



**Simpósio de Métodos
Numéricos em Engenharia**

25 a 27 de outubro, 2017

Aplicação de um modelo de confiabilidade na determinação da probabilidade de colapso de uma viga hiperestática em concreto armado: abordagem conjunta via MEF não linear e FORM

Caio Gorla Nogueira

Professor Doutor, Departamento de Engenharia Civil
cgnogueira@feb.unesp.br

Bruno Daniel Leite Rodrigues

Graduação, Engenharia Civil
Faculdade de Engenharia de Bauru (FEB/UNESP)
Bauru, Brasil

Resumo - A previsão adequada da segurança estrutural é atualmente uma tarefa cada vez mais demandada em projetos de novas estruturas. Assim, este trabalho tem como objetivo apresentar uma abordagem alternativa para a previsão da segurança de vigas em concreto armado, a partir da consideração da influência de mais de um modo de falha. As vigas são modeladas numericamente com o auxílio de um programa computacional baseado no Método dos Elementos Finitos associado a modelos não lineares de dano e plasticidade para o concreto e aço, respectivamente. Os resultados obtidos com a aplicação do modelo via Método dos Elementos Finitos com modelos não lineares foram acoplados ao FORM (First Order Reliability Method) para as análises de confiabilidade e, com isso resultaram na determinação da probabilidade de colapso de uma viga hiperestática em concreto armado. Observou-se que a influência do modo secundário de falha foi significativa na quantificação da probabilidade de falha global da viga, pois resultou na determinação da probabilidade condicional de falha.

Palavras-chave—confiabilidade; concreto; elementos finitos; falha; não linear.

I. INTRODUÇÃO

A análise da segurança de sistemas estruturais na engenharia civil é um requisito essencial quando se concebe uma obra. Atualmente, os códigos de projeto utilizam uma abordagem semi-probabilística para a verificação da segurança dos elementos estruturais, que consiste em garantir, mediante um conjunto de critérios, que a resistência seja sempre maior ou, no limite, igual à solicitação para o estado limite considerado. Dentro desse contexto, entretanto, não existe o conhecimento sistemático do nível de segurança obtido para o sistema estrutural projetado ou para seus elementos isolados, uma vez que esse tipo de abordagem não permite avaliar probabilidades de ocorrência de falhas em relação aos modos de comportamento de interesse [1]. Como forma de melhorar a previsão da segurança de sistemas estruturais na engenharia, a Teoria da Confiabilidade Estrutural vem sendo utilizada com o objetivo de considerar de forma mais consistente as incertezas inerentes aos parâmetros de projeto, aos modelos utilizados para as previsões dos comportamentos mecânicos,

bem como à quantidade de informação disponível para a definição dos parâmetros e, com isso, avaliar probabilidades de ocorrência de cenários de interesse. No âmbito da engenharia estrutural, esses cenários de interesse são representados por falhas específicas dos elementos estruturais que podem ou não conduzir todo o sistema estrutural ao colapso. Referência [2] foi um dos pioneiros a tratar o problema da segurança estrutural de forma probabilística e, portanto, ainda continua sendo referência importante na área da confiabilidade. Referência [3] introduziu o conceito do índice de confiabilidade invariante como medida do nível de segurança e que se relaciona diretamente com a probabilidade de falha. Referência [4] propôs um algoritmo de otimização sistemático para a avaliação do índice de confiabilidade, que depende das derivadas da função de estado limite para a busca da solução otimizada (esse algoritmo foi utilizado nesse trabalho). Diversos outros trabalhos foram propostos para a disseminação da proposta das análises de confiabilidade e seus modelos na engenharia estrutural como técnica de avaliação e previsão da segurança, com a utilização de métodos aproximados e de simulação para a obtenção das probabilidades de falha [5] a [9].

