

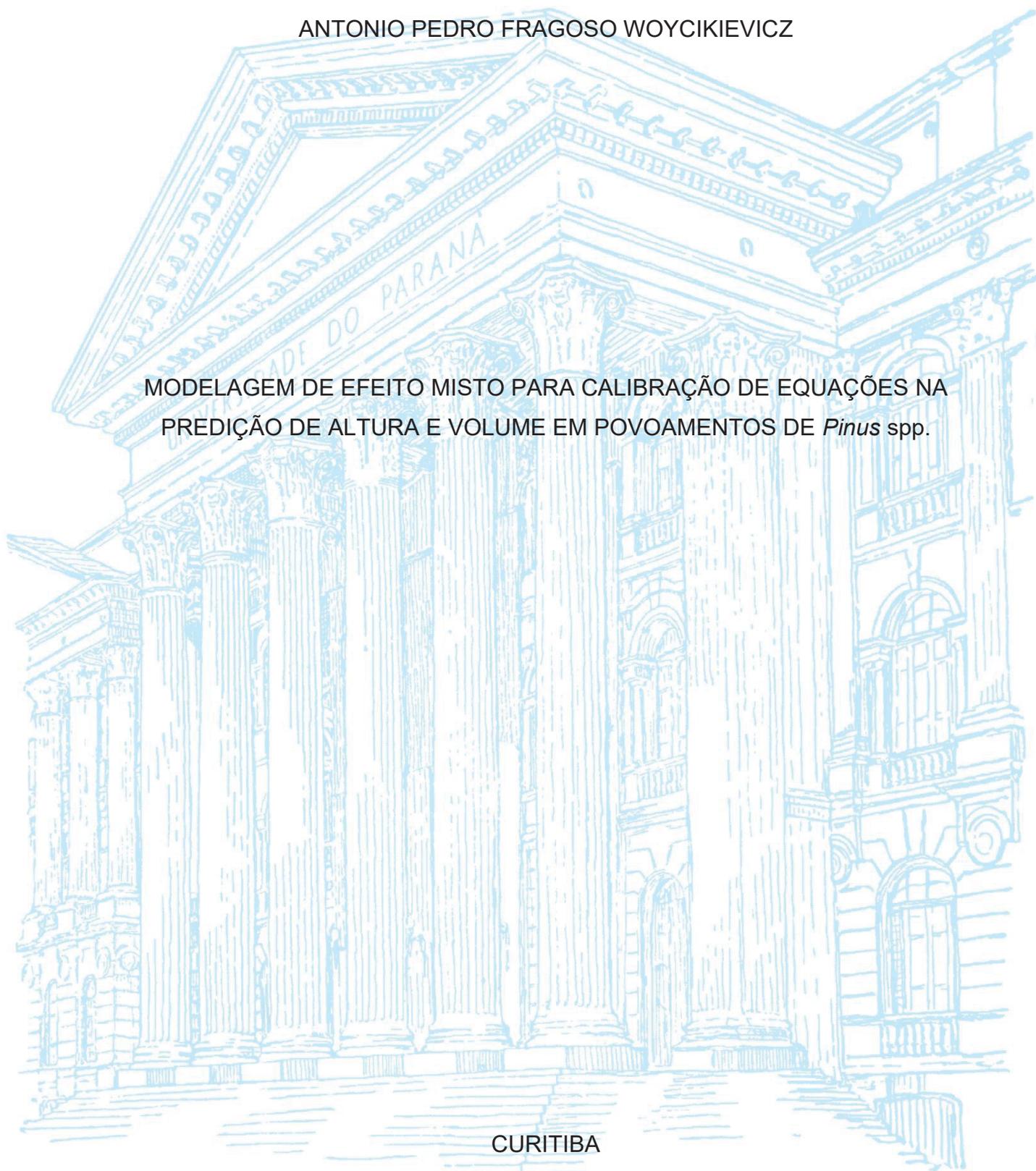
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

ANTONIO PEDRO FRAGOSO WOYCIKIEWICZ

MODELAGEM DE EFEITO MISTO PARA CALIBRAÇÃO DE EQUAÇÕES NA  
PREDIÇÃO DE ALTURA E VOLUME EM POVOAMENTOS DE *Pinus* spp.

CURITIBA

2024



ANTONIO PEDRO FRAGOSO WOYCIKIEVICZ

MODELAGEM DE EFEITO MISTO PARA CALIBRAÇÃO DE EQUAÇÕES NA  
PREDIÇÃO DE ALTURA E VOLUME EM POVOAMENTOS DE *Pinus* spp.

Tese apresentada ao curso de Pós-Graduação em Engenharia Florestal, Setor de Ciências Agrárias, Universidade Federal do Paraná, como requisito parcial à obtenção do título de Doutor em Engenharia Florestal.

Orientador: Prof. Dr. Henrique Soares Koehler

Coorientador: Prof. Dr. Alexandre Behling

Coorientador: Prof. Dr. Afonso Figueiredo Filho

CURITIBA

2024

Ficha catalográfica elaborada pela  
Biblioteca de Ciências Florestais e da Madeira - UFPR

Woycikiewicz, Antonio Pedro Fragoso

Modelagem de efeito misto para calibração de equações na predição de altura e volume em povoamentos de Pinus spp. / Antonio Pedro Fragoso Woycikiewicz. - Curitiba, 2024.

1 recurso on-line : PDF.

