

# *Abordagem sobre o uso do MEF em análises de estruturas de aço com ligações semirrígidas.*

*Cladilson Nardino, Marcos Arndt*

Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Construção Civil

Universidade Federal do Paraná

Curitiba, Brasil

clanardino@gmail.com, arndt.marcos@gmail.com

**Resumo** - Este trabalho apresenta um estudo da concepção e avanço do método dos elementos finitos (MEF) na análise estrutural de estruturas metálicas com ligações semirrígidas, tendo como objetivo apresentar os principais trabalhos, métodos utilizados, tipos de análises abordadas e quais as ligações semirrígidas que se destacam nos estudos ao buscar melhores soluções e otimizações estruturais a partir do uso do MEF.

**Palavras-chave**- Método dos elementos finitos (MEF); ligações semirrígidas; análise estrutural; otimização estrutural.

## I. INTRODUÇÃO

A referência [1] apresenta que a mente humana possui limitações tais quais fazem criarmos processos de subdivisão de todos os sistemas e atividades que desenvolvemos. Assim, cria-se componentes individuais ou “elementos”, cujos comportamentos são facilmente compreendidos, e depois reconstrói-se o sistema ou atividade original de maneira a compreender o todo. Dependendo da complexidade da atividade que nossa mente irá desenvolver, o número de “elementos” da subdivisão é maior. Essa analogia é facilmente aplicada por matemáticos, engenheiros e por cientistas.

Em muitas situações, um modelo pode ser solucionado com um número finito de componentes bem definidos, chamado de problemas discretos. Em outras situações, é subdivisão é indefinida, sendo necessária a consideração de ficções matemáticas, equações diferenciais ou declarações equivalentes que impliquem na utilização de um número infinito de elementos, chamado de sistemas contínuos. Com o advento dos computadores digitais, os problemas discretos são facilmente resolvidos, porém, para solucionar de forma exata os problemas contínuos é necessária manipulação matemática, afirma a referência [1].

Visando superar os problemas de sistemas contínuos, engenheiros a partir da década de 1940 começaram a aproximar problemas de forma mais intuitiva, criando uma analogia entre elementos discretos reais e porções finitas de um domínio contínuo. A referência [2] demonstrou que a substituição de propriedades dos “elementos” pode ser muito eficaz, isso porque o elemento se comporta de uma forma contínua mais simplificada. A referência [1] afirma que é a

partir dessa analogia direta da engenharia ver que nasceu o termo “elementos finitos” - MEF.

Segundo a referência [3], foi trabalhando em um projeto de aeronaves para o Boeing Companhia Aérea, em 1953, que Turner propôs um método de análise estrutural similar ao MEF, em que consistia num plano de tensões com elementos triangulares para solucionar um problema em um dos modelos de aeronave. Porém, a referência [4] expõe que no caso particular do MEF, é referido por vários autores que a publicação mais antiga em que é utilizada a designação “elemento finito” é o artigo [5], que data 1960 e tem como autor Ray Clough. A partir de então, seu desenvolvimento foi exponencial, sendo aplicado em diversas áreas da Engenharia, Medicina, Odontologia e áreas afins.

Conceito fundamento do MEF varia conforme a descrição de cada autor. Segundo [1], MEF é o procedimento geral de discretização de problemas da mecânica do contínuo colocado por expressões definidas matematicamente. Para [6], o MEF permite a análise do comportamento de qualquer sistema físico regido por equações diferenciais ou integrais, como da mecânica dos sólidos deformáveis, da condução do calor e de massa, e do eletromagnetismo, por exemplo. E [7] afirma que o método dos elementos finitos é uma técnica de análise numérica para obter soluções aproximadas para uma ampla variedade de problemas.

O método dos elementos finitos teve suas origens no final do século XVIII, quando Gauss propôs a utilização de funções de aproximação para solução de problemas matemáticos Oliveira (2010) apud [8], e se desenvolveu com a contribuição da engenharia e principalmente com o avanço das tecnologias computacionais. A figura 01 apresenta a história do desenvolvimento do Método dos Elementos Finitos.

## II. APLICAÇÃO DO MEF NOS ESTUDOS DE ESTRUTURAS METÁLICAS CONSIDERANDO LIGAÇÕES SEMIRRÍGIDAS.

O avanço do MEF está diretamente ligado com o avanço da tecnologia computacional, mas também com a engenharia, como demonstrado na introdução e na figura 01. Neste trabalho, será feita uma abordagem histórica do avanço do método dos elementos finitos aplicados na análise estrutural

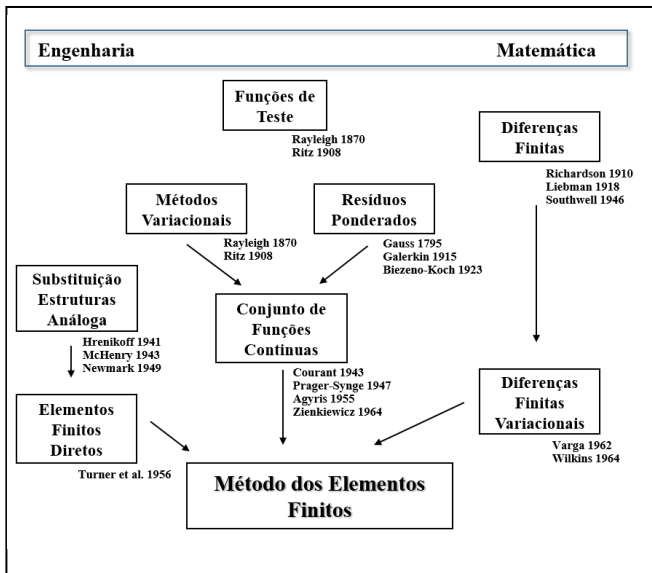


Fig 1. História da evolução do MEF. Adaptado pelo autor.

