



**Simpósio de Métodos
Numéricos em Engenharia**

25 a 27 de outubro, 2017

SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE ESCOAMENTOS EM MOTORES-FOGUETES

Luan Lamon Machado
Saionara Coelho Peixoto
M.Sc. Leandro Marochio Fernandes
Instituto Federal do Espírito Santo, IFES
Cachoeiro de Itapemirim – ES, Brasil
luanlamon@hotmail.com

Resumo—Neste trabalho foi estudado o comportamento do escoamento no bocal convergente-divergente por meio de aproximações numéricas aplicando o Método dos Volumes Finitos em uma geometria pré definida utilizada em motores foguetes. Dentre as ferramentas necessárias para o delineamento deste artigo podemos destacar o Gmsh para reprodução do modelo geométrico bem como a elaboração e estruturação da malha hexagonal do motor-foguete de 200 N de empuxo, o OpenFoam na realização da modelagem do problema e processamento da solução e o GnuPlot para monitorar o erro residual. Por meio destes softwares analisamos três situações: escoamento subsônico, supersônico irreversibilidades e a condição ideal denominada como curva de projeto.

Palavras-chave—Método dos Volumes Finitos; Onda de choque; OpenFoam; Simulação numérica;

I. INTRODUÇÃO

A compreensão dos complexos fenômenos envolvidos em termofluidociências é de extrema importância quando se deseja estudar distintas áreas da engenharia, isto é, desde a análise do escoamento sanguíneo aplicados a biomecânica, ou a compreensão do movimento da massa de ar observado na meteorologia, passando aos conceitos diversos de aerodinâmica tais como a sustentação e arrasto bastante utilizado por engenheiros aeronáuticos e automobilísticos, temos uma série de efeitos que se somam dificultando o entendimento de uma determinada aplicação.

Como maneira de contornar essa dificuldade aparente, podemos estudar os casos mais simples e seguir com os estudos até chegar a mecanismos mais complexos.

Seguindo essa linha de raciocínio, o presente trabalho foca esforços no estudo numérico de um escoamento compressível do clássico bocal de Laval também conhecido por bocal Convergente-Divergente (C-D) utilizado em um motor foguete de 200N de empuxo.

Bocais do tipo C-D são componentes responsáveis pela grande aceleração dos produtos de combustão, permitindo que esses gases de exaustão atinjam velocidades muito superiores à de entrada, podendo até mesmo alcançar velocidades supersônicas. Por este fato são utilizados em motores foguete, já que a elevada quantidade de movimento proveniente da energia cinética do escoamento resulta em uma grande força de empuxo.

A determinação das características do escoamento num bocal C-D pode ser realizada experimentalmente, analiticamente ou através de uma análise computacional, obtendo-se uma previsão de seu comportamento baseando-se em equações diferenciais já consagradas da mecânica dos fluidos, como a conservação da massa, quantidade de movimento e energia.

Na prática essas equações são extremamente difíceis de serem resolvidas analiticamente, e como os custos envolvidos para a busca de uma solução experimental são muito altos, fica evidenciado a necessidade de se utilizar recursos computacionais que através da simulação numérica dessas equações, permitam obter um bom resultado, aproximado, com uma pequena e controlada margem de erro.

Para tal, será utilizado o pacote “opensource” OpenFoam escrito em C++ e baseado no Método de Volumes Finitos (MVF). A partir

dele será possível analisar do escoamento compressível no interior da tubeira de Laval, verificar os fenômenos envolvidos, dentre eles o aparecimento da onda de choque, e obter uma curva de projeto.