Orientador: Prof. Dr. Henrique Soares Koehler

Coorientadores: Prof. Dr. Alexandre Behling

Prof. Dr. Afonso Figueiredo Filho

Tese (Doutorado) - Universidade Federal do Paraná, Setor de Ciências Agrárias. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Florestal. Defesa: Curitiba, 08/03/2024. Área de concentração: Manejo Florestal.

1. Árvores - Medição. 2. Pinheiro – Manejo. 3. Modelagem de dados. 4. Aplicativos – Recursos eletrônicos de informação. I. Koehler, Henrique Soares. II. Behling, Alexandre. III. Figueiredo Filho, Afonso. IV. Universidade Federal do Paraná, Setor de Ciências Agrárias. V. Título.

CDD – 634.9

CDU – 634.0.52

## TERMO DE APROVAÇÃO

Os membros da Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação ENGENHARIA FLORESTAL da Universidade Federal do Paraná foram convocados para realizar a arguição da tese de Doutorado de **ANTONIO PEDRO FRAGOSO WOYCIKIEVICZ** intitulada: **Modelagem de efeito misto para calibração de equações na predição de altura e volume em povoamentos de Pinus spp.**, que após terem inquirido o aluno e realizada a avaliação do trabalho, são de parecer pela sua APROVAÇÃO no rito de defesa.

A outorga do título de doutor está sujeita à homologação pelo colegiado, ao atendimento de todas as indicações e correções solicitadas pela banca e ao pleno atendimento das demandas regimentais do Programa de Pós-Graduação.

CURITIBA, 08 de Março de 2024.

Assinatura Eletrônica

13/03/2024 11:19:25.0

HENRIQUE SOARES KOEHLER

Presidente da Banca Examinadora

Assinatura Eletrônica

13/03/2024 12:36:58.0

RAFAELO BALBINOT

Avaliador Externo (UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA)

Assinatura Eletrônica

12/03/2024 15:50:12.0

SYLVIO PÉLLICO NETTO

Avaliador Interno (UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ)

Assinatura Eletrônica

14/03/2024 09:13:57.0

MÁRCIO CORAIOLA

Avaliador Externo (AUTÔNOMO)

Assinatura Eletrônica

13/03/2024 13:01:57.0

ANGELO AUGUSTO EBLING

Avaliador Externo (UNIVERSIDADE FEDERAL DO MATO GROSSO)

## **AGRADECIMENTOS**

Primeiramente quero agradecer a Deus, por me conceder a vida e me permitir realizar mais esta conquista na minha vida.

À minha família por ter apoiado e me suportado durante todo o período de execução deste trabalho.

Ao meu orientador e amigo, Prof<sup>o</sup>. Dr. Henrique Soares Koehler (o “Henricão”, para os mais chegados), pela confiança e por me aceitar como aluno nessa longa empreitada. Agradeço todas as contribuições para o trabalho, dedicação e cuidado com a correção da Tese e, é claro sem esquecer dos churrascos, cervejas e conversas descontraídas durante esse período.

Ao coorientador e amigo Prof<sup>o</sup>. Dr. Alexandre, pela amizade e grande incentivador e idealizador deste projeto, meu muito obrigado por tudo e pode sempre contar comigo. Obrigado por toda atenção e auxílio no desenvolvimento da metodologia, correções e ajuda nos momentos de angústia.

Ao coorientador e amigo, Prof. Dr. Afonso Figueiredo Filho, muito obrigado por todas as valiosas contribuições para este trabalho, como toda a atenção e disponibilidade nas correções dos artigos produzidos.

Aos membros da banca examinadora pela disponibilidade e contribuições para a melhoria deste trabalho.

Aos amigos de fora da pós-graduação também merecem um muito obrigado por todo incentivo e apoio durante esta jornada: Gustavo Selhorst, Gustavo Matucheski, Lucas Setim, Layana Setim, Gabriele Selhorst, Aline Matucheski.

A todos os colegas de laboratório e de pós-graduação, que a cada café (na famosa mesa do café do pod-pós), cada “rolê” e momentos de descontração ajudaram a amenizar os momentos de tensão e dificuldade tornando as coisas um pouco mais leves: Amanda Costa, Amanda Silva, Ana Paula Ferreira, Ataídes Marinheski, Cibelle, Cicero, Claiton, Clebson Cerqueira, Daiane Moura, Daniela Minini, Darcy, Emmanoella Guaraná, Flavio Stefanello, Franciele Alba, Gabriel Orso, Girlene, Hudson Veras, Ivana Dias, Jimmy Ocles, João Labres, João Madi, Joilan, Jorge, José Augusto, Karla Almada, Kauana Engel, Kivia, Lucas Moura, Maria Cecilia, Mauricio, Mirella Basileu, Ornélio Nhaduco, Rafael Brown, Raquilene Silva, Renilson, Rodrigo Oliveira, Samuel Alves, Sandra Susi, Tarsila, Tawani Naide, Theonizi Albues, Thiago Cardoso, Vinicius Gris e Washington Duarte.

À CAPES pela bolsa concedida durante a execução deste Doutorado.

