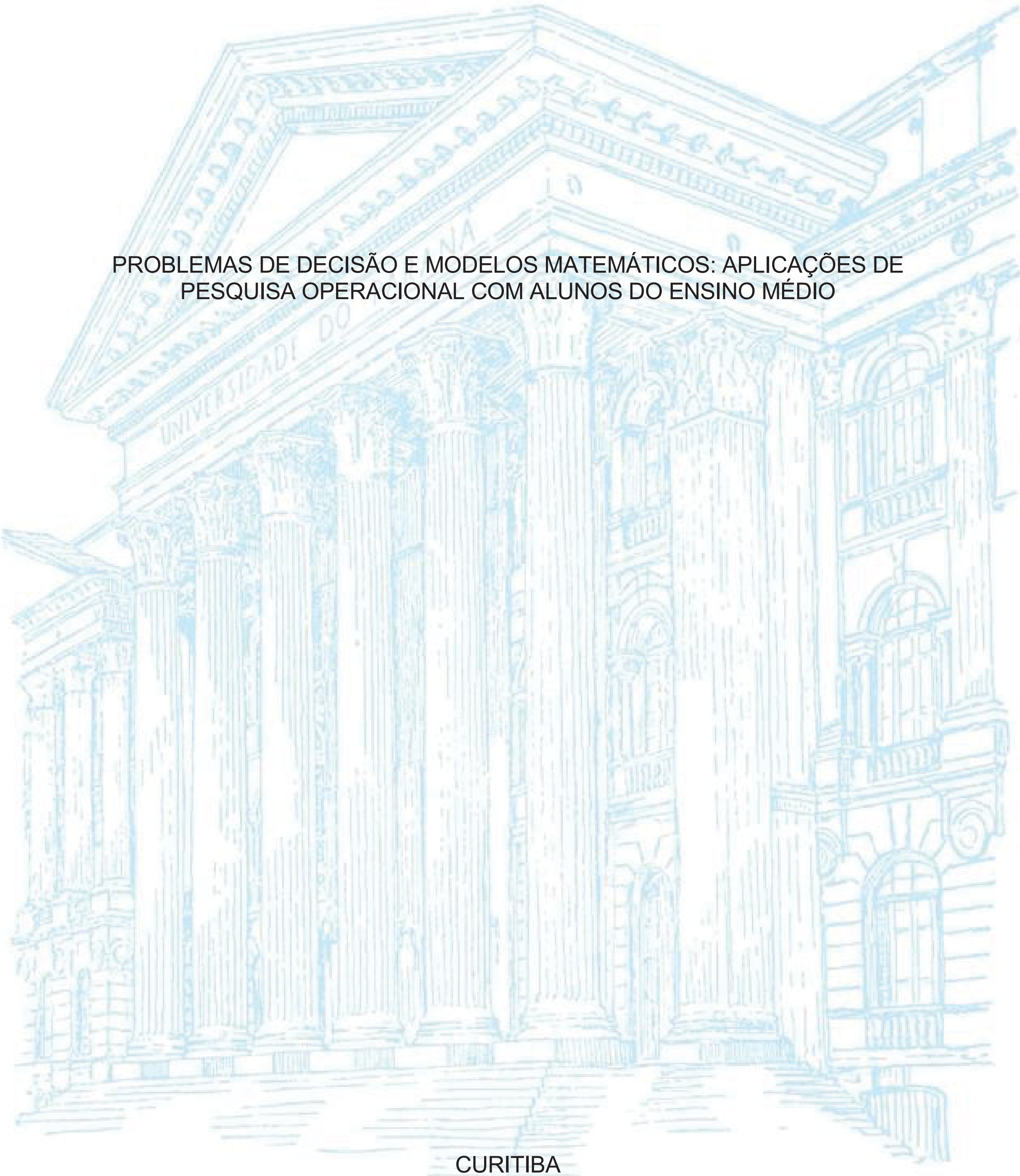
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

ALLAN NIELS DE OLIVEIRA



PROBLEMAS DE DECISÃO E MODELOS MATEMÁTICOS: APLICAÇÕES DE PESQUISA OPERACIONAL COM ALUNOS DO ENSINO MÉDIO

CURITIBA
2024

ALLAN NIELS DE OLIVEIRA

PROBLEMAS DE DECISÃO E MODELOS MATEMÁTICOS - APLICAÇÕES DE PESQUISA OPERACIONAL COM ALUNOS DO ENSINO MÉDIO

Dissertação apresentada ao curso de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), Setor de Ciências Exatas, Universidade Federal do Paraná, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientadora: Prof.a Dra. Adriana Luiza do Prado

CURITIBA
2024

DADOS INTERNACIONAIS DE CATALOGAÇÃO NA PUBLICAÇÃO (CIP)
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
SISTEMA DE BIBLIOTECAS – BIBLIOTECA DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA

Oliveira, Allan Niels de
Problemas de decisão e modelos matemáticos: aplicações de pesquisa operacional com alunos do ensino médio / Allan Niels de Oliveira. – Curitiba, 2024.
1 recurso on-line : PDF.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Paraná, Setor de Ciências Exatas, Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional.

Orientador: Adriana Luiza do Prado

1. Programação Linear. 2. Inequações (Matemática). 3. Matemática (Ensino médio). I. Universidade Federal do Paraná. II. Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional. III. Prado, Adriana Luiza do. IV . Título.

Bibliotecário: Leticia Priscila Azevedo de Sousa CRB-9/2029

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SETOR DE CIENCIAS EXATAS
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL - 31075010001P2

TERMO DE APROVAÇÃO

Os membros da Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL da Universidade Federal do Paraná foram convocados para realizar a arguição da Dissertação de Mestrado de **ALLAN NIELS DE OLIVEIRA** intitulada: **PROBLEMAS DE DECISÃO E MODELOS MATEMÁTICOS - APLICAÇÕES DE PESQUISA OPERACIONAL COM ALUNOS DO ENSINO MÉDIO**, sob orientação da Profa. Dra. ADRIANA LUIZA DO PRADO, que após terem inquirido o aluno e realizada a avaliação do trabalho, são de parecer pela sua APROVAÇÃO no rito de defesa.
A outorga do título de mestre está sujeita à homologação pelo colegiado, ao atendimento de todas as indicações e correções solicitadas pela banca e ao pleno atendimento das demandas regimentais do Programa de Pós-Graduação.

CURITIBA, 10 de Julho de 2024.

Adriana L Prado
ADRIANA LUIZA DO PRADO
Presidente da Banca Examinadora

Aldemir Silva
ALDEMIR JOSÉ DA SILVA PINTO
Avaliador Interno (UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ)

Mariana Kleina
MARIANA KLEINA
Avaliador Externo (UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ -UFPR)

Aos meus pais, um mecanógrafo e uma costureira, que lamentavelmente, não puderam ver o filho caçula chegar em lugares jamais imaginados nos almoços de domingo.

AGRADECIMENTOS

- Aos meus filhos, Anna Carolina, Anna Beatriz, Allan Júnior e Arthur, que mesmo sem entender, sempre foram a maior motivação que eu poderia ter na conclusão desta jornada.

- Aos meus saudosos pais, o “seu” Matheus e a “dona” Maria, aos meus irmãos Giana, Marcela e Andrey reconhecendo a determinação do irmão caçula sempre me incentivaram a continuar e não esmorecer diante das dificuldades.

- A CAPES pela recomendação do PROFMAT por meio do parecer do Conselho Técnico Cientifico da Educação Superior e pelo incentivo financeiro.

- A Sociedade Brasileira de Matemática que na busca da melhoria do ensino de Matemática na Educação Básica viabilizou a implementação e perpetuação do PROFMAT.

- Ao Colégio Sagrado Coração de Jesus e ao SAGRADO Rede de Educação que tornam possível a realização desse trabalho. Em especial aos meus colegas professores Wilen Silva, Henrique Okada e Christian Xavier pelas ideias e pelo ombro amigo nos momentos de incerteza.

- Aos meus professores do Ensino Fundamental e Médio, Miguel Ângelo de Oliveira, Evandro Varela e Ingrid Valenço, por despertar em mim a paixão pela Matemática.

- A minha orientadora professora Dr.ª Adriana Prado pela paciência na orientação, nas minhas ausências e incentivo que tornou a conclusão dessa dissertação possível.

- Aos meus colegas e professores do PROFMAT pelos ensinamentos e parcerias constantes.

RESUMO

Este trabalho apresenta um relato de propostas de atividades que possam ser desenvolvidas por um professor de Ensino Médio na aplicação de situações problema abordando problemas introdutórios e aplicações na área de Pesquisa Operacional, em especial os Problemas de Programação Linear com exemplos de situações envolvendo maximização e minimização pelo método gráfico.

Palavras-chave: Ensino de matemática, Problemas de Programação Linear, Sistema de inequações, Método Gráfico.

ABSTRACT

This paper presents a report on proposed activities that can be applied by a high school teacher for the application of problem situations, addressing introductory problems and applications in the field of Operations Research. It specifically focuses on Linear Programming Problems, with examples of situations involving maximization and minimization using the graphical method.

Keywords: Mathematics education, Linear Programming Problems, System of inequalities, Graphical Method.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

-

LISTA DE SÍMBOLOS

$\mathbb{R}$ - Conjunto dos números reais

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Alimentado pelo desejo de dar uma aplicação a situações do cotidiano, desde a primeira vez que - na disciplina de Pesquisa Operacional I na graduação de Engenharia de Produção Civil, na Universidade Tecnológica Federal do Paraná - os problemas de Programação Linear foram apresentados a um então jovem professor do Ensino Médio é que se formulou a seguinte questão: “é possível um educando do Ensino Médio compreender e aplicar seus conhecimentos ara a resolução de um problema objetivando maximizar ou minimizar uma função linear sujeito a inequações lineares?”. Supreendentemente, numa primeira experiência com educandos da segunda série do Ensino Médio de uma escola da cidade de Curitiba, a resposta foi “sim, é possível e eles se interessaram pelo desafio”. Neste sentido, para desenvolver o presente trabalho, foram necessárias leituras diversas no tema de programação linear, desde artigos científicos até dissertações e teses apresentadas por diversos colegas.

Em conversas com colegas educadores, bem como com especialistas na área de Educação, identificou-se a necessidade de novas abordagens do que a mera e simples resoluções de sistemas lineares, substituições. O ensino da Matemática tinha que ser mais do que isso. Tinha que fazer um sentido na vida do Educando.

Historicamente, segundo HADLEY (1982), data de 1826 quando Fourier identificou a necessidade dos estudos sobre problemas de otimizar uma função linear atendendo restrições modeladas por inequações lineares.

Segundo publicação de GOLDBARG et al. (2000) é possível estabelecer uma linha do tempo, em que ao término da década de 30, percebeu-se a importância desses problemas, quando Leonid Kantorovich desenvolveu os primeiros Problemas de Programação Linear para uso durante a Segunda Guerra Mundial, objetivando minimizar gastos e maximizar retornos, sejam retornos estes do lado aliado ou perdas do lado conflitante. Kantorovich em 1975 chegou a ganhar o Prêmio Nobel de Economia, porém seu trabalho ficou esquecido por cerca de duas décadas.

Já na década 40, os estudos sobre a Programação Linear foram amplamente divulgados com o prêmio Nobel da Economia entregue a George Stigler e em 1947, Dantzig começa o desenvolvimento de algoritmos para a sua solução de problemas lineares. Desde então e até a presente data muitas empresas encontraram o uso em seu planejamento diário.

Segundo MELO (2012), em sua dissertação de Mestrado, o processo de ensino e aprendizagem da matemática é muito complexo e cheio de obstáculos, o que poderia servir de estímulo para a busca de novas metodologias para que um certo bloqueio, até de certa forma cultural, fosse diminuído.

1.1 Justificativa

Diante de um cenário incerto, uma vez que o presente trabalho foi desenvolvido durante a pandemia do COVID - 19, quando os educandos estavam desmotivados, em aulas em formato hibrido, os desafios quanto a resolver e, principalmente, aplicar a Programação Linear em situações que se aproximavam da realidade foram bem recebidos pelos educandos.

Aliado ao desafio, os educandos foram apresentados a uma nova necessidade e uma antiga dúvida que sempre permeou o imaginário estudantil, “para que serve isso?” Percebeu-se que quando instigado a algo desafiador e principalmente quando justificada a necessidade e demonstrada a aplicação em situações que podem ser inclusive o futuro de alguns, já que a Pesquisa Operacional está inerente as profissões de Administrador, Engenheiros de Produção, Analistas e Especialistas em Logísticas, entre outras, os educandos se motivam e anseiam por criar metodologias para resolver os problemas que lhes foram apresentados.

Segundo (ECHEVERRÍA; 1998), oferecer atividades baseadas na Resolução de Problemas pode proporcionar aos educandos o domínio de procedimentos, além da utilização dos conhecimentos disponíveis, para dar resposta a situações variáveis e diferentes.

Neste sentido, usando o exemplo de CAMARGO (2014) uma das justificativas é a necessidade de repensar o currículo buscando estratégias e alternativas para responder aos questionamentos dos alunos, fazendo assim, uma conexão da matemática com o cotidiano em complemento aos dispostos nos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1999).

Em sua dissertação, CROCOLI (2016) apresenta a Programação Linear como uma técnica de planejamento, que visa à otimização de problemas em que se têm diversas opções de escolhas, sujeitas a algum tipo de restrição ou regulamentação e, que tem como base a Matemática e a Economia.

1.2 Objetivos

A seguir são apresentados o objetivo geral e os objetivos específicos da presente pesquisa.

Desta forma, objetivou-se neste trabalho registrar a aplicação de alguns problemas da Pesquisa Operacional, principalmente aqueles que possam ser compreendidos pelos educandos do Ensino Médio que possuem como pré-requisitos conhecimentos sobre resoluções de sistemas lineares, objeto de estudo este geralmente apresentado na segunda série do Ensino Médio e resoluções de inequações, inclusive inequações produto e quociente, objeto de estudo da primeira série do Ensino Médio. Uma vez que estes problemas são norteados pela modelagem matemática sugere-se fazer uso de situações-problema que fazem parte da realidade e assim a Pesquisa Operacional apresenta-se como um tópico que contribui o desenvolvimento do raciocínio matemático do educando.

1.2.1 Objetivo geral

Apresentar situações problemas a educandos do Ensino Médio que possam ser abordados mediante modelagem matemática e resolvidos, ainda que em um primeiro momento aparente ser um objeto de estudo amplamente novo, com conhecimentos sobre resoluções de sistemas lineares e inequações.

1.2.2 Objetivos específicos

- Apresentar aos educandos problemas de Pesquisa Operacional,
- Resolvidos de forma racional e estruturada,
- Reconhecer que os resultados podem ser utilizados como ferramentas de decisões em diversas aplicações do cotidiano.

1.3 Metodologia

As situações problema foram apresentados a educandos da segunda série do Ensino Médio em duas instituições de ensino da cidade de Curitiba no formato de um minicurso feito em horário regular para educandos que se prontificaram a participar deste trabalho.

A referida turma, segunda série do Ensino Médio, possuía 4 horas aulas de Matemática semanais de 50 minutos cada. Foram utilizadas as 4 horas aulas semanais para a realização das atividades propostas, inicialmente para apresentação do objeto de estudo proposto, na sequência eventuais retomadas de conceitos eventualmente não compreendidos em anos anteriores, discussão dos problemas iniciais e resolução das atividades propostas por duplas de alunos.

O primeiro problema fora apresentado de forma individual, sem explanação de uma teoria prévia com o objetivo de despertar a percepção de um método para a resolução de problemas. Dado que os educandos participantes desconheciam eventuais técnicas de resolução de problemas de Programação Linear, em um primeiro momento concluíram que a melhor técnica, neste caso a única que conheciam, era da “tentativa e erro”. O objetivo deste primeiro problema era permitir que os educandos pudessem criar um algoritmo próprio para resolução do problema.

Dado o evidente desconhecimento das técnicas de resolução, ato contínuo partiu-se para uma recapitulação dos principais objetos de estudos que seriam dados como pré-requisitos teóricos: a modelagem matemática, inclusive com restrições, a resolução e interpretação de equações do primeiro grau e de inequações do primeiro grau, a representação gráfica de funções do primeiro grau e inequações do primeiro grau no plano cartesiano e a obtenção dos eventuais conjuntos solução. Neste último caso, a identificação do que fora chamado de “solução ótima”.

De posse dos conhecimentos prévios já recapitulados, apresentaram-se outras situações problemas e os educandos foram desafiados a utilizar os conhecimentos apresentados na resolução dos problemas.

2 INEQUAÇÕES E SISTEMAS LINEARES NO ENSINO MÉDIO

Inicialmente é demasiadamente importante apresentarmos os principais objetos de estudos inerentes a funções, inequações e sistemas lineares, limitando-a aos objetos de estudos do Ensino Médio. Assim é possível apresentar mais à frente o objeto de estudo sobre Programação Linear dando ao leitor a possibilidade de entendimento desse objeto trabalhado em alguns cursos no ensino superior. Começaremos com algumas definições relativas às funções, depois as inequações e, por fim, sistemas lineares.

2.1 Função

Segundo IEZZI et. al. (2011), dados dois conjuntos não vazios A e B, com A; B ⊂ $\mathbb{R}$, uma relação f que associa a cada elemento x ∈ A um único elemento y ∈ B recebe o nome de função de A em B.

O conjunto A é chamado **domínio** de f, e o conjunto B é chamado **contradomínio** de f. Chama-se **conjunto imagem** de f o subconjunto do contradomínio constituído pelos elementos y que são imagens de algum x ∈ A:

De modo geral, se f caracteriza uma função de A em B, indicamos:

$$f: A \rightarrow B$$

Sendo y ∈ B a imagem da função de x ∈ A , indicamos:

$$y = f(x)$$

Exemplo 1:

De forma simples, observaremos a Tabela 1, onde o conjunto $A = \{0;\ 1;\ 2;\ 3;\ 4\}$ e $B = \{0;\ 7;\ 14;\ 21;\ 28\}$ mostra uma relação que é uma função, pois todo elemento de A corresponde um único elemento de B, desta forma A é o domínio dessa função e o conjunto B o contradomínio dessa função.

Tabela 1 - Função de A em B.

x ∈ A	y ∈ B
0	0
1	7
2	14
3	21
4	28

Autoria: próprio autor

Desta forma temos que f(0) = 0, f(1) = 7, f(2) = 14, f(3) = 21 e f(4) = 28.

Observamos que a regra observada na tabela pode ser expressa por uma relação $A\ x\ B$, tal que $y = 7x$.

2.2 Gráfico de função

Definição:

De GUIDORIZZI (1997), pode-se reconhecer que sendo $f: A \rightarrow B$, uma função de variável real, o conjunto:

$$G = \{(x;\ f(x))\ /\ x \in A\}$$

denomina-se *gráfico de f*, assim o gráfico de f é um subconjunto do conjunto de todos os pares ordenados (x; y) de números reais, isto é $G \subset \mathbb{R}^2$. Munindo-se o plano de um sistema ortogonal de coordenadas cartesianas, o gráfico de f pode ser pensado como o lugar geométrico descrito pelo ponto (x; f(x)), quando x percorre o domínio de f.

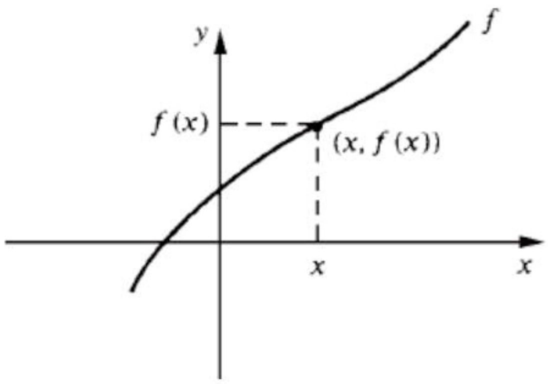


Figura 1 – Gráfico de f

Autor: Guidorizzi (1997)

É usual representar uma função f de uma variável real a valores reais e com domínio A simplesmente por

$$y = f(x), x \in A.$$

Neste caso, definiremos que x é a variável independente e y é a variável dependente , ou apenas, diremos que y é função de x.

Exemplo 02.

Seja $y = f\ (x), f\ (x) = x^3$. Tem-se:

a) $D_f = \mathbb{R}$.
b) O valor que f assume em x é f (x) = x^3. Esta função associa a cada real x o número real $f(x) = x^3$.
c) f (−1) = $(-1)^3 = -1$; f (0) = $0^3 = 0$; f (1) = $1^3 = 1$.
d) Gráfico de f

$$G_f = \{(x, y) \mid y = x^3, x \in \mathbb{R}\}.$$

Suponhamos $x > 0$; observe que, à medida que x cresce, y também cresce, pois $y = x^3$, sendo o crescimento de y mais acentuado que o de x (veja: $2^3 = 8$; $3^3 = 27$ etc.); quando x se aproxima de zero, y se aproxima de zero mais rapidamente que x ($(1/2)^3 = 1/8;\ (1/3)^3 = 1/27$ etc.). Esta análise dá-nos uma ideia da parte do gráfico correspondente a $x > 0$. Para $x < 0$, é só observar que $f\ (-x) = -f(x)$.

Dados utilizando tabela

Tabela 2 – Função $y = x^3$

x	f(x)
0	0
1/2	1/8
1	1
2	8
-1/2	-1/8
-1	-1

Autoria: próprio autor

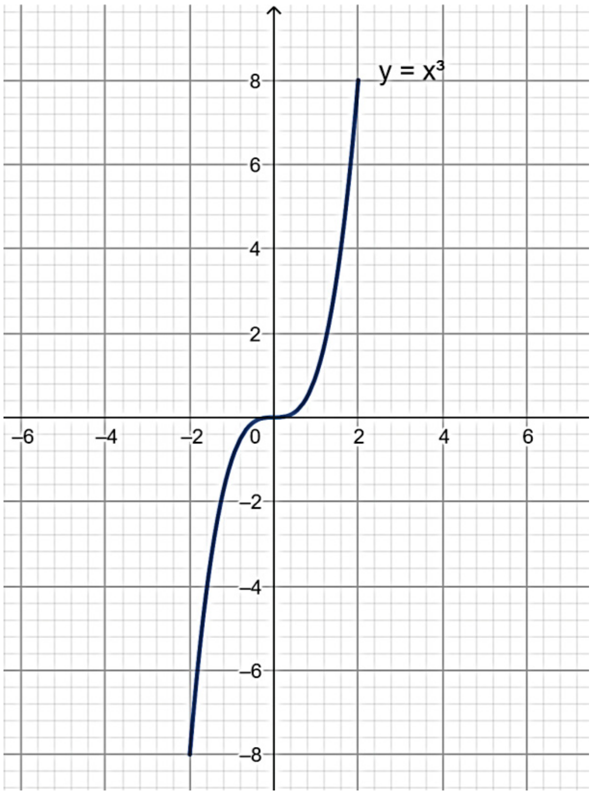


Figura 2 – Gráfico de $y = x^3$

Autoria: próprio autor

2.2 Inequações

Definição:

Segundo IEZZI et. al. (1977) dadas duas funções f(x) e g(x) de tal forma que os domínios são respectivamente $D_1 \subset \mathbb{R}$ e $D_2 \subset \mathbb{R}$, chamamos inequação na incógnita x, a qualquer uma das sentenças abertas abaixo:

$$f(x) < g(x)$$

$$f(x) \leq g(x)$$

$$f(x) > g(x)$$

$$f(x) \geq g(x)$$

Exemplo 03: São exemplos de inequações:

1. $2x - 5 < x$ é uma inequação em que $f(x) = 2x - 5$ e $g(x) = x$.
2. $x^3 - 2x^2 + x - 2 \leq x^2 - 4$ é uma inequação em que $f(x) = x^3 - 2x^2 + x - 2$ e $g(x) = x^2 - 4$.

3. $x - 7 > x^2$ é uma inequação em que $f(x) = x - 7$ e $g(x) = x^2$.
4. $sen(x) \geq -1$ é uma inequação em $f(x) = sen(x)$ e $g(x) = -1$.

2.2.1 Domínio da inequação

Definição:

É chamado domínio da inequação $f(x) < g(x)$ o conjunto D = $D_1 \cap D_2$, onde D_1 é o domínio da função f e D_2 é o domínio da função g. E por consequência óbvio dizer que para todo $x_0 \in D$, estão definidas as funções $f(x_0)$ e $g(x_0)$, ou seja:

$$x_0 \in D \Leftrightarrow (x_0 \in D1 \, e \, x_0 \in D2) \Leftrightarrow (f(x_0) \in \mathbb{R} \, e \, g(x_0) \in \mathbb{R}).$$

Desta forma se faz necessário o estudo do domínio da função quando da realização de quaisquer estudos de inequações, uma vez que se o número real x_0 é solução da inequação $f(x) > g(x)$ então será verdadeira a sentença $f(x_0) > g(x_0)$.

Exemplo:

O número real 2 é uma solução da inequação $5x + 1 > x + 2$, uma vez que:

$$5 \cdot 2 + 1 > 2 + 2$$

é uma sentença verdadeira.

2.2.2 Conjunto solução de uma inequação

A todos os números reais x tais que transformam a sentença f(x) > g(x) em uma sentença verdadeira damos o nome de conjunto-solução da inequação, normalmente notado por conjunto S.

Exemplo 04:

A inequação $5x + 1 > x + 2$ tem o conjunto-solução $S = \{x \in \mathbb{R} \, / \, x > 1/4\}$, isto é, para qualquer $x_0 \in S$ a sentença $5x_0 + 1 > x_0 + 2$ é verdadeira.

Caso não exista número real x tal que a sentença $f(x) > g(x)$ seja verdadeira, diremos que a inequação $f(x) > g(x)$ é incompatível ou impossível e indicaremos o conjunto solução por $S = \emptyset$.

Exemplo 05:

O conjunto-solução da inequação $2x - 1 > 2x + 2$ é $S = \emptyset$, uma vez que não existe $x_0 \in \mathbb{R}$ que transforme a sentença $2x_0 - 1 > 2x_0 + 2$ em uma sentença verdadeira.

O objetivo de resolver uma inequação é determinar o seu conjunto solução. Se $x_0 \in \mathbb{R}$ é solução da inequação $f(x) > g(x)$, então x_0 é tal que $f(x_0) \in \mathbb{R}$ e $g(x_0) \in \mathbb{R}$, isto é, $x_0 \in D$ (domínio da inequação). Por conseguinte, temos que:

$$x_0 \in S \Longrightarrow x_0 \in D$$

ou seja, o conjunto solução é sempre subconjunto do domínio da inequação.

Desta forma, podemos definir que duas inequações são ditas equivalentes em $D \subset R$ se o conjunto-solução da primeira inequação é igual ao conjunto-solução da segunda inequação.

Exemplo 06:

a) As inequações $4x - 24 > 0$ e $x - 6 > 0$ são ditas equivalentes em $\mathbb{R}$, pois o conjunto solução de ambas é $S = \{x \in \mathbb{R} \,/\, x > 4\}$.

b) As inequações $x < 0$ e $x^2 \geq 16$ não são equivalentes em $\mathbb{R}$, pois $x_0 = -2$ é solução da primeira inequação, mas não é solução da segunda inequação.

2.2.3 Inequações simultâneas

Segundo IEZZI et. al. (2011), uma dupla desigualdade, tal qual $f(x) < g(x) < h(x)$, se decompõe em duas inequações simultâneas, isto é, equivale a um sistema de duas inequações em x, separadas pelo conectivo e:

$$f(x) < g(x) < h(x) \Leftrightarrow f(x) < g(x)\ (1) \qquad \text{e} \qquad g(x) < h(x)\ (2)$$

Indicando com S_1 o conjunto-solução de (1) e S_2 o conjunto-solução de (2), o conjunto-solução da dupla desigualdade é $S = S_1 \cap S_2$:

Exemplo 07:

Para resolver

$$4 + x < 2x + 2 < x + 6$$

Temos que resolver duas inequações:

1) $4 + x < 2x + 2 \Leftrightarrow 2 < x \Leftrightarrow x > 2$

2) $2x + 2 < x + 6 \Leftrightarrow x < 4$

A intersecção desses dois conjuntos é:

$$S = \{x \in \mathbb{R} / 2 < x < 4\}$$

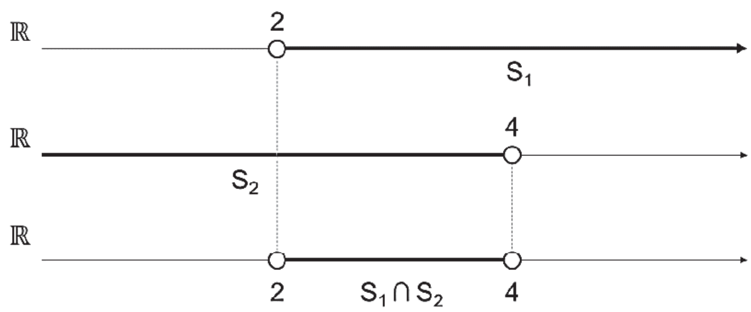


Figura 3: Intersecção dos dois conjuntos

Autoria própria

2.2.4 Aplicações

É bastante comum encontrarmos aplicações de inequações no ensino fundamental e principalmente no ensino médio, envolvendo custo, receita e lucro, que se aproximam da Programação Linear, objeto deste nosso estudo.

A seguir, apresentamos uma destas aplicações.

> ***(Enem Digital 2020 / Adaptado)*** *Uma microempresa especializou-se em produzir um tipo de chaveiro personalizado para brindes. O custo de produção de cada unidade é de R$ 0,42 e são comercializados em pacotes com 400 chaveiros, que são vendidos por R$ 280,00. Além disso, essa empresa tem um custo mensal fixo de R$ 12.880,00 que não depende do número de chaveiros produzidos.*

Qual é o número mínimo de pacotes de chaveiros que devem ser vendidos mensalmente para que essa microempresa não tenha prejuízo no mês?

Vamos inicialmente identificar quais são os custos de fabricação por pacote, que denotaremos por C, desta produção.

Para fabricar tais chaveiros, o enunciado indica um custo fixo (CF) de R$12.880,00 e um custo variável (CV) de R$ 0,42 por unidade. Porém como são 400 unidades por pacote, teremos um CV = 0,42 · 400 = R$ 168,00 / pacote.

Como é solicitado o número de pacotes a serem fabricados e vendidos, temos que para um total de x pacotes fabricados e vendidos, supondo que todos os pacotes fabricados serão necessariamente vendidos, temos que o custo total será dado por:

$$C = CF + CV$$
$$C(x) = 12880 + 168x$$

Já o valor recebido pela empresa, ou seja, a receita R, é dada pelo produto entre o valor unitário de venda de cada um dos pacotes, R$ 280,00 e a quantidade x de pacotes vendidos, logo:

$$R = Valor\ unitário \cdot quantidade\ vendida$$
$$R(x) = 280x$$

De forma conclusiva, o lucro em função da quantidade x de pacotes produzidos e vendidos é definido pela diferença entre a receita auferida e o custo total de produção, ou seja:

$$L(x) = R(x) - C(x)$$
$$L(x) = 280x - (12880 + 168x)$$
$$L(x) = 112x - 12880$$

O que de maneira óbvia nos leva a concluir que tanto o lucro, a receita e o custo total são funções afins.

Podemos analisar tal exercício plotando as funções $R(x)$ e $C(x)$ em um mesmo plano cartesiano e extraindo informações relevantes.

Vejamos o gráfico das funções $R(x)$ e $C(x)$ representados no intervalo compreendido $0 \leq x \leq 200$

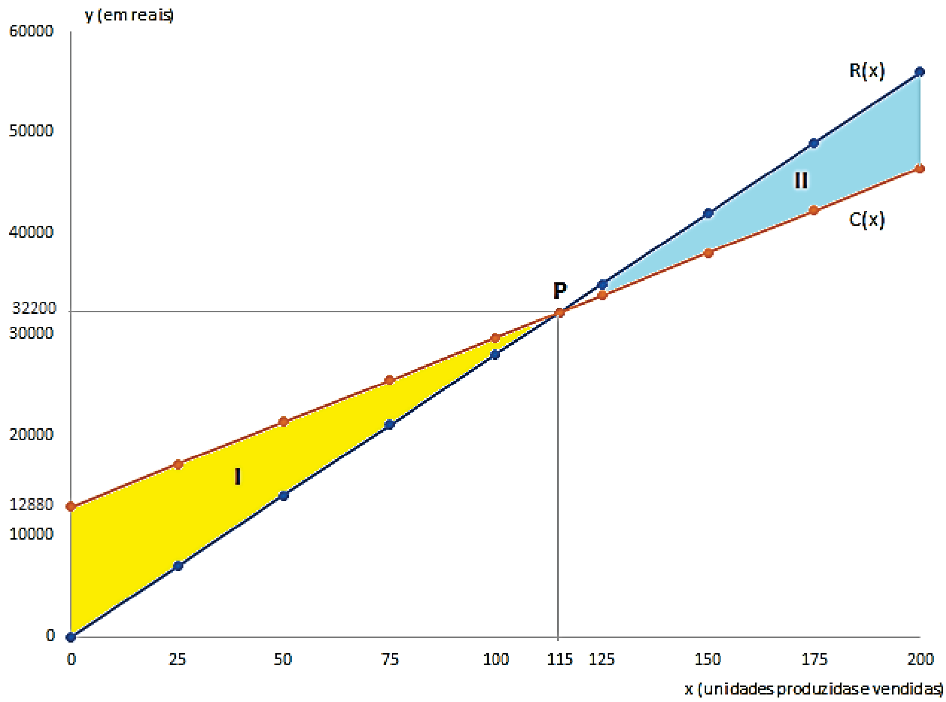


Figura 4: Funções Custo e Receita

Autoria própria

Podemos verificar que as retas se interceptam no ponto P(115; 32200). O ponto P é chamado ponto de equilíbrio, uma vez que demonstra, neste exemplo, a quantidade mínima que deverá ser produzida e vendida (115 unidades) em que a receita equivale aos custos totais (R$ 32.200,00), porém também podemos observar no gráfico que temos na:

- Região I: $C(x) > R(x)$

  $x < 115 \Rightarrow L(x) < 0$.

  Assim, caso a empresa produza e venda uma quantidade inferior a 115 unidades esta terá um prejuízo.

- Região II: $R(x) > C(x)$

  $x > 115 \Rightarrow L(x) > 0$.

Assim, caso a empresa produza e venda uma quantidade superior a 115 unidades esta terá um lucro.

Convém salientar que como x determina a quantidade de pacotes a serem produzidos e vendidos, teremos necessariamente que $x \geq 0$.

Desta forma, o aluno, analisando o gráfico das funções $C(x)$ e $R(x)$ deveria concluir e responder que "o número mínimo de pacotes de chaveiros que devem ser vendidos mensalmente para que essa microempresa não tenha prejuízo no mês deverá ser de 115 unidades".

2.3 Equações Lineares

Um dos objetos mais aplicáveis a questões do Ensino Médio envolvem as equações lineares pois são extremamente úteis para a resolução de problemas em diversas áreas. Diversos problemas, inclusive no Ensino Superior, são obtidos através da modelagem matemática e resolvidos através de sistemas de equações.

Apresentaremos a seguir os conceitos de equações lineares e também sistema de equações, segundo IEZZI (1977).

Definição. Uma equação linear em n incógnitas x1; x2; ...; xn é uma equação da forma

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \cdots + a_nx_n = b,$$

onde $a_1;\ a_1;\ \ldots;\ a_n;\ b$ são constantes reais.

Uma solução para a equação linear acima é um conjunto de números reais s_1; s_2; ... ; s_n tais que quando substituímos

$$x_1 = s_1;\ x_2 = s_2;\ \ldots;\ x_n = s_n\ ,$$

a equação é satisfeita.

Exemplo 08: Equação com solução única

$$5x = 15$$

Esta equação tem como solução única $x = 3$, portanto seu conjunto solução é $S = \{\ 3\ \}$

Exemplo 09: Equação com nenhuma solução

$0x = 7$

Esta equação não tem nenhuma solução, pois não existe nenhum número real que multiplicado por 0 resulta em 7. Logo,

$S = \emptyset$;

Exemplo 10: Equação com infinitas soluções

$3x + 4y - 5z = 6$

Podemos isolar qualquer uma das variáveis, escrevendo-as em função das outras.

Por exemplo, isolando x, temos

$$x = \frac{5}{3}z - \frac{4}{3}y + 2$$

Desta forma, ao escrevemos x em função de y e z, as variáveis y e z não dependeriam de nenhuma outra, elas são ditas variáveis livres. Logo, elas podem assumir quaisquer valores reais arbitrários, digamos

$$y = k_1 \; e \; z = k_2$$

Assim sendo, o conjunto solução desta equação linear possui infinitos elementos, ou infinitas soluções, podendo ser generalizada na forma:

$$S = \left\{\frac{5}{3}k_2 - \frac{4}{3}k_1 + 2; k_1, k_2 \in \mathbb{R}\right\}$$

Ou seja, as soluções da equação linear têm essa forma para algum valor de k_1 e algum valor de k_2, por exemplo:

$$x = 2, y = 0, z = 0$$

e

$$x = -1, y = 6, z = 3$$

são possíveis soluções da equação linear apresentada.

2.4 Sistemas lineares

Um sistema de equações lineares é simplesmente um conjunto de várias equações lineares.

Definição: Um sistema de m equações lineares com n variáveis é um conjunto de equações lineares da forma:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + a_{m3}x_3 + \cdots + a_{mn}x_n = b_m \end{cases}$$

onde a_{ij} ; b_i para i = 1; 2; ...; m e j = 1; 2; ...; n são constantes reais, chamados de coeficientes do sistema.

É muito comum usar a notação de matrizes, desta forma o sistema linear acima pode ser representado pela equação matricial

$$AX = B$$

em que

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}, X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}, \ B = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix}$$

A matriz A é chamada de matriz do sistema.

Definição: Uma solução do sistema linear AX = B é uma matriz coluna de números reais

$$S = \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ \vdots \\ s_n \end{bmatrix}$$

todas as soluções do sistema são satisfeitas quando são feitas as substituições

$$x_1 = s_1;\ x_2 = s_2;\ \ldots;\ x_n = s_n\ ,$$

ou seja, S satisfaz

$$AS = B$$

O conjunto de todas as soluções do sistema é chamado conjunto solução.

Exemplo11:

O sistema linear:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 = 5 \\ 3x_1 - 3x_2 = -3 \end{cases}$$

pode ser representado por:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ -3 \end{bmatrix}$$

A solução deste sistema é única e representada por:

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

Ou seja:

$$x_1 = 1 \; e \; x_2 = 2$$

2.4.1 Quantidade de soluções de um sistema linear

Todo e qualquer sistema de equações lineares possui apenas três possibilidades: é incompatível ou impossível, ou seja, não possui soluções, ou ele tem uma única solução, denominado possível e determinado, ou ele tem infinitas soluções, denominado possível e indeterminado. A prova desse fato está contida e dada por:

Proposição. Se um sistema linear possui duas soluções distintas, então ele possui infinitas soluções.

Demonstração: Seja $AX = B$ um sistema linear e suponha que X_1 e X_2 são duas soluções distintas para esse sistema. Podemos afirmar que:

$$X_\lambda = (1 - \lambda)X_1 + \lambda X_2$$

também será uma solução para esse sistema para qualquer valor real de λ. De fato,

$$AX_\lambda = A[(1-\lambda)X_1 + \lambda X_2]$$
$$AX_\lambda = A(1-\lambda)X_1 + A\lambda X_2$$
$$AX_\lambda = (1-\lambda)AX_1 + \lambda AX_2$$
$$AX_\lambda = (1-\lambda)B + \lambda B$$
$$AX_\lambda = B$$

2.4.2 Sistema linear homogêneo

Definição: Seja um sistema linear na forma

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \cdots + a_{1n}x_n = 0 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \cdots + a_{2n}x_n = 0 \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + a_{m3}x_3 + \cdots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases}$$

ou seja

$$AX = 0$$

é chamado **sistema linear homogêneo.**

Um sistema linear homogêneo sempre possuirá solução, uma vez que todo sistema linear homogêneo admite, pelo menos, a solução formada por elementos nulos, chamada **solução trivial**.

$$x_1 = x_2 = x_3 = \cdots = x_n = 0$$

Da proposição anterior, podemos concluir que se o sistema homogêneo possuir uma solução nula, então ele possuirá infinitas soluções, denominadas soluções próprias.

Proposição. Se A = $(a_{ij})_{mxn}$ é uma matriz com mais colunas que linhas, ou seja, m < n , então o sistema homogêneo $AX = 0$ possui infinitas soluções.

Demonstração: Sejam X_1 e X_2 duas soluções de um sistema linear homogêneo $AX = 0$, então qualquer combinação linear dessas soluções, isto é, qualquer matriz da forma,

$$aX_1 + bX_2$$

para quaisquer números reais α e β, também é uma solução para o sistema.
De fato,

$$A(\alpha X_1 + \beta X_2) = A(\alpha X_1) + A(\beta X_2) = \alpha(AX_1) + \beta(AX_2) = 0 + 0 = 0$$

Isso só vale para sistemas lineares homogêneos. Se X_1 e X_2 são duas soluções de um sistema linear $AX = B$, com $B \neq 0$, então em geral $aX_1 + aX_2$ não é uma solução de $AX = B$, pois

$$A(\alpha X_1 + \beta X_2) = A(\alpha X_1) + A(\beta X_2) = \alpha(AX_1) + \beta(AX_2) = \alpha B + \beta B = (\alpha + \beta)B \neq B$$

a não ser que $\alpha + \beta = 1$, ou seja, apenas combinações lineares da forma

$$\lambda X_1 + (1 - \lambda)X_2 = 1$$

são soluções de $AX = B$.

