

Aplicação do modelo de dano de Mazars na análise numérica de vigas em concreto armado

Um estudo sobre a influência dos parâmetros internos do modelo de dano combinados a modelos de resistência ao cisalhamento

José Vitor de Lira Haraki

Departamento de Engenharia Civil e Ambiental
Universidade Estadual Paulista - UNESP
Bauru-SP, Brasil
vitorharaki@gmail.com

Caio Gorla Nogueira

Prof. Dr. Junto ao Departamento de Engenharia Civil e Ambiental
Universidade Estadual Paulista - UNESP
Bauru-SP, Brasil
cgnogueira@feb.unesp.br (*contato)

Resumo—Atualmente, a demanda por modelos mecânicos computacionais cada vez mais precisos para a representação do comportamento de estruturas em concreto armado tem sido imperativa. O avanço na produção de novos concretos com propriedades e comportamentos específicos exige que os modelos matemáticos para previsão de esforços, tensões, deformações e deslocamentos sejam capazes de representar adequadamente estruturas constituídas com esses materiais. Nesse contexto, a mecânica do dano no contínuo constitui-se uma ferramenta interessante para a simulação do comportamento do concreto, pois permite considerar as consequências do aumento da fissuração sobre a rigidez e resistência dos elementos estruturais. No entanto, modelos de dano são dependentes de parâmetros internos para que suas leis de evolução sejam capazes de prever os comportamentos de tração e compressão do concreto. Tais parâmetros devem ser calibrados a partir de resultados conhecidos e inseridos no modelo mecânico. Com isso, neste trabalho são apresentados resultados de análises numéricas de elementos em concreto armado com a consideração do engrenamento dos agregados e armadura transversal, variando os parâmetros internos de dano, com o objetivo de mostrar sua influência no comportamento estrutural global. Os parâmetros foram calibrados a partir de uma técnica baseada no Método dos Mínimos Quadrados e leis constitutivas teóricas consagradas na literatura. Os resultados mostraram forte dependência da resposta em função dos parâmetros utilizados e que a técnica de calibração foi adequada para a sua obtenção.

Palavras-chave—concreto armado, dano, cisalhamento, elementos finitos, não linear.

I. INTRODUÇÃO

Estruturas em concreto armado têm sido cada vez mais utilizadas na construção de edifícios e grandes obras nos tempos modernos. Conforme se observa o avanço na produção de novos concretos e suas propriedades específicas para determinados fins, percebe-se também o investimento de esforços na tentativa de simular numericamente o comportamento desses materiais quando empregados na execução de obras na engenharia civil. Dessa forma, a tecnologia de desenvolvimento de materiais e o avanço dos

modelos matemáticos para previsão de desempenho e comportamentos mecânicos de estruturas em concreto armado têm sido atividades parceiras nas últimas décadas.

A principal característica que dificulta a previsão do comportamento do concreto é a fissuração à medida que as ações atuam sobre os elementos estruturais. O seu crescimento produz perda de rigidez e, conseqüentemente, resistência dos elementos, o que é representado na prática pelo aumento dos deslocamentos e diminuição na capacidade resistente. Dentro desse contexto, a Mecânica do Dano no Contínuo constitui-se numa ferramenta de interesse, pois permite considerar a evolução da fissuração do concreto mediante variáveis de dano, que são aplicadas diretamente sobre os tensores de tensão para determinação dos esforços resistentes dos elementos. Assim, em conjunto com o comportamento elastoplástico do aço das armaduras, modelos de dano para o concreto compõem a chamada não linearidade física presente na análise adequada de estruturas em concreto armado.

Um aspecto complicador na previsão do comportamento de estruturas em concreto armado é a representação adequada dos mecanismos de transferência de tensões de cisalhamento, conforme a fissuração aumenta. Do ponto de vista da análise numérica, as formulações convencionais baseadas no Método dos Elementos Finitos unidimensionais (MEF) não consideram automaticamente a contribuição da armadura transversal na resistência ao cisalhamento dos elementos de concreto. Além disso, mecanismos complementares de resistência como o engrenamento dos agregados e o efeito de pino não são também considerados nas abordagens tradicionais. O tema até hoje gera controvérsias entre diversos pesquisadores e continua sendo objeto de estudo em muitos centros no mundo. Aspectos importantes sobre a conceituação e descrição dos fenômenos de transferência de tensões cisalhantes em elementos fissurados de concreto armado, considerando a influência dos agregados e taxas de armaduras longitudinal e transversal podem ser analisados nos trabalhos de [1] – [5] entre outros.

A partir de 2000, os conceitos enunciados sobre mecanismos de resistência ao cisalhamento foram introduzidos,

mesmo de forma simplificada, em modelos numéricos baseados no MEF. Uma maneira de considerar a contribuição do engrenamento dos agregados consiste em corrigir a tensão tangencial no concreto na região onde ocorre a fissura diagonal de cisalhamento, através de uma lei própria que é função da deformação principal de tração [6]. Com isso, no instante em que ocorre o cálculo da tensão de cisalhamento no elemento concreto, esta é corrigida pela aproximação que leva em conta o efeito do engrenamento dos agregados (*aggregate interlock*). Outras abordagens utilizam um fator de redução constante do módulo de elasticidade transversal à medida que as deformações aumentam [7]. Com relação ao efeito de pino (*dowel action*), [8] – [9] e mais recentemente [10] propuseram modelos escritos com base na teoria de vigas apoiadas sobre bases elásticas, de forma que as barras de armadura longitudinal, quando solicitadas por uma parcela de força cortante, mobilizam o concreto adjacente gerando uma parcela de deslocamento vertical para cada barra da armadura. Dessa forma, a força resistente a essa tentativa de movimento é a força cortante de pino que contribui na resistência total do elemento em concreto armado ao esforço cortante.

