas, enquanto outras avançaram em um ritmo mais gradual. Nesse contexto, a atuação dos professores como mediadores é fundamental, e a presença ativa da família se torna um pilar essencial na formação das crianças.

Para além disso, é crucial adotar uma nova organização da sala de aula, especialmente nos Anos Iniciais, que promova o trabalho colaborativo, dando ênfase à formação de pequenos grupos. Esses grupos possibilitam que as crianças interajam, compartilhem ideias e discutam conceitos matemáticos, favorecendo a resolução conjunta de problemas. No entanto, é importante compreender que, assim como ocorre nas práticas com Modelagem, o trabalho em grupo oscila entre momentos de cooperação e colaboração. Ou seja, nem sempre o trabalho será totalmente colaborativo, mesmo que essa seja a intenção inicial do professor.

Na prática realizada, observam-se momentos em que os integrantes do grupo dividem as tarefas e trabalham individualmente antes de discutir em conjunto, caracterizando uma aprendizagem **cooperativa**. Em outros momentos, todos os membros discutem ideias e soluções de forma crítica e conjunta, refletindo a aprendizagem **colaborativa**. Essa oscilação é natural, pois depende do contexto, dos sujeitos envolvidos e da prática proposta.

Nesse cenário, a postura do professor como mediador é vital. Em práticas pedagógicas cooperativas, o(a) professor(a) desempenha um papel mais ativo,

dividindo tarefas e monitorando o progresso do grupo, enquanto em práticas pedagógicas colaborativas, ele(a) intervém de forma mais pontual, quando solicitado, deixando espaço para a autonomia das crianças. A colaboração, neste caso, exige que as crianças tomem decisões, resolvam conflitos e se envolvam integralmente na construção do conhecimento.

Portanto, uma abordagem colaborativa entre educadores, familiares e crianças favorece um ambiente enriquecedor, onde todos contribuem ativamente para o desenvolvimento integral das crianças, ou seja, desenvolver habilidades sociais, emocionais, cognitivas e éticas. Além de fortalecer o aprendizado matemático, essa interação promove habilidades sociais e a capacidade de comunicar ideias de forma eficaz, elementos essenciais para que se fortaleça os aspectos relacionados à matematização, trabalho matemático e extramatemático, interpretação e avaliação.

Nas últimas fases do Ciclo de Modelagem - diálogo crítico e aprofundamento, e exposição e compartilhamento dos resultados - observamos que as crianças justificam suas soluções propostas por meio de argumentos válidos. Destacamos os indicadores “escuta, responde e analisa criticamente as apresentações feitas pelos colegas, bem como as observações e/ou sugestões levantadas pelos colegas e/ou professor” e “compartilha seus resultados com a turma, com a escola e/ou com a comunidade escolar” (indicadores 6.2 e 7.3, respectivamente) que elucidam que as crianças estão desenvolvendo habilidades de comunicação e pensamento crítico. Elas são capazes de articular suas decisões e raciocínios, além de se engajarem ativamente nas discussões, ouvindo atentamente e respondendo de forma construtiva às contribuições dos outros.

Ademais, o ato de compartilhar seus resultados com a turma, a escola e a comunidade escolar mostram que as crianças estão aprendendo a valorizar o processo de troca de conhecimentos e experiências. Essa prática promove um ambiente de aprendizagem colaborativo, onde todos podem aprender com as perspectivas e descobertas uns dos outros. Ao explicar e defender suas ideias, as crianças também reforçam sua autoconfiança e habilidades de apresentação, preparando-se para futuras exposições de resultados ou trabalhos por elas elaborados.

Percebemos que as crianças passaram pelas diversas fases do Ciclo de Modelagem de forma não orientada, mostrando que se trata de um processo não linear. Esse movimento está condicionado à presença do professor, que desempenha

um papel fundamental na prática com Modelagem, atuando como mediador. É de responsabilidade do professor problematizar as situações apresentadas, estimulando a reflexão e a análise por parte das crianças. Ao passo que os professores convidam profissionais externos, como exemplificado pela presença da vigilância sanitária, para complementar as informações construídas ao longo do processo pelas crianças, buscando enriquecer o conhecimento e promover uma abordagem mais abrangente. De igual modo, o trabalho em grupo e entre os grupos de crianças é essencial, pois permite a negociação de significados e a troca de ideias e sugestões para abordar os problemas propostos. Através dessa colaboração, as crianças têm a oportunidade de compartilhar diferentes perspectivas e construir um conhecimento coletivo, enriquecendo a experiência de aprendizagem durante o desenvolvimento da prática com Modelagem, permitindo assim, um movimento não linear nesse processo.

Sabemos que os limites entre cada uma das fases do Ciclo de Modelagem são bastante tênues e que, em algumas ocasiões, certamente será difícil determinar com total precisão em qual fase do Ciclo as diversas produções das crianças estarão.

No entanto, a proposta é utilizar o Ciclo de Modelagem nos Anos Iniciais em uma Perspectiva da Educação Matemática e o instrumento RAPMAI, que estarão disponíveis para professores e para a comunidade científica, com o objetivo de introduzir novas possibilidades na prática pedagógica, especialmente nos Anos Iniciais. A intenção é oferecer às crianças dessa fase da escolarização a liberdade de escolher uma ou mais situações-problema ou temas de interesse, possibilitando a compreensão de novos conceitos matemáticos ou o aprofundamento de conceitos já existentes.

Durante o processo investigativo, as crianças tiveram a oportunidade de estruturar e resolver problemas de forma autônoma, com a mediação do(a) professor(a), trabalhando em grupos e contando com a participação das famílias. Ao final do Ciclo, elas apresentam seus resultados, analisam criticamente as apresentações dos colegas e realizam uma exposição além da sala de aula, envolvendo a escola e/ou a comunidade escolar.

Esse processo é caracterizado pelas interações entre as crianças, que incluem negociações de significados, comunicação matemática, pesquisa, colaboração e pensamento crítico. As crianças não apenas interagem e debatem ideias, mas também se engajavam em discussões colaborativas que transcendiam os limites das faixas etárias. Essas discussões abrangiam tanto conteúdos matemáticos

previstos para o 1º ano quanto conteúdos previstos para outros anos o Ensino Fundamental, tais como a exploração de números decimais e formas geométricas não convencionais, incluindo figuras como o eneágono. Frente a estas situações cabe ao professor agir com tranquilidade abordando tais conteúdos no contexto da situação, ao invés de deixar de abordá-los por não estarem previstos no currículo.