*“Nosso grande adversário está dentro de cada um de nós...  
Devemos procurar ser melhor hoje do que aquilo que fomos ontem”*  
(Abel Ferreira – Técnico da Sociedade Esportiva Palmeiras, 2022, p. 28 e 30)

## RESUMO

As empresas florestais conduzem inventários para quantificar e qualificar variáveis, que servem de base para monitorar o crescimento e a produção florestal. A coleta de dados nos inventários florestais é realizada de diversas formas e intensidades nos povoamentos florestais, o que existe em comum é a geração de um extenso conjunto de dados e informações dos povoamentos. No que diz respeito à redução do tamanho da amostra para modelagem de altura e volume, os modelos de efeito misto têm sido cada vez mais aplicados na Ciência Florestal, pois permitem o ajuste de novas equações com um número reduzido de árvores sem prejuízo nas estatísticas de ajuste, por meio da Calibração. Dentro da Calibração surgem três principais preocupações: i) Definição dos níveis hierárquicos; ii) Tamanho da amostra e critério para seleção de Árvores; iii) Manutenção das estatísticas de ajuste das equações. Diante disso, a pesquisa visa responder às seguintes perguntas: 1) *Qual é o tamanho da amostra e quais árvores devem ser selecionadas para calibrar equações de altura e volume para espécies do gênero Pinus?* 2) *Qual é a qualidade das estimativas de equações de altura e volume calibradas em relação à modelagem tradicional?* O objetivo geral da pesquisa foi testar modelos hipsométricos e volumétricos por meio da calibração de equações lineares mistas, com o teste de seleção de até dez árvores com 15 diferentes critérios de seleção. Os povoamentos são de três diferentes espécies do gênero *Pinus* (*Pinus taeda* – altura e volume; *Pinus caribaea var. hondurensis* – volume; *Pinus maximinoii* - altura), localizados no Norte de Santa Catarina e no Centro-Oeste do Paraná. A base para a modelagem hipsométrica foi composta por mais de 200.000 observações e para a modelagem volumétrica foi constituída de mais 2.000 observações. Foi selecionado um modelo, tanto para o volume como para a altura, que foi aplicado à modelagem mista ao nível de povoamento, e selecionando o melhor método e quantidade de árvores para calibrar a nova equação. Para a diferença entre as estatísticas das equações calibradas e a equação tradicional foi estabelecido um limite de 5%. Na calibração das equações de volume, para a espécie *Pinus caribaea var. hondurensis* é recomendada a seleção de uma árvore com diâmetro à altura do peito (DAP) superior à média mais um desvio padrão, e para a espécie *Pinus taeda*, a seleção de sete árvores (critério J7). Na calibração das equações de altura, para o *Pinus maximinoii* e o *Pinus taeda* a seleção indicada é de nove árvores, sendo que três devem possuir diâmetro inferior à média menos um desvio padrão, outras três devem ter diâmetro entre a média mais ou menos um desvio padrão, e as três restantes devem apresentar diâmetro superior à média mais um desvio padrão. Um plano de calibração foi elaborado para aplicação da metodologia. Um aplicativo (CAPLIN) foi desenvolvido para a calibração de novas populações de *Pinus* em nível de povoamento, para as três espécies avaliadas na pesquisa.

**Palavras-chave:** Calibração; redução amostral; modelagem tradicional; Plano de Calibração; CAPLIN.

## ABSTRACT

Forest companies carry out inventories to quantify and qualify variables that serve as a basis for monitoring forest growth and production. The collection of data in forest inventories is carried out in different ways and at different intensities in forest stands, but what they all have in common is the generation of an extensive data set and information on the stands. To reduce the sample size for modelling height and volume, mixed effect models have been increasingly applied in Forest Science, as they allow new equations to be adjusted with a reduced number of trees without affecting the adjustment statistics, by means of Calibration. In Calibration, three main concerns arise: i) Defining the hierarchical levels; ii) Sample size and criteria for selecting trees; iii) Maintaining the fit statistics in the equations. In view of this, the research aims to answer the following questions: 1) What is the sample size and which trees should be selected to calibrate height and volume equations for species of the genus *Pinus*? 2) What is the quality of the estimates of calibrated height and volume equations compared to traditional modeling? The general objective of the research was to test height–diameter and volumetric models by calibrating mixed linear equations, with the test of selecting up to ten trees with 15 different selection criteria. The stands are of three different species of the genus *Pinus* (*Pinus taeda* - height and volume; *Pinus caribaea* var. *hondurensis* - volume; *Pinus maximinoii* - height), located in northern part of Santa Catarina and central-western part of Paraná. The basis for the height–diameter modeling was made up of more than 200,000 observations and for volumetric modeling added with 2,000 observations. A model was selected for both volume and height, which was applied to mixed modeling at the stand level, and the best method and number of trees were selected to calibrate the new equation. A limit of 5% was set for the difference between the statistics of the calibrated equations and the traditional equation. In calibrating the volume equations for the *Pinus caribaea* var. *hondurensis* species, it is recommended to select one tree with a diameter at breast height (DBH) greater than the mean plus one standard deviation, and for the *Pinus taeda* species, to select seven trees (criterion J7). In the calibration of the Height equations, for *Pinus maximinoii* and *Pinus taeda* the selection indicated is nine trees, three of which must have a diameter below the mean minus one standard deviation, another three must have a diameter between the mean plus or minus one standard deviation, and the remaining three must have a diameter above the mean plus one standard deviation. A calibration plan was structured to apply the methodology. An application (CAPLIN) was developed for the calibration of new *Pinus* populations at stand level, for the three species evaluated in the research.

