



**Simpósio de Métodos  
Numéricos em Engenharia**

**25 a 27 de outubro, 2017**

# *Estudo de convergência de malha para modelo representativo de molar submetido a cargas de mastigação*

Claudio Antunes Junior<sup>1</sup>

Emílio Graciliano Ferreira Mercuri<sup>2</sup>

Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia - PPGMNE

Universidade Federal do Paraná - UFPR

Curitiba, Paraná, Brasil

cantunes.j@gmail.com<sup>1</sup>, mercuri@ufpr.br<sup>2</sup>

*Resumo—O trabalho tem como objetivo a análise da convergência dos resultados provenientes da criação de malhas automáticas com diferentes parâmetros para o modelo do primeiro molar humano. Para a realização do estudo, o modelo tridimensional do dente foi gerado a partir de tomografias computadorizadas e manipulado no programa FreeCad. No modelo computacional foi gerada uma cavidade de 4x4x4 mm, que posteriormente foi preenchida com resina odontológica, simulando uma restauração. Para fixar o dente foi construído um modelo tridimensional do osso cortical. Após a montagem de todos os componentes, o modelo foi inserido no programa Ansys para uma análise estrutural estática, ou seja, a solução das equações de equilíbrio do sólido através do Método dos Elementos Finitos (MEF). Foi aplicada uma força de mastigação na região apical do molar e foram impostas condições de contorno na base com deslocamento nulo. Para esse modelo os materiais utilizados foram considerados elásticos isotrópicos. Foram criadas quinze malhas diferentes com as geometrias Hexaédrica e Tetraédrica para a análise, tendo também como variável o tamanho do elemento e a ordem da função de interpolação do elemento, sendo ela linear ou quadrática. Os resultados obtidos nas soluções indicadas se apresentaram convergentes e corroboram para uma melhoria na acurácia da simulação biomecânica das forças de mastigação em dentes.*

*Palavras-chave—método dos elementos finitos; geração de malha; primeiro molar; refinamento h.*

## I. INTRODUÇÃO

O Método dos Elementos Finitos é um método numérico que pode ser utilizado para problemas que envolvem geometrias complexas, e suas soluções analíticas são de difícil resolução. O método divide o domínio em partes menores, denominadas elementos finitos, para então interpolar com o uso de funções de forma. Para criar os elementos finitos é necessário discretizar o domínio através da criação de malha. Os modelos dentários tridimensionais são um exemplo de geometria complexa, que requerem tempo e esforço para a criação da malha [1-3].

A partir disso, este estudo apresenta a criação de uma malha tridimensional automática para o primeiro molar humano exposto à força de mastigação, considerando-se que ele foi restaurado. Para tanto, foram criadas quinze malhas com diferentes parâmetros, como a geometria, o tamanho dos elementos e a ordem da função de interpolação do elemento. Os dois últimos parâmetros são empregados com o intuito de apresentar os refinamentos dos tipos “h” e “p”. Por fim, a convergência dos resultados encontrados é validada, assim como a melhora nos resultados através dos refinamentos empregados.

## II. REFINAMENTO DE MALHA PARA O MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS

O refinamento do tipo “h” é caracterizado como a diminuição do tamanho dos elementos que compõem a malha. Os graus de liberdade do elemento são fixos e a convergência é atingida pela mudança no tamanho do elemento. Não ocorre a mudança na ordem polinomial do elemento que está sendo aplicado na construção da malha [4].

Já o refinamento do tipo “p” é realizado com o aumento do grau do polinômio das funções de forma que interpolam os elementos finitos, ou seja, ela acrescenta aos elementos nós ou graus de liberdade, sem mudar o número de elementos utilizados na malha [4].

Existe ainda a versão de refinamento do tipo “h-p” que é a aplicação concomitante dos refinamentos h e p, no qual ocorre o aumento na quantidade de elementos e nós, e a função de interpolação tem o seu grau elevado [4].

## III. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

A partir do modelo tridimensional de um primeiro molar humano, com o uso do programa *FreeCAD* foi criada uma cavidade de 4x4x4 mm com início na superfície superior do dente, a qual foi preenchida por uma resina odontológica, sendo que esta possui a superfície igual à do dente sem o corte. Julgou-se necessária a criação de uma base para fixar o dente, para tanto foi construído um modelo que representa o osso cortical. Em seguida foi realizada a montagem dos três componentes (Fig. 1), com o propósito de iniciar a análise por elementos finitos no programa *Ansys*.