Do mesmo modo abrangiam assuntos de outras disciplinas, como as características biológicas das aranhas e de outros animais peçonhentos. Nesse contexto, o aprendizado se expandiu para além do domínio matemático, abrangendo outras áreas do conhecimento, caracterizando a Modelagem Matemática como interdisciplinar.

Essas interações não apenas fortalecem a compreensão dos conceitos matemáticos, mas também promovem o desenvolvimento de habilidades essenciais como a capacidade de argumentar, refletir e trabalhar em equipe. Assim, o aprendizado não se restringiu apenas às aprendizagens matemáticas, mas estendeu-se a outras áreas do conhecimento, proporcionando um desenvolvimento interdisciplinar.

De acordo com Tambarussi e Klüber (2017), a implementação da Modelagem em sala de aula requer uma mudança significativa na abordagem pedagógica, propondo que o professor atue como mediador no processo de ensino e aprendizagem, proporcionando um espaço onde as crianças possam expressar suas ideias. Nesse sentido, destaca-se a participação ativa da professora regente, que desempenhou ações fundamentais ao estimular e orientar o processo de interação e colaboração entre as crianças. Através de suas práticas diárias em sala de aula, ela identificou paralelos valiosos com a prática com Modelagem, fortalecendo ainda mais a conexão entre teoria e prática. Essa convergência de experiências vivenciadas pelas crianças, a participação ativa da professora regente e o ambiente promovido pelos pequenos grupos contribuíram para a construção de uma aprendizagem colaborativa na sala de aula dos Anos Iniciais.

Conforme destacado por Tortola (2016), a organização das aulas e a formação dos professores desempenham um papel fundamental na promoção de conhecimentos interdisciplinares, uma vez que a aprendizagem das crianças, especialmente a dos Anos Iniciais, não se dá de maneira segmentada por áreas do conhecimento. Assim, é essencial que a prática escolar priorize situações de ensino

que integrem diferentes saberes, tornando o aprendizado mais significativo e dinâmico.

Nesse contexto, a organização das aulas nos Anos Iniciais oferece um grande potencial para implementar práticas com Modelagem, representando uma ruptura com o currículo tradicional e a abordagem fragmentada do ensino. A abordagem interdisciplinar não só enriquece a experiência de aprendizagem, mas também permite que as crianças reconheçam e compreendam as conexões entre diferentes áreas do saber, aplicando o conhecimento de forma mais integrada e significativa.

Por fim, o desenho do instrumento RAPMAI cumpre o duplo propósito de uma rubrica instrucional, no sentido proposto por Andrade (2000): servir de guia aos professores e de avaliação. No papel de guia, o RAPMAI orientou o planejamento e a condução da prática com Modelagem, oferecendo uma estrutura clara sobre como abordar os diferentes aspectos da Modelagem em sala de aula. Ele permitiu a identificação das diversas aprendizagens matemáticas e extramatemáticas mobilizadas pelas crianças, além de proporcionar uma reflexão sobre as interações e colaborações que surgiram entre elas, reconhecendo a dinamicidade dessas relações para o aprendizado das crianças dos Anos Iniciais.

Em termos de avaliação, o RAPMAI destacou-se por seus critérios flexíveis, evitando a rigidez e permitindo que o instrumento se adaptasse às diferentes direções tomadas pelas crianças ao longo do processo. Isso permitiu identificar pontos de dificuldade e ajustar o ensino conforme as necessidades e interesses individuais das crianças. Durante a prática com Modelagem, pudemos observar uma série de fenômenos interessantes no trabalho das crianças, que formularam diversas questões e se envolveram ativamente na busca por respostas. Esse processo foi impulsionado por uma curiosidade inata e pela perseverança na resolução de problemas. Igualmente importante, essas experiências de aprendizagem mostraram-se especialmente enriquecedoras nos pequenos grupos, onde um movimento dinâmico e não linear, pautado na escuta atenta e no trabalho cooperativo, permeou a sala de aula.

Com base no exposto, a Modelagem na Perspectiva da Educação Matemática (Burak, 2010) pode inspirar e fornecer *insights* valiosos para professores interessados em adotar práticas com Modelagem nos Anos Iniciais. Essa tese propõe que os docentes valorizem os interesses das crianças, incentivando relações de colaboração e pesquisa, criando oportunidades para o trabalho em pequenos grupos e

promovendo o diálogo com outros profissionais que possam enriquecer a prática educativa. Ao conduzir as crianças em ações mais conscientes no cotidiano e em suas tomadas de decisão, permeadas por emoções e reflexões significativas, observa-se que as práticas com Modelagem se configuram como um processo dinâmico e colaborativo.

A pesquisa realizada proporcionou um novo entendimento sobre o conceito de modelo matemático no contexto dos Anos Iniciais. Ao caracterizá-los **como representações de conceitos matemáticos**, avançamos em uma definição que respeita as especificidades desse contexto e as formas de expressão próprias das crianças, integrando contribuições da perspectiva da Educação Matemática (Burak, 2010). As crianças utilizam diferentes recursos, como desenhos, gráficos, tabelas e materiais manipuláveis, para representar suas ideias e objetos matemáticos. Essas representações, idealmente, devem ser elaboradas pelas próprias crianças, que, por meio de um processo contínuo de tentativa e erro, de colaboração entre os pares, professores e família, encontram caminhos para resolver problemas.

Sendo assim, defendemos a tese de que o instrumento RAPMAI proporciona uma visão abrangente da prática e dos resultados, permitindo ao professor uma reflexão contínua sobre sua prática pedagógica, desde a escolha do tema à socialização dos resultados com as crianças. Esse processo de reflexão permitiu a promoção de melhorias constantes no ensino e na aprendizagem, contribuindo para um ambiente de aprendizado mais dinâmico, responsivo e alinhado às necessidades e aos interesses das crianças dos Anos Iniciais.

Podemos destacar que a tese oferece contribuições significativas em três frentes interligadas: ensino e aprendizagem de Matemática, formação de professores e pesquisa em avaliação em Modelagem. Na primeira frente, a Modelagem nos Anos Iniciais propõe uma prática pedagógica que incentiva a resolução colaborativa de problemas, em que as crianças utilizam representações próprias, como desenhos, gráficos e materiais manipuláveis, para expressar conceitos matemáticos. Essa abordagem transforma o aprendizado de Matemática em um processo dinâmico e relevante, estimulando a criatividade e a autonomia, além de desenvolver habilidades de pensamento crítico, comunicação e colaboração.