**Keywords:** Calibration; sampling reduction; traditional modeling; Calibration Plan; CAPLIN.

## LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 - Localização dos povoamentos de <i>Pinus</i> spp. utilizados na presente pesquisa.....	41
Figura 2 - Representação da cubagem para uma árvore de 21m altura total. ....	42
Figura 3 - Representação do processo de seleção do modelo para calibração ....	47
Figura 4 - Base de ajuste e calibração para a modelagem hipsométrica.....	48
Figura 5 - Base de ajuste e calibração para a modelagem volumétrica. ....	49
Figura 6 - Representação do processo de calibração de equações de altura e volume e sua comparação em relação ao método tradicional. ....	56
Figura 7 - Box-plot para a variável altura para a espécie PNTA .....	59
Figura 8 - Gráfico Box-plot para a variável altura para a espécie PNMX.....	59
Figura 9 - Gráfico Box-plot para a variável volume para a espécie PNTA .....	61
Figura 10 - Gráfico Box-plot para a variável volume para a espécie PNCH.....	61
Figura 11 Resíduos padronizados para as equações hipsométricas para a espécie PNMX.....	65
Figura 12 - Resíduos padronizados para as equações hipsométricas para a espécie PNTA.....	66
Figura 13 - Resíduos estudentizados para as equações volumétricas para a espécie PNCH.....	71
Figura 14 - Resíduos estudentizados para as equações volumétricas para a espécie PNTA.....	72
Figura 15 - Diferença percentual para a estatística do Syx% (Altura) para o critério de calibração A1. ....	75
Figura 16 - Diferença percentual para a estatística do Desvio para o critério de calibração A1. ....	75
Figura 17 - Diferença percentual para a estatística do Syx% (Volume) para o critério de calibração A1. ....	76
Figura 18 - Diferença percentual para a estatística do R <sup>2</sup> para o critério de calibração A1. ....	77
Figura 19 - Diferença percentual para a estatística do Syx% (Altura) para o critério de calibração B1. ....	78
Figura 20 - Diferença percentual para a estatística do Desvio para o critério de calibração B1. ....	79

Figura 21 - Diferença percentual para a estatística do Syx% (Volume) para o critério de calibração B1. ....	80
Figura 22 - Diferença percentual para a estatística do R <sup>2</sup> para o critério de calibração B1. ....	80
Figura 23 - Diferença percentual para a estatística do Syx% (Altura) para o critério de calibração C1. ....	82
Figura 24 - Diferença percentual para a estatística do Desvio para o critério de calibração C1. ....	82
Figura 25 - Diferença percentual para a estatística do Syx% (Volume) para o critério de calibração C1. ....	83
Figura 26 - Diferença percentual para a estatística do R <sup>2</sup> para o critério de calibração C1. ....	84
Figura 27 - Diferença percentual para a estatística do Syx% (Altura) para o critério de calibração D3. ....	85
Figura 28 - Diferença percentual para a estatística do Desvio para o critério de calibração D3. ....	86
Figura 29 - Diferença percentual para a estatística do Syx% (Volume) para o critério de calibração D3. ....	87
Figura 30 - Diferença percentual para a estatística do R <sup>2</sup> para o critério de calibração D3. ....	87
Figura 31 - Diferença percentual para a estatística do Syx% (Altura) para o critério de calibração E3. ....	89
Figura 32 - Diferença percentual para a estatística do Desvio para o critério de calibração E3. ....	89
Figura 33 - Diferença percentual para a estatística do Syx% (Volume) para o critério de calibração E3. ....	90
Figura 34 - Diferença percentual para a estatística do R <sup>2</sup> para o critério de calibração E3. ....	91
Figura 35 - Diferença percentual para a estatística do Syx% (Altura) para o critério de calibração F3. ....	92
Figura 36 - Diferença percentual para a estatística do Desvio para o critério de calibração F3. ....	93
Figura 37 - Diferença percentual para a estatística do Syx% (Volume) para o critério de calibração F3. ....	94

Figura 38 - Diferença percentual para a estatística do $R^2$ para o critério de calibração F3.....	94
Figura 39 - Diferença percentual para a estatística do Syx% (Altura) para o critério de calibração G5. ....	96
Figura 40 - Diferença percentual para a estatística do Desvio para o critério de calibração G5. ....	96
Figura 41 - Diferença percentual para a estatística do Syx% (Volume) para o critério de calibração G5 .....	97
Figura 42 - Diferença percentual para a estatística do $R^2$ para o critério de calibração G5. ....	98
Figura 43 - Diferença percentual para a estatística do Syx% (Altura) para o critério de calibração H5. ....	99
Figura 44 - Diferença percentual para a estatística do Desvio para o critério de calibração H5. ....	100
Figura 45 - Diferença percentual para a estatística do Syx% (Volume) para o critério de calibração H5. ....	101
Figura 46 - Diferença percentual para a estatística do $R^2$ para o critério de calibração H5. ....	101
Figura 47 - Diferença percentual para a estatística do Syx% (Altura) para o critério de calibração I5.....	102
Figura 48 - Diferença percentual para a estatística do Desvio para o critério de calibração I5.....	103
Figura 49 - Diferença percentual para a estatística do Syx% (Volume) para o critério de calibração I5.....	104
Figura 50 - Diferença percentual para a estatística do $R^2$ para o critério de calibração I5.....	104
Figura 51 - Diferença percentual para a estatística do Syx% (Altura) para o critério de calibração J7 .....	106
Figura 52 - Diferença percentual para a estatística do Desvio para o critério de calibração J7. ....	106
Figura 53 - Diferença percentual para a estatística do Syx% (Volume) para o critério de calibração J7. ....	107
Figura 54 - Diferença percentual para a estatística do $R^2$ para o critério de calibração J7.....	108