de estruturas metálicas considerando a semirrigidez das ligações. O objetivo deste trabalho é apresentar o avanço simultâneo do MEF e da complexidade das análises estruturais de ligações semirrigidas.

Conforme a referência [1], o desenvolvimento do MEF iniciou na década de 1940, assim como os primeiros estudos estruturais abordando estruturas metálicas com ligações semirrigidas. Merece destaque o trabalho de [9], onde abordaram a análise de pórticos com ligações semirrigidas rebatadas ou soldadas entre vigas e colunas.

A referência [10] apresenta que o computador digital eletrônico foi desenvolvido durante o início da década de 1950 e foi aplicado na análise estrutural somente no início dos anos 1960; apresenta ainda aplicações de métodos de matriz de rigidez para análise de pórticos, assim como a incorporação de métodos de análise com procedimentos sistemáticos em que representavam melhor o comportamento das ligações. E em 1961 Lightfoot e Baker apud [10] elaboraram uma solução computacional para análise de pórticos planos com ligações elásticas, empregando em forma matricial as equações clássicas do método dos deslocamentos.

Monforton e Wu (1963) apud [11] apresentaram um resumo sobre a aplicação das técnicas de análise matricial de estruturas ao estudo de estruturas aperticadas com ligações semirrigidas, e sugeriram a implementação em um programa para computador. E na década de 1970 Krishnamurthy et al. (1979) apud [11] aplicaram o método dos elementos finitos (MEF) na obtenção de curvas momento-rotação de ligações com chapa de topo.

Na década de 1970, com a evolução dos computadores digitais, surge a família de softwares para estruturas e que utiliza do MEF: S.A.P – Structural Analysis Program. O SAP surge em 1972 a partir da tese de doutorado do professor Edward L. Wilson da Universidade da Califórnia, Berkeley [12]. A referência [3] cita que os programas de computadores utilizando MEF emergiram no fim da década de 1960 e na

década de 1970, e apresenta alguns exemplos como ANSYS, ASKA e NASTRAN.

No início da década de 1980, [13] faz um trabalho avaliando o efeito de ligações semirrigidas em colunas ao aplicar forças. O sistema de retenção encontrado no trabalho apresenta uma função não linear da deformação da ligação. Foi proposta uma solução utilizando funções cúbicas, com a vantagem de não resultar em rigidez negativa das ligações. O comportamento da ligação é modelado utilizando o método de elementos finitos com o incremento de Newton-Raphson e incorporando recursos para compensar a falta de linearidade inicial e os efeitos das tensões residuais.

Em 1983 [10] reúne todos os métodos e testes disponíveis para analisar o comportamento de ligações viga-pilar de aço, dando atenção às características momento-rotação das ligações, pois é onde apresenta a mais importante influência sobre as respostas da ligação. A referência [8] ainda apresenta o avanço computacional e o desenvolvimento de métodos computacionais para a solução e análise estrutural.

A referência [14] em 1985 desenvolve um trabalho de análise do comportamento de quadros com juntas flexíveis utilizando o método dos elementos finitos em conjunto com o princípio dos trabalhos virtuais na formulação da relação força-deslocamento. A figura 2 apresenta os modos de vibração utilizados para descrever o elemento, assim como as funções de cada um dos modos. Para explicar o efeito de força axial, utiliza dois modos de bolha  $\psi_3$  e  $\psi_4$ . Onde  $\psi_3$  representa um modo de curvatura simétrico e o  $\psi_4$  representa um modo de curvatura antissimétrico.

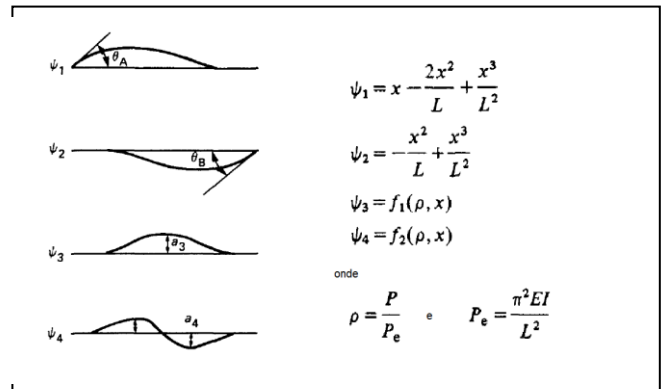


Fig 2. Modos de vibração e funções de forma.