Em relação à formação de professores, ao trazer uma prática com Modelagem fundamentada no diálogo e na participação ativa, a tese contribui para uma visão pedagógica que valoriza a escuta, a mediação e a construção coletiva do

conhecimento. O ciclo de Modelagem proposto serve como uma ferramenta prática, fornecendo aos professores uma metodologia estruturada para desenvolver sua prática pedagógica que respeitem os interesses das crianças e que articulem teoria e prática. Isso fortalece a autonomia do(a) professor(a), que se posiciona como mediador no processo de Modelagem, promovendo uma formação mais crítica e reflexiva.

No âmbito da pesquisa em avaliação em Modelagem, a tese avança ao propor o uso do RAPMAI, um instrumento de avaliação fundamentado na Educação Matemática (Burak, 2010), que permite analisar o Ciclo de Modelagem nos Anos Iniciais em uma Perspectiva da Educação Matemática de forma estruturada, oferecendo uma base para avaliar as interações, as aprendizagens matemáticas e extramatemáticas e o desenvolvimento de habilidades sociais, emocionais, cognitivas e éticas.

Assim, esperamos que outros educadores e pesquisadores possam explorar e desenvolver o uso da Modelagem em suas próprias trajetórias, utilizando o Ciclo de Modelagem nos Anos Iniciais em uma Perspectiva da Educação Matemática e a Rubrica para Avaliação de Práticas com Modelagem nos Anos Iniciais (RAPMAI) propostos e realizando adaptações conforme necessário, no sentido de aperfeiçoá-los cada vez mais. Pretende-se, dessa forma, promover uma Educação Matemática comprometida com a democratização do ensino, centrada no desenvolvimento das crianças e no aprimoramento profissional dos educadores, enriquecendo a infância por meio de práticas com Modelagem significativas e transformadoras.

REFERÊNCIAS

- ANDRADE, H. G. **Using rubrics to promote thinking and learning**. In: Educational Leadership, 2000. Disponível em: <https://www.researchgate.net/publication/285750862_Using_rubrics_to_promote_thinking_and_learning>. Acesso em: 10 mar. 2022.
- ALMEIDA, L. M. W. de; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem matemática na educação básica**. São Paulo: Contexto, 2012. 157 p.
- ALSINA, I.; PASTELLS, À. **Desenvolvimento de competências matemáticas com recursos lúdico-manipulativos**: para crianças de 6 a 12 anos: metodologia. Curitiba: Base Editora, 2009.
- ALSINA, A; TOALONGO-GUAMBA, X; TRELLES-ZAMBRANO, C; SOMOZA, M. **Desarrollando habilidades de modelización matemática temprana en Educación Infantil**: un análisis comparativo en 3 y 5 años. 2021.
- ALSINA, A.; NOVO, M. L.; MORENO, A. Redescubriendo el entorno con ojos matemáticos: Aprendizaje realista de la geometría en Educación Infantil. Edma 0-6. **Educación Matemática en la Infancia**, v. 5, p. 1–20, 2016.
- ALSINA, A.; SALGADO, M. **Introduciendo la Modelización Matemática Temprana en Educación Infantil**: Un marco para resolver problemas reales [Introducing early mathematical modelling in early childhood education: A framework for solving real problems]. *Modelling in Science Education and Learning*, 14(1), 33–56, 2021.
- ALSINA, A.; SALGADO, M. **Introduciendo la Modelización Matemática Temprana en Educación Infantil**: Un marco para resolver problemas reales [Introducing early mathematical modelling in early childhood education: A framework for solving real problems]. *Modelling in Science Education and Learning*, 14(1), 33–56, 2021.
- ALSINA, A.; SOMOZA, M. Understanding Early Mathematical Modelling: First Steps in the Process of Translation Between Real-world Contexts and Mathematics. **International Journal of Science and Mathematics Education**, 2021.
- ALSINA, A; TRELLES-ZAMBRANO, Cr; TOALONGO, X; GONZÁLES, N. La modelización matemática a través de las actividades generadoras de modelos. **Épsilon**, n. 102, p. 43-59, 2019.
- ANDRADE, G. H. **Using rubrics to promote thinking and learning**. *Educational Leadership*, 57(5), 13–18, 2000.
- BARBOSA, J. C. Modelagem na educação matemática: contribuições para o debate teórico. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPEd, 24., 2001, Caxambu. **Anais...** Caxambu: Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação, 2001. Disponível em: <http://24reuniao.anped.org.br/tp1.htm#gt19>. Acesso em: 15 de nov. 2023.

BARBOSA, J. C. As relações dos professores com a modelagem matemática. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, 8., 2004, Recife. **Anais...** Recife: SBEM, 2004. Disponível em: <http://www.somaticaeducar.com.br/arquivo/material/142008-11-01-15-53-24.pdf>. Acesso em: 10 de out. 2022.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**: uma nova estratégia. São Paulo: Contexto, 2002.

BEAN, D. W. Práticas Culturais e Modelos Matemáticos. In: Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática, 6, 2009. **Anais...** Londrina, novembro 2009b.

BIEMBENGUT, M. S. **Modelagem matemática no ensino fundamental**. Blumenau: Edifurb, 2014.

BLISS, K.; LIBERTINI, J. What is mathematical modelling? In: GARFUNKEL, S.; MONTGOMERY, M. (Eds.). **Guidelines for assessment & instruction in mathematical modelling education**. Philadelphia: Consortium for Mathematics and Its Applications and Society for Industrial and Applied Mathematics, 2019. p. 7–21.

BLUM, W.; LEISS, D. How do students and teachers deal with modelling problems? Em: **Mathematical Modelling**. [s.i.] Elsevier, 2007. p. 222–231.

BLUM, W.; BORROMEO FERRI, R. Mathematical modelling: Can it be taught and learned? **Journal of Mathematical Modelling and Application**, v. 1, n. 1, p. 45–58, 2009.

BIKLEN, S; BOGDAN, R. C. **Investigação qualitativa em educação**. Porto: Porto Editora, 1994. p. 134-301.

BISQUERRA, R. A; FERNÁNDEZ, M. A. **Educación emocional y bienestar**. Praxis, 2000.