Figura 55 - Diferença percentual para a estatística do Syx% (Altura) para o critério de calibração K7. ....	109
Figura 56 - Diferença percentual para a estatística do Desvio para o critério de calibração K7. ....	110
Figura 57 - Diferença percentual para a estatística do Syx% (Volume) para o critério de calibração K7. ....	111
Figura 58 - Diferença percentual para a estatística do R <sup>2</sup> para o critério de calibração K7. ....	111
Figura 59 - Diferença percentual para a estatística do Syx% (Altura) para o critério de calibração L9. ....	113
Figura 60 - Diferença percentual para a estatística do Desvio para o critério de calibração L9. ....	113
Figura 61 - Diferença percentual para a estatística do Syx% (Volume) para o critério de calibração L9. ....	114
Figura 62 - Diferença percentual para a estatística do R <sup>2</sup> para o critério de calibração L9. ....	115
Figura 63 - Diferença percentual para a estatística do Syx% (Altura) para o critério de calibração M9. ....	116
Figura 64 - Diferença percentual para a estatística do Desvio para o critério de calibração M9. ....	117
Figura 65 - Diferença percentual para a estatística do Syx% (Volume) para o critério de calibração M9. ....	118
Figura 66 - Diferença percentual para a estatística do R <sup>2</sup> para o critério de calibração M9. ....	118
Figura 67 - Diferença percentual para a estatística do Syx% (Altura) para o critério de calibração N10. ....	120
Figura 68 - Diferença percentual para a estatística do Desvio para o critério de calibração N10. ....	120
Figura 69 - Diferença percentual para a estatística do Syx% (Volume) para o critério de calibração N10. ....	121
Figura 70 - Diferença percentual para a estatística do R <sup>2</sup> para o critério de calibração N10. ....	122
Figura 71 - Diferença percentual para a estatística do Syx% (Altura) para o critério de calibração O10. ....	123

Figura 72 - Diferença percentual para a estatística do Desvio para o critério de calibração O10. ....	124
Figura 73 - Diferença percentual para a estatística do Syx% (Volume) para o critério de calibração O10. ....	125
Figura 74 - Diferença percentual para a estatística do R <sup>2</sup> para o critério de calibração O10. ....	125
Figura 75 - Gráficos de Concordância (análise de Bland-Altman) para as equações hipsométricas da espécie PNMX .....	129
Figura 76 - Gráficos de Concordância (análise de Bland-Altman) para as equações hipsométricas da espécie PNTA. ....	130
Figura 77 - Intervalo de confiança para a média em um povoamento das espécies PNMX e PNTA. ....	132
Figura 78 - Gráficos de Concordância (análise de Bland-Altman) para as equações volumétricas da espécie PNCH.....	135
Figura 79 - Gráficos de Concordância (análise de Bland-Altman) para as equações volumétricas da espécie PNTA .....	136
Figura 80 - Intervalo de confiança para a média para um povoamento das espécies PNCH e PNTA .....	138
Figura 81 - Níveis para Plano de calibração .....	142
Figura 82 - Tela inicial do aplicativo - CalPin .....	147
Figura 83 - Tela para inserção dos dados das árvores calibradas.....	148
Figura 84 - Inserção dos dados de diâmetro e altura das árvores selecionadas e mensuradas para calibração .....	149
Figura 85 - Janela para escolha do local para salvar o gráfico a ser gerado .....	150
Figura 86 - Gráfico gerado pela equação calibrada .....	150
Figura 87 - Coeficientes da parte aleatória e da equação calibrada .....	151

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Número de observações para ajuste dos modelos testados. ....	27
Tabela 2 - Número de observações para ajuste dos modelos volumétricos .....	28
Tabela 3 - Artigos encontrados na literatura com aplicação de modelagem mista na área florestal.....	35
Tabela 4 - Número de pares de diâmetro (DAP e altura total), por idade para o <i>Pinus taeda</i> (PNTA) e <i>Pinus maximinoii</i> (PNMX) utilizados para os estudos da relação hipsométrica .....	44
Tabela 5 - Número de árvores cubadas (n) para <i>Pinus caribaea var. hondurensis</i> (PNCH) e <i>Pinus taeda</i> (PNTA) por idade .....	45
Tabela 6 – Modelos testados para estimar a altura total de <i>Pinus spp.</i> ....	45
Tabela 7 - Modelos testados para estimar o volume total com casca (m <sup>3</sup> ) .....	46
Tabela 8 - Número observações para ajuste de efeito misto para modelagem hipsométrica. ....	50
Tabela 9 - Número observações para ajuste de efeito misto para modelagem volumétrica. ....	51
Tabela 10 - Critérios de seleção de árvores para calibração de equações de altura e volume.....	52
Tabela 11 - Restrições de variável, espécie, árvores e modelo para utilização do CALPIN .....	57
Tabela 12 - Estatísticas descritivas para a base de dados de ajuste para o modelo hipsométrico. ....	58
Tabela 13 - Estatísticas descritivas para a base de dados para o ajuste do modelo de volume.....	60
Tabela 14 - Estatísticas das equações hipsométricas.....	62
Tabela 15 - Estatísticas para os modelos volumétricos testados .....	67
Tabela 16 - Valores recalculados para modelagem tradicional – hipsométrica.....	73
Tabela 17 - Valores recalculados para modelagem tradicional – volumétrica.....	73
Tabela 18 - Resumo dos critérios de calibração e respectivo atendimento aos critérios de desempenho nas estatísticas de avaliação. ....	126
Tabela 19 - Medidas de concordância para as equações calibradas e para a testemunha para os modelos hipsométricos .....	133

Tabela 20 - Medidas de concordância (CC1) para as equações calibradas e para a testemunha para os modelos volumétricos. ....	139
Tabela 21 - Medidas de concordância (Index_d) para as equações calibradas e para a testemunha para os modelos volumétricos .....	140
Tabela 22 - Diâmetro e altura das árvores selecionadas para calibração .....	145

## LISTA DE ABREVIATURAS OU SIGLAS

PNTA - *Pinus taeda*

PNMX - *Pinus maximinoi*

PNCH - *Pinus caribaea var. hondurensis*

DAP - diâmetro à altura do peito a 1,3m do solo.