No entanto, a maioria dos trabalhos desenvolvidos considerou que a falha da estrutura está associada somente ao elo mais fraco do sistema, isto é, quando esse elemento falha, todo o sistema entra em colapso. Essa abordagem é definida na literatura como *the weakest link approach*, que é nada mais do que uma associação em série dos modos de falha considerados para representar o comportamento da estrutura. As estruturas isostáticas, de modo geral, são bons exemplos que são analisados com tal abordagem. Por outro lado, estruturas em concreto armado podem apresentar alto grau de redundância (hiperestaticidade), de forma que ao se atingir a falha numa determinada seção transversal ou localização do sistema, não há necessariamente falha ou colapso de toda a estrutura. Nesses casos, em função da reserva de resistência acumulada na estrutura proveniente dos graus de hiperestaticidade, após a ocorrência de uma falha localizada, pode haver a redistribuição de esforços e, com isso, o sistema ainda é capaz de absorver as ações e permanecer equilibrado e seguro. A solução desse problema requer, portanto, a consideração de uma abordagem via confiabilidade de sistemas, que considera a contribuição de mais de um modo de falha para que ocorra o colapso de toda a estrutura. Referência [10] analisou a confiabilidade de sistemas estruturais com elevada redundância e propuseram a determinação de limites inferiores e superiores para o valor da probabilidade de falha de todo o sistema, como uma forma de abordar o problema. Referência [11] acoplou um modelo mecânico baseado no MEF (Método dos Elementos Finitos) ao FORM (Método de Confiabilidade de Primeira Ordem), MSR (Método de Superfícies de Respostas) e ao modelo de simulação de Monte Carlo para obter as probabilidades de falha de modos secundários em grelhas de concreto armado e considerar sua influência na avaliação global da probabilidade de falha do sistema. Essa

abordagem contribuiu para a melhoria da estimativa da probabilidade de falha do primeiro modo ou modo mais provável, pois considerou a influência dos demais modos importantes em sua avaliação, fornecendo uma previsão mais precisa da probabilidade de falha do sistema.

Este trabalho propõe uma técnica semelhante à utilizada por [11] para avaliação de probabilidades de falha em sistemas, porém ao invés de construir um domínio composto a partir das informações dos modos de falhas individuais, a técnica proposta obtém diretamente as probabilidades condicionais de falha do sistema com base nas análises mecânicas da estrutura. Portanto, para isso utiliza-se o acoplamento direto entre MEF e o FORM para a determinação das probabilidades. Como o modelo mecânico é não linear, a falha dos modos de falha subsequentes ocorre quando já ocorreram as falhas dos modos anteriores. Desse modo, torna-se possível obter diretamente a probabilidade de falha do sistema como uma consequência direta dos eventos de falha condicionais.

II. MATERIAIS E MÉTODOS

A. O Modelo Mecânico

O programa computacional utilizado para a realização das análises numéricas é baseado no MEF unidimensional, onde o elemento finito adotado é um elemento de pórtico plano com dois nós (um em cada extremidade do elemento) e três graus de liberdade por nó (sendo translações na horizontal – X e vertical – Y e uma rotação em torno do eixo Z). Na montagem da matriz de rigidez do elemento, foram consideradas as teorias técnicas de Euler-Bernoulli e Timoshenko, sendo que a diferença entre ambas se dá pela consideração da influência das deformações de cisalhamento nesta última, tornando-a mais precisa que a teoria de Euler-Bernoulli.

Os materiais aço e concreto foram tratados considerando seu comportamento não linear através de um modelo elastoplástico com encruamento linear isótropo positivo para o aço e o modelo de dano escalar isótropo de Mazars [12] no caso do concreto. Dessa forma, a obtenção de cargas últimas ou cargas de violação de estados limites foi possível, pois o modelo mecânico foi capaz de considerar a perda de rigidez do concreto em função do aumento da danificação e da plastificação do aço das armaduras na proximidade da ruptura estrutural.

O modelo de dano de Mazars depende de parâmetros internos (A_T , B_T , A_C e B_C) para obter o estado de danificação num ponto qualquer do elemento estrutural, à medida que a fissuração do concreto evolui. Esses parâmetros essencialmente devem ser obtidos a partir de um processo de calibração com resultados experimentais em corpos de prova de concreto à tração e compressão simples, a partir dos diagramas tensão-deformação uniaxiais. Com isso, para um determinado nível de resistência à compressão do concreto, esses parâmetros são calibrados, permitindo, assim, que o modelo numérico de dano seja capaz de

representar adequadamente o comportamento estrutural. Porém, a obtenção generalizada de resultados experimentais de ensaios à compressão e tração para diferentes classes de resistência do concreto torna o procedimento inviável, em função da necessidade de diversos ensaios. Para contornar esse limitante, o modelo mecânico utiliza um processo de calibração não linear com base no Método dos Mínimos Quadrados e técnica de Gauss-Newton, que utiliza como resposta do material, diagramas tensão-deformação teóricos. Para isso, as leis constitutivas teóricas utilizadas foram: lei proposta por Popovics [13] para o concreto à compressão; leis propostas por Figueiras [14], Collins e Vecchio [15], Nogueira [16] para o concreto à tração. Os detalhes da formulação do modelo mecânico, do processo de calibração, bem como diversos testes para sua validação podem ser encontrados nos trabalhos de [16] a [18].