2.5 Representação no plano de funções e inequações do primeiro grau

Desde o Ensino Fundamental e por diversas vezes no Ensino Médio é solicitado que seja representado o gráfico da uma função afim na forma $y = ax + b,$ no plano cartesiano. Mas são poucas as solicitações para a representação e interpretação de uma inequação do primeiro grau na forma $y > ax + b$, por exemplo.

Para uma melhor compreensão, iremos analisar graficamente as características resultantes de cada desigualdade de forma intuitiva.

Inicialmente, podemos considerar uma inequação na forma $x_1 + x_2 \leq 8$. É uma inequação que tem como equação correspondente $x_1 + x_2 = 8$

A representação da equação $x_1 + x_2 = 8$ é uma reta (figura 3). Esta reta divide o plano em dois semiplanos π_1 e π_2 tal que:

$$\pi_1 = \{(x_1, x_2): x_1 + x_2 > 8\}$$
$$\pi_2 = \{(x_1, x_2): x_1 + x_2 < 8\}$$

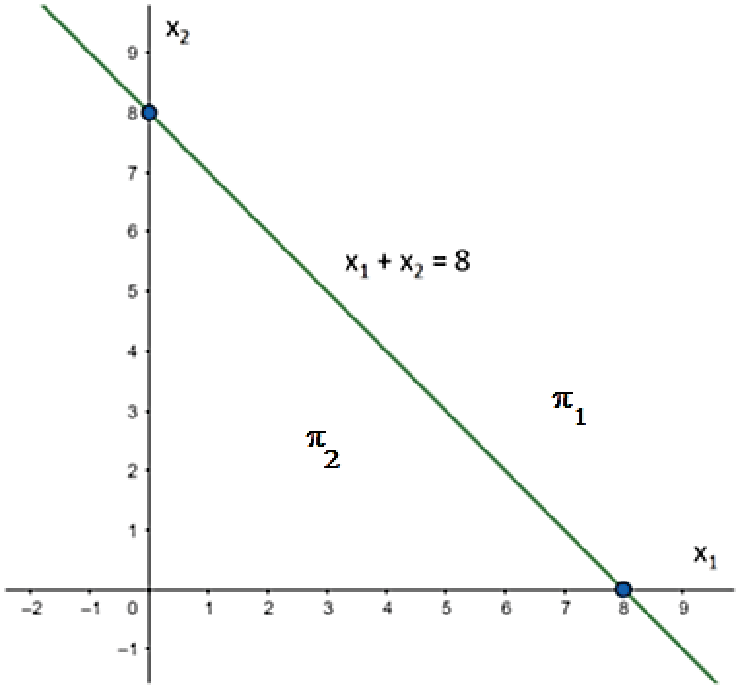


Figura 5: Representação geométrica da equação.
Autoria própria

Porém, faz-se necessário interpretar que cada ponto sobre a reta representa um par ordenado (x_1, x_2) tal que a soma dos valores numéricos das coordenadas seja sempre igual a 8. Esta representação da reta divide o plano cartesiano em dois semiplanos, π_1 e π_2, sendo que π_2 será definido por $x_1 + x_2 \leq 8$, indicando que a soma deve ser necessariamente um valor **menor ou igual** a 8, portanto a intersecção entre a reta $x_1 + x_2 = 8$ e o semiplano π_2 (localizada na região abaixo da reta) atende corretamente ao especificado na condição inicial $(x_1 + x_2 \leq 8)$.

Veremos mais especificamente adiante que em casos de Programação Linear os valores de x_1 e x_2 serão, normalmente, não negativos. Desta forma podemos representar as condições de não negatividade e da inequação $x_1 + x_2 \leq 8$ em um único plano cartesiano.

Então, teremos um conjunto de inequações simultâneas:

$$\begin{cases} x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \\ x_1 + x_2 \leq 8 \end{cases}$$

representado tal qual a seguir.

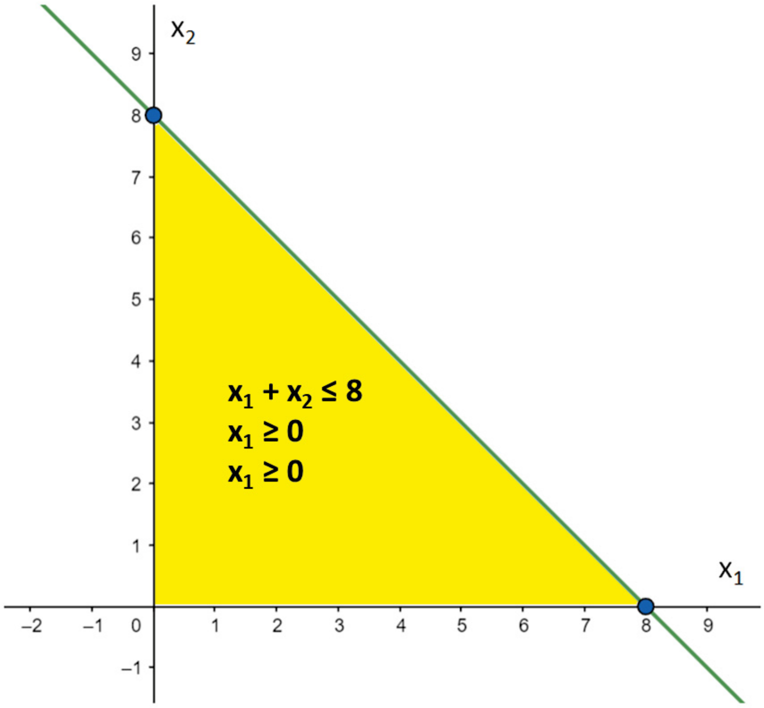


Figura 6 - Representação geométrica das inequações simultâneas.

Autoria própria

3 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS EM MATEMÁTICA

Um dos maiores desafios da prática pedagógica nas aulas de Matemática é instigar o aluno a resolver problemas que façam sentido na vida cotidiana deles ou que, minimamente, ele perceba que o que se está estudando possa ser utilizada como uma ferramenta para algo mais adiante, principalmente em situações que imitam a vida real.

Desta forma, faz-se necessário mudar a forma de se ensinar Matemática, segundo SOARES (1998):

> *No método tradicional de educação o aluno é, desde seus primeiros passos, habituado a tomar*

conhecimento de seus deveres e entre estes está, em primeiro lugar, prestar atenção ao que lhe ensina o professor, mas este prestar atenção tem um significado: ficar calado e olhando, sem contestar, sem perguntar, sem interagir, sem debater, sem poder ser ele mesmo.

Assim, uma das vertentes que se obtém excelentes resultados no sentido de fazer o aluno ser protagonista do aprendizado é a ideia do “ensino da Matemática através da resolução de problemas”. Afinal, que estudante não se sente vencedor ao resolver um desafio proposto?

O ensino da Matemática através da resolução de problemas vem de encontro a uma das maiores necessidades em um universo educacional cada vez mais ágil e dinâmico, transformar o ensino da Matemática significativa no contexto ensino - aprendizagem em contraposição ao ensino da Matemática por repetição, surge o ensino por compreensão.

Em meados da década de 40, POLYA (1994) já mencionava no prefácio do seu livro “A arte de resolver problemas”:

Uma grande descoberta resolve um grande problema, mas sempre há uma pitada de descoberta na resolução de qualquer problema. O problema pode ser modesto, mas se ele desafiar a curiosidade e colocar em jogo as faculdades inventivas ,quem o resolve, por seus próprios meios, experimentará a tensão e gozará o triunfo da descoberta”.

O autor sugere que os conhecimentos adquiridos em Matemática podem e devem ser aplicados para resolver novos problemas e neste sentido, a resolução de problemas é visto como uma metodologia de ensino da Matemática que permite utilizar uma situação problema no desenvolvimento de uma atividade didática.

Mas devemos resolver os problemas apenas por resolvê-los?

Segundo DANTE (2000), podemos verificar que a resolução de problemas apresenta os seguintes objetivos:

- Fazer o aluno pensar produtivamente: as situações-problemas devem ser apresentadas de modo que envolva o aluno, o desafiem e o motivem a querer resolvê-la.
- Desenvolver o raciocínio do aluno: desenvolver no aluno a habilidade de elaborar um raciocínio lógico e fazer uso inteligente dos recursos disponíveis.
- Ensinar o aluno a enfrentar situações novas: preparar o aluno para lidar com situações novas, quaisquer que sejam elas.
- Dar ao aluno a oportunidade de se envolver com as aplicações da Matemática: é preciso que o aluno saiba quando e como usar a Matemática convenientemente na resolução de situações-problemas.

É de grande importância que o professor conduza suas atividades pautadas sobre objetivos muito claros, sabendo claramente onde deseja chegar e quais os atributos matemáticos deseja desenvolver nos alunos.

Neste sentido, foi proposto aos alunos da 2ª série do Ensino Médio uma sucessão de problemas envolvendo as representações gráficas de funções e inequações do primeiro grau, associado a resolução de sistemas lineares e ao término de cada atividade ele tinha que tomar uma decisão, proposta no enunciado cuja resposta deveria ter sido desenvolvida pela resolução do problema.

3.1 Planejamento da prática

A elaboração de atividade para a grande maioria dos professores torna-se algo desestimulador uma vez que a vida do profissional de educação normalmente é repleta de muitos compromissos e muitas responsabilidades, o que, não raras vezes, diminui o tempo de atualização e aperfeiçoamento. Porém, se esse fato é uma realidade, não pode ser utilizado como desculpas que alguns profissionais permaneçam inertes e fiéis seguidores de práticas desatualizadas ou usando os materiais didáticos como um “guia” em que não se dá um passo fora da linha sem que esteja previamente estabelecido no material.

O desafio de criar algo relevante para o processo de ensino e aprendizagem em Matemática foi proporcionado pela abrangência em que cursos como este Mestrado Profissionalizante proporciona, por diversas vezes a realização das disciplinas possibilitou descobertas e aprendizagens, mas principalmente, ofereceu oportunidade de discussão entre colegas, contato com diversas experiências e realidades distintas.

Esta atividade foi realizada com os alunos da 2ª série do Ensino Médio do Colégio Sagrado Coração de Jesus, em Curitiba, pertencente ao SAGRADO - Rede de Educação. O Sagrado, como carinhosamente o chamamos, faz parte de uma rede educacional administrativamente dividida em duas regiões, uma denominada Sagrado Sul, a qual pertencemos, com 9 unidades educacionais distribuídas entre os estados do Paraná e Rio Grande do Sul e outra região, sem nome específico, com 11 unidades distribuídas entre os estados de São Paulo, Rio de Janeiro, Tocantins, Pará e o Distrito Federal.

Em meados de 2021 os alunos foram desafiados a realizar as atividades, durante o período de aulas, mesmo que a prática envolvesse objetos de estudos os quais estavam sendo desenvolvidos no momento - Sistemas Lineares. Para a resolução dos desafios não fora oferecido nenhuma recompensa, como nota extra, pois queríamos mensurar o engajamento dos alunos em resolver um desafio proposto. A abordagem metodológica foi através da resolução de problemas, que possibilitaria, inicialmente, a proposição de uma situação-problema que deveria ser investigada, motivando e envolvendo os alunos na busca da sua solução.

Assim, desde o início pretendíamos desenvolver nos alunos aspectos como autonomia, criatividade e iniciativa, a fim de contemplar a teoria da resolução de problemas em matemática.

4. PRÉ ATIVIDADE

Em um primeiro momento o objetivo foi propor uma situação-problema sobre tomadas de decisão mediante a resolução de um problema, porém percebeu-se que a maioria dos educandos, por mais que soubessem representar uma função do primeiro grau no plano cartesiano não sabia interpretar o significado da reta que acabaram de representar e tampouco sabiam como verificar eventuais soluções para uma inequação do primeiro grau no mesmo plano cartesiano.

Ato contínuo, fora feita uma explanação sobre as representações gráficas de funções e inequações do primeiro grau, como já apresentado neste trabalho.

No segundo momento fora apresentada a primeira atividade.

4.1 Atividade 01

Apresentação do problema:

Certa empresa fabrica dois produtos P1 e P2.

O lucro unitário do produto P1 é de R$ 1.000 e o lucro unitário de P2 é de R$ 1.800. Sabendo que:

- a empresa precisa de 20 horas para fabricar uma unidade de P1 e de 30 horas para fabricar uma unidade de P2 e que o tempo de produção disponível para isso é de 1200 horas;
- a demanda esperada para cada produto é de até 40 unidades anuais para P1 e de até 30 unidades anuais para P2.

Determine qual é o plano de produção (unidades produzidas de cada produto) para que a empresa maximize seu lucro nesses itens.

Inicialmente a tendência da maioria dos alunos foi tentar resolver por tentativa e erro o que imediatamente foi abandonada pelo grande número de possibilidades de resposta, afinal, haviam várias possibilidades de se determinar as horas necessárias para a produção dos produtos P1 e P2, atendendo as restrições e que ainda davam lucro, mas como ter certeza que o lucro era máximo?

Houve ainda uma discussão sobre produzir a maior quantidade possível do produto que obtivesse o maior lucro, ou seja, produzir apenas o produto P2. Apesar da decisão de produzir apenas o produto P2 produzisse um lucro, seria esse lucro o maior possível?

Então passamos a orientar os alunos a seguir, aproximadamente, a proposta de encaminhamento de resolução de problemas sugerida por Polya (1994):

1ª etapa: compreensão do problema;

2ª etapa: construção de uma estratégia de resolução;

3ª etapa: execução da estratégia;

4ª etapa: revisão da solução.

Então, de forma não explícita, os alunos iniciaram a compreensão do problema e a construção das estratégias (1ª e 2ª etapas) a partir da construção e compreensão da modelagem matemática e de suas restrições.

4.1.1 Modelagem matemática

Seja x_1 a quantidade (unidades) a ser produzida do produto P1 e x_2 a quantidade (unidades) a ser produzida do produto P2, temos o seguinte objetivo.

$$Max\ L(x_1, x_2) = 1000x_1 + 1800x_2$$

Era necessário maximizar os resultados da função lucro em função das variáveis x_1 e x_2.

4.1.2 Restrições

As quantidades produzidas x_1 e x_2 obviamente não poderiam ser negativas e devem ser inteiras. Haviam também as restrições de tempo total (1200 horas) e de demandas de cada produto. Desta forma as restrições obtidas pelos dados do enunciado foram:

$$\begin{cases} x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \\ 20x_1 + 30x_2 \leq 1200 \\ x_1 \leq 40 \\ x_2 \leq 30 \end{cases}$$

4.1.3 Representações das condições no plano cartesiano

Convém salientar que todas as cinco restrições do problema foram plotadas separadamente no plano cartesiano e estão representadas nas figuras de 7 a 12. O fato de as variáveis x_1 e x_2 poderem inteiras não foram consideradas, umas vez que não há a informação do tipo de produto a ser produzido e foram analisadas posteriormente à solução encontrada. Na Figura 12 as restrições são plotadas na mesma imagem.

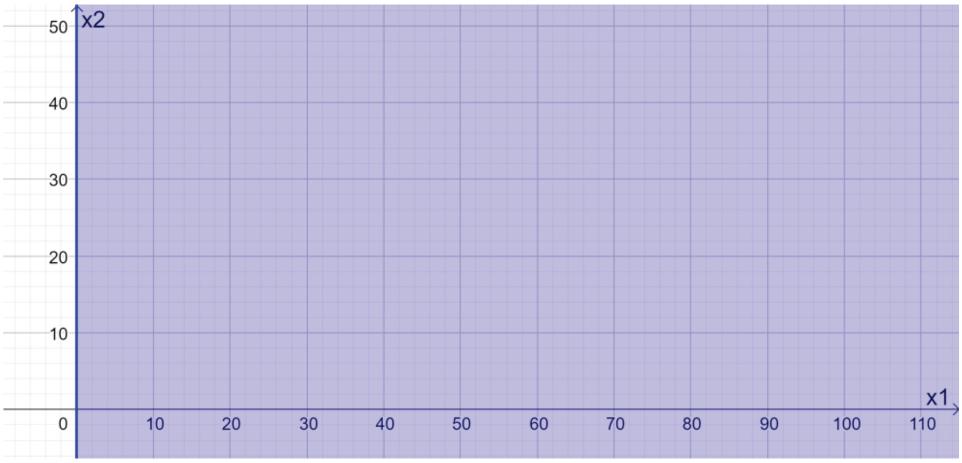


Figura 7 - Representação da restrição $x_1 \geq 0$

Autoria própria

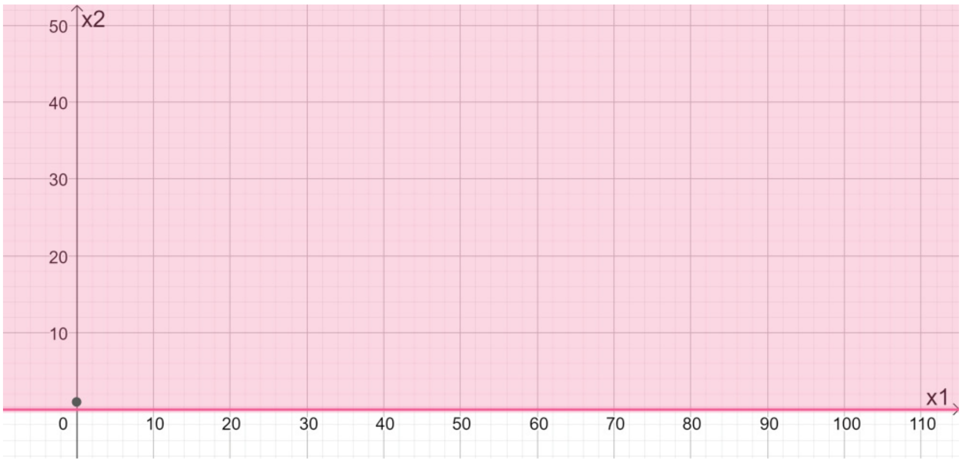


Figura 8 - Representação da restrição $x_2 \geq 0$

Autoria própria

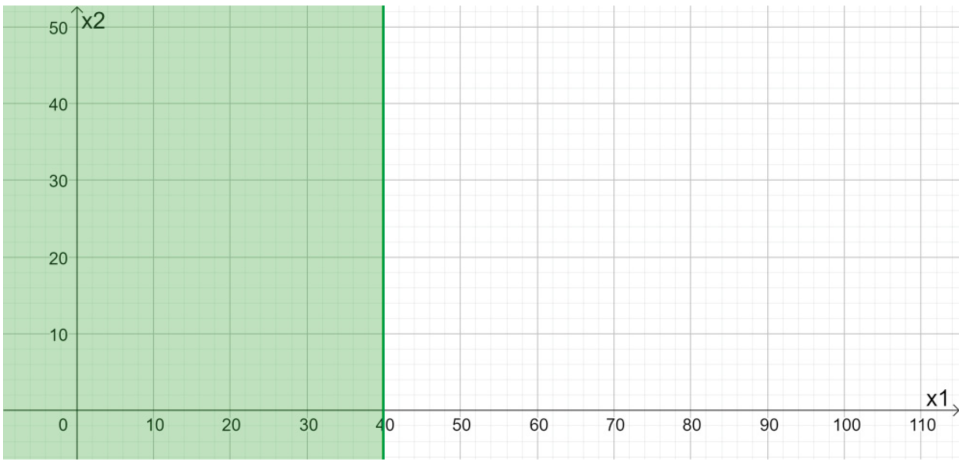


Figura 9 - Representação da restrição $x_1 \leq 40$

Autoria própria

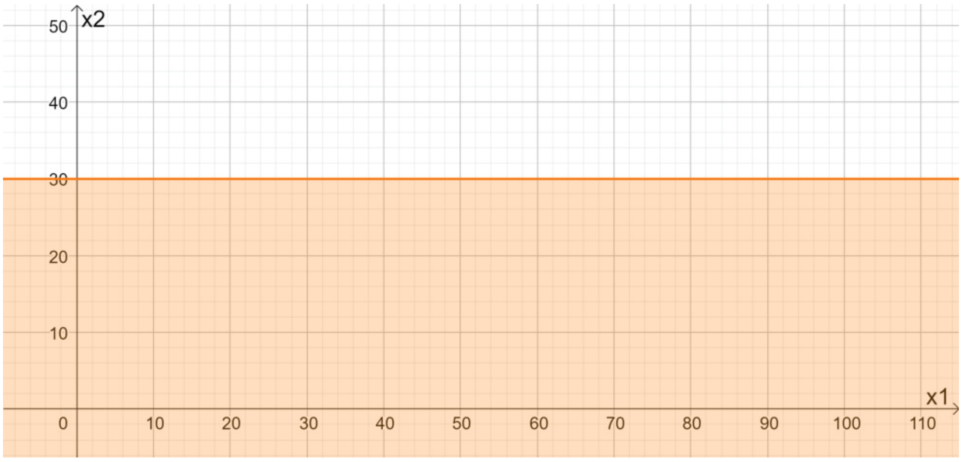


Figura 10 - Representação da restrição $x_2 \leq 30$

Autoria própria

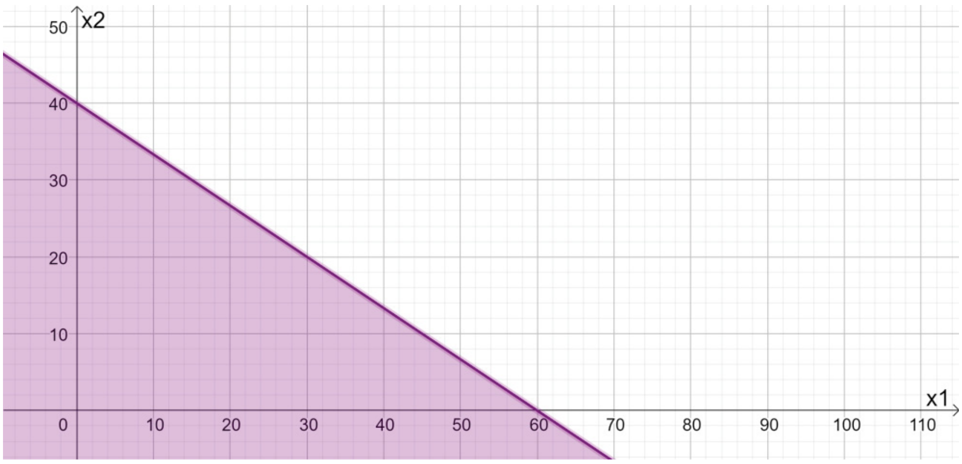


Figura 11 - Representação da restrição $20x_1 + 30x_2 \leq 1200$

Autoria própria

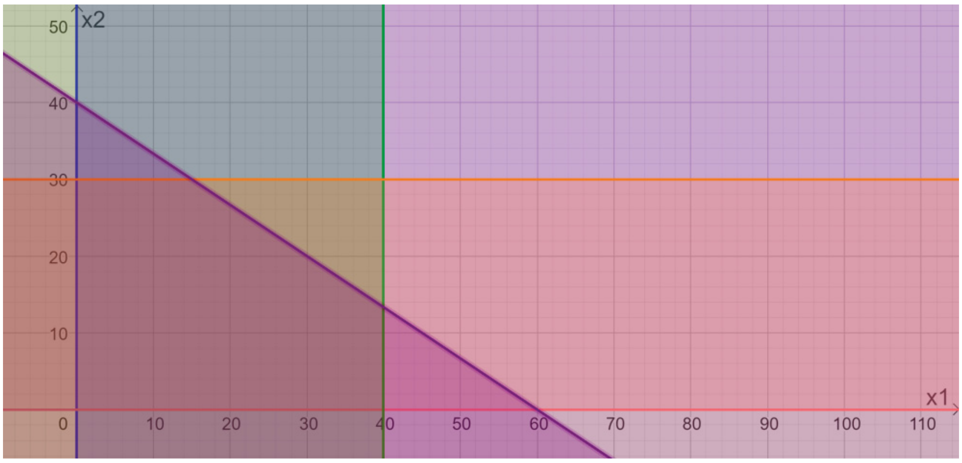


Figura 12 - Representação de todas as restrições plotadas no mesmo plano cartesiano
Autoria própria

4.1.4 Polígono de soluções

Como objetivo inicial é determinar um conjunto de possíveis soluções que atendam todas as restrições, facilmente percebemos a existência de um **polígono de soluções**, em destaque na figura 13, que fora obtido pela interseção de todas as regiões delimitadas pelas inequações propostas nas restrições.

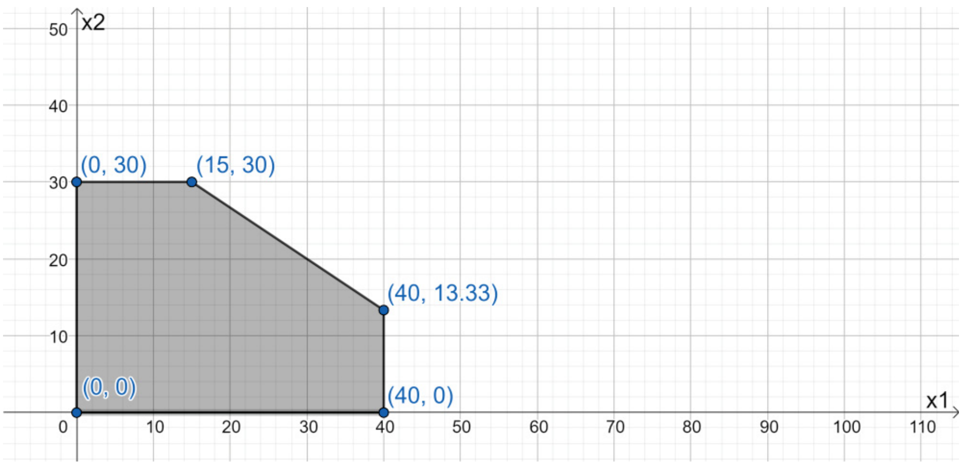


Figura 13 - Polígono de soluções da atividade 01
Autoria própria

Desta forma, todo e qualquer ponto pertencente a região delimitada pelo polígono de soluções atende as necessidades propostas pela atividade e as devidas restrições, porém precisamos determinar uma solução ótima, ou seja, que maximize a função lucro determinada por $L(x_1, x_2) = 1000x_1 + 1800x_2$.

Fora feito o seguinte questionamento: "qual seria o ponto desta região que teríamos a melhor solução, no caso, o maior lucro?"

Alguns alunos se posicionaram no sentido de fazer uma inspeção utilizando os cinco pontos determinados pelos vértices do polígono de soluções, mas não souberam responder se algum ponto interno ao polígono poderia ter algum valor ainda melhor comparado ao vértice que eventualmente tivesse o maior lucro calculado.

Assim, como mediador, houve a necessidade de uma intervenção mais contundente.

Sugeriu-se utilizar a função objetivo, $L(x_1, x_2) = 1000x_1 + 1800x_2$ de tal forma a representar o lucro, ainda desconhecido, arbitrando valores para $L(x_1, x_2)$. Desta maneira obtivemos:

$$0 = 1000x_1 + 1800x_2$$
$$8000 = 1000x_1 + 1800x_2$$
$$16000 = 1000x_1 + 1800x_2$$
$$24000 = 1000x_1 + 1800x_2$$
$$32000 = 1000x_1 + 1800x_2$$
$$40000 = 1000x_1 + 1800x_2$$

Estas diversas representações são costumeiramente chamadas de **curvas de nível,** ou simplesmente um feixe de retas paralelas e, por óbvio, todas são paralelas entre si.

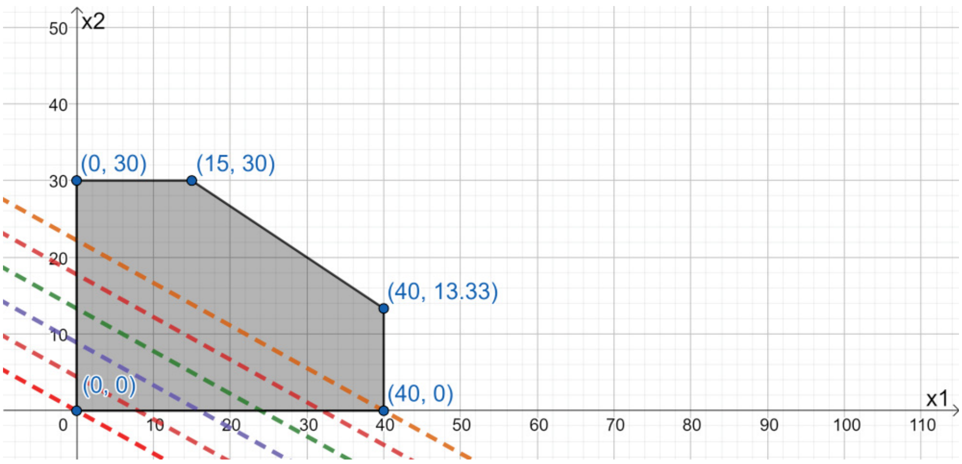


Figura 14: Feixe de retas paralelas - Atividade 01

Autoria própria

A representação do feixe de retas oriundas das equações que passam polígono de soluções do sistema de inequações lineares alimenta, ainda que de forma intuitiva, os alunos a perceber que existe uma relação entre a função lucro e o polígono de soluções. Desta forma podemos trazer a luz o Teorema Fundamental da Programação Linear.

> *Uma vez que todas as equações e/ou inequações envolvidas são lineares, o valor ótimo da função-objetivo Z só pode ocorrer em um dos vértices da região das restrições.*

De forma simples, sem grandes rigores, fora informado que para o Teorema Fundamental da Programação Linear, o par ordenado (neste caso), a solução de um problema de Programação Linear atinge seu máximo (ou mínimo) sobre um polígono limitado e convexo em um ponto extremo (LUENBERGER, 1973).

Então, uma das alternativas seria efetuar a substituição das coordenadas dos vértices na função objetivo ou ainda, traçar o feixe de retas paralelas até determinar o ponto mais distante da origem do sistema, uma vez que o objetivo deste problema é maximizar o valor da função.

Nesta atividade, foram determinados os seguintes pontos:

(0; 0), (40; 0), (0; 30), (15; 30) e (40; $\frac{40}{3}$).

Substituindo os pontos na função objetivo $L(x_1, x_2) = 1000x_1 + 1800x_2$, cujo objetivo era a sua maximização, teremos:

	Quantidade de produtos P1	Quantidade de produtos P2	Lucro
Par ordenado	x_1	x_2	$L = 1000x_1 + 1800x_2$
(0; 0)	0	0	0
(40; 0)	40	0	40.000
(0; 30)	0	30	54.000
(15; 30)	15	30	69.000
(40; $\frac{40}{3}$)	40	$\frac{40}{3}$	64.000

Tabela 3 - Pontos extremos aplicados a função objetivo

Para efeitos de comparação, fora representado no plano cartesiano o feixe de retas paralelas e indicando a mais distantes da origem para confirmar a conclusão que fora determinada pela substituição dos extremos na função objetivo.

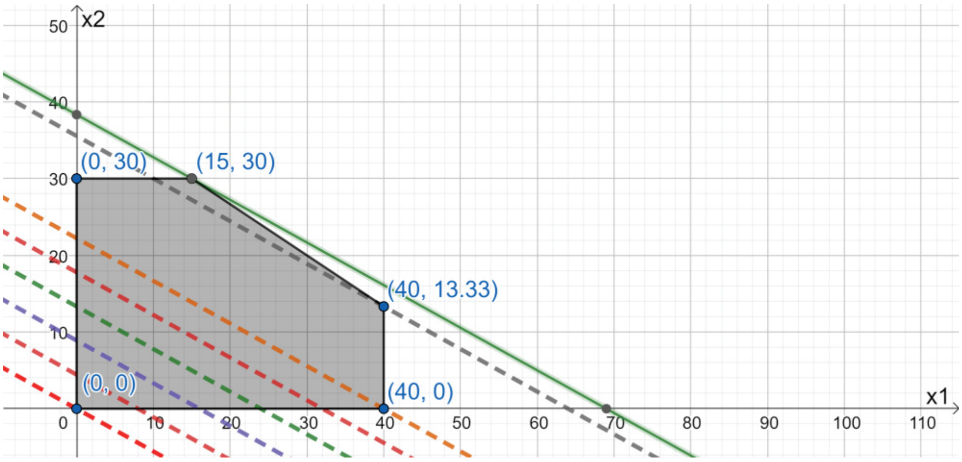


Figura 15: Feixe de retas paralelas

Autoria própria

4.1.5 Solução ótima

Fora discutido o significado do feixe de retas paralelas a função objetivo e concluiu-se que a solução ótima, ou melhor solução, é a produção de 15 unidades do produto P1 e 30 unidades do produto P2, levando a um lucro de R$ 69.000,00, o maior valor possível diante das restrições impostas pelo enunciado.

Desta forma foi-se por terra as ideias iniciais de fazer todo o exercício por tentativa e erro ou produzir apenas produtos P2, que geram maior lucro unitário. Ficou evidente para os alunos que em Programação Linear, e não apenas nesse ramo, a ideia inicial pode ser confrontada por outras ideias de tal maneira a chegar em uma solução ainda melhor.

4.2 Atividade 02

Apresentação do problema:

Para uma boa alimentação, o corpo necessita de vitaminas e proteínas. Estabeleça a quantidade diária de carne e ovos que deve ser consumida para suprir as necessidades de vitaminas e proteínas com o menor custo possível, sabendo que:

- a necessidade mínima de vitaminas é de 32 unidades por dia e a de proteínas de 36 unidades por dia;
- uma pessoa tem disponível carne e ovos para se alimentar;
- cada unidade de carne contém 4 unidades de vitaminas e 6 unidades de proteínas;
- cada unidade de ovo contém 8 unidades de vitaminas e 6 unidades de proteínas;
- cada unidade de carne custa R$ 3,00 e cada unidade de ovo custa R$ 2,50.

Agora, mais esclarecidos, os alunos já tinham em mente a necessidade de realizar a modelagem de tal forma a estabelecer objetivos e restrições.

Esta atividade ainda foi realizada com o professor como condutor das ações e mediando as discussões. Ficou estabelecido que as duas últimas duas atividades (03 e 04) ficaram para discussões em duplas de alunos de tal forma a perceber a efetiva compreensão dos objetos de estudos.

4.2.1 Modelagem matemática

Sendo x_1 a quantidade de unidades de carne a serem consumidas e x_2 a quantidade de unidades de ovos a serem consumidas, temos o seguinte objetivo.

$$Min\, C(x_1, x_2) = 3x_1 + 2{,}50x_2$$

Era necessário minimizar o resultado da função custo em função das variáveis x_1 e x_2.

4.2.2 Restrições

As quantidades de unidades consumidas x1 e x2 obviamente não poderiam ser negativas e deveriam ser inteiras. Haviam também as restrições de consumo mínimo de vitaminas (32 unidades / dia) e proteínas (36 unidades / dia).

Desta forma as restrições obtidas pelos dados do enunciado foram:

$$\begin{cases} x_1 \geq 0 \ e \ inteira \\ x_2 \geq 0 \ e \ inteira \\ 4x_1 + 8x_2 \geq 32 \\ 6x_1 + 6x_2 \geq 36 \end{cases}$$

4.2.3 Representações das condições no plano cartesiano

Todas as cinco restrições do problema foram plotadas separadamente no plano cartesiano e estão representadas nas Figuras de 16 a 20. O fato de as variáveis x_1 e x_2 serem inteiras não foram representadas e foram analisadas posteriormente à solução encontrada. Na Figura 20 as restrições são plotadas na mesma imagem.

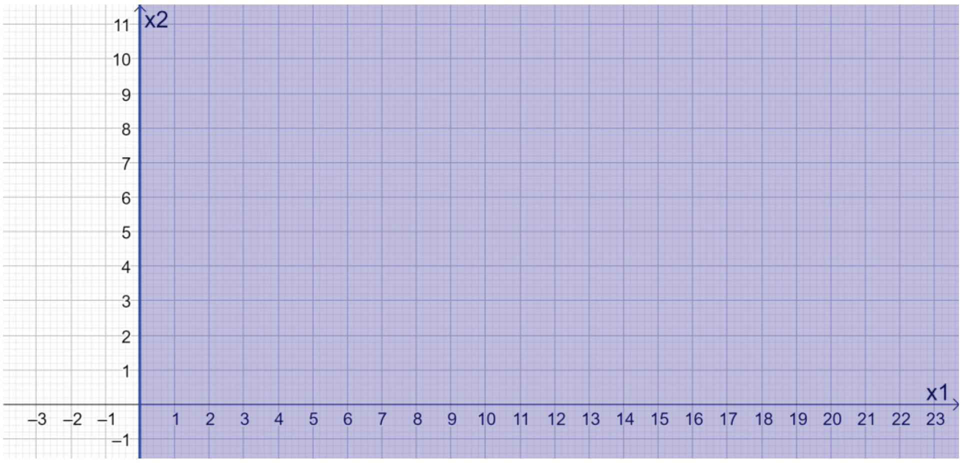


Figura 16: Representação da restrição $x_1 \geq 0$

Autoria própria

Figura 17: Representação da restrição $x_2 \geq 0$

Autoria própria

Figura 18: Representação da restrição $4x_1 + 8x_2 \geq 32$

Autoria própria

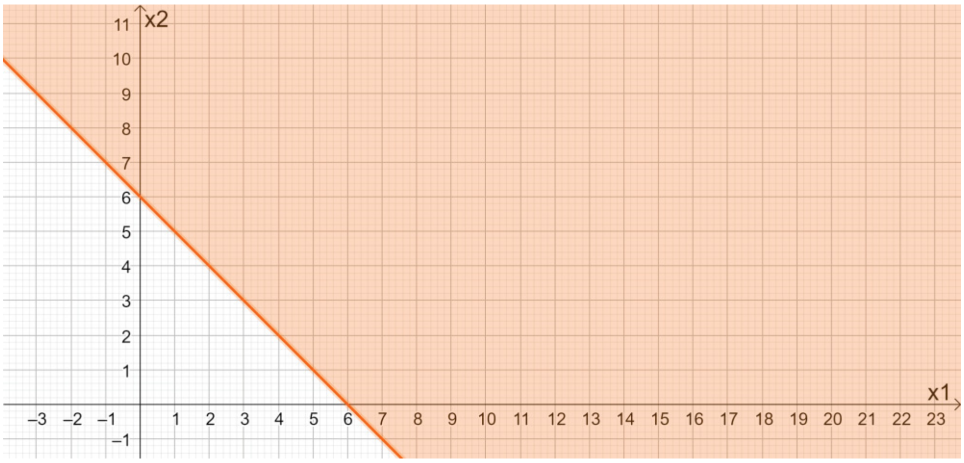


Figura 19: Representação da restrição $6x_1 + 6x_2 \geq 36$

Autoria própria

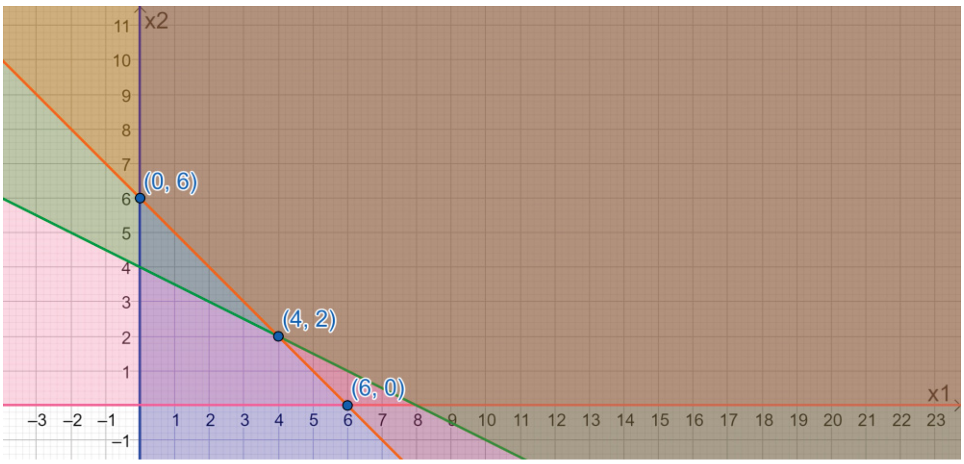


Figura 20 - Representação de todas as restrições plotadas no mesmo plano cartesiano

Autoria própria

4.2.4 Polígono de soluções

Como objetivo inicial é determinar um conjunto de possíveis soluções que atendam todas as restrições, facilmente percebemos a existência de um polígono ilimitado de soluções, em destaque na Figura 21, que fora obtido pela interseção de todas as regiões delimitadas pelas inequações propostas nas restrições.