BOGDAN, R; BIKLEN, S. **Investigação qualitativa em educação**: uma Introdução à teoria e aos métodos. Porto: Porto Editora, 2010.

BORROMEO FERRI, R. T. **Modelling problems from a cognitive perspective**. In: HAINES, C. *et al.* (Orgs.), **Mathematical Modelling. Education, Engineering and Economics**. Chichester: Horwood, 2007, p. 260-270.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.

BURAK, D.; ARAGÃO, R. M. R. de. **A modelagem matemática e relações com a aprendizagem significativa**. Curitiba: CRM, 2012.

BURAK, D. **Modelagem matemática**: ações e interações no processo de ensino aprendizagem. Campinas, 1992. 460 f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1992.

BURAK, D. Modelagem matemática sob um olhar de educação matemática e suas implicações para a construção do conhecimento matemático em sala de aula.

Revista de Modelagem na Educação Matemática. v. 1, n. 1, 10-27. 2010.

Disponível em: <http://proxy.furb.br/ojs/index.php/modelagem/article/view/2012>, acesso em 12 dez. 2022.

BURAK, D. Formação dos pensamentos algébricos e geométricos: uma experiência com modelagem matemática. **Pró-Mat**. Paraná, Curitiba, v.1, n.1, p.32-41, 1998.

BURAK, D. Modelagem matemática e a sala de aula. In: Encontro Paranaense de Modelagem Matemática na Educação Matemática, 1., 2004, Londrina. **Anais [...]**. Londrina: UEL, 2004.

BURAK, D. Modelagem matemática sob um olhar de educação matemática e suas implicações para a construção do conhecimento matemático em sala de aula.

Revista de Modelagem em Educação Matemática. v.1, n. 1, p. 47-60, 2010.

BURAK, D. Critérios norteadores para a adoção da modelagem matemática no ensino fundamental e secundário. **Zetetiké**. v.2, n. 2, p. 10-27, 1994.

BURAK, D. **Modelagem matemática**: uma metodologia alternativa para o ensino de matemática na 5ª série. Rio Claro-SP, 1987. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – IGCE, Universidade Estadual Paulista Júlio Mesquita Filho-UNESP.

BURAK, D.; KLÜBER, T. E. Educação matemática: contribuições para a compreensão de sua natureza. **Acta Scientiae** (ULBRA), v. 10, jul./dez. 2008. p. 93-106.

BURAK, D.; KLÜBER, T. E. Concepções de modelagem matemática: contribuições teóricas. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 10, n. 1, p. 17-34, 2008.

BURAK, D.; KLÜBER, T. E. Considerações sobre modelagem matemática em uma perspectiva de educação matemática. **Margens** (UFPA), v. 6, p. 33-50, 2013.

BURAK, D.; MARTINS, M. A. Modelagem Matemática nos anos iniciais da Educação Básica: uma discussão necessária. **Revista Brasileira de Ensino de C&T**. vol 8, núm. 1, jan-abr. 2015.

CAKMAK GUREL, Z.; BEKDEMIR, M. The teacher and peer intervention for pre-service mathematics teachers on the validity of mathematical models. **Pedagogical Research**, v. 7, n. 2, 2022.

CARREIRA, S.; AMADO, N.; LECOQ, F. **Mathematical Modelling of Daily Life in Adult Education**: Focusing on the Notion of knowledge. In Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modelling; Kaiser, G., Blum, W., Borromeo Ferri, R., Stillman, G., Eds.; Springer: New York, NY, USA, p. 199-210. 2011.

CONSELHO NACIONAL DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA [NCTM].
Princípios e padrões para a matemática escolar. Reston, VA: NCTM, 2000.

CONSELHO NACIONAL DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA [NCTM].
Princípios e padrões para a educação matemática. Granada: Serviço de Publicações do SAEM Teles, 2003.

DAMIANI, M.F. Sobre pesquisas do tipo intervenção. In: ENCONTRO NACIONAL DE DIDÁTICA E PRÁTICAS DE ENSINO, 16., 2012, Campinas. **Anais [...]**. Campinas: Unicamp, 2012. v.1.p.1-9.

DANYLUK, O. **Alfabetização Matemática:** uma reflexão sobre o ensino de matemática nas séries iniciais. Porto Alegre: Artes Médicas, 1998.

DE CORTE, E.; GREER, B.; VERSCHAFFEL, L. **Handbook of Educational Psychology.** Nueva York: [s.n.].

DE LANGE, J. **International handbook of mathematics education.** Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1996.

DEWEY, J. **Vida e Educação.** São Paulo: Melhoramentos. 4^a. ed.1954.

DOERR, H. M.; ENGLISH, L. D. A modelling perspective on students' mathematical reasoning about data. **Journal for Research in Mathematics Education**, Reston, v. 34, n. 2, p. 110-136. 2003.

FAUZAN, A.; PLOMP, T.; SLETTENHAAR, D. Traditional mathematics education vs. realistic mathematics education: Hoping for Changes. Em: **En Proceedings of the 3rd International Mathematics Education and Society Conference.** [s.l: s.n.]. p. 1–4.

FÁVERO, M. H. A pesquisa de intervenção na psicologia da educação matemática: aspectos conceituais e metodológicos. **Educar em Revista.** Curitiba, n. especial 1, p. 47-62, 2011.

FREIRE, P. (2004). **Pedagogia do oprimido.** 17 ed. Rio de Janeiro, Paz e Terra.

FREUDENTHAL, H. (1991). **Revisando a educação matemática.** Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

GARCEZ, A.; DUARTE, R.; EISENBERG, Z. Produção e análise de vídeo gravações em pesquisas qualitativas. **Educação e Pesquisa**, São Paulo, v. 37, n.2, p. 249-262, maio/ago. 2011.

GEIGER, V. **Factors Affecting Teachers' Adoption of Innovative Practices with Technology and Mathematical Modelling.** In Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modelling, (ICTMA 14); Kaiser, G., Blum, W., Borromeo Ferri, R., Stillman, G., Eds.; Springer: New York, NY, USA, p. 305–314, 2011.

GIRNAT, B.; EICHLER, A. **Secondary Teacher's Beliefs on Modelling in Geometry and Stochastics**. In Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modelling; Kaiser, G., Blum, W., Borromeo Ferri, R., Stillman, G., Eds.; Springer: New York, NY, USA, p. 75-84, 2011.