Recentemente, [11] reuniram os conceitos acerca dos mecanismos de resistência ao cisalhamento em elementos de concreto armado e introduziram-nos numa formulação do MEF unidimensional, considerando comportamento não linear dos materiais e geométrico da estrutura. A contribuição dos estudos foi o desenvolvimento de uma formulação do MEF não linear que combinou cada um desses efeitos provenientes do cisalhamento com o modelo de dano de Mazars [12], obtendo, assim, um modelo mecânico escrito em termos de elementos finitos de pórtico plano não linear, que considera a contribuição dos mecanismos complementares de resistência ao cisalhamento. A contribuição da armadura transversal foi considerada a partir do modelo de treliça generalizada de Ritter-Morsch, onde a deformação da armadura transversal foi vinculada ao modelo de dano.

Uma desvantagem que pode ser apontada no uso de modelos de dano é a sua dependência de parâmetros internos que descrevem as funções de evolução do dano. Esses parâmetros devem ser calibrados a partir de ensaios experimentais em corpos de prova de concreto submetidos à tração e à compressão, de modo que as curvas de tensão \times deformação obtidas nos ensaios sejam adequadamente representadas pela lei constitutiva descrita pelo modelo de dano. Como o comportamento do concreto muda em função de sua resistência à compressão, diferentes classes de resistência do concreto geram diferentes conjuntos de parâmetros internos do modelo de dano. Por outro lado, não é possível obter em laboratório diversos valores de resistência à compressão com precisão garantida para que seus resultados sejam utilizados na calibração dos parâmetros de dano. Assim, outra forma de garantir que a calibração seja feita com sucesso para quaisquer classes de resistência do concreto é a utilização de leis constitutivas teóricas propostas na literatura que sejam capazes de representar os comportamentos do concreto tanto à tração quanto à compressão, inclusive nos trechos pós-pico. A referência [13] propôs um procedimento para calibração dos parâmetros internos do modelo de dano tanto à tração quanto à compressão baseado no Método dos Mínimos Quadrados Não

Linear (MMQ-NL), com o uso da técnica de Gauss-Newton [14] e [15]. As leis constitutivas teóricas utilizadas foram: Popovics [16] para o concreto à compressão; Figueiras [17], Collins e Vecchio [18] e uma lei de decaimento exponencial teórica apresentada por [13].

Este trabalho, portanto, tem como objetivo apresentar resultados de vigas em concreto armado analisadas com o modelo mecânico desenvolvido em [11] acoplado à técnica de calibração de parâmetros de dano proposta em [13], com a consideração dos mecanismos de resistência ao cisalhamento. Trata-se da apresentação de novos resultados evidenciando a influência dos parâmetros de dano no comportamento global das estruturas analisadas.

II. MODELO MECÂNICO

A seguir é apresentada uma breve descrição do modelo mecânico baseado no MEF utilizado neste trabalho, bem como os modelos não lineares e as bases do processo de calibração dos parâmetros internos do modelo de dano de Mazars. Todos os detalhes sobre o modelo mecânico e a técnica de calibração estão apresentados com detalhes nos trabalhos de [11] e [13], respectivamente.

A. O Elemento Finito

Foi utilizado um elemento finito de pórtico plano com dois nós (um em cada extremidade do elemento) e três graus de liberdade por nó (translações em X' e Y' e rotação em Z') conforme ilustrado na Fig. 1.

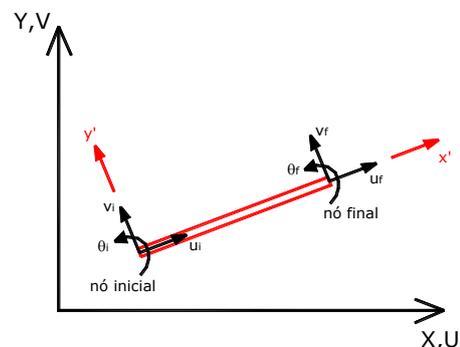


Figura 1. Elemento finito utilizado. Fonte: [19].

A teoria de Timoshenko foi utilizada na formulação da matriz de rigidez do elemento finito, com a consideração das deformações de cisalhamento a partir da constante de Weaver ($g = 6EI / kGAL^2$), onde E é o módulo de elasticidade do material, I , A e L são, respectivamente, o momento de inércia, a área da seção transversal bruta e o comprimento do elemento, k é o fator de forma das seções retangulares no valor de 0,833 e G é o módulo de elasticidade transversal do material. Caso g seja considerado nulo, o elemento degenera-se para a teoria clássica de Euler-Bernoulli.

B. O Modelo de Dano

O modelo de dano de Mazars foi escolhido para simular o comportamento não linear do concreto. Basicamente, esse modelo descreve o estado de danificação num ponto, a partir de uma variável de dano (D) escalar, penalizando as propriedades de rigidez do concreto igualmente em todas as direções (dano

isótopo). Como hipóteses do modelo, são adotadas as seguintes considerações: dano provocado somente por alongamentos, o que implica que para que ocorra danificação é necessário que ao menos uma das componentes do tensor de deformações principais seja de tração; variável de dano escalar definida por uma combinação linear entre uma parcela de tração e outra de compressão, de forma que $D = 1$ representa um estado de degradação total no ponto, enquanto que $D = 0$ significa material totalmente íntegro; o carregamento é considerado monotônico crescente sem descarregamentos; nenhuma parcela de deformação residual plástica é considerada. A seguir, são apresentadas as equações utilizadas para o cálculo do dano e sua introdução no tensor de tensões num ponto da seção transversal de um elemento finito qualquer:

$$f(\varepsilon_{eq}, D) = \varepsilon_{eq} - S(D) \leq 0 \quad (1)$$

Onde: $\varepsilon_{eq} = [(\varepsilon_1)_+^2 + (\varepsilon_2)_+^2 + (\varepsilon_3)_+^2]^{0,5}$.

