



**Simpósio de Métodos
Numéricos em Engenharia**

25 a 27 de outubro, 2017

Modelagem numérica de almofadas de apoio elastoméricas com elementos sólidos no ANSYS

Leandro Cesar dos Reis, Maria Cristina Vidigal de Lima

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil

Universidade Federal de Uberlândia (UFU)

Uberlândia, Brasil

leandroreis.engcivil@gmail.com, macris@ufu.br

Resumo — A utilização de vigas pré-moldadas de concreto cada vez mais longas e esbeltas aumenta a necessidade de se avaliar a possibilidade de ocorrência de instabilidade lateral, como a falha por tombamento da viga, por exemplo. O tombamento pode ocorrer quando a viga é posicionada sem travamento lateral sobre almofadas de apoio elastoméricas e estas não conseguem absorver as rotações da viga, seja pela ação do vento ou pela ocorrência de imperfeições geométricas durante a montagem. Para suportar estes carregamentos, a almofada precisa ter a rigidez mínima à compressão, ao cisalhamento e à rotação para que a viga não tombe do apoio. Este trabalho fornece algumas ferramentas para modelagem dessas almofadas no programa computacional ANSYS e realiza uma comparação dos valores obtidos pelos modelos com valores numéricos, analíticos e experimentais de diversos autores.

Palavras-chave — *Instabilidade lateral; Almofadas de apoio elastoméricas; Rigidez*

I. INTRODUÇÃO

O desenvolvimento de concreto pré-moldado protendido e de alta resistência tem levado ao uso de vigas de concreto mais longas e altas, levantando preocupações sobre a instabilidade por tombamento das vigas, particularmente durante a construção [1]. Diversas causas podem influenciar para que a instabilidade ocorra. Dentre elas estão a esbeltez da peça, imperfeições geométricas e as condições de apoio da viga, antes da concretagem do tabuleiro [2], [3], [4] e [5].

Quanto mais esbeltas forem as vigas, mais significantes serão os efeitos da instabilidade lateral. Segundo Revathi e

Menon [2], os efeitos da esbeltez das vigas se manifestam na forma de desvios laterais e torção, levando a possíveis falhas repentinas por instabilidade.

As imperfeições geométricas podem ocorrer durante a concretagem da viga pré-moldada de concreto. Essas imperfeições resultam em excentricidades que deslocam o centro de gravidade do elemento e, consequentemente, o ponto de aplicação da força de peso próprio. O deslocamento deste ponto provoca um momento na viga, que pode levar ao tombamento da mesma [3] e [5].

O tombamento da viga ocorre também devido às condições do apoio da mesma. As almofadas de apoio de elastômero são usadas em pontes para suportarem vigas de concreto pré-moldado, protendido ou armado, e vigas de aço. O custo inicial e a facilidade de instalação, além de custos baixos de manutenção, fazem das almofadas de apoio uma alternativa bastante interessante, quando comparados com os outros apoios existentes [6].

As almofadas de apoio são largamente utilizadas como apoio de vigas. São projetadas para suportarem as cargas verticais de compressão e permitirem a movimentação horizontal da viga devido às ações de expansão térmica, cargas móveis, encurtamento elástico do concreto, rotações da viga e mudanças ao longo do tempo do concreto (retração e fluência) [7], [8]. Quando bem dimensionado, o elastômero deve voltar à sua forma original, sem

deformações plásticas, quando não estiver suportando qualquer carga [7].

Segundo Consolazio e Hamilton [8], o peso próprio da viga é gradualmente aplicado na almofada de apoio durante o posicionamento da viga. Antes da concretagem do tabuleiro, a viga pode se tornar instável e rotacionar em torno do eixo paralelo à viga (Figura 1).

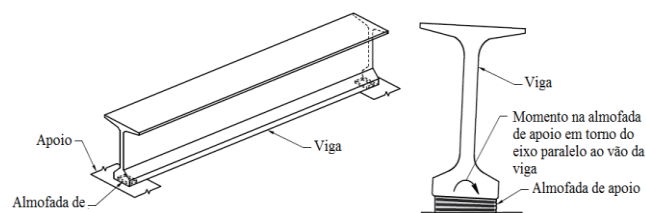


Figura 1. Momento em torno do eixo paralelo à viga.

Durante a fase de montagem de uma estrutura, as vigas ficam simplesmente apoiadas sobre as almofadas de apoio, até a concretagem da laje ou do tabuleiro. Nessa condição temporária, o apoio deve prover restrição ao tombamento da viga.

Quando a almofada de apoio tem uma espessura ou flexibilidade elevada, a viga pode rotacionar sobre o apoio. Parte do peso próprio da viga pode, então, agir sobre o eixo de menor inércia da viga, provocando um aumento na excentricidade lateral. Esta excentricidade resulta na flambagem da viga em torno do eixo de menor inércia e, em casos extremos, no tombamento da viga sobre o apoio [9].

Segundo Germán [10], quando a viga está simplesmente apoiada sobre a almofada o momento provocado pelas imperfeições geométricas tendem a desestabilizá-la, levando-a ao tombamento, a menos que esse momento seja absorvido pelos apoios.

A Figura 2a ilustra uma viga sobre apoio de elastômero, sujeita a um momento de tombamento M_0 devido à excentricidade lateral. A Figura 2b mostra a mesma viga após uma pequena deformação e giro da almofada de apoio. Este giro provoca o deslocamento do centro de gravidade da viga, resultando em um incremento do momento M_0 por um ΔM (M_{dest}). Devido a esse giro, uma componente do peso próprio passa a agir sobre o eixo de menor inércia da viga, causando um aumento na deformação e no giro da viga. Se a capacidade de restrição do apoio não for suficiente, a viga irá, eventualmente, tombar do apoio, conforme ilustra a Figura 2c.

