

Uma Abordagem Preliminar Para o Estudo de Sistemas Dinâmicos Não Lineares:

Um Enfoque em Modelos Constitutivos de Dano e Plasticidade

Ana Paula Imai¹, Roberto Dalledone Machado²
PPGECC^{1,2,4}
Universidade Federal do Paraná
Curitiba-PR, Brasil
ana.imai@ufpr.br¹, rdm@ufpr.br²

Thiago de Oliveira Abeche³, Marcos Arndt⁴
PPGMNE^{2,3,4}
Universidade Federal do Paraná
Curitiba-PR, Brasil
abeche@ufpr.br³, arndt.marcos@gmail.com⁴

Resumo—Este artigo busca apresentar alguns conceitos necessários à análise dinâmica não linear em vigas de pontes, considerando princípios da mecânica do dano contínuo, juntamente a cargas dinâmicas provocadas pela passagem de veículos sobre a mesma. Estas cargas tendem a ser acentuadas devido à existência de irregularidades na pista. Quanto à teoria do dano, adotou-se o modelo estabelecido por Mazars. Para a análise, adotou-se o método dos elementos finitos.

Palavras-chave—interação dinâmica; mecânica do dano; método dos elementos finitos; euler-bernoulli.

I. INTRODUÇÃO

Para a elaboração de projetos estruturais de pontes, as normas permitem que a resistência aos efeitos dinâmicos atuantes sobre as estruturas seja simplificada, majorando-se as cargas estáticas aplicadas à mesma. Contudo, muitas vezes esta majoração não é uma representação real dos efeitos dinâmicos não lineares [1].

Houve uma mudança no conceito de utilização dos materiais, procurando-se maior economia que, aliada à garantia de segurança, visa a um complexo aproveitamento das características de resistência. Em consequência, surgiram estruturas mais esbeltas e com maiores possibilidades de apresentarem um comportamento não-linear [2].

A mecânica do dano contínuo estuda os estados de tensão-deformação de uma estrutura submetida a acréscimos de carga, que pode passar por um estado plástico, e permite determinar uma resistência residual e tensões efetivas devido a degradações [1].

É deste contexto que nasce a necessidade de pesquisas que relacionem os efeitos da dinâmica com a mecânica do dano contínuo.

II. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A. Método dos elementos finitos

Admitidas as hipóteses da teoria de viga de Euler-Bernoulli, é possível deduzir-se que a energia cinética T do elemento finito de viga é definida por [3]:

$$T = \frac{1}{2} \{\dot{w}\}^T [m] \{\dot{w}\}, \quad (1)$$

onde $\{\dot{w}\}$ e $[m]$ representam, respectivamente, a primeira derivada do vetor de deslocamentos nodais com relação ao tempo e a matriz de massa do elemento finito de viga.

A energia potencial de deformação do elemento finito V pode ser representada da seguinte maneira [3]:

$$V = \frac{1}{2} \{w\}^T [K] \{w\}, \quad (2)$$

onde $[K]$ é a matriz de rigidez do elemento finito de viga.

Aplicando-se a energia cinética T , a energia potencial de deformação V e os esforços nodais $\{p\}$ na equação *Lagrangeana* de movimento e fazendo, tem-se:

$$[m] \{\dot{w}\} + [K] \{w\} = \{p\} \quad (3)$$

Na equação de movimento, a primeira parcela representa as forças inerciais, e a segunda parcela, as forças elásticas.

B. Mecânica do dano contínuo

O dano na mecânica dos sólidos é o surgimento e evolução de vazios e microfissuras, que são descontinuidades em um meio considerado como contínuo em uma escala maior [4].

De modo geral, se houver ocorrência de microfissuras no elemento de volume representativo, RVE, a variável D é definida pela densidade superficial de microfissuras e interseções de vazios no plano, de seção δS .

No caso do dano ser isotrópico, a variável intrínseca é um valor escalar, que pode ser utilizada tanto para problemas unidimensionais, quanto para análises aproximadas de dano em problemas tridimensionais [5].

$$D = \frac{\delta S_D}{\delta S} = \frac{\delta S - \delta \tilde{S}}{\delta S} \quad (4)$$

A tensão normal efetiva que atua sobre este volume danificado passa a ser:

$$\tilde{\sigma} = \frac{\sigma}{1-D}, \quad (5)$$

onde:

$\tilde{\sigma} = \sigma$, para material íntegro;

$\tilde{\sigma} \rightarrow \infty$, para material aproximando-se de seu estado totalmente danificado.

Mazars propõe um modelo de dano baseado em evidências experimentais, tendo como hipóteses fundamentais [6]:

- localmente, o dano é devido ao alongamento;
- a evolução do dano ocorre quando um valor de referência para o alongamento equivalente é superado;
- considera-se o dano como isotrópico;
- o concreto danificado elasticamente.