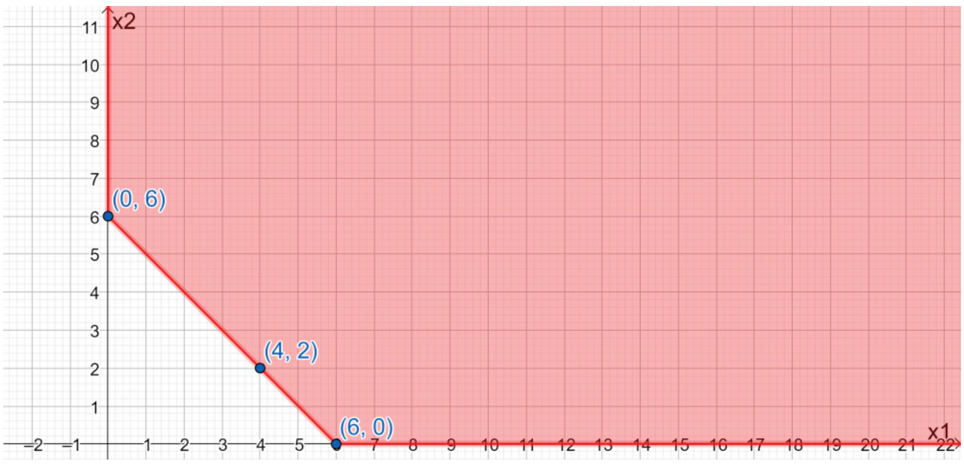


Figura 21: Polígono ilimitado de soluções - Atividade 02

Autoria própria

Desta forma, todo e qualquer ponto pertencente a região delimitada pelo polígono de soluções atende as necessidades propostas pela atividade e as devidas restrições, porém precisamos determinar uma solução ótima, ou seja, que minimize a função custo determinada por $C(x_1, x_2) = 3x_1 + 2{,}50x_2$.

Como fora mencionado, agora mas esclarecidos, os alunos já sabiam que teriam as possiblidades de primeiro, atribuir os pares ordenados dos vértices do polígono ilimitado de soluções ou segundo, traçar o feixe de retas paralelas.

Ato contínuo, fora realizada a elaboração da tabela que calcula os valores da função custo a partir dos vértices do polígono ilimitado de soluções.

Nesta atividade, foram determinados os seguintes pontos:

(4; 2), (0; 6) e (8; 0).

Substituindo os pontos na função objetivo $C(x_1, x_2) = 3x_1 + 2{,}50x_2$, cujo objetivo era a sua minimização, teremos:

	Unidades de carne consumidas	Unidades de ovo consumida	Custo
Par ordenado	x_1	x_2	$C = 3x_1 + 2{,}50x_2$
(4; 2)	4	2	17
(0; 6)	0	6	15
(6; 0)	6	0	18

Tabela 4 - Pontos extremos aplicados a função objetivo - Atividade 02

Autoria própria

Prezando pela compreensão da relação dos valores obtidos pela Tabela 4 e a representação gráfica das inequações que representavam as restrições, mostramos na Figura 22 as retas paralelas abaixo, oriundas da função objetivo custo:

$$0 = 3x_1 + 2{,}50x_2$$
$$4 = 3x_1 + 2{,}50x_2$$
$$15 = 3x_1 + 2{,}50x_2 \ (em\ linha\ cheia)$$
$$17 = 3x_1 + 2{,}50x_2$$
$$24 = 3x_1 + 2{,}50x_2$$

Figura 22: Feixe de retas paralelas - Atividade 02

Autoria própria

4.2.5 Solução ótima

A discussão da solução ótima neste caso transcorreu de forma clara e simples, uma vez que a compreensão das condições estabelecidas já estava sedimentada.

Desta forma, concluiu-se que deveria ser consumido 6 unidades de ovos ($x_2 = 6$) e nenhuma unidade de carne ($x_1 = 0$) de tal forma que são suprimidas as necessidades de consumo mínimo de vitaminas e proteínas a um custo mínimo de R$ 15,00 e ainda atendendo às restrições de que x_1 e x_2 devem ser inteiras.

Apenas houve um comentário pertinente sobre as restrições levantado por uma educanda que menciona que em nenhum momento a atividade faz a exigência que deveriam ser consumidos obrigatoriamente os dois tipos de alimentos, o que justifica a possibilidade, neste caso, de consumir apenas ovos.

Apesar de não ser questionado por nenhum educando, convém salientar que caso o problema fosse de maximização, a solução seria ilimitada, isto é, quanto maiores os valores de x_1 e x_2, maior seria o valor da função a ser maximizada. Ou seja, x_1 e x_2 tenderiam ao infinito.

4.3 Atividade 03

Apresentação do problema:

> Certa empresa fabrica 2 produtos P1 e P2. O lucro por unidade de P1 é de R$ 100 e o lucro unitário de P2 é de R$ 150. A empresa necessita de 2 horas para fabricar uma unidade de P1 e 3 horas para fabricar uma unidade de P2. O tempo mensal disponível para essas atividades é de 120 horas. As demandas esperadas para os 2 produtos levaram a empresa a decidir que os montantes produzidos não devem ultrapassar 40 unidades de P1 e 30 unidades de P2 por mês. Construa o modelo do sistema de produção mensal com o objetivo de maximizar o lucro da empresa, expressando o plano de produção da fábrica.

A partir desta atividade os alunos passaram a se dividir em duplas para facilitar a discussão de ideias, porém deveriam fazer o registro e entrega da atividade de forma individual para controle pessoal do professor.

4.3.1 Modelagem matemática

Sendo x_1 a quantidade de itens produzidos do produto P1 e x_2 a quantidade de itens produzidos do produto 2, temos o seguinte objetivo

$$Max\ L(x_1, x_2)\ =\ 100x_1\ +\ 150x_2$$

Era necessário maximizar os resultados da função lucro em função das variáveis x_1 e x_2.

4.3.2 Restrições

As quantidades de produtos produzidos x_1 e x_2 obviamente não poderiam ser negativas e deveriam ser inteiras. Haviam também as restrições de horas (máximo de 120 horas) e demandas (máximo de 40 e 30 unidades para os produtos P1 e P2, respectivamente).

Desta forma as restrições obtidas pelos dados do enunciado foram:

$$\begin{cases} x_1 \geq 0\ e\ inteira \\ x_2 \geq 0\ e\ inteira \\ 2x_1 + 3x_2 \leq 120 \\ x_1 \leq 40 \\ x_2 \leq 30 \end{cases}$$

4.3.3 Representações das condições no plano cartesiano

Todas as cinco restrições do problema foram plotadas separadamente no plano cartesiano e estão representadas nas Figuras de 23 a 28. O fato de as variáveis x_1 e x_2 serem inteiras não foram representadas e foram analisadas posteriormente à solução encontrada. Na Figura 28 as restrições são plotadas na mesma imagem.

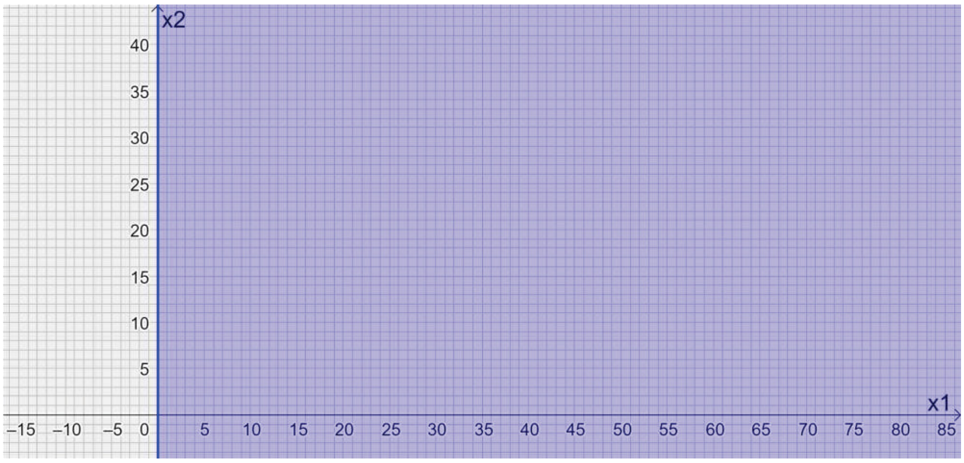


Figura 23: Representação da restrição $x_1 \geq 0$

Autoria própria

Figura 24: Representação da restrição $x_2 \geq 0$

Autoria própria

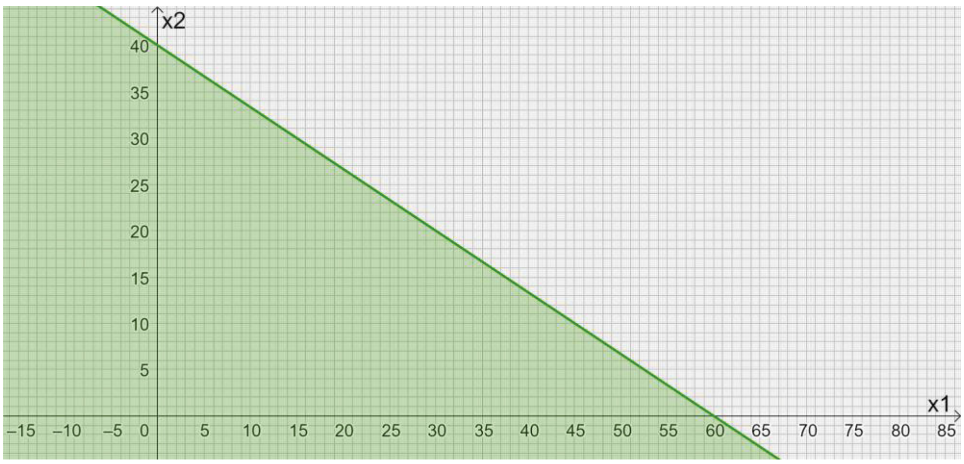


Figura 25: Representação da restrição $2x_1 + 3x_2 \leq 120$

Autoria própria

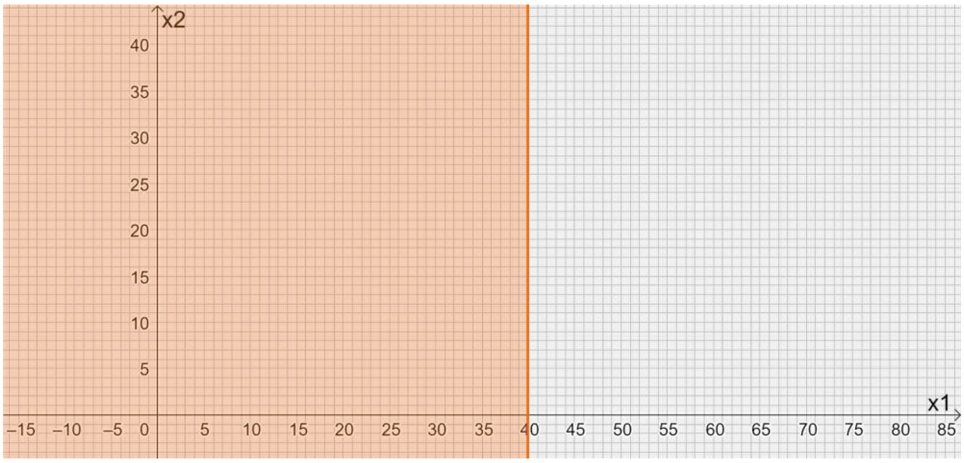


Figura 26: Representação da restrição $x_1 \leq 40$

Autoria própria

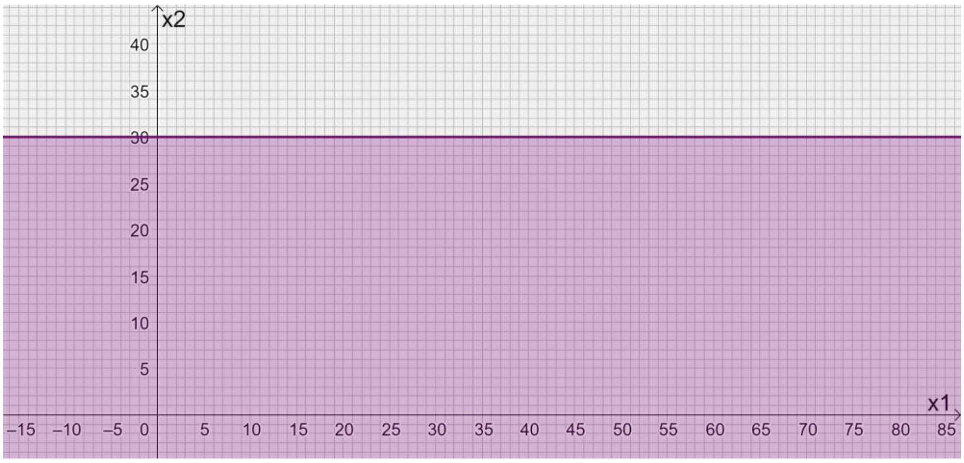


Figura 27: Representação da restrição $x_2 \leq 30$

Autoria própria

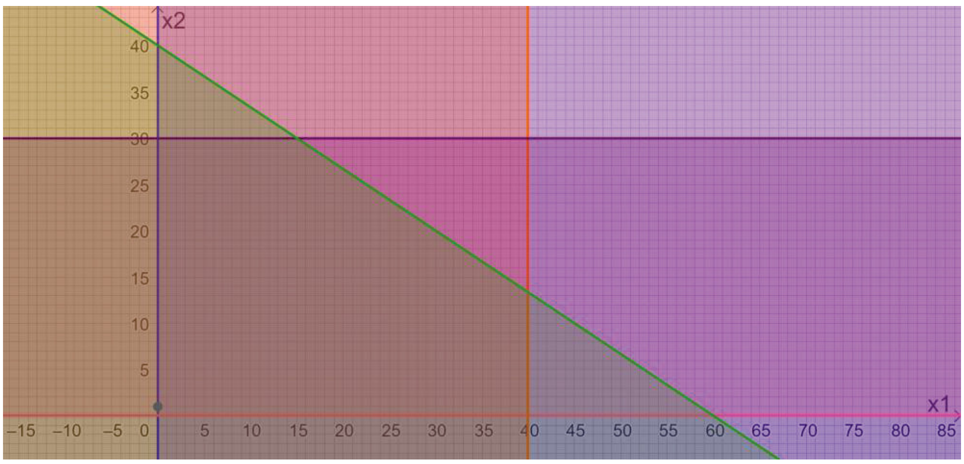


Figura 28: Representação de todas as restrições plotadas no mesmo plano cartesiano

Autoria própria

4.3.4 Polígono de soluções

Como objetivo inicial é determinar um conjunto de possíveis soluções que atendam todas as restrições, facilmente percebemos a existência de um polígono de soluções, em destaque na Figura 29, que fora obtido pela interseção de todas as regiões delimitadas pelas inequações propostas nas restrições.

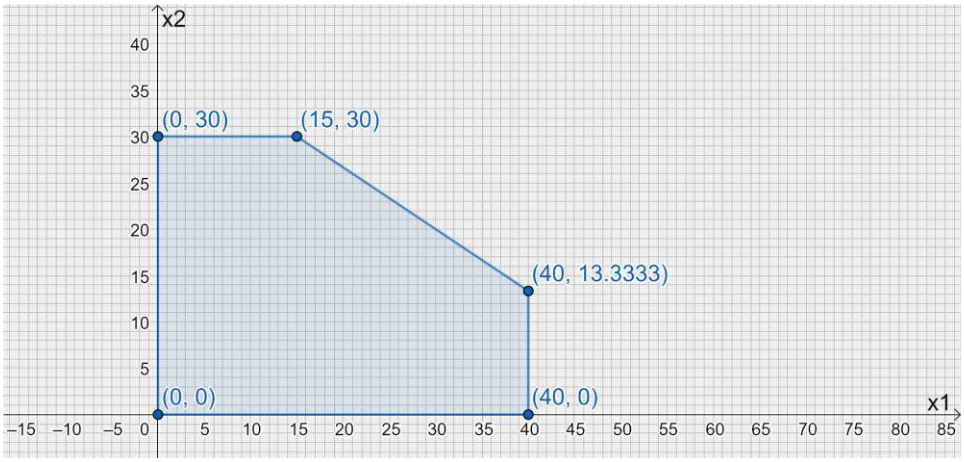


Figura 29: Polígono de soluções - Atividade 03

Autoria própria

Desta forma, todo e qualquer ponto pertencente a região delimitada pelo polígono de soluções atende as necessidades propostas pela atividade e as devidas restrições, porém precisamos determinar uma solução ótima, ou seja, que maximize a função lucro determinada por $L(x_1, x_2) = 100x_1 + 150x_2$.

Como fora mencionado, agora mais esclarecidos, os alunos já sabiam que teriam as possiblidades de primeiro, atribuir os pares ordenados dos vértices do polígono de soluções ou segundo, traçar as retas paralelas.

Ato contínuo, fora realizada a elaboração da tabela que calcula os valores da função custo a partir dos vértices do polígono de soluções.

(0; 0), (40; 0), (0; 30), (15; 30) e (40; $\frac{40}{3}$).

Substituindo os pontos na função objetivo $L(x_1, x_2) = 100x_1 + 150x_2$, cujo objetivo era a sua maximização, teremos:

	Quantidade de produtos P1	Quantidade de produtos P2	Lucro
Par ordenado	x_1	x_2	$L = 100x_1 + 150x_2$
(0; 0)	0	0	0
(40; 0)	40	0	4.000
(0; 30)	0	30	4.500
(15; 30)	15	30	6.000
(40; $\frac{40}{3}$)	40	$\frac{40}{3}$	6.000

Tabela 5: Pontos extremos aplicados a função objetivo - Atividade 03

Autoria própria

Neste momento houve uma série de questionamentos entre as duplas e entre o grupo de alunos no geral: *"Havia algum erro pelo fato de dois pares ordenados (15; 30) e (40, $\frac{40}{3}$), terem obtido o lucro máximo?"*

Assim, para melhor esclarecimento da situação apresentada, apelamos para representação gráfica das inequações que representavam as restrições, mostramos a eles as retas paralelas abaixo, oriundas da função objetivo custo:

$$0 = 100x_1 + 150x_2$$

$$2000 = 100x_1 + 150x_2$$

$$4000 = 100x_1 + 150x_2$$

$$6000 = 100x_1 + 150x_2$$

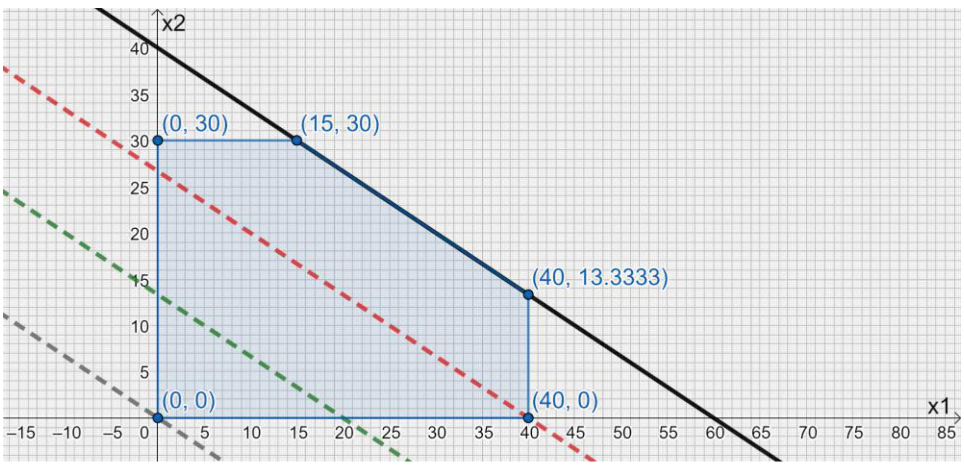


Figura 30 – Feixe de retas paralelas - Atividade 03

Fica evidente que os pares ordenados (15; 30) e (40; $\frac{40}{3}$) pertencem a mesma reta. Desta forma ambos os pares ordenados atendem as restrições impostas (exceto o fato de x_1 e x_2 serem inteiras) e determinam um lucro máximo.

Mas é importante informar que desta forma ambas estão corretas, porém não são as únicas soluções desta atividade.

4.3.5 Solução ótima

A discussão se eram apenas os dois pares ordenados que atendiam as imposições dadas nas restrições na atividade foi demasiadamente interessante para os alunos. Porque era evidente, mediante os cálculos realizados, que os dois pares ordenados atendiam o objetivo, ou seja, determinavam um lucro máximo.

Porém, se haviam outras soluções, quais seriam?

Percebendo que os dois pares ordenados pertencem a mesma reta, desta forma, são pontos de uma mesma função afim, na forma f$(x) = ax + b$. Mas, nesta atividade, a reta tinha forma $x_2 = ax_1 + b$.

Fora pedido que determinassem a função que determina a reta que contém os pares ordenados, desta forma temos que a função afim é:

$$x_2 = -\frac{2}{3}x_1 + 40.$$

Então, existe uma quantidade finita de pares ordenados, uma vez que os valores de x_1 e x_2 devem ser necessariamente naturais, que obtém os lucros máximos. Podemos verificar que o coeficiente angular é um número racional não inteiro, com denominador igual a 3, desta forma todas a quantidades de produtos P1, limitados ao intervalo compreendido entre 15 e 40/3 deveriam ser múltiplos de 3, a saber:

x = {15; 18; 21; 24; 27; 30; 33; 36; 39}

Desta forma, são 9 pares ordenados que permitem o lucro máximo nesta atividade, R$ 6.000,00, todos pertencentes a reta $x_2 = -\frac{2}{3}x_1 + 40$.

Para observação:

	Quantidade de produtos P1	Quantidade de produtos P2	Lucro (máximo)
Par ordenado	X1	X2	L = 100x1 + 150x2
(15; 30)	15	30	6.000
(18; 28)	18	28	6.000
(21: 26)	21	26	6.000
(24; 24)	24	24	6.000
(27; 22)	27	22	6.000
(30; 20)	30	20	6.000
(33; 18)	33	18	6.000
(36; 16)	36	16	6.000
(39; 14)	39	14	6.000

Tabela 6: Pares ordenados que determinam lucro máximo.
Autoria própria

Finalizando a atividade, os educandos perceberam que quaisquer quantidades estipuladas pelos nove pares ordenados acima são suficientes e necessárias para a obtenção do lucro máximo desta indústria.

Importante salientar que á infinitos pontos sobre a reta entre os pontos (15; 30) e (40; 40/3) que resultam no mesmo valor R$ 6000,00, porém com valores contínuos para as variáveis x_1 e x_2. Isto é, para problemas onde é possível fracionar as variáveis, há infinitas soluções. O método de solução gráfica é exclusivo para problemas com duas variáveis contínuas pois é a interpretação gráfica do método Simplex (exclusivo para problemas contínuos, que eventualmente pode resultar em variáveis inteiras), assim adaptamos a solução desse problema para variáveis inteiras.

4.4 Atividade 04

Apresentação do problema:

Um vendedor de frutas pode transportar 800 caixas de frutas para sua região de vendas. Ele necessita transportar 200 caixas de laranjas a R$ 20 de lucro por caixa, pelo menos 100 caixas de pêssegos a R$ 10 de lucro por caixa, e no máximo 200 caixas de tangerinas a R$ 30 de lucro por caixa. Construa o modelo de tal forma para que o caminhão obtenha o lucro máximo, determinando as quantidades a serem transportadas de cada fruta.

4.4.1 Modelagem matemática

Sendo a quantidade de caixas de laranjas fixa (200 unidades) teremos que x_1 determina a quantidade de caixas de pêssegos a serem transportadas e x_2 a quantidade de caixas de tangerinas a serem transportadas, temos a seguinte condição. A partir do lucro determinado pelo transporte de cada caixa, teremos:

$$Max\ L(x_1, x_2) = 200 \cdot 20 + 10x_1 + 30x_2$$
$$Max\ L(x_1, x_2) = 10x_1 + 30x_2 + 4000$$

Era necessário maximizar os resultados da função lucro em função das variáveis x_1 e x_2.

4.4.2 Restrições

As quantidades de caixas transportadas x_1 e x_2 obviamente não poderiam ser negativas e devem ser inteiras. Deveriam ser obedecidas as restrições de transportar uma quantidade mínima de caixas de pêssegos (pelo menos 100 caixas) e a transportar uma quantidade máxima de caixas de tangerinas (máximo de 200 caixas).

Desta forma as restrições obtidas pelos dados do enunciado foram:

$$\begin{cases} x_1 \geq 0\ e\ intiera \\ x_2 \geq 0\ e\ inteira \\ x_1 \geq 100 \\ x_2 \leq 200 \\ x_1 + x_2 \leq 600 \end{cases}$$

4.4.3 Representações das condições no plano cartesiano

Todas as cinco restrições do problema foram plotadas separadamente no plano cartesiano e estão representadas nas Figuras de 31 a 36. O fato de as variáveis x_1 e x_2 serem inteiras não foram representadas e foram analisadas posteriormente à solução encontrada. Na Figura 36 as restrições são plotadas na mesma imagem.

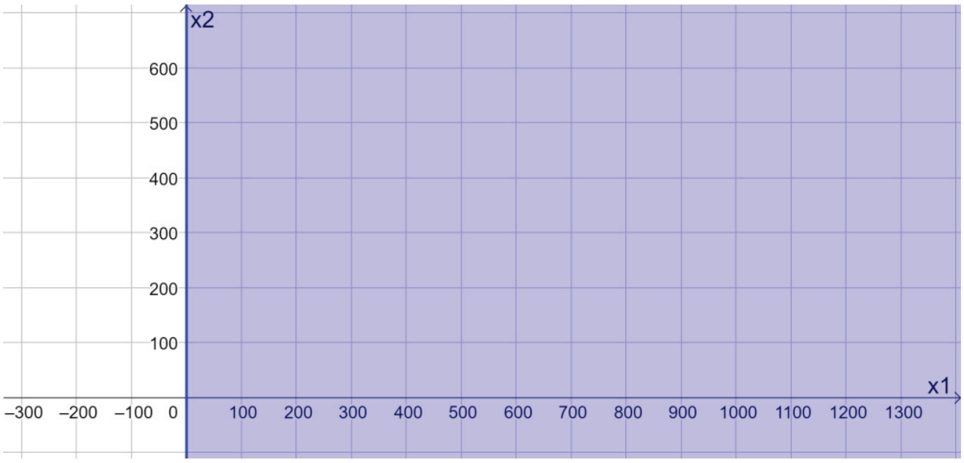


Figura 31: Representação da restrição $x_1 \geq 0$

Autoria própria

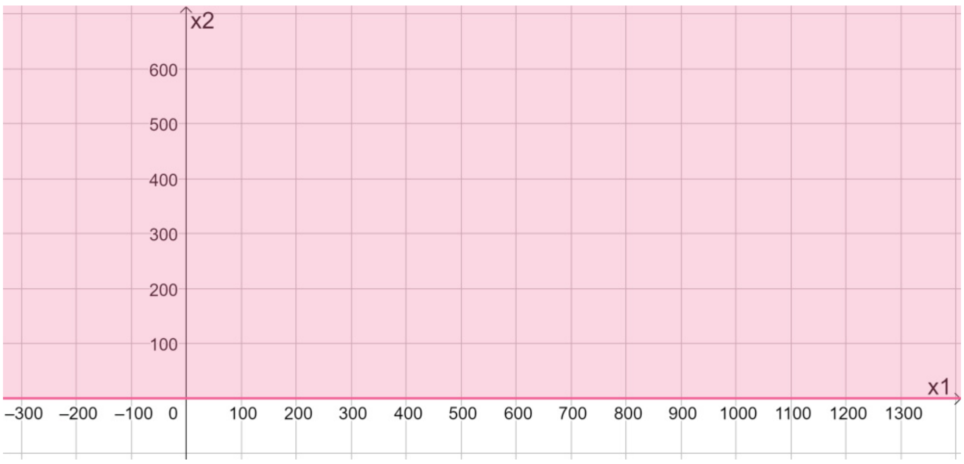


Figura 32: Representação da restrição $x_2 \geq 0$

Autoria própria

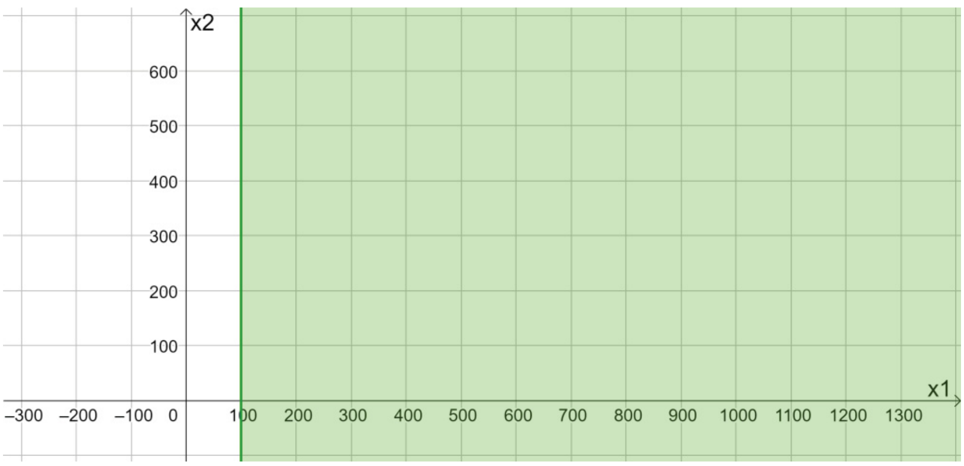


Figura 33: Representação da restrição $x_1 \geq 100$

Autoria própria

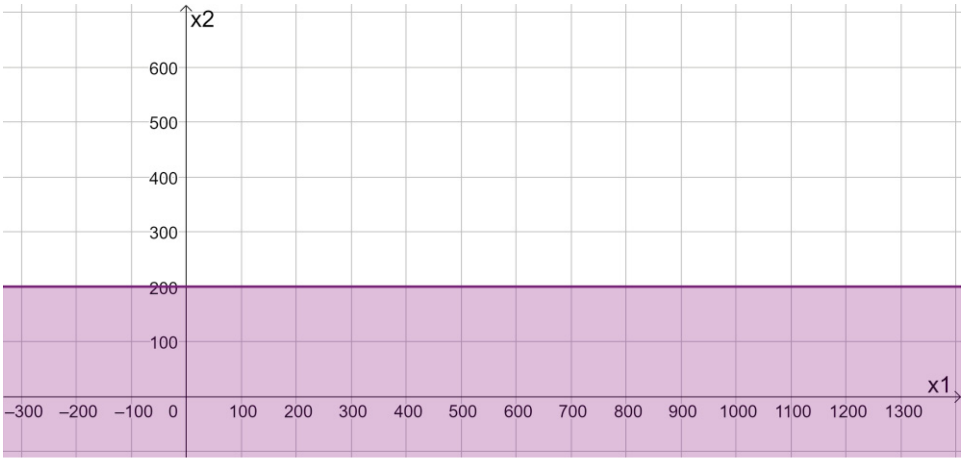


Figura 34: Representação da restrição $x_2 \leq 200$

Autoria própria

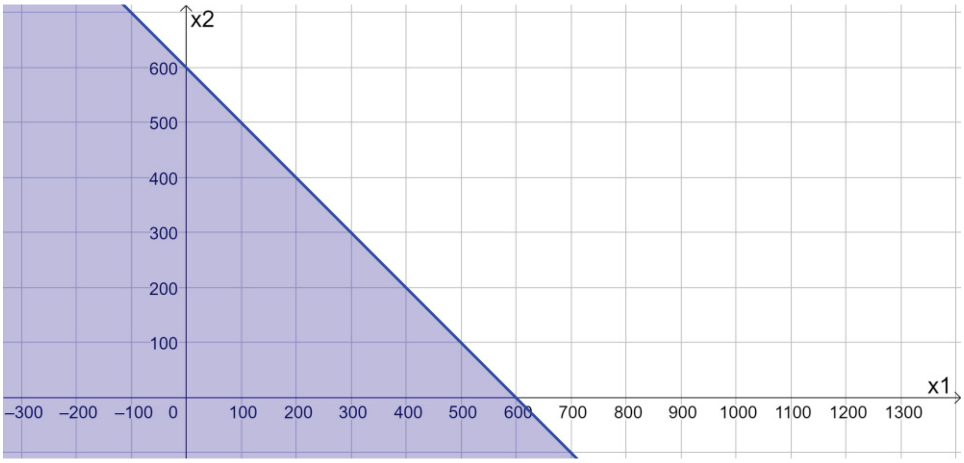


Figura 35: Representação da restrição $x_1 + x_2 \leq 600$

Autoria própria

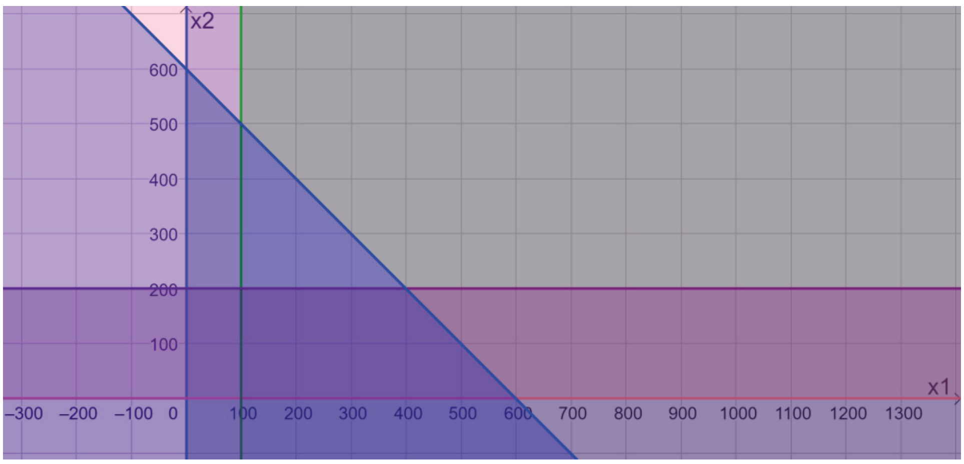


Figura 36: Representação de todas as restrições plotadas no mesmo plano cartesiano

Autoria própria

4.4.4 Polígono de soluções

Como o objetivo inicial é determinar um conjunto de possíveis soluções que atendam todas as restrições, facilmente percebemos a existência de um polígono de soluções, em destaque na Figura 37, que fora obtido pela interseção de todas as regiões delimitadas pelas inequações propostas nas restrições.

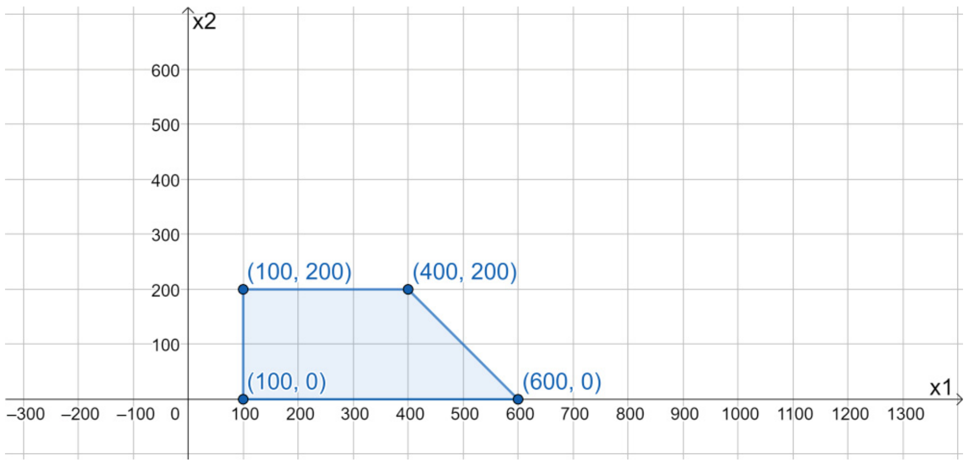


Figura 37: Polígono de soluções – Atividade 04

Autoria própria

Desta forma, todo e qualquer ponto pertencente a região delimitada pelo polígono de soluções atende as necessidades propostas pela atividade e as devidas restrições, porém precisamos determinar uma solução ótima, ou seja, que maximize a função lucro determinada por:

$$Max\ L(x_1, x_2) = 10x_1 + 30x_2 + 4000$$

Como fora mencionado, agora mais esclarecidos, os alunos já sabiam que teriam as possiblidades de primeiro, atribuir os pares ordenados dos vértices do polígono de soluções ou segundo, traçar as retas paralelas.

Ato contínuo, fora realizada a elaboração da tabela que calcula os valores da função custo a partir dos vértices do polígono de soluções.

(100; 0), (600; 0), (400; 200) e (100; 200)

Substituindo os pontos na função objetivo $L(x_1, x_2)$ cujo objetivo era a sua maximização, teremos:

	Quantidade de caixas de pêssego transportadas	Quantidade de caixas de tangerina transportadas	Lucro (máximo)
Par ordenado	X1	X2	$L(x_1, x_2) =$ 10x1 + 30x2 + 4000
(100; 0)	100	0	5.000
(600; 0)	600	0	10.000
(400; 200)	400	200	14.000
(100; 200)	100	200	11.000

Tabela 7: Pontos extremos aplicados a função objetivo - Atividade 04
Autoria própria

Preservando a compreensão, mais uma vez os alunos traçaram as retas oriundas da função objetivo para confirmar as coordenadas do ponto que determina o lucro máximo.

$$5000 = 10x_1 + 30x_2 + 4000$$
$$10000 = 10x_1 + 30x_2 + 4000$$
$$11000 = 10x_1 + 30x_2 + 4000$$
$$14000 = 10x_1 + 30x_2 + 4000\ (linha\ cheia)$$

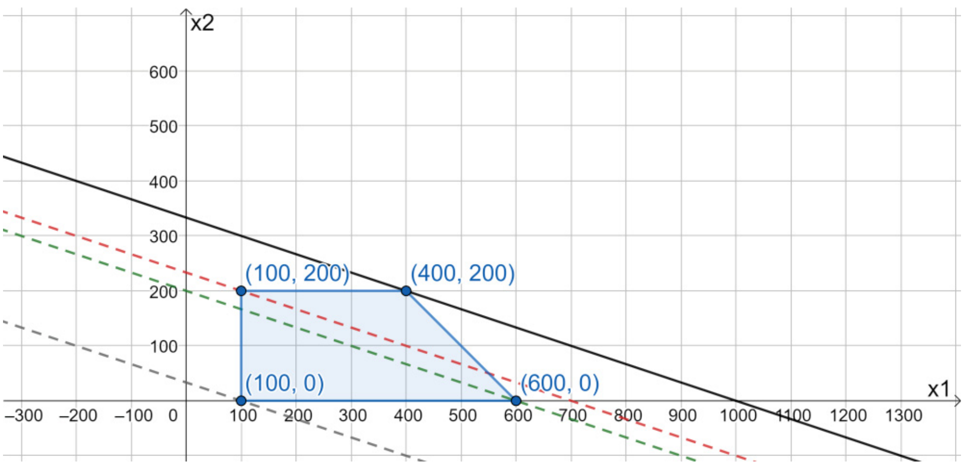


Figura 38: Feixe de retas paralelas
Autoria própria

Fica evidente que o par ordenado (400; 200) atende as restrições impostas e determinam um lucro máximo.

4.4.5 Solução ótima

Fora discutido o significado de cada um dos pontos e das retas representadas pelo feixe de retas paralelas e concluiu-se que a solução ótima, ou melhor solução, é o transporte de 400 caixas de pêssego e 200 caixas de tangerina, levando a um lucro de R$ 14.000,00, o maior valor possível diante das restrições impostas pelo enunciado.

5. APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS

A apresentação das atividades realizadas pelos educandos está no **APÊNDICE I**.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Como em qualquer prática pedagógica, os bons resultados serão sempre alcançados mediante a realização de um planejamento eficiente.

Buscou-se desde o princípio realizar uma atividade que propusesse ao aluno do Ensino Médio um conhecimento, mesmo que singelo, de resoluções de problemas de Programação Linear pelo método gráfico. Convém salientar que este objeto de estudos é normalmente abordado em alguns cursos no Ensino Superior, em especial cursos de Engenharia de Produção e Administração.

Conclui-se que a atividade foi realizada a contento, uma vez que atingiu seus objetivos, em especial a dar uma experiência aos alunos de como utilizar ferramentas matemáticas para tomar decisões, seja como um Gerente de Produção de uma fábrica (atividades 01 e 03), um profissional de transportes e logística (atividade 04) ou mesmo como um Nutricionista (atividade 02).

Ao escolher o campo da Programação Linear, percebeu-se um despertar a curiosidade dos alunos, o que tornou possível motivá-los a buscar novos conhecimentos para desenvolvimento de atividades futuras, por exemplo, outros métodos de resolução de problemas que auxiliem a toma de decisões em Programação Linear, como o método Simplex ou o método M-Grande. Ainda há outros campos que podem ser explorados, como a Programação Dinâmica, o que proporcionaria uma outra dissertação.

Importante destacar que método gráfico é restrito para problemas com duas variáveis, assim todas as atividades foram propostas desta forma. Ademais, o método gráfico, assim como o seu método analítico para mais variáveis (Simplex) resolve problemas com variáveis contínuas, porém neste trabalho apenas a atividade 3 resultou em uma solução não inteira, a qual foi discutida e adaptada para o caso inteiro.

O maior reconhecimento que esta atividade poderia alcançar é o evidente interesse dos alunos pela resolução das atividades, uma vez que mesmo sendo realizada em horário curricular não fora oferecida nenhuma recompensa ou bonificação pela conclusão das mesmas, os alunos optaram pelas resoluções pelo puro e simples prazer de encontrar respostas a perguntas simples, que podem ser inclusive atividades profissionais futuras, de acordo com as escolhas de cada um.

Portanto, esta atividade foi bastante satisfatória tanto para a instituição, para os pais, que reconheceram e agradeceram a instituição pela inciativa de apresentar novas abordagens que podem tornar as aulas de Matemática ainda mais agradáveis, para os alunos quanto para o professor que a intermediou.

Os alunos retomaram objetos de estudo que se tornaram pré-requisitos, como funções, equações, inequações e representações gráficas, na solução das atividades as quais eram, dentro de uma limitação acadêmica, contextualizados e factíveis de serem aplicados na vida real.