B. O Modelo de Confiabilidade

A consideração da influência dos demais modos de falha do sistema foi introduzida seguindo as etapas descritas abaixo e ilustrada na Figura 1.

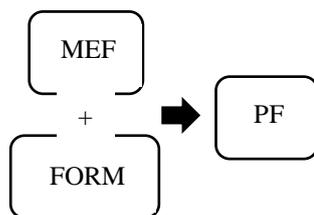


Fig. 1 – Esquema do modelo de confiabilidade e suas etapas.

Fonte: próprios autores.

Acoplamento do MEF não linear com o FORM: a carga última que a estrutura suporta referente ao modo de falha considerado é obtida impondo-se que a máxima deformação no concreto comprimido ou na armadura tracionada não ultrapasse o limite de -3,5‰ ou 5‰, respectivamente, ao longo do processo de carregamento. Assim, para cada modo de falha, o FORM utiliza as cargas últimas calculadas pelo MEF e fornece o índice de confiabilidade β e a probabilidade de falha através da relação $P_f = \Phi(-\beta)$, onde $\Phi(*)$ é a distribuição acumulada de probabilidades no espaço normal-padrão.

É interessante destacar aqui que em função da análise não linear da estrutura, com as redistribuições de esforços ocorrendo naturalmente à medida que a armadura plastifica em algumas seções transversais, não há a necessidade de impor uma rótula devido à plastificação local. Isso ocorre naturalmente como característica do processo não linear de degradação e plastificação do concreto e do aço, respectivamente. Portanto, as probabilidades de falha “individuais” obtidas para cada modo já são valores que descrevem cenários de falha dado que outras falhas já tenham ocorrido. Com isso, torna-se automático o processo de cálculo de probabilidades condicionais de falha

necessárias para a construção, por exemplo, de árvores de falha para a definição do caminho crítico de colapso da estrutura. Essa é uma contribuição importante que merece ser destacada e uma consequência do uso de modelos não lineares para a previsão do comportamento global dos sistemas estruturais utilizados.

III. ANÁLISE DE RESULTADOS

A. Viga Hiperestática de Ashour [19]

Este exemplo tem como objetivo mostrar a aplicação do modelo mecânico baseado no MEF não linear na análise de uma viga hiperestática em concreto armado. A viga ensaiada por [19] consiste em uma viga de três metros em concreto armado com três apoios e submetida a duas forças concentradas localizadas a aproximadamente a 82 centímetros das extremidades. Nesta análise serão utilizados os modelos de Vecchio e Collins, Figueiras e Nogueira para a calibração dos parâmetros internos à tração do modelo de dano, em conjunto com a lei de Popovics para a calibração dos parâmetros de compressão. Foram aplicados incrementos de deslocamentos de 0,01 mm nos pontos de aplicação das forças concentradas. A armadura transversal foi definida por estribos de 6 mm de diâmetro dispostos a cada 12 cm. A malha de elementos finitos foi constituída de 18 elementos uniaxiais. A Figura 2 representa a viga analisada. Nas Tabelas 1, 2 e 3 seguem as propriedades da viga, o posicionamento das barras de aço (adotando como referencial o centro da seção transversal), e os parâmetros de dano para os modelos utilizados, respectivamente.

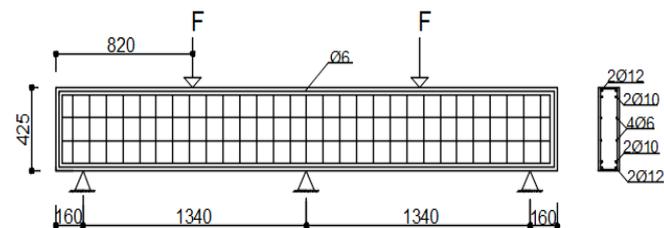


Fig. 2: Viga analisada: dimensões em milímetros.