O trabalho de [3] apresenta dados sobre o avanço das publicações sobre elementos finitos, onde em 1961 havia 134 publicações; em 1971 havia 844 publicações; em 1976, quase duas décadas depois da disseminação do termo elementos finitos, havia mais de 7000 publicações e em 1986, com um total de 20.000 publicações sobre o assunto. Esses dados se referem a citações do MEF e não a MEF aplicado em análise de estruturas metálicas.

Em 1986, Goto e Chen apud [11] e mais tarde modificado por Kishi et al (1991) apud [15], desenvolvem o programa computacional “FLFRM” que analisava pórticos planos com ligações rígidas e semirrigidas em teorias de primeira e segunda ordem [11]. Segundo [11], o software se tornou

mundialmente utilizado e se tratava de um programa já consagrado e razoavelmente difundido no meio científico. A referência [11] ainda apresenta que o programa utilizava o elemento finito indicado na figura 3, constituído por um elemento de barra plano com mola de rotação nas extremidades.



Fig 3. Elemento finito.

Na década de 1990 os softwares com base no MEF ganham avançados recursos gráficos que permitem análises mais completas das tensões e deformações. Em 1994, [16] modela ligações com chapa de topo pelo método dos elementos finitos, analisando a consideração da semirrígidez e a relação do momento-rotação da ligação. A modelagem é feita através do software ANSYS, mas [16] afirma que a capacidade de prever uma curva momento-rotação com uma precisão razoável é bastante limitada, representando assim, uma desvantagem na análise das ligações estruturais. A figura 4 apresenta a seção, a malha e o carregamento utilizado no trabalho de [16].

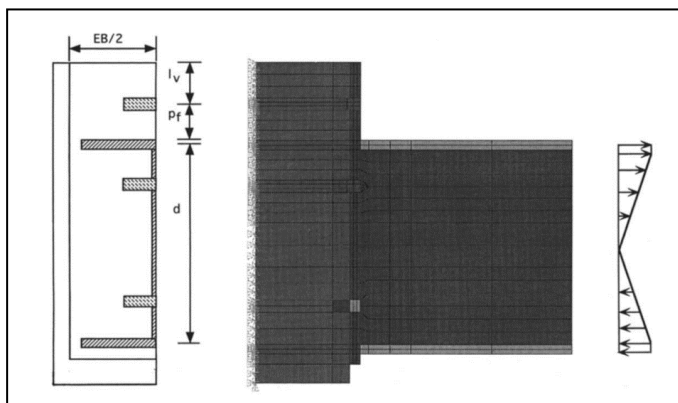


Fig 4. Seção e malha do elemento finito.

No Brasil, em 1995 [17] é um dos pioneiros da utilização do MEF para análise de ligações semirrígidas. Em seu trabalho elabora um programa de computador em que aplica a teoria de dimensionamento de ligações entre vigas e colunas de perfis soldados, fornecendo todas as informações necessárias para executar a ligação, assim como as constantes de mola (de introdução, da coluna, e das forças atuantes nas mesas da viga) que permitem levar em conta sua rigidez e as principais solicitações e resistências de cálculo.

Em 1996, [18] aprimora ainda mais a análise de estruturas metálicas com o uso do MEF e desenvolvem simulações numéricas de ligações com chapa de topo com elementos finitos tridimensionais (3D) para estudar numericamente a

rigidez e a resistência T-stub da ligação. O trabalho ainda apresenta a quantidade de elementos utilizados para modelar cada uma das peças da ligação. [18] apresenta que o modelo dimensional (3D) pode lidar com os efeitos de tantos parâmetros no comportamento e capacidade de transporte de carga da ligação, enquanto que o modelo bidimensional (2D) de análise é, pela sua própria natureza, incapaz de representar a variação na direção transversal.

Utilizando da linguagem de programação PASCAL como pré processador, em 1997 [19] gera um código de programação para analisar estruturas com ligações semirrígidas. O sistema ATRIUM foi adotado como plataforma para geração dos nós e barras do modelo, e é composto por duas unidades: armazenadora de dados da estrutura e a outra que efetua o cálculo propriamente dito. O trabalho conclui que é possível obter vantagens financeiras ao considerar a semirrígidez da ligação.

Ainda em 1997, [20] desenvolve um elemento finito para fazer análise inelástica de estruturas de aço de segunda ordem em que a plasticidade foi considerada nas seções transversais e ao longo do comprimento das barras de pórticos planos de aço de pequeno porte. O método de Rayleigh-Ritz e o princípio de energia potencial mínima são utilizadas na obtenção das equações de equilíbrio para o elemento finito. Além disso, o elemento considera cargas transversais (concentradas e distribuídas) aplicadas entre os nós e, também diretamente nos nós do elemento. O elemento utilizado no trabalho de [20] é apresentado na figura 5.

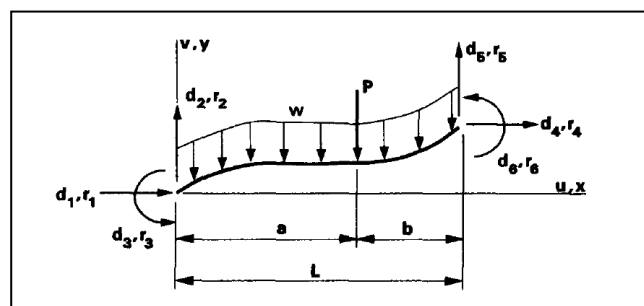


Fig 5. Elemento utilizado análise de estruturas de aço de segunda ordem.