Em especial, os processos de resolução das atividades sempre priorizaram a possibilidade de discussão das soluções, a implantação de ideias para alcançar as respostas e, principalmente, a possibilidade de interpretação dos enunciados, das etapas resolutivas e das soluções encontradas.

Mais que uma atividade diferenciada, motivadora, a atividade possibilitou a participação dos alunos na construção do conhecimento, dando maior autonomia, instigando a criatividade e a cooperação entre as diversas duplas formadas para as resoluções das atividades 03 e 04.

Ressalto, ainda, a importância que todo professor deve dar aos processos de motivação dos alunos, normalmente pouco interessados no componente Matemática, dando aos alunos a liberdade, sem censuras, de participarem das discussões dos problemas, incentivando-os sempre a sugerirem outras e novas soluções, sempre no intuito de explorar suas potencialidades e capacidades de compreender e resolver uma situação-problema.

Desta forma, pode-se perceber ao fim da realização das atividades uma satisfação dos alunos participantes, pois notou-se um real interesse em continuar estudando o assunto Programação Linear, principalmente em outras etapas, quando é possível a utilização da tecnologia, em programas que permitem estudos mais aprofundados, como o MathLab.

Registre-se que alguns alunos chegaram a informar que o objeto trabalhado apresentou sentido para muitos objetos de estudos da Matemática que eles haviam estudado, como, por exemplo, inequações do primeiro grau. Alguns alunos inclusive solicitaram a indicação de literatura específica que os permitissem, dentre os conhecimentos prévios já estabelecidos, continuarem a conhecer os assuntos da Pesquisa Operacional, seja na Programação Linear ou Dinâmica.

E sobre tudo, destacamos o ambiente saudável que a instituição proporciona, uma vez que o corpo docente, em especial do Ensino Médio, é sempre desafiado a criar novas práticas pedagógicas de forma a desenvolver em seus alunos o senso crítico, a autonomia, a autoestima e explorar suas capacidades individuais em serviço ao próximo.

Entendo que a metodologia adotada, o estudo da matemática através da resolução de problemas, foi bastante assertiva pois colaborou para a obtenção dos nossos objetivos.

Entendo também que usar da resolução de problemas para a condução do componente curricular Matemática, permite em especial tornar a Matemática mais real e próxima do aluno, uma vez que ela oferta desafios, cujas tentativa natural de superação resulta, naturalmente, na formação de cidadãos mais preparados para viver em sociedade.

De acordo com SMOLE e DINIZ (2001, p. 92):

> *A perspectiva da resolução de problemas caracteriza-se por uma postura de inconformismo diante dos obstáculos e do que foi estabelecido por outros, sendo um exercício contínuo do desenvolvimento do senso crítico e da criatividade, que são características primordiais daqueles que fazem ciência e objetivos do ensino de matemática.*

De forma conclusiva, compreendeu-se que foi possível abrir uma série de possibilidades de exploração do assunto, aproximando a Matemática de outras áreas, o que pode permitir uma sinergia entre os conhecimentos de várias áreas, através de um processo de transdisciplinaridade.

Não há limites para a exploração matemática.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica.

Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) - Ensino Médio. Brasília, 1999.

Exame Nacional do Ensino Médio - ENEM - formato digital. Brasília, 2020.

CAMARGO, R. **Introdução à Programação Linear no Ensino Médio utilizando a resolução gráfica**, UFMA, Manaus, 2014.

CRÓCOLI, O. **Programação Linear: Uma abordagem para o Ensino Médio**, UEM, Maringá, 2016.

DANTE, L. R. **Didática da resolução de problemas de matemática**. São Paulo: Ática, 2000.

ECHEVERRÍA, M.D.P.P. **A solução de problemas: aprender a resolver, resolver para aprender.** Editora ArtMed, Porto Alegre, 1998.

GOLDBARG, Marco Cesar.; LUNA, Henrique Pacca L. **Otimização combinatória e Programação Linear**. Rio de Janeiro: Campus, 2000.

HADLEY, G.; **Programação Linear**, Rio de Janeiro: Ed Guanabara dois, 1982

IEZZI; G., MURAKAMI; C., DEGENSZAJN; D., DOMINGUES; H., POMPEO; J. N., MACHADO; N. J., DOLCE; O., HAZZAN; S.: **Fundamentos de Matemática Elementar - Volumes 1 e 4,** Editora Atual, 3ª. edição, São Paulo, 1977.

IEZZI, G. ; DOLCE. O., DEGENSZAJN; D., PERIGO; R.: **Matemática: Ciências e Aplicações - Volume 1**, Editora Saraiva,1ª. edição, São Paulo, 2011.

LUENBERGER, D.G. (1973) **Introduction to Linear and Nonlinear Programming.** Addison-Wesley, Boston.

MELO, J. N. B. **Uma Proposta de Ensino e Aprendizagem de Programação Linear no Ensino Médio**. UFRGS, Porto Alegre 2012.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas: um novo enfoque do método matemático.** Trad. Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 1995

SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. **Ler escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender matemática.** Artmed Editora, Porto Alegre, 2001.

SOARES, L.J. **Sobre o Ensino de Matemática.** Pelotas: EDUCAT, 1998.

APÊNDICE 1 - atividades propostas

Nas páginas 73 a 146 estão apresentadas as resoluções dos problemas propostos 19 educandos da 2ª série do Ensino Médio do Colégio Sagrado Coração de Jesus de Curitiba, Paraná.

A maioria, diante as orientações apresentadas, utilizou o método gráfico e inclusive, coloriram as representações para facilitar o entendimento. Quase a totalidade dos educandos obtiveram o resultado esperado e compreenderam o significado da solução obtida e o método utilizado na proposta.

Educando 01

SAGRADO - Rede de Educação

Educação Infantil - Ensino Fundamental - Ensino Médio - Curso Normal

Nome: Laura Ghellere Romos	N º:	Série: 21
Componente Curricular: **Matemática**	Educador: **Allan**	Aplicações

Indicadores de Aprendizagem:	**Observações:**
Ind. 2.9 – Desenvolve métodos para resolução de sistemas lineares	1. A aplicação deve ser respondida com letra legível, serão desconsideradas palavras, expressões ou frases que não puderem ser devidamente compreendidas. 2. Os educandos podem discutir as aplicações em grupos de até 3 pessoas, porém deverá ser realizada uma aplicação por educando. Sendo sua entrega individual 3. Efetue todas as resoluções a lápis colocando **apenas** as respostas definitivas a caneta (utilizar apenas caneta de tinta azul ou preta). 4. Rasuras, o uso de corretivo e respostas a lápis invalidarão as questões. Caso precise anular uma palavra, não utilize corretivo, apenas risque a palavra e coloque-a entre parênteses. Ex.: (caderno) 5. Após a realização da aplicação, aguarde o momento em que o educador a recolherá. 6. Mesmo após o encerramento da aplicação, não será permitida a saída dos alunos de sala de aula. 7. Antes de entregar, revise com atenção.

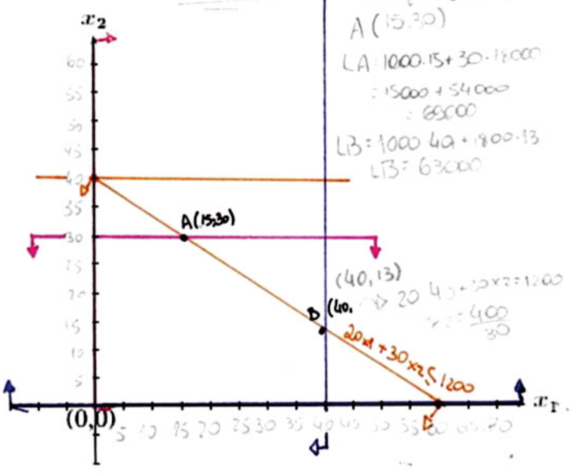
01. Certa empresa fabrica dois produtos P1 e P2.

O lucro unitário do produto P1 é de R$ 1.000 e o lucro unitário de P2 é de R$ 1.800. Sabendo que:

- a empresa precisa de 20 horas para fabricar uma unidade de P1 e de 30 horas para fabricar uma unidade de P2 e que o tempo de produção disponível para isso é de 1200 horas;
- a demanda esperada para cada produto é de 40 unidades anuais para P1 e 30 unidades anuais para P2.

Determine qual é o plano de produção (em horas para cada produto) para que a empresa maximize seu lucro nesses itens.

Análise



Verificação:

A (15,30)

LA: 1000.15 + 30.18000

= 15000 + 54000

= 69000

LB = 1000 40 + 1800.13

LB = 63000

(40,13)

→ 20 40 + 30x2 = 1200

x2 = 400/30

Variável:

x1: quant. de produtos P1

x2: quant. de produtos P2

Sujeito a: $x_1 \geq 0$

$x_2 \geq 0$

$20x_1 + 30x_2 \leq 1200$

$x_1 \leq 40$

$x_2 \leq 30$

Objetivo: máx lucro = 1000x1 + 18...

x1	x2
0	40
60	0

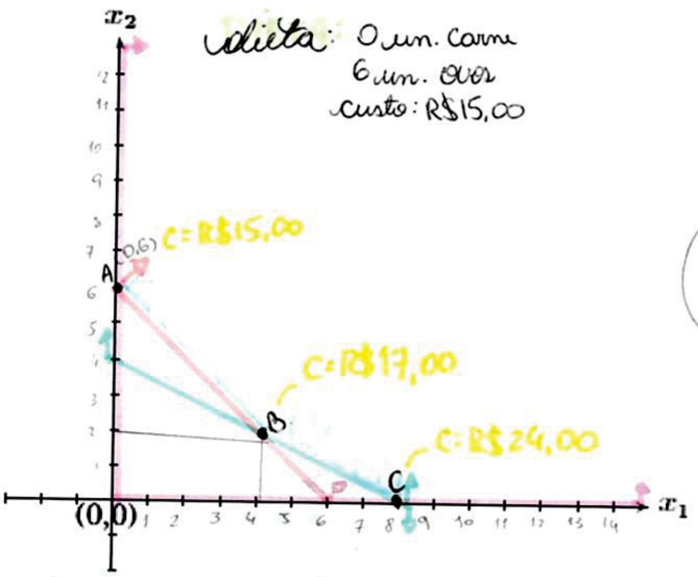
Plano de ação: 15P1, 30P2

Lm: R$69.000,00

02. Para uma boa alimentação, o corpo necessita de vitaminas e proteínas.

Estabeleça a quantidade diária de carne e ovos que deve ser consumida para suprir as necessidades de vitaminas e proteínas com o menor custo possível, sabendo que:

- a necessidade mínima de vitaminas é de 32 unidades por dia e a de proteínas de 36 unidades por dia.
- uma pessoa tem disponível carne e ovos para se alimentar. Cada unidade de carne contém 4 unidades de vitaminas e 6 unidades de proteínas.
- cada unidade de ovo contém 8 unidades de vitaminas e 6 unidades de proteínas.
- cada unidade de carne custa R$ 3,00 e cada unidade de ovo custa R$ 2,50.



Variáveis:
X1: quan. de ca...
X2: quan. de ovos
suj. a:
X1 ≥ 0
X2 ≥ 0
vit: 4x1 + 8x2 ≥ 32
prot: 6x1 + 6x2 ≥ 36
obj: min C = 3x1 + 2,50x2

X1	X2	
0	4	(0,4)
8	0	(8,0)

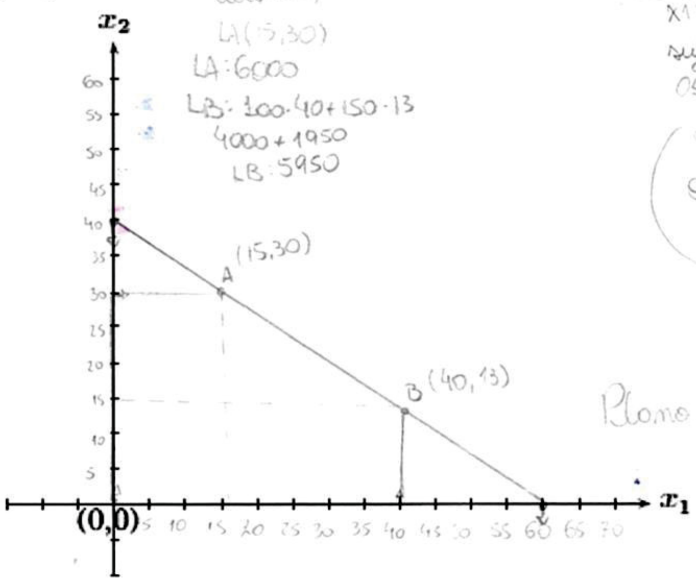
X1	X2
0	6
6	0

03. Certa empresa fabrica 2 produtos P1 e P2. O lucro por unidade de P1 é de R$ 100 e o lucro unitário de P2 é de R$ 150. A empresa necessita de 2 horas para fabricar uma unidade de P1 e 3 horas para fabricar uma unidade de P2. O tempo mensal disponível para essas atividades é de 120 horas. As demandas esperadas para os 2 produtos levaram a empresa a decidir que os montantes produzidos não devem ultrapassar 40 unidades de P1 e 30 unidades de P2 por mês. Construa o modelo do sistema de produção mensal com o objetivo de maximizar o lucro da empresa, expressando o plano de produção da fábrica.

Verificação
LA(15,30)
LA: 6000
LB: 100·40+150·13
4000+1950
LB: 5950

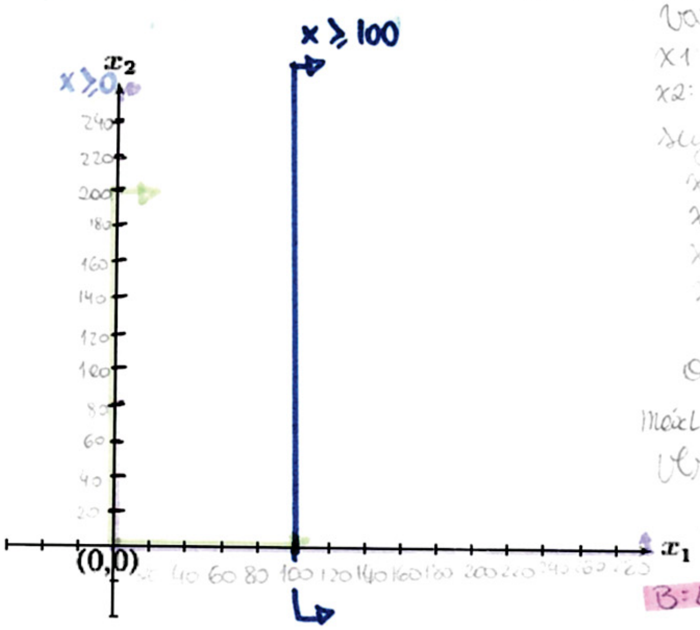
Variáveis:
X1: quan. de P1; X2 quan. de
sujeito.
$0 \leq X1 \leq 40$ $0 \leq X2 \leq 30$
$2X1 + 3X2 \leq 120$
obj: máx $L = 100x1 + 150x2$

X1	X2
0	40
60	0



Plano de ação:
15 P1; 30 P2
Lm: 6000,00

04. Um vendedor de frutas pode transportar 800 caixas de frutas para sua região de vendas. Ele necessita transportar 200 caixas de laranjas a R$ 20 de lucro por caixa, pelo menos 100 caixas de pêssegos a R$ 10 de lucro por caixa, e no máximo 200 caixas de tangerinas a R$ 30 de lucro por caixa. Construa o modelo de tal forma para que o caminhão obtenha o lucro máximo, determinando as quantidades a serem transportadas de cada fruta.



Variaveis:

X1 quan. pêssegos cai

x2: quan. tang cai.

sujeito a:

x1 ≥ 0   200+x1+x2 ≤ 800

x2 ≥ 0

x1 ≥ 100

x2 ≤ 200

X1	X2
0	600
600	0

obj.:

Máx L. 200·20+X1·10+x2·30

Verificação:

A = 200·20+100·10+200·30
= 11000

B = 4000+4000+6000
= 1400

C = 4000+6000+0
= 10000

D = 4000+1000+0
= 5000

R: lucro máximo de R$ 1400,00

200 = tangerina

400 = pessigo

200 = laranja

Educando 02

SAGRADO - Rede de Educação
Educação Infantil - Ensino Fundamental - Ensino Médio - Curso Normal

Nome: Filipe Gabriel Martins		Nº:	Série: EM 21
Componente Curricular: **Matemática**	Educador: **Allan**		Aplicações

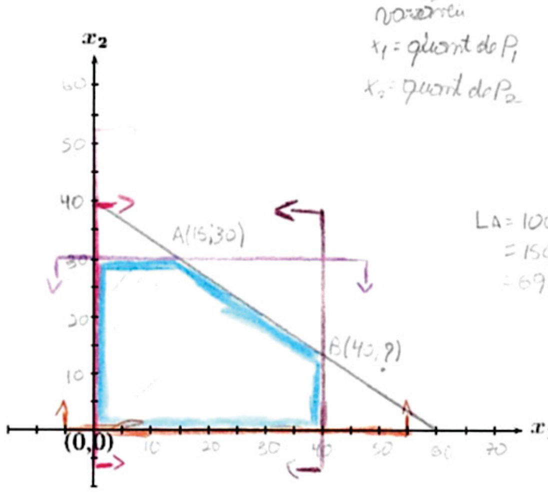
Indicadores de Aprendizagem:	**Observações:**
Ind. 2.9 – Desenvolve métodos para resolução de sistemas lineares	1. A aplicação deve ser respondida com letra legível, serão desconsideradas palavras, expressões ou frases que não puderem ser devidamente compreendidas. 2. Os educandos podem discutir as aplicações em grupos de até 3 pessoas, porém deverá ser realizada uma aplicação por educando. Sendo sua entrega individual 3. Efetue todas as resoluções a lápis colocando **apenas** as respostas definitivas a caneta (utilizar apenas caneta de tinta azul ou preta). 4. Rasuras, o uso de corretivo e respostas a lápis invalidarão as questões. Caso precise anular uma palavra, não utilize corretivo, apenas risque a palavra e coloque-a entre parênteses. Ex.: (caderno) 5. Após a realização da aplicação, aguarde o momento em que o educador a recolherá. 6. Mesmo após o encerramento da aplicação, não será permitida a saída dos alunos de sala de aula. 7. Antes de entregar, revise com atenção.

01. Certa empresa fabrica dois produtos P1 e P2.

O lucro unitário do produto P1 é de R$ 1.000 e o lucro unitário de P2 é de R$ 1.800. Sabendo que:

- a empresa precisa de 20 horas para fabricar uma unidade de P1 e de 30 horas para fabricar uma unidade de P2 e que o tempo de produção disponível para isso é de 1200 horas;
- a demanda esperada para cada produto é de 40 unidades anuais para P1 e 30 unidades anuais para P2.

Determine qual é o plano de produção (em horas para cada produto) para que a empresa maximize seu lucro nesses itens.



Variáveis
x_1 = quant de P_1
x_2 = quant de P_2

Sujeito A:
$x_1 \geq 0$
$x_2 \geq 0$
$20x + 30x \leq 1200$
$x_1 \leq 40$
$x_2 \leq 30$

Objetivo
Max $L = 1000x_1 + 1800x_2$

$L_A = 1000 \cdot 15 \cdot 1800 \cdot 30$
$= 15000 + 54000$
$= 69000$

$20x + 30x \leq 1200$

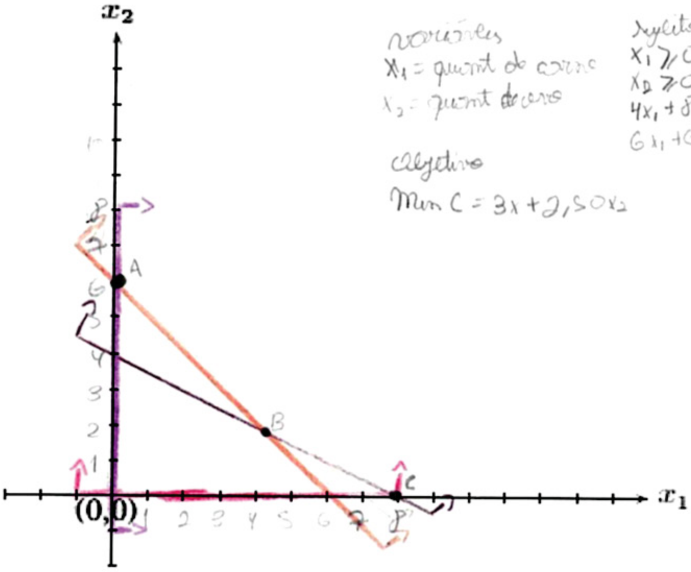
x_1	x_2
0	40
60	0

$L_B = 1000 \cdot 40 \cdot 1800 \cdot 13$
$= 40000 + 23000$
$= 63000$

02. Para uma boa alimentação, o corpo necessita de vitaminas e proteínas.

Estabeleça a quantidade diária de carne e ovos que deve ser consumida para suprir as necessidades de vitaminas e proteínas com o menor custo possível, sabendo que:

- a necessidade mínima de vitaminas é de 32 unidades por dia e a de proteínas de 36 unidades por dia.
- uma pessoa tem disponível carne e ovos para se alimentar. Cada unidade de carne contém 4 unidades de vitaminas e 6 unidades de proteínas.
- cada unidade de ovo contém 8 unidades de vitaminas e 6 unidades de proteínas.
- cada unidade de carne custa R$ 3,00 e cada unidade de ovo custa R$ 2,50.



variáveis
x_1 = quant de carne
x_2 = quant de ovo

objetivo
$\text{Min } C = 3x + 2{,}50x_2$

Sujeito A
$x_1 \geq 0$
$x_2 \geq 0$
$4x_1 + 8x_2 \geq 32$
$6x_1 + 6x_2 \geq 36$

A(0;6)

$4x_1 + 8x_2 \geq 32$
$4 \cdot 0 + 8 \cdot 6$
$= 48$ ✓

$6x_1 + 6x_2 \geq 36$
$6 \cdot 0 + 6 \cdot 6$
$= 36$ ✓

B(3;2)

$4x_1 + 8x_2 \geq 32$
$4 \cdot 3 + 8 \cdot 2$
$12 + 16$
$= 28$ ✗

C(0,8)

$4x_1 + 8x_2 \geq 32$
$4 \cdot 0 + 8 \cdot 8$
$= 64$ ✓

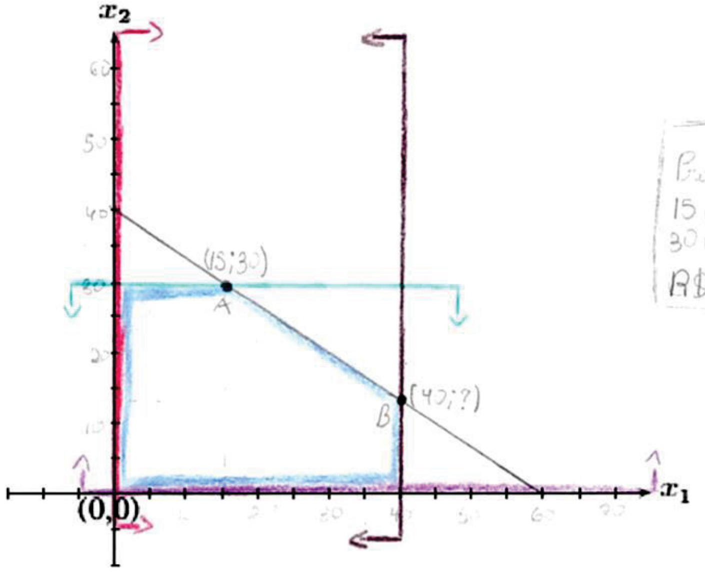
$6x_1 + 6x_2 \geq 36$
$6 \cdot 0 + 6 \cdot 8$
$= 48$ ✓

$\text{Min } C = 3x_1 + 2{,}50x_2$
$C = 3 \cdot 0 + 2{,}50 \cdot 6$
$C = 15$

Dieta:
0 unidades de carne
6 unidades de ovos
Custo R$ 15,00

$\text{Min } C = 3x_1 + 2{,}50x_2$
$C = 3 \cdot 0 + 2{,}50 \cdot 8$
$C = 20$

03. Certa empresa fabrica 2 produtos P1 e P2. O lucro por unidade de P1 é de R$ 100 e o lucro unitário de P2 é de R$ 150. A empresa necessita de 2 horas para fabricar uma unidade de P1 e 3 horas para fabricar uma unidade de P2. O tempo mensal disponível para essas atividades é de 120 horas. As demandas esperadas para os 2 produtos levaram a empresa a decidir que os montantes produzidos não devem ultrapassar 40 unidades de P1 e 30 unidades de P2 por mês. Construa o modelo do sistema de produção mensal com o objetivo de maximizar o lucro da empresa, expressando o plano de produção da fábrica.



Produção
15 unidades de X_1
30 unidades de X_2
R$ 6000,00 de lucro

variáveis
x_1 = quant de P_1
x_2 = quant de P_2

sujeito a
$x_1 \geq 0$
$x_2 \geq 0$
$2x_1 + 3x_2 \leqslant 120$
$x_1 \leqslant 40$
$x_2 \leqslant 30$

objetivo
Max $L = 100x_1 + 150x_2$

$2x_1 + 3x_2 \leqslant 120$

x_1	x_2
0	40
60	0

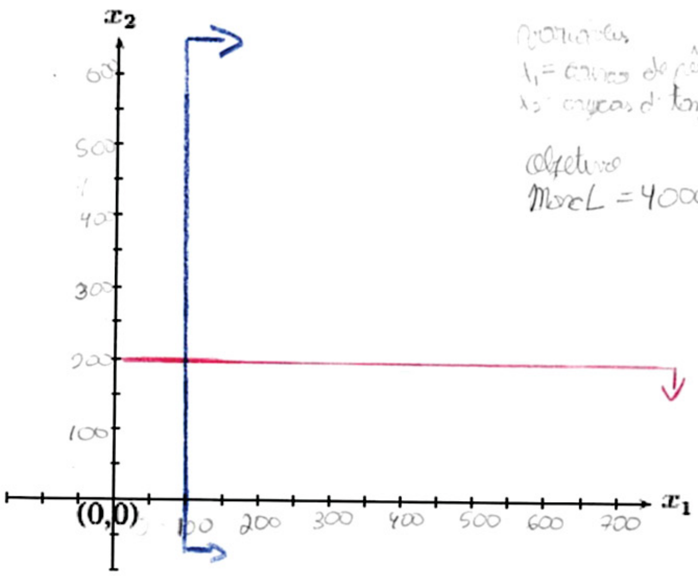
$3x_2 \leqslant 120$
$x_2 \leqslant \frac{120}{3}$
$x_2 \leqslant 40$

Max $L = 100x_1 + 150x_2$

$L_A = 100 \cdot 15 + 150 \cdot 30$
$L_A = 1500 + 4500$
$L_A = 6000$

$L_B = 100 \cdot 13 + 150 \cdot 40$
$L_B = 1300 +$
$L_B = 2200$

04. Um vendedor de frutas pode transportar 800 caixas de frutas para sua região de vendas. Ele necessita transportar 200 caixas de laranjas a R$ 20 de lucro por caixa, pelo menos 100 caixas de pêssegos a R$ 10 de lucro por caixa, e no máximo 200 caixas de tangerinas a R$ 30 de lucro por caixa. Construa o modelo de tal forma para que o caminhão obtenha o lucro máximo, determinando as quantidades a serem transportadas de cada fruta.



Variáveis
x_1 = caixas de pêssego
x_2 = caixas de tangerinas

Sujeito A
$x_1 \geq 100$
$x_2 \leq 200$

Objetivo
$Max\ L = 4000 + 10x_1 + 30x_2$

$x_1 + x_2 + 200 = 200$

$x_1 + x_2 = 600$

$x_1 = 400$

$x_2 = 200$

$Max\ L = 4000 + 10x_1 + 30x_{11}$

$L = 4000 + 10 \cdot 400 + 30 \cdot 200$

$L = 4000 + 4000 + 6000$

$L = 14000$

Transporte
200 caixas de laranjas
200 caixas de tangerina
400 caixas pêssego

Educando 03

SAGRADO - Rede de Educação

Educação Infantil - Ensino Fundamental - Ensino Médio - Curso Normal

Nome: Bruno Henrique Ramos Souza	N º:	Série: EM 22
Componente Curricular: **Matemática**	Educador: **Allan**	Aplicações

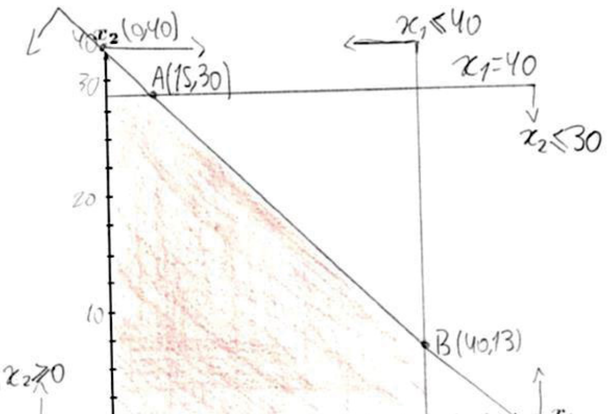
Indicadores de Aprendizagem:	**Observações:**
Ind. 2.9 – Desenvolve métodos para resolução de sistemas lineares	1. A aplicação deve ser respondida com letra legível, serão desconsideradas palavras, expressões ou frases que não puderem ser devidamente compreendidas. 2. Os educandos podem discutir as aplicações em grupos de até 3 pessoas, porém deverá ser realizada uma aplicação por educando. Sendo sua entrega individual 3. Efetue todas as resoluções a lápis colocando **apenas** as respostas definitivas a caneta (utilizar apenas caneta de tinta azul ou preta). 4. Rasuras, o uso de corretivo e respostas a lápis invalidarão as questões. Caso precise anular uma palavra, não utilize corretivo, apenas risque a palavra e coloque-a entre parênteses. Ex.: (caderno) 5. Após a realização da aplicação, aguarde o momento em que o educador a recolherá. 6. Mesmo após o encerramento da aplicação, não será permitida a saída dos alunos de sala de aula. 7. Antes de entregar, revise com atenção.

01. Certa empresa fabrica dois produtos P1 e P2.

O lucro unitário do produto P1 é de R$ 1.000 e o lucro unitário de P2 é de R$ 1.800. Sabendo que:

- a empresa precisa de 20 horas para fabricar uma unidade de P1 e de 30 horas para fabricar uma unidade de P2 e que o tempo de produção disponível para isso é de 1200 horas;
- a demanda esperada para cada produto é de 40 unidades anuais para P1 e 30 unidades anuais para P2.

Determine qual é o plano de produção (em horas para cada produto) para que a empresa maximize seu lucro nesses itens.



• $x_1 \geq 0$
• $x_2 \geq 0$
• $x_1 \leq 40$
• $x_2 \leq 30$
• $20x_1 + 30x_2 \leq 1200$

A(15,30)

$L_A = 1000 \cdot 15 + 1800 \cdot 30$
$15000 + 54000$
$= 69000$

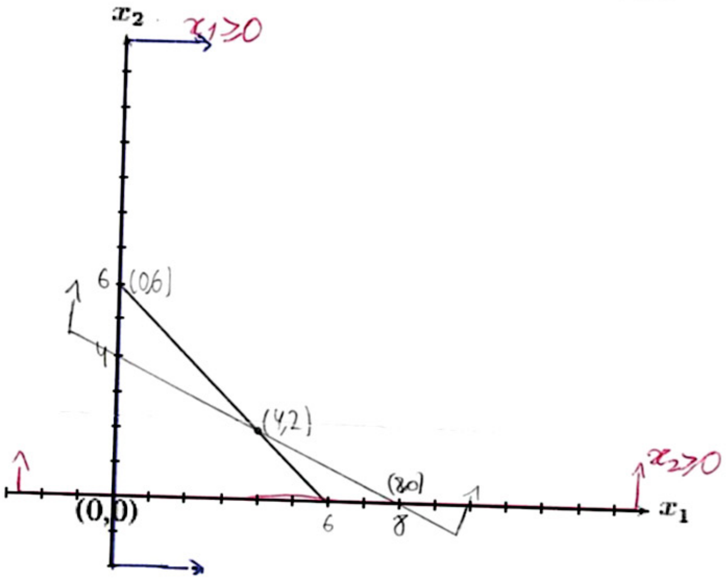
B(40,13)

$L_B = 1000 \cdot 40 + 1800 \cdot 13$
$= 4000 + 23400$
$= 63.400$

02. Para uma boa alimentação, o corpo necessita de vitaminas e proteínas.

Estabeleça a quantidade diária de carne e ovos que deve ser consumida para suprir as necessidades de vitaminas e proteínas com o menor custo possível, sabendo que:

- a necessidade mínima de vitaminas é de 32 unidades por dia e a de proteínas de 36 unidades por dia.
- uma pessoa tem disponível carne e ovos para se alimentar. Cada unidade de carne contém 4 unidades de vitaminas e 6 unidades de proteínas.
- cada unidade de ovo contém 8 unidades de vitaminas e 6 unidades de proteínas.
- cada unidade de carne custa R$ 3,00 e cada unidade de ovo custa R$ 2,50.



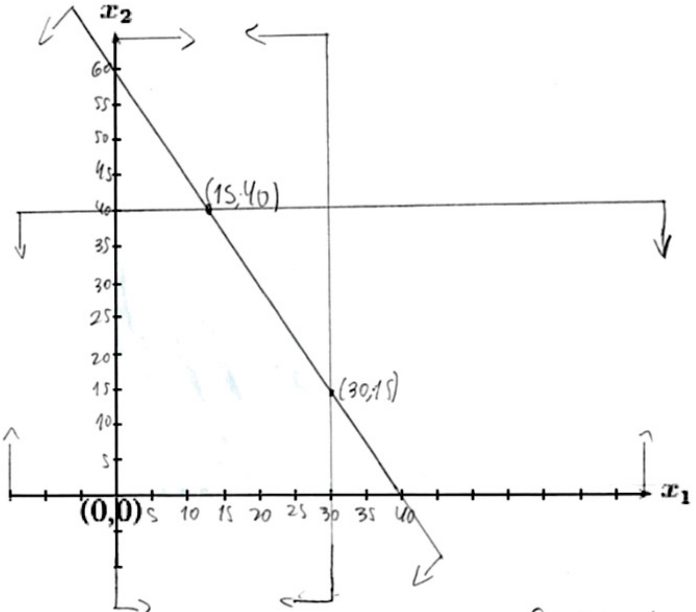
Variáveis
X_1 QUANT. CARNE
X_2: " OVOS

Sujeito à:
$x_1 \geq 0 \quad x_2 \geq 0$
$V: 4x_1 + 8x_2 \geq 32$
$P: 6x_1 + 6x_2 \geq 36$

objetivo: custo mínimo $= 3x_1 + 2{,}50x_2$

$4x + 8x_2 = 32$
$x_1 = 0 \quad x_2 = 4$ (0,4)
$x_2 = 0 \therefore x_1 = 8$
(8,0)

03. Certa empresa fabrica 2 produtos P1 e P2. O lucro por unidade de P1 é de R$ 100 e o lucro unitário de P2 é de R$ 150. A empresa necessita de 2 horas para fabricar uma unidade de P1 e 3 horas para fabricar uma unidade de P2. O tempo mensal disponível para essas atividades é de 120 horas. As demandas esperadas para os 2 produtos levaram a empresa a decidir que os montantes produzidos não devem ultrapassar 40 unidades de P1 e 30 unidades de P2 por mês. Construa o modelo do sistema de produção mensal com o objetivo de maximizar o lucro da empresa, expressando o plano de produção da fábrica.



$P_1 = 100$ reais
$P_2 = 150$ reais

$2P1 + 3P2 \leq 120$

$P1 \leq 40$
$P2 \leq 30$

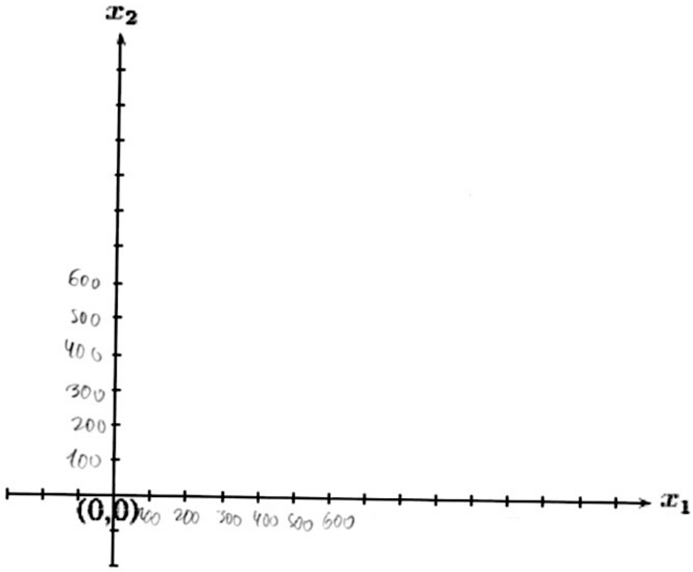
$2P1 + 3P_2 \leq 120$
$P_2 \leq 40$
$P_1 \leq 60$

$R = 100 \cdot 30 + 150 \cdot 15$
$3000 + 2250 = 5250$

$R = 100 \cdot 15 + 150 \cdot 40$
$1500 + 6000 = 7500$

Será produzido 15 peças P_1 e 40 peças P_2 para obter R$ 7500

04. Um vendedor de frutas pode transportar 800 caixas de frutas para sua região de vendas. Ele necessita transportar 200 caixas de laranjas a R$ 20 de lucro por caixa, pelo menos 100 caixas de pêssegos a R$ 10 de lucro por caixa, e no máximo 200 caixas de tangerinas a R$ 30 de lucro por caixa. Construa o modelo de tal forma para que o caminhão obtenha o lucro máximo, determinando as quantidades a serem transportadas de cada fruta.



$x_1 + x_2 \leqslant 600$

$x_1 \geqslant 100$

$x_2 \leqslant 200$

$x_1 \geqslant 0$

$x_2 \geqslant 0$

Trasporte:
600 cx de Laranja
200 cx de Tangerina.
100 cx de pêssego

Lucro = 14000 reais.

Educando 04

SAGRADO - Rede de Educação

Educação Infantil - Ensino Fundamental - Ensino Médio - Curso Normal

Nome: Gabriel Luiz Orlandini Klein		Nº: 13	Série: 22
Componente Curricular: **Matemática**	Educador: **Allan**		Aplicações

Indicadores de Aprendizagem:	**Observações:**
Ind. 2.9 – Desenvolve métodos para resolução de sistemas lineares	1. A aplicação deve ser respondida com letra legível, serão desconsideradas palavras, expressões ou frases que não puderem ser devidamente compreendidas. 2. Os educandos podem discutir as aplicações em grupos de até 3 pessoas, porém deverá ser realizada uma aplicação por educando. Sendo sua entrega individual 3. Efetue todas as resoluções a lápis colocando **apenas** as respostas definitivas a caneta (utilizar apenas caneta de tinta azul ou preta). 4. Rasuras, o uso de corretivo e respostas a lápis invalidarão as questões. Caso precise anular uma palavra, não utilize corretivo, apenas risque a palavra e coloque-a entre parênteses. Ex.: (caderno) 5. Após a realização da aplicação, aguarde o momento em que o educador a recolherá. 6. Mesmo após o encerramento da aplicação, não será permitida a saída dos alunos de sala de aula. 7. Antes de entregar, revise com atenção.

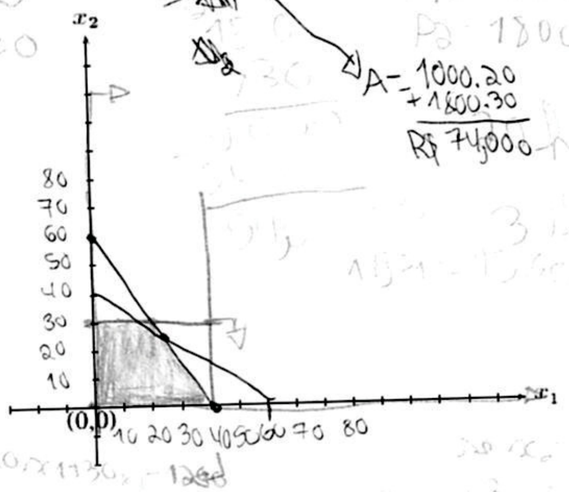
01. Certa empresa fabrica dois produtos P1 e P2.

O lucro unitário do produto P1 é de R$ 1.000 e o lucro unitário de P2 é de R$ 1.800. Sabendo que:

- a empresa precisa de 20 horas para fabricar uma unidade de P1 e de 30 horas para fabricar uma unidade de P2 e que o tempo de produção disponível para isso é de 1200 horas;
- a demanda esperada para cada produto é de 40 unidades anuais para P1 e 30 unidades anuais para P2.

Determine qual é o plano de produção (em horas para cada produto) para que a empresa maximize seu lucro nesses itens.

análise



A = 1000.20 + 1800.30 = R$ 74.000

Plano = Produzir P1 = 20, P2 = 30

lucro max = ?