A ocorrência ou não de instabilidade de vigas apoiadas em apoios de elastômero depende, além das características da viga, como apoio e imperfeições geométricas, da rigidez das almofadas de apoio.

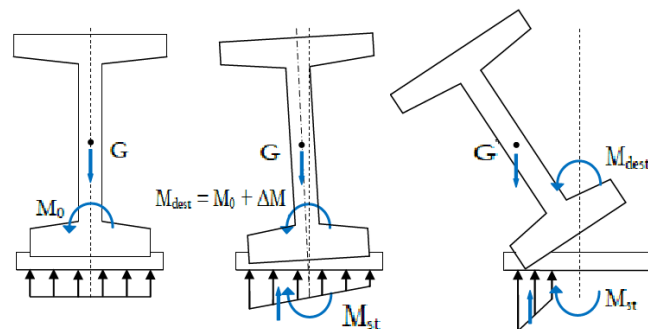


Figura 2. Viga com imperfeições sobre apoio elastomérico. (a) configuração inicial sujeita a um momento de tombamento devido à excentricidade lateral, b) viga após rotação, c) falha por tombamento)

A estimativa da rigidez da almofada de apoio é necessária nos projetos de pontes, para verificação da estabilidade da viga e para dimensionar a própria almofada. No caso das almofadas fretadas, as rigidezes à compressão e à rotação são difíceis de estimar por causa das deformações complexas do elastômero, que é um material praticamente incompressível, com coeficiente de Poisson $\nu > 0,49$ [11].

Neste trabalho, será feita uma análise numérica no programa computacional ANSYS utilizando o elemento SOLID186. Será modelada a almofada fretada apresentada por [12] considerando três tipos de materiais com comportamento hiperelástico para o elastômero, tais como o *Ogden*, utilizado por Consolazio e Hamilton [12], o *Neo-Hookean* e o *Mooney-Rivlin*.

Após a análise considerando o comportamento dado por com esses três materiais, será utilizado um único material para modelar almofadas de diversos autores para quantificação das rigidezes. Os resultados serão comparados com os resultados analíticos, numéricos e experimentais dos autores já citados.

II. CARACTERÍSTICAS DAS ALMOFADAS DE APOIO

Uma das principais características dos apoios elastoméricos é o módulo de deformação transversal (G). Seu valor pode ser obtido através de estudos experimentais do elastômero. Na falta de ensaios conclusivos, [13] permite que sejam adotados valores desse módulo correspondentes à dureza do elastômero.

A Tabela I mostra os valores do módulo G em função da dureza indicados por [13] e [14].

TABELA I: RELAÇÃO DUREZA X MÓDULO G

Dureza	Módulo G (MPa)	
	ABNT NBR 9062:2006	BS EN 1337-3:2005
50	0,8	0,7
60	1,0	0,9
70	1,2	1,15

Outra característica de grande importância é o fator de forma (S) da almofada. Segundo a *American Association of State Highway and Transportation Officials* (AASHTO)

[15], o fator de forma é a relação entre a área da almofada e a área do perímetro livre para abaular.

$$S_i = LW / [2h_{ri}(W+L)] \quad (1)$$

Onde: L é a largura da almofada, W é o comprimento da almofada e h_{ri} é a espessura da i -ésima camada de elastômero.

As rigidezes de uma almofada elastomérica variam com as dimensões e com o número de camadas de chapa de aço e de elastômero que a formam. A maioria das fórmulas para seu cálculo provém de análises experimentais e numéricas.

III. MODELAGEM DAS ALMOFADAS DE APOIO

Os autores Yazdani, Eddy e Cai [7] determinaram as rigidezes das almofadas de apoio especificadas pelo *Florida Department of Transportation – FDOT* (Departamento de Transporte da Florida). As rigidezes foram calculadas através da modelagem das almofadas utilizando o programa computacional ANSYS.

Como ilustrado na Figura 3, as almofadas foram consideradas como sendo restringidas por placas rígidas na face superior e inferior. O comportamento do neoprene e das placas de aço foi considerado elástico-linear.

Foram aplicados esforços horizontais, verticais e de momento ao modelo para determinar as rigidezes. Foram obtidos seis valores de rigidezes ($k_x, k_y, k_z, k_{Rx}, k_{Ry}, k_{Rz}$), onde k_x representa a rigidez à compressão, k_y e k_z representam a rigidez ao cisalhamento, k_{Rx} , a rigidez à torção e k_{Ry} e k_{Rz} , a rigidez à rotação.

Em Yazdani, Eddy e Cai [7] também é fornecido o equacionamento para obter as rigidezes teóricas da almofada. Estas equações são fornecidas de (2) a (7).

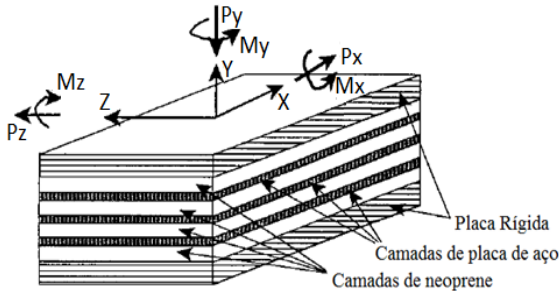


Figura 3. Almofada de apoio com indicação das camadas, dos eixos, solicitações.

$$K_y = E \cdot A_y / H = P_y / \Delta_y \quad (2)$$

$$K_x = G \cdot A_x / H = P_x / [\Delta_x - P_x H^2 / (3 \cdot k_{Rx})] \quad (3)$$

$$K_z = G \cdot A_z / H = P_z / [\Delta_z - P_z H^2 / (3 \cdot k_{Rz})] \quad (4)$$

$$K_{Ry} = G \cdot I_y / H = M_y / \Delta_{Ry} \quad (5)$$

$$K_{Rx} = G \cdot I_x / H = M_x / \Delta_{Rx} \quad (6)$$

$$K_{Rz} = G \cdot I_z / H = M_z / \Delta_{Rz} \quad (7)$$

Onde: P_x, P_y, P_z, M_x, M_y e M_z são forças e momentos aplicados na direção dos eixos x, y e z , respectivamente;