II. ASPECTOS TEÓRICOS

A modelagem do comportamento fluido consiste em a partir da hipótese do contínuo obter um conjunto de expressões matemáticas que descrevem os três princípios da física: conservação da massa, da energia e da quantidade de movimento (2ª Lei de Newton). Tal conjunto é referenciado na dinâmica dos fluidos computacional como equações de Navier-Stokes.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \vec{V} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \vec{V}) = \rho \vec{g} - \nabla p + \nabla^2 \vec{V} \quad (2)$$

$$\frac{\partial (\rho \hat{u})}{\partial t} + \nabla \cdot [\rho \hat{u} \vec{V}] = \nabla \cdot [K \nabla \theta] - P(\nabla \cdot \vec{V}) + \phi + q''' \quad (3)$$

$$P = P(\rho, T) \quad (4)$$

Sendo ρ a massa específica, $\vec{V}$ o vetor velocidade, $\vec{g}$ a aceleração da gravidade, T a temperatura, K a condutibilidade térmica, P a pressão e q''' o sorvedouro de calor por unidade de volume, θ a temperatura absoluta, ∇ o operador vetorial e ϕ a função dissipação viscosa.

Tratando-se da resolução de problemas de engenharia, constata-se a dificuldade eminente em manipular as equações de Navier-Stokes (equações diferenciais parciais – EDP's) além da necessidade de analisar uma grande quantidade de variáveis envolvidas na situação real.

Uma maneira de contornar esse problema aparente é utilizar hipóteses que simplifiquem as equações de conservação sem deixar de satisfazer a física envolvida no escoamento em motores-foguetes. As considerações foram:

- 1) Regime permanente;
- 2) Escoamento quase unidimensional;
- 3) Assume-se que as paredes são adiabáticas;
- 4) Não há forças viscosas;
- 5) O fluido será tratado como uma mistura de gases termicamente perfeitos com equilíbrio térmico entre as espécies químicas (gás ideal);
- 6) Desprezo dos efeitos da gravidade.

Como resultado, após algumas manipulações das equações de Navier-Stokes, foi possível demonstrar que o processo é isentropico ao longo de quase todo o dispositivo, com exceção da região onde ocorre a onda de choque – fenômeno irreversível responsável pela variação abrupta das propriedades do escoamento.

Do ponto de vista matemático, a modelagem inicial permitiu representar o escoamento, quando este, é isentropico Eqs. (5, 6 e 7).

$$\frac{p_0}{p} = \left[1 + \frac{k-1}{2} M^2 \right]^{\frac{k}{k-1}} \quad (5)$$

$$\frac{T_0}{T} = 1 + \frac{k-1}{2} M^2 \quad (6)$$

$$\frac{\rho_0}{\rho} = \left[1 + \frac{k-1}{2} M^2 \right]^{\frac{1}{k-1}} \quad (7)$$

E posteriormente outras relações Eqs.(8 e 9) capazes de relaciona as propriedades antes e após o aparecimento do choque normal.

$$M_2^2 = \frac{M_1^2 + \frac{2}{k-1}}{\frac{2k}{k-1} M_1^2 - 1} \quad (8)$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{\left(1 + \frac{k-1}{2} M_1^2 \right) \left(k M_1^2 - \frac{k-1}{2} \right)}{\left(\frac{k+1}{2} \right)^2 M_1^2} \quad (9)$$

Embora essas equações sejam uteis para uma compreensão inicial, seria difícil e/ou até mesmo impossível calcular de forma analítica as variáveis pressão (P), temperatura (T) e Mach (M) ao longo de toda a tubeira. Por isso, há a necessidade de resolver o problema a partir de métodos numéricos utilizando a Dinâmica dos Fluidos Computacional (DFC), em inglês *Computational Fluid Dynamics* (CFD).

O CFD consiste na área da computação científica que estuda métodos computacionais para simulação de fenômenos que envolvem fluidos em movimento com ou sem troca de calor (FORTUNA, 2000).

Para realizar qualquer implementação, verificação e validação de um modelo utilizando CFD é necessário espírito crítico acentuado, conhecimento do fenômeno físico e da matemática envolvida no problema. A Fig. 1 mostra o fluxo de trabalho para obtenção de uma solução utilizando o CFD, no qual três são as etapas para se chegar na solução: etapa de pré-processamento, processamento e pós-processamento.