$$D_T = 1 - \{ \varepsilon_{d0} (1 - A_T) / \varepsilon_{eq} \} - \{ A_T / e^{[B_T(\varepsilon_{eq} - \varepsilon_{d0})]} \} \quad (2)$$

$$D_C = 1 - \{ \varepsilon_{d0} (1 - A_C) / \varepsilon_{eq} \} - \{ A_C / e^{[B_C(\varepsilon_{eq} - \varepsilon_{d0})]} \} \quad (3)$$

$$D = \alpha_T D_T + \alpha_C D_C \quad (4)$$

$$\{ \sigma \} = (1 - D) [E] \{ \varepsilon \} \quad (5)$$

Onde: $f(\cdot)$ é a função que define o critério de dano para o modelo; ε_{eq} é a deformação equivalente avaliada em cada ponto de integração da seção transversal; $S(D)$ corresponde à deformação equivalente em função do dano, sendo atualizada a cada passo do processo incremental-iterativo; ε_i são as deformações principais no ponto de integração; ε_{d0} é a deformação correspondente ao pico de tensão do ensaio de tração uniaxial, sendo que no início do processo de aplicação da carga, o modelo admite que a danificação comece a partir do instante em que o valor de ε_{eq} atinja ε_{d0} ; D_T e D_C são, respectivamente, as parcelas do dano obtidas em pontos de integração sujeitos à tração e compressão; α_T e α_C são dados em função do tipo de sollicitação, de forma que para casos de tração uniaxial $\alpha_T = 1$, compressão uniaxial $\alpha_C = 1$ e para estados multiaxiais, utiliza-se a abordagem proposta por [20] para o cálculo de cada um desses fatores, porém sempre respeitando a condição $\alpha_T + \alpha_C = 1$; $\{ \sigma \}$ e $\{ \varepsilon \}$ são, respectivamente, os tensores de tensão e deformação escritos em cada ponto de integração; $[E]$ é o tensor de constantes elásticas do material; A_T , B_T , A_C e B_C são os parâmetros internos do modelo de dano e que devem ser calibrados adequadamente. A referência [12] propôs um intervalo de variação para cada um desses parâmetros conforme: $1,0 \leq A_C \leq 1,5$; $1000 \leq B_C \leq 2000$; $0,7 \leq A_T \leq 1,0$; $10000 \leq B_T \leq 100000$.

Ao final do processo de verificação e avaliação do dano, as tensões são atualizadas penalizando-as pelo fator $(1 - D)$ conforme (5). Esse procedimento é repetido para todos os pontos de integração ao longo da altura de cada elemento finito, de forma que os esforços são obtidos pela integração numérica dessas tensões.

C. O Modelo Elastoplástico

Com relação ao aço das armaduras, o comportamento mecânico foi representado por modelos elastoplásticos, cuja principal característica é o surgimento de deformações axiais permanentes ou residuais, a partir do início do escoamento. A formulação permite a consideração de comportamento elastoplástico perfeito ou com encruamento isótopo linear positivo. Em ambos os casos, após o escoamento, o aço sofre plastificação com alteração da rigidez dada por uma correção aplicada sobre o módulo de elasticidade. A seguir, são apresentadas as equações utilizadas no modelo elastoplástico:

$$f = \sigma - (\sigma_{sy} + K\alpha) \leq 0 \quad (6)$$

$$f \leq 0 \rightarrow \sigma = E \varepsilon \quad (7)$$

$$\alpha + \beta f \Rightarrow 0 \rightarrow \sigma = E_p \varepsilon \quad (8)$$

$$E_p = E K / (E + K) \quad (9)$$

Onde: f é a função que define o critério de plastificação; σ e σ_{sy} são, respectivamente, as tensões normais atual na armadura e limite de escoamento do material; E e K correspondem, respectivamente, aos módulos de elasticidade e plástico do aço; ε é a deformação axial total da camada de armadura; E_p é o módulo de elasticidade corrigido utilizado no trecho plastificado após o escoamento.

D. Os Modelos de Resistência ao Cisalhamento

O engrenamento dos agregados é considerado automaticamente pelo modelo de dano. A abordagem utilizada consiste em reduzir automaticamente o módulo de elasticidade transversal (G) do concreto em função da variável de dano (D). No entanto, a principal diferença em relação às abordagens encontradas na literatura consiste no fato de que a parcela que penaliza o módulo G , dada por $(1 - D)$, varia ao longo do processo de aplicação do carregamento. Dessa forma, conforme a degradação do concreto evolui, o dano também aumenta fazendo com que $(1 - D)$ diminua e reduza gradativamente o módulo G . Para estados de degradação mais avançados, nos quais o dano é próximo da unidade, a contribuição do engrenamento dos agregados vai diminuindo. O mecanismo, fisicamente, reflete a diminuição do atrito existente entre as superfícies dos agregados e as paredes das microfissuras do concreto, reduzindo a parcela resistente à força cortante proveniente do engrenamento dos agregados. Portanto, o modelo de dano permite considerar automaticamente esse mecanismo complementar de resistência ao cisalhamento em elementos de concreto armado.

O efeito de pino pode ser definido como uma força de reação proveniente da tentativa de corte e flexão local das barras da armadura longitudinal, a partir do instante em que estas são interceptadas por uma fissura. Em função do deslizamento das faces da fissura, surgem tensões de cisalhamento nessas faces, produzindo nas barras um pequeno deslocamento transversal relativo, o que gera a força cortante de reação que contribui na resistência global ao esforço cortante. O mecanismo do efeito de pino foi idealizado na literatura através da analogia com um elemento de viga apoiado em base elástica. A armadura longitudinal assume o

papel da viga e a base elástica é o concreto adjacente às barras da armadura. O modelo utilizado neste trabalho baseia-se na proposta de [9] que caracteriza o concreto como base elástica e propõe um procedimento para o cálculo da rigidez dessa base, levando-se em consideração propriedades do cobrimento do concreto, armadura longitudinal e geometria local. Assim, a parcela resistente devido ao efeito de pino pode ser avaliada por uma relação linear entre força (V_d) e deslocamento (Δ) de uma viga semi-infinita apoiada sobre uma base elástica, conforme ilustra a Fig. 2.

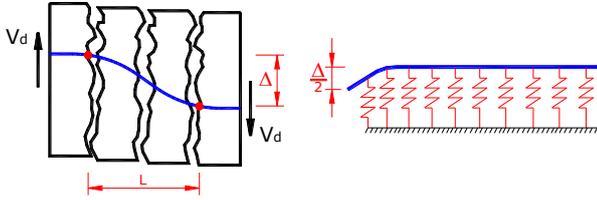


Figura 2. Hipótese de apoio elástico para o efeito de pino.
Fonte: adaptada de [19].