$\Delta_x, \Delta_y, \Delta_z, \Delta_{Rx}, \Delta_{Ry}$ e Δ_{Rz} são os deslocamentos e rotações associados a P_x, P_y, P_z, M_x, M_y e M_z , respectivamente;

$K_x, K_y, K_z, K_{Ry}, K_{Rx}$ e K_{Rz} são as rigidezes equivalentes correspondentes a $\Delta_x, \Delta_y, \Delta_z, \Delta_{Rx}, \Delta_{Ry}$ e Δ_{Rz} , respectivamente;

E é o módulo de elasticidade longitudinal da almofada;

A_x, A_y, A_z, I_x, I_y e I_z são as áreas e os momentos de inércia correspondentes a cada eixo;

H é a espessura total da almofada, excluindo as chapas rígidas de extremidade.

O módulo de elasticidade longitudinal pode ser obtido por (8) e (9).

$$E = 3G(1 + K_d S^2) \quad [7] \quad (8)$$

$$E = 4,8GS \quad [15] \quad (9)$$

Onde G é o módulo de deformação transversal; K_d é uma constante que depende da dureza do elastômero (para classe 50 de dureza, $K_d = 0,75$); e S é o fator de forma da almofada.

Neste trabalho, o valor do módulo utilizado será a média obtida por (8) e (9). O valor do módulo de deformação transversal (G) utilizado para a determinação teórica das rigidezes será conforme a almofada de referência.

Além das equações fornecidas por Yazdani, Eddy e Cai [7], diversos autores determinaram as rigidezes através de análises pelo método dos elementos finitos. Para modelar o material elastômero, devem ser utilizados elementos com comportamento hiperelástico que suportem coeficientes de Poisson maiores que 0,499, pois o material elastômero é praticamente incompressível.

Em Consolazio e Hamilton [12], realizou-se uma análise pelo método dos elementos finitos através do programa ADINA para determinar as rigidezes das almofadas de apoio. Os autores utilizaram o material Ogden para representar as camadas de elastômero. Este material necessita de 6 coeficientes $\mu_1, \mu_2, \mu_3, \alpha_1, \alpha_2$ e α_3 , cujos valores são fornecidos pelos autores.

$$\begin{aligned} \mu_1 &= 0,6180 \text{ (MPa)} & \alpha_1 &= 1,3 \\ \mu_2 &= 0,001177 \text{ (MPa)} & \alpha_2 &= 5,0 \\ \mu_3 &= -0,45981 \text{ (MPa)} & \alpha_3 &= -2,0 \end{aligned}$$

Além disso, deve ser inserido um parâmetro de incompressibilidade (d), que depende do valor do módulo de compressibilidade *bulk* (k).

$$d = 2/k \quad (10)$$

O valor do módulo *bulk* (k) é fornecido por [12].

$$k = [2G(1+\nu)] / [3(1-2\nu)] \quad (11)$$

Onde ν é o coeficiente de Poisson (fornecido por Consolazio e Hamilton [12] como sendo 0,49962); e G é o módulo de cisalhamento, fornecido por [12].

$$G = 0,5 \cdot [\Sigma(\mu_n \cdot \alpha_n)] \quad (12)$$

Das equações (11) e (12), obtém-se os valores de 1137 MPa e 0,864 MPa para K e G , respectivamente.

Em Harper e Consolazio [11] buscou-se métodos de determinar a rigidez à compressão e à rotação da almofada de apoio, através da modelagem numérica. Para determinar a rigidez à compressão da almofada, duas camadas foram modeladas, uma camada representando as camadas internas da almofada, e uma camada representando a camada externa da almofada, que serve como cobertura das placas de aço. O modelo de almofada utilizado em Harper e Consolazio [11] está ilustrado na Figura 4. A modelagem do material foi feita utilizando um modelo hiperelástico *Neo-Hookean*, que depende do valor do módulo G e de um módulo k .

Figura 4 – Modelo da almofada de apoio

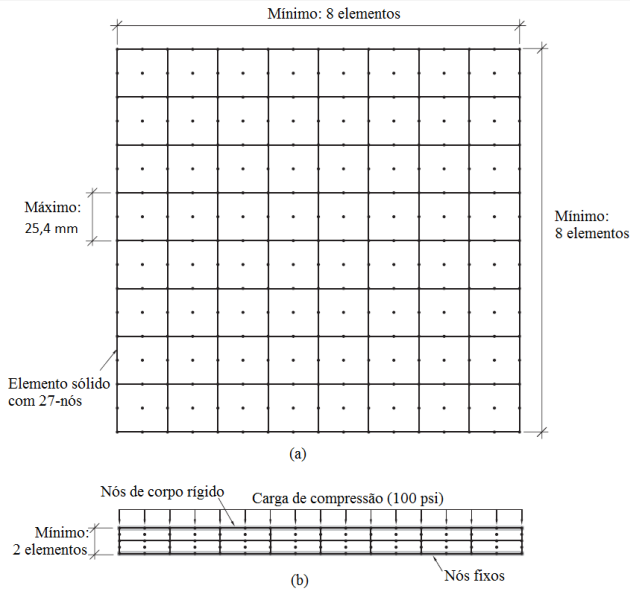


Figura 4. Modelo da almofada de apoio. (a) vista em planta, b) vista em corte)

Outro material que foi utilizado neste trabalho é o *Mooney-Rivlin* de 2 parâmetros (C_{10} e C_{01}).

$$G = 2(C_{10} + C_{01}) \quad (13)$$

Onde G é o módulo de deformação transversal. Este material também necessita de um valor para o parâmetro de incompressibilidade que é obtido por (10).