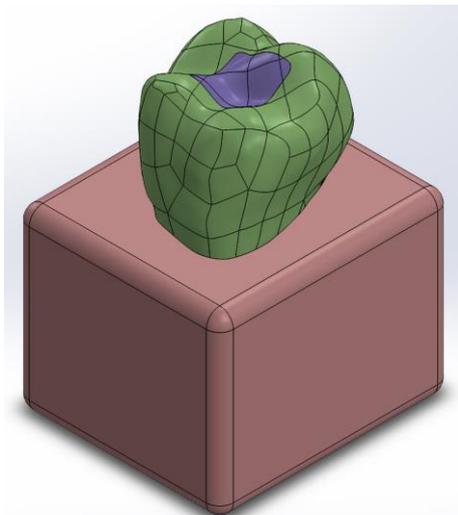


Figura 1. Montagem do modelo composto pelos três componentes.

A análise é do tipo quase-estática, já definida no programa. De início, foram inseridas as propriedades mecânicas de cada um dos três materiais empregados no modelo, as quais são apresentadas na Tabela I. Estes foram considerados materiais elásticos, lineares e isotrópicos.

TABELA I: PROPRIEDADES MECÂNICAS DOS MATERIAIS

Material	Módulo de Young E [MPa]	Coefficiente de Poisson, $\nu$
Dentina <sup>[5]</sup>	18600	0,31
Osso Cortical <sup>[5]</sup>	13700	0,30
Resina Odontológica <sup>[6]</sup>	3000	0,25

Após a definição das propriedades, foi inserida a montagem do modelo. Em seguida, o contato que é totalmente colado foi imposto e as suas regiões entre os componentes foram definidas como ilustra a Fig. 2. Os contatos foram feitos entre as raízes do dente e o osso cortical e entre a cavidade do dente e a resina.

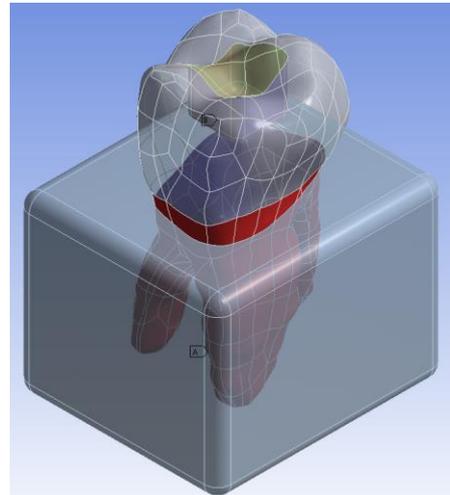


Figura 2. Regiões de contato entre os componentes do modelo.

A força de mastigação foi estabelecida em 40N [7, 8] e são aplicadas nas superfícies selecionadas do dente. O modelo do osso cortical teve suas faces laterais e inferior fixadas de acordo com a Fig. 3, onde a região roxa representa a fixação e a região vermelha a força aplicada em y no sentido negativo.

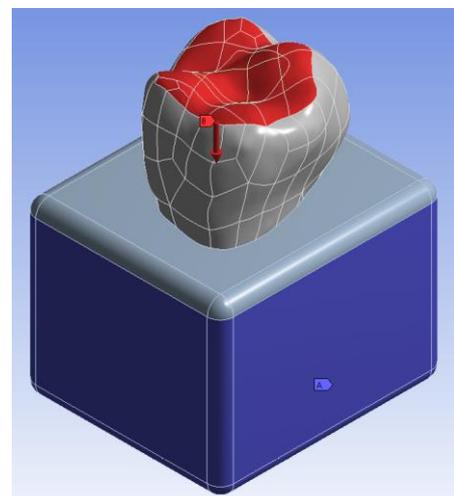


Figura 3. Área de aplicação da força de mastigação e as faces de fixação do osso cortical.