Aprimorando e ampliando a análise do trabalho realizado em 1997, em 1999 [21], apresenta um novo trabalho abordando pórticos de múltiplos andares e múltiplos vãos utilizando um elemento finito na análise inelástica de segunda ordem parcial (PR) e completa (FR). O perfil utilizado nas análises (a), o elemento utilizado (b) e a combinação do elemento finito com o modelo estrutural (c) são apresentados na figura 6.

Desenvolvendo um programa computacional, desenvolvido em teoria dos pequenos deslocamentos, a referência [22], analisou o comportamento das ligações semirrígidas a partir da matriz de rigidez do elemento de estruturas planas. As análises consideram os efeitos da não linearidade geométrica da estrutura e da não linearidade física do material associados ao comportamento das conexões semirrígidas. [22] ainda apresenta que a análise utilizou a teoria de segunda ordem e um processo para encontrar a

instabilidade global da estrutura, na qual a matriz de rigidez global da estrutura torna-se singular.

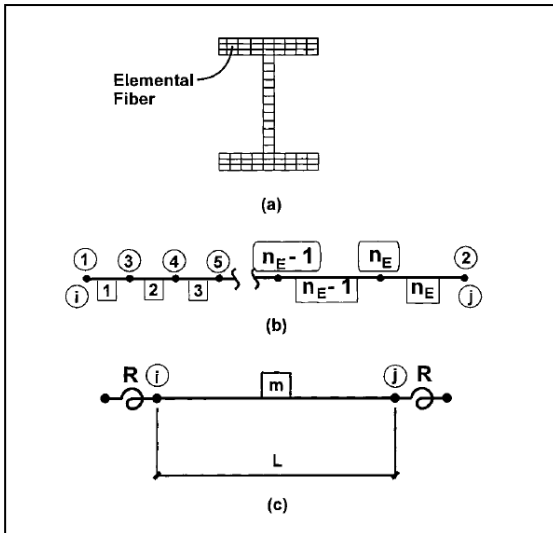


Fig 6. (a) Perfil utilizado nas análises, (b) O elemento utilizado, e (c) Combinação do elemento finito com o modelo estrutural [21].

A partir dos anos 2000 a engenharia moderna busca aperfeiçoar as estruturas através do refinamento dos processos de cálculo, surgindo programas computacionais capazes de realizar análises em estruturas mais complexas. [22] destaca o software SAP2000, um dos programas mais difundidos, baseado no MEF e que realiza análise elasto-linear de estruturas, além da verificação dos perfis utilizado no dimensionamento estrutural, baseado no método das tensões admissíveis.

A referência [23] desenvolveu um código computacional que considera a análise não linear e a não linearidade geométrica das ligações para calcular os efeitos da flexibilidade e da excentricidade em pórticos planos com carregamento estático. A matriz de rigidez de ligações semirrígidas é desenvolvida a partir da energia potencial total (energia potencial axial + energia potencial de flexão + energia potencial da mola).

Em 2003 o método dos elementos finitos (MEF) já apresenta um nível de desenvolvimento que permite ser utilizado por projetistas estruturais [4]. Devido à grande complexidade associada ao desenvolvimento de modernos programas de computador dispendo de uma interface gráfica intuitiva, o utilizador programador quase desapareceu, dando lugar ao mero utilizador de softwares já existentes. [4] ainda complementa que neste cenário corremos o sério risco de a segurança de uma estrutura ser justificada com base em cálculos completamente inadequados, uma vez que o usuário não compreende os fundamentos do MEF.

Utilizando da linguagem de programação FORTRAN, em 2003 [24] desenvolve uma ferramenta computacional para análise não linear de grelhas mistas (sistema de pisos) e realiza um estudo comparativo utilizando de ligações semirrígidas na continuidade do piso misto. A figura 7 apresenta o elemento utilizado na construção do programa, onde, pode-se observar

três graus de liberdade por nó, ou seja, análise de esforços de torção, flexão e cisalhamento.

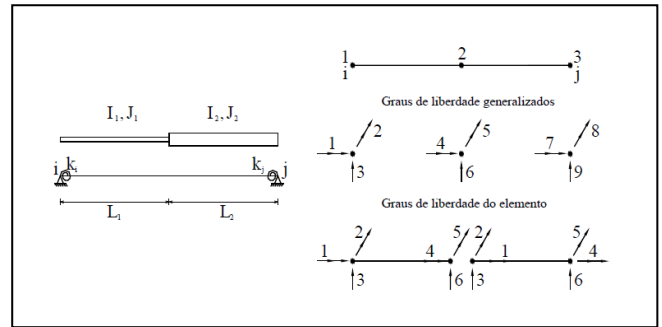


Fig. 7. Elemento finito utilizado e deslocamentos por nó [24]

A referência [25] elabora um código computacional que realiza uma análise avançada baseada no método da rótula plástica refinada, sendo possível monitorar o comportamento gradual e inelástico da estrutura de aço moldado. O conceito do módulo tangente é utilizado e ele é determinado pelas curvas de resistência à compressão, especificados pela antiga ABNT NBR 8800 (1986) [26]. As conexões finais viga-coluna são modeladas como molas rotacionais (semirrígidas). A referência [25] expõem que a solução a partir do conceito de rótula plástica, baseada no MEF, seja considerada “exata”, não é adequada para o uso diário nos projetos de engenharia porque necessita de um uso computacional intenso e seu custo é elevado.