Neste trabalho, a almofada de apoio foi modelada de maneira similar à utilizada por Harper e Consolazio [11], e este modelo está representado na Figura 5, onde é possível visualizar as camadas internas de elastômero e as chapas de aço e os dois blocos rígidos. As camadas de elastômero foram divididas em dois elementos, conforme sugere [11]. O tamanho dos elementos foi definido como sendo no máximo 25,4 mm. Na Figura 6 é possível observar as forças e momentos que foram aplicados na almofada para determinar as rigidezes. Cada força foi aplicada separadamente, sendo medidos os valores das deformações e, finalmente, calculadas as rigidezes.

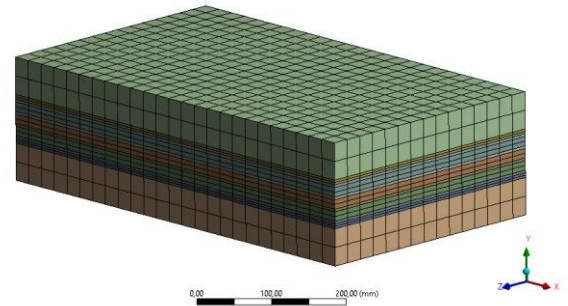


Figura 5. Almofada de apoio modelada no ANSYS.

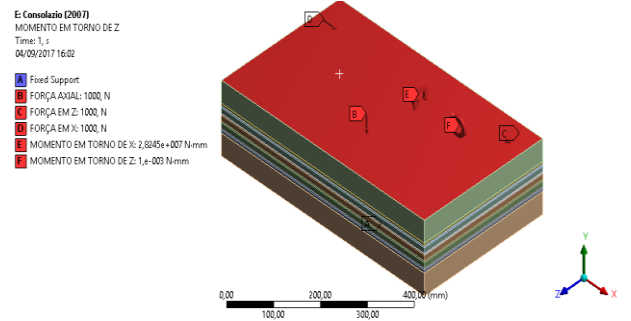


Figura 6. Solicitações aplicadas na almofada de apoio elastomérica.

IV. DETERMINAÇÃO DAS RIGIDEZES DAS ALMOFADAS

O primeiro objetivo deste trabalho é comparar os resultados obtidos considerando o comportamento dos materiais utilizados (*Ogden*, *Neo-Hookean* e *Mooney-Rivlin*) para representarem o elastômero. Para tanto, foi modelada a almofada utilizada em [12], utilizando os mesmos valores de G e K fornecidos. Os parâmetros dos demais materiais foram adotados de forma a fornecer valores de G e K iguais.

As Figuras 7, 8 e 9 mostram os gráficos de força x deformação axial, força x deslocamento por cisalhamento e momento x rotação, para os resultados obtidos por Consolazio e Hamilton [12] e para os modelos utilizados neste trabalho.