Para a construção da malha do modelo, foram admitidas duas geometrias: a *Hex Dominant* que foi aplicado com elementos na forma quadrangular e triangular e a *Tetrahedrons* que é constituído somente por elementos tetraédricos. Simultaneamente a essas duas geometrias ocorreu a variação do tamanho do elemento entre 1 e 0,2 mm, e também a alternância entre a ordem da função de interpolação do elemento, entre a linear e a quadrática. Os parâmetros para a construção de cada uma das malhas e o número de nós e elementos gerados foram organizados na Tabela II. É necessário salientar que um pequeno número de testes não foi representado, pois eles apresentaram erro na geração da malha, causado pela complexidade da geometria do modelo.

TABELA II: PARÂMETROS DAS MALHAS

Geometria	Tamanho Elemento [mm]	Ordem da função de interpolação do elemento	Nº de Nós	Nº de Elementos
<i>Hex Dominant</i>	1	Linear	10025	13983
	0,8		16600	22419
	0,2		539768	632088
	1	Quadrática	44728	14007
	0,8		74067	22922
	0,5		214001	63876
	0,5 <sup>a</sup> e 0,3 <sup>b</sup>		223627	66711
<i>Tetrahedrons</i>	1	Linear	8135	38014
	0,8		14319	70341
	0,5		52146	275705
	0,5 <sup>a</sup> e 0,3 <sup>b</sup>		54367	287162
	1	Quadrática	57391	37285
	0,8		104080	70534
	0,5		390582	275056
	0,5 <sup>a</sup> e 0,3 <sup>b</sup>		407052	286502

<sup>a</sup>. Tamanho do elemento do dente e do osso cortical.

<sup>b</sup>. Tamanho do elemento da resina odontológica.

Para a análise dos resultados foi fundamental criar dois pontos no modelo da resina, estes são indicados na Fig. 4 e 5. Eles são empregados para verificar a convergência de resultados do deslocamento máximo em cada um dos pontos.

O deslocamento máximo do modelo inteiro não serve de parâmetro para a análise de convergência, pois o ponto de máximo não será o mesmo para cada uma das análises, por causa das malhas. O ponto 1 foi empregado na face superior da resina, pois é a área onde o deslocamento é maior, já o ponto 2 foi utilizado para mostrar se os resultados obtidos com o uso das diferentes malhas se apresentam da mesma forma que no ponto 1.

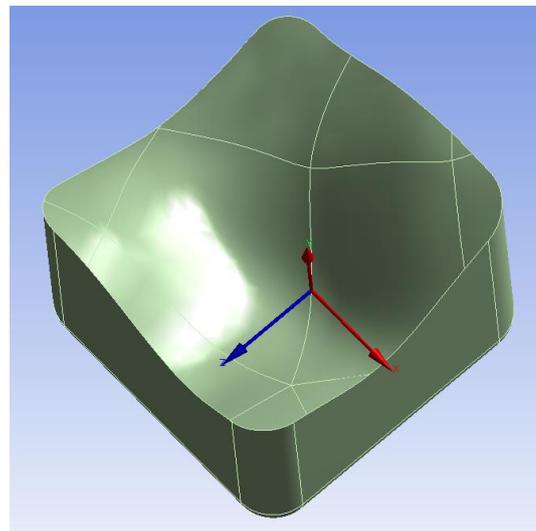


Figura 4. Ponto 1 na superfície da resina.

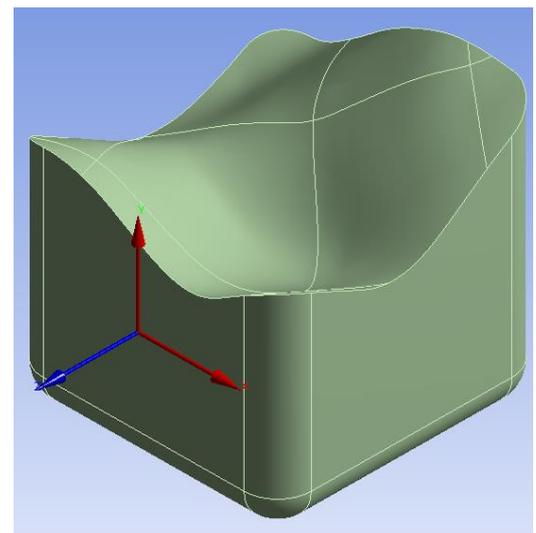


Figura 5. Ponto 2 na lateral da resina.