Detalhando o processo de construção de um programa computacional de análise não linear de pórticos com ligações semirrígidas, [27], apresenta vários exemplos numéricos e com implementação computacional. A referência ainda detalha as etapas do processo iterativo do programa, os comandos utilizados para a construção do mesmo (geometria da estrutura, discretização dos elementos finitos, conectividade entre os elementos, propriedades dos materiais, entre outras) e os parâmetros necessários para a caracterização do comportamento rigidez-rotação de cada ligação semirrígida da estrutura.

Com o objetivo principal de simular o comportamento de parafusos nas conexões de placa terminal viga-coluna considerando carga monótona ou cíclica, [28] desenvolve um modelo de elementos finitos tridimensional. Como objetivo secundário programa fórmulas padronizadas para calcular os parâmetros do modelo; e como objetivo terciário, visa demonstrar a influência que a propriedade da ligação tem sobre a estrutura. Neste último objetivo, apresenta exemplos numéricos considerando a conexão como semirrígida.

Os estudos sobre ligações semirrígidas utilizando MEF tem sido assunto de vários trabalhos de pesquisas nas últimas décadas, abordando principalmente estudos com respostas estáticas dos modelos. Em 2006 [29] faz uso da modelagem computacional no MEF, via ANSYS, para analisar a influência das ligações metálicas na resposta dinâmica não linear de pórticos de aço. O modelo leva em consideração os efeitos de flexão e compressão, bem como, efeitos de segunda ordem correspondentes a não linearidade geométrica, além do

elemento finito possuir três graus de liberdade por nó (translações e rotação).

Em 2008 a referência [30] também realiza um estudo considerando análise dinâmica não linear em ligações semirrígidas utilizando o software ANSYS. O modelo desenvolvido em elementos finitos inclui a não linearidade geométrica na qual foi utilizada a formulação Lagrangeana para sua formulação.

Utilizando do programa TRUEGRID como pré-processador, construindo assim a malha de elementos finitos, e os modelos numéricos desenvolvidos utilizando o software ANSYS, [31], utiliza do MEF para analisar as ligações mistas viga pilar com cantoneira de topo de assento (semirrígida), considerando a não linearidade do material e geométrica. O trabalho se destaca pela análise experimental dos modelos estudados e a comparação dos resultados obtidos de forma numérica computacional.

Buscando obter resultados mais realistas, confiáveis e econômicos, [32] utiliza do programa de elementos finitos SEMIFEM, desenvolvido em linguagem FORTRAN, para a análise numérica de seu trabalho “Efeitos de Ligações Semirrígidas na Resposta Estrutural”. O estudo consiste na consideração de ligações semirrígidas nas conexões colunabase e na ligações viga-pilar, e são avaliados a variações de momento fletor, forças de cisalhamento, forças axiais, deslocamentos e tensões. A referência ainda apresenta a construção da matriz de rigidez do elemento, assim como os coeficientes necessários para fazer a consideração da rigidez rotacional da ligação e diversas aplicações numéricas.

A referência [33] utiliza da programação do MEFP – Método dos Elementos Finitos Posicional para análise não linear geométrica de estruturas considerando a semirrígidez utilizando código programado via MEF e acoplado no software AcadFrame baseado no MEFP. O trabalho de [33] se destaca por trazer os conceitos e a dedução da energia potencial total, os polinômios de Lagrange (figura 8), as funções de forma utilizadas, o mapeamento posicional do elemento, o processo de solução de Newton-Rapson e o “corpo de comandos” do programa principal acoplado no AcadFrame.

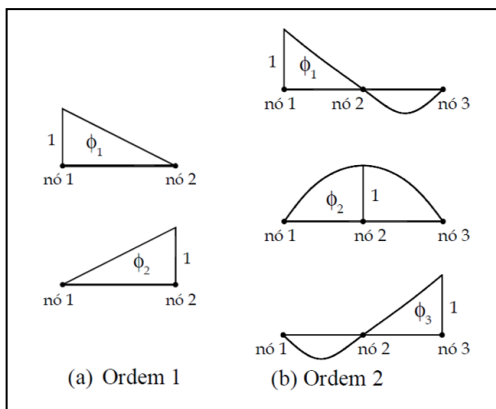


Fig 8. Polinômios de Lagrange utilizados por [33].

Explorando as complexas análises que o MEF permite realizar, em 2014 [34] utiliza da formulação Lagrangeana total para desenvolver uma análise dinâmica não linear física e geométrica de estruturas, considerando elementos ligados entre si por ligações semirrígidas (ambos elementos e conexões têm comportamento multilinear elastoplástica com endurecimento isotrópico) e incluindo uma análise de colapso progressivo (carga sísmica). O algoritmo desenvolvido por [34] tem base elastoplástica multilinear e sua descrição iniciou pela formulação cinemática de Reissner, em seguida é feito o estabelecimento da energia potencial total, e depois disso, o princípio da energia estacionária é empregado para escrever as equações de equilíbrio dinâmico.

