SMNE
UFPR
Simpósio de Métodos Numéricos em Engenharia
25 a 27 de outubro, 2017

Evolução das propriedades efetivas do concreto sob ação da reação alcali-sílica

Guilherme Augusto Pianezzer
PPGMNE/UFPR
Curitiba, Brasil
guilherme.pianezzer@gmail.com

Liliana Madalena Gramani
PPGMNE/UFPR
Curitiba, Brasil

Eloy Kaviski
PPGMNE/UFPR
Curitiba, Brasil

Fábio André Negri Balbo
PPGMNE/UFPR
Curitiba, Brasil

***Resumo*— Este artigo completo apresenta um exemplo de aplicação das técnicas atuais de homogeneização para modelar o concreto. As técnicas de homogeneização são aquelas que buscam obter as propriedades efetivas do material a partir das propriedades conhecidas dos componentes que o formam. Entre as técnicas de homogeneização, discutem-se o limite superior de Voigt, o limite inferior de Reuss, o método auto-consistente e o método de Mori-Tanaka. Essas técnicas foram aplicadas para aproximar o valor do módulo de elasticidade do concreto a partir das propriedades dos agregados graúdos e da argamassa que formam o concreto. O objetivo ao apresentar este exemplo é divulgar como realizar a aplicação das técnicas de homogeneização e como proceder ao realizar a análise dos resultados.**

Palavras-chave— concreto; Técnicas de homogeneização; Método auto-consistente; Método de Mori-Tanaka; Limite Superior de Voigt; Limite Inferior de Reuss.

I. Introdução

Analisar as propriedades de materiais heterogêneos é um desafio que tem sido contornado com a utilização de técnicas de homogeneização, as quais buscam descrever as relações existentes entre as propriedades conhecidas em escalas menores daquelas que ocorrem em escalas maiores [7].

Como aponta [3], na natureza praticamente não existem materiais perfeitamente homogêneos. Entretanto, de maneira geral, mesmo possuindo microestruturas complexas, o comportamento estatístico destas estruturas pode determinar as respostas médias que surgem na macroescala.

Para o uso e o entendimento dos métodos de homogeneização é necessário observar que os materiais compósitos analisados são tratados como modelos contínuos com dois níveis de análise: a estrutura microscópica e a macroscópica. Geralmente, as propriedades do material na microescala são conhecidas, enquanto busca-se, através delas, determinar o comportamento do material na macroescala.

Os métodos de homogeneização, os quais representam a teoria das propriedades efetivas, partem do princípio de que as relações constitutivas na escala macroscópica podem ser adquiridas através do comportamento médio dos constituintes na microescala, os quais, por sua vez, são governados pelas leis físicas apropriadas para cada nível de estudo. Por exemplo, ao modelar materiais próprios da nano mecânica através de técnicas de homogeneização, deve-se simular as propriedades dos constituintes através das leis físicas próprias desta camada, que são, no caso, as leis da Mecânica

Quântica. Mas, ao tratar de materiais próprios da micromecânica, os constituintes são simulados a partir das leis da Mecânica do Contínuo ou da Mecânica Clássica.

Assim, os métodos de homogeneização não evitam a modelagem física do material. Entretanto, como visto, o fazem de outra maneira: A abordagem se trata de representar uma estrutura heterogênea por uma estrutura homogênea equivalente. Para facilitar e unificar a linguagem utilizada por aqueles que lidam com a teoria, determinou-se que a escolha do termo micro ou macro escala é uma escolha matemática, de maneira que não está associada a nenhum comprimento de escala específico [3].

As primeiras propostas de simulação foram feitas por Voigt em 1887 e Reuss em 1929. Seus modelos teóricos são simplificados, mas, além de permitirem ampliar o entendimento dos fundamentos envolvidos nos métodos de homogeneização, hoje eles são consagrados como limite superior e inferior, respectivamente, para o verdadeiro valor das propriedades efetivas.

Entre as técnicas atuais serão discutidos o método auto consistente e o método de Mori-Tanaka, os quais ambos utilizam o tensor de Eshelby [2] para determinar as propriedades efetivas.

Para aplicação das técnicas o concreto será considerado como um material compósito composto de duas fases. Como exemplo será utilizado o concreto na mesoescala formado por argamassa (matriz) e agregados graúdos (inclusões).