Tabela 1 – Propriedades dos materiais.

Descrição	Parâmetro	Valor
Resistência do concreto à compressão	f_c	22,5 MPa
Resistência do concreto à tração	f_{ct}	4,19 MPa
Módulo de Elasticidade Longitudinal do Concreto	E_c	22448 MPa
Tensão de Escoamento do Aço – armadura longitudinal	f_{ys}	500 MPa
Tensão de Escoamento do Aço – armadura transversal	f_{yw}	330 MPa
Módulo de Elasticidade Transversal do Aço	E_{ys}	205 GPa
Módulo de Elasticidade Longitudinal do Aço	E_{yw}	204GPa
Módulo Plástico Longitudinal do Aço	K_{ys}	20500 MPa

Módulo Plástico Transversal do Aço	K_{Yw}	20500 MPa
Espessura do cobrimento	C	3 cm
Coefficiente de Poisson	ν	0,20

Tabela 2 – Posicionamento das barras de aço em relação ao centro geométrico da seção bruta de concreto. Valores negativos indicam que as barras estão acima do CG da viga.

Barras de Aço	Posicionamento
2 ϕ 12mm	-17,05 cm
2 ϕ 10mm	-13,95 cm
2 ϕ 8mm	-5,98 cm
2 ϕ 12mm	+17,05 cm
2 ϕ 10mm	+13,95 cm
2 ϕ 8mm	+5,98 cm

Tabela 3 – Parâmetros de dano para cada lei constitutiva.

Modelo	A_T	B_T	A_C	B_C
Vecchio e Collins	0,458	9395,645	1,002	1805,735
Figueiras	0,781	5504,485	1,002	1805,735
Nogueira	0,943	5161,220	1,002	1805,735

É importante salientar que os parâmetros para compressão são todos iguais, pois foram calibrados pela lei de Popovics. A Figura 3 mostra a trajetória de equilíbrio para a viga analisada considerando as respostas obtidas com cada conjunto de parâmetros de dano, comparadas aos resultados experimentais de [19].

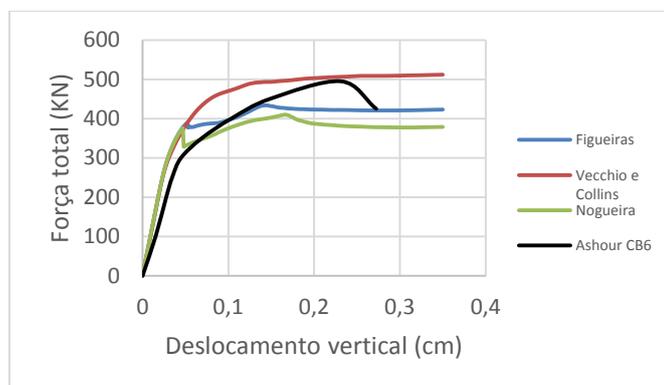


Fig. 3 – Força total x deslocamento vertical do ponto de aplicação da força concentrada.

Os resultados obtidos mostraram boa concordância com a resposta experimental apresentada por [19]. O modelo constitutivo à tração para o concreto proposto por Nogueira [18] tem um decaimento exponencial bastante severo após o pico de tensão no diagrama tensão x deformação, o que resultou na obtenção de uma resposta aquém da curva experimental. O modelo de Collins e Vecchio [15] mostrou-se melhor na obtenção do comportamento mecânico, bem como na força última da estrutura. É evidente que a comparação foi feita considerando-se apenas uma única resposta experimental e que ainda, alguns parâmetros dos

materiais, bem como o detalhamento das armaduras foram adotados neste trabalho.

B. Viga Hiperestática com Múltiplos Modos de Falha

Neste exemplo, foi analisada uma viga hiperestática com seção transversal retangular constante de (20 x 40 cm) submetida a um conjunto de cargas concentradas, com o objetivo de obter a probabilidade de falha global da estrutura, isto é, a probabilidade que leva a viga ao colapso. A Figura 4 ilustra a geometria da viga, bem como as cargas aplicadas, o diagrama de momentos fletores obtidos pela análise estrutural e ainda a malha de elementos finitos utilizada na análise.

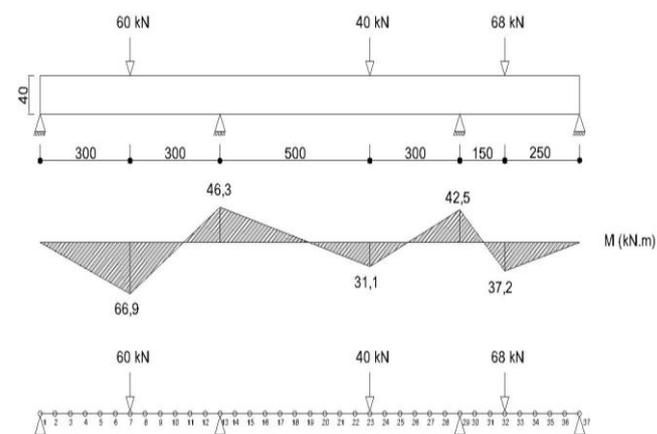


Fig. 4 – Esquema estático, diagrama de momentos fletores e malha de elementos finitos.

Em seguida, a viga foi dimensionada usando as recomendações da ABNT NBR 6118 [20] para a definição das armaduras longitudinais e transversais, bem como sua disposição ao longo do comprimento da mesma. Em todos os casos, a posição relativa da linha neutra respeitou o limite imposto pela norma que é de 0,45 para concretos com resistência característica à compressão menores que 50 MPa. As resistências características do concreto e do aço, respectivamente, utilizadas no projeto da viga foram 25 MPa e 500 MPa. A Figura 5 mostra o detalhamento e a disposição das camadas de armadura ao longo da viga e dos elementos finitos de acordo com a discretização adotada, bem como os modos de falha considerados na análise. Para essa viga, foram considerados 5 possíveis modos de falha representados pela formação de rótulas plásticas nas seções transversais com valores extremos de momento fletor ao longo da viga, conforme ilustrado no diagrama de esforços mostrado na Figura 4. A formação de cada rótula, em tese, representa um modo de falha e, em função do grau de hiperestaticidade 2 da viga, o colapso do sistema como um todo é obtido pela formação de 3 rótulas plásticas ou uma sequência de falha que caracterize a formação de um mecanismo em cada tramo da viga.

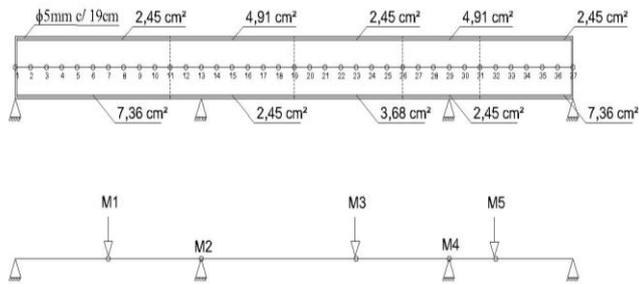


Fig. 5 – Detalhamento das armaduras e distribuição ao longo da viga e modos de falha considerados.

Dessa forma, conforme pode ser observado na configuração da viga, existem dois mecanismos de falha possíveis e que envolvem somente a formação de duas rótulas: rótulas plásticas nos modos 1 e 2 ou nos modos 4 e 5, configurando os mecanismos possíveis nos tramos extremos. Nesses casos, cada um dos tramos que contém esses modos se tornaria hipostático representando já a falha de todo o sistema e, portanto, o colapso da viga. Outras combinações ainda envolvendo a formação de rótulas em modos não adjacentes também poderiam representar o colapso da viga como, por exemplo, as rótulas 1, 3 e 4. O que se verifica é que existem alguns caminhos possíveis de falha até que o colapso global seja atingido de fato. Para estudar a influência de cada modo de falha no processo de obtenção da falha global da viga, foram realizadas análises determinísticas e puramente mecânicas com o objetivo de quantificar a carga que conduz a viga à formação de cada rótula plástica. Dessa forma, torna-se possível descobrir quais são os modos que realmente poderão influenciar a formação do mecanismo de colapso do sistema.

As análises mecânicas foram realizadas considerando-se os seguintes parâmetros: cargas atuantes mantendo a mesma relação de proporcionalidade entre si; para o aço das armaduras foi adotado módulo de elasticidade longitudinal (E_s) de 210 GPa; módulo plástico (K_s) igual a 10% de E_s para a consideração do encruamento isótopo linear positivo; concreto com resistência à compressão de 30 MPa (valor médio adotado na análise de confiabilidade); módulo de elasticidade longitudinal de 30670 MPa; módulo de elasticidade transversal de 12780 MPa; coeficiente de Poisson do concreto de 0,2; tensão de escoamento do aço de 550 MPa (valor médio adotado na análise de confiabilidade) tanto para armadura longitudinal quanto para a transversal; teoria de Timoshenko com contribuição da armadura transversal [17]; modelo de Collins e Vecchio para o concreto tracionado e de Popovics para o concreto comprimido na calibração dos parâmetros do modelo de dano de Mazars. A falha foi considerada como sendo local tanto no concreto comprimido quanto na armadura tracionada com os seguintes valores limites de deformação: -3,5% para o concreto à compressão e 5% para o aço das armaduras tracionadas. A análise não linear ocorreu com a

aplicação de incrementos iguais de carregamento a cada passo até se atingir a condição de falha local pela deformação dos materiais.

A Tabela 4 apresenta cada um dos modos de falha com as respectivas deformações no aço da armadura tracionada e no concreto comprimido quando a falha foi atingida, bem como o valor da carga última que levou a estrutura à falha segundo cada modo.

Tabela 4 – Deformações dos materiais e carga última para cada modo de falha.

Modo	ϵ_c	ϵ_s	Status concreto	Status armadura	P_U total (kN)
1	2,84%	5,00%	Não esmaga	Escoa	531,93
2	2,95%	5,00%	Não esmaga	Escoa	661,94
3	2,24%	5,00%	Não esmaga	Escoa	813,39
4	2,59%	5,00%	Não esmaga	Escoa	713,28
5	3,50%	4,90%	Esmaga	Escoa	726,18

A carga total mostrada na Tabela 1 corresponde à soma das forças atuantes nos nós 7, 23 e 32 da viga para a condição de falha de cada modo. Conforme pode ser observado, o modo de falha 1 é preponderante sobre todos os demais, mesmo em relação ao modo 2. Dessa forma, a influência dos modos de falha 3, 4 e 5 no colapso global da viga é muito pequena, uma vez que para que a formação da rótula ocorra em cada um desses modos, as rótulas nos modos 1 e 2 já ocorreram. Nesse caso, a probabilidade do colapso da viga será, portanto, calculada pela ação dos modos 1 e 2 caracterizando o mecanismo de falha do primeiro tramo da viga. Isso tem como resultado na análise de confiabilidade subsequente a obtenção de probabilidades de ocorrência de cada modo de falha muito menores em relação àquelas obtidas para os modos 1 e 2 e, portanto, tais situações podem ser desprezadas. Portanto, a probabilidade de colapso da viga será obtida neste caso pela probabilidade condicional $P(\text{Modo2}|\text{Modo1})$ obtida conforme:

$$P_{colapso} = P(\text{Modo2} | \text{Modo1}) = \frac{P(\text{Modo2} \cap \text{Modo1})}{P(\text{Modo1})} \quad (1)$$

A Tabela 5 mostra as estatísticas utilizadas para as variáveis aleatórias. Essas estatísticas foram mantidas constantes ao longo de todo o comprimento da viga.

Tabela 5 – Estatísticas das variáveis aleatórias utilizadas.

Variável	Média	Coefficiente de Variação	Distribuição de Probabilidades

f_c	30 MPa	15%	Lognormal
f_y	550 MPa	8%	Lognormal

As probabilidades de falha individuais foram obtidas pelo acoplamento direto entre o modelo mecânico em elementos finitos e o FORM. Assim, foram obtidos os seguintes valores para o índice de confiabilidade e probabilidade de falha para os modos 1 e 2:

- Modo 1: $\beta = 4,26$; $P_f = 9,97 \times 10^{-6}$
- Modo 2: $\beta = 6,04$; $P_f = 7,59 \times 10^{-10}$

O que ocorreu neste caso foi que após a ocorrência da falha pelo primeiro modo, a viga continuou absorvendo carga até que a rótula fosse formada no segundo modo. No entanto, como esses modos de falha possuem probabilidades de ocorrência bem distantes uma da outra, o colapso global somente ocorrerá após a formação da rótula pelo segundo modo. Portanto, pode-se considerar que a probabilidade de colapso da viga consiste na probabilidade de ocorrência do modo 2 dado que o modo 1 já ocorreu, isto é, $P_{\text{colapso}} = 7,59 \times 10^{-10} = P(\text{Modo2}|\text{Modo1})$ o que representa uma probabilidade de falha global muito pequena, demonstrando alto nível de segurança contra o colapso global. É importante destacar que se a análise fosse realizada utilizando-se somente as informações de falha de cada seção transversal via modelo analítico (equação de equilíbrio de momentos fletores para cada seção transversal que define cada modo), uma probabilidade de falha individual seria obtida, porém sem levar em consideração o que ocorre no sistema estrutural como um todo. Nesse caso, a probabilidade de ocorrência do modo 2 dado que o modo 1 já ocorreu somente seria possível de ser avaliada, caso a probabilidade da intersecção entre ambos os modos fosse também determinada. Tal tarefa requereria uma análise via simulação de Monte Carlo sobre o domínio composto formado pelas curvas de estado limite dos modos individuais. Apenas como ordem de grandeza, a probabilidade da intersecção de ambos os modos deveria ser de aproximadamente $7,56 \times 10^{-15}$, resultando num valor extremamente pequeno, dificultando inclusive sua obtenção. Com o uso do modelo acoplado MEF + FORM, em função do comportamento não linear dos materiais e da possibilidade de consideração pelo modelo, esse problema foi contornado obtendo-se diretamente a probabilidade condicional que, nesse caso, de fato define a probabilidade do colapso.

IV. CONCLUSÕES

O estudo mostrou a aplicação de um modelo mecânico baseado no MEF unidimensional com modelos não lineares para os materiais, acoplado a um modelo de confiabilidade via FORM para a determinação da probabilidade de falha global de uma viga hiperestática em concreto armado com múltiplos modos de falha.

A comparação entre o modelo mecânico deste trabalho e os resultados experimentais obtidos por [19] mostrou-se adequada, especialmente no tocante à obtenção da força última que levou a viga à falha total. Tal capacidade é imprescindível nas análises de confiabilidade, pois o índice de confiabilidade é obtido a partir da resposta mecânica da estrutura para cada modo de falha através de carga última que leva à violação de cada modo. Após a análise mecânica, foi adotada para a análise probabilística a lei constitutiva de Collins e Vecchio para a calibração dos parâmetros de dano à tração.

No tocante à análise de confiabilidade da viga com múltiplos modos de falha, o evento falha foi definido pela violação dos limites de deformação dos materiais em cada seção transversal solicitada pelos momentos fletores de cada pico do diagrama. Como as variáveis aleatórias foram consideradas sempre com as mesmas estatísticas ao longo de todos os elementos finitos da viga, algumas rótulas (modo 3, 4 e 5) ficaram “escondidas” atrás das rótulas 1 e 2, o que implica em ocorrência desses modos secundários somente após terem ocorrido os primeiros modos que podem levar a estrutura a uma situação de colapso. Na viga analisada, a falha inicial ocorreu no modo 1 e, em seguida, no modo 2. Como essas rótulas eram consecutivas e ainda alinhadas com o apoio da esquerda – ponto de momento fletor nulo – ao ocorrer a segunda rótula plástica, a viga entrou em colapso, não sendo consistente avaliar a existência das demais rótulas.

Assim, a probabilidade de falha global nesse caso foi dada pela probabilidade condicional entre os modos 1 e 2 e, portanto, consistiu na própria probabilidade de falha do modo 2 que já contemplava a falha do modo 1. A vantagem desse procedimento utilizado aqui está no uso do modelo não linear de materiais e da estrutura para a determinação das probabilidades de falha. O principal produto da análise não linear nesse contexto é que as redistribuições são feitas automaticamente no processo de aplicação dos carregamentos. Com isso, a violação de um estado limite ocorre após a violação de outro estado, refletindo eventos condicionais de falha ao longo da estrutura até que a falha global seja caracterizada. Nesse aspecto, o modelo acoplado MEF não linear + FORM foi capaz de atender a proposta.