A seguir são apresentadas as equações que regem o modelo para a consideração do efeito de pino:

$$V_d = K_d \Delta \quad (10)$$

$$\Delta = D L [\varepsilon_1 \cos(\alpha) \sin(\alpha) + \gamma_{xy} \cos^2(\alpha)] \quad (11)$$

$$\lambda = [(k_c \phi_s) / (4 E_s I_s)]^{0,25} \quad (12)$$

$$k_c = (127 c_1 f_c^{0,5}) / (f_s^{2/3}) \quad (13)$$

$$K_d = n_b E_s I_s \lambda^3 = (4 A_s / \pi \phi_s^2) E_s I_s \lambda^3 \quad (14)$$

$$V_{du} = 1,27 \phi_s^2 (f_c f_s)^{0,5} \quad (15)$$

Onde: K_d é a rigidez da base; Δ é o deslocamento de pino sofrido pela barra da armadura; D é a variável de dano no ponto de integração; L é o comprimento da barra sujeito ao efeito de pino dado pela razão π / λ ; ε_1 e γ_{xy} são, respectivamente, a deformação principal de tração e a distorção angular no ponto; α é direção principal de tração no ponto; λ é um parâmetro que representa a rigidez relativa da fundação dada pelo cobrimento de concreto; k_c é o módulo da fundação para o cobrimento de concreto; E_s , ϕ_s , I_s e A_s são, respectivamente, o módulo de elasticidade do aço, o diâmetro, o momento de inércia e a área da seção transversal de uma barra da armadura; c_1 é um coeficiente que varia entre 0,6 a 1; f_c e f_s são, respectivamente, as resistências em MPa do concreto e do aço; n_b é o número de barras de aço que compõe uma camada da armadura sujeita ao efeito de pino; V_{du} corresponde ao valor último da força de pino.

É importante destacar que essa formulação está diretamente associada ao modelo de dano através da danificação em cada ponto de integração ao longo da altura dos elementos finitos. Com isso, as forças devido ao efeito de pino se desenvolvem proporcionalmente ao dano de cada ponto no processo de carregamento da estrutura. O efeito de pino é ativado para uma camada de armadura quando os pontos de integração imediatamente antes e depois da camada se danificam ($D \neq 0$), o que faz com que apenas os pontos que englobam uma

camada da armadura participem no processo de contribuição do efeito de pino.

A armadura transversal foi incorporada ao modelo mecânico, a partir de uma hipótese simplificada totalmente vinculada ao modelo de dano. Dessa forma, o critério para o início da contribuição dos estribos é o próprio critério do modelo de dano dado por (1). Admite-se que no concreto, a abertura de fissuras diagonais está diretamente associada à deformação principal de tração (ε_1) e que são essas fissuras que transferem tensões para os ramos dos estribos. Portanto, a deformação dos estribos está diretamente associada à parcela de deformação principal do concreto em cada ponto de integração. O modelo está fundamentado na decomposição do tensor de deformações $\{\varepsilon\}$ em uma soma de parcelas: elástica $\{\varepsilon\}_{elast.}$ e danificada $\{\varepsilon\}_{dan.}$ Assim, para cada ponto de integração ao longo da altura dos elementos finitos, são obtidas as deformações principais e, em seguida, através de (16) obtém-se a deformação do estribo como sendo a máxima componente, obtida ao longo de toda a altura da seção transversal do elemento, atuante na direção vertical ponderada pela variável de dano (D). A Fig. (3) ilustra a obtenção da deformação dos estribos (ε_{sw}) conforme é considerada no modelo.

$$\varepsilon_{sw} = \max [\varepsilon_1 D \sin(\alpha)] \quad (16)$$

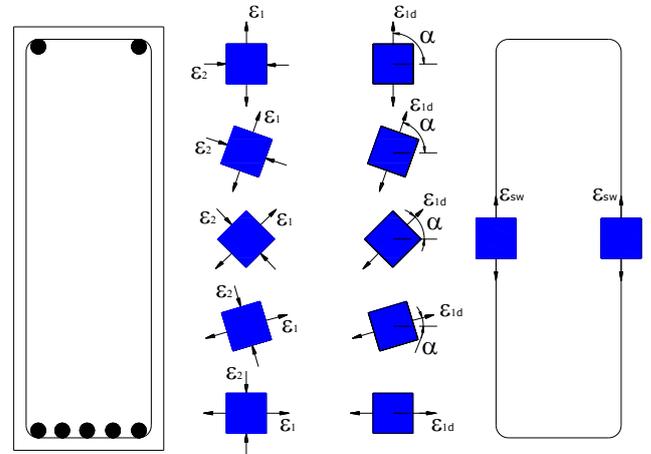


Figura 3. Estados de deformação ao longo da seção transversal e a componente adotada para o estribo. Fonte: adaptada de [19].

Após a definição da deformação nos estribos, a tensão normal uniaxial (σ_{sw}) é obtida diretamente pelo modelo elastoplástico para o aço já descrito anteriormente. A parcela de força cortante transmitida para os estribos é determinada a partir da analogia de treliça de Ritter-Morsch conforme ilustrado na Fig. (4). Assim, a força resistida pela armadura transversal (V_{sw}) pode ser obtida conforme:

$$V_{sw} = \sigma_{sw} \rho_{sw} b d \quad (17)$$

Onde: b e d são, respectivamente, a largura e altura útil da seção transversal dos elementos; ρ_{sw} é a taxa geométrica de armadura transversal dada por $A_{sw} / (s b)$; A_{sw} é a área de armadura transversal composta por todos os ramos dos estribos; s é o espaçamento entre estribos.