II. Propriedades dos constituintes

O concreto na mesoescala pode ser visto como um material composto de duas fases: argamassa e agregados graúdos. A ideia básica das técnicas de homogeneização é que não se conhece informações confiáveis sobre as propriedades do material final, no caso o concreto. Assim, utilizam-se informações dos constituintes que são obtidas da seguinte maneira.

A. *Agregado graúdo (inclusão)*

Para determinar as propriedades da inclusão, assumiu-se da literatura [4], que o mesmo possui módulo de elasticidade de $5.10^4 MPa$ e coeficiente de Poison de $1.3x10^{-1}$. Além disso, considerou-se que as inclusões se comportam como isotrópicas. Isso significa que o tensor de flexibilidade, definido por:

$$\boldsymbol{S} = \begin{bmatrix} 1/E & -v/E & 1/E & 0 & 0 & 0 \\ -v/E & 1/E & -v/E & 0 & 0 & 0 \\ -v/E & -v/E & 1/E & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/G & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G \end{bmatrix}. \quad (1)$$

No qual E representa o módulo de elasticidade e v o coeficiente de Poison. Para os valores obtidos, foi possível determinar o tensor de flexibilidade para a inclusão, $\boldsymbol{S_{ag}}$ e ao inverter este tensor obteve-se o tensor de elasticidade, $\boldsymbol{C_{ag}}$.

B. *Argamassa (Matriz)*

De maneira equivalente, obteve-se o modulo de elasticidade e o coeficiente de Poisson para a argamassa a partir da literatura [4]. Neste caso, os valores de referência foram $3.00x10^4 MPa$para E e $3.00x10^{-1}$ para v.

Com estas propriedades, utilizou-se a Equação 1 para determinar $\boldsymbol{S_{ar}}$e inverteu-se o tensor obtido para determinar $\boldsymbol{C_{ag}}$. Neste caso, também foi considerada a isotropia do material.

Tanto no caso da argamassa quanto nos agregados graúdos, a isotropia é uma aproximação que se mostrou adequada de acordo com os resultados. Entretanto, no interesse de refinar os métodos de homogeneização deve-se realizar uma modelagem dos constituintes que mais se adequa ao caso estudado.

III. Técnicas de homogeneização

Essa seção apresenta as técnicas de homogeneização utilizadas para calcular as propriedades efetivas do concreto.

A. *Método de Voigt*

O método de Voigt é um dos mais simples esquemas de homogeneização de material compósito. A utilidade deste modelo reside no fato de que hoje ele representa um limite superior (Limite superior de Voigt) para o valor do módulo de elasticidade de um material compósito, de maneira que representa valores superestimados para esta informação.

Conhecendo informações extraídas da inclusão e da matriz, o modelo de Voigt encontra o tensor homogeneizado através da seguinte expressão dada pela Equação 2.

$$\overline{\boldsymbol{C}} = f_{ag}\boldsymbol{C_{ag}} + f_{ar}\boldsymbol{C_{ar}}$$

Nesta equação $\boldsymbol{C_{ag}}$e $\boldsymbol{C_{ar}}$representam as propriedades da inclusão e da matriz como indicados pela seção anterior. O parâmetro f diz respeito a fração volumétrica de compósito, sendo f_{ag} a fração volumétrica da agregados graúdos indicando a porcentagem de agregados presentes no volume do concreto. Como o material é formado apenas pelas duas fases, sabe-se que:

$$f_{ag} + f_{ar} = 1$$

Calculando-se $\overline{\boldsymbol{C}}$, pode-se inverter o tensor para calcular $\overline{\boldsymbol{S}}$ e a partir da Equação 1 determinar as propriedades do material. Pelo método de Voigt, o módulo de elasticidade obtido é de $3.35x10^4 MPa$ e o coeficiente de Poison de $2,7x10^{-1}$.