GODINO, J. D.; BATANERO, C.; FONT, V. (2006). **Um enfoque onto-semiótico do conhecimento e a instrução Matemática**. Disponível em: <http://www.ugr.es/local/jgodino> acesso em: 26 de mar. 2022.

GREEFRATH, G. **Using Technologies: New Possibilities of Teaching and learning Modelling-Overview**. In Trends in teaching and Learning of Mathematical Modelling, (ICTMA 14); Kaiser, G., Blum, W., Borromeo Ferri, R., Stillman, G., Eds.; Springer: New York, NY, USA, p. 301-304, 2011.

HAY, D.; PAYNE, A.; CHADWICK, A. Peer relations in childhood. **Journal of Child Psychology and Psychiatry**, v. 45, n. 1, p. 84-108, 2004.

HEUVEL-PANHUIZEN, M. Realistic mathematics education as work in progress. Em: LIN, E. F.-L. (Ed.). **Proceedings of 2001 The Netherlands and Taiwan Conference on Mathematics Education**. Taiwan: [s.n.]. p. 1-43.

HIGGINSON, W. **On the Foundations of Mathematics Education**. Texto mimeografado, 1980.

IBGE. Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística. Censo Demográfico de 2022 Cruz Machado: IBGE, 2022. Disponível em: <https://www.ibge.gov.br/cidades-e-estados/pr/cruz-machado.html>. Acesso em: 28 jun. 2023.

JOCOSKI, J. **Modelagem matemática nos Anos Iniciais**: possibilidades para o ensino de matemática. 2020. 100 f. (Mestrado em Educação em Ciências e em Matemática) - Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2020.

KAISER, G. **Realitätsbezüge im Mathematikunterricht** – Ein Überblick über die aktuelle und historische Diskussion. In Graumann, G., *et al.* (Eds.). *Materialien für einen realitätsbezogenen Mathematikunterricht*. Bad Salzdetfurth: Franzbecker. p. 64-84. 1995

KLÜBER, T. E. Formação de professores em Modelagem Matemática na Educação Matemática brasileira: questões emergentes. **Educere et Educare**, Cascavel, v. 12, n. 24, p.1-11, jan./abr. 2017.

KLÜBER, T. E. **Uma metacompreensão da modelagem matemática na educação matemática**. 2012. 396 f. Tese (doutorado) - Universidade Federal de Santa Catarina, Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica. Florianópolis, SC, 2012.

KLÜBER, T. E; TAMBARUSSI, C. M; CARARO, E. F. F; MUTTI, G. S. L; SILVA, M. V; MARTINS, S. R. **Projeto de Extensão**: Formação Continuada de Professores em Modelagem Matemática na Educação Matemática. Cascavel: UNIOESTE, 12p, 2015

LAWSHE, CH. (1975). **Uma abordagem quantitativa da validade de conteúdo**. *Personal Psychology*, 28(4), 563-575.

MACHADO, S. R. C. **percepções da modelagem matemática nos Anos Iniciais**. 2010. 150 f. Dissertação (Mestrado em Educação Científica E Tecnológica) - Universidade Federal De Santa Catarina, Florianópolis, 2010. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/93484>. Acesso em: 26 mar. 2022.

MARTENS, A. S.; KLÜBER, T. E. Uma revisão sobre modelagem matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. In: ENCONTRONACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 12, 2016. **Anais...** São Paulo, 2016.

MARTINS, B. O.; ALMEIDA, L. M. W. Modelagem Matemática: Dos Entendimentos às Finalidades. **VIDYA**, v. 41, n. 1, p. 113-128, jan./jun., 2021. ISSN 2176-4603. DOI: 10.37781/vidya.v41i1.3584.

MEYER, J. F. C. A.; CALDEIRA, A. D.; MALHEIROS A. P. S. **Modelagem em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2011.

MONTGOMERY, Kathleen. Classroom Rubrics: Systematizing What Teachers Do Naturally. *he Clearing House: A Journal of Educational Strategies: issues and ideas*. P- 324-328. 2010. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1080/00098650009599436>>. Acesso em 24 set 2023.

NUNES, A. S. *et al.* 2020. Modelagem Matemática: um panorama da pesquisa brasileira na educação básica. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**. 11, 4 (jul. 2020), 232–253. DOI:<https://doi.org/10.26843/rencima.v11i4.2410>.

PAROLIM, Isabel. **As dificuldades de aprendizagem e as relações familiares**. Fortaleza, 2003.

PINHEIRO, L. M., KAKEHASHI, T. Y., ANGELO, M. O uso de filmagens em pesquisas qualitativas. **Revista Latino Americana de Enfermagem**. 2005. p. 717-722. Disponível em: <http://www.scielo.br/pdf/rlae/v13n5/v13n5a16.pdf>. Acesso em 27 de abril de 2018.

PONTE, J. A modelação no processo de aprendizagem. **Educação e Matemática**, v. 23, p. 15-19, 1992.

REIS, R. P.; In. **Mundo Jovem**, nº. 373. Fev. 2007, p.6.

ROCHA, M. L. da. Psicologia e as práticas institucionais: a pesquisa-intervenção em movimento. **Revista Psico**, v.37, n.2, p.169-174, maio-ago. 2006.

RINALDI, Carla. **Diálogos com Reggio Emilia: escutar, investigar e aprender**. São Paulo: Paz e Terra, 2012.

ROMAGNOLI, R.C. O conceito de implicação e a pesquisa-intervenção institucionalista. **Psicologia e Sociedade**, Porto Alegre, n.1, v. 26, p.44.52, 2014. Disponível em:

<http://www.ufrgs.br/seerpsicsoc/ojs2/index.php/seerpsicsoc/article/view/3696/2312>. Acesso em: 23 mar 2022.

ROSE, D. **Análise de imagens em movimento**. In: Bauer MW, Gaskell G, editores. Pesquisa qualitativa com texto, imagem e som. Petrópolis (RJ): Vozes; 2002. p.343-364.

SILVA, V. da S.; KLÜBER, T. E. Modelagem matemática nos Anos Iniciais do ensino fundamental: uma investigação imperativa. **Revista Eletrônica de Educação UFSCar**, v. 6, no. 2, p. 228-249, nov. 2012. Disponível em: <http://www.reveduc.ufscar.br>. Acesso em: 26 mar. 2022.