Em seguida as equações básicas do modelo de estrutura estática foram solucionadas, gerando os resultados do deslocamento máximo sofrido no modelo e nos dois pontos criados.

#### IV. RESULTADOS

Com base nas soluções das proposições de configuração de malha e outras imposições feitas anteriormente, as Fig. 6 e 7 ilustram, respectivamente, uma malha com a geometria *Hex Dominant* e a outra com a geometria *Tetrahedrons* e a Fig. 8 representa o modelo em seu estado deformado.

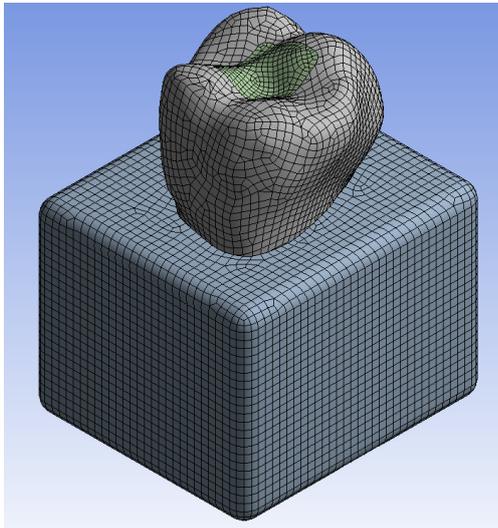


Figura 6. Malha da geometria *Hex Dominant*.

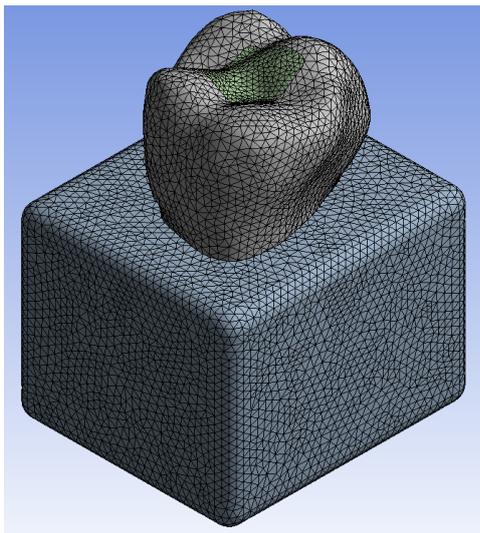


Figura 7. Malha da geometria *Tetrahedrons*.

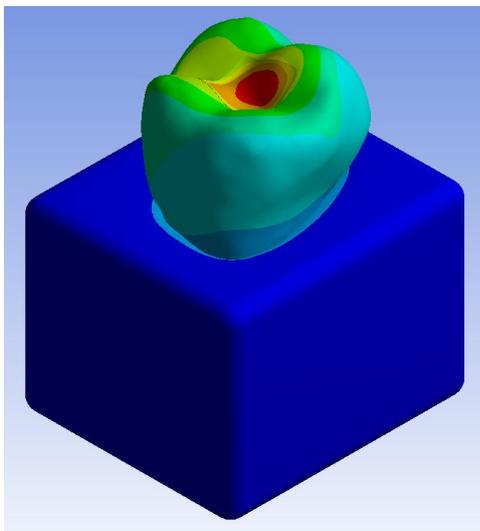


Figura 8. Configuração deformada do modelo.

Como consequência de cada uma das análises de deformação, os deslocamentos máximos resultantes foram arranjados na Tabela III na mesma ordem da Tabela II.