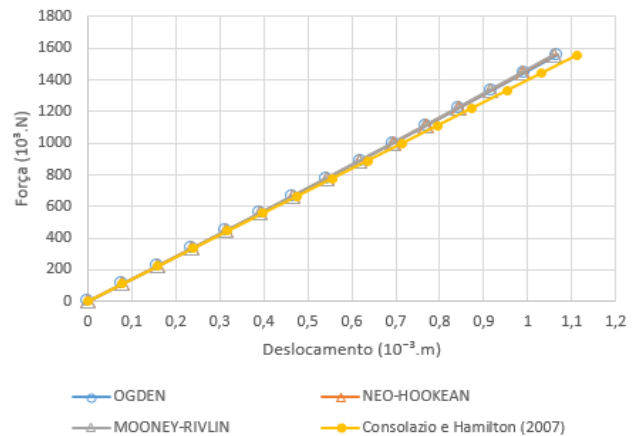


Figura 7. Rigidez à compressão da almofada

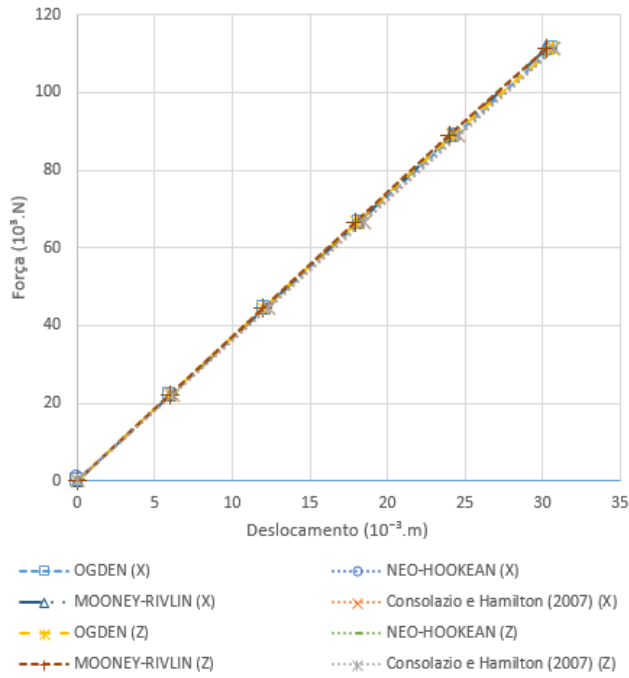


Figura 8. Rigidez ao cisalhamento da almofada

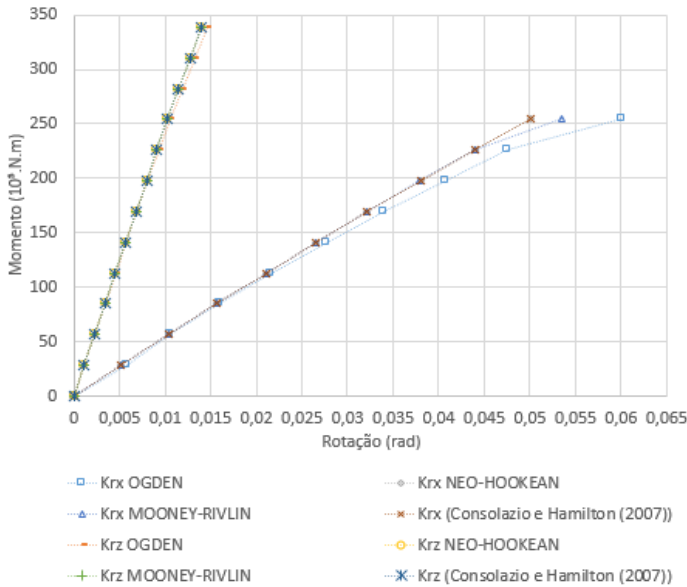


Figura 9. Rigidez à rotação da almofada

Analisando as Figuras 7, 8 e 9, observa-se que os valores são praticamente idênticos, independente do material. A Tabela II mostra os valores das rigidezes obtidas por Consolazio e Hamilton [12] e os valores obtidos pelo ANSYS. A almofada foi modelada utilizando o elemento *Ogden*, com os mesmos parâmetros utilizados em [12].

TABELA II: COMPARAÇÃO ENTRE AUTOR E ANSYS

Consolazio	ANSYS		
Rigidez à compressão (kN/mm)	Força (kN)	Deslocamento (mm)	Rigidez à compressão (kN/mm)
$K_y = 1,36E3$	$P_y = 1,0$	$\Delta y = 0,0007151$	$K_y = 1,40E3$
Rigidez ao cisalhamento (kN/mm)	Força (kN)	Deslocamento (mm)	Rigidez ao cisalhamento (kN/mm)
$K_z = 3,68$	$P_z = 1,0$	$\Delta z = 0,27233$	$K_z = 3,67$
$K_x = 3,68$	$P_x = 1,0$	$\Delta x = 0,27132$	$K_x = 3,69$
Rigidez à rotação (kN.mm/rad)	Momento (kN.mm)	Rotação (rad)	Rigidez à compressão (kN.mm/rad)
$K_{rx} = 5,18E6$	$M_x = 1E3$	$\Delta r_x = 0,0001847$	$K_{rx} = 5,41E6$
$K_{rz} = 2,33E7$	$M_z = 1E3$	$\Delta r_z = 0,0000401$	$K_{rz} = 2,49E7$

Utilizando o elemento SOLID186 e o material *Neo-Hookean* para o elastômero, foram modeladas também almofadas de diversos autores [7], [16], [12], [17] e [18] e foram comparados os valores obtidos pela análise numérica deste trabalho com os valores dos autores e com valores teóricos esperados utilizando as equações (2), (3), (4), (6) e (7) para as rigidezes à compressão, ao cisalhamento em x e em z e à rotação em x e em z , respectivamente.

Os parâmetros de entrada do material *Neo-Hookean* são o módulo de deformação transversal (G) e o parâmetro de incompressibilidade (d), que depende do módulo *bulk*. A Tabela III mostra as dimensões das almofadas e os valores de G , K e d para cada almofada.

TABELA III: COMPARAÇÃO DA RIGIDEZ À COMPRESSÃO

Modelo	Parâmetros do material Neo-Hookean			
	Dimensão da almofada $L \times W \times h_t$ (mm)	G (MPa)	K (MPa)	d (MPa ⁻¹)
Yazdani II	204 x 356 x 29,5 3 chapas	0,76	2000	0,001
Yazdani III	178 x 458 x 27,5 3 chapas	0,76	2000	0,001
Yazdani IV	230 x 458 x 33,5 3 chapas	0,76	2000	0,001
Yazdani V	254 x 610 x 37,5 3 chapas	0,76	2000	0,001
Muscarella	229 x 356 x 44,5 3 chapas	0,65	2000	0,001
Muscarella	229 x 356 x 44,5 6 chapas	0,65	2000	0,001
Consolazio e Hamilton	356 x 610 x 50,8 4 chapas	0,8644	1137,1	0,001759
Hurff	356 x 610 x 60,2 4 chapas	0,65	2000	0,001
Cardoso	280 x 610 x 38,1 3 chapas	0,76	2000	0,001

Os resultados obtidos pela análise numérica e as diferenças percentuais obtidas entre os valores são mostrados nas Tabelas de IV a XI.

TABELA IV: COMPARAÇÃO DA RIGIDEZ À COMPRESSÃO

Modelo	Rigidez à compressão			
	<i>Dimensão da almofada LxWxh_{ri} (mm)</i>	<i>Ky (teórica) kN/mm</i>	<i>Ky (autores) kN/mm</i>	<i>Ky (ANSYS) kN/mm</i>
Yazdani II	204 x 356 x 29,5 3 chapas	6,75E+02	6,22E+02	6,81E+02
Yazdani III	178 x 458 x 27,5 3 chapas	9,14E+02	7,48E+02	8,79E+02
Yazdani IV	230 x 458 x 33,5 3 chapas	9,32E+02	7,92E+02	8,25E+02
Yazdani V	254 x 610 x 37,5 3 chapas	1,34E+03	1,04E+03	1,03E+03
Muscarella	229 x 356 x 44,5 3 chapas	2,56E+02	2,22E+02	2,24E+02
Muscarella	229 x 356 x 44,5 6 chapas	7,80E+02	5,45E+02	6,90E+02
Consolazio e Hamilton	356 x 610 x 50,8 4 chapas	1,85E+03	1,36E+03	1,40E+03
Hurff	356 x 610 x 60,2 4 chapas	1,12E+03	1,04E+03	9,83E+02
Cardoso	280 x 610 x 38,1 3 chapas	1,61E+03	1,10E+03	1,28E+03