SILVA, V. S.; KLÜBER, T. E. Modelagem matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: reflexões e apologia aos seus usos. In: ALENCAR, E. S.; LAUTENSCHLAGER, E. (Org.). **Modelagem matemática nos Anos Iniciais**. São Paulo: Sucesso, 2014. p. 7-24.

SKOVSMOSE, O. **Educação Matemática crítica**: a questão da democracia. Campinas: Papyrus, 2001, Coleção Perspectivas em Educação Matemática, SBEM, 160 p.

SKOVSMOSE, O. Reflective knowledge: its relation to the mathematical modelling process. **International Journal of Mathematical Education in Science and Technology**, London, v. 21, n. 5, p. 765-779, 1990.

SOMOZA, María; ALSINA, Angel. Niños de 3 años empezando a desarrollar la competencia matemática a través de la modelización matemática temprana. **Revista Científica ECOCIENCIA**, v. 10, p. 22-50, 2023. DOI: 10.21855/ecociencia.103.777.

SOUZA, E.G.; LUNA, A.V de A. modelagem matemática nos Anos Iniciais: pesquisas, práticas e formação de professores. **Revemat**, v. 9, Ed. Temática (junho), p. 57-73, 2014.

TAMBARUSSI, C. M.; KLÜBER, T. E. A formação de professores em modelagem matemática na Educação Matemática: uma hermenêutica. **Acta Scientiae**, Canoas, v. 19, n. 3, p. 412-426, 2017.

TOALONGO-GUAMBA, X., TRELLES-ZAMBRANO, C., ALSINA, Á. (2020). **Design, construction and validation of a rubric to evaluate mathematical modelling in school education**. Manuscript submitted for publication.

TOALONGO-GUAMBA, XIMENA & ANGEL, ALSINA & TRELLES-ZAMBRANO, CÉSAR & SOMOZA, MARÍA. (2021). **Creando los primeros modelos matemáticos**: análisis de un ciclo de modelización a partir de un problema real en Educación Infantil. *Giornale Italiano di Pedagogia Sperimentale*.

TOALONGO, Ximena; TRELLES, César; ALSINA, Ángel. **Design, Construction and Validation of a Rubric to Evaluate Mathematical Modelling in School Education**. **Mathematics**, v. 10, n. 24, p. 19, 2022. Disponível em: <https://doi.org/10.3390/math10244662>. Acesso em: 15 de jan. 2023.

TORTOLA, E. **Configurações de modelagem matemática nos Anos Iniciais do ensino fundamental**. Londrina, 2016. 304 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2016.

TORTOLA, E. **Os usos da linguagem em atividades de modelagem matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental**. Londrina, 2012. 168 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2012.

TRELLES-ZAMBRANO, C. & ALSINA, Á. Nuevos conocimientos para una educación matemática del S. XXI: Panorama internacional de la modelización en el currículo. **UNIÓN, Revista Iberoamericana de Educación Matemática**, 51, 140-163, 2027.

TRIGUEROS-GAISMAN, M. Un estudio desde una perspectiva de modelación”. **Revista Mexicana de Investigación Educativa**, v. XI, p. 799–783, 2006.

TRIST'AN-L'OPEZ, A. (2008). **Modificação do modelo Lawshe para a avaliação quantitativa da validade conteúdo de um instrumento objetivo**. *Advances in Measurement*, 6, 37–48.

VELEDA, G. G. **Avaliação para a aprendizagem em modelagem matemática na Educação Matemática: elementos para uma teorização**. 2018. 140 f. Tese (Doutorado em Educação - Área de concentração: Educação) - Universidade estadual de Ponta Grossa, 2018.

VILLA-OCHOA, J. A.; SOARES, M. R.; ALENCAR, E. S. de. A modelagem matemática nos Anos Iniciais como perspectiva para o ensino de matemática: um panorama de publicações brasileiras em periódicos (de 2009 a 2018). **Educar em Revista**, v. 35, p. 47-64, 2019.

VYGOTSKY, L. S. **Mind in society: the development of higher psychological processes**. Cambridge: Harvard University Press, 1978.

VYGOTSKY, L. S. **A Formação Social da Mente: o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores**. 6. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2002.

WARNEKEN, F.; TOMASELLO, M. Altruistic helping in human infants and young chimpanzees. **Science**, v. 311, p. 1301–1303, 2006.

APÊNDICE 1 – CARTA DE ANUÊNCIA SECRETÁRIA DA EDUCAÇÃO



Prefeitura Municipal de Cruz Machado – PR
 Secretaria municipal de educação e cultura
 Endereço: Avenida Vitória – Centro
 84620-000 Cruz Machado – PR
 Telefone: (42) 3554-1222 – Ramal: 236
 E-mail: educacao@pmcm.pr.gov.br

CONCORDÂNCIA DOS SERVIÇOS ENVOLVIDOS

Cruz Machado, 02 de maio de 2022.

Senhor/a Coordenador/a,

Declaramos que nós da Secretaria Municipal de Educação e Cultura, estamos de acordo com a condução do projeto de pesquisa “RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E CONSTRUÇÃO DE MODELOS MATEMÁTICOS NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL: CONTRIBUIÇÕES DA MODELAGEM MATEMÁTICA” sob a responsabilidade de Neila Tonin Agranionih e Juarês Jocoski, nas dependências da Escola Prefeito Boleslau Sobota, tão logo o projeto seja aprovado pelo Comitê de Ética em Pesquisa em Ciências Humanas e Sociais do Setor de Ciências Humanas (CEP/CHS) da Universidade Federal do Paraná, até o seu final em dezembro de 2022.

Estamos cientes que os participantes da pesquisa serão crianças com idades entre 6 e 9 anos, de ambos os sexos, matriculadas no 1º ano, 2º ano e 3º ano dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental na instituição referida e suas professoras regentes, bem como de que o trabalho proposto deve seguir as normativas vigentes do Conselho Nacional de Saúde (CNS).