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO</b> .....	<b>19</b>
<b>2 OBJETIVO GERAL E ESPECÍFICOS</b> .....	<b>23</b>
2.1 OBJETIVO GERAL .....	23
2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS .....	23
<b>3 ORGANOGRAMA DA TESE</b> .....	<b>24</b>
<b>4 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b> .....	<b>25</b>
4.1 MODELAGEM HIPSOMÉTRICA .....	25
4.2 MODELAGEM VOLUMÉTRICA .....	27
4.3 MODELAGEM MISTA .....	29
4.4 CALIBRAÇÃO DE EQUAÇÕES .....	33
<b>5 MATERIAIS E MÉTODOS</b> .....	<b>41</b>
5.1 ORIGEM DOS DADOS .....	41
5.2 MENSURAÇÃO DAS VARIÁVEIS DENDROMÉTRICAS .....	42
5.3 BANCO DE DADOS .....	43
5.3.1 Consistência dos dados .....	43
5.3.2 Conjunto de dados para modelagem hipsométrica .....	43
5.3.3 Conjunto de dados para modelagem volumétrica .....	44
5.4 MODELAGEM HIPSOMÉTRICA E VOLUMÉTRICA TRADICIONAL .....	45
5.5 MODELAGEM POR EFEITO MISTO E CALIBRAÇÃO DE MODELOS HIPSOMÉTRICOS E VOLUMÉTRICOS .....	48
5.6 COMPARAÇÃO DA ABORDAGEM TRADICIONAL COM A EQUAÇÕES CALIBRADAS .....	53
5.7 CALPIN – APLICATIVO PARA CALIBRAÇÃO DE EQUAÇÕES DE ALTURA E VOLUME .....	56
<b>6 RESULTADOS</b> .....	<b>58</b>
6.1 ESTATÍSTICAS DESCRITIVAS .....	58
6.2 MODELAGEM TRADICIONAL .....	62
6.2.1 Estimativa de altura total .....	62
6.2.2 Estimativa do volume total com casca .....	67
6.3 CALIBRAÇÃO DE MODELOS HIPSOMÉTRICOS E VOLUMÉTRICOS .....	72
6.3.1 Recálculo das estatísticas tradicionais .....	72
6.3.2 Calibração A1 .....	74

6.3.2.1	Altura .....	74
6.3.2.2	Volume .....	76
6.3.3	Calibração B1.....	77
6.3.3.1	Altura .....	77
6.3.3.2	Volume .....	79
6.3.4	Calibração C1.....	81
6.3.4.1	Altura .....	81
6.3.4.2	Volume .....	83
6.3.5	Calibração D3.....	84
6.3.5.1	Altura .....	84
6.3.5.2	Volume .....	86
6.3.6	Calibração E3.....	88
6.3.6.1	Altura .....	88
6.3.6.2	Volume .....	90
6.3.7	Calibração F3.....	91
6.3.7.1	Altura .....	91
6.3.7.2	Volume .....	93
6.3.8	Calibração G5 .....	95
6.3.8.1	Altura .....	95
6.3.8.2	Volume .....	97
6.3.9	Calibração H5.....	98
6.3.9.1	Altura .....	98
6.3.9.2	Volume .....	100
6.3.10	Calibração I5 .....	102
6.3.10.1	Altura .....	102
6.3.10.2	Volume .....	103
6.3.11	Calibração J7 .....	105
6.3.11.1	Altura .....	105
6.3.11.2	Volume .....	107
6.3.12	Calibração K7.....	108
6.3.12.1	Altura .....	108
6.3.12.2	Volume .....	110
6.3.13	Calibração L9 .....	112
6.3.13.1	Altura .....	112

6.3.13.2	Volume .....	114
6.3.14	Calibração M9 .....	115
6.3.14.1	Altura .....	115
6.3.14.2	Volume .....	117
6.3.15	Calibração N10.....	119
6.3.15.1	Altura .....	119
6.3.15.2	Volume .....	121
6.3.16	Calibração O10 .....	122
6.3.16.1	Altura .....	122
6.3.16.2	Volume .....	124
6.4	ANÁLISE DOS RESULTADOS A PARTIR DOS CRITÉRIOS DE CALIBRAÇÃO PARA CADA ESPÉCIE AVALIADA.....	126
6.4.1	Altura .....	126
6.4.2	Volume .....	127
6.5	COMPARAÇÃO DA ABORDAGEM TRADICIONAL COM A EQUAÇÕES CALIBRADAS.....	128
6.5.1	Altura .....	128
6.5.2	Volume .....	134
6.6	PLANO DE CALIBRAÇÃO .....	141
6.7	EXEMPLO DE APLICAÇÃO DA CALIBRAÇÃO.....	144
6.8	CALIBRAÇÃO UTILIZANDO O CALPIN .....	147
<b>7</b>	<b>DISCUSSÃO .....</b>	<b>152</b>
7.1	ESTATÍSTICA DESCRITIVA.....	152
7.2	MODELAGEM HIPSOMÉTRICA E VOLUMÉTRICA TRADICIONAL.....	152
7.3	CALIBRAÇÃO DE MODELOS HIPSOMÉTRICOS E VOLUMÉTRICOS .....	154
<b>8</b>	<b>CONCLUSÕES .....</b>	<b>162</b>
	<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>163</b>

## 1 INTRODUÇÃO

No Brasil, as espécies do gênero *Pinus* representam 19,44% da área de floresta plantada, totalizando uma extensão de 1,93 milhões de hectares (IBÁ, 2023). Na região Sul, a representatividade do gênero é ainda maior. De acordo com a ACR (2022) e a APRE (2022), os plantios de *Pinus* correspondem a 69,12% (713,1 mil ha) e 60,6% (713,7 mil ha) da área de floresta plantada nos estados de Santa Catarina e Paraná, respectivamente.