TABELA V: DIFERENÇA ENTRE OS VALORES OBTIDOS DE RIGIDEZ À COMPRESSÃO

Modelo	Diferença Percentual		
	<i>Teórica/ autores</i>	<i>Teórica/ ANSYS</i>	<i>Autores/ ANSYS</i>
Yazdani II	8	1	10
Yazdani III	18	4	18
Yazdani IV	15	11	4
Yazdani V	22	23	1
Muscarella	1	2	1
Muscarella	18	3	27
Consolazio e Hamilton	36	34	3
Hurff	9	3	6
Cardoso	32	21	16

TABELA VI: COMPARAÇÃO DA RIGIDEZ AO CISALHAMENTO

Modelo	Rigidez ao cisalhamento na direção z			
	<i>Dimensão da almofada LxWxh_{ri} (mm)</i>	<i>Kz (teórica) kN/mm</i>	<i>Kz (autores) kN/mm</i>	<i>Kz (ANSYS) kN/mm</i>
Yazdani II	204 x 356 x 29,5 3 chapas	1,87E+00	1,87E+00	1,85E+00
Yazdani III	178 x 458 x 27,5 3 chapas	2,25E+00	2,25E+00	2,22E+00
Yazdani IV	230 x 458 x 33,5 3 chapas	2,39E+00	2,39E+00	2,37E+00
Yazdani V	254 x 610 x 37,5 3 chapas	3,14E+00	3,09E+00	3,11E+00
Muscarella	229 x 356 x 44,5 3 chapas	1,39E+00	1,09E+00	1,17E+00
Muscarella	229 x 356 x 44,5 6 chapas	1,39E+00	1,17E+00	1,18E+00
Consolazio e Hamilton	356 x 610 x 50,8 4 chapas	3,25E+00	3,68E+00	3,67E+00
Hurff	356 x 610 x 60,2 4 chapas	2,74E+00	NA	2,33E+00
Cardoso	280 x 610 x 38,1 3 chapas	3,41E+00	NA	3,38E+00

TABELA VII: DIFERENÇA ENTRE OS VALORES OBTIDOS DE RIGIDEZ AO CISALHAMENTO

Modelo	Diferença Percentual		
	<i>Teórica/ autores %</i>	<i>Teórica/ ANSYS %</i>	<i>Autores/ ANSYS %</i>
Yazdani II	0	1	1
Yazdani III	0	1	1
Yazdani IV	0	1	1
Yazdani V	8	2	7
Muscarella	1	1	1
Muscarella	1	1	1
Consolazio e Hamilton	0	1	0
Hurff	-	1	-
Cardoso	-	1	-

TABELA VIII: COMPARAÇÃO DA RIGIDEZ À ROTAÇÃO EM TORNO DE X

Modelo	Rigidez à rotação em torno de z			
	<i>Dimensão da almofada LxWxh_{ri} (mm)</i>	<i>Krz (teórica) kNmm/rad</i>	<i>Krz (autores) kNmm/rad</i>	<i>Krz (ANSYS) kNmm/rad</i>
Yazdani II	204 x 356 x 29,5 3 chapas	7,13E+06	6,58E+06	3,76E+06
Yazdani III	178 x 458 x 27,5 3 chapas	1,60E+07	1,31E+07	9,79E+06
Yazdani IV	230 x 458 x 33,5 3 chapas	1,63E+07	1,39E+07	8,06E+06
Yazdani V	254 x 610 x 37,5 3 chapas	4,16E+07	3,24E+07	1,96E+07
Muscarella	229 x 356 x 44,5 3 chapas	2,70E+06	NA	1,12E+06
Muscarella	229 x 356 x 44,5 6 chapas	8,24E+06	NA	3,69E+06
Consolazio e Hamilton	356 x 610 x 50,8 4 chapas	5,75E+07	2,33E+07	2,49E+07
Hurff	356 x 610 x 60,2 4 chapas	3,46E+07	3,24E+07	1,57E+07
Cardoso	280 x 610 x 38,1 3 chapas	5,00E+07	NA	2,33E+07

TABELA IX: DIFERENÇA ENTRE OS VALORES OBTIDOS DE RIGIDEZ À ROTAÇÃO EM TORNO DE X

Modelo	Diferença Percentual		
	<i>Teórica/ autores</i>	<i>Teórica/ ANSYS</i>	<i>Autores/ ANSYS</i>
Yazdani II	8	47	43
Yazdani III	18	39	25
Yazdani IV	15	51	42
Yazdani V	22	53	40
Muscarella	-	52	-
Muscarella	-	48	-
Consolazio e Hamilton	64	62	7
Hurff	10	47	51
Cardoso	-	53	-

TABELA X: COMPARAÇÃO DA RIGIDEZ À ROTAÇÃO EM TORNO DE X

Modelo	Rigidez à rotação em torno de x			
	Dimensão da almofada $L \times W \times h_t$ (mm)	K_{rx} (teórica) kNmm/rad	K_{rx} (autores) kNmm/rad	K_{rx} (ANSYS) kNmm/rad
Yazdani II	204 x 356 x 29,5 3 chapas	2,34E+06	2,16E+06	7,29E+05
Yazdani III	178 x 458 x 27,5 3 chapas	2,41E+06	1,98E+06	6,61E+05
Yazdani IV	230 x 458 x 33,5 3 chapas	4,11E+06	3,50E+06	1,08E+06
Yazdani V	254 x 610 x 37,5 3 chapas	7,21E+06	5,60E+06	1,57E+06
Muscarella	229 x 356 x 44,5 3 chapas	1,12E+06	4,44E+05	3,01E+05
Muscarella	229 x 356 x 44,5 6 chapas	3,41E+06	8,37E+05	1,01E+06
Consolazio e Hamilton	356 x 610 x 50,8 4 chapas	1,96E+07	5,18E+06	5,41E+06
Hurff	356 x 610 x 60,2 4 chapas	1,18E+07	NA	3,20E+06
Cardoso	280 x 610 x 38,1 3 chapas	1,05E+07	NA	2,45E+06