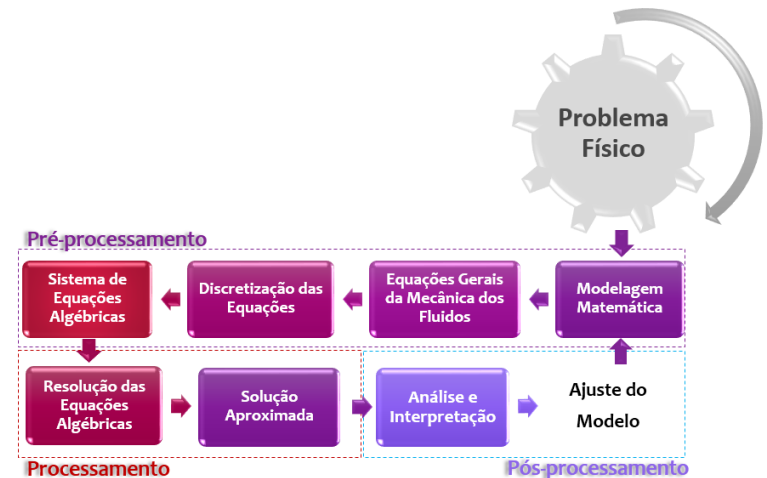


Figura 1: Etapas para obtenção de uma solução numérica em CFD.

Primeiramente na etapa de pré-processamento é realizada a modelagem matemática do problema físico, seguido da seleção das equações diferenciais parciais e suas condições de contorno.

Com o modelo matemático selecionado, o método de discretização apropriado deve ser escolhido para aproximar as equações diferenciais em um sistema de equações algébricas que envolvam as variáveis do problema a serem obtidas em localizações discretas no espaço e no tempo [2].

Posteriormente a etapa de processamento consiste em utilizar algum tipo de solução numérica para resolução das equações que descrevem o problema.

Por ultimo temos a etapa de pós-processamento que permitirá analisar e interpretar o resultado da simulação. Caso este satisfaça a condição de projeto, pode-se finalizar o processo iterativo, caso contrário deve-se analisar possíveis erros de modelagem e refazer todas as etapas da simulação.

III. METODOLOGIA

O estudo utilizou das três etapas citada acima para solucionar o problema físico, que consiste em um bocal C-D de um motor foguete de 200N de empuxo proposto por Salvador [8].

A. Pré-Processamento

Nesta primeira etapa enfatizamos na reprodução da geometria e construção da malha, ambos utilizando o software Gmsh por ser uma ferramenta que permite a parametrização tridimensional a partir da similaridade geométrica.

A Fig.2 ilustra o uso do Gmsh na reprodução do modelo geométrico proposto por [8], e elaboração a malha.

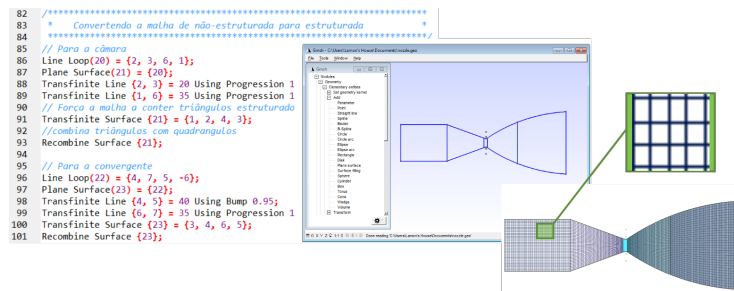


Figura 2: Desenho esquemático do Motor foguete.

Em se tratando de malha computacional, quando adequadamente aplicada pode resultar no sucesso da simulação numérica. Cientes que a modelagem do problema tratou o escoamento como quase unidimensional, surge a necessidade de realizar a estruturação hexagonal da malha, por duas razões: com a imposição de hexaedros tem-se uma malha alinhada a direção do escoamento e como na malha estruturada as linhas e pontos estão distribuídos de forma

organizada seguindo uma lei de formação entre os volumes e os nós do domínio, não haverá a necessidade de se resolver a matriz de conectividade como ocorre nas malhas não estruturadas aplicadas ao MVF.

Após a elaboração da geometria e malha será necessário realizar um estudo de convergência de malha para garantir uma transição suave entre os seus elementos a fim de evitar difusão numérica. O estudo de convergência consiste em estudar a variação de um parâmetro específico em função do numero de elementos empregados.