Por sua vez, as empresas florestais conduzem inventários para monitorar o crescimento e a produção florestal. Para tanto, amostragens são realizadas por meio do Inventário Florestal, o qual, segundo Péllico Netto e Brena (1997), é uma atividade que produz informações qualitativas e quantitativas dos recursos florestais. Uma das principais variáveis de interesse é o volume de madeira, obtido por meio da mensuração de todos os diâmetros à altura do peito (DAP) em unidades amostrais, e a altura total de algumas árvores dessas unidades amostrais. Assim, utilizando os dados obtidos no inventário, equações hipsométricas são ajustadas, possibilitando estimar a altura total das árvores não mensuradas nas parcelas. Tendo-se o DAP e a altura total de todas as árvores, os volumes individuais podem ser estimados via equação de volume ou equações de afilamento e, conseqüentemente, pode-se obter o estoque de volume por hectare.

A coleta de informações nos inventários florestais é realizada de diversas formas e intensidades, por empresas ou proprietários de povoamentos florestais, seja por meio de parcelas permanentes (parte do Inventário Florestal Contínuo - IFC) ou parcelas temporárias. O que todas essas diferentes combinações de métodos têm em comum é a geração de um extenso conjunto de dados de informações dos povoamentos ao longo dos anos, gerando, muitas vezes, até milhares de observações. Esses dados são subsídios para diversas outras tomadas de decisão, como o momento para a realização do desbaste, elaboração do planejamento da colheita, dentre outras. (Sanquetta, 2009; Pelissari *et al.*, 2011; Bonazza *et al.*, 2019).

Os administradores florestais sempre têm direcionado esforços para a possibilidade de redução do custo do inventário florestal, especialmente por meio da redução do tamanho da amostra do inventário, da mensuração de árvores ou métodos de mensuração mais automatizados. Isso traz ganhos de competitividade, levando em consideração também a representatividade dos povoamentos de *Pinus* spp. no Brasil,

especialmente no sul do país, devido à maior área do cultivo desse gênero.

No que diz respeito à redução do tamanho da amostra para ajustar equações de altura e volume, os modelos de efeito misto têm sido cada vez mais aplicados na Ciência Florestal. Essa abordagem de modelagem permite a utilização das informações coletadas nos inventários florestais para o ajuste de equações, proporcionando uma base para ajuste de novas equações com uma amostra de tamanho menor em comparação ao que é geralmente utilizado, sem causar maiores prejuízos nas estatísticas de ajuste (Calama e Montero, 2004; Trincado *et al.*, 2007; Lhotka, 2014; Karatepe *et al.*, 2020; Raptis *et al.*, 2021; Chenge *et al.*; 2021).

Os modelos de efeito misto referem-se à uma expressão matemática que descreve o comportamento de uma variável aleatória, como, por exemplo,  $Y = f(\text{altura de árvores})$ . Esses modelos incluem efeitos fixos, representando a média geral, e efeitos aleatórios para assimilar a variabilidade não explicada pelos efeitos fixos, além do componente de erro (Resende *et al.*, 2014). Os efeitos aleatórios constituem um componente-chave na presente pesquisa, uma vez que é por meio de sua previsão que se pode calibrar uma nova equação, como a de altura ou volume, por exemplo.

Tomando como exemplo a modelagem de altura, quando se tem conhecimento de que a equação hipsométrica é influenciada pelos locais de cultivo, ao realizar a modelagem de efeito misto com o objetivo de calibrar equações a partir de uma amostra de tamanho reduzido, é possível seguir os seguintes passos, resumidamente:

- I. Definição do alvo da modelagem: Estabelece-se o objetivo da modelagem, como, por exemplo, estimar a altura total da espécie *Pinus taeda*.
- II. Estabelecimento dos níveis hierárquicos: Define-se a estrutura hierárquica, considerando os locais de plantio como fatores (níveis).
- III. Escolha de um modelo: Seleciona-se um modelo apropriado para o caso, como, por exemplo, representado por  $h = b_0 + b_1DAP^2$ , no qual  $h$  é a altura total e  $DAP$  é o diâmetro à altura do peito.
- IV. Construção de uma base de dados: Gera-se uma base de dados contendo informações de mensurações realizadas em inventários, abrangendo os níveis hierárquicos estabelecidos.
- V. Ajuste do modelo misto hipsométrico: Realiza-se o ajuste do modelo considerando os efeitos fixos ( $\beta_0$  e  $\beta_1$ ) comuns a todos os locais de plantio e os efeitos aleatórios ( $b_0$  e  $b_1$ ) devido às diferenças entre os locais de plantio.
- VI. Calibração da equação para novo local de plantio: Utiliza-se uma amostra

reduzida de pares de altura ( $h$ ) e diâmetro (DAP) para calibrar a equação, prevendo os valores dos efeitos aleatórios ( $b_0$  e  $b_1$ ) específicos para o novo local de plantio.