B. *Método de Reuss*

O método de Reuss representa um limite inferior para o valor do tensor de elasticidade efetivo do material compósito. Conhecendo as informações extraídas da inclusão e da matriz, o modelo de Reuss encontra o tensor homogeneizado através da Equação 4:

$$\bar{\boldsymbol{C}} = \left[f_{ag}\boldsymbol{C}_{\boldsymbol{ag}}^{-1} + f_{ar}\boldsymbol{C}_{\boldsymbol{ar}}^{-1}\right]^{-1}$$

Da mesma forma, a partir do tensor de flexibilidade homogeneizado e da Equação 1 chega-se que o modulo de elasticidade e o coeficiente de Poisson são $3{,}19x10^4 MPa$ e $2{,}84x10^{-1}$, respectivamente.

C. Método Auto-consistente

O método auto-consistente utiliza o tensor de Eshelby [4] para o cálculo das propriedades efetivas. Esse tensor já foi calculado para diversos formatos de inclusão e no exemplo apresentado aqui os agregados graúdos foram aproximados como circulares [3]. O tensor de Eshelby para inclusões circulares é dado de maneira explícita através da Equação 5.

$$E_{ijkl} = \frac{5v-1}{15(1-v)}\delta_{ij}\delta_{kl} + \frac{4-5v}{15(1-v)}(\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk}) \qquad (5)$$

Onde δ_{ij} representa o Delta de Kronicker que retorna 1 no caso em que os índices são iguais e 0 caso contrário. Além disso, o método depende do cálculo de A_{ag} dado pela Equação 6:

$$A_{ag} = \left(\boldsymbol{C}_{\boldsymbol{ar}} - \boldsymbol{C}_{\boldsymbol{ag}}\right)^{-1} : \boldsymbol{C}_{\boldsymbol{ar}} \qquad (6)$$

E do cálculo do tensor de concentração dado pela Equação 7.

$$\gamma = A_{ag} : \left(A_{ag} - \boldsymbol{E}\right)^{-1} \qquad (7)$$

Assim, o tensor de elasticidade homogeneizado pelo método é dado pela Equação 8.

$$\bar{\boldsymbol{C}} = \boldsymbol{C}_{\boldsymbol{ar}} + f_{ag}\left(\boldsymbol{C}_{\boldsymbol{ag}} - \boldsymbol{C}_{\boldsymbol{ar}}\right) : \gamma \qquad (4)$$

Com o mesmo procedimento de inverter o tensor e comparar com a Equação 1, obteve-se como módulo de elasticidade $3.23x10^4$MPa e coeficiente de Poison de $2.79x10^{-1}$.

D. Método de Mori-Tanaka

O esquema de homogeneização pelo método de Mori-Tanaka apresenta a seguinte estimativa para o tensor de elasticidade:

$$\bar{\boldsymbol{C}} = \left[\left(f_{ar}\boldsymbol{C}_{\boldsymbol{ar}} + f_{ag}\boldsymbol{C}_{\boldsymbol{ag}} : \gamma\right) : \left(f_{ar}\boldsymbol{I} + f_{ag}\gamma\right)\right]^{-\boldsymbol{1}}$$

No qual, $\boldsymbol{I}$ representa a matriz identidade e os outros parâmetros são os mesmos do método anterior. Ao aplicar o método, os resultados encontrados para o módulo de elasticidade e para o coeficiente de Poison foram de $3{,}24x10^4 MPa$ e $2{,}78x10^{-1}$.

IV. RESULTADOS ENCONTRADOS

Essas técnicas foram utilizadas na seção anterior para o cálculo das propriedades efetivas no caso em que a fração volumétrica de agregados graúdos era de 15%. Para este exemplo, também foram executados casos em que as concentrações de agregados no volume do concreto eram diferentes.

Foram realizados testes com concentrações de 5% a 45%, intervalo de valores comuns encontrados nos problemas reais. Os resultados obtidos foram distribuídos em um gráfico como mostra o Gráfico 1.