Atenciosamente,

Eliane Adriana Matzenbacher

Diretora da Secretaria Municipal de Educação e Cultura

Departamento de Ensino Fundamental

ELIANE ADRIANA MATZENBACHER
 Secretária Municipal de Educação e Cultura
 Decreto 3443/2021 de 04/01/2021

APÊNDICE 2 – FOLHA DE ROSTO PLATAFORMA BRASIL

MINISTÉRIO DA SAÚDE - Conselho Nacional de Saúde - Comissão Nacional de Ética em Pesquisa – CONEP FOLHA DE ROSTO PARA PESQUISA ENVOLVENDO SERES HUMANOS			
1. Projeto de Pesquisa: Resolução de problemas e construção de modelos matemáticos nos anos iniciais do Ensino Fundamental: contribuições da Modelagem Matemática			
2. Número de Participantes da Pesquisa: 75			
3. Área Temática:			
4. Área do Conhecimento: Grande Área 1. Ciências Exatas e da Terra , Grande Área 7. Ciências Humanas			
PESQUISADOR RESPONSÁVEL			
5. Nome: Neila Tonin Agranonih			
6. CPF: [REDACTED]	7. Endereço (Rua, n.º): [REDACTED]		
8. Nacionalidade: BRASILEIRO	9. Telefone: [REDACTED]	10. Outro Telefone: [REDACTED]	11. Email: [REDACTED]
Termo de Compromisso: Declaro que conheço e cumprirei os requisitos da Resolução CNS 466/12 e suas complementares. Comprometo-me a utilizar os materiais e dados coletados exclusivamente para os fins previstos no protocolo e a publicar os resultados sejam eles favoráveis ou não. Aceito as responsabilidades pela condução científica do projeto acima. Tenho ciência que essa folha será anexada ao projeto devidamente assinada por todos os responsáveis e fará parte integrante da documentação do mesmo.			
Data: <u>19</u> / <u>02</u> / <u>2022</u>		<div style="text-align: center;"> _____ Assinatura </div>	
INSTITUIÇÃO PROPONENTE			
12. Nome: Universidade Federal do Paraná - Ciências Humanas e Sociais		13. CNPJ:	14. Unidade/Órgão: Pós-graduação do Setor de Exatas em Educação em Ciências e em Matemática
15. Telefone: (41) 3360-4344		16. Outro Telefone:	
Termo de Compromisso (do responsável pela instituição): Declaro que conheço e cumprirei os requisitos da Resolução CNS 466/12 e suas Complementares e como esta instituição tem condições para o desenvolvimento deste projeto, autorizo sua execução.			
Responsável: _____		CPF: _____	
Cargo/Função: _____			
Data: ____ / ____ / ____		_____ Assinatura	
PATROCINADOR PRINCIPAL			
Não se aplica.			

APÊNDICE 3 – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Título do Projeto: CONSTRUÇÃO DE MODELOS MATEMÁTICOS E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL: CONTRIBUIÇÕES DA MODELAGEM MATEMÁTICA¹⁴.

Pesquisador/a Responsável: Neila Toni Agranionih/ Juarês Jocoski

Local da Pesquisa: Escola Municipal Prefeito Boleslau Sobota

Endereço: Rua Vitória Grabowski, Nº. 200 - Bairro Matriz, Cruz Machado/Pr. CEP: 84620-000

Seu/sua filho(a) está sendo convidado/a a participar de uma pesquisa. Este documento, chamado Termo de Consentimento Livre e Esclarecido visa assegurar os direitos dele/dela como participante da pesquisa. Por favor, leia com atenção e calma, aproveitando para esclarecer suas dúvidas. Se houver perguntas antes ou mesmo depois de assiná-lo, você poderá esclarecê-las com o/a pesquisador/a. Você é livre para decidir se ele/a pode participar e pode desistir a qualquer momento sem que isto lhe traga prejuízo algum.

A pesquisa intitulada CONSTRUÇÃO DE MODELOS MATEMÁTICOS E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL: CONTRIBUIÇÕES DA MODELAGEM MATEMÁTICA, tem como objetivo analisar práticas pedagógicas com Modelagem Matemática no 1º Ciclo dos Anos Iniciais, com vistas a formação das crianças, na identificação e construção de conhecimentos matemáticos e de representações (modelos matemáticos), por meio do instrumento REMMP

Participando do estudo ele/a está sendo convidado a participar de uma pesquisa que visa a construção e aplicação de intervenções em sala de aula envolvendo práticas com Modelagem em uma turmas de 1º ano, 2º ano e 3º ano dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental de uma escola pública do município de Cruz Machado-Pr, com base no Ciclo proposto por Blum e Lei β (2007) e o instrumento REMMP (Toalongo-Guamba *et al.*, 2020; Alsina e Salgado, 2020), com vistas a mobilizar aprendizagens na formação das crianças do 1º ciclo.

¹⁴ O título da tese foi ajustado para "Práticas com Modelagem em uma perspectiva da Educação Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: contribuições para o ensino e aprendizagem da Matemática" após a banca de qualificação, em conformidade com as sugestões dos avaliadores.

Observações:

a) Para tanto, é necessário que a criança compareça na Escola Municipal Prefeito Boleslau Sobota, Rua Vitória Grabowski, Nº. 200 - Bairro Matriz, Cruz Machado/Pr. CEP: 84620-000 para participar das aulas, o que levará aproximadamente três meses, sendo encontros semanais de aproximadamente duas aulas de 50 minutos cada.

b) Desconfortos e riscos: Há a possibilidade do desconforto como a timidez aos realizar as atividades perante as gravações, fotos e filmagens. O tipo de procedimento apresenta um risco mínimo, que será reduzido pela livre escolha na participação da atividade, e assim como o aviso prévio de que sua identidade será preservada. Se o participante continuar desconfortável pode solicitar a exclusão da sua participação, a qualquer momento da pesquisa, tendo a garantia de sua identidade preservada.

Sigilo e privacidade: O material obtido – anotações das observações, registros das crianças, imagens e vídeos – será utilizado unicamente para essa pesquisa e será deletado/descartado ao término do estudo, dentro de cinco anos.

Ressarcimento e Indenização: As despesas necessárias para a realização da pesquisa, xérox, não são de sua responsabilidade e o seu (sua) filho(a) não receberá qualquer valor em dinheiro pela sua participação.

Em caso de dúvidas sobre a pesquisa, você poderá entrar em contato com o/a pesquisador/a: Neila Tonin Agranionih e Juarês Jocoski responsáveis por este estudo poderão ser localizados na Rua General Carneiro, 460, Edifício D. Pedro I, 5º andar, Sala, Centro, Curitiba/PR, CEP: 80060-900, Telefone: (41) 21050932 e-mail: ntagranionih@gmail.com ou na Avenida Perimetral Leste, 133, Bairro Matriz, Cruz Machado/Pr, CEP: 84620-000, Celular: (42) 99830-0185, e-mail: juaresjocoski@gmail.com no horário 8:00 às 17:00 horas para esclarecer eventuais dúvidas que o Senhor(a) possa ter e fornecer-lhe as informações que queira, antes, durante ou depois de encerrado o estudo.