Observou-se a distribuição da razão de pressões em duas malhas distintas: uma com 8160 elementos (Fig. 3.a) e outra mais refinada contendo 11560 elementos (Fig. 3.b). O resultado é apresentado na Fig. 4.

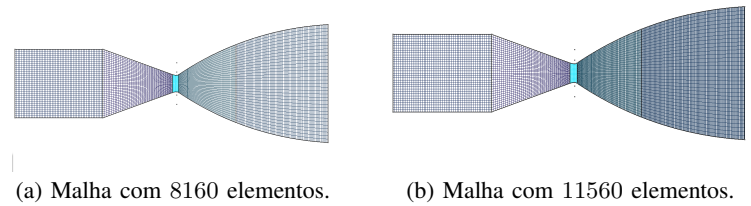


Figura 3: Refinamento da malha computacional.

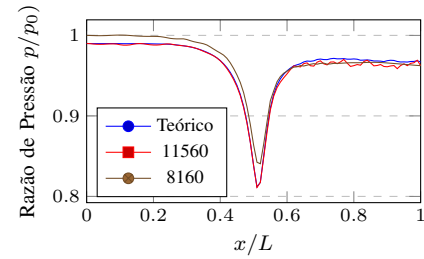


Figura 4: O efeito do número de elementos na qualidade da solução.

Comparando os resultados obtidos para as distintas malhas (Fig. 4), podemos inferir sobre a vantagem de refinar a malha, isto porque o aumento no numero de elementos hexaédricos permite reproduzir de forma mais exata a variação da pressão e de outras propriedades internas do escoamento.

Entretanto o estudo de convergência de malha não garante por si só um bom resultado. Existem métricas que podem ser observadas para a malha conter uma qualidade aceitável. Dentre essas, observou-se a ortogonalidade dos elementos, a razão de aspecto e o *skewness*, garantindo a qualidade da malha, podendo assim passar para a fase de processamento.

B. Etapa de processamento

Avançando no desenvolvimento dos estudos, foi realizada a exportação das informações do Gmsh para o software CFD OpenFoam (*“Open source Field Operation And Manipulation”*) que é um programa desenvolvido em linguagem C++ originalmente destinado a análise numérica (processamento) de problemas envolvendo termofluidos.

Basicamente o programa utiliza do Método dos Volumes Finitos (MVF) para analisar o escoamento de fluidos permitindo a obtenção das distribuições de diversas propriedades como velocidade, pressão e temperatura na região do escoamento.

Quanto a sua estrutura o OpenFoam é dividido em diversos diretórios específicos. Concentraremos esforços no diretório “*tutorials*” que compreende de alguns exemplos com “*solvers*” nativos do OpenFoam (veja a Fig.5).

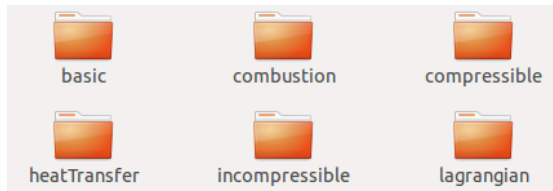


Figura 5: *Solvers* nativos do diretório *Tutorials*

Note na Fig.5 que existem diversos arquivos com diferentes aplicabilidades, tais como: análise de combustão, transferência de calor e outros não menos importante. Cada uma destas pastas são subdivididas em solucionadores que contém informações essenciais para resolução de problemas de engenharia. Dentre os “*solvers*” disponíveis, utilizamos o “*compressible*” pois o presente estudo envolve escoamento de gás no bocal C-D, e o mesmo é compressível.

A Fig. 6 ilustra a subdivisão das pastas que contem o caso *compressible*.