$x_1 \geq 0$

$x_2 \geq 0$

$x_1 \leq 40$

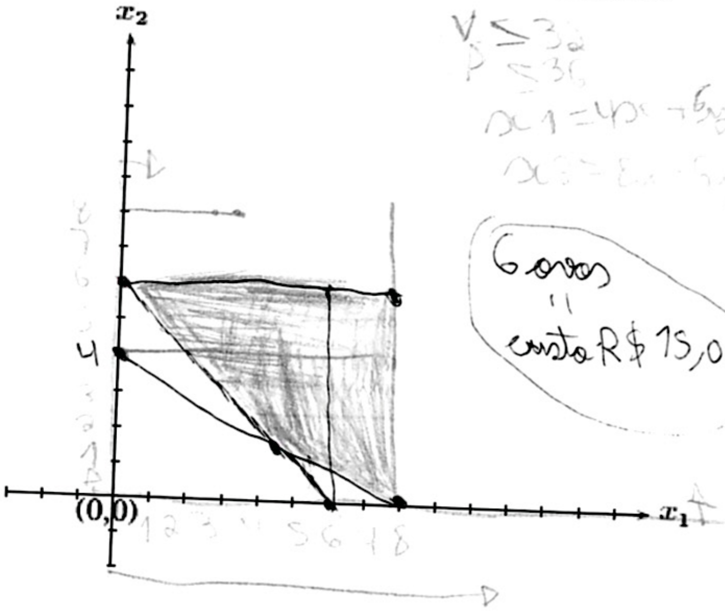
$x_2 \leq 30$

$20x_1 + 30x_2 \leq 1200$

02. Para uma boa alimentação, o corpo necessita de vitaminas e proteínas.

Estabeleça a quantidade diária de carne e ovos que deve ser consumida para suprir as necessidades de vitaminas e proteínas com o menor custo possível, sabendo que:

- a necessidade mínima de vitaminas é de 32 unidades por dia e a de proteínas de 36 unidades por dia.
- uma pessoa tem disponível carne e ovos para se alimentar. Cada unidade de carne contém 4 unidades de vitaminas e 6 unidades de proteínas.
- cada unidade de ovo contém 8 unidades de vitaminas e 6 unidades de proteínas.
- cada unidade de carne custa R$ 3,00 e cada unidade de ovo custa R$ 2,50.



6 ovos = custo R$ 15,00

x_1: quant carne

x_2: " ovos

Sujeito à:

$x_1 \geq 0$ $x_2 \geq 0$

V: $4x_1 + 8x_2 \geq 32$

P: $6x_1 + 6x_2 \geq 36$

$4x_1 + 8x_2 = 32$

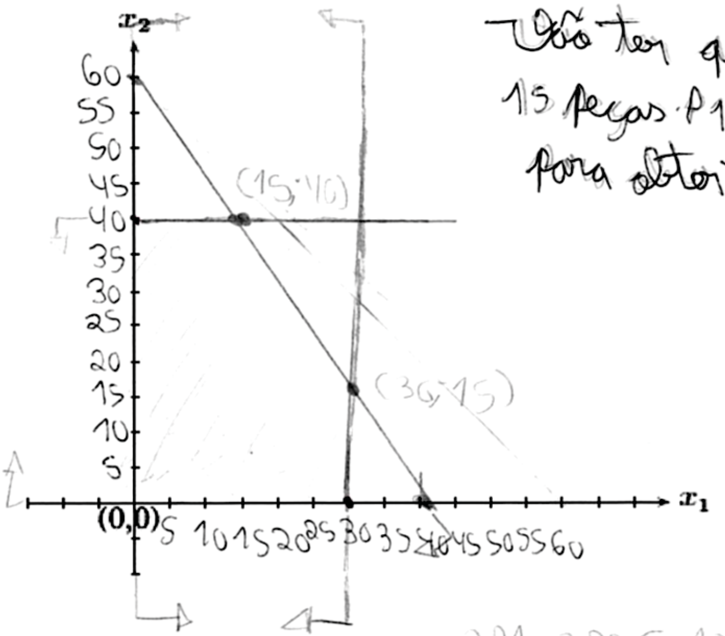
$x_1 = 0$ $x_2 = 4$

(0,4)

$x_2 = 0$ $x_1 = 8$

(0,8)

03. Certa empresa fabrica 2 produtos P1 e P2. O lucro por unidade de P1 é de R$ 100 e o lucro unitário de P2 é de R$ 150. A empresa necessita de 2 horas para fabricar uma unidade de P1 e 3 horas para fabricar uma unidade de P2. O tempo mensal disponível para essas atividades é de 120 horas. As demandas esperadas para os 2 produtos levaram a empresa a decidir que os montantes produzidos não devem ultrapassar 40 unidades de P1 e 30 unidades de P2 por mês. Construa o modelo do sistema de produção mensal com o objetivo de maximizar o lucro da empresa, expressando o plano de produção da fábrica.



Vão ter que produzir 15 peças P1 e 40 peças P2 para obter 7500 reais.

P1 = 100

P2 = 150

P1 ≥ 0

P2 ≥ 0

2P1 + 3P2 ≤ 120

P1 ≤ 40

P2 ≤ 30

2P1 + 3P2 ≤ 120

P2 ≤ 40

P1 ≤ 60

Totais: 100.30 + 150.15 = 3000 + 2250 = 5250

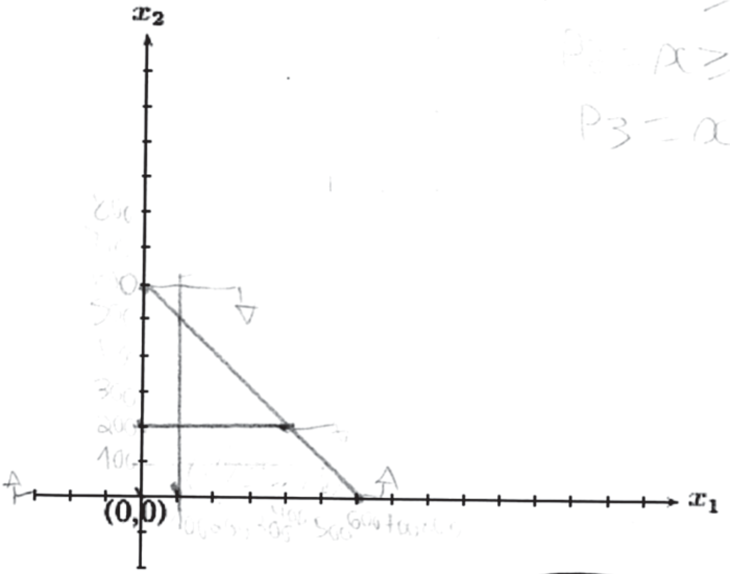
100.15 + 150.40 = 1500 + 6000 = 7500

04. Um vendedor de frutas pode transportar 800 caixas de frutas para sua região de vendas. Ele necessita transportar 200 caixas de laranjas a R$ 20 de lucro por caixa, pelo menos 100 caixas de pêssegos a R$ 10 de lucro por caixa, e no máximo 200 caixas de tangerinas a R$ 30 de lucro por caixa. Construa o modelo de tal forma para que o caminhão obtenha o lucro máximo, determinando as quantidades a serem transportadas de cada fruta.

$P1 = x \geq 200$

$P2 = x \geq 100$

$P3 = x \leq 200$



P1 = 200

P2 = 400

P3 = 200

4000 + 4000 + 6000

=

14000

Educando 05

SAGRADO - Rede de Educação
Educação Infantil - Ensino Fundamental - Ensino Médio - Curso Normal

Nome: Bruno Petroli	N º:	Série: 22
Componente Curricular: **Matemática**	Educador: **Allan**	Aplicações

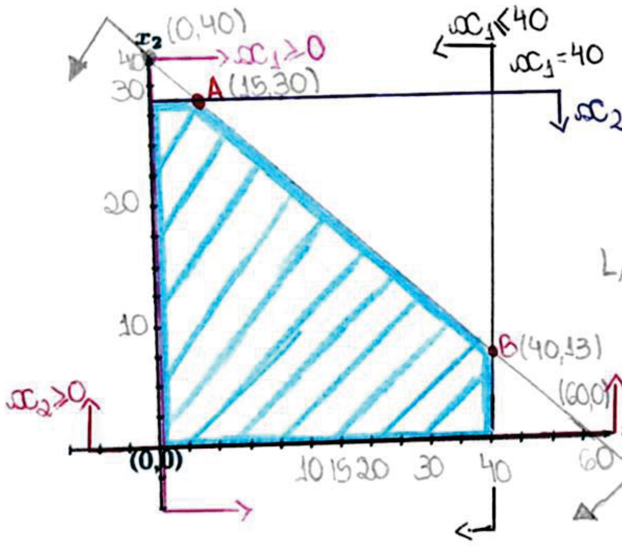
Indicadores de Aprendizagem:	**Observações:**
Ind. 2.9 – Desenvolve métodos para resolução de sistemas lineares	1. A aplicação deve ser respondida com letra legível, serão desconsideradas palavras, expressões ou frases que não puderem ser devidamente compreendidas. 2. Os educandos podem discutir as aplicações em grupos de até 3 pessoas, porém deverá ser realizada uma aplicação por educando. Sendo sua entrega individual 3. Efetue todas as resoluções a lápis colocando **apenas** as respostas definitivas a caneta (utilizar apenas caneta de tinta azul ou preta). 4. Rasuras, o uso de corretivo e respostas a lápis invalidarão as questões. Caso precise anular uma palavra, não utilize corretivo, apenas risque a palavra e coloque-a entre parênteses. Ex.: (caderno) 5. Após a realização da aplicação, aguarde o momento em que o educador a recolherá. 6. Mesmo após o encerramento da aplicação, não será permitida a saída dos alunos de sala de aula. 7. Antes de entregar, revise com atenção.

01. Certa empresa fabrica dois produtos P1 e P2.

O lucro unitário do produto P1 é de R$ 1.000 e o lucro unitário de P2 é de R$ 1.800. Sabendo que:

- **a empresa precisa de 20 horas para fabricar uma unidade de P1 e de 30 horas para fabricar uma unidade de P2 e que o tempo de produção disponível para isso é de 1200 horas;**
- **a demanda esperada para cada produto é de 40 unidades anuais para P1 e 30 unidades anuais para P2.**

Determine qual é o plano de produção (em horas para cada produto) para que a empresa maximize seu lucro nesses itens.



Variáveis:
x_1: quant. de P_1
x_2: quant. de P_2
Sujeito a:
- $x_1 \geq 0$
- $x_2 \geq 0$
- $x_2 \leq 30$
- $20x_1 + 30x_2 \leq 120$
- $x_1 \leq 40$

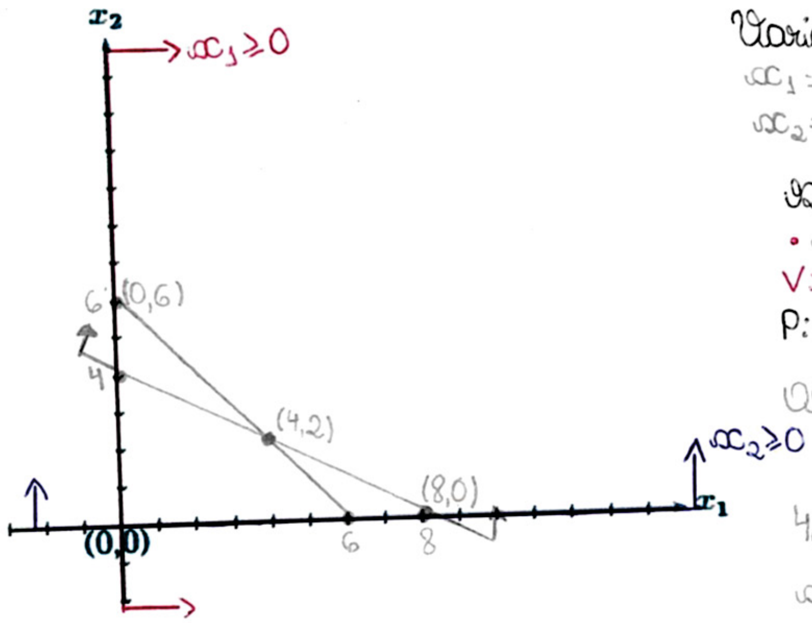
Verificando:
A(15,30)
$L_A = 1000.15 + 1800.30$
$= 15000 + 54000$
$= 69000$

$L_B = 1000.40 + 1800.13$
$= 4000 + 23400$
$= 63.400$

02. Para uma boa alimentação, o corpo necessita de vitaminas e proteínas.

Estabeleça a quantidade diária de carne e ovos que deve ser consumida para suprir as necessidades de vitaminas e proteínas com o menor custo possível, sabendo que:

- a necessidade mínima de vitaminas é de 32 unidades por dia e a de proteínas de 36 unidades por dia.
- uma pessoa tem disponível carne e ovos para se alimentar. Cada unidade de carne contém 4 unidades de vitaminas e 6 unidades de proteínas.
- cada unidade de ovo contém 8 unidades de vitaminas e 6 unidades de proteínas.
- cada unidade de carne custa R$ 3,00 e cada unidade de ovo custa R$ 2,50.



Variável:

x_1 = quant. carne

x_2 = // ovos

sujeito à:

• $x_1 \geq 0$ • $x_2 = \geq 0$

V: $4x_1 + 8x_2 \geq 32$

P: $6x_1 + 6x_2 \geq 36$

Obj: $C_{mínimo} = 3x_1$ $2{,}50x_2$

$4x_1 + 8x_2 = 32$

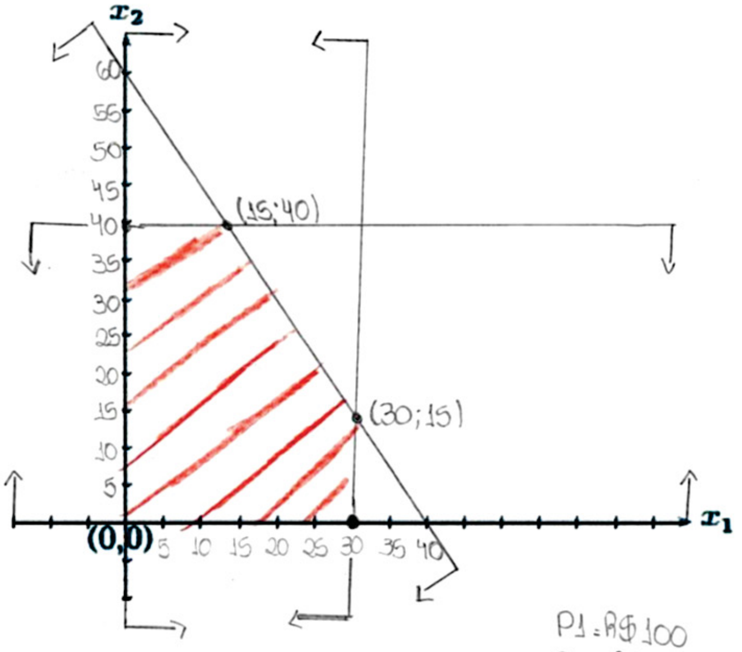
$x_1 = 0 \quad x_2 = 4$

(0,4

$x_2 = 0 \therefore x_2 = 8$

(8,0

03. Certa empresa fabrica 2 produtos P1 e P2. O lucro por unidade de P1 é de R$ 100 e o lucro unitário de P2 é de R$ 150. A empresa necessita de 2 horas para fabricar uma unidade de P1 e 3 horas para fabricar uma unidade de P2. O tempo mensal disponível para essas atividades é de 120 horas. As demandas esperadas para os 2 produtos levaram a empresa a decidir que os montantes produzidos não devem ultrapassar 40 unidades de P1 e 30 unidades de P2 por mês. Construa o modelo do sistema de produção mensal com o objetivo de maximizar o lucro da empresa, expressando o plano de produção da fábrica.



P1 = R$ 100
P2 = R$ 150

P1 ≥ 0
P2 ≥ 0

2P1 + 3P2 ≤ 120

P1 ≤ 40
P2 ≤ 30

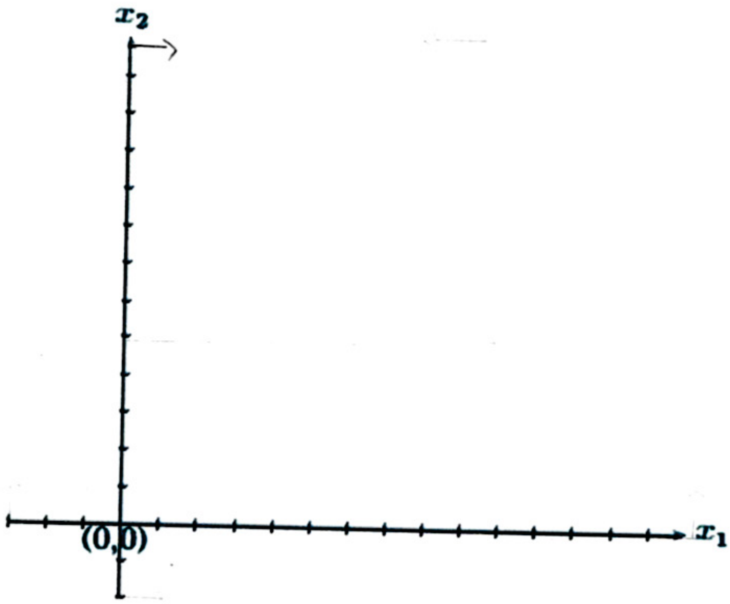
2P1 + 3P2 ≤ 120
P2 ≤ 40
P1 ≤ 60

R = 100.30 + 150.15
3000 + 2250 = 525[illegible]

R: 100.15 + 150.40 =
1500 + 6000 = 7500

Irá produzir 15 peças P1 e 40 peças P2 para obter R$ 7500

04. Um vendedor de frutas pode transportar 800 caixas de frutas para sua região de vendas. Ele necessita transportar 200 caixas de laranjas a R$ 20 de lucro por caixa, pelo menos 100 caixas de pêssegos a R$ 10 de lucro por caixa, e no máximo 200 caixas de tangerinas a R$ 30 de lucro por caixa. Construa o modelo de tal forma para que o caminhão obtenha o lucro máximo, determinando as quantidades a serem transportadas de cada fruta.



$x_1 + x_2 \leq 600$

$x_1 \geq 100$

$x_2 \leq 200$

$x_1 \geqslant 0$

$x_2 \geqslant 0$

Transportar 600 cx. de laranja, 200 cx. de tangerin
e 100 cx. de pêssego para obter 14000 reais de lucro

Educando 06

Sagrado REDE DE EDUCAÇÃO

SAGRADO - Rede de Educação

Educação Infantil - Ensino Fundamental - Ensino Médio - Curso Normal

Nome: Christian Romal		N º:	Série: 21
Componente Curricular: **Matemática**	Educador: **Allan**		Aplicações

Indicadores de Aprendizagem:	**Observações:**
Ind. 2.9 – Desenvolve métodos para resolução de sistemas lineares	1. A aplicação deve ser respondida com letra legível, serão desconsideradas palavras, expressões ou frases que não puderem ser devidamente compreendidas. 2. Os educandos podem discutir as aplicações em grupos de até 3 pessoas, porém deverá ser realizada uma aplicação por educando. Sendo sua entrega individual 3. Efetue todas as resoluções a lápis colocando **apenas** as respostas definitivas a caneta (utilizar apenas caneta de tinta azul ou preta). 4. Rasuras, o uso de corretivo e respostas a lápis invalidarão as questões. Caso precise anular uma palavra, não utilize corretivo, apenas risque a palavra e coloque-a entre parênteses. Ex.: (caderno) 5. Após a realização da aplicação, aguarde o momento em que o educador a recolherá. 6. Mesmo após o encerramento da aplicação, não será permitida a saída dos alunos de sala de aula. 7. Antes de entregar, revise com atenção.

01. Certa empresa fabrica dois produtos P1 e P2.

O lucro unitário do produto P1 é de R$ 1.000 e o lucro unitário de P2 é de R$ 1.800. Sabendo que:

- a empresa precisa de 20 horas para fabricar uma unidade de P1 e de 30 horas para fabricar uma unidade de P2 e que o tempo de produção disponível para isso é de 1200 horas;
- a demanda esperada para cada produto é de 40 unidades anuais para P1 e 30 unidades anuais para P2.

Determine qual é o plano de produção (em horas para cada produto) para que a empresa maximize seu lucro nesses itens.

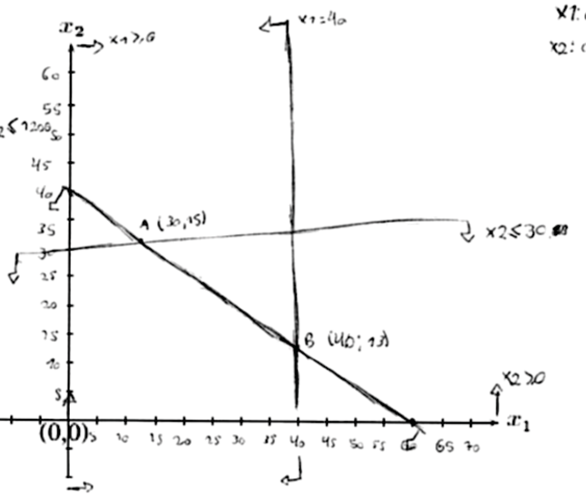
$x_1 \geq 0$

$x_2 \geq 0$

$20x_1 + 30x_2 \leq 1200$

$x_1 \leq 40$

$x_2 \leq 30$



x1: quant. de P1

x2: quant. de P2

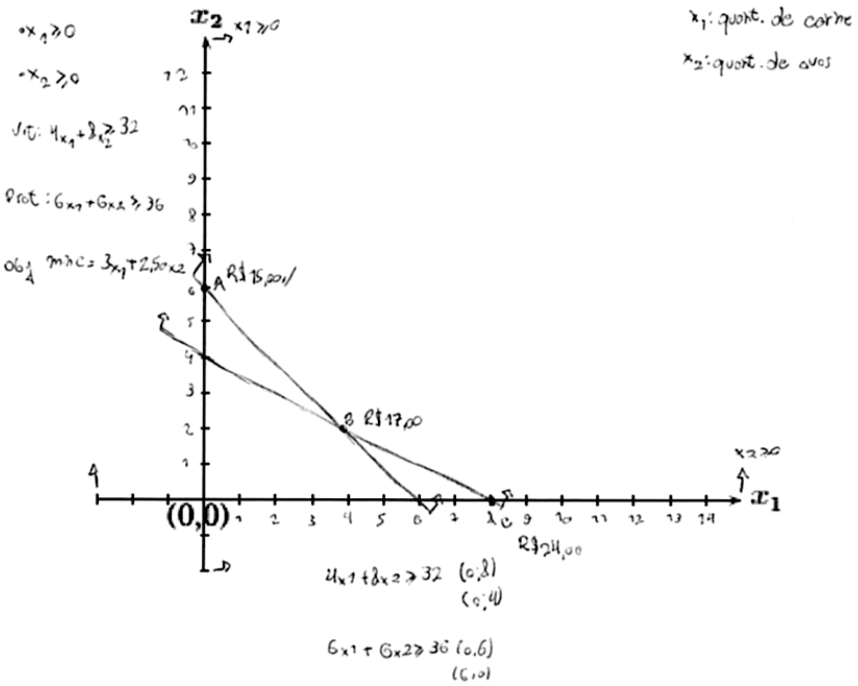
LA: 1000 · 15 + 1800 · 30
= 15000 + 54000
= 69000

LB: 1000 · 40 + 1800 · 13
= 40000 + 23400
= 63400

02. Para uma boa alimentação, o corpo necessita de vitaminas e proteínas.

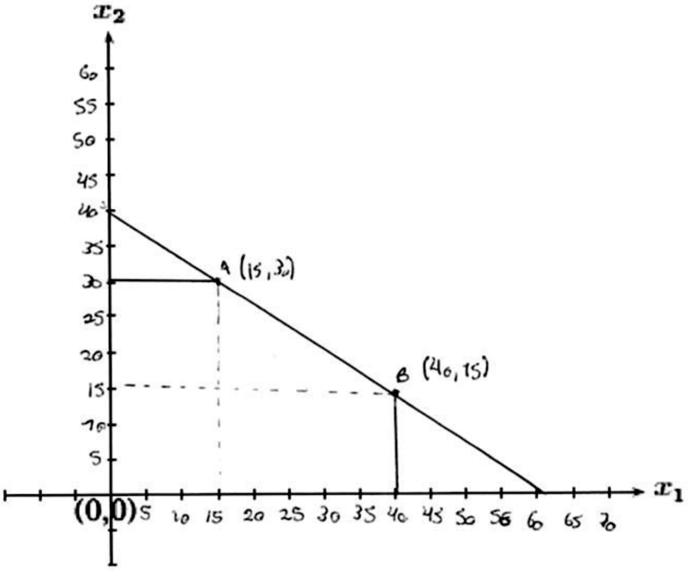
Estabeleça a quantidade diária de carne e ovos que deve ser consumida para suprir as necessidades de vitaminas e proteínas com o menor custo possível, sabendo que:

- a necessidade mínima de vitaminas é de 32 unidades por dia e a de proteínas de 36 unidades por dia.
- uma pessoa tem disponível carne e ovos para se alimentar. Cada unidade de carne contém 4 unidades de vitaminas e 6 unidades de proteínas.
- cada unidade de ovo contém 8 unidades de vitaminas e 6 unidades de proteínas.
- cada unidade de carne custa R$ 3,00 e cada unidade de ovo custa R$ 2,50.



02

03. Certa empresa fabrica 2 produtos P1 e P2. O lucro por unidade de P1 é de R$ 100 e o lucro unitário de P2 é de R$ 150. A empresa necessita de 2 horas para fabricar uma unidade de P1 e 3 horas para fabricar uma unidade de P2. O tempo mensal disponível para essas atividades é de 120 horas. As demandas esperadas para os 2 produtos levaram a empresa a decidir que os montantes produzidos não devem ultrapassar 40 unidades de P1 e 30 unidades de P2 por mês. Construa o modelo do sistema de produção mensal com o objetivo de maximizar o lucro da empresa, expressando o plano de produção da fábrica.



$x1$: quant. de P1
$x2$: quant de P2

$0 \leq x1 \leq 40$
$0 \leq x2 \leq 30$

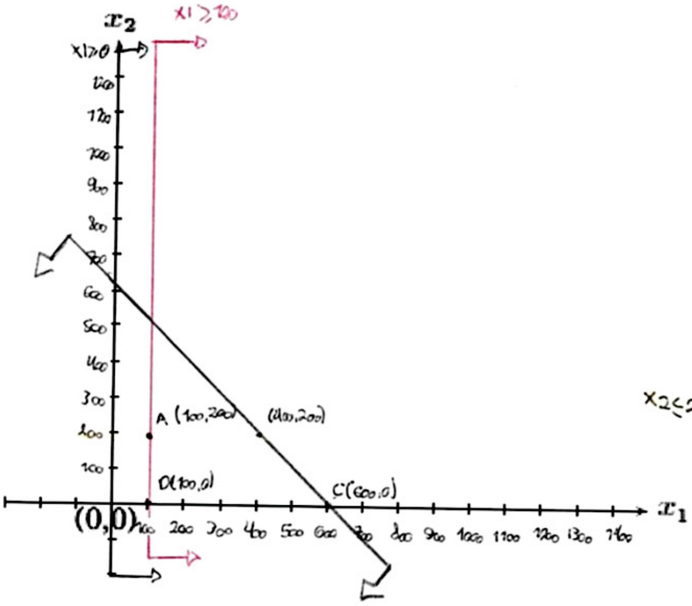
obj: max $L = 100x1 + 150x2$

$2x1 + 3x2 \leq 120$

x1	x2
0	40
60	0

15 P1 30 P2

04. Um vendedor de frutas pode transportar 800 caixas de frutas para sua região de vendas. Ele necessita transportar 200 caixas de laranjas a R$ 20 de lucro por caixa, pelo menos 100 caixas de pêssegos a R$ 10 de lucro por caixa, e no máximo 200 caixas de tangerinas a R$ 30 de lucro por caixa. Construa o modelo de tal forma para que o caminhão obtenha o lucro máximo, determinando as quantidades a serem transportadas de cada fruta.



x1: quant. de pêssegos
x2: quant. de tangerina

$x1 \geq 0$
$x2 \geq 0$

$200 + x1 + x2 \leq 800$

x1	x2
0	600
600	0

$x1 \geq 100$
$x2 \geq 200$

$x2 \leq 200$

máx $L: 200 + x1 \cdot 10 + x2 \cdot 30$

$A: 200 \cdot 20 + 100 \cdot 10 + 200 \cdot 30$
$= 11000$

$B = 4000 + 4000 + 6000$
$= 1400$

$C: 4000 + 6000 + 0$
$= 10000$

$D: 4000 + 1000 + 0$
$= 10000$

Educando 07

SAGRADO - Rede de Educação

Educação Infantil - Ensino Fundamental - Ensino Médio - Curso Normal

Nome: Maria Luísa Leomil Cardoso Alves	N°: –	Série: EM21
Componente Curricular: **Matemática**	Educador: **Allan**	Aplicações

Indicadores de Aprendizagem:	**Observações:**
Ind. 2.9 – Desenvolve métodos para resolução de sistemas lineares	1. A aplicação deve ser respondida com letra legível, serão desconsideradas palavras, expressões ou frases que não puderem ser devidamente compreendidas. 2. Os educandos podem discutir as aplicações em grupos de até 3 pessoas, porém deverá ser realizada uma aplicação por educando. Sendo sua entrega individual 3. Efetue todas as resoluções a lápis colocando **apenas** as respostas definitivas a caneta (utilizar apenas caneta de tinta azul ou preta). 4. Rasuras, o uso de corretivo e respostas a lápis invalidarão as questões. Caso precise anular uma palavra, não utilize corretivo, apenas risque a palavra e coloque-a entre parênteses. Ex.: (caderno) 5. Após a realização da aplicação, aguarde o momento em que o educador a recolherá. 6. Mesmo após o encerramento da aplicação, não será permitida a saída dos alunos de sala de aula. 7. Antes de entregar, revise com atenção.

01. Certa empresa fabrica dois produtos P1 e P2.

O lucro unitário do produto P1 é de R$ 1.000 e o lucro unitário de P2 é de R$ 1.800. Sabendo que:

- a empresa precisa de 20 horas para fabricar uma unidade de P1 e de 30 horas para fabricar uma unidade de P2 e que o tempo de produção disponível para isso é de 1200 horas;
- a demanda esperada para cada produto é de 40 unidades anuais para P1 e 30 unidades anuais para P2.

Determine qual é o plano de produção (em horas para cada produto) para que a empresa maximize seu lucro nesses itens.

Verificações

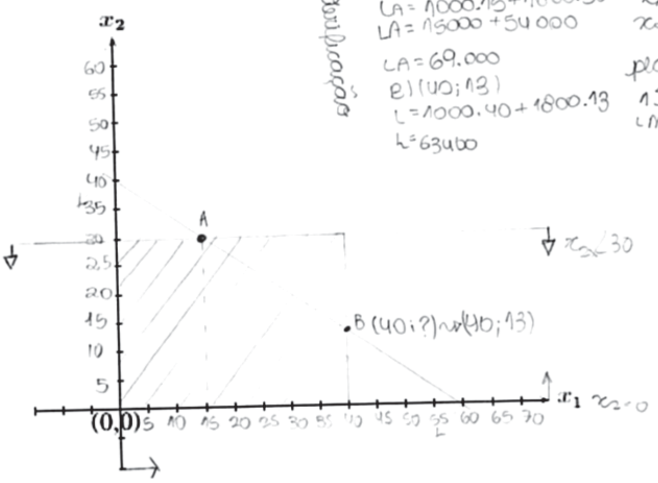
A = (15;30)
LA = 1000.15 + 1800.30
LA = 15000 + 54000
LA = 69.000
B) (40;13)
L = 1000.40 + 1800.13
L = 63400

Variáveis
x_1 = qtnd P1
x_2 = qtnd P2

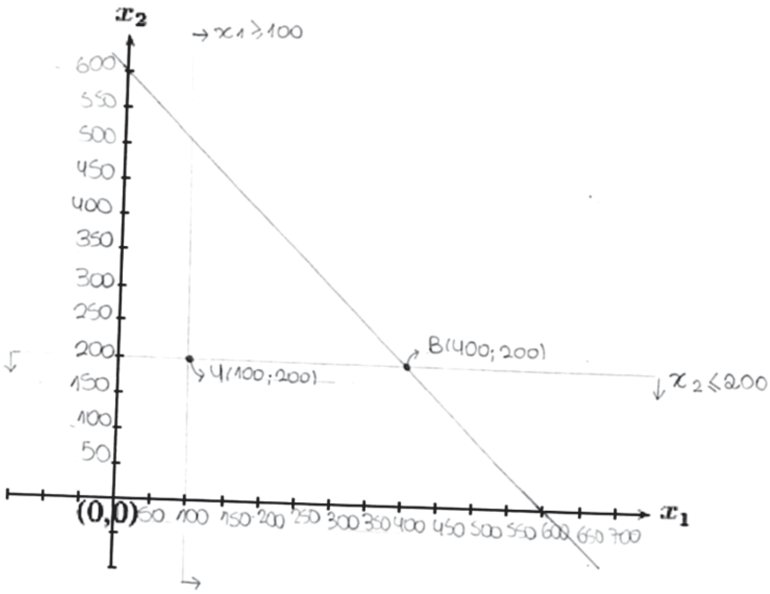
plano
15 P1 ; 30 P2
L MAX

sujeito a
$x_1 \geq 0$
$x_2 \geq 0$
$20x_1 + 30x_2 \leq 1200$
$x_1 \leq 40$
$x_2 \leq 30$

objetivo
maximizar L = $1000x_1 + 1800x_2$



04. Um vendedor de frutas pode transportar 800 caixas de frutas para sua região de vendas. Ele necessita transportar 200 caixas de laranjas a R$ 20 de lucro por caixa, pelo menos 100 caixas de pêssegos a R$ 10 de lucro por caixa, e no máximo 200 caixas de tangerinas a R$ 30 de lucro por caixa. Construa o modelo de tal forma para que o caminhão obtenha o lucro máximo, determinando as quantidades a serem transportadas de cada fruta.



pêssegos = x_1
tangerinas = x_2

x_1 x_2
0
1

sujeitos A:
laranja = 200
$\cdot\ x_1 \geq 100$
$\cdot\ x_2 \leq 200$

(400 · 200)
$L = 400 + 10 \cdot 100 + 30 + 20$
$L = 4000 + 1000 + 6000$
$= 11000$

3 (400 + 200)
$= 4000 + 10 \cdot 400 + 50 + 200$
$L = 4000 + 4000 + 5000$
$L = 14.000$

MAX $L = 20 \cdot 200 + 10 \cdot x_1 + 30 \cdot x_2$

transporte:
$200 + x_1 + x_2 \leq 800$
$x_1 + x_2 \leq 600$ → B. de laranja
$800 - 200 = 600$
total

Educando 08

SAGRADO - Rede de Educação

Educação Infantil - Ensino Fundamental - Ensino Médio - Curso Normal

Nome: Luiza Dantas Furini	N º:	Série: 21
Componente Curricular: **Matemática**	Educador: **Allan**	Aplicações

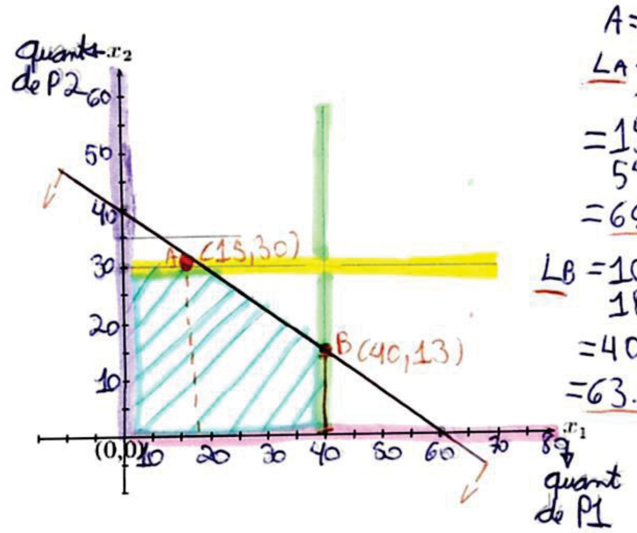
Indicadores de Aprendizagem:	**Observações:**
Ind. 2.9 – Desenvolve métodos para resolução de sistemas lineares	1. A aplicação deve ser respondida com letra legível, serão desconsideradas palavras, expressões ou frases que não puderem ser devidamente compreendidas. 2. Os educandos podem discutir as aplicações em grupos de até 3 pessoas, porém deverá ser realizada uma aplicação por educando. Sendo sua entrega individual 3. Efetue todas as resoluções a lápis colocando **apenas** as respostas definitivas a caneta (utilizar apenas caneta de tinta azul ou preta). 4. Rasuras, o uso de corretivo e respostas a lápis invalidarão as questões. Caso precise anular uma palavra, não utilize corretivo, apenas risque a palavra e coloque-a entre parênteses. Ex.: (caderno) 5. Após a realização da aplicação, aguarde o momento em que o educador a recolherá. 6. Mesmo após o encerramento da aplicação, não será permitida a saída dos alunos de sala de aula. 7. Antes de entregar, revise com atenção.

01. Certa empresa fabrica dois produtos P1 e P2.

O lucro unitário do produto P1 é de R$ 1.000 e o lucro unitário de P2 é de R$ 1.800. Sabendo que:

- a empresa precisa de 20 horas para fabricar uma unidade de P1 e de 30 horas para fabricar uma unidade de P2 e que o tempo de produção disponível para isso é de 1200 horas;
- a demanda esperada para cada produto é de 40 unidades anuais para P1 e 30 unidades anuais para P2.

Determine qual é o plano de produção (em horas para cada produto) para que a empresa maximize seu lucro nesses itens.



$A = (15,30)$

$L_A = 1000 \cdot 15 + 1800 \cdot 30 = 15.000 + 54.000 = 69.000$

$L_B = 1000 \cdot 40 + 1800 \cdot 13 = 40000 + 23400 = 63.400$

$x_1 \geq 0$

$x_2 \geq 0$

$20x_1 + 30x_2 \leq 1$

$x_1 \leq 40$

$x_2 \leq 30$

Obj: máx

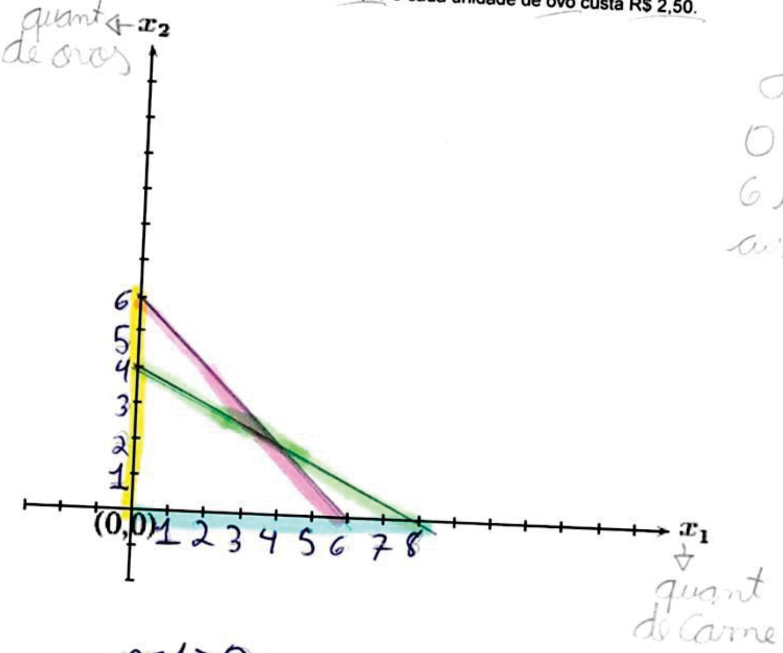
$L = 1000x_1 + 1800x_2$

$L_A = 69.000$ mái

02. Para uma boa alimentação, o corpo necessita de vitaminas e proteínas.

Estabeleça a quantidade diária de carne e ovos que deve ser consumida para suprir as necessidades de vitaminas e proteínas com o menor custo possível, sabendo que:

- a necessidade mínima de vitaminas é de 32 unidades por dia e a de proteínas de 36 unidades por dia.
- uma pessoa tem disponível carne e ovos para se alimentar. Cada unidade de carne contém 4 unidades de vitaminas e 6 unidades de proteínas.
- cada unidade de ovo contém 8 unidades de vitaminas e 6 unidades de proteínas.
- cada unidade de carne custa R$ 3,00 e cada unidade de ovo custa R$ 2,50.



dieta
0 unid carne
6 unid ovos
custo= R$ 15,00

x_1	x_2
0	4
8	0

$x_1 \geq 0$

$x_2 \geq 0$

Vit

$4x_1+8x_2 \geq 32$

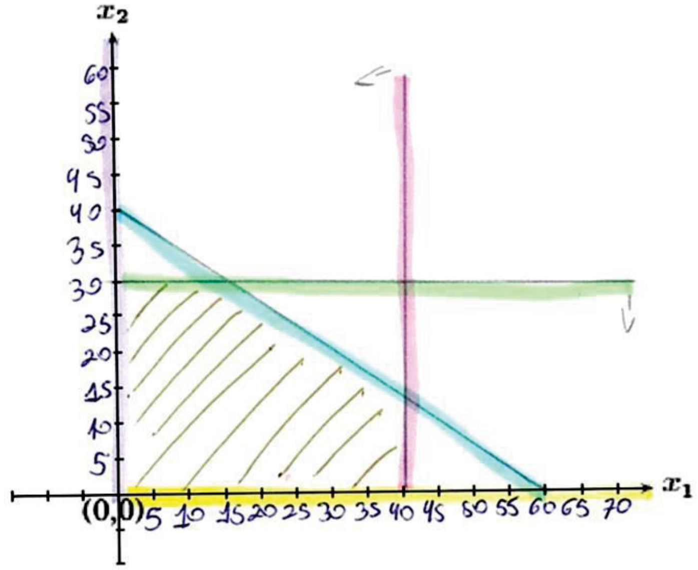
Prot

$6x_1+6x_2 \geq 36$

Obj:

$Min\ C=3x_1+2,50x_2$

03. Certa empresa fabrica 2 produtos P1 e P2. O lucro por unidade de P1 é de R$ 100 e o lucro unitário de P2 é de R$ 150. A empresa necessita de 2 horas para fabricar uma unidade de P1 e 3 horas para fabricar uma unidade de P2. O tempo mensal disponível para essas atividades é de 120 horas. As demandas esperadas para os 2 produtos levaram a empresa a decidir que os montantes produzidos não devem ultrapassar 40 unidades de P1 e 30 unidades de P2 por mês. Construa o modelo do sistema de produção mensal com o objetivo de maximizar o lucro da empresa, expressando o plano de produção da fábrica.