As análises considerando formulações não lineares estão ganhando destaque na literatura, isso porque, segundo [35], esse tipo de análise permite prever o comportamento de estruturas além do limite elástico, incluindo a perda de resistência e rigidez relacionada com o comportamento inelástico dos materiais e a ocorrência de grandes deslocamentos e rotações.

A referência [36] utiliza do MEF para modelagem de ligações de aço com chapa de topo estendida e para aprimorar a modelagem tridimensional de ligações viga mista-pilar considerando a semirrígidez e assim como [31], utilizou do software TRUEGRID como pré-processador e o ANSYS para a análise numérica.

A utilização do MEF como ferramenta para resolver problemas distintos, descritos por equações diferenciais parciais e com determinadas condições de contorno, exige o uso das três fases do MEF, como descrito por [37]. As fases consistem em: pré-processamento em que inclui todas as atividades de modelagem do problema, definição da malha que discretiza o domínio em estudo, tamanho e forma dos elementos, coordenadas do nós, condições de contorno, cargas aplicadas, propriedades dos materiais, entre outras; o processamento é a fase que consiste na formulação e cálculo para solução do problema, validando o modelo criado no pré-processamento (as equações e formulações dependem do software adotado); e o pós-processamento, onde são apresentados os resultados obtidos por meio do cálculo das equações definidas no modelo. O pós-processamento depende diretamente do usuário para fazer interpretação e a definição da forma que os resultados serão apresentados [37].

Os trabalhos abordando ligações semirrígidas e a utilização do MEF, geralmente focam em estruturas convencionais (pórticos ou estruturas planas) e analisam a ligação viga-coluna. Em 2015, [38] realiza um estudo numérico e experimental de cascas cilíndricas reticuladas com juntas semirrígidas, avaliando o desempenho mecânica da estrutura através do modelo de análise via MEF (software ANSYS). A referência merece destaque devido a estrutura abordada no estudo em que apresenta ligações do tipo juntas de bola parafusadas. A figura 9 apresenta a estrutura utilizada na análise experimental e a estrutura modelada no MEF.

Trabalhos mais recentes, como de [39] realiza análises de edifícios 3D com ligações semirrígidas (modeladas a partir do método das componentes do Eurocode 3 (2005) [40]) e



carregamentos acidentais, utilizando do software ABACUS para modelagem e extração de resultados.



Fig. 9. Modelo experimental e o modelo computacional (via ANSYS) [38].

A referência [41] em seu trabalho faz uma análise dinâmica não linear do colapso de estruturas metálicas com ligações semirrígidas, e para isso, [41] afirma que o MEF convencional e outros métodos sem malha limitam o estudo da análise dinâmica não linear do colapso, e apresenta o método das partículas finitas (FPM) para abordar o assunto. O FPM é derivado da mecânica vetorial e é vantajoso para análise dinâmica não linear do colapso considerando a semirrígidez pelas seguintes razões: consegue trabalhar de forma natural a não linearidade geométrica da estrutura; a resposta dinâmica não linear da estrutura pode ser obtida em qualquer iteração; e por ser possível adicionar ou eliminar elementos no domínio da análise. A figura 10 apresenta um exemplo de discretização da estrutura utilizando FPM.

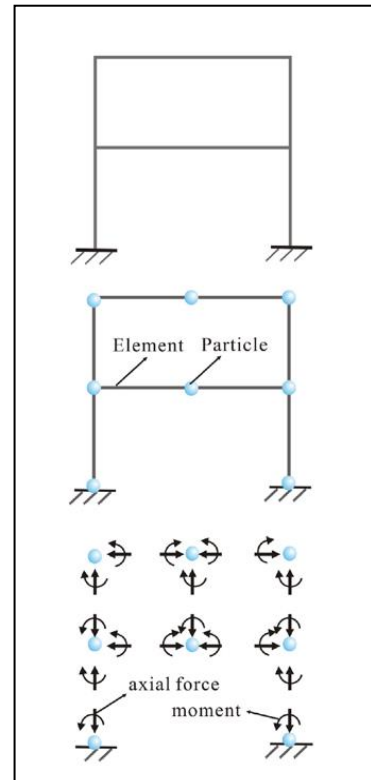


Fig. 10. Discretização da estrutura utilizando FPM [41].

#### CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho apresentou os avanços do MEF e sua utilização para análise de estruturas metálicas considerando ligações semirrígidas de maneira cronológica.

Desde o surgimento do termo MEF proposto por [5] em 1960, o método foi sendo aprimorado conforme o avanço dos computadores digitais, que se tornaram ferramentas fundamentais para a utilização do MEF [3].

Dois pontos principais merecem destaque a partir dos trabalhos apresentados:

a) O avanço da complexidade das análises utilizando MEF, iniciando com análises lineares, então não lineares, considerando a não linearidade geométrica e do material, análises elastoplásticas, análises em 2D e 3D, análises com carregamentos excêntricos, análises dinâmicas de estruturas, análises de colapso e análises de colapsos progressivos (carga sísmica).

b) O avanço da complexidade das ligações metálicas semirrígidas abordadas nos estudos, onde, inicialmente o principal foco do estudo eram ligações viga-pilar em estruturas planas, avançando para ligações viga-pilar em estruturas 3D, ligações pilar-base, grelhas mistas (pisos) com conexões semirrígidas, e até mesmo cascas cilíndricas com ligações do tipo juntas de bola.