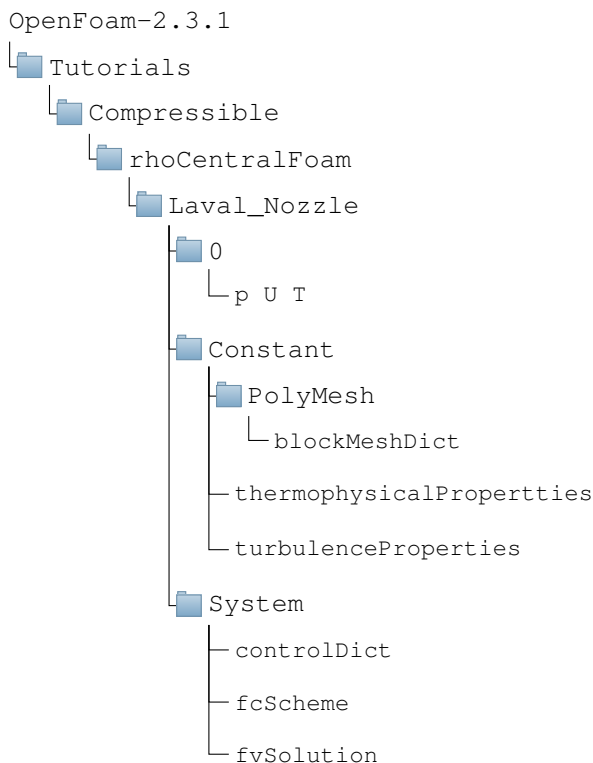


Figura 6: Diretórios Internos do OpenFoam

Ao analisar os arquivos contidos na pasta “*compressible*”, observa-se a sub-divisão do *solver* em solucionadores, estes, separados segundo os modelos e/ou métodos de resolução que utilizam.

Os solucionadores disponíveis para o presente caso envolvendo escoamento compressível, podendo este ser transitório ou não, consiste em *rhoCentralFoam* e *sonicFoam*, os demais casos são mais adequados para problemas específicos com malhas móveis e superfície porosa. Desta forma, a escolha do método de resolução fica restrita a utilização de um dos dois *solvers*.

Independente do solucionador utilizado, todos eles são subdivididos no mínimo em três pastas editáveis (Fig. 6) para satisfazer o problema estudado:

- 1) Pasta 0: Contém os arquivos referentes as condições de contorno e iniciais do problema a serem informados para a simulação;
- 2) Pasta *Constant*: Contém arquivos referentes ao processo de geração de geometria e malha, arquivos referentes as propriedades físicas do fluido (para o presente trabalho utilizou-se o ar) e do modelo de turbulência empregado (neste caso optou-se num primeiro momento não considerar os efeitos de turbulência do escoamento);
- 3) Pasta *System*: Contém os arquivos com as especificações dos métodos de discretização das equações, os métodos de solução do sistema de equações algébricas, o número de Courant, dentre outras informações.

Sabendo que quando comparados os *solvers* apresentam certas peculiaridades, espera-se que um deles seja mais eficaz para capturar o fenômeno da onda de choque. Analisando as diferenças existente entre os *solvers*, um estudo realizado na universidade de Boston por [6] demonstrou melhores resultados com a utilização do *rhoCentralFoam*, que apresentou curvas mais nítidas para os gráficos de pressão, velocidade e temperatura. Além disso quando comparados, o solucionador *sonicFoam* requereu mais tempo de iteração (referente ao instante simulado em que os dados são escritos – em segundos) para alcançar o mesmo resultado obtido utilizando o *rhoCentralFoam*, consequentemente o tempo de processamento necessário para resolução do problema aumenta.

O ótimo desempenho do *rhoCentralFoam* na presença de choque é devido o solver utilizar análise numérica baseada no método de Gudonov Riemann, capaz de prever o aparecimento da onda de choque, explica [5].

No solucionador *rhoCentralFoam* especificamos as condições de simulação, isto é, os valores iniciais e as condições de contorno que definem o problema. Basicamente fornecemos os dados iniciais para as variáveis de pressão, temperatura, velocidade e limitamos o tempo de simulação para 4 segundos.

As fronteiras físicas do problema bidimensional a ser simulado é apresentada na Fig. 7. Nela pode-se observar a entrada, saída e a parede chamada de Bocal C-D.

Em se tratando das condições iniciais e de contorno do motor, é

necessário informar ao software as condições de cada propriedade nas fronteiras físicas.