Em caso de denúncias ou reclamações sobre a participação de seu/sua filho(a), e sobre questões éticas do estudo, você poderá entrar em contato com a secretaria do Comitê de Ética em Pesquisa em Ciências Humanas e Sociais do Setor de Ciências Humanas (CEP/CHS) da Universidade Federal do Paraná, Subsolo Setor de Ciências Sociais Aplicadas, sala SA.SSW.09, na Av. Prefeito Lothário Meissner, 632- Campus Jardim Botânico, (41)3360-4344, ou pelo e-mail cep_chs@ufpr.br.

O Comitê de Ética em Pesquisa (CEP): O papel do CEP é avaliar e acompanhar os aspectos éticos de todas as pesquisas envolvendo seres humanos. A Comissão

Nacional de Ética em Pesquisa (CONEP), tem por objetivo desenvolver a regulamentação sobre proteção dos seres humanos envolvidos nas pesquisas. Desempenha um papel coordenador da rede de Comitês de Ética em Pesquisa (CEPs) das instituições, além de assumir a função de órgão consultor na área de ética em pesquisas

Este documento é elaborado em duas vias, assinadas e rubricadas pelo/a pesquisador/a e pelo/a participante/responsável legal, sendo que uma via deverá ficar com você e outra com o/a pesquisador/a.

Esta pesquisa foi submetida ao Comitê de Ética em Pesquisa com seres humanos da UFPR sob o número CAAE nº [campo a ser preenchido após a aprovação] e aprovada com o Parecer número [campo a ser preenchido após a aprovação] emitido em [data - campo a ser preenchido após a aprovação].

Consentimento livre e esclarecido:

Após ter lido este documento com informações sobre a pesquisa e não tendo dúvidas informo que autorizo a participação do meu/ minha filho(a).

Nome do/a participante da pesquisa:

Nome e assinatura do/a pai/mãe ou responsável

_____ Data:

___/___/___.

[Assinatura do/a participante da pesquisa ou do seu RESPONSÁVEL LEGAL]

APÊNDICE 4 – TALE LÚDICO

OI, COMO VOCÊ SE CHAMA?

EU ME CHAMO JUARÊS JOCOSKI E QUERO TE CONVIDAR PARA PARTICIPAR DO MEU ESTUDO QUE SE CHAMA “CONSTRUÇÃO DE MODELOS MATEMÁTICOS E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL: CONTRIBUIÇÕES DA MODELAGEM MATEMÁTICA”.



POSSO TE CONTAR DO MEU ESTUDO?

COM ESTE ESTUDO VAMOS CONHECER UM POUCO MAIS DA MATEMÁTICA, RESOLVER PROBLEMAS E CONSTRUIR MODELOS MATEMÁTICOS A PARTIR DE UM CICLO DE IDAS E VINDAS. TROCAREMOS IDEIAS COM OS COLEGAS, FORMAREMOS GRUPOS E FAREMOS APRESENTAÇÕES.

ÀS VEZES VOCÊ PODE NÃO GOSTAR DE TUDO QUE VAMOS FAZER NA PESQUISA, COMO FAZER ANOTAÇÕES, SE COMUNICAR, SER FILMADO, SAIR UM POUCO DA SUA SALA DE AULA PARA CONVERSARMOS E FAZERMOS AS ATIVIDADES DO NOSSO ESTUDO EM OUTRO ESPAÇO DA ESCOLA, COMO NO PÁTIO, JARDIM, OU NA BIBLIOTECA.



MAS SABE? COISAS BOAS TAMBÉM PODEM ACONTECER COMO TER NOVAS EXPERIÊNCIAS SOBRE FOTOGRAFIAS E DESENHOS, ALÉM DE CONHECER O QUE OUTRAS CRIANÇAS PENSAM SOBRE AS AULAS DE MATEMÁTICA E COMO ELAS RESOLVEM PROBLEMAS E PRODUZEM SEUS MODELOS, ATRAVÉS DA ESCRITA, DESENHOS OU OUTRAS FORMAS DE REGISTRO.

MAS SE VOCÊ NÃO GOSTAR VOCÊ PODE ME DIZER “CHEGA, NÃO QUERO MAIS” E EU DEIXO VOCÊ DESISTIR E IR BRINCAR DE OUTRA COISA, PODE SER?



SE VOCÊ QUISER FALAR COMIGO, PEÇA A SEUS PAIS E ELES ME ACHARÃO NO TELEFONE (42) 998300185, juaresjocoski@gmail.com, NO ENDEREÇO AVENIDA LESTE 133, CENTRO, CRUZ MACHADO-PR, 84620-000 OU NO ENDEREÇO ONDE MINHA PROFESSORA E EU ESTUDAMOS, RUA ROCKEFELLER, N°57, BAIRRO REBOUÇAS, CURITIBA – PR, SALA 3, TÉRREO.

NÓS JÁ EXPLICAMOS TUDO TAMBÉM PARA SUA FAMÍLIA, RESPONSÁVEL LEGAL, MAS QUEREMOS TE OUVIR, OK?



ENTÃO, VOCÊ QUER FAZER PARTE DESTE MEU ESTUDO?

HUM, ACHO QUE SIM. ENTENDI TUDO, VOCÊ ME EXPLICOU DIREITINHO AS COISAS BOAS E AS NÃO TÃO BOAS E VOCÊ RESPONDEU TODAS AS MINHAS PERGUNTAS.

QUERO SIM! E VOU CONTAR PARA MEUS AMIGOS!

EU ENTENDI TUDO, QUE EU SOU LIVRE PARA ACEITAR OU RECUSAR PARTICIPAR DA PESQUISA, QUE POSSO INTERROMPER A MINHA PARTICIPAÇÃO A QUALQUER MOMENTO SEM DAR UMA RAZÃO E EU ATÉ VOU ASSINAR AQUI!

EU RECEBEREI UMA VIA ASSINADA E DATADA DESTE DOCUMENTO.

CRUZ MACHADO, _____ DE _____ DE _____

ASSINATURA DA CRIANÇA: _____

ENDEREÇO E CONTATO DO PAI/MÃE/ RESPONSÁVEL LEGAL:

