# Determinação numérica de rigidezes de almofada de apoio fretado em análise tridimensional no ANSYS

Maria Teresa Santos do Amaral Cardoso, Maria Cristina Vidigal de Lima Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil Universidade Federal de Uberlândia (UFU) Uberlândia, Brasil mariateresacardoso@hotmail.com, macris@ufu.br

Resumo — A fabricação de vigas protendidas cada vez mais esbeltas tem se tornado comum na Engenharia Civil, sobretudo aquelas destinadas a transpor longos vãos em pontes, viadutos e obras de arte em geral. Essas vigas, na maioria das vezes, encontram-se sobre almofadas de apoio de elastômero em fases transitórias e em servico. Este trabalho trata da rigidez à compressão simples, ao cisalhamento e à flexão de almofadas elastoméricas tendo em vista os riscos de colapso por instabilidade lateral que pode ocorrer em fase de pré-serviço, quando ainda nenhuma ligação ou vínculo foi efetivado para evitar o tombamento da viga. São apresentados os modelos utilizados para determinação das várias rigidezes de almofadas de apoio de elastômero em análise numérica realizada no programa computacional ANSYS [4]. Com os deslocamentos obtidos, foram calculadas as rigidezes e os resultados foram comparados com os encontrados na literatura. A utilização de simplificação linear mostrou-se satisfatória.

Palavras-chave — deformabilidade; rigidez; compressão, flexão.

# I. INTRODUÇÃO

No contexto da estabilidade lateral de vigas esbeltas protendidas, será estudada a situação em que a viga encontrase sobre apoios transitórios. Na maioria dos casos, a viga encontra-se simplesmente apoiada sobre almofadas de apoios elastoméricas e não há nenhuma ligação ou vinculação efetivada que impeça o giro da viga. Essas almofadas apresentam certa flexibilidade que pode ser determinante para dar início ao tombamento da viga levando ao colapso por instabilidade lateral.

Atualmente, para os aparelhos de apoio das estruturas utiliza-se uma borracha sintética durável, cuja designação comercial é neoprene. Seu nome químico é poli-2clorobutadieno. O neoprene apresenta bom desempenho face à conservação de suas características físicas ao longo dos anos e frente às intempéries e sua função principal é distribuir uniformemente as tensões de contato e também permitir determinados movimentos de translação e rotação nas estruturas. Este elastômero apresenta a vantagem de, no início da deformação por cisalhamento, apresentar baixo módulo de elasticidade transversal (G). À medida que as deformações por cisalhamento aumentam, o valor de *G* cresce abruptamente. ([1]; [2])

Para pequenas cargas, pode-se utilizar a almofada de elastômero simples ou não-fretado, porém, para grandes estruturas com cargas maiores (como pontes, viadutos), é empregada a almofada de elastômero fretada ou cintada, na qual placas do elastômero são intercaladas com chapas de aço. A presença das chapas de aço faz com que a almofada fique cintada, aumentando as tensões de cisalhamento transversal, diminuindo as deformações transversais na placa e aumentando sua resistência. ([1]; [2])

O objetivo deste trabalho é apresentar, baseado na formulação proposta por [3] para determinação das rigidezes de almofadas de apoio fretadas, os modelos numéricos da almofada *FDOT tipo II* no programa computacional de análise numérica ANSYS [4] e a determinação das rigidezes conhecendo-se os deslocamentos em cada situação analisada.

## II. DEFORMABILIDADE E RIGIDEZ DO APARELHO DE APOIO FRETADO

As almofadas de apoio podem ser solicitadas por esforço cortante, normal e momento fletor. O comportamento das almofadas solicitadas por esses esforços é apresentado na Fig. 1.

[3] estudaram o efeito de almofadas de apoio de elastômero no desempenho de pontes com vigas de concreto protendido, tendo em vista as condições de apoio que essas almofadas conferem à estrutura devido às suas deformabilidades. Em seu trabalho, as almofadas foram modeladas em elementos finitos a fim de validar as especificações da AASHTO (American Association of State Highway and Transportation) [5] quanto às rigidezes das almofadas de apoio. Além disso, uma seção transversal completa de uma ponte na rodovia *U.S. Route 27* foi modelada e os resultados foram comparados com testes realizados na ponte.

[6] e [7] também analisaram o comportamento de almofadas de apoio em modelos numéricos tridimensionais.[8] verificou experimentalmente o comportamento de almofadas de apoio de elastômero.



E pequeno

(c) Solicitação por esforço axial em almofada de apoio não-fretada



(d) Solicitação por esforço axial em almofada de apoio fretada

Fig. 1. Comportamento à deformação de almofasas de elastômero solicitadas por esforço cortante, normal e momento fletor

Segundo [3], as almofadas feitas de elastômero devem resistir às cargas verticais de compressão e devem também permitir deslocamentos horizontais relacionados com a expansão e contração térmica, cargas dinâmicas do tráfego e efeitos decorrentes da idade do concreto (como a fluência). Nos casos de pontes e viadutos, esses efeitos são conseguidos utilizando almofadas de elastômero fretado. Os autores citam ainda como vantagens da utilização de aparelhos de apoio de elastômero a elevada durabilidade, a facilidade relativa de manuseio e implantação e o valor de mercado do material.

Segundo [5], o módulo de deformação transversal (G) é o parâmetro mais importante no dimensionamento e na classificação de almofadas de apoio de elastômero. Além dessa variável, a classe de dureza do elastômero também é utilizada por engenheiros para classificação do material.

De acordo com [5], o fator de forma de uma cada de almofada retangular é dado por (1).

$$S_n = LC/[2h_{ri}(L+C)]$$
(1)

Onde:  $S_n$  é o fator de forma de uma camada de almofada elastomérica;

L é a dimensão da almofada paralela ao eixo longitudinal da viga;

C é a dimensão da almofada na direção perpendicular ao eixo longitudinal da viga;

h<sub>ri</sub> é a espessura da camada de elastômero.

A dificuldade em se quantificar o efeito da rigidez das almofadas de elastômero reside na dificuldade em se determinar o seu módulo de elasticidade. Para [5], o módulo de elasticidade efetivo é dado em (2).

$$E_{nf} = 3G(1+k_n S_n^2)$$
 (2)

Onde:  $E_{nf}$  é o módulo de elasticidade efetivo da almofada; G é o módulo de deformação transversal do elastômero;

 $k_n$  é uma constante empírica que depende da dureza do elastômero (para elastômeros classificados na Classe 50 de dureza,  $k_n = 0.75$ ).

[3] apresentaram, na sequência do seu trabalho, as dimensões das almofadas *FDOT tipo II*, *III*, *IV*, *V* e *VI*. Os autores fizeram modelos numéricos no ANSYS v5.4 para todas as almofadas *FDOT* a fim de obter os deslocamentos, calcular as rigidezes e compará-las aos valores previstos pela AASHTO. No modelo, as almofadas foram confinadas entre chapas rígidas, para distribuição dos esforços aplicados. O comportamento do elastômero e das chapas de aço foi assumido linear. A Fig. 2 apresenta um esquema da almofada de apoio utilizada no modelo.

Da Fig.2, é possível perceber que o caso de flexão oblíqua, como a situação de aparelho de apoio esconso, pode ser analisado no modelo numérico ao considerar a atuação de momento fletor em direção não perpendicular aos eixos x e z.

Com os deslocamentos obtidos no modelo em elementos finitos, as rigidezes foram calculadas por (3), (4), (5), (6) e (7).

$$k_y = \frac{EA_y}{H_n} = \frac{P_y}{\Delta_y}$$
 (rigidez à compressão axial) (3)

$$k_{z} = \frac{GA_{z}}{H_{n}} = \frac{P_{z}}{\Delta_{z} - \frac{P_{z}H_{n}^{3}}{3EI_{z}}} = \frac{P_{z}}{\Delta_{z} - \frac{P_{z}H_{n}^{2}}{3k_{Rz}}} \quad (rigidez \text{ ao } (4)$$

$$k_x = \frac{GA_x}{H_n} = \frac{P_x}{\Delta_x - \frac{P_x H_n^3}{3EI_x}} = \frac{P_x}{\Delta_x - \frac{P_x H_n^2}{3k_{Rx}}} \quad \text{(rigidez ao} \quad \text{(5)}$$

$$k_{Rz} = \frac{EI_z}{H_n} = \frac{M_z}{\Delta_{Rz}}$$
 (rigidez ao momento fletor em  
torno de z) (6)

$$k_{Rx} = \frac{EI_x}{H_n} = \frac{M_x}{\Delta_{Rx}}$$
 (rigidez ao momento fletor em  
torno de x) (7)

Onde:  $P_x$ ,  $P_y$ ,  $P_z$ ,  $M_x$  e  $M_z$  são forças e momentos aplicados na direção dos eixos x, y e z, respectivamente;

 $\Delta_x$ ,  $\Delta_y$ ,  $\Delta_z$ ,  $\Delta_{Rx}$  e  $\Delta_{Rz}$  são os deslocamentos e rotações associados a  $P_x$ ,  $P_y$ ,  $P_z$ ,  $M_x$  e  $M_z$ , respectivamente;

 $k_x$ ,  $k_y$ ,  $k_z$ ,  $k_{Rx}$  e  $k_{Rz}$  são as rigidezes equivalentes correspondentes a  $\Delta_x$ ,  $\Delta_y$ ,  $\Delta_z$ ,  $\Delta_{Rx}$  e  $\Delta_{Rz}$ , respectivamente;

 $E_n$  é o módulo de elasticidade longitudinal da almofada;

 $A_{nx}$ ,  $A_{ny}$ ,  $A_{nz}$ ,  $I_{nx}$  e  $I_{nz}$  são as áreas e os momentos de inércia correspondentes a cada eixo;

 $H_n$  é a espessura total da almofada, excluindo as chapas rígidas de extremidade.



Fig. 2. Almofada de elastômero e indicação dos eixos coordenados

Ao final do estudo, [3] concluíram que o desempenho das pontes apresenta uma melhora pelas restrições impostas pelas almofadas de elastômero fretado. Essa contribuição é mais significativa quando se analisa almofadas com maior tempo de uso que almofadas novas, pois a idade e as temperaturas mais baixas enrijecem o elastômero.

### III. DETERMINAÇÃO DAS RIGIDEZES DO APARELHO DE APOIO FRETADO

A fim de modelar o aparelho de apoio de elastômero como um elemento sólido, como fizeram [3], e com o objetivo de determinar suas rigidezes, foram feitos modelos no ANSYS [4] utilizando o elemento SOLID65 para representar a almofada de apoio.

Conforme feito em [3], modelou-se a almofada *FDOT tipo II* com quatro camadas de elastômero intercaladas com três chapas de aço. Foram considerados os esforços de compressão axial, cisalhamento nos dois planos da almofada e momentos fletores em relação aos dois eixos de inércia. Todos os esforços aplicados foram unitários e os momentos foram obtidos aplicando-se um binário de forças de modo que se obtivesse um momento também de valor unitário.

Esta análise e determinação das rigidezes considera a almofada isolada. Assim, não foi considerado o atrito e os nós inferiores eram nós rígidos.

A Tabela I apresenta as dimensões e as propriedades mecânicas dos materiais adotados nos modelos, valores obtidos do modelo apresentado em [3]. As chapas de extremidades foram consideradas com espessura de 0,075 m e com elevada rigidez.

Como condição de contorno dos modelos, considerou-se que a chapa rígida de extremidade inferior apresentava todos os movimentos impedidos.

Para que as forças aplicadas se distribuíssem em toda almofada, considerou-se que a mesma estava confinada entre duas chapas rígidas muito espessas, de modo que, quando da obtenção dos deslocamentos, elas apresentassem em todo seu volume o mesmo valor de deslocamento.

A Fig. 3 apresenta todos os modelos feitos para determinação das rigidezes da almofada estudada e os resultados de deslocamento obtidos para análise estática.

Utilizando (3), (4), (5), (6) e (7) apresentadas em [3], calculou-se as rigidezes, conforme apresenta a Tabela II.

TABELA I. DIMENSÕES E PROPRIEDADES DOS MATERIAIS ADOTADOS NOS MODELOS

Chapa de aço cintada do elastômero		
Módulo de elasticidade	$199.938  MN/m^2$	
Coeficientes de Poisson	0,3	
Espessura	0,003 m	
Elastômero		
Módulo de elasticidade	2280 $kN/m^2$	
Coeficientes de Poisson	0,4985	
Espessura das camadas externas	0,006 m	
Espessura das camadas internas	0,00875 m	
Comprimento da almofada em planta	0,204 m	
Largura da almofada em planta	0,356 m	
Espessura total da almofada	0,0385 m	

TABELA II. RIGIDEZES CALCULADAS A PARTIR DOS DESLOCAMENTOS E FORÇAS APLICADAS

RIGIDEZ À COMPRESSÃO AXIAL			
Py =	1,00	kN	
$\Delta y =$	0,00000165	m	
ky =	606060,61	kN/m	
	6,06E+02	kN/mm	
RIGIDEZ AO CISALHAMENTO EM Z			
Pz =	1,00	kN	
$\Delta z =$	0,00053400	m	
	1872,66	kN/m	
KZ =	1,87E+00	kN/mm	
RIGIDEZ AO CISALHAMENTO EM X			
Px =	1,00	kN	
$\Delta x =$	0,00053500	m	
kx =	1869,16	kN/m	
	1,87E+00	kN/mm	
RIGIDEZ AO MOMENTO FLETOR EM TORNO DE Z			
Mz =	1,00	kNm	
$\Delta Rz =$	0,00046471	rad	
kRz =	2,15E+06	kNmm/rad	
RIGIDEZ AO MOMENTO FLETOR EM TORNO DE X			
Mx =	1,00	kNm	
$\Delta Rx =$	0,00015281	rad	
kRx =	6,54E+06	kNmm/rad	





Fig. 3. Modelos em elementos finitos para determinação das rigidezes na almofada FDOT tipo II

RIGIDEZ	ANSYS [4] (almofada 204 × 356 × 38, 5 (mm) com 3 chapas de aço)	Estudo de Yazdani, Eddy e Cai [3] (almofada 204 × 356 × 38, 5 (mm) com 3 chapas de aço)
À compressão axial – ky (kN/mm)	6,06E+02	6,22E+02
Ao cisalhamento em $z - kz$ (kN/mm)	1,87E+00	1,87E+00
Ao cisalhamento em $x - kx$ (kN/mm)	1,87E+00	1,87E+00
Ao momento fletor em torno de $z - kRz$ (kNmm/rad)	2,15E+06	2,16E+06
Ao momento fletor em torno de $x - kRx$ (kNmm/rad)	6,54E+06	6,58E+06

TABELA III. RESULTADOS OBTIDOS NO ANSYS [4] E RESULTADOS APRESENTADOS NO ESTUDO DE YAZDANI, EDDY E CAI

A Tabela III apresenta os resultados de rigidezes calculadas com os deslocamentos do ANSYS [4] e resume os valores encontrados em [3]. Os deslocamentos obtidos da análise estática no ANSYS [4] forneceram valores de rigidezes próximos aos obtidos em [3]. A utilização de análise linear é confirmada pelos valores de referência encontrados na literatura ([3]).

### IV. CONCLUSÕES

O trabalho apresentou a análise estática realizada no ANSYS [4] para determinação das rigidezes da almofada de apoio de elastômero. Os deslocamentos obtidos permitiram calcular as rigidezes e os resultados indicaram que a utilização da análise linear foi satisfatória.

A avaliação da deformabilidade e da rigidez de almofadas de apoio elastoméricas mostra-se importante, sobretudo em fases transitórias de elementos pré-moldados e protendidos, em que uma maior rigidez do aparelho de apoio pode evitar o tombamento da viga e, consequentemente, seu colapso por instabilidade lateral. Nesse contexto, as rigidezes axial e ao momento fletor em torno dos eixos x e z são as variáveis mais importantes a serem consideradas para o aparelho de apoio em análises de instabilidade de vigas suscetíveis ao tombamento. Em situações reais, deve-se ter em mente outros parâmetros ainda: a esconsidade do aparelho de apoio, a presença de curvatura vertical (devido à protensão) e de excentricidade lateral inicial (atribuída a desvios na fabricação, concretagem, diferenças nas fontes de calor na cura térmica e desvio no posicionamento dos cabos de protensão) na viga.

## REFERÊNCIAS

- LEONHARDT, F. Construções de concreto Princípios básicos da construção de pontes de concreto – volume 6. 3. Ed. Rio de Janeiro: RJ, 1979. 256 p.
- [2] FERREIRA, M. de A. Estudo de deformabilidades de ligações para análise linear em pórticos planos de elementos pré-moldados de concreto. 1993. 183 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1993.
- [3] YAZDANI, N.; EDDY, S.; CAI, C. S. Effect of bearing pads on precast prestressed concrete bridges. Journal of Bridge Engineering, v. 5, p. 224-232, aug., 2000.
- [4] ANSYS. v. 14.5. ANSYS, Inc.
- [5] AMERICAN ASSOCIATION OF STATE HIGHWAY AND TRANSPORTATION OFFICIALS (AASHTO). Standard Specifications for Highway Bridges. 16 ed. Washington, D.C., 1996.
- [6] CONSOLAZIO, G. R.; HAMILTON, H. R.Lateral bracing of longspan Florida bulb-tee-girders. Structures Research Report 2007/52290. University of Florida, Gainesville, jul., 2007.
- [7] HARPER, Z. S.; CONSOLAZIO, G. R. Calculation method for quantifying axial and roll stiffnesses of rectangular steel-reinforced elastomeric bridge bearing pads. Journal of the Transportation Research Board, n. 2331, p. 3-13, 2013.
- [8] CONSOLAZIO, G. R.; HAMILTON, H. R.; BEERY, M. S. Experimental validation of bracing recommendations for long-span concrete girders. Structure Research Report 2012/72909-74040. University of Florida, Gainesville, dec., 2012.