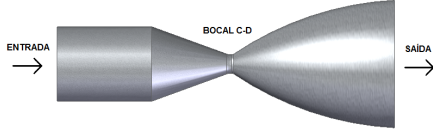


Figura 7: Seções que delimitam as fronteiras

Para a pressão, na superfície de entrada C-D atribuiu-se a condição de fronteira de Pressão Total (bastante útil já que se desconhece a velocidade de entrada). Na saída utilizou-se a condição limite (Transmissão de Onda) para evitar que haja reflexão de ondas no interior do domínio. Como condição inicial assumiu-se uma pressão constante igual a pressão de saída.

Para a temperatura utilizou-se a condição de fronteira de Newman (Gradiente Zero) para todas as superfícies. Já para a condição inicial determinou-se que a temperatura seja a ambiente e constante.

Para a velocidade adotou-se na entrada e saída do bocal a condição igual a Gradiente Zero, enquanto que nas paredes admitiu-se a condição de escorregamento, i.e., não existe atrito do fluido com a estrutura do bocal. Inicialmente o campo de velocidades é constante.

Por se tratar de um problema bidimensional adotou-se para a coordenada z a condição de vazio para todas as propriedades (*empty*), uma vez que o OpenFoam só trabalha no campo tridimensional e precisa deste tipo de recurso para análises em 2D.

Todas as considerações utilizadas neste estudo estão melhor apresentadas na Tabela I.

Tabela I: Condições de contorno

	Pressão (P)	Temperatura (T)	Velocidade (U)
Entrada	Pressão Total	Gradiente Zero	Gradiente Zero
Saída	Transmissão de Onda	Gradiente Zero	Gradiente Zero
bocal	Gradiente Zero	Gradiente Zero	Escorregamento

C. Pós - Processamento

Nesta etapa visualizamos o resultado da simulação. Para isso utilizamos uma ferramenta capaz de visualizar o resultado numérico e o comportamento do escoamento (ParaView) e uma ferramenta que monitora os resíduos (Gnuplot).

IV. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Para que o motor-foguete seja eficiente é necessário que o escoamento atinja velocidades superiores a do som, entretanto nem sempre isso acontece. Existem algumas condições que impossibilitam a aceleração do escoamento, por exemplo a razão de pressão adotada entre as seções a montante e a jusante.

Seja a razão de pressão um parâmetro essencial para o sucesso do projeto, é necessário determinar uma condição dita “ideal” que

garanta a máxima força de empuxo. Neste contexto várias razões de pressão são analisadas até alcançar a melhor condição.

Embora foram realizado o estudo de diversas razões de pressão, citaremos apenas três valores suficientes para descrever o comportamento do escoamento em seus distintos regimes: subsônico, supersônico com aparecimento de ondas de choque, e por ultimo a curva de projeto, caracterizada pelo fluxo supersônico com irreversibilidades desprezíveis.

A. Escoamento subsônico

Fixando uma pressão de entrada ao mesmo tempo que alteramos a pressão a jusante, é possível variar a velocidade do escoamento. Neste contexto, utilizamos uma razão de pressão de 0,89 entre a jusante e a montante e monitoramos o erro residual (veja a Fig.8) até atingir um valor suficientemente pequeno, na ordem de 10^{-8} .

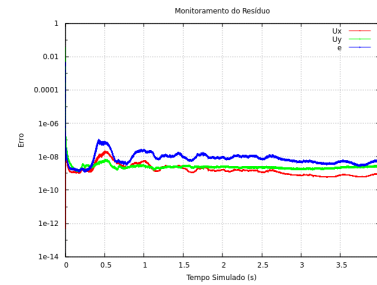
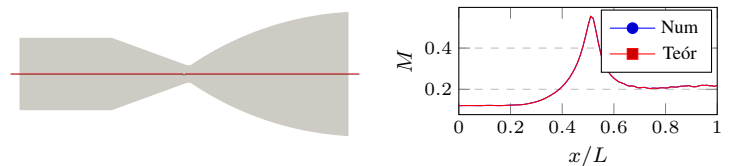


Figura 8: Erro residual obtido com a malha adotada.

Baixos valores de resíduos representam uma boa convergência e garantem que as equações de conservação foram resolvidas com pequenos erros, resultando na qualidade da simulação numérica. Entretanto não garante a acurácia do resultado obtido, para isso será necessário comparar o resultado numérico com o esperado na teoria.

Uma vez que o escoamento é isentropico no interior da tubeira para uma razão de pressão de 0,89, tem-se que a Eq.5 deve ser satisfeita. A partir disso, plota-se as curvas para as velocidades adimensionalizadas em termos de Mach (M) e a razão entre o comprimento axial (x) e o comprimento do bocal C-D (L) tomando como referência o eixo de simetria ilustrado na Fig. 9a.



(a) Linha de referência admitida para solução numérica. (b) Resultado Numérico vs Teórico para a velocidade.

Figura 9: Validação para o caso subsônico, efeito da velocidade.

Note na Fig. 9.b que o comportamento da solução numérica é análogo ao resultado teórico esperado (obtido com o emprego da Eq. 5), com um desvio relativo cometido inferior a 1%.

Veja na Fig.10.b que o escoamento é acelerado no bocal convergente, entretanto a razão de pressão não é suficiente para o fluxo alcançar a velocidade sônica na garganta, por isso ao chegar no difusor o escoamento é desacelerado.

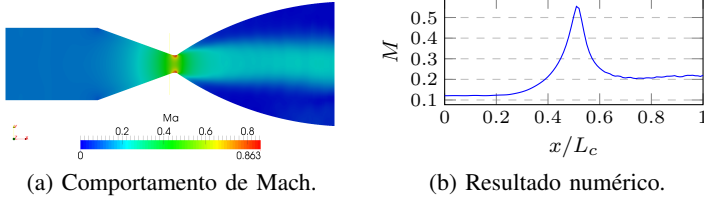


Figura 10: Variação da velocidade em termos de Mach.

B. Escoamento supersônico com a presença de irreversibilidades

Diferente do caso anterior, aqui a razão de pressão empregada é suficiente para acelerar o escoamento até a obtenção de um Mach crítico ($M = 1$) na garganta do bocal.

Os procedimentos para obtenção dos resultados numéricos consistiu analisar o dispositivo sujeito a uma variação de pressão de 0,35. Os dados numéricos da simulação foram monitorados a um valor também inferior a 10^{-8} , posteriormente o resultado obtido foi comparado com o valor teórico esperado a fim de verificar se os dados estão em conformidade.

Neste caso a análise da acurácia dos dados numéricos requiriu o emprego de duas equações, a Eq. 5 válida para o escoamento isentrópico e a Eq. 8 utilizada pontualmente nas regiões imediatamente antes e após o aparecimento da onda de choque.

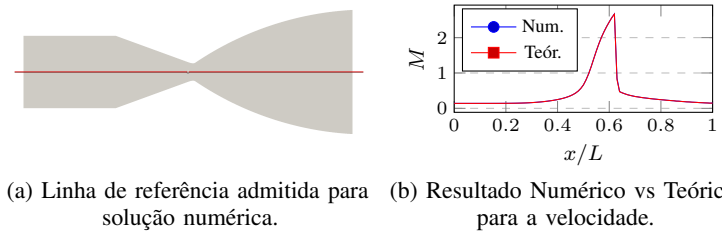


Figura 11: Validação para o caso supersônico com a presença de irreversibilidades, efeito da velocidade.

A Fig.12 ilustra o comportamento da velocidade do interior do bocal.

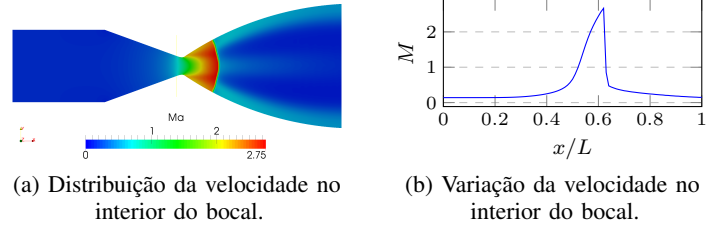


Figura 12: Comportamento da velocidade para o caso supersônico com a presença de irreversibilidades.