TABELA III: DESLOCAMENTOS RESULTANTES

Geometria	Ordem da função de interpolação do elemento	Deslocamento [mm] <sup>c</sup>		
		Ponto 1	Ponto 2	Modelo
<i>Hex Dominant</i>	Linear ( <i>SOLID185</i> )	6,0867	3,7778	7,5016
		6,2883	3,8139	7,5267
		6,5916	3,9548	7,8472
	Quadrática ( <i>SOLID186/ SOLID187</i> )	6,6280	3,9611	7,8019
		6,5737	3,9707	7,8483
		6,6143	3,9722	7,8815
<i>Tetrahedrons</i>	Linear ( <i>SOLID185</i> )	5,9937	3,6829	7,2019
		6,2424	3,7467	7,4117
		6,3975	3,8506	7,6142
	Quadrática ( <i>SOLID187</i> )	6,4667	3,8442	7,6898
		6,5504	3,9409	7,8243
		6,5983	3,9506	7,8414
		6,6264	3,9638	7,8607
		6,6197	3,9659	7,8707

<sup>c</sup>. Todos os valores são multiplicados por 10<sup>-4</sup>.

Para melhor visualização da convergência de resultados apresentados na Tabela III, foram criadas as Fig. 9 e 10 à medida que a malha foi refinada.

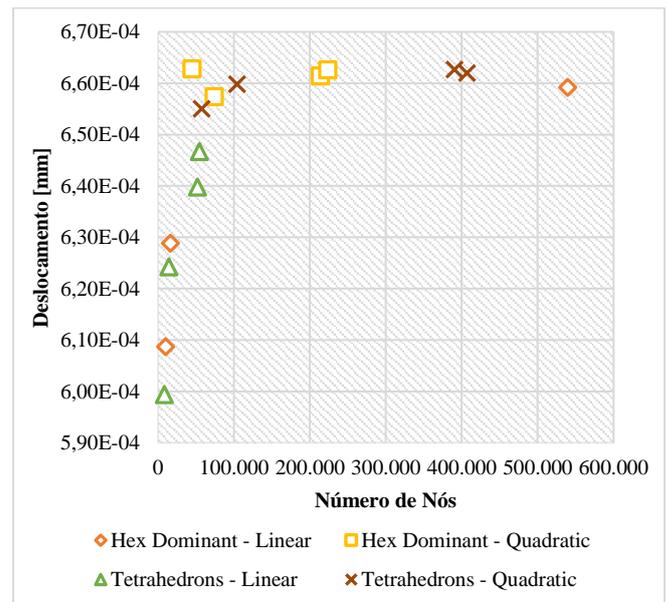


Figura 9. Deslocamento do ponto 1 na resina em relação ao número de nós.

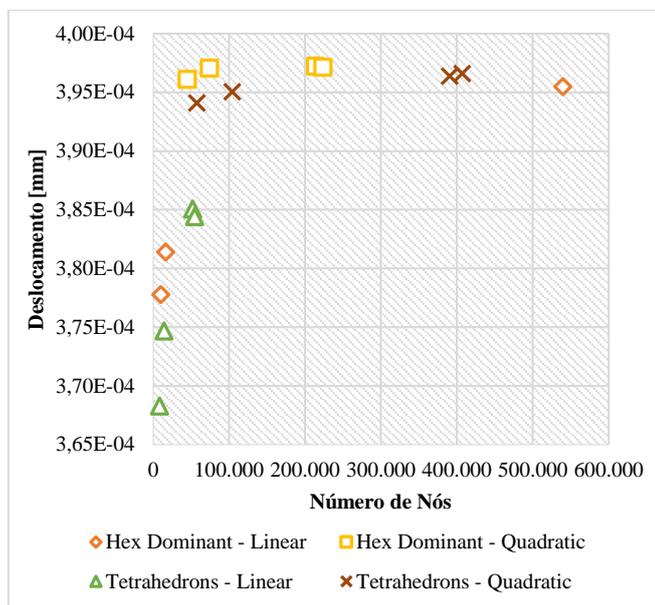


Figura 10. Deslocamento do ponto 2 na resina em relação ao número de nós.

Conforme os dados apresentados nas Fig. 9 e 10, os valores dos deslocamentos máximos nos pontos estudados apresentam convergência, pois sua variação está no máximo em 10%.

A partir do uso do refinamento do tipo “p”, é possível notar que os elementos de ordem quadrática empregados nas malhas têm uma variação pequena entre os seus resultados de deslocamento máximo. Esta variação é inferior se comparados aos elementos de ordem linear. Isto é causado pela inserção de nós intermediários em cada aresta, elevando o número de nós, e conseqüentemente alcançando uma aproximação mais rápida entre os resultados obtidos, evitando a diminuição excessiva do tamanho do elemento. Apesar do refinamento p não aumentar o número de elementos, no estudo é possível verificar que ocorre um aumento ao número de elementos conforme a Tabela II. Entretanto, como o acréscimo é baixo, ainda será considerado somente como um refinamento p.