Devido ao comportamento não simétrico do concreto, duas variáveis de dano distintas são definidas por *Mazars*: D_T para dano na tração e D_C para dano na compressão. Estas variáveis são determinadas da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} D_T(\tilde{\varepsilon}) &= 1 - \frac{\varepsilon_{d0}(1-A_T)}{\tilde{\varepsilon}} - \frac{A_T}{\exp(B_T(\tilde{\varepsilon} - \varepsilon_{d0}))} \\ D_C(\tilde{\varepsilon}) &= 1 - \frac{\varepsilon_{d0}(1-A_C)}{\tilde{\varepsilon}} - \frac{A_C}{\exp(B_C(\tilde{\varepsilon} - \varepsilon_{d0}))} \end{aligned} \quad (6)$$

O modelo de *Mazars* propõe que o dano se inicia quando a deformação equivalente atinge um valor de deformação de referência ε_{d0} , determinado em ensaios de tração uniaxial, conforme demonstrado na Fig. 1. Os limites de variação para os parâmetros A_C , B_C , A_T e B_T são obtidos a partir da calibração com resultados experimentais [5].

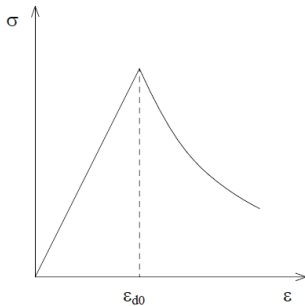


Fig. 1. Representação de ε_{d0} [8]

O aço aplicado como armadura em estruturas de concreto é sujeito à, basicamente, apenas esforços axiais. A adoção do modelo elasto-plástico para o aço a ser abordado em futuras pesquisas é mais realista do que os modelos elásticos comumente usados por projetistas, uma vez que consideram o encruamento originado pela deformação plástica [9].

C. Interação dinâmica entre veículo, irregularidades e ponte

Considerando o sistema veículo, irregularidades e ponte, a equação dos esforços dinâmicos, necessária para calcular as forças nodais nos elementos finitos da viga da ponte, é definida por [1]:

$$\{F_e\} = \int_0^L q(x,t)[H]^T dx \quad (8)$$

Definidas as matrizes elementares de rigidez e de massa, e o vetor elementar de forças montam-se as matrizes globais da estrutura da ponte não danificada, através da conectividade de cada elemento. Utilizando-se o amortecimento de *Rayleigh*, obtêm-se equações de movimento da ponte íntegra [1]:

$$[M_B]\{\ddot{u}_B\} + [C_B]\{\dot{u}_B\} + [K_B]\{u_B\} = \{F_B(t)\} \quad (9)$$

onde $\{F_B(t)\}$ equivale às forças aplicadas na ponte, provenientes da passagem do veículo considerando irregularidades da via e movimento retilíneo uniformemente variável.

III. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A consideração da não linearidade física da estrutura cria uma grande complexidade ao problema da interação dinâmica entre veículo, irregularidades e ponte, tornando o problema dinâmico não linear. A solução desse tipo de problema deve acoplar métodos de integração no tempo com métodos de aproximação de soluções não lineares. Isso gera um problema de convergência que será estudado em trabalhos futuros.

Apesar da complexidade, as respostas obtidas a partir destas considerações são mais realistas, conforme observados em diversos trabalhos como o de Machado [2], Abeche [1], Beghetto [3], Guello [8], Abeche [9], dentre outros.

REFERÊNCIAS

- [1] T. de O. Abeche, “Modelagem computacional da interação dinâmica desacoplada entre viga e veículo considerando as irregularidades da via e a mecânica do dano contínuo” Dissertação (Mestrado) – Pontifícia Universidade Católica do Paraná, Curitiba, 2015.
- [2] R. D. Machado, “Análise dinâmica não linear de sistemas rígido-flexíveis” Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 1983.
- [3] F. L. M. Beghetto, “Modelagem tridimensional da interação dinâmica entre veículo e ponte ferroviária considerando contato roda-trilho, irregularidades da via e variação da velocidade” Tese (Doutorado) – Pontifícia Universidade Católica do Paraná, Curitiba, 2011
- [4] J. Lemaitre, “A Course on Damage Mechanics” Springer-Verlag, Londres, 1992.
- [5] J. Lemaitre, R. Desmorat, “Engineering Damage Mechanics: Ductile, Creep, Fatigue and Brittle Failures” Springer-Verlag, Londres, 2005.
- [6] J. Mazars, “Application de la mécanique de l’endommagement au comportement non lineaire et à la rupture du béton de structure”, Thèse de Doctorat d’État, Université Paris 6, 1984
- [7] J. J. C. Pituba, “Estudo e aplicação de modelos constitutivos para o concreto fundamentados na mecânica do dano contínuo” Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1998.
- [8] G. de A. Guello, “Simulação Computacional de Estruturas de Concreto por Meio da Mecânica do Dano” Dissertação (Mestrado) – Universidade de São Paulo, São Paulo, 2002.
- [9] T. de O. Abeche et al., “Nonlinear Dynamic Damage Evolution of a Highway Bridge Due to Its Dynamic Interaction with Random Forms of Irregularities na Moving Vehicles”, CILAMCE, Curitiba, 2016.