Obj: max $= 100P_1 + 150P_2$

max a $= 1500 + 4500$

max a $= 6000$

max b $= 4000 + 1950$

max b $= 5950$

$P_1 = x_1$

$P_2 = x_2$

$x_1 \geq 0$

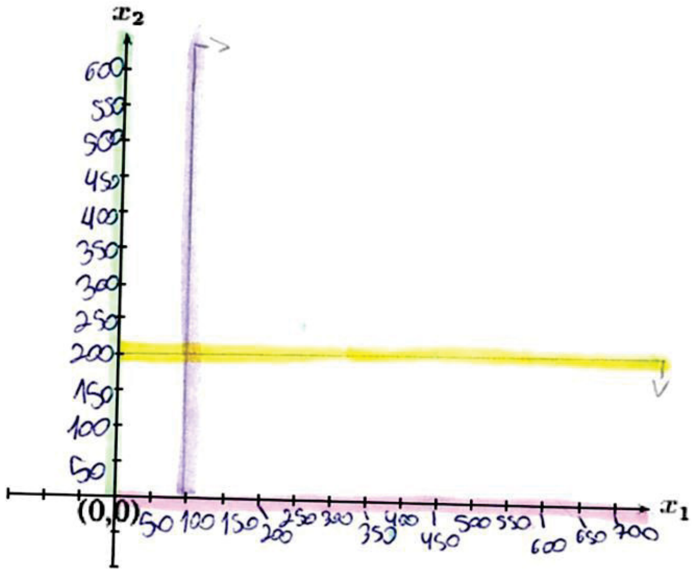
$x_2 \geq 0$

$2x_1 + 3x_2 \leq 120$

$x_1 \leq 40$

$x_2 < 30$

04. Um vendedor de frutas pode transportar 800 caixas de frutas para sua região de vendas. Ele necessita transportar 200 caixas de laranjas a R$ 20 de lucro por caixa, pelo menos 100 caixas de pêssegos a R$ 10 de lucro por caixa, e no máximo 200 caixas de tangerinas a R$ 30 de lucro por caixa. Construa o modelo de tal forma para que o caminhão obtenha o lucro máximo, determinando as quantidades a serem transportadas de cada fruta.



$x1$ = tangerina
$x2$ = pêssego

$x1 + x2 + 200 = 800$
$x1 + x2 = 600$
$x2 = 400$
$x1 = 200$

$max = 4000 + 10x2 + 30x1$

$max = 4000 + 4000 + 6000$

$x2 = \geq 100$
$x1 = \leq 200$

Educando 09

SAGRADO - Rede de Educação

Educação Infantil - Ensino Fundamental - Ensino Médio - Curso Normal

Nome: Gabriele Mello Iginac de Souza		Nº: 8	Série: 2.1ºEM
Componente Curricular: **Matemática**	Educador: **Allan**		Aplicações

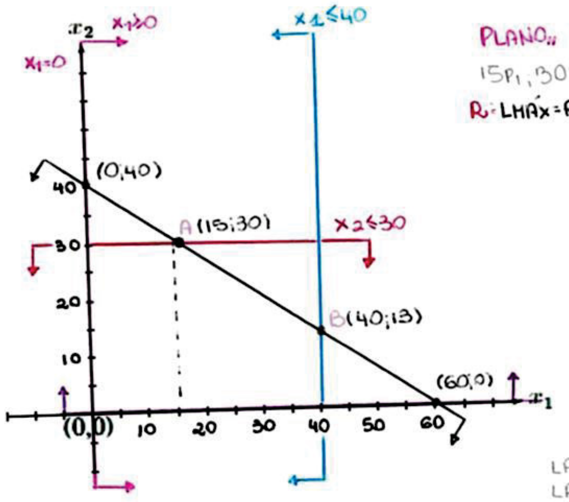
Indicadores de Aprendizagem:	**Observações:**
Ind. 2.9 – Desenvolve métodos para resolução de sistemas lineares	1. A aplicação deve ser respondida com letra legível, serão desconsideradas palavras, expressões ou frases que não puderem ser devidamente compreendidas. 2. Os educandos podem discutir as aplicações em grupos de até 3 pessoas, porém deverá ser realizada uma aplicação por educando. Sendo sua entrega individual 3. Efetue todas as resoluções a lápis colocando **apenas** as respostas definitivas a caneta (utilizar apenas caneta de tinta azul ou preta). 4. Rasuras, o uso de corretivo e respostas a lápis invalidarão as questões. Caso precise anular uma palavra, não utilize corretivo, apenas risque a palavra e coloque-a entre parênteses. Ex.: (caderno) 5. Após a realização da aplicação, aguarde o momento em que o educador a recolherá. 6. Mesmo após o encerramento da aplicação, não será permitida a saída dos alunos de sala de aula. 7. Antes de entregar, revise com atenção.

01. Certa empresa fabrica dois produtos P1 e P2.

O lucro unitário do produto P1 é de R$ 1.000 e o lucro unitário de P2 é de R$ 1.800. Sabendo que:

- a empresa precisa de 20 horas para fabricar uma unidade de P1 e de 30 horas para fabricar uma unidade de P2 e que o tempo de produção disponível para isso é de 1200 horas;
- a demanda esperada para cada produto é de 40 unidades anuais para P1 e 30 unidades anuais para P2.

Determine qual é o plano de produção (em horas para cada produto) para que a empresa maximize seu lucro nesses itens.



PLANO,,

15P1 ; 30P2

R: LMÁX = R$69 mil,,

• VARIÁVEIS,,

x1 = quantidade de P1

x2 = quantidade de P2

• SUJEITO À,,

• $x_1 \geq 0$ • $x_2 \geq 0$

• $20x_1 + 30x_2 \leq 1200$

• $x_1 \leq 40$ • $x_2 \leq 30$

• OBJETIVO: maximizar o lucro

$MÁX\,L = 1000x_1 + 1800x_2$

• ANÁLISES,,

$20 \cdot 0 + 30x_2 = 1200$

$x_2 = \frac{1200}{30}$ $x_2 = 40$

x1	x2
0	40
60	0

$20x_1 + 30 \cdot 0 = 1200$

$x_1 = \frac{1200}{20}$ $x_1 = 60$

• VERIFICANDO,,

LA = 1000.15 + 1800.30

LA = 1500 + 54000

LA = 69.000,,

LB = 1000.40 + 1800.13

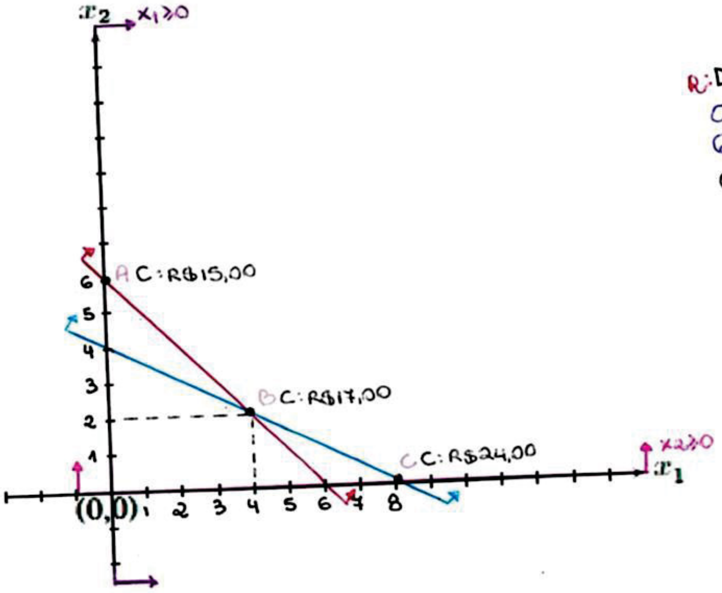
LB = 40000 + 23400

LB = 63.400,,

02. Para uma boa alimentação, o corpo necessita de vitaminas e proteínas.

Estabeleça a quantidade diária de carne e ovos que deve ser consumida para suprir as necessidades de vitaminas e proteínas com o menor custo possível, sabendo que:

- a necessidade mínima de vitaminas é de 32 unidades por dia e a de proteínas de 36 unidades por dia.
- uma pessoa tem disponível carne e ovos para se alimentar. Cada unidade de carne contém 4 unidades de vitaminas e 6 unidades de proteínas.
- cada unidade de ovo contém 8 unidades de vitaminas e 6 unidades de proteínas.
- cada unidade de carne custa R$ 3,00 e cada unidade de ovo custa R$ 2,50.



R: DIETA
0 unidade de carne
6 unidades de ovos
Custo: R$15,00.

• VARIÁVEIS
x_1: quantidade de carne
x_2: quantidade de ovos

• SUJEITO À
• $x_1 \geq 0$ • $x_2 \geq 0$

• VITAMINAS
• $4x_1 + 8x_2 \geq 32$

• PROTEÍNAS
• $6x_1 + 6x_2 \geq 36$

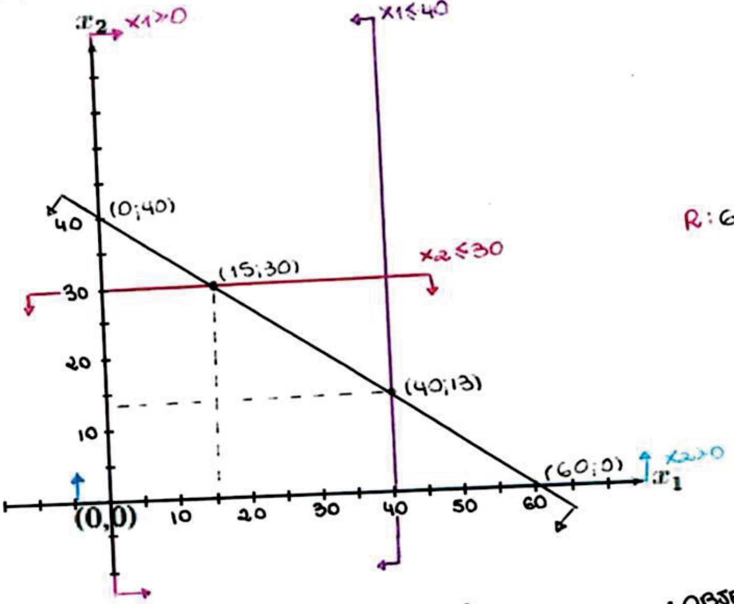
• OBJETIVO
↳ minimizar o custo

MIN C $= 3x_1 + 2,50x_2$

• $4x_1 + 8x_2 \geq 32$ (0;4) (8;0)

• $6x_1 + 6x_2 \geq 36$ (6;0) (0;6)

03. Certa empresa fabrica 2 produtos P1 e P2. O lucro por unidade de P1 é de R$ 100 e o lucro unitário de P2 é de R$ 150. A empresa necessita de 2 horas para fabricar uma unidade de P1 e 3 horas para fabricar uma unidade de P2. O tempo mensal disponível para essas atividades é de 120 horas. As demandas esperadas para os 2 produtos levaram a empresa a decidir que os montantes produzidos não devem ultrapassar 40 unidades de P1 e 30 unidades de P2 por mês. Construa o modelo do sistema de produção mensal com o objetivo de maximizar o lucro da empresa, expressando o plano de produção da fábrica.



R: 6000 mil de lucro máximo.

• OBJETIVO,,

MÁX L = $100x_1 + 150x_2$

• VARIÁVEIS,,

x_1: quantidade de P1

x_2: quantidade de P2

• SUJEITO À,,

• $x_1 \geq 0$ • $x_2 \geq 0$

• $2x_1 + 3x_2 \leq 120$

• $x_1 \leq 40$ • $x_2 \leq 30$

• ANÁLISE,,

x_1	x_2
0	40
60	0

$2.0 + 3x_2 = 120$

$x_2 = \frac{120}{3}$

$x_2 = 40$

$2x_1 + 3.0 = 120$

$x_1 = \frac{120}{2}$

$x_1 = 60$

• VERIFICANDO,,

LA = 100.15 + 150.30

LA = 1500 + 4500

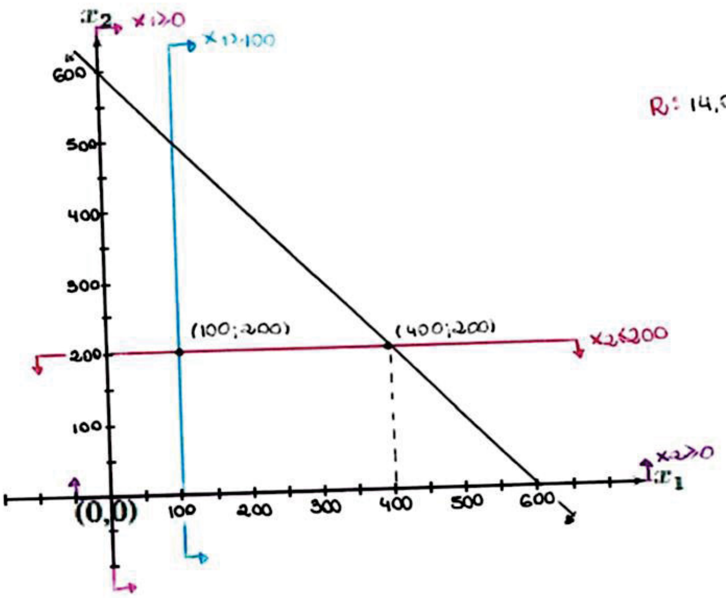
LA = 6000,,

LB = 100.40 + 150.13

LB = 4000 + 1950

LB = 5940,,

04. Um vendedor de frutas pode transportar 800 caixas de frutas para sua região de vendas. Ele necessita transportar 200 caixas de laranjas a R$ 20 de lucro por caixa, pelo menos 100 caixas de pêssegos a R$ 10 de lucro por caixa, e no máximo 200 caixas de tangerinas a R$ 30 de lucro por caixa. Construa o modelo de tal forma para que o caminhão obtenha o lucro máximo, determinando as quantidades a serem transportadas de cada fruta.



R: 14,000 mil é o lucro máximo.

• VARIÁVEIS,,

x_1: caixas de pêssegos

x_2: caixas de tangerinas

• FIXO,,

2,00 caixas de laranjas

• SUJEITO À,,

• $x_1 \geq 0$ • $x_2 \geq 0$

• $x_1 + x_2 \leq 600$ → desconta a laranja

• $x_1 \geq 100$ • $x_2 \leq 200$

• OBJETIVO,,

$MÁX\ L = 10x_1 + 30x_2 + 4000$

• VERIFICANDO,,

$LA = 10.400 + 30.200 + 4000$

$LA = 4000 + 6000 + 4000$

$LA = 14,000$

$LB = 10.100 + 30.200 + 4000$

$LB = 1000 + 6000 + 4000$

$LB = 11,000$

Educando 10

SAGRADO - Rede de Educação

Educação Infantil - Ensino Fundamental - Ensino Médio - Curso Normal

Nome: João Victor Ferreira de Sá Santos	Nº: 15	Série: 21
Componente Curricular: **Matemática**	Educador: **Allan**	Aplicações

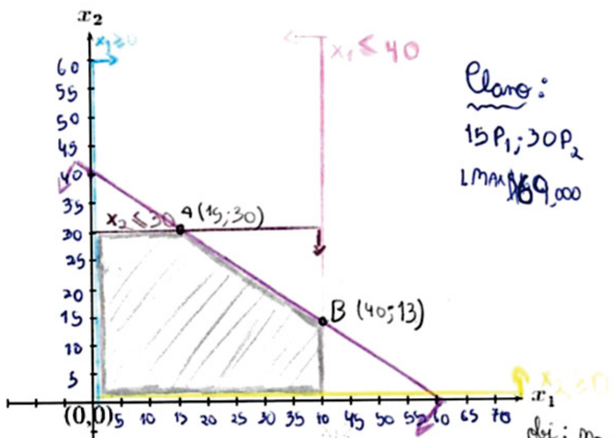
Indicadores de Aprendizagem:	**Observações:**
Ind. 2.9 – Desenvolve métodos para resolução de sistemas lineares	1. A aplicação deve ser respondida com letra legível, serão desconsideradas palavras, expressões ou frases que não puderem ser devidamente compreendidas. 2. Os educandos podem discutir as aplicações em grupos de até 3 pessoas, porém deverá ser realizada uma aplicação por educando. Sendo sua entrega individual 3. Efetue todas as resoluções a lápis colocando **apenas** as respostas definitivas a caneta (utilizar apenas caneta de tinta azul ou preta). 4. Rasuras, o uso de corretivo e respostas a lápis invalidarão as questões. Caso precise anular uma palavra, não utilize corretivo, apenas risque a palavra e coloque-a entre parênteses. Ex.: (caderno) 5. Após a realização da aplicação, aguarde o momento em que o educador a recolherá. 6. Mesmo após o encerramento da aplicação, não será permitida a saída dos alunos de sala de aula. 7. Antes de entregar, revise com atenção.

01. Certa empresa fabrica dois produtos P1 e P2.

O lucro unitário do produto P1 é de R$ 1.000 e o lucro unitário de P2 é de R$ 1.800. Sabendo que:

- a empresa precisa de 20 horas para fabricar uma unidade de P1 e de 30 horas para fabricar uma unidade de P2 e que o tempo de produção disponível para isso é de 1200 horas;
- a demanda esperada para cada produto é de 40 unidades anuais para P1 e 30 unidades anuais para P2.

Determine qual é o plano de produção (em horas para cada produto) para que a empresa maximize seu lucro nesses itens.



Plano:
$15P_1; 30P_2$
LMAX 69.000

$20x_1+30x_2 \leq 1200$

x_1	x_2
0	40
60	0

A = (15000 + 54000)
A = 69000

B = (40000 + 23.400)
B = 63.400

obj: $\max L = 1000x_1 + 1800x_2$

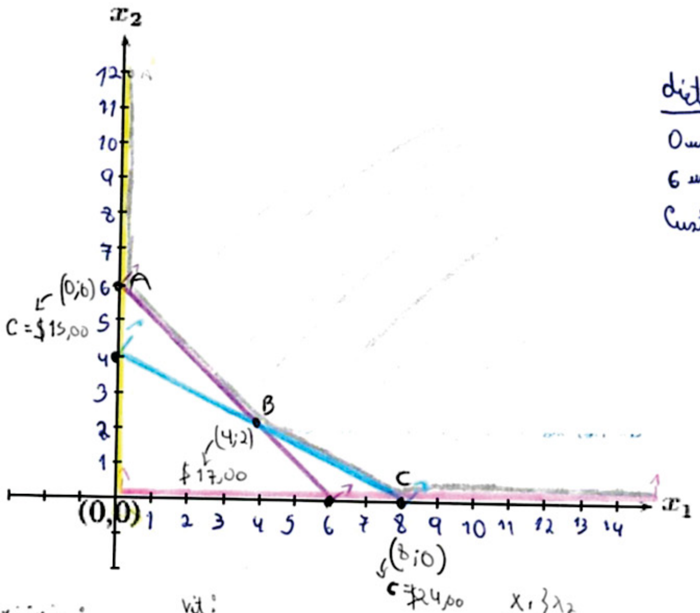
x_1 = quant P_1
x_2 = quant P_2

$x_2 \geq 0$ $x_1 \geq 0$
$20x_1+30x_2 \leq 1200$
$x_1 \leq 40$
$x_2 \leq 30$

02. Para uma boa alimentação, o corpo necessita de vitaminas e proteínas.

Estabeleça a quantidade diária de carne e ovos que deve ser consumida para suprir as necessidades de vitaminas e proteínas com o menor custo possível, sabendo que:

- a necessidade mínima de vitaminas é de 32 unidades por dia e a de proteínas de 36 unidades por dia.
- uma pessoa tem disponível carne e ovos para se alimentar. Cada unidade de carne contém 4 unidades de vitaminas e 6 unidades de proteínas.
- cada unidade de ovo contém 8 unidades de vitaminas e 6 unidades de proteínas.
- cada unidade de carne custa R$ 3,00 e cada unidade de ovo custa R$ 2,50.



dieta:
0 unid carne
6 unid ovos
Custo: $ 15,00

Variáveis:
x_1 = quant carne
x_2 = quant ovos

Sujeito à:
- $x_1 \geq 0$
- $x_2 \geq 0$

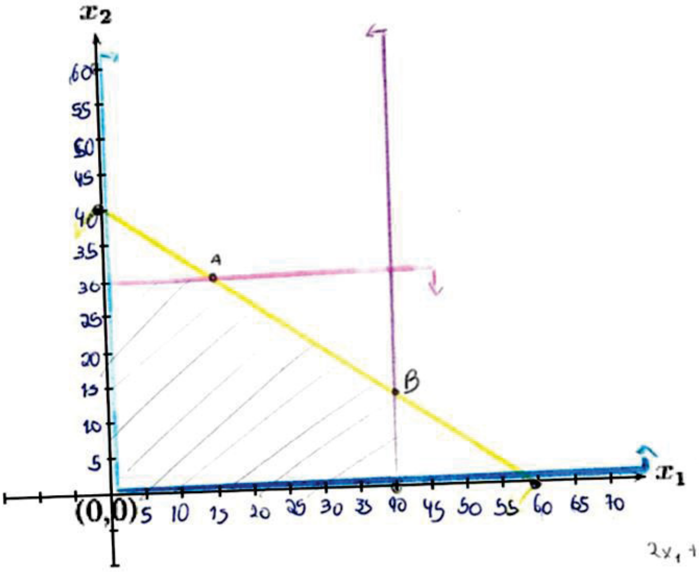
Vit:
$4x_1 + 8x_2 \geq 32$

Prot:
$6x_1 + 6x_2 \geq 36$

objetivo:
$\min C = 3x_1 + 2{,}50x_2$

x_1	x_2
0	4
8	0

03. Certa empresa fabrica 2 produtos P1 e P2. O lucro por unidade de P1 é de R$ 100 e o lucro unitário de P2 é de R$ 150. A empresa necessita de 2 horas para fabricar uma unidade de P1 e 3 horas para fabricar uma unidade de P2. O tempo mensal disponível para essas atividades é de 120 horas. As demandas esperadas para os 2 produtos levaram a empresa a decidir que os montantes produzidos não devem ultrapassar 40 unidades de P1 e 30 unidades de P2 por mês. Construa o modelo do sistema de produção mensal com o objetivo de maximizar o lucro da empresa, expressando o plano de produção da fábrica.



$2x_1 + 3x_2 \leq 120$

x_1	x_2
0	40
60	0

$x_1 = P_1$
$x_2 = P_2$

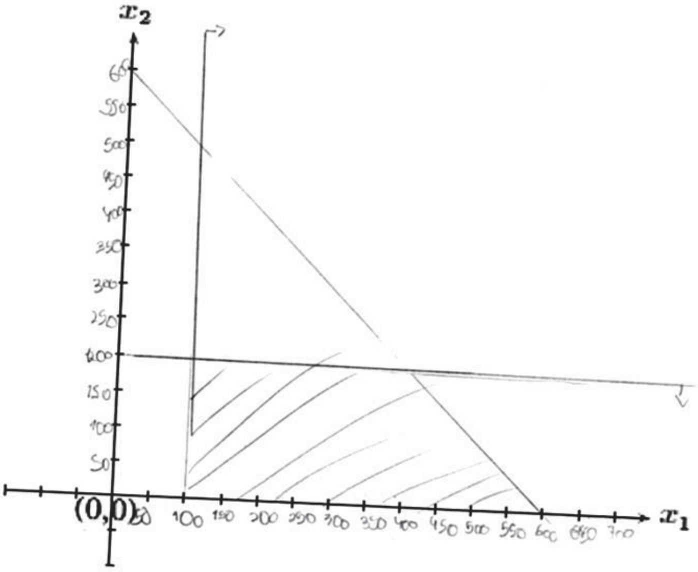
obj: MAX $L = 100 x_1 + 150 P_2$

- $x_1 \geq 0$
- $x_2 \geq 0$
- $2x_1 + 3x_2 \leq 120$
- $x_1 \leq 40$
- $x_2 \leq 30$

MAX A = 1500 + 4500
MAX A = 6000

MAX B = 4000 + 1950
MAX B = 5950

04. Um vendedor de frutas pode transportar 800 caixas de frutas para sua região de vendas. Ele necessita transportar 200 caixas de laranjas a R$ 20 de lucro por caixa, pelo menos 100 caixas de pêssegos a R$ 10 de lucro por caixa, e no máximo 200 caixas de tangerinas a R$ 30 de lucro por caixa. Construa o modelo de tal forma para que o caminhão obtenha o lucro máximo, determinando as quantidades a serem transportadas de cada fruta.



Variáveis:

X_1 = pêssego

X_{11} = tangerina

Sujeito à:

$X_1 \geq 100$

$X_{11} \leq 200$

obj

$L_{MAX} = 4000 + 10x_1 + 30x_{11}$

$X_1 + X_{11} + 200 = 800$

$X_1 + X_{11} = 600$

$X_1 = 400$

$X_{11} = 200$

$L_{MAX} = 4000 + 4000 + 6000$

$L_{MAX} = 14000$

Educando 11

SAGRADO - Rede de Educação

Educação Infantil - Ensino Fundamental - Ensino Médio - Curso Normal

Nome: Giulia Erdmann Roscete	N º:	Série: EM21
Componente Curricular: **Matemática**	Educador: **Allan**	Aplicações

Indicadores de Aprendizagem:	**Observações:**
Ind. 2.9 – Desenvolve métodos para resolução de sistemas lineares	1. A aplicação deve ser respondida com letra legível, serão desconsideradas palavras, expressões ou frases que não puderem ser devidamente compreendidas. 2. Os educandos podem discutir as aplicações em grupos de até 3 pessoas, porém deverá ser realizada uma aplicação por educando. Sendo sua entrega individual 3. Efetue todas as resoluções a lápis colocando **apenas** as respostas definitivas a caneta (utilizar apenas caneta de tinta azul ou preta). 4. Rasuras, o uso de corretivo e respostas a lápis invalidarão as questões. Caso precise anular uma palavra, não utilize corretivo, apenas risque a palavra e coloque-a entre parênteses. Ex.: (caderno) 5. Após a realização da aplicação, aguarde o momento em que o educador a recolherá. 6. Mesmo após o encerramento da aplicação, não será permitida a saída dos alunos de sala de aula. 7. Antes de entregar, revise com atenção.

$20.40 + 30x_2 = 1200$

$30x_2 = 400$

01. Certa empresa fabrica dois produtos P1 e P2.

O lucro unitário do produto P1 é de R$ 1.000 e o lucro unitário de P2 é de R$ 1.800. Sabendo que: $x_2 = \frac{400}{30}$ $x_2 = 13,333$

- a empresa precisa de 20 horas para fabricar uma unidade de P1 e de 30 horas para fabricar uma unidade de P2 e que o tempo de produção disponível para isso é de 1200 horas;
- a demanda esperada para cada produto é de 40 unidades anuais para P1 e 30 unidades anuais para P2.

Determine qual é o plano de produção (em horas para cada produto) para que a empresa maximize seu lucro nesses itens.

$L_A = 1000.15 + 1800.30$

$L_A = 15000 + 54000$

$L_A = 69000$

$L_B = 1000.40 + 1800.13$

$L_B = 40000 + 23400$

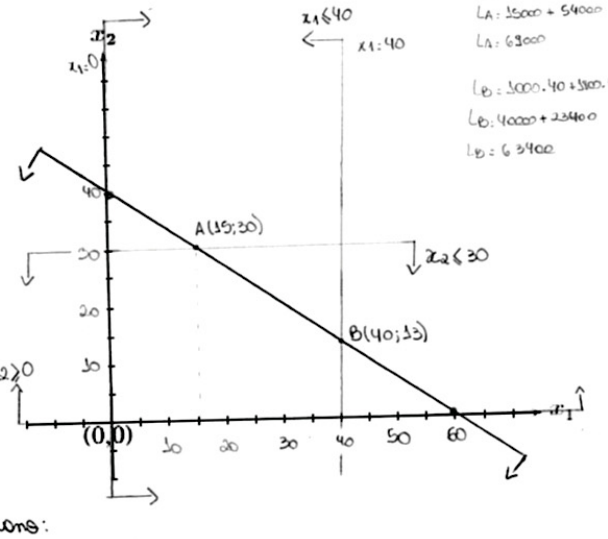
$L_B = 63400$

x_1: quantidade de P_1

x_2: quantidade de P_2.

Sujeito a:

- $x_1 \geqslant 0$
- $x_2 \geqslant 0$
- $20x_1 + 30x_2 \leqslant 1200$
- $x_1 \leqslant 40$
- $x_2 \leqslant 30$



$20x_1 + 30x_2 = 1200$

x_1	x_2
0	40
60	0

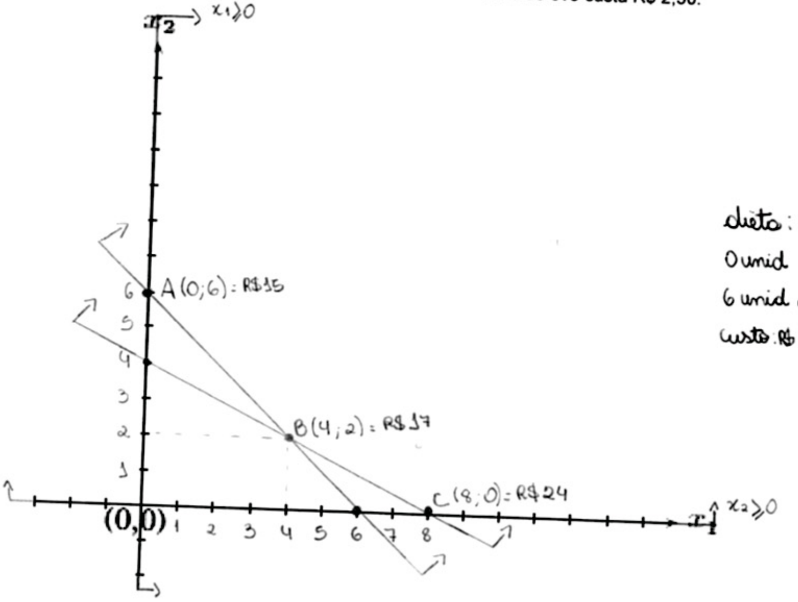
Plano:

OBJETIVO: máx $L = 1000x_1 + 1800x_2$

02. Para uma boa alimentação, o corpo necessita de vitaminas e proteínas.

Estabeleça a quantidade diária de carne e ovos que deve ser consumida para suprir as necessidades de vitaminas e proteínas com o menor custo possível, sabendo que:

- a necessidade mínima de vitaminas é de 32 unidades por dia e a de proteínas de 36 unidades por dia.
- uma pessoa tem disponível carne e ovos para se alimentar. Cada unidade de carne contém 4 unidades de vitaminas e 6 unidades de proteínas.
- cada unidade de ovo contém 8 unidades de vitaminas e 6 unidades de proteínas.
- cada unidade de carne custa R$ 3,00 e cada unidade de ovo custa R$ 2,50.



dieta:
0 unid de carne
6 unid de ovos
custo: R$ 15,00

iáveis:
1: quantidade de carne
quantidade de ovos

jeito a:
$_1 \geq 0$
$_2 \geq 0$
$_1 + 8x_2 \geq 32$
$_1 + 6x_2 \geq 36$

: min C = $3x_1 + 2{,}50x_2$

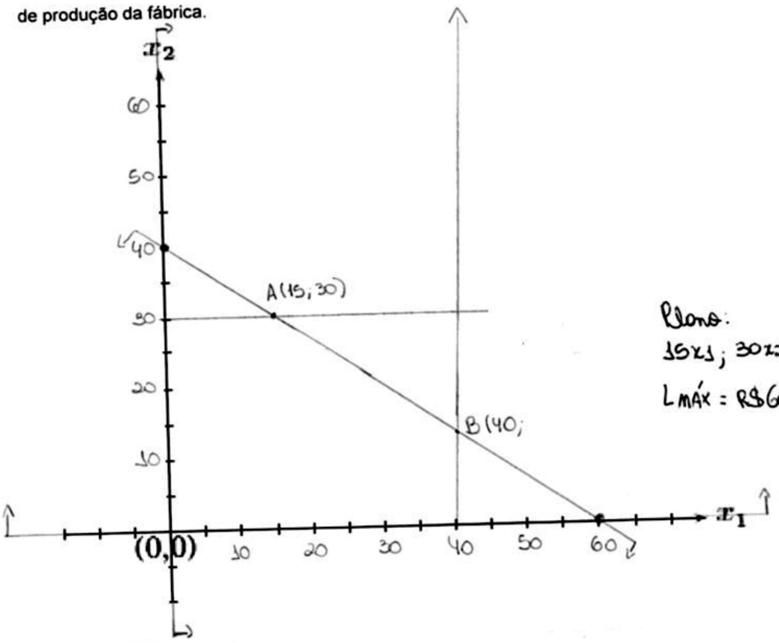
$4x_1 + 8x_2 \geq 32$

x_1	x_2
0	4
8	0

$6x_1 + 6x_2 \geq 36$

x_1	x_2
0	6
6	0

03. Certa empresa fabrica 2 produtos P1 e P2. O lucro por unidade de P1 é de R$ 100 e o lucro unitário de P2 é de R$ 150. A empresa necessita de 2 horas para fabricar uma unidade de P1 e 3 horas para fabricar uma unidade de P2. O tempo mensal disponível para essas atividades é de 120 horas. As demandas esperadas para os 2 produtos levaram a empresa a decidir que os montantes produzidos não devem ultrapassar 40 unidades de P1 e 30 unidades de P2 por mês. Construa o modelo do sistema de produção mensal com o objetivo de maximizar o lucro da empresa, expressando o plano de produção da fábrica.



Plano:
$15x_1$; $30x_2$
$L_{MÁX}$ = R$6000//

Variáveis:
x_1: P1
x_2: P2

Sujeito a:

- $x_1 \geq 0$
- $x_2 \geq 0$
- $2x_1 + 3x_2 \leq 120$
- $x_1 \leq 40$
- $x_2 \leq 30$

$2x_1 + 3x_2 \leq 120$

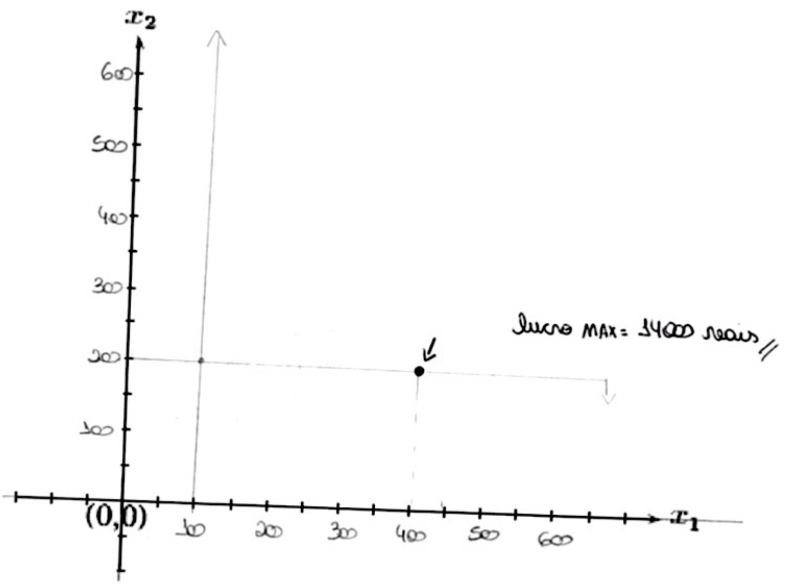
x_1	x_2
0	40
60	0

$L_{MÁX}$: $100x_1 + 150x_2$

L_A: $100 \cdot 15 + 150 \cdot 30$
L_A = $1500 + 4500$
L_A: 6000

L_B: $100 \cdot 40 + 150 \cdot 13$
L_B: $4000 + 1950$
L_B: 5950

04. Um vendedor de frutas pode transportar 800 caixas de frutas para sua região de vendas. Ele necessita transportar 200 caixas de laranjas a R$ 20 de lucro por caixa, pelo menos 100 caixas de pêssegos a R$ 10 de lucro por caixa, e no máximo 200 caixas de tangerinas a R$ 30 de lucro por caixa. Construa o modelo de tal forma para que o caminhão obtenha o lucro máximo, determinando as quantidades a serem transportadas de cada fruta.



$x_1 \geqslant 0$

$x_2 \geqslant 0$

$_1 \geqslant 100$

$_2 \leqslant 200$

$_1 + x_2 \leqslant 600$

L: $10 \cdot 400 + 30 \cdot 200 + 4000$

L $= 14000$

s: qtd máx 800

)$- 200$ laranjas $= 600$

ıuação máx de lucro:

: $10x_1 + 30x_2 + 4000$

↳ $200 \cdot 20$

Educando 12

SAGRADO - Rede de Educação
Educação Infantil - Ensino Fundamental - Ensino Médio - Curso Normal

Nome: Allan Peltier Magalhães	N º:	Série:
Componente Curricular: **Matemática**	Educador: **Allan**	Aplicações

Indicadores de Aprendizagem:	**Observações:**
Ind. 2.9 – Desenvolve métodos para resolução de sistemas lineares	1. A aplicação deve ser respondida com letra legível, serão desconsideradas palavras, expressões ou frases que não puderem ser devidamente compreendidas. 2. Os educandos podem discutir as aplicações em grupos de até 3 pessoas, porém deverá ser realizada uma aplicação por educando. Sendo sua entrega individual 3. Efetue todas as resoluções a lápis colocando apenas as respostas definitivas a caneta (utilizar apenas caneta de tinta azul ou preta). 4. Rasuras, o uso de corretivo e respostas a lápis invalidarão as questões. Caso precise anular uma palavra, não utilize corretivo, apenas risque a palavra e coloque-a entre parênteses. Ex.: (caderno) 5. Após a realização da aplicação, aguarde o momento em que o educador a recolherá. 6. Mesmo após o encerramento da aplicação, não será permitida a saída dos alunos de sala de aula. 7. Antes de entregar, revise com atenção.

01. Certa empresa fabrica dois produtos P1 e P2.

O lucro unitário do produto P1 é de R$ 1.000 e o lucro unitário de P2 é de R$ 1.800. Sabendo que:

- a empresa precisa de 20 horas para fabricar uma unidade de P1 e de 30 horas para fabricar uma unidade de P2 e que o tempo de produção disponível para isso é de 1200 horas;
- a demanda esperada para cada produto é de 40 unidades anuais para P1 e 30 unidades anuais para P2.

Determine qual é o plano de produção (em horas para cada produto) para que a empresa maximize seu lucro nesses itens.

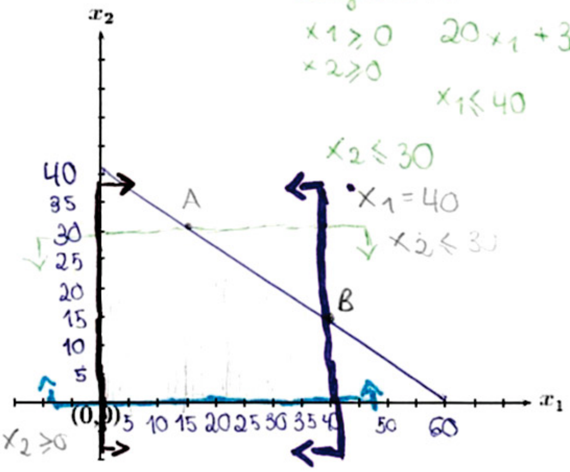
Sujeito A:

$x_1 \geq 0$ $\quad 20x_1 + 30x_1 \leq 1200$ $\quad X_1 = P_1$

$x_2 \geq 0$ $\quad X_2 = P_2$

$x_1 \leq 40$

$x_2 \leq 30$



Objetivo:

Máx $L = 1000x_1 + 1800x_2$

Análise

A(15;30)

15.1000 + 30.18000

69000//

B(40;13) 40 000 + 23 400 = 6340...

02. Para uma boa alimentação, o corpo necessita de vitaminas e proteínas.

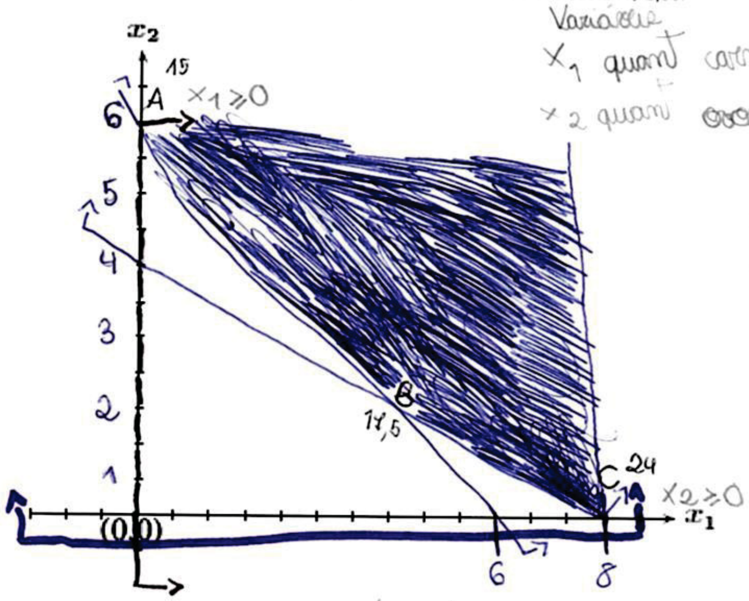
Estabeleça a quantidade diária de carne e ovos que deve ser consumida para suprir as necessidades de vitaminas e proteínas com o menor custo possível, sabendo que:

- a necessidade mínima de vitaminas é de 32 unidades por dia e a de proteínas de 36 unidades por dia.
- uma pessoa tem disponível carne e ovos para se alimentar. Cada unidade de carne contém 4 unidades de vitaminas e 6 unidades de proteínas.
- cada unidade de ovo contém 8 unidades de vitaminas e 6 unidades de proteínas.
- cada unidade de carne custa R$ 3,00 e cada unidade de ovo custa R$ 2,50.

Variáveis

x_1 quant carne

x_2 quant ovos



Sujeito

$x_1 \geq 0$

$x_2 \geq 0$

VIT: (0;4) (8;0)

$4x_1 + 8x_2 \geq 32$

PROT:

$6x_1 + 6x_2 \geq 36$

OBJETIVO:

MIN $C = 3x_1 + 2,50x_2$

03. Certa empresa fabrica 2 produtos P1 e P2. O lucro por unidade de P1 é de R$ 100 e o lucro unitário de P2 é de R$ 150. A empresa necessita de 2 horas para fabricar uma unidade de P1 e 3 horas para fabricar uma unidade de P2. O tempo mensal disponível para essas atividades é de 120 horas. As demandas esperadas para os 2 produtos levaram a empresa a decidir que os montantes produzidos não devem ultrapassar 40 unidades de P1 e 30 unidades de P2 por mês. Construa o modelo do sistema de produção mensal com o objetivo de maximizar o lucro da empresa, expressando o plano de produção da fábrica.

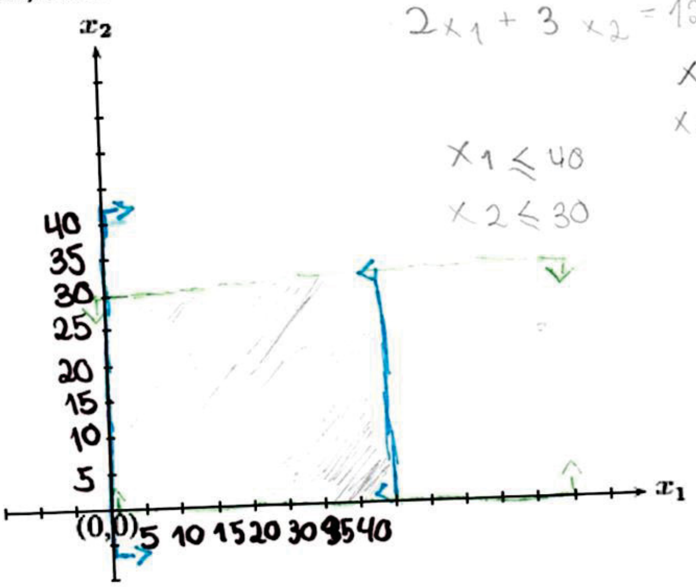
$2x_1 + 3x_2 = 120$

$x_1 > 0$

$x_2 > 0$

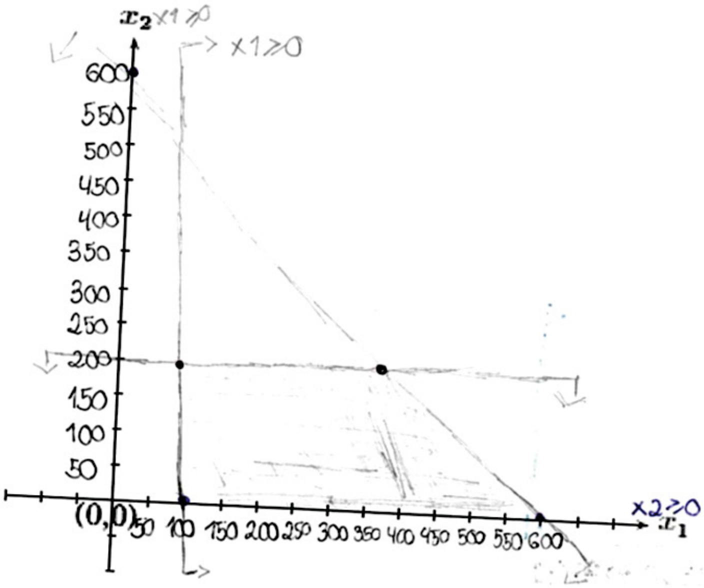
$x_1 \leq 40$

$x_2 \leq 30$



MAX $L = 100x_1 + 150x_2$

04. Um vendedor de frutas pode transportar 800 caixas de frutas para sua região de vendas. Ele necessita transportar 200 caixas de laranjas a R$ 20 de lucro por caixa, pelo menos 100 caixas de pêssegos a R$ 10 de lucro por caixa, e no máximo 200 caixas de tangerinas a R$ 30 de lucro por caixa. Construa o modelo de tal forma para que o caminhão obtenha o lucro máximo, determinando as quantidades a serem transportadas de cada fruta.



x_1	x_2
0	600
600	0

$x_1 \geq 0$

$x_2 \geq 0$

$x_1 \geq 100$

$x_2 \leq 200$

$x_1 + x_2 = 600$

$200 + x_1 + x_2 \leq 800$

$x_1 + x_2 \leq 600$

Resposta: $400x_1 + 200x_2$ = R$ 14.000

Educando 13

SAGRADO - Rede de Educação
Educação Infantil - Ensino Fundamental - Ensino Médio - Curso Normal

Nome: Ana Beatriz Vieira Quiriques	N º: 3	Série: EM 21
Componente Curricular: **Matemática**	Educador: **Allan**	Aplicações

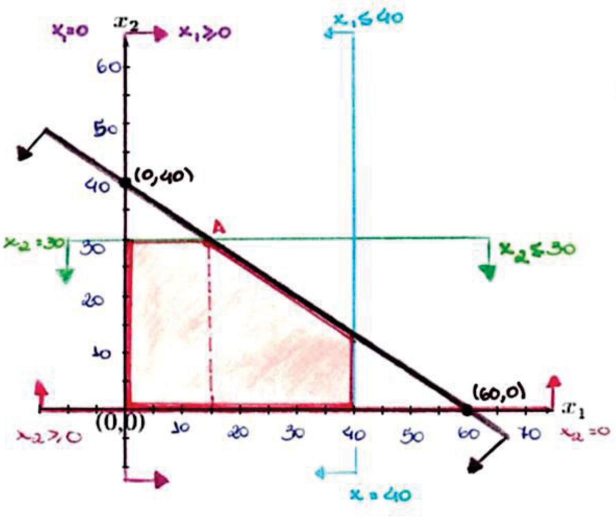
Indicadores de Aprendizagem:	**Observações:**
Ind. 2.9 – Desenvolve métodos para resolução de sistemas lineares	1. A aplicação deve ser respondida com letra legível, serão desconsideradas palavras, expressões ou frases que não puderem ser devidamente compreendidas. 2. Os educandos podem discutir as aplicações em grupos de até 3 pessoas, porém deverá ser realizada uma aplicação por educando. Sendo sua entrega individual 3. Efetue todas as resoluções a lápis colocando **apenas** as respostas definitivas a caneta (utilizar apenas caneta de tinta azul ou preta). 4. Rasuras, o uso de corretivo e respostas a lápis invalidarão as questões. Caso precise anular uma palavra, não utilize corretivo, apenas risque a palavra e coloque-a entre parênteses. Ex.: (caderno) 5. Após a realização da aplicação, aguarde o momento em que o educador a recolherá. 6. Mesmo após o encerramento da aplicação, não será permitida a saída dos alunos de sala de aula. 7. Antes de entregar, revise com atenção.

01. Certa empresa fabrica dois produtos P1 e P2.

O lucro unitário do produto P1 é de R$ 1.000 e o lucro unitário de P2 é de R$ 1.800. Sabendo que:

- a empresa precisa de 20 horas para fabricar uma unidade de P1 e de 30 horas para fabricar uma unidade de P2 e que o tempo de produção disponível para isso é de 1200 horas;
- a demanda esperada para cada produto é de 40 unidades anuais para P1 e 30 unidades anuais para P2.

Determine qual é o plano de produção (em horas para cada produto) para que a empresa maximize seu lucro nesses itens.



Variáveis
x_1 quant. P1
x_2 quant. P2

Sujeito a:
- $x_1 \geq 0$
- $x_2 \geq 0$
- $20x_1 + 30x_2 \leq 1200$
- $x_1 \leq 40$
- $x_2 \leq 30$

Objetivo:
MAX L: $1000x_1 + 1800x_2$

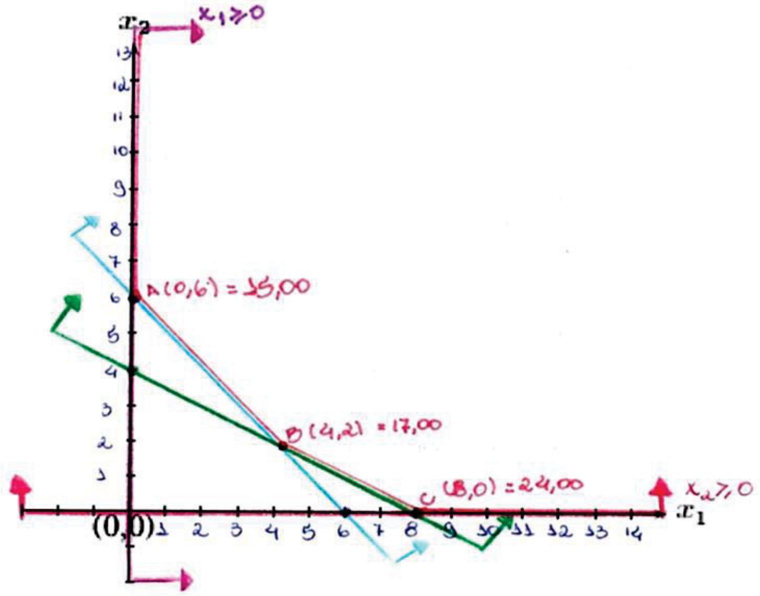
$20x_1 + 30x_2 = 1200$

x_1	x_2
0	40
60	0

02. Para uma boa alimentação, o corpo necessita de vitaminas e proteínas.

Estabeleça a quantidade diária de carne e ovos que deve ser consumida para suprir as necessidades de vitaminas e proteínas com o menor custo possível, sabendo que:

- a necessidade mínima de vitaminas é de 32 unidades por dia e a de proteínas de 36 unidades por dia.
- uma pessoa tem disponível carne e ovos para se alimentar. Cada unidade de carne contém 4 unidades de vitaminas e 6 unidades de proteínas.
- cada unidade de ovo contém 8 unidades de vitaminas e 6 unidades de proteínas.
- cada unidade de carne custa R$ 3,00 e cada unidade de ovo custa R$ 2,50.



VARIÁVEIS:

x_1 = quant. de carnes

x_2 = quant de ovos

Sujeito:

- $x_1 \geqslant 0$
- $x_2 \geqslant 0$

VITAMINAS:

$4x_1 + 8x_2 \geqslant 32$

PROTEÍNAS:

$6x_1 + 6x_2 \geqslant 36$

OBJETIVO:

$C = 3x_1 + 2{,}50x_2$

$4x_1 + 8x_2 \geqslant 32$

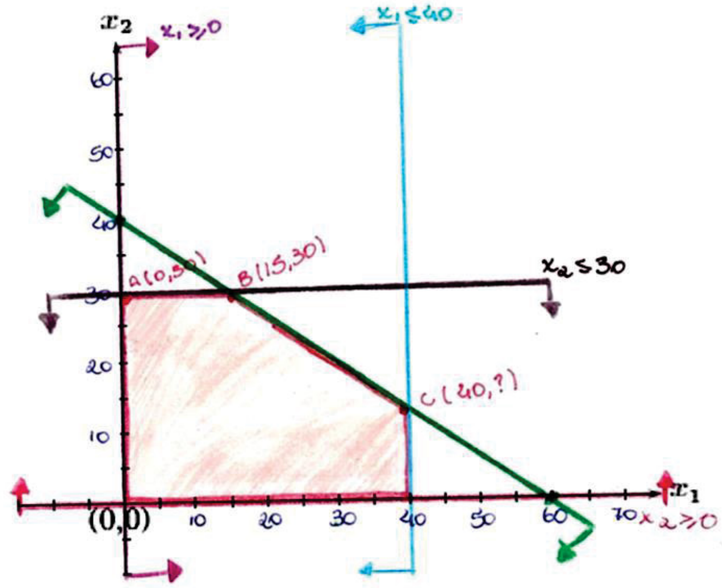
x_1	x_2
0	4
8	0

$6x_1 + 6x_2 \geqslant 36$

x_1	x_2
0	6
6	0

R = 0 und carne
6 und ovos
Custo: R$: 15,00

03. Certa empresa fabrica 2 produtos P1 e P2. O lucro por unidade de P1 é de R$ 100 e o lucro unitário de P2 é de R$ 150. A empresa necessita de 2 horas para fabricar uma unidade de P1 e 3 horas para fabricar uma unidade de P2. O tempo mensal disponível para essas atividades é de 120 horas. As demandas esperadas para os 2 produtos levaram a empresa a decidir que os montantes produzidos não devem ultrapassar 40 unidades de P1 e 30 unidades de P2 por mês. Construa o modelo do sistema de produção mensal com o objetivo de maximizar o lucro da empresa, expressando o plano de produção da fábrica.



VARIAVÉIS

$x_1 = P_1$

$x_2 = P_2$

Sujeito a:

$\cdot\ x_1 \geq 0$ $\cdot\ 2x_1 + 3x_2 \leq 120$ $\cdot\ x_2 \leq 30$

$\cdot\ x_2 \geq 0$ $\cdot\ x_1 \leq 40$

OBJETIVO:

MÁX $L = 100p_1 + 150p_2$

$2x_1 + 3x_2 \leq 120$

x_1	x_2
0	40
60	0

VERIFICAÇÃO:

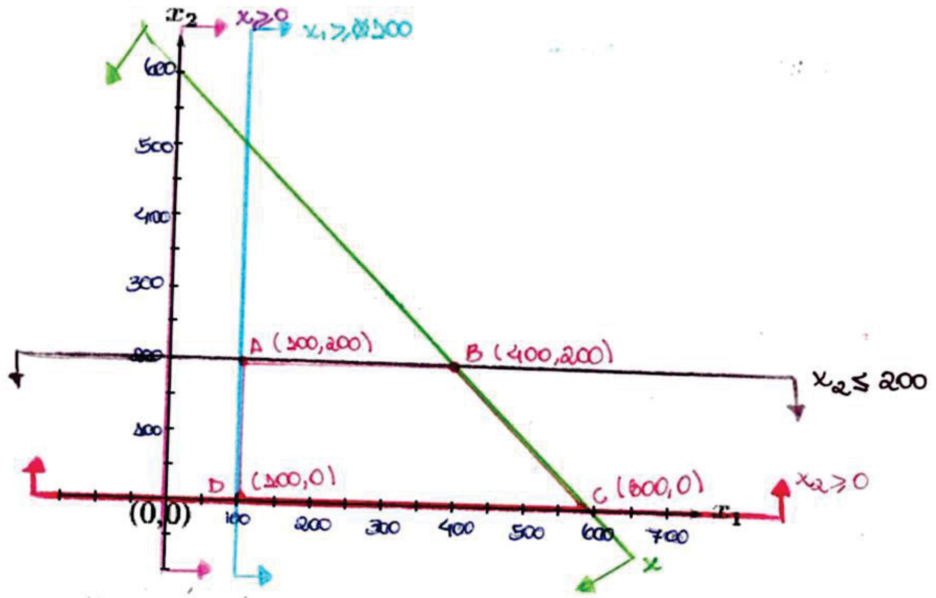
$100 \cdot 15 + 150 \cdot 30 =$

69 000

R: $100 \cdot 15 + 150 \cdot 30 =$ 69.000 reais

15 p_1 e 30 p_2

04. Um vendedor de frutas pode transportar 800 caixas de frutas para sua região de vendas. Ele necessita transportar 200 caixas de laranjas a R$ 20 de lucro por caixa, pelo menos 100 caixas de pêssegos a R$ 10 de lucro por caixa, e no máximo 200 caixas de tangerinas a R$ 30 de lucro por caixa. Construa o modelo de tal forma para que o caminhão obtenha o lucro máximo, determinando as quantidades a serem transportadas de cada fruta.



VARIÁVEIS

x_1 = quant. pêssegos caixas

x_2 = quant. tangerina caixas

Sujeito à

$x_1 \geq 0$

$x_2 \geq 0$

$x_1 \geq 100$

$x_2 \leq 200$

$200 + x_1 + x_2 \leq 800$

x_1	x_2
0	600
600	0

Objetivo:

MÁX L: $200 \cdot 20 + x_1 \cdot 10 + x_2 \cdot 30$

VERIFICAÇÃO:

A= $200 \cdot 20 + 100 \cdot 10 + 200 \cdot 30$
4 000 + 1000 + 6000
= 11.000

b: 4000 + 4000 + 6000
= 14.000

C= 4.000 + 6.000 + 0
= 10 000

D = 4000 + 1000 + 0
= 5.000

R: lucro máximo R$: 14.000

200 → tangerina
200 → laranja

Educando 14

SAGRADO - Rede de Educação
Educação Infantil - Ensino Fundamental - Ensino Médio - Curso Normal

Nome: Camille Calixto Couto	Nº: 05	Série: EM21
Componente Curricular: **Matemática**	Educador: **Allan**	Aplicações

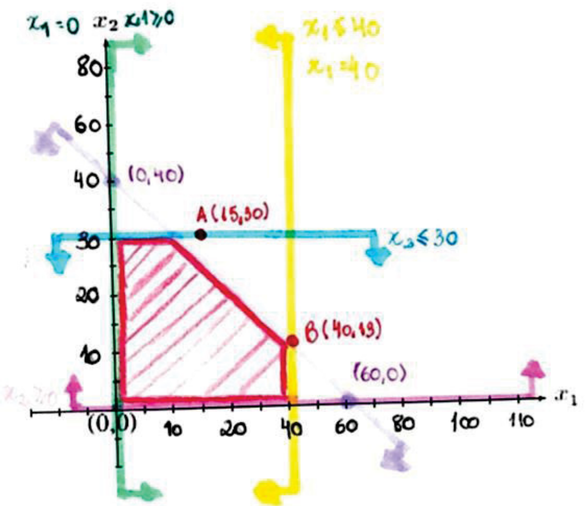
Indicadores de Aprendizagem:	**Observações:**
Ind. 2.9 – Desenvolve métodos para resolução de sistemas lineares	1. A aplicação deve ser respondida com letra legível, serão desconsideradas palavras, expressões ou frases que não puderem ser devidamente compreendidas. 2. Os educandos podem discutir as aplicações em grupos de até 3 pessoas, porém deverá ser realizada uma aplicação por educando. Sendo sua entrega individual 3. Efetue todas as resoluções a lápis colocando **apenas** as respostas definitivas a caneta (utilizar apenas caneta de tinta azul ou preta). 4. Rasuras, o uso de corretivo e respostas a lápis invalidarão as questões. Caso precise anular uma palavra, não utilize corretivo, apenas risque a palavra e coloque-a entre parênteses. Ex.: (caderno) 5. Após a realização da aplicação, aguarde o momento em que o educador a recolherá. 6. Mesmo após o encerramento da aplicação, não será permitida a saída dos alunos de sala de aula. 7. Antes de entregar, revise com atenção.

01. Certa empresa fabrica dois produtos P1 e P2.

O lucro unitário do produto P1 é de R$ 1.000 e o lucro unitário de P2 é de R$ 1.800. Sabendo que:

- a empresa precisa de 20 horas para fabricar uma unidade de P1 e de 30 horas para fabricar uma unidade de P2 e que o tempo de produção disponível para isso é de 1200 horas;
- a demanda esperada para cada produto é de 40 unidades anuais para P1 e 30 unidades anuais para P2.

Determine qual é o plano de produção (em horas para cada produto) para que a empresa maximize seu lucro nesses itens.



Variáveis: x_1 quant P_1
x_2 quant P_2

Sujeito a: $x_1\geq0$
$x_2\geq0$
$20x_1+30x_2\leq12$...
$x_1\leq40$
$x_2\leq30$

$20x_1+30x_2=1200$

x_1	x_2
0	40
60	0

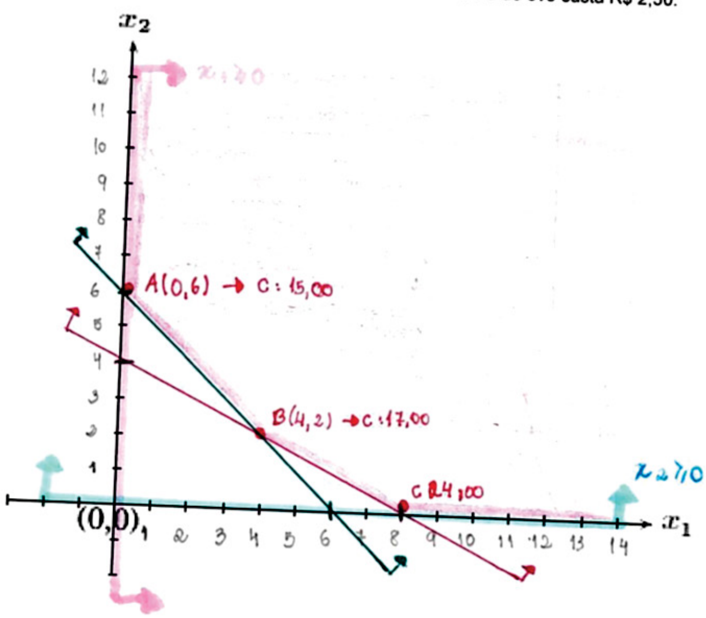
$20\cdot0+30x_2=$
$x_2=120$...

$20\cdot x_1+30\cdot0=$
$x_1=1200$...

02. Para uma boa alimentação, o corpo necessita de vitaminas e proteínas.

Estabeleça a quantidade diária de carne e ovos que deve ser consumida para suprir as necessidades de vitaminas e proteínas com o menor custo possível, sabendo que:

- a necessidade mínima de vitaminas é de 32 unidades por dia e a de proteínas de 36 unidades por dia.
- uma pessoa tem disponível carne e ovos para se alimentar. Cada unidade de carne contém 4 unidades de vitaminas e 6 unidades de proteínas.
- cada unidade de ovo contém 8 unidades de vitaminas e 6 unidades de proteínas.
- cada unidade de carne custa R$ 3,00 e cada unidade de ovo custa R$ 2,50.



Variáveis: x_1 quant de carne
x_2 quant de ovos

Sujeito a: $x_1 \geq 0$
$x_2 \geq 0$

Vitaminas: $4x_1 + 8x_2 \geq 32$

Proteínas: $6x_1 + 6x_2 \geq 36$

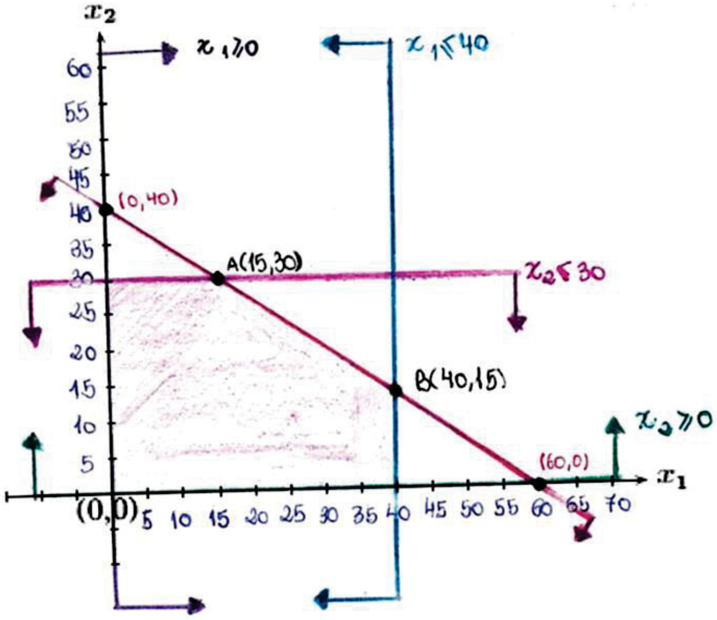
OBJ: MIN $C = 3x_1 + 2{,}50x_2$

$4x_1 + 8x_2 \geq 32$
(0,4) (8,0)

$6x_1 + 6x_2 \geq 36$
(6,0) (0,6)

DIETA:
0 unid carne
6 unid ovos
Custo: 15,00 reais.

03. Certa empresa fabrica 2 produtos P1 e P2. O lucro por unidade de P1 é de R$ 100 e o lucro unitário de P2 é de R$ 150. A empresa necessita de 2 horas para fabricar uma unidade de P1 e 3 horas para fabricar uma unidade de P2. O tempo mensal disponível para essas atividades é de 120 horas. As demandas esperadas para os 2 produtos levaram a empresa a decidir que os montantes produzidos não devem ultrapassar 40 unidades de P1 e 30 unidades de P2 por mês. Construa o modelo do sistema de produção mensal com o objetivo de maximizar o lucro da empresa, expressando o plano de produção da fábrica.



Variáveis: x_1 quant. P_1
x_2 quant. P_2

Sujeita a:
- $x_1 \geq 0$
- $x_2 \geq 0$
- $2x_1 + 3x_2 \leq 120$
- $x_1 \leq 40$
- $x_2 \leq 30$

Obj: MAX. $100x_1 + 150x_2$

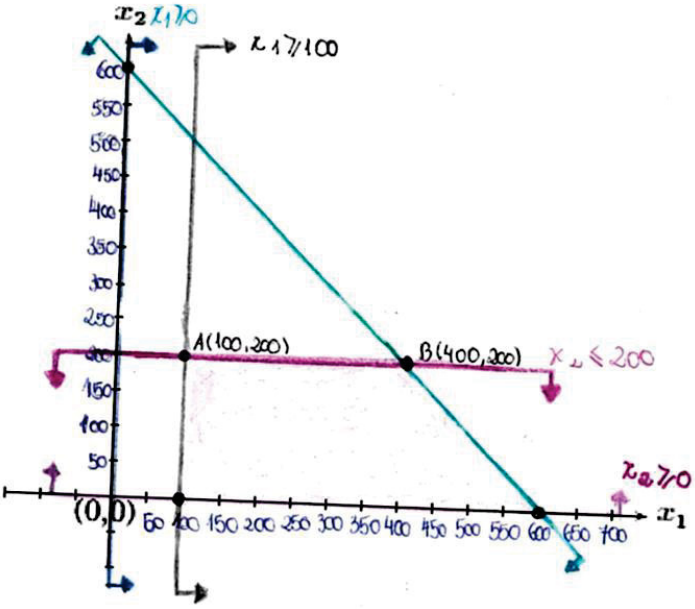
Ver: $100 \cdot 15 + 150 \cdot 30 = 6000$
$100 \cdot 40 + 150 \cdot 15 = 6.250$

$2x_1 + 3x_2 = 120$

x_1	x_2
0	40
60	0

R: 40 p_1 e 15 p_2 = R$ 6.250,00

04. Um vendedor de frutas pode transportar 800 caixas de frutas para sua região de vendas. Ele necessita transportar 200 caixas de laranjas a R$ 20 de lucro por caixa, pelo menos 100 caixas de pêssegos a R$ 10 de lucro por caixa, e no máximo 200 caixas de tangerinas a R$ 30 de lucro por caixa. Construa o modelo de tal forma para que o caminhão obtenha o lucro máximo, determinando as quantidades a serem transportadas de cada fruta.



Variáveis: $P = x_1$

$T = x_2$

Sujeito a:

- $x_1 \geq 0$
- $x_2 \geq 0$
- $x_1 + x_2 \leq 600$
- $x_1 \geq 100$
- $x_2 \leq 200$

$200 + x_1 + x_2 \leq 800$

$x_1 + x_2 \leq 600$

x_1	x_2
0	600
600	0

Obj: $200 \cdot 20 + 10x_1 + 30x_2 =$

Ver: $200 \cdot 20 + 10 \cdot 100 + 30 \cdot 200 = 11.000$

$200 \cdot 20 + 10 \cdot 400 + 30 \cdot 200 = 14.000$

R: $400 x_1 + 200 x_2 =$ R$ 14.000,00.

Educando 15

SAGRADO - Rede de Educação

Educação Infantil - Ensino Fundamental - Ensino Médio - Curso Normal

Nome: Maria Carolina Vasconcellos	N º:	Série: EM21
Componente Curricular: **Matemática**	Educador: **Allan**	Aplicações

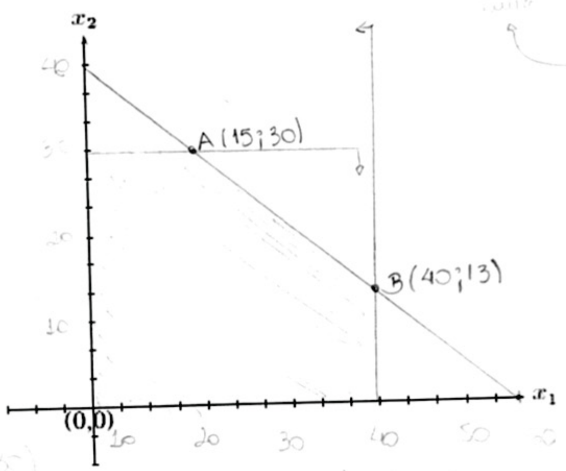
Indicadores de Aprendizagem:	**Observações:**
Ind. 2.9 – Desenvolve métodos para resolução de sistemas lineares	1. A aplicação deve ser respondida com letra legível, serão desconsideradas palavras, expressões ou frases que não puderem ser devidamente compreendidas. 2. Os educandos podem discutir as aplicações em grupos de até 3 pessoas, porém deverá ser realizada uma aplicação por educando. Sendo sua entrega individual 3. Efetue todas as resoluções a lápis colocando **apenas** as respostas definitivas a caneta (utilizar apenas caneta de tinta azul ou preta). 4. Rasuras, o uso de corretivo e respostas a lápis invalidarão as questões. Caso precise anular uma palavra, não utilize corretivo, apenas risque a palavra e coloque-a entre parênteses. Ex.: (caderno) 5. Após a realização da aplicação, aguarde o momento em que o educador a recolherá. 6. Mesmo após o encerramento da aplicação, não será permitida a saída dos alunos de sala de aula. 7. Antes de entregar, revise com atenção.

01. Certa empresa fabrica dois produtos P1 e P2.

O lucro unitário do produto P1 é de R$ 1.000 e o lucro unitário de P2 é de R$ 1.800. Sabendo que:

- a empresa precisa de 20 horas para fabricar uma unidade de P1 e de 30 horas para fabricar uma unidade de P2 e que o tempo de produção disponível para isso é de 1200 horas;
- a demanda esperada para cada produto é de 40 unidades anuais para P1 e 30 unidades anuais para P2.

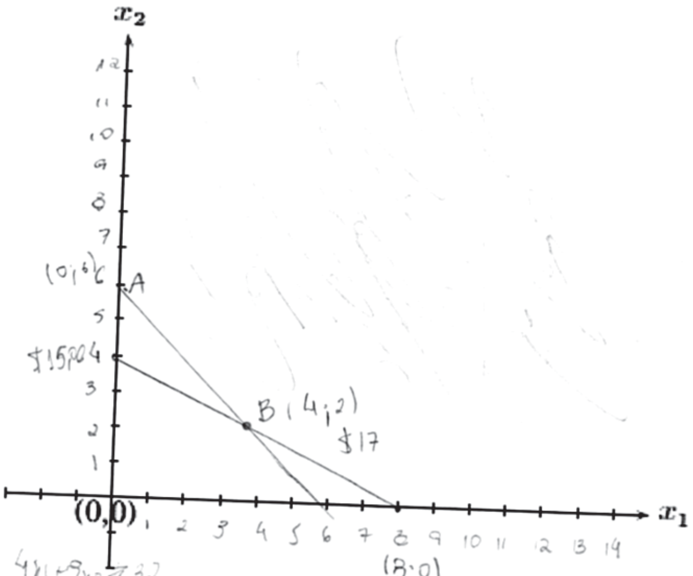
Determine qual é o plano de produção (em horas para cada produto) para que a empresa maximize seu lucro nesses itens.



02. Para uma boa alimentação, o corpo necessita de vitaminas e proteínas.

Estabeleça a quantidade diária de carne e ovos que deve ser consumida para suprir as necessidades de vitaminas e proteínas com o menor custo possível, sabendo que:

- a necessidade mínima de vitaminas é de 32 unidades por dia e a de proteínas de 36 unidades por dia.
- uma pessoa tem disponível carne e ovos para se alimentar. Cada unidade de carne contém 4 unidades de vitaminas e 6 unidades de proteínas.
- cada unidade de ovo contém 8 unidades de vitaminas e 6 unidades de proteínas.
- cada unidade de carne custa R$ 3,00 e cada unidade de ovo custa R$ 2,50.



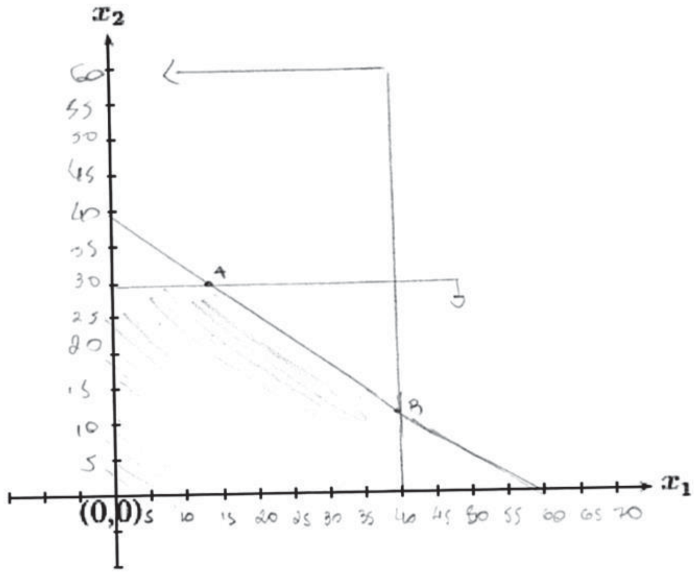
O carne
6 ovos
R$ 15,00

$4x_1 + 8x_2 \geq 32$

$6x_1 + 6x_2 \geq 36$

$3x_1 + 2{,}50x_2$

03. Certa empresa fabrica 2 produtos P1 e P2. O lucro por unidade de P1 é de R$ 100 e o lucro unitário de P2 é de R$ 150. A empresa necessita de 2 horas para fabricar uma unidade de P1 e 3 horas para fabricar uma unidade de P2. O tempo mensal disponível para essas atividades é de 120 horas. As demandas esperadas para os 2 produtos levaram a empresa a decidir que os montantes produzidos não devem ultrapassar 40 unidades de P1 e 30 unidades de P2 por mês. Construa o modelo do sistema de produção mensal com o objetivo de maximizar o lucro da empresa, expressando o plano de produção da fábrica.



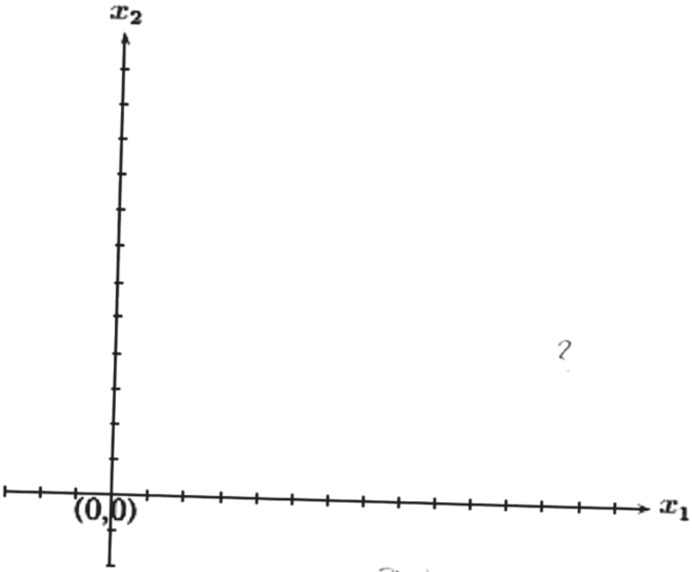
$x_1 \geq 0$
$x_2 \geq 0$

$2x_1 + 3x_2 \leq 120$
$x_1 \leq 40$
$x_2 \leq 30$

MAXA - 1500+4500
MAXA: 6000

MAXB - 4000 +1950
MAXB = 5950

04. Um vendedor de frutas pode transportar 800 caixas de frutas para sua região de vendas. Ele necessita transportar 200 caixas de laranjas a R$ 20 de lucro por caixa, pelo menos 100 caixas de pêssegos a R$ 10 de lucro por caixa, e no máximo 200 caixas de tangerinas a R$ 30 de lucro por caixa. Construa o modelo de tal forma para que o caminhão obtenha o lucro máximo, determinando as quantidades a serem transportadas de cada fruta.



?

$x_1 + x_{11} + 200 = 200$

$x_1 + x_{11} = 600$

$x_{11}\ 200$

$x_1\ 400$

LMAX = 14000

$x_1 \geq 100$

$x_2 \leq 200$

$LMAX = 4000 + 10x_1 + 30x_{11}$

Educando 16

SAGRADO - Rede de Educação

Educação Infantil - Ensino Fundamental - Ensino Médio - Curso Normal

Nome: Maria Clara Santos Oliveira	N º:	Série: 2º 1
Componente Curricular: **Matemática**	Educador: **Allan**	Aplicações

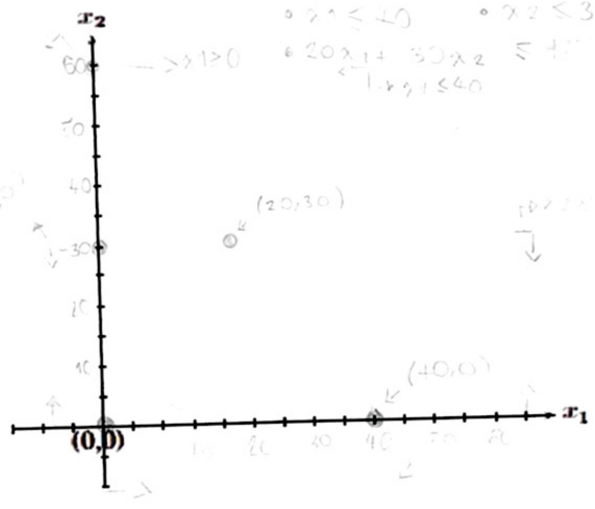
Indicadores de Aprendizagem:	**Observações:**
Ind. 2.9 – Desenvolve métodos para resolução de sistemas lineares	1. A aplicação deve ser respondida com letra legível, serão desconsideradas palavras, expressões ou frases que não puderem ser devidamente compreendidas. 2. Os educandos podem discutir as aplicações em grupos de até 3 pessoas, porém deverá ser realizada uma aplicação por educando. Sendo sua entrega individual 3. Efetue todas as resoluções a lápis colocando **apenas** as respostas definitivas a caneta (utilizar apenas caneta de tinta azul ou preta). 4. Rasuras, o uso de corretivo e respostas a lápis invalidarão as questões. Caso precise anular uma palavra, não utilize corretivo, apenas risque a palavra e coloque-a entre parênteses. Ex.: (caderno) 5. Após a realização da aplicação, aguarde o momento em que o educador a recolherá. 6. Mesmo após o encerramento da aplicação, não será permitida a saída dos alunos de sala de aula. 7. Antes de entregar, revise com atenção.

01. Certa empresa fabrica dois produtos P1 e P2.

O lucro unitário do produto P1 é de R$ 1.000 e o lucro unitário de P2 é de R$ 1.800. Sabendo que:

- a empresa precisa de 20 horas para fabricar uma unidade de P1 e de 30 horas para fabricar uma unidade de P2 e que o tempo de produção disponível para isso é de 1200 horas;
- a demanda esperada para cada produto é de 40 unidades anuais para P1 e 30 unidades anuais para P2.

Determine qual é o plano de produção (em horas para cada produto) para que a empresa maximize seu lucro nesses itens.



Plano

Produzir:

P1 = 20 horas

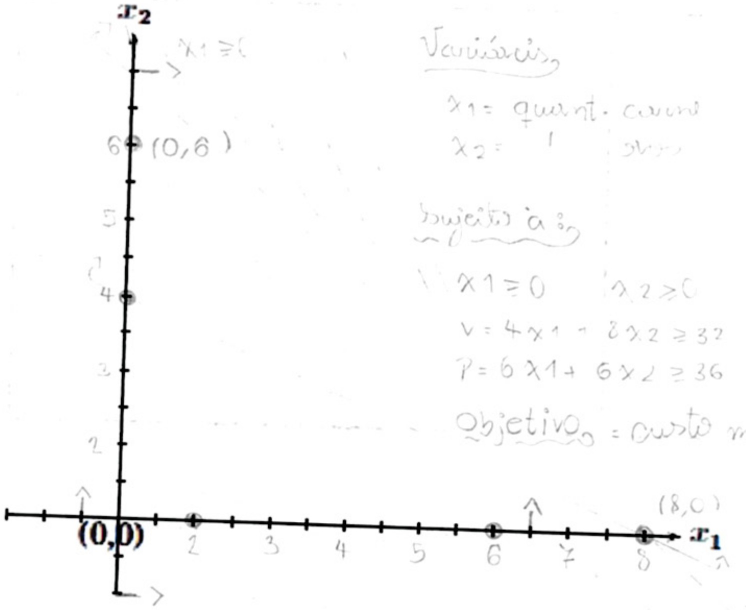
P2 = 30 horas

[L máx = R$ 74 mil]

02. Para uma boa alimentação, o corpo necessita de vitaminas e proteínas.

Estabeleça a quantidade diária de carne e ovos que deve ser consumida para suprir as necessidades de vitaminas e proteínas com o menor custo possível, sabendo que:

- a necessidade mínima de vitaminas é de 32 unidades por dia e a de proteínas de 36 unidades por dia.
- uma pessoa tem disponível carne e ovos para se alimentar. Cada unidade de carne contém 4 unidades de vitaminas e 6 unidades de proteínas.
- cada unidade de ovo contém 8 unidades de vitaminas e 6 unidades de proteínas.
- cada unidade de carne custa R$ 3,00 e cada unidade de ovo custa R$ 2,50.



Variáveis

x_1 = quant. carne
x_2 = " ovos

Sujeito à:

$x_1 \geq 0$ $x_2 \geq 0$
$V = 4x_1 + 8x_2 \geq 32$
$P = 6x_1 + 6x_2 \geq 36$

Objetivo = custo mínimo = $3x_1 + 2{,}50x_2$

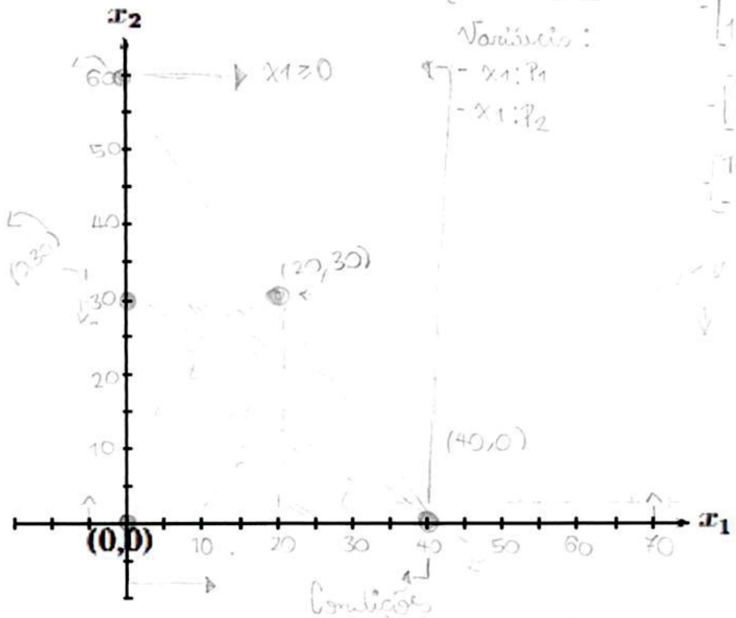
Condições:

$x_1 \geq 0$ $x_2 \geq 0$
$V = 4x_1 + 8x_2 \geq 32$
$P = 6x_1 + 6x_2 \geq 36$

$4x_1 + 8x_2 = 32$
$x_1 = 0 \therefore x_2 = 4$
(0,4)
$x_2 = 0 \therefore x_1 = 8$
(8,0)

03. Certa empresa fabrica 2 produtos P1 e P2. O lucro por unidade de P1 é de R$ 100 e o lucro unitário de P2 é de R$ 150. A empresa necessita de 2 horas para fabricar uma unidade de P1 e 3 horas para fabricar uma unidade de P2. O tempo mensal disponível para essas atividades é de 120 horas. As demandas esperadas para os 2 produtos levaram a empresa a decidir que os montantes produzidos não devem ultrapassar 40 unidades de P1 e 30 unidades de P2 por mês. Construa o modelo do sistema de produção mensal com o objetivo de maximizar o lucro da empresa, expressando o plano de produção da fábrica.

[P1 = 100 | P2 = 150]



Variáveis:
- x_1: P_1
- x_1: P_2

- P1 = 100
- P2 = 150

- P1 = 2 horas
- P2 = 3 horas

Tempo mensal:
- 120 horas

- $x_1 \leq 40$ unidades
- $x_2 \leq 30$ unidades

Condições
- $x \geq 0$
- $x_2 \geq 0$
- $x_1 \leq 40$
- $x_2 \leq 30$

$\rightarrow 40x_1 + 30x \leq 120$

Objetivo

Lucro Máx = $100x_1 + 150x_2$

-Análise

- LA = 100 · 20 + 150 · 30 (2000, 4500)

R$ = 6500

- LB = 100 · 40 + 150 · 0 (4000)

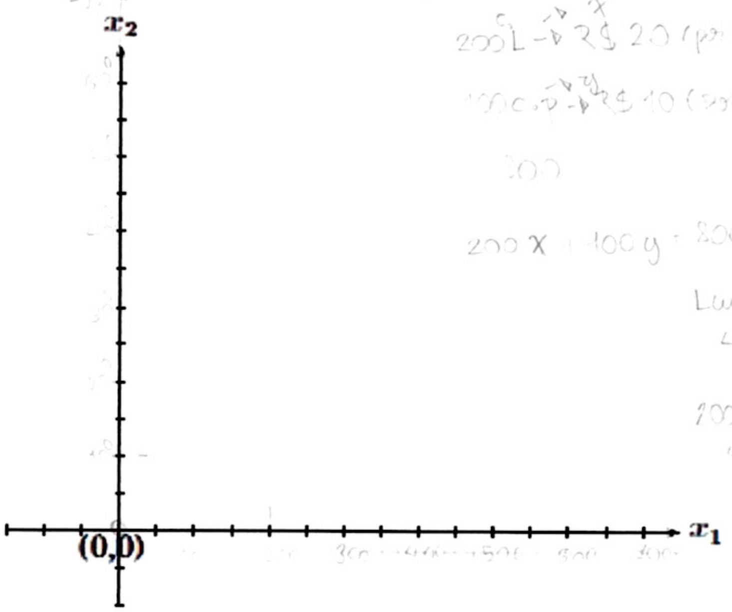
R$ = 4000

Plano

- P1 = 20
- P2 = 30
- Lmáx = 6.500 reais

04. Um vendedor de frutas pode transportar 800 caixas de frutas para sua região de vendas. Ele necessita transportar 200 caixas de laranjas a R$ 20 de lucro por caixa, pelo menos 100 caixas de pêssegos a R$ 10 de lucro por caixa, e no máximo 200 caixas de tangerinas a R$ 30 de lucro por caixa. Construa o modelo de tal forma para que o caminhão obtenha o lucro máximo, determinando as quantidades a serem transportadas de cada fruta.

→ 800 caixas



200 x + 100 y = 800

Lucro máximo

Modelo =

Educando 17

SAGRADO - Rede de Educação

Educação Infantil - Ensino Fundamental - Ensino Médio - Curso Normal

Nome: Pedro Fonseca	N º:	Série: 2 1
Componente Curricular: **Matemática**	Educador: **Allan**	Aplicações

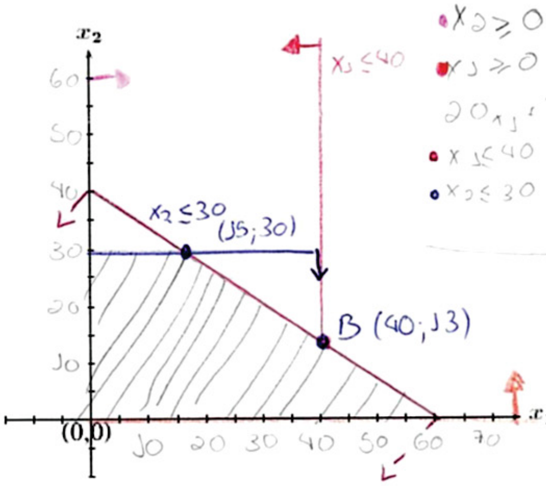
Indicadores de Aprendizagem:	**Observações:**
Ind. 2.9 – Desenvolve métodos para resolução de sistemas lineares	1. A aplicação deve ser respondida com letra legível, serão desconsideradas palavras, expressões ou frases que não puderem ser devidamente compreendidas. 2. Os educandos podem discutir as aplicações em grupos de até 3 pessoas, porém deverá ser realizada uma aplicação por educando. Sendo sua entrega individual 3. Efetue todas as resoluções a lápis colocando **apenas** as respostas definitivas a caneta (utilizar apenas caneta de tinta azul ou preta). 4. Rasuras, o uso de corretivo e respostas a lápis invalidarão as questões. Caso precise anular uma palavra, não utilize corretivo, apenas risque a palavra e coloque-a entre parênteses. Ex.: (caderno) 5. Após a realização da aplicação, aguarde o momento em que o educador a recolherá. 6. Mesmo após o encerramento da aplicação, não será permitida a saída dos alunos de sala de aula. 7. Antes de entregar, revise com atenção.

01. Certa empresa fabrica dois produtos P1 e P2.

O lucro unitário do produto P1 é de R$ 1.000 e o lucro unitário de P2 é de R$ 1.800. Sabendo que:

- a empresa precisa de 20 horas para fabricar uma unidade de P1 e de 30 horas para fabricar uma unidade de P2 e que o tempo de produção disponível para isso é de 1200 horas;
- a demanda esperada para cada produto é de 40 unidades anuais para P1 e 30 unidades anuais para P2.

Determine qual é o plano de produção (em horas para cada produto) para que a empresa maximize seu lucro nesses itens.



$x_2 \geq 0$

$x_1 \geq 0$

$20x_1 + 30x_2 \leq 1200$

$x_1 \leq 40$

$x_2 \leq 30$

$20x_1 + 30x_2 \leq 1200$

x_1	x_2
0	40
20	0

A = (15000 + 54000)

A: 69.000

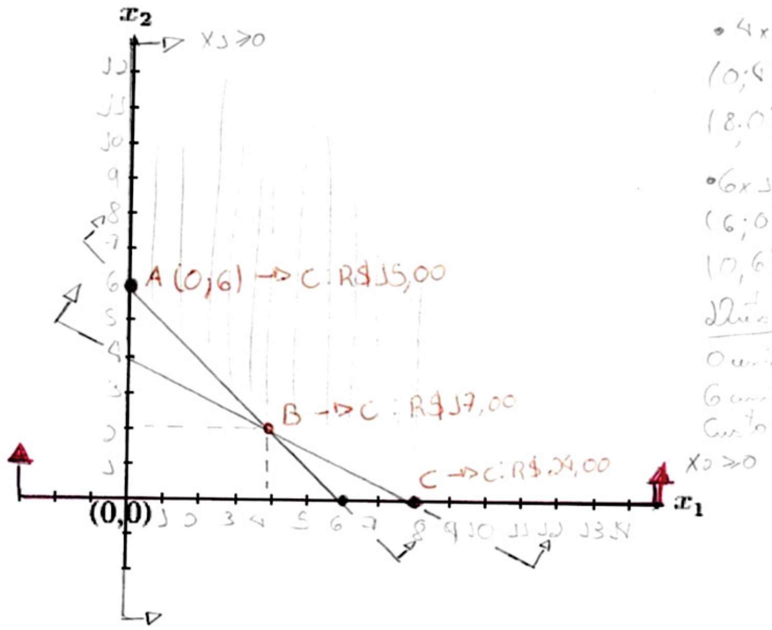
B = (40000 + 23.400)

B = 63.400

02. Para uma boa alimentação, o corpo necessita de vitaminas e proteínas.

Estabeleça a quantidade diária de carne e ovos que deve ser consumida para suprir as necessidades de vitaminas e proteínas com o menor custo possível, sabendo que:

- a necessidade mínima de vitaminas é de 32 unidades por dia e a de proteínas de 36 unidades por dia.
- uma pessoa tem disponível carne e ovos para se alimentar. Cada unidade de carne contém 4 unidades de vitaminas e 6 unidades de proteínas.
- cada unidade de ovo contém 8 unidades de vitaminas e 6 unidades de proteínas.
- cada unidade de carne custa R$ 3,00 e cada unidade de ovo custa R$ 2,50.



- $4x_1 + 8x_2 \geq 32$

(0;4)

(8;0)

- $6x_1 + 6x_2 \geq 36$

(6;0)

(0,6)

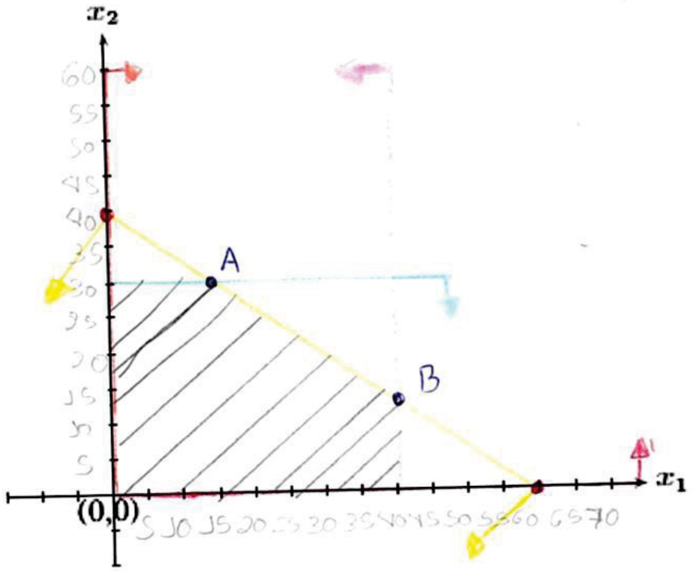
Resp.:

0 unidades de carne

6 unidades de ovo.

Custo: R$ 15,00

03. Certa empresa fabrica 2 produtos P1 e P2. O lucro por unidade de P1 é de R$ 100 e o lucro unitário de P2 é de R$ 150. A empresa necessita de 2 horas para fabricar uma unidade de P1 e 3 horas para fabricar uma unidade de P2. O tempo mensal disponível para essas atividades é de 120 horas. As demandas esperadas para os 2 produtos levaram a empresa a decidir que os montantes produzidos não devem ultrapassar 40 unidades de P1 e 30 unidades de P2 por mês. Construa o modelo do sistema de produção mensal com o objetivo de maximizar o lucro da empresa, expressando o plano de produção da fábrica.



$x_1 = P_1$
$x_2 = P_2$

Obj: Max L = 100 P1 + 150 P2

Max A = 1500 + 4500

Max A = 6000

Max B = 4000 + 1950

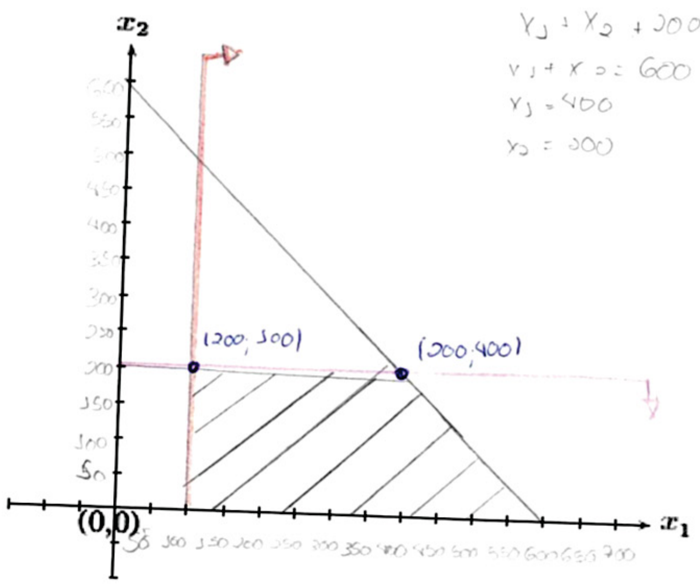
Max B = 5950

$2x_1 + 3x_2 \leq 120$

x_1	x_2
0	40
60	0

- $x_1 \geq 0$
- $x_2 \geq 0$
- $2x_1 + 3x_2 \leq 120$
- $x_1 \leq 40$
- $x_2 \leq 30$

04. Um vendedor de frutas pode transportar 800 caixas de frutas para sua região de vendas. Ele necessita transportar 200 caixas de laranjas a R$ 20 de lucro por caixa, pelo menos 100 caixas de pêssegos a R$ 10 de lucro por caixa, e no máximo 200 caixas de tangerinas a R$ 30 de lucro por caixa. Construa o modelo de tal forma para que o caminhão obtenha o lucro máximo, determinando as quantidades a serem transportadas de cada fruta.



$x_1 + x_2 + 200 = 800$

$x_1 + x_2 = 600$

$x_1 = 400$

$x_2 = 200$

x_1 = pêssegos

x_2 = tangerina

L_f:

$LMAX = 4000 + 10x_1 + 30x_2$

$LMAX = 4000 + 4000 + 6000$

$LMAX = 14.000$

$L_{max} = 4000 + 4000 + 6000$

$L_{max} = 14{,}000$

• $x_1 \geq 100$

• $x_2 \leq 200$

Educando 18

SAGRADO - Rede de Educação

Educação Infantil - Ensino Fundamental - Ensino Médio - Curso Normal

Nome: Maria Isabel Pantarolli	N º:	Série: EM 21
Componente Curricular: **Matemática**	Educador: **Allan**	Aplicações

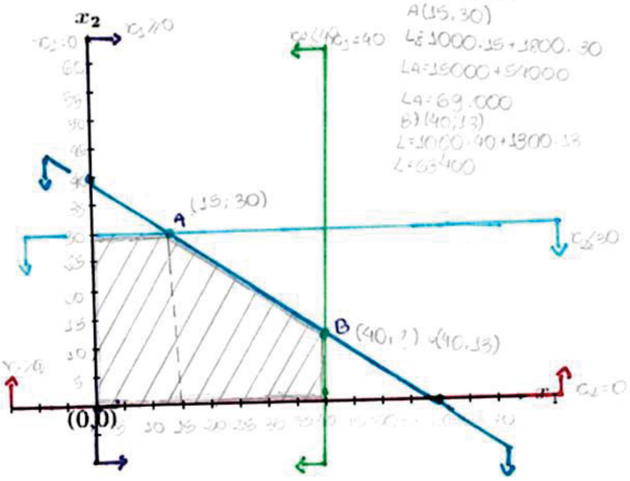
Indicadores de Aprendizagem:	**Observações:**
Ind. 2.9 – Desenvolve métodos para resolução de sistemas lineares	1. A aplicação deve ser respondida com letra legível, serão desconsideradas palavras, expressões ou frases que não puderem ser devidamente compreendidas. 2. Os educandos podem discutir as aplicações em grupos de até 3 pessoas, porém deverá ser realizada uma aplicação por educando. Sendo sua entrega individual 3. Efetue todas as resoluções a lápis colocando **apenas** as respostas definitivas a caneta (utilizar apenas caneta de tinta azul ou preta). 4. Rasuras, o uso de corretivo e respostas a lápis invalidarão as questões. Caso precise anular uma palavra, não utilize corretivo, apenas risque a palavra e coloque-a entre parênteses. Ex.: (caderno) 5. Após a realização da aplicação, aguarde o momento em que o educador a recolherá. 6. Mesmo após o encerramento da aplicação, não será permitida a saída dos alunos de sala de aula. 7. Antes de entregar, revise com atenção.

01. Certa empresa fabrica dois produtos P1 e P2.

O lucro unitário do produto P1 é de R$ 1.000 e o lucro unitário de P2 é de R$ 1.800. Sabendo que:

- a empresa precisa de 20 horas para fabricar uma unidade de P1 e de 30 horas para fabricar uma unidade de P2 e que o tempo de produção disponível para isso é de 1200 horas;
- a demanda esperada para cada produto é de 40 unidades anuais para P1 e 30 unidades anuais para P2.

Determine qual é o plano de produção (em horas para cada produto) para que a empresa maximize seu lucro nesses itens.



verificação:

A(15; 30)

L = 1000 · 15 + 1800 · 30

LA = 15000 + 54000

LA = 69.000

B) (40; 13)

L = 1000 · 40 + 1800 · 13

L = 63400

variáveis:

x_1 = quant. de P1

x_2 = quant. de P2

sistema (restrições)

- $x_1 \geq 0$
- $x_2 \geq 0$
- $20x_1 + 30x_2 \leq 1200$
- $x_1 \leq 40$
- $x_2 \leq 30$

objetivo:

maximizar $L = 1000x_1 + 1800x_2$

Plano:

15 P1 ; 30 P2

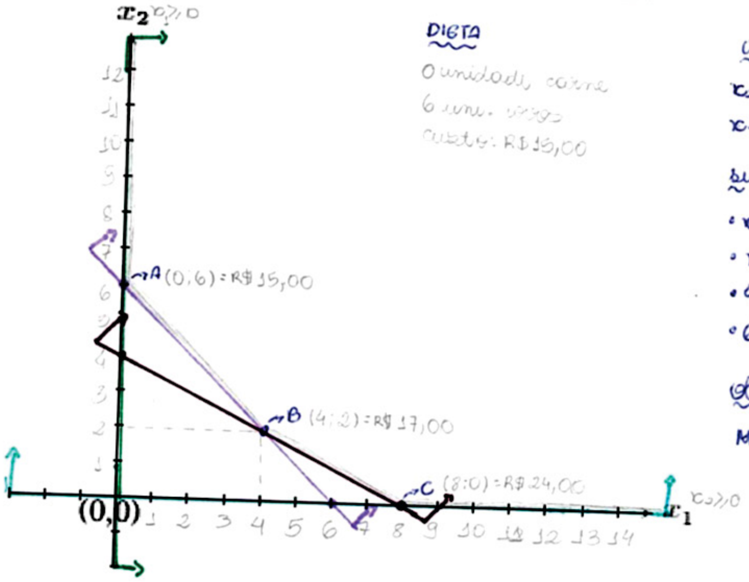
Lmáx = R$ 69.000

x_1	x_2
0	40
60	0

02. Para uma boa alimentação, o corpo necessita de vitaminas e proteínas.

Estabeleça a quantidade diária de carne e ovos que deve ser consumida para suprir as necessidades de vitaminas e proteínas com o menor custo possível, sabendo que:

- a necessidade mínima de vitaminas é de 32 unidades por dia e a de proteínas de 36 unidades por dia.
- uma pessoa tem disponível carne e ovos para se alimentar. Cada unidade de carne contém 4 unidades de vitaminas e 6 unidades de proteínas.
- cada unidade de ovo contém 8 unidades de vitaminas e 6 unidades de proteínas.
- cada unidade de carne custa R$ 3,00 e cada unidade de ovo custa R$ 2,50.



Variáveis:

x_1 = quantia de carne

x_2 = quant. de ovos

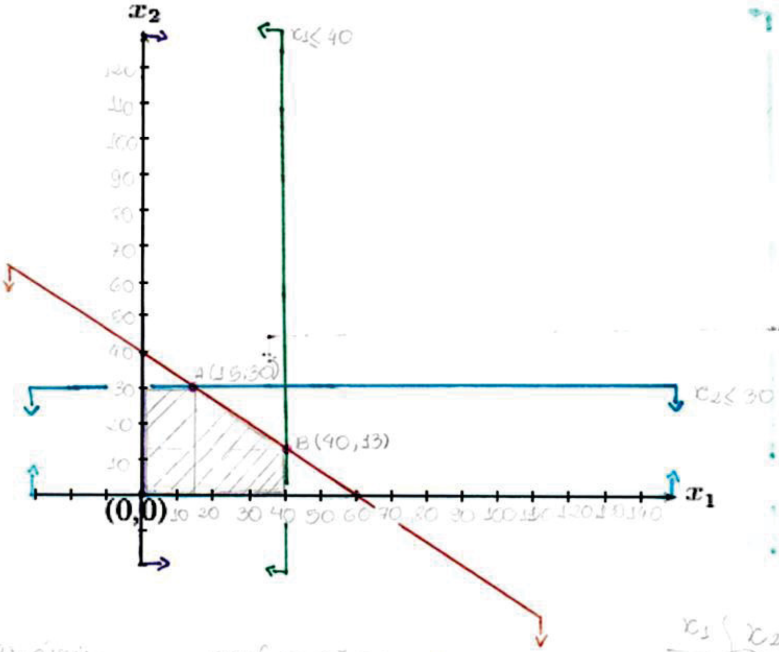
Sujeito A:

- $x_1 \geq 0$
- $x_2 \geq 0$
- $4x_1 + 8x_2 \geq 32$ (vit) → (0;4) e (8;0)
- $6x_1 + 6x_2 \geq 36$ (prot) → (0;6) ; (6;0)

Objetivo

$\text{MIN } C = 3x_1 + 2{,}50x_2$

03. Certa empresa fabrica 2 produtos P1 e P2. O lucro por unidade de P1 é de R$ 100 e o lucro unitário de P2 é de R$ 150. A empresa necessita de 2 horas para fabricar uma unidade de P1 e 3 horas para fabricar uma unidade de P2. O tempo mensal disponível para essas atividades é de 120 horas. As demandas esperadas para os 2 produtos levaram a empresa a decidir que os montantes produzidos não devem ultrapassar 40 unidades de P1 e 30 unidades de P2 por mês. Construa o modelo do sistema de produção mensal com o objetivo de maximizar o lucro da empresa, expressando o plano de produção da fábrica.



variáveis:

x_1 = quant. P_1

x_2 = quant. P_2

sujeito a

- $x_1 \geq 0$
- $x_2 \geq 0$
- $x_1 \leq 40$
- $x_2 \leq 30$
- $2x_1 + 3x_2 \leq 120$

objetivo

$L_{MÁX} = 100x_1 + 150x_2$

$L_{MÁX} =$

verificação:

A = (15,30)

$L = 100x_1 + 150 \cdot x_2$

$L = 100 \cdot 15 + 150 \cdot 30$

$L = 1500 + 4500$

$L = 6000$ reais = !

B = (40;13)

$L = 100x_1 + 150x_2$

$L = 100 \cdot 40 + 150 \cdot 13$

$L = 4000 + 1950$

$L = 5950$ reais

x_1	x_2
0	40
60	0

$2x_1 + 3x_2 \leq 120$

$2 \cdot 0 + 3 \cdot x_2 \leq 120$

$x_2 \leq \frac{120}{3}$

$x_2 \leq 40$

$2x_1 + 3x_2 \leq 120$

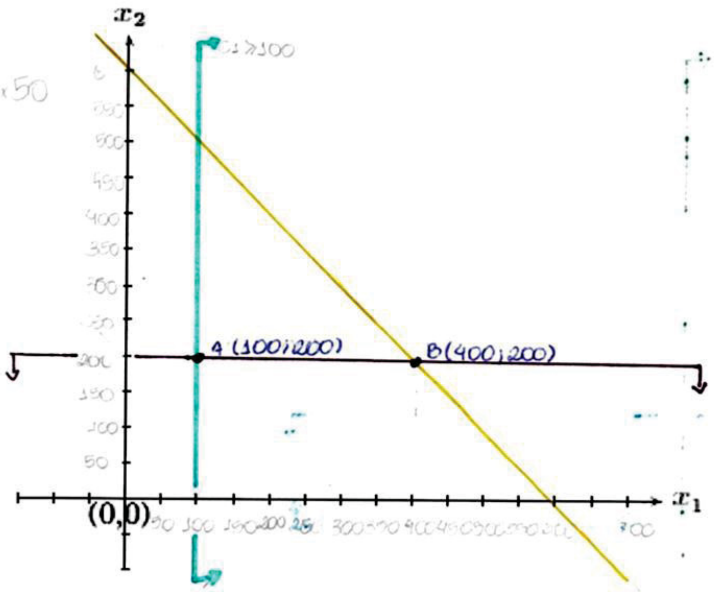
$2x_1 + 3 \cdot 0 \leq 120$

$x_1 \leq \frac{120}{2}$

$x_1 \leq 60$

04. Um vendedor de frutas pode transportar 800 caixas de frutas para sua região de vendas. Ele necessita transportar 200 caixas de laranjas a R$ 20 de lucro por caixa, pelo menos 100 caixas de pêssegos a R$ 10 de lucro por caixa, e no máximo 200 caixas de tangerinas a R$ 30 de lucro por caixa. Construa o modelo de tal forma para que o caminhão obtenha o lucro máximo, determinando as quantidades a serem transportadas de cada fruta.

50x50



constante
• laranjas

• $x_1 \geq 100$
• $x_2 \leq 200$

$MAX\ L = 20 \cdot 200 + 10 \cdot x_1 + 30 \cdot x_2$

transporte
$200 + x_1 + x_2 \leq 800$
$x_1 + x_2 \leq 600$

$800 - 200 = 600$
total, t. de laranja

$L = 4000 + 4000 + 6000$

Educando 19

SAGRADO - Rede de Educação

Educação Infantil - Ensino Fundamental - Ensino Médio - Curso Normal

Nome: João Pedro Oliveira Brasil	Nº: 11	Série: 2º ano	EM
Componente Curricular: **Matemática**	Educador: **Allan**	Aplicações

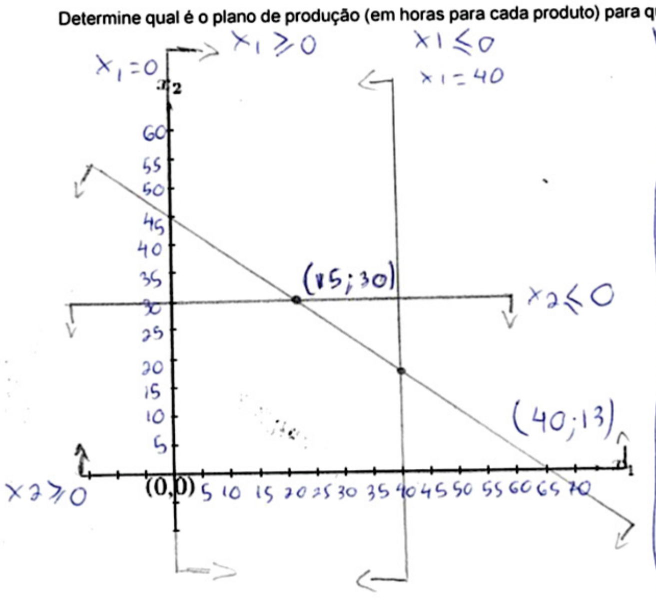
Indicadores de Aprendizagem:	**Observações:**
Ind. 2.9 – Desenvolve métodos para resolução de sistemas lineares	1. A aplicação deve ser respondida com letra legível, serão desconsideradas palavras, expressões ou frases que não puderem ser devidamente compreendidas. 2. Os educandos podem discutir as aplicações em grupos de até 3 pessoas, porém deverá ser realizada uma aplicação por educando. Sendo sua entrega individual 3. Efetue todas as resoluções a lápis colocando **apenas** as respostas definitivas a caneta (utilizar apenas caneta de tinta azul ou preta). 4. Rasuras, o uso de corretivo e respostas a lápis invalidarão as questões. Caso precise anular uma palavra, não utilize corretivo, apenas risque a palavra e coloque-a entre parênteses. Ex.: (caderno) 5. Após a realização da aplicação, aguarde o momento em que o educador a recolherá. 6. Mesmo após o encerramento da aplicação, não será permitida a saída dos alunos de sala de aula. 7. Antes de entregar, revise com atenção.

01. Certa empresa fabrica dois produtos P1 e P2.

O lucro unitário do produto P1 é de R$ 1.000 e o lucro unitário de P2 é de R$ 1.800. Sabendo que:

- a empresa precisa de 20 horas para fabricar uma unidade de P1 e de 30 horas para fabricar uma unidade de P2 e que o tempo de produção disponível para isso é de 1200 horas;
- a demanda esperada para cada produto é de 40 unidades anuais para P1 e 30 unidades anuais para P2.

Determine qual é o plano de produção (em horas para cada produto) para que a empresa maximize seu lucro nesses itens.



VARIAVEIS

x_1: quantidade de P_1

x_2: quantidade de P_2

SUJEITO A:

$\cdot\ x_1 \geq 0 \mid \cdot\ x_2 \geq 0 \mid \cdot\ 20x_1 + 30x_2 \leq 1200$

$\cdot\ x_1 \leq 40 \mid \cdot\ x_2 \leq 30$

OBJETIVO:

$MAX \cdot L = 1000x_1 + 1800x_2$

$20x_1 + 30x_2 = 1200$

$20 \cdot 0 + 30x_2$

$x_2 = 1200/30$

$x_2 = 40$

x_1	x_2
0	40
60	0

A(15; 30)

$LA = 1000 \cdot 15 + 1800 \cdot 13$

$= 15000 + 54000 \cdot 13$

$= 69.000$

B(40; 13)

$LB = 1000 \cdot 4 + 1800 \cdot 13$

$= 40000 + 23400$

$= 63400$

Plano

$15 P_1$; :

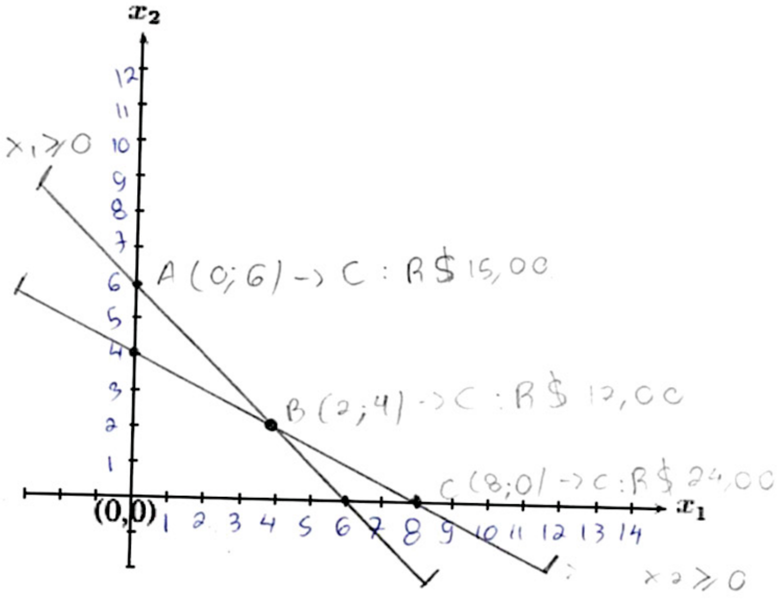
$L_{máx}$ =

R$69

02. Para uma boa alimentação, o corpo necessita de vitaminas e proteínas.

Estabeleça a quantidade diária de carne e ovos que deve ser consumida para suprir as necessidades de vitaminas e proteínas com o menor custo possível, sabendo que:

- a necessidade mínima de vitaminas é de 32 unidades por dia e a de proteínas de 36 unidades por dia.
- uma pessoa tem disponível carne e ovos para se alimentar. Cada unidade de carne contém 4 unidades de vitaminas e 6 unidades de proteínas.
- cada unidade de ovo contém 8 unidades de vitaminas e 6 unidades de proteínas.
- cada unidade de carne custa R$ 3,00 e cada unidade de ovo custa R$ 2,50.



ARIAVEIS:
1 : quantidade de carne
2 : quantidade de ovos

SUJEITO A:
$\cdot\ x_1 \geq 0$
$\cdot\ x_2 \geq 0$

VIT:
$4x_1 + 8x_2 \geq 32$
$6x_1 + 6x_2 \geq 36$
Prot:

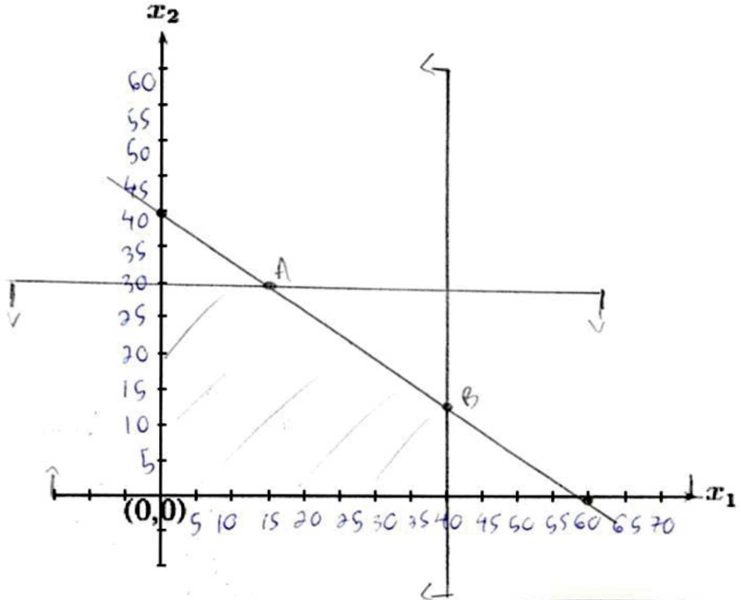
OBJETIVO:
MINIMIZAR
O CUSTO: $3x_1 + 2{,}50x_2$

$4x_1 + 8x_2 \geq 32$
0;4) (8;0)

$\cdot\ 6x_1 + 6x_2 \geq 36$
(6;0) (0;6)

DIETA:
0 unid carne
6 unid ovos
Custo: R$ 15,00

03. Certa empresa fabrica 2 produtos P1 e P2. O lucro por unidade de P1 é de R$ 100 e o lucro unitário de P2 é de R$ 150. A empresa necessita de 2 horas para fabricar uma unidade de P1 e 3 horas para fabricar uma unidade de P2. O tempo mensal disponível para essas atividades é de 120 horas. As demandas esperadas para os 2 produtos levaram a empresa a decidir que os montantes produzidos não devem ultrapassar 40 unidades de P1 e 30 unidades de P2 por mês. Construa o modelo do sistema de produção mensal com o objetivo de maximizar o lucro da empresa, expressando o plano de produção da fábrica.



VARIÁVEIS:
x_1: quantidade do P_1
x_2: quantidade do P_2

SUJEITO A:
$\cdot\ x_1 \geq 0$
$\cdot\ x_2 \geq 0$
$\cdot\ x_1 \leq 40$
$\cdot\ x_2 \leq 30$
$\cdot\ 2x_1 + 3x_2 \leq 120H$

OBJETIVO:
$\cdot$ i max: $100x_1 + 150x_2$

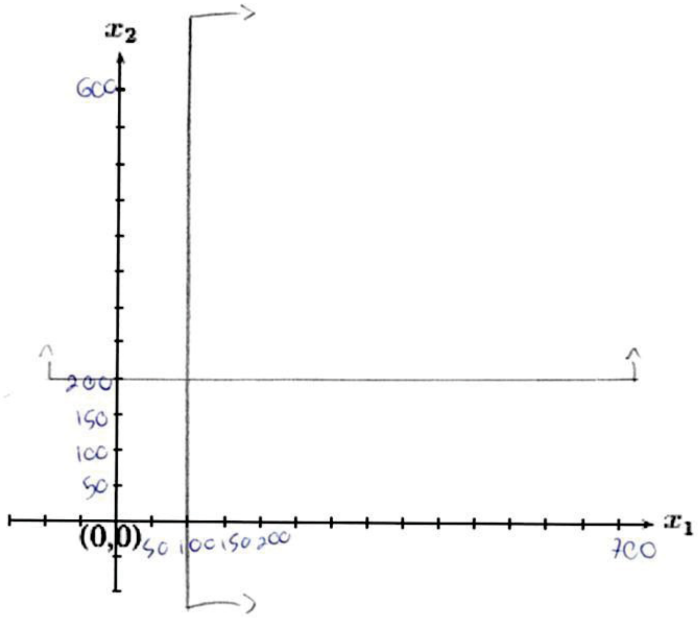
MAX A = 1500 + 4500
MAX A = 6000

MAX B = 4000 + 1950
MAX B = 5950

$2x_1 + 3x_2 \leq 120H$

x_1	x_2
0	40
60	0

04. Um vendedor de frutas pode transportar 800 caixas de frutas para sua região de vendas. Ele necessita transportar 200 caixas de laranjas a R$ 20 de lucro por caixa, pelo menos 100 caixas de pêssegos a R$ 10 de lucro por caixa, e no máximo 200 caixas de tangerinas a R$ 30 de lucro por caixa. Construa o modelo de tal forma para que o caminhão obtenha o lucro máximo, determinando as quantidades a serem transportadas de cada fruta.



VARIAVEIS:	Sujeito A:	objetivo:
x_1 = quantidade de pêssegos x_2 = quantidade de tangerinas	$x_1 \geq 100$ $x_{11} \leq 2000$	$L.MAX = 4000 + 10x_1 + 30x_{11}$

$x_1 + x_{11} + 200 = 200$ $x_1 + x_{11} = 600$ $x_1 = 400$ $x_2 = 200$	$L\,max = 4000 + 4000 + 600$ $L\,max = 14000$