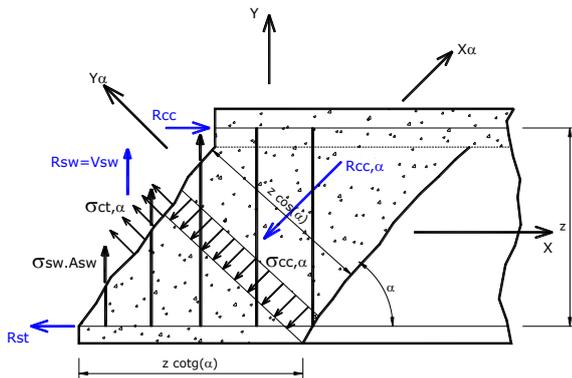


Figura 4. Distribuição de forças ao longo de uma biela comprimida definida por duas fissuras consecutivas. Fonte: adaptada de [19].

Após a avaliação das tensões em todos os pontos de integração ao longo dos elementos finitos, os esforços resistentes são obtidos pela integração das tensões. O esforço normal e o momento fletor resultam da integral das tensões normais e do produto dessas tensões pelo braço de alavanca de cada ponto considerado em relação ao sistema de eixos que passa pelo centro de gravidade da seção transversal. Já o esforço cortante é dado pela integral das tensões cisalhantes multiplicadas pelo fator $(1 - D)$ ao longo da altura (parcela referente ao engrenamento dos agregados - V_{ca}) mais as contribuições do efeito de pino (V_d) e da armadura transversal (V_{sw}).

E. Leis Constitutivas Teóricas para o Concreto

As leis constitutivas utilizadas neste trabalho para calibração dos parâmetros do modelo de dano têm como função substituir resultados experimentais de ensaios uniaxiais em corpos de prova de concreto para os diversos valores de resistência à compressão. Para o concreto comprimido foi adotada a lei de Popovics [16] que é capaz de representar adequadamente o trecho de “softening” pós-pico do diagrama tensão \times deformação. No caso do concreto tracionado, as leis constitutivas adotadas foram propostas por Figueiras [17], Collins e Vecchio [18] e ainda uma lei de decaimento exponencial apresentada por [13]. Os detalhes sobre as leis constitutivas utilizadas neste trabalho podem ser encontrados em [13]. A principal ideia adotada na formulação desse modelo consiste em considerar o efeito do “tension stiffening”, a partir da representação do trecho pós-pico do diagrama tensão \times deformação através de uma lei teórica de decaimento exponencial. O modelo segue um critério analítico simplificado: após a fase elástica à tração que se encerra com a tensão normal atingindo a resistência do concreto à tração, admite-se uma fase de decaimento exponencial da tensão até o nível de deformação definido pelo escoamento da armadura

longitudinal. Dessa forma, a lei constitutiva pode ser escrita como:

$$\sigma_{ct} = a \exp^{b(\varepsilon/\varepsilon_u)} \quad (18)$$

Onde: σ_{ct} é a tensão de tração no concreto; ε é a deformação longitudinal atual; ε_u corresponde à deformação longitudinal de escoamento da armadura adotada como 0,002; a e b são parâmetros internos obtidos com as condições de contorno naturais inerentes à própria lei constitutiva conforme: para $\varepsilon = \varepsilon_{ct} \rightarrow \sigma_{ct} = f_{ct}$; para $\varepsilon = \varepsilon_u \rightarrow \sigma_{ct} = \psi f_{ct}$. O fator ψ indica a porcentagem da resistência do concreto à tração remanescente para a deformação longitudinal de escoamento da armadura tracionada. Com isso, esse valor pode ser adotado conforme resultados experimentais ou ainda segundo o critério do usuário. Nas análises realizadas neste trabalho, ψ foi adotado como sendo 0,01, isto é, gerando como tensão de tração residual 1% de f_{ct} (resistência do concreto à tração). Portanto, os parâmetros a e b são dados por:

$$a = \psi f_{ct} / \exp^{\ln(\psi/(1-m))} \quad (19)$$

$$b = \ln(\psi) / (1 - m) \quad (20)$$

Onde: m é a relação entre as deformações do pico de resistência à tração e última referente ao escoamento da armadura tracionada, dada por $m = \varepsilon_{ct} / \varepsilon_u$; ε_{ct} é a deformação correspondente à resistência à tração do concreto (f_{ct}).

A Fig. (5) ilustra o comportamento da lei constitutiva com decaimento exponencial descrita para diferentes classes de resistência à compressão do concreto.

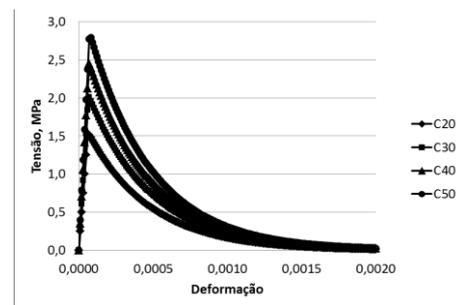


Figura 5. Lei constitutiva com decaimento exponencial para o concreto à tração. Fonte: referência [13].

F. Técnica de Calibração dos Parâmetros de Dano

A técnica utilizada para calibração dos parâmetros do modelo de dano de Mazars é a mesma apresentada por [13], que se baseou no Método dos Mínimos Quadrados Não Linear (MMQ-NL). Essencialmente, o processo de calibração consiste na solução de um problema de otimização cuja função-objetivo é o erro relativo global entre a resposta pré-conhecida (dada pelo ensaio experimental ou pela lei constitutiva teórica) e a resposta avaliada pelo modelo de dano com os parâmetros internos calibrados. O MMQ permite obter um conjunto de

parâmetros que minimize a função erro global (F) escrita conforme:

$$F(X) = 0,5 \sum_{i=1,n} [f_i(U,X)^2], \text{ com } i = 1, \dots, n \quad (21)$$

Onde: U são as variáveis do problema que não serão otimizadas; X é o vetor com os parâmetros a serem calibrados; n é o número de pontos conhecidos do ensaio experimental ou definidos para a avaliação da lei constitutiva teórica; f é a função erro local definida por $f_i(U,X) = Y_i - Y_i'(X)$; Y é a resposta pré-conhecida; Y' é a resposta que depende dos parâmetros calibrados. Inicia-se o processo de busca a partir de um conjunto X conhecido como estimativa inicial dos parâmetros de dano, normalmente adotado pelo conjunto mínimo de parâmetros recomendado por [12]. A cada iteração do processo de busca, o vetor X é atualizado até que a condição $F(X_{m+1}) \leq F(X_m)$.

Assim, para a calibração dos parâmetros do modelo de dano de Mazars, um processo à tração é realizado independentemente do processo à compressão, de modo que as funções erro local podem ser escritas conforme:

$$Y_C' = f_C(U,X) = \sigma_{CC} - [1 - D(X_C)] E \varepsilon_{CC} \quad (22)$$

$$Y_T' = f_T(U,X) = \sigma_{CT} - [1 - D(X_T)] E \varepsilon_{CT} \quad (23)$$

Onde: σ_{CC} e σ_{CT} são, respectivamente, as tensões de compressão e tração obtidas com as leis constitutivas teóricas; E é o módulo de elasticidade longitudinal do concreto; ε_{CC} e ε_{CT} são, respectivamente, as deformações à compressão e à tração uniaxial; D é a variável de dano do modelo, escrita em função dos parâmetros internos que estão sendo calibrados; X_C e X_T são os vetores que contém os parâmetros internos tanto à compressão (A_C e B_C), quanto à tração (A_T e B_T), respectivamente.

Ao final do processo de calibração, são obtidos os parâmetros A_C , B_C , A_T e B_T capazes de representar o comportamento do concreto para a classe de resistência especificada.

G. Vigas ensaiadas por Álvares [21]

A Fig. (6) ilustra o esquema das vigas ensaiadas em laboratório por [21] e simuladas numericamente neste trabalho, com o objetivo de verificar o desempenho do modelo mecânico utilizado em conjunto com o processo de calibração dos parâmetros de dano.

As propriedades utilizadas dos materiais foram as seguintes: resistência à compressão e à tração do concreto – 27 MPa e 1,89 MPa, respectivamente; coeficiente de Poisson do concreto – 0,2; módulos de elasticidade longitudinal e transversal do concreto – 29,1 GPa e 12,1 GPa, respectivamente; resistência do aço – 500 MPa; módulo de elasticidade longitudinal do aço – 210 GPa; módulo plástico do aço – 16,8 GPa (para consideração do comportamento elastoplástico com encruamento positivo). Os parâmetros de dano foram calibrados considerando a lei de Popovics [16] para compressão (A_C e B_C) e as leis de Figueiras [17], Collins e

Vecchio [18], bem como a de decaimento exponencial proposta por [13] para tração (A_T e B_T). Os parâmetros obtidos foram: $A_C = 0,937$ e $B_C = 1531,436$; $A_T = 0,716$ e $B_T = 10741,053$ (Figueiras); $A_T = 0,442$ e $B_T = 12939,333$ (Collins e Vecchio); $A_T = 0,898$ e $B_T = 8589,324$ (decaimento exponencial).

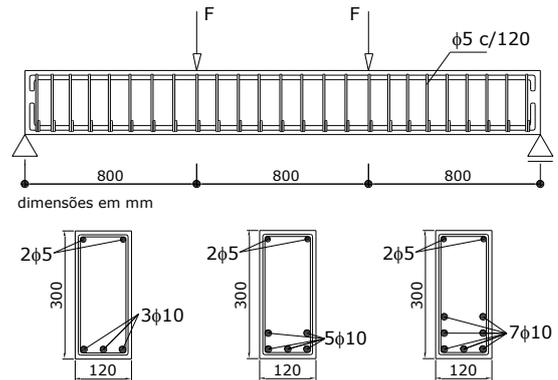


Figura 6. Viga isostática analisada: geometria, carregamento e detalhes de armaduras. Fonte: adaptada de [19].

A malha de elementos finitos foi construída com 24 elementos de mesmo comprimento. Os resultados foram obtidos em termos de trajetórias de equilíbrio considerando a teoria de Timoshenko com os mecanismos complementares de resistência ao cisalhamento e a armadura transversal. Em todos os casos, foram aplicados incrementos de deslocamento vertical no meio do vão como processo de carregamento. As Fig. (7), (8) e (9) ilustram o comportamento de cada viga considerando todos os conjuntos de parâmetros de dano calibrados.

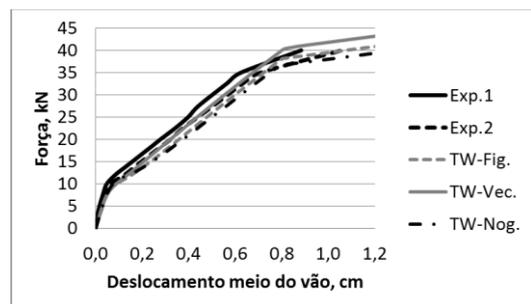


Figura 7. Trajetória de equilíbrio: viga com 3φ10 mm.

Conforme pode ser observado, os parâmetros do modelo de dano exercera influência significativa sobre o comportamento global das vigas. No entanto, em todos os casos, o modelo mecânico foi capaz de representar com precisão a trajetória de equilíbrio das vigas, bem como a carga última observada no ensaio. Os parâmetros de dano obtidos com a lei constitutiva teórica proposta por Vecchio e Collins [18] proporcionaram mais rigidez e maior resistência das vigas quando comparados aos demais parâmetros de dano, pois consideram o efeito do “*tension stiffening*” de forma bastante acentuada em relação aos demais modelos. Com isso, a perda de rigidez ao longo do

processo de evolução do dano foi menor e, conseqüentemente, a carga última obtidas nesse caso foi maior. Por outro lado, o modelo com decaimento exponencial à tração foi o que resultou nos menores valores de carga última. O que ocorre é exatamente o oposto do modelo proposto por Collins e Vecchio [18], pois no caso do modelo proposto por [13], a consideração da contribuição do concreto no trecho pós-pico é muito pequena.

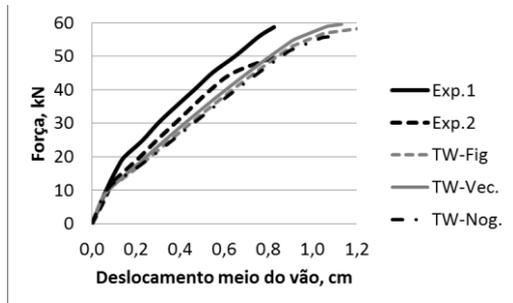


Figura 8. Trajetória de equilíbrio: viga com 5φ10 mm.

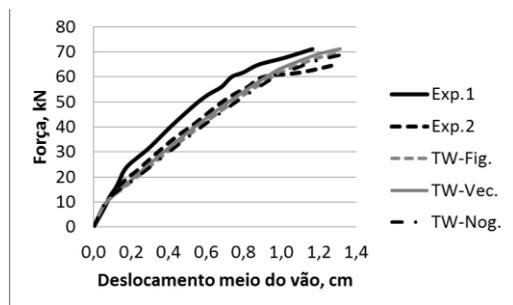


Figura 9. Trajetória de equilíbrio: viga com 7φ10 mm.

Finalmente, observou-se que com o aumento da taxa de armadura longitudinal, a diferença entre os resultados diminuiu. Isso ocorreu porque com o aumento da armadura longitudinal, o desenvolvimento da fissuração é mais contínuo e com espaçamentos menores entre fissuras quando comparado ao caso de pequena taxa de armadura, onde as fissuras são mais discretas, porém com grandes espaçamentos entre duas fissuras consecutivas. Assim, o efeito da contribuição do concreto entre fissuras na tração diminuiu com o aumento da taxa de armadura, fazendo com que as respostas ficassem mais próximas umas das outras.

H. Viga ensaiada por Burns e Siess [22]

A Fig. (10) mostra a viga ensaiada por [22] e analisada neste trabalho com o modelo mecânico utilizado com variação dos parâmetros de dano calibrados a partir das leis constitutivas de Figueiras [17] e com decaimento exponencial. Os resultados obtidos numericamente por Au e Bai [23] também foram apresentados para efeito de comparação.

A viga apresentou $L = 3658$ mm; $b = 203$ mm; $d = 245$ mm; $h = 305$ mm; armadura comprimida nula; armadura tracionada composta por 2φ25 mm; armadura transversal composta por φ10 c/152 mm.

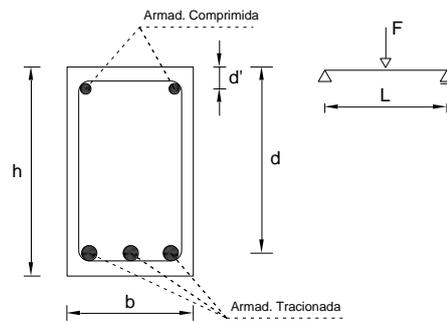


Figura 10. Viga ensaiada por [22].

As propriedades dos materiais utilizadas foram: resistência à compressão e à tração do concreto – 34 MPa e 3 MPa, respectivamente; coeficiente de Poisson do concreto – 0,15 [23]; módulos de elasticidade longitudinal e transversal do concreto – 24,5 GPa e 10,6 GPa, respectivamente; resistência do aço – 327 MPa; módulo de elasticidade longitudinal do aço para armaduras longitudinal e transversal – 200 GPa e 186 GPa, respectivamente; módulo plástico do aço – 0 (para consideração do comportamento elastoplástico perfeito). Os parâmetros de dano foram calibrados considerando a lei de Popovics [16] para compressão (A_C e B_C) e as leis de Figueiras [17], e a de decaimento exponencial proposta por [13] para tração (A_T e B_T). Os parâmetros obtidos foram: $A_C = 1,456$ e $B_C = 1481546$; $A_T = 0,779$ e $B_T = 8333,315$ (Figueiras); $A_T = 0,942$ e $B_T = 7793,299$ (decaimento exponencial). Novamente, foram aplicados incrementos de deslocamento vertical no meio do vão para a realização do processo de carregamento da viga analisada. A malha de elementos finitos utilizada apresentou também 24 elementos de igual comprimento, com a teoria de Timoshenko e todos os mecanismos complementares de resistência ao cisalhamento.

A Fig. (11) ilustra a trajetória de equilíbrio da viga onde são comparadas as respostas experimental, numérica de [23], bem como as numéricas deste trabalho. Os resultados mostraram-se bastante satisfatórios quando comparados com as demais respostas. Novamente, o modelo com decaimento exponencial à tração para o concreto apresentou menor valor de carga última em relação ao valor obtido com os parâmetros de dano calibrados com a lei de Figueiras [17]. No entanto, mais uma vez mostrou-se a dependência da simulação em relação aos parâmetros do modelo de dano, o que reforça a necessidade de calibrá-los de forma adequada. Vale ressaltar que o modelo mecânico utilizado por [23] utiliza um elemento finito plano retangular com armadura embebida em seu interior, enquanto que neste trabalho, o elemento finito é unidimensional de pórtico plano. Além disso, o modelo de dano considerado aqui é escrito em termos de uma variável de dano escalar com aderência perfeita entre as barras das armaduras e o concreto adjacente, enquanto que [23] utilizam leis biaxiais para o concreto em estado plano de tensão associado a um modelo de perda de aderência.

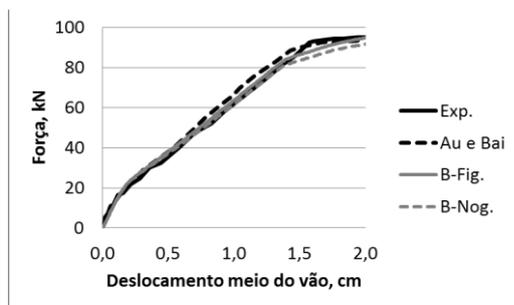


Figura 11. Trajetória de equilíbrio da viga analisada.

Diante disso, foi possível concluir, para os casos analisados, que o modelo mecânico associado ao processo de calibração de parâmetros do dano mostrou-se bastante satisfatório na representação do comportamento mecânico de vigas em concreto armado.