TABELA XI: DIFERENÇA ENTRE OS VALORES OBTIDOS DE RIGIDEZ À ROTAÇÃO EM TORNO DE Z

Modelo	Diferença Percentual		
	Teórica/ autores %	Teórica/ ANSYS %	Autores/ ANSYS %
Yazdani II	8	69	66
Yazdani III	18	73	67
Yazdani IV	15	74	69
Yazdani V	22	78	72
Muscarella	60	69	32
Muscarella	75	66	20
Consolazio e Hamilton	77	76	5
Hurff	-	68	-
Cardoso	-	77	-

Pelas Tabelas de IV a XI, observa-se que o resultado para as rigidezes à compressão e ao cisalhamento são próximos dos valores dos respectivos autores e do valor teórico esperado. Porém, a rigidez à rotação resulta em valores distantes do esperado.

Para avaliar a influência do parâmetro de incompressibilidade (d) e do módulo de deformação transversal (G) sobre o modelo, a almofada tipo II utilizada por [7] foi modelada para diferentes valores de módulo G e de módulo $bulk$, que influencia em d , e avaliou-se a variação nas rigidezes à compressão, ao cisalhamento e à rotação. Os resultados são mostrados nas Figuras 10, 11 e 12.

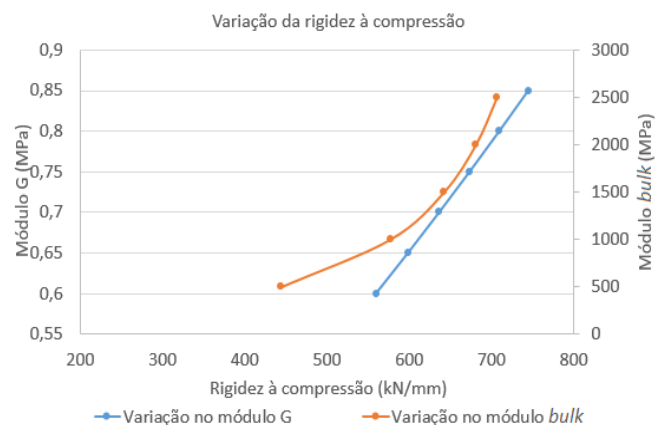


Figura 10. Rigidez à compressão da almofada

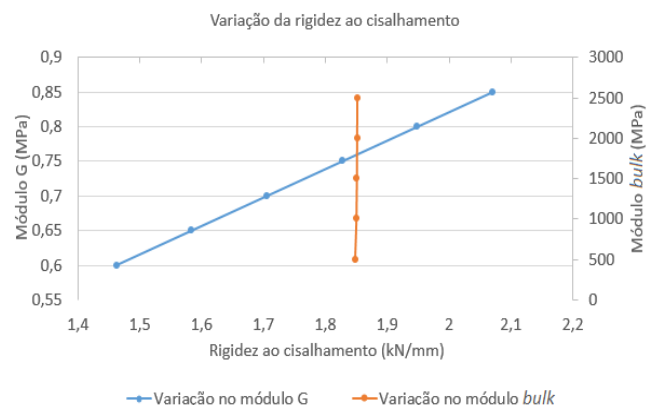


Figura 11. Rigidez ao cisalhamento da almofada

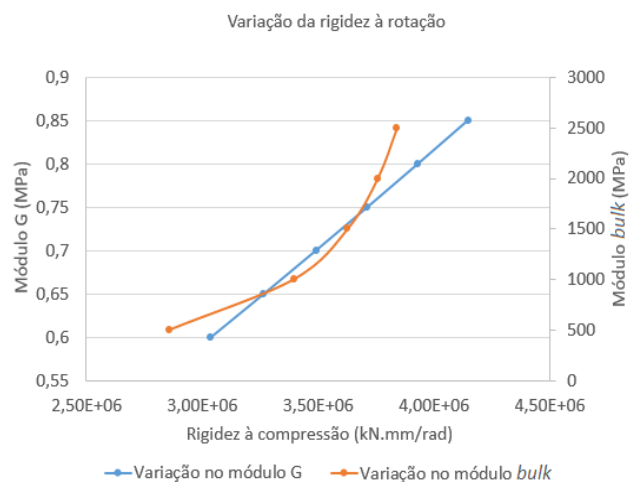


Figura 12. Rigidez à rotação da almofada

Pelas Figuras 10, 11 e 12, observa-se a rigidez à compressão tende a aumentar com o aumento tanto do módulo G quanto do módulo $bulk$, que influencia no parâmetro de incompressibilidade. O mesmo se observa na rigidez à rotação. Quanto à rigidez ao cisalhamento, seu valor aumenta quando aumenta o módulo G e permanece constante com o aumento do módulo $bulk$.

V. CONCLUSÕES

Neste trabalho, observou-se que os materiais com comportamento hiperelástico utilizados resultam em valores bastante próximos entre si. Portanto, optou-se por utilizar o material mais simples (*Neo-Hookean*) que depende apenas de dois parâmetros.

Os valores obtidos para as rigidezes resultaram em curvas de força x deslocamento e momento x rotação quase idênticas às curvas de [12]. Porém, quando utilizado o mesmo modelo para as outras almofadas, os valores de rigidez à rotação não ficaram próximos dos valores de referência, apesar das rigidezes à compressão e ao cisalhamento terem sido próximos. Uma das causas prováveis está associada ao fato do modelo numérico ter unido os nós da almofada com os nós dos blocos rígidos, o que impossibilita a consideração do efeito de levantamento “*lift off*” da almofada. Recomenda-se que seja feito um estudo futuro sobre a utilização de elementos de contatos diferentes, para tentar capturar o efeito do “*lift off*”.