É possível afirmar a partir deste trabalho que a partir do avanço da tecnologia computacional e com a criação e aprimoramento de softwares de análise estrutural baseados no

MEF, pesquisadores tem deixado de programar softwares pessoais a partir da dedução de energia potencial total até gerar seu próprio código computacional para analisar o problema em estudo. Isso se deve pelo fato de que os softwares comerciais consolidados no mercado e no meio acadêmico geram boas análises e resultados esperados, além de gerar uma economia de tempo para elaboração dos estudos.

O MEF também apresenta suas limitações de uso e análises. Conforme [41] expõem, caso seja realizada uma análise dinâmica não linear considerando colapso progressivo, o MEF não se torna a melhor ferramenta, e sim, a utilização de outros métodos como FPM (método da partícula finita). Apenas disso, o MEF é uma ferramenta indispensável para análise estrutural, seja a partir de métodos consolidados ou com seu próprio código.

#### AGRADECIMENTOS

Ao PPGECC – UFPR por oportunizar a realização deste trabalho, e em especial, ao professor e orientador Dr. Marcos Arndt pelo apoio e incentivo.

#### REFERÊNCIAS

- [1] Zienkiewicz, O. C.; Taylor, R. L.; Zhu, J. Z. “The Finite Element Method: Its Basis and Fundamentals”. Sixth Edition. 2005.
- [2] Turner, M. J.; Clough, R. W.; Martin, H. C.; Topp, L. J. “Stiffness and Deflection Analysis of Complex Structures”. *Journal of the Aeronautical Sciences*. Vol. 23, Number 9, p. 805-823. September 1956.
- [3] Cook, R. D.; Malkus, D. S.; Plesha, M. E. “Concepts and Applications of Finite Element Analysis”. Third Edition. University of Wisconsin, Madison. 1989.
- [4] Azevedo, A. F. M. “Método dos Elementos Finitos”. 1ª Edição. Faculdade de Engenharia da Universidade de Porto, Portugal. Abril 2003.
- [5] Clough, R. W. “The Finite Element in Plane Stress Analysis”, Proc. 2nd ASCE Conf. on Electronic Computation, Pittsburgh, Pa.
- [6] Soriano, H L. “Elementos Finitos”. *Ciência Moderna*, 2009.
- [7] Hubner, K.; Thornton, E. “The finite elements method for engineers”. 2 ed. New York. John Wiley & Sons. 1982.
- [8] Lotti, R. S.; Machado, A. W.; Mazzeiro, E. T.; Júnior, J. L. “Aplicabilidade Científica do Método dos Elementos Finitos.”, v. 11, n. 2, p. 35-43. Abril 2006.
- [9] Johnston, B.G.; Mount, E.H. “Analysis of building frames with semi-rigid connections”. *Transactions, ASCE*, vol. 107, p. 993-1019. 1942.
- [10] Jones, S. W.; Kirby, P. A.; Nethercot, D. A. “The analysis of frames with semi-rigid connections - A state of the art report”. *Journal of constructional Steel Research*, v. 3, n. 2, p.2-13. 1983.
- [11] Santos, L. B. “Influência da Rigidez das Ligações em Estruturas de Aço”. Dissertação de Mestrado. Escola de Engenharia de São Carlos, USP. 198 p. 1998.
- [12] SAP2000. “História da Família de Softwares SAP”. Disponível em: <[http://www.multiplus.com/SAP/Historia\\_do\\_SAP.htm](http://www.multiplus.com/SAP/Historia_do_SAP.htm)> Acesso em: 23 de agosto. 2016.
- [13] Jones, S. W.; Kirby, P. A.; Nethercot, D. A. “Effect of semi-rigid connections on steel column strength”. *Journal of Constructional Steel Research*, v. 1, n. 1, p.38-46. 1980.
- [14] Lui, E. M.; Chen, W. F. “Analysis and Behaviour of Flexibly-Jointed Frames”. *Engineering Structures*. v. 8, p. 107-118. April 1986.
- [15] Chen, W.F.; Toma, S. “Advanced analysis of steel frames: theory, software and applications”. CRC Press. 1994.
- [16] Bahaari, M.R.; Sherbourne, A.N. “Computer Modelling of an Extended End-plate Bolted Connection”. *Computers & Structures*, v. 52, n. 5, p. 879-893. 1994.
- [17] Queiroz, G. “Análise Experimental de Ligações Soldadas”. Belo Horizonte, 258p. Tese (Doutorado). Escola de Engenharia, Universidade de Minas Gerais. 1995.
- [18] Bahaari, M. R.; Sherbourne, A.N. “3D Simulation of Bolted Connections to Unstiffened Columns-II. Extended Endplate Connections”. *Journal of Constructional Steel Research*. Vol. 40, no. 3, p. 189-224. 1996.
- [19] Monteiro, R. C. “Análise de Estruturas de Aço com Ligações Semirrígidas”. Dissertação de Mestrado. Escola de Engenharia da UFMG, 193 p. 1997.
- [20] Foley, C. M.; Vinnakota, S. “Inelastic Analysis of Partially Restrained Unbraced Steel Frames”. *Engineering Structures*. v. 19, n. 11. p. 891-902. 1997.
- [21] Foley, C. M.; Vinnakota, S. “Inelastic Behavior of Multistory partially Restrained Steel Frames”. *Journal of Structural Engineering*. p. 854-861. 1999.
- [22] Mello, W. L. “Análise de Pórticos Metálicos Planos com Conexões Semirrígidas Considerando a Não Linearidade Física e Geométrica”. Dissertação de Mestrado. Faculdade de Engenharia Civil da UNICAMP, 177 p. 1999.
- [23] Sekulovic, M.; Salatic, R. “Nonlinear Analysis of Frames with Flexible Connections”. *Computers and Structures*, v. 79(11), p. 1097-1107. 2001,
- [24] Oliveira, T. J. L. “Análise de Estruturas de Aço com Ligações Semirrígidas”. Dissertação de Mestrado. COPPE/UFRJ, 106 p. 2003.
- [25] Landesmann, A.; Batista, E. M. “Advanced Analysis of Steel Framed Buildings Using the Brazilian Standard and Eurocode-3”. *Journal Constructional Steel Research*, v. 61, p. 1051-1074. 2005.
- [26] ABNT NBR 8800: 1986. “Projeto e Execução de Estruturas de Aço de Edifícios. Método dos Estados-limites”. ABNT – Associação Brasileira de Normas Técnicas. Rio de Janeiro. 1986.
- [27] Pinheiro, L.; Silveira, R. A. M. “Computational Procedures for Nonlinear Analysis of Frames with Semi-rigid Connections”. *Latin American Journal of Solids and Structures*, v. 2, p. 339-367. 2005.
- [28] Zhou, F. “Model-Based Simulation of Steel Frames with Endplate Connections”. Ph. D Thesis, Department of Civil and Environmental Engineering. University of Cincinnati, p. 133. 2005.
- [29] Castro, R. A. “Modelagem Computacional de Ligações Semirrígidas e sua Influência na Resposta Dinâmica Não Linear de Pórticos de Aço”. Dissertação de Mestrado. Faculdade de Engenharia da UERJ, 117 p. 2006.
- [30] Silva, J. G. S.; Lima, L.R.O.; Vellasco, da P.C.G.; Andrade, de S.A.L.; Castro, de R.A. “Nonlinear Dynamic Analysis of Steel Portal Frames with Semi-rigid Connections”. *Engineering Structures*, v. 30, p. 2566-2579. 2008.
- [31] Bessa, W. O. “Análise Experimental e Numérica de Ligações Viga Mista-Pilar com Cantoneiras de Alma e Assento – Pavimento Tipo e Ligações Isoladas”. 234 p. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos. 2009.