Perceba que escoamento é acelerado tanto no bocal convergente quanto no divergente (Fig. 12.b). Entretanto, quando percorre o difusor ocorre o fenômeno irreversível caracterizado por uma súbita diminuição da velocidade (Fig. 12.b). Essa irreversibilidade é tão intensa que, quando ocorre, faz com que o escoamento supersônico tenha sua velocidade reduzida instantaneamente para valores subsônicos.

V. ESCOAMENTO SUPERSÔNICO SEM A PRESENÇA DE IRREVERSIBILIDADES

Trata-se da curva de projeto, condição ideal de operação do motor-foguete onde nenhuma irreversibilidade estará presente para impedir a aceleração contínua do fluido. Por consequência é possível obter altos valores de Mach e um grande empuxo.

Para determinadas razões de pressões é possível acelerar continuamente o escoamento ao longo de todo o motor-foguete, obtendo-se assim a máxima energia cinética dos gases de exaustão. O resultado preliminar esta apresentado na (Fig. 13).

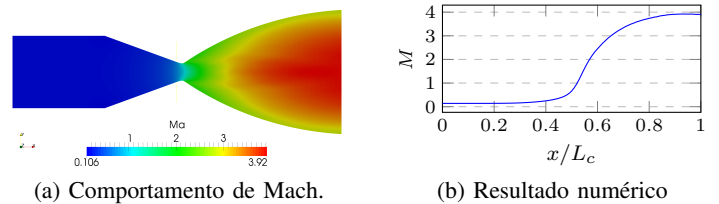


Figura 13: Variação de Mach na ausência de ondas de choque.

VI. CONCLUSÃO E TRABALHOS FUTUROS

Através da presente investigação observou-se o comportamento das propriedades de um escoamento envolvendo gás ideal no interior de um motor real. Distintas situações foram estudadas variando-se a pressão de saída afim de simular as condições de escoamento que o bocal C-D está sujeito.

Consideramos que o objetivo principal foi alcançado pois, através da análise numérica foi mostrado o comportamento teórico esperado das propriedades ao longo do bocal, além disso foi possível obter a curva de projeto.

Cabe ressaltar que os detalhes referentes a condição ideal de funcionamento do motor-foguete de 200 N de empuxo serão discutidos em trabalhos futuros, assim como outros temas sugestivos:

- Introduzir os efeitos do atrito, aquecimento e/ou resfriamento nas paredes do bocal;
- Considerar os efeitos de turbulência.
- Considerar a hipótese de que onda de choque não é estacionária na formulação;
- Considerar outro fluido que não seja um gás ideal.

REFERÊNCIAS

- [1] J. D. Anderson. *Modern compressible flow: with historical perspective*, volume 12. McGraw-Hill New York, 1990.
- [2] A. de Oliveira Fortuna. *Técnicas computacionais para dinâmica dos fluidos: conceitos básicos e aplicações*. Edusp, 2000.
- [3] L. M. Fernandes. Estudo computacional de configurações de resfriamento por filme em turbinas a gás. 2012.
- [4] R. W. Fox, A. T. McDonald, P. J. Pritchard, and A. Introdução. *Mecânica dos fluidos. Livros Técnicos e Científicos*, 2006.
- [5] P. Freitas. *Numerical simulation of compressible flow over a deep cavity*. PhD thesis, Master Thesis. Técnico Lisboa, 2014.
- [6] A. Gupta. Shock tube with rhocentralfoam, sonicfoam, lax-friedrichs and maccormacks. 2016.
- [7] M. J. Moran, H. N. Shapiro, and D. D. Boettner. *Princípios de termodinâmica para engenharia*. Grupo Gen-LTC, 2000.
- [8] N. M. C. Salvador. *Simulação numérica do escoamento em um motor foguete com reação química*. PhD thesis, 2005.
- [9] G. J. Van Wylen, R. E. Sonntag, J. Gordon, and E. S. Richard. *Fundamentos de termodinâmica*. Number 536.7. Limusa:, 2013.
- [10] F. M. White. *Mecânica dos Fluidos-6*. AMGH Editora, 2010.