I. Conclusões

Neste trabalho foram apresentados os principais aspectos e conceitos do modelo mecânico em elementos finitos desenvolvido em [11], com a consideração dos mecanismos complementares de resistência ao cisalhamento do concreto e armadura transversal. Além disso, uma técnica de calibração dos parâmetros internos do modelo de dano de Mazars baseada no MMQ-NL também foi apresentada.

O processo de calibração mostrou-se numericamente estável em todos os casos analisados, sem qualquer travamento ou falta de convergência. Isso garantiu robustez ao processamento numérico, pois não foi observada nenhuma inconsistência na avaliação dos parâmetros. As leis constitutivas teóricas mostraram-se uma boa alternativa para calibração dos parâmetros de dano na ausência de dados experimentais. A lei de decaimento exponencial utilizada para representar o comportamento do concreto à tração no trecho pós-pico, mesmo simples, mostrou-se capaz de obter bons resultados, porém sempre mais conservadora do que as leis propostas por Figueiras ou Collins e Vecchio.

Finalmente, pode-se concluir que o modelo mecânico mostrou-se bastante satisfatório para simular o comportamento de estruturas de barras em concreto armado. Além disso, constatou-se que os parâmetros do modelo de dano exercem influência significativa sobre os resultados e previsões das análises numéricas e, portanto, devem ser adequadamente calibrados.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à PROPe UNESP pelo apoio financeiro para realização deste trabalho.

REFERÊNCIAS

[1] R. Jimenez, R.N. White, and P. Gergely. "Bond and dowel capacities of reinforced concrete," ACI Journal, pp. 73-91, January 1979.

[2] J.C. Walraven. "Fundamental analysis of aggregate interlock," Journal of the Structural Division, ASCE, vol. 107, n. ST11, pp. 2245-2270, November 1981.

[3] S.G. Millard, and R.P. Johnson, "Shear transfer across cracks in reinforced concrete due to aggregate interlock and to dowel action," Magazine of Concrete Research, vol. 36, n. 126, pp. 9-21, 1984.

[4] P.D. Zararis, "Aggregate interlock and steel shear forces in the analysis of RG membrane elements," ACI Structural Journal, vol. 94, n. 2, pp. 159-170, 1997.

[5] I. Jelic, M.N. Pavlovic, and M.D. Kotsosovs, "A study of dowel action in reinforced concrete beams," Magazine of Concrete Research, vol. 51, n. 2, pp. 131-141, April 1999.

[6] B. Martín-Perez, and S.J. Pantazopoulou, "Effect of bond, aggregate interlock and dowel action on the shear strength degradation of reinforced concrete," Engineering Structures, vol. 23, pp. 214-227 2001.

[7] A.T. Slobbe, M.A.N. Hendrix, and J.G. Rots, "Sequentially linear analysis of shear critical reinforced concrete beams without shear reinforcement," Finite Elements Analysis and Design, vol. 50, pp. 108-124 2012.

[8] B. El-Ariss, "Behavior of beams with dowel action," Engineering Structures, vol. 29, pp. 899-903 2007.

[9] X.G. He, and K.H. Kwan, "Modelling dowel action of reinforcement bars for finite element analysis of concrete structures," Computers & Structures, vol. 79, pp. 595-604 2001.

[10] B. Singh, and S. Chintakindi, "An appraisal of dowel action in reinforced concrete beams," Structures and Buildings, vol. 166, n. SB5, pp. 257-267 2013.

[11] C.G. Nogueira, W.S. Venturini, and H.B. Coda, "Material and geometric nonlinear analysis of reinforced concrete frame structures considering the influence of shear strength complementary mechanisms," Latin American Journal of Solids and Structures, vol. 10, pp. 953-980 2013.

[12] J. Mazars, "Application de la mécanique de l'endommagement au comportement non linéaire et à la rupture du béton de structure," Thèse de Doctorat d'État, Université Paris 6, Paris 1984.

[13] C.G. Nogueira, "Modelo mecânico para estruturas lineares em concreto armado – uma abordagem acoplada entre a mecânica do dano e algoritmos de otimização," Engenharia Estudo e Pesquisa, vol. 12, n. 2, Santa Maria, pp. 14-27, Julho/Dezembro 2012.

[14] R.Q. Lima, "Identificação de parâmetros pelo método dos mínimos quadrados não-linear," Relatório de Iniciação Científica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro 2009.

[15] J.L.A.O. Souza, "A Levenberg-Marquardt algorithm for fitting σ -w curves from three-point bend tests for plain and fiber reinforced concretes," IBRACON Structures and Materials Journal, vol. 4, n. 4, pp. 691-694 2011.

[16] S. Popovics, "A numerical approach to the concrete stress-strain curve of concrete," Cement and Concrete Research, vol. 3, pp. 583-599 1973.

[17] J.A. Figueiras, "Ultimate load analysis of anisotropic and reinforced concrete plates and shells," Ph.D. Thesis, Department of Civil Engineering, University College of Swansea 1983.

[18] M.P. Collins, and F.J. Vecchio, "The modified compression-field theory for reinforced concrete elements subjected to shear," ACI Journal, vol. 83, n. 2, pp. 219-231 1986.

[19] C.G. Nogueira, "Desenvolvimento de modelos mecânicos, de confiabilidade e de otimização para aplicação em estruturas de concreto armado," Tese de Doutorado, EESC-USP 2010.

[20] M. Perego, "Danneggiamento dei materiali lapidei: leggi costitutive, analisis per elementi finiti ed applicazini," Tesi di Laurea, Politecnico di Milano, Anno Accademico 1990.

[21] M.S. Álvares, "estudo de um modelo de dano para o concreto: formulação, identificação paramétrica e aplicação com o emprego do método dos elementos finitos," Dissertação de Mestrado, EESC-USP 1993.

[22] N.H. Burns, and C.P. Siess, "Plastic hinging in reinforced concrete," Journal of the Structural Division, ASCE, vol. 92, n. ST5, October, pp. 45-64 1966.

[23] F.T.K. Au, and Z.Z. Bai, "Two-dimensional nonlinear finite element analysis of monotonically and non-reversed cyclically loaded RC beams," Engineering Structures, vol. 29, pp. 2921-2934 2007.