- [32] Kartal, M. E., Basaga, H. B.; Bayraktar, A.; Muvafik, M. "Effects of Semi-Rigid Connection on Structural Responses." *Electronic Journal of Structural Engineering*, 2010.
- [33] Reis, M. C. J. "Análise Não Linear Geométrica de Pórticos Planos Considerando Ligações Semirrígidas Elastoplásticas." Dissertação de Mestrado. Escola de Engenharia de São Carlos, USP. 118 p. 2012.
- [34] Coda, H. B.; Paccola, R. R. "A total-Lagrangian Position-based FEM Applied to Physical and Geometrical Nonlinear Dynamics of Plane Frames Including Semi-rigid Connections and Progressive Collapse." *Finite Elements in Analysis and Design*, v. 91, p. 1-15. 2014.
- [35] Deierlein, G. G.; Reinhorn, A. M.; Willford, M. R. "Nonlinear Structural Analysis for Seismic Design: A Guide for Practicing Engineers". NEHRP – Seismic Design Technical Brief, n. 4. 2010.
- [36] Higaki, B. E. "Contribuição à análise estrutural de edifícios de aço com ênfase nas ligações semi-rígidas". 278p. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos. 2014.
- [37] Melconian, M. V. "Modelagem numérica e computacional com similitude e elementos finitos: equação preditiva geral para o cálculo da força de retenção em freios de estampagem." São Paulo, Blucher, 1ª edição. 2014.
- [38] Ma, H.; Fan, F.; Wen, Peng.; Zhang, H.; Shen, S. "Experimental and Numerical Studies on a Single-layer Cylindrical Reticulated Shell with Semi-rigid Joints." *Thin-Walled Structures*, v. 86, p. 1-9. 2015.
- [39] Jeyarajan, S.; Liew, J. Y. R. "Robustness Analysis of 3D Composite Buildings with Semi-rigid Joints and Floor Slab." *Structures*, v. 6, p. 20-29. 2016.
- [40] EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION. EUROCODE 3. EN 1993-1-1, "Design of steel structures – Part 1-1: General rules and rules for buildings." Bruxelas, 2005.
- [41] Yu, Y.; Zhu, X. "Nonlinear Dynamic Collapse Analysis of Semi-rigid Steel Frames Based on the Finite Particle Method." *Engineering Structures*, v. 118, p. 383-393. 2016.