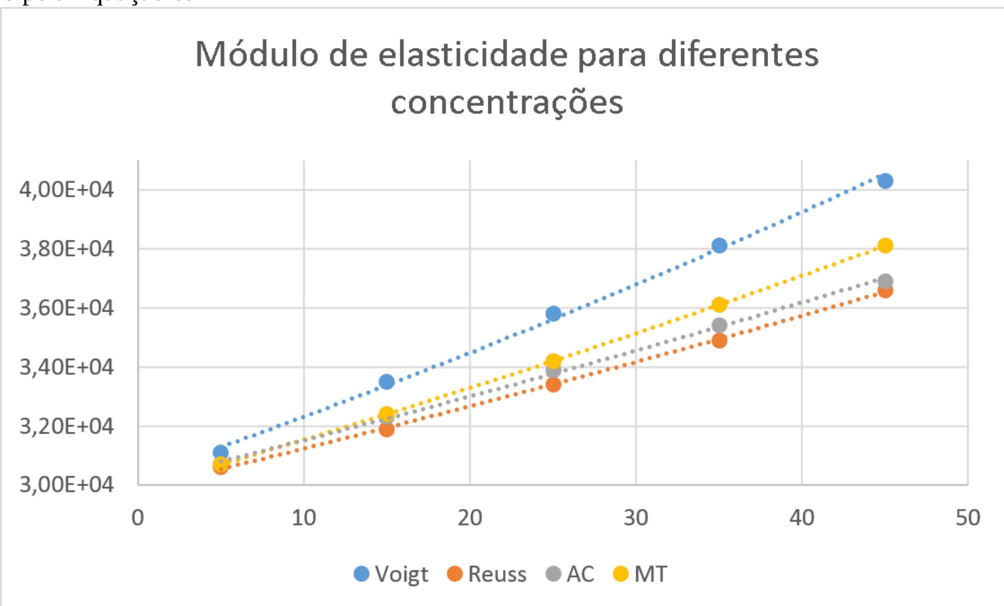

Gráfico 1: Módulo de elasticidade para diferentes concentrações (O autor, 2017)

Neste Gráfico 1, pode-se notar o comportamento que o método proposto por Voigt e por Reuss possuem em relação a serem um limite superior e inferior, respectivamente. Estes dois métodos já são comprovados na literatura como bons indicativos deste fenômeno. Para o caso dado, então, o método auto-consistente e o método de Mori-Tanaka obtiveram resultados adequados em relação aos dois métodos padrões.

V. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este exemplo permitiu verificar como realizar a aplicação das técnicas de homogeneização em um problema simplificado. Este resultado faz parte do desenvolvimento da tese desenvolvida junto ao programa de pós-graduação em métodos numéricos em engenharia que busca encontrar o real estado de conservação das principais barragens das usinas hidrelétricas do país.

As técnicas de homogeneização têm sido uma aliada para determinar as reais propriedades efetivas, como pode ser observado pelos trabalhos especializados que o grupo de pesquisa têm desenvolvido nos últimos anos [1]; [4]; [5] e [6]

REFERÊNCIAS

[1] BALBO, F. A. N., PIANEZZER, G. A., GRAMANI, L. M., KAVISKI, E.,RASSY, M. T., An application to the diffusion equation in a model for the damage in concrete due to alkali-silica reaction, *Applied Mathematical Sciences (Ruse)*, vol 9, pp. 4135-4147, 2015.

[2] ESHELBY, J. D., The determination of the elastic field of an ellipsoidal inclusion and related problems, *Proc. of Roy. Soc*., vol 241, pp. 376-396, 1957.

[3] LI, S., WANG, G., Introduction to Micromechanics and Nanomechanics, *World Scientific*, 2008.

[4] PIANEZZER, G. A., BALBO, F. A. N.,GRAMANI, L. M., KAVISKI, E.,RASSY, M. T, Um algoritmo para geração do elemento representativo do concreto com agregados graúdos em formato elíptico, *Revista SODEBRAS*, vol 8, pp. 11-15, 2013.

[5] PIANEZZER, G. A., BALBO, F. A. N.,GRAMANI, L. M., KAVISKI, E.,RASSY, M. T, Simulação computacional do teste de carregamento axial, *CNMAC2014 – Congresso Nacional de Matemática Aplicada e Computacional*, Natal – RN, 2014.

[6] RASSY, M. T., Uma contribuição para a modelagem da heterogeneidade do concreto com o método de Galerkin Livre de Elementos., Tese, USP, 2012.

[7] WRIGGERS, P., MOFTAH, S. Mesoscale models for concrete: Homogeneization and damage behaviour.*Finite Element in Analysis and Design*, vol. 42, pp. 623-636, 2006.