Além disso, os resultados podem ter sido diferentes pelo fato de não se conhecer todos os valores de módulo de deformação transversal (G) e módulo *bulk* (K) usados pelos autores, que são necessários como parâmetros do material das camadas de elastômero, visto que uma alteração nesses valores pode levar a uma variação significativa nos resultados, conforme foi mostrado nas Figuras 10, 11 e 12. Portanto, os valores de G e K devem ser obtidos de forma precisa, para que o modelo possa representar a almofada em uma situação real de utilização.

Finalmente, baseado nos resultados das análises desenvolvidas recomenda-se que, ao apoiar uma viga sobre uma almofada de elastômero, sejam feitas as verificações quanto à rigidez e instabilidade, tanto pela análise numérica quanto pela utilização das equações teóricas apresentadas neste trabalho, visto que os resultados para rigidez à compressão e ao cisalhamento resultaram em valores próximos. Para garantir um bom resultado da rigidez à compressão, torna-se necessário que os fabricantes se atentem à dureza e ao módulo de deformação transversal, que são parâmetros obtidos na fabricação da almofada, e que afetam significativamente a rigidez à compressão e à rotação.

REFERÊNCIAS

- [1] J. H. Lee, L. Kalkan and J. J. LEE. “Rollover instability of precast girders subjected to wind load”. Magazine of Concrete Research. London, v. 69, n. 2, p. 68 – 83, November, 2016.
- [2] P. Revathi and D. Menon. “Slenderness effects in reinforced concrete beams”. ACI Structural Journal. Detroit, v. 104, n. 4, p. 412 – 419, July 2007.
- [3] C. D. Hill, J. S. Dick and M. K. Tadros. “PCI advisory on I-girder stability during handling and construction”. Aspire Magazine. Chicago, v. 3, n. 1, p. 38 – 40, 2009.
- [4] K. Girija and D. Menon. “Reduction in flexural strength in rectangular RC beams due to slenderness”. Engineering Structures. Guildford, v. 33, n. 8, p. 2398 – 2406, August 2011.
- [5] J. B. Hurff and L. F. Kahn. “Lateral-torsional buckling of structural concrete beams: experimental and analytical study”. Journal of Structural Engineering. New York, v. 138, n. 9, p. 1138 – 1148, September 2012.

- [6] E. Heymsfield, J. McDonald and R. R. Avent. “Neoprene bearing pad slippage at Louisiana bridges”. Journal of Bridge Engineering. New York, v. 6, n. 1, p. 30 – 36, February, 2001.
- [7] N. Yazdani, S. Eddy and C. S. Cai. “Effect of bearing pads on precast prestressed concrete bridges”. Journal of Bridge Engineering. Reston, v. 5, n. 3, p. 224 – 232, 2000.
- [8] G. R. Consolazio and H. R. Hamilton. (University of Florida. Civil and Coastal Engineering, Gainesville, FL). “Experimental validation of bracing recommendations for long-span concrete girders”. Final report. Tallahassee (FL): Florida Department of Transportation, Research Management Center; 2012 Dec. Report No.: 72909. Contract No.: BDK75 977-03.
- [9] C. J. Burgoyne and T. J. Stratford. “Lateral instability of long-span prestressed concrete beams on flexible bearings”. The Structural Engineer. London, v. 79, n. 6, p. 23 – 26, March 2001.
- [10] V. H. Germán. “Lateral stability analysis of long precast prestressed concrete beams”. 2015. 93 f. Tesi de Màster (Enginyeria d’estructures i construcció) – Escola Tècnica Superior d’Enginyeria de Camins, Canals i Ports. Universitat Politècnica de Catalunya, Barcelona, 2015.
- [11] Z. S. Harper and G. R. Consolazio. “Calculation method for quantifying axial and roll stiffnesses of rectangular steel-reinforced elastomeric bridge bearing pads”. Transportation Research Record. Washington, v. 2331, n. 1, p. 3 – 13, 2013.
- [12] G. R. Consolazio and H. R. Hamilton. (University of Florida. Civil and Coastal Engineering, Gainesville, FL). “Lateral bracing of long-span Florida bulb-tee girders”. Final report. Tallahassee (FL): Florida Department of Transportation, Research Management Center; 2007 Jul. Report No.: 52290. Contract No.: BD-545 RPWO 36.
- [13] Associação Brasileira De Normas Técnicas. NBR 9062. Projeto e execução de estruturas de concreto pré-moldado. Rio de Janeiro, 2001.
- [14] British Standard. EN 1337-3. Structural bearings. Part 3 – Elastomeric Bearings. 2005.
- [15] American Association Of State Highway And Transportation Officials (AASHTO). Standard Specifications For Highway Bridges. 16 ed. Washington, D.C., 1996.
- [16] J. V. Muscarella and J. A. Yura. (University of Texas. Center for Transportation Research, Austin, TX). “An experimental study of elastomeric bridge bearings with design recommendations”. Interim. Austin (TX): Texas Department of Transportation, Research and Technology Transfer Office; 1995 Oct. Report No.: FHWA/TX-98/1304-3. Contract No.: 3-5-92/4-1304.
- [17] J. B. Hurff. “Stability of precast prestressed concrete bridge girder considering imperfections and thermal effects”. Dissertation. 2010. 483 f. (Degree Doctor of Philosophy) – School of Civil and Environmental Engineering. Georgia Institute of Technology, Georgia, 2010.
- [18] M. T. S. A. Cardoso. “Instabilidade lateral de vigas pré-moldadas sobre apoios elastoméricos considerando o efeito das imperfeições geométricas”. Dissertação (Mestrado), Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, FECIV, Universidade Federal de Uberlândia, 2017.