Com o uso do refinamento do tipo “h” foi verificado que uma das análises com ordem de elemento linear e tamanho de elemento de 0,2 mm apresentou um resultado que está dentro da margem de resultados das funções de interpolação quadráticas, devido ao grande número de nós e elementos que foram gerados na malha, causando assim uma melhor aproximação do deslocamento máximo nos pontos.

Além disso, constata-se que as análises que possuem malha com os elementos de tamanho 0,5 e 0,3 mm e somente 0,5 mm, apresentam resultados de deslocamento máximo muito próximos quando são empregados os elementos de ordem quadrática. Isso para as duas geometrias, *Hex Dominant* e *Tetrahedrons*, o que indica que por menor que seja a variação no tamanho do elemento ocorrerá uma mudança nos resultados.

Entre as duas geometrias utilizadas, *Hex Dominant* e *Tetrahedrons*, a geometria *Tetrahedrons* com a ordem da

função de interpolação do elemento sendo quadrática é a melhor para o caso estudado devido a sua adaptabilidade a geometria do modelo.

## V. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Como observado na seção anterior, a análise dos deslocamentos se mostrou convergente, tendo o seu resultado melhorado a partir dos refinamentos h e p que foram empregados nas malhas.

Os parâmetros empregados na criação da malha automática para o modelo geométrico exemplificam os refinamentos p e h e o quanto eles influenciaram os resultados que foram obtidos.

Este artigo irá servir de base para expandir o estudo de restaurações com resinas odontológicas em molares, a partir de sua polimerização. Ou seja, será feita uma análise térmica, para verificar a contração sofrida pela resina, a fim de evitar problemas como a falha na interface adesiva, a qual pode causar microinfiltrações, danos pulpares e o desenvolvimento de caries marginais.

## REFERÊNCIAS

- [1] J. P. Geng, K. B. C. Tan, G. R. Liu. Application of finite element analysis in implant dentistry: a review of the literature. *Journal of Prosthetic Dentistry*, vol. 85, 6ª ed., p. 585 - 598, Junho, 2001.
- [2] C. L. Lin, C. H. Chang, C. S. Cheng, C. H. Wang, H. E. Lee. Automatic finite element mesh generation for maxillary second premolar. *Computer Methods and Programs in Biomedicine*, vol. 59, 3ª ed., p. 187 - 195, Junho, 1999.
- [3] A. Erdemir, T. M. Guess, J. Halloran, S. C. Tadepalli, T. M. Morrison. Considerations for reporting finite element analysis studies in biomechanics. *Journal of Biomechanics*, vol. 45, 4ª ed., p. 625 - 633, Fevereiro, 2012.
- [4] W. Gui, I. Babuska. The h, p and h-p versions of finite element method in 1 dimension. Part I: the error analysis of the p-version. *Numerische Mathematik*, vol. 49, 6ª ed., p. 577 - 612, 1986.
- [5] A. Boccacio, L. Lamberti, C. Pappalettere, A. Carano, M. Cozzani. Mechanical behavior of an osteotomized mandible with distraction orthodontic devices. *Journal of Biomechanics*, vol. 39, 15ª ed., p. 2907 - 2918, 2006.
- [6] H. H. K. Xu, T. A. Martin, J. M. Antonucci, F. C. Eichmiller. Ceramic whisker reinforcement of dental resin composites. *Journal of Dental Research*, vol. 78, 2ª ed., p. 706 - 712, Fevereiro, 1999.
- [7] M. Trulsson. Force encoding by human periodontal mechanoreceptors during mastication. *Archieve of Oral Biology*, vol. 52, 4ª ed., p. 357 - 360, Março, 2007.
- [8] J. A. De Boever, W. D. McCall Jr, S. Holden, M. M. Ash Jr. Functional occlusal forces: an investigation by telemetry. *Journal of Prosthetic Dentistry*, vol. 40, 3ª ed., p. 326 - 333, Setembro, 1978.