Finalmente, para a viga analisada, verificou-se que a probabilidade de colapso resultou muito pequena, indicando alto grau de confiança acerca da segurança global do sistema, fato que deveria realmente ocorrer em estruturas hiperestáticas com reserva de resistência.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à UNESP, à Faculdade de Engenharia de Bauru e à Reitoria pela bolsa de IC concedida ao aluno.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Mohamed, A.; Soares, R.; Venturini, W.S. Partial safety factors for homogeneous reliability of nonlinear reinforced concrete columns. *Structural Safety*, v.23, p. 137-156, 2001.
- [2] Freudenthal, A.M. The safety of structures. *Transactions of ASCE*, v. 112, p. 125-180, 1947.
- [3] Hasofer, A.M.; Lind, N.C. Exact and invariant second moment code format. *Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE*, v. 100, n. EM1, February, p. 111-121, 1974.
- [4] Rackwitz, R.; Fiessler, B. Structural reliability under combined random load sequences. *Computers & Structures*, v. 9, p. 489-494, 1978.
- [5] Bucher, C.G.; Bourgund, U. A fast and efficient response surface approach for structural reliability problems. *Structural Safety*, 7(1), p. 57-66, 1990.
- [6] Enevoldsen, I.; Faber, M.H.; Sorensen, J.D. Adaptive response surface techniques in reliability estimation. *Structural Safety & Reliability*. In: Schueller, Shinozuka & Yao, Balkema, Rotterdam, p. 1257-1264, 1994.
- [7] Guan, X.L.; Melchers, R.E. Effect of response surface parameter variation on structural reliability estimates. *Structural Safety*, v. 23, n. 4, p. 429-444, 2001.
- [8] Roos, D.; Bucher, C. Adaptive response surfaces for structural reliability of nonlinear finite element structures. NAFEMS Seminar: Use of Stochastics in FEM Analysis, May 7-8, Wiesbaden, Germany, 2003.
- [9] Wong, S.M.; Hobbs, R.E.; Onof, C. An adaptive response surface method for reliability analysis of structures with multiple loading sequences. *Structural Safety*, v. 27, p. 287-308, 2005.
- [10] Ditlevsen, O.; Bjerager, P. Reliability of highly redundant plastic structures. *Journal of Engineering Mechanics, ASCE*, v. 110, n. 5, May, p. 671-693, 1984.
- [11] Never, R.A.; Chateaufneuf, A.M.; Venturini, W.S. Component and system reliability analysis of nonlinear reinforced concrete grids with multiple failure modes. *Structural Safety*, v. 30, p. 183-199, 2008.
- [12] Mazars, J. Application de la mécanique de l'endommagement au comportement non linéaire et à la rupture du béton de structure. Thèse de Doctorat d'État, Université Paris 6, Paris, 1994.
- [13] Popovics, S.A. numerical approach to the concrete stress-strain curve of concrete. *Cement and Concrete Research*, v. 3, p. 583-599, 1973.
- [14] Figueiras, J.A. Ultimate load analysis of anisotropic and reinforced concrete plates and shells. Ph.D. Thesis, Department of Civil Engineering, University College of Swansea, 1983.
- [15] Collins, M.P.; Vecchio, F.J. The modified compression-field theory for reinforced concrete elements subjected to shear. *ACI Journal*, v. 83, n. 2, p. 219-231, 1986.
- [16] Nogueira, C.G. Desenvolvimento de modelos mecânicos, de confiabilidade e de otimização para aplicação em estruturas de concreto armado. Tese (Doutorado), Escola de Engenharia de São Carlos, USP, 2010.
- [17] Nogueira, C.G.; Venturini, W.S.; Coda, H.B. Material and geometric nonlinear analysis of reinforced concrete frame structures considering the influence of shear strength complementary mechanisms. *Latin American Journal of Solids and Structures*, v. 10, p. 953-980, 2013.
- [18] Nogueira, C.G. Modelo mecânico para estruturas lineares em concreto armado – uma abordagem acoplada entre a mecânica do dano e algoritmos de otimização. *Engenharia Estudo e Pesquisa*, v. 12, n. 2, Santa Maria, pp. 14-27, Julho/Dezembro, 2012.
- [19] Ashour, A.F. Tests of Reinforced concrete continuous deep beams. *ACI Structural Journal*, v. 97, n. 1, p.3-12, 1997.
- [20] Associação Brasileira de Normas Técnicas NBR 6118: *Projeto de estruturas de concreto – procedimento*, Rio de Janeiro, 2014, 238 p.