A calibração é um método utilizado para ajustar os coeficientes do modelo em relação a cada grupo do efeito aleatório identificado, como talhão e unidade de manejo ou região de cultivo e parcela, ou somente local de plantio, por exemplo. A modelagem por meio do efeito misto torna-se necessária, em que a calibração de equações para uma nova condição (povoamento em um novo local de plantio, por exemplo) é realizada utilizando algumas mensurações nos grupos dos níveis aleatórios considerados (Mehtätalo e Lappi, 2020).

A seleção de um número limitado (menor em relação ao frequentemente utilizado) de árvores para calibração de equações resulta na redução dos custos de amostragem, pois não é necessário efetuar uma nova amostragem com o mesmo tamanho da amostra que é frequentemente utilizado para o desenvolvimento das equações relacionadas à variável de interesse. Taylor (2012) e Zeng (2015) destacam que esse processo reflete a capacidade da nova equação calibrada em produzir resultados com acurácia. Além disso, ressaltaram que essa técnica de modelagem consiste em estabelecer uma nova função para um atributo específico em um conjunto de dados.

Dessa forma, três preocupações principais surgem na condução da modelagem para calibrar equações:

1. **Níveis Hierárquicos:** Deve-se definir quais níveis hierárquicos serão estabelecidos. É recomendável limitar a quantidade a dois, devido à complexidade da modelagem.
2. **Tamanho da Amostra e Seleção de Árvores:** É crucial determinar o tamanho da amostra e quais árvores serão selecionadas para calibrar a equação. A amostra deve ser menor do que a habitual, exigindo uma escolha ainda mais assertiva das árvores a serem mensuradas.
3. **Manutenção das Estatísticas de Ajuste das Equações:** Após a calibração das equações, é fundamental garantir a qualidade das estimativas. O resultado não deve ser significativamente prejudicado em comparação com a modelagem tradicional, que envolve o ajuste de equações com uma amostra maior em comparação com a calibração.

Na presente pesquisa, os itens 2, Tamanho da Amostra, e 3, Seleção de Árvores e Manutenção das Estatísticas de Ajuste das Equações, serão considerados para a calibração de equações de altura e volume de três espécies do gênero *Pinus*. Partiu-se da hipótese de que a amostra para calibrar as equações não deve exceder 10 árvores, e os resultados das estatísticas de ajuste não devem diferir mais do que 5% em relação às obtidas com a aplicação do método tradicional (com uma amostra maior e que é a tradicionalmente utilizada). O item 1, Níveis Hierárquicos, não será testado na presente pesquisa, sendo definido o nível povoamento para facilitar o estabelecimento das bases de dados obtidas por meio dos inventários florestais.

A aceitabilidade de uma diferença de até 5% nas estatísticas de avaliação em comparação com o método tradicional é justificada pela redução nos custos do inventário obtida por meio de amostras menores. A escolha de uma amostra com 10 observações foi fundamentada na premissa de que resulta em uma significativa redução na amostragem de árvores, para a calibração de equações hipsométricas e volumétricas (Calama e Montero, 2004; Dorado *et al.*, 2006; Crescente-Campo *et al.*, 2010; Lhotka, 2014; Sharma *et al.*, 2019; Bronisz e Mehtätalo, 2020; Santos *et al.*, 2023). Por exemplo, no estabelecimento de equações hipsométricas, conforme mencionado por Sanquetta *et al.* (2009), a intensidade na medição de altura das árvores varia de 3 a 12 árvores por parcela, devendo-se, ainda, considerar diferentes intensidades de parcelas por hectare. Como ilustração, tomando como base a informação de Sanquetta *et al.* (2009), em um novo local com um povoamento de 20 hectares, seria necessário medir entre 25 e 60 árvores. Assim, a calibração de equações com até 10 árvores representaria uma redução de mais de 50% na amostragem, sendo uma condição altamente desejada por administradores florestais.

Portanto, esta pesquisa teve como objetivo responder às seguintes questões:

- i. Tamanho da Amostra e Seleção de Árvores: Qual é o tamanho da amostra e quais árvores devem ser selecionadas para calibrar equações de altura e volume para espécies do gênero *Pinus*?
- ii. Manutenção das Estatísticas de Ajuste das Equações: Qual é a qualidade das estimativas de equações de altura e volume calibradas em relação à modelagem tradicional, que envolve o ajuste de equações com uma amostra maior?

## 2 OBJETIVO GERAL E ESPECÍFICOS

### 2.1 OBJETIVO GERAL

Avaliar o efeito da modelagem mista, por meio da calibração de equações lineares, na redução do tamanho da amostra para ajustes de modelos hipsométricos e de volume de *Pinus* spp.

### 2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Os objetivos específicos são:

- a) Ajustar equações hipsométricas e volumétricas por meio da modelagem tradicional;
- b) Estabelecer planos de calibração, com a seleção de amostras de até 10 árvores;
- c) Calibrar equações hipsométricas e volumétricas, considerando o nível hierárquico povoamento por meio da modelagem mista;
- d) Comparar as estatísticas das equações calibradas com a modelagem tradicional;
- e) Desenvolver um aplicativo para computador com objetivo de facilitar a calibração de equações de altura e volume.

### 3 ORGANOGRAMA DA TESE

#### Título

Modelagem de efeito misto para calibração de equações na predição de Altura e Volume em povoamentos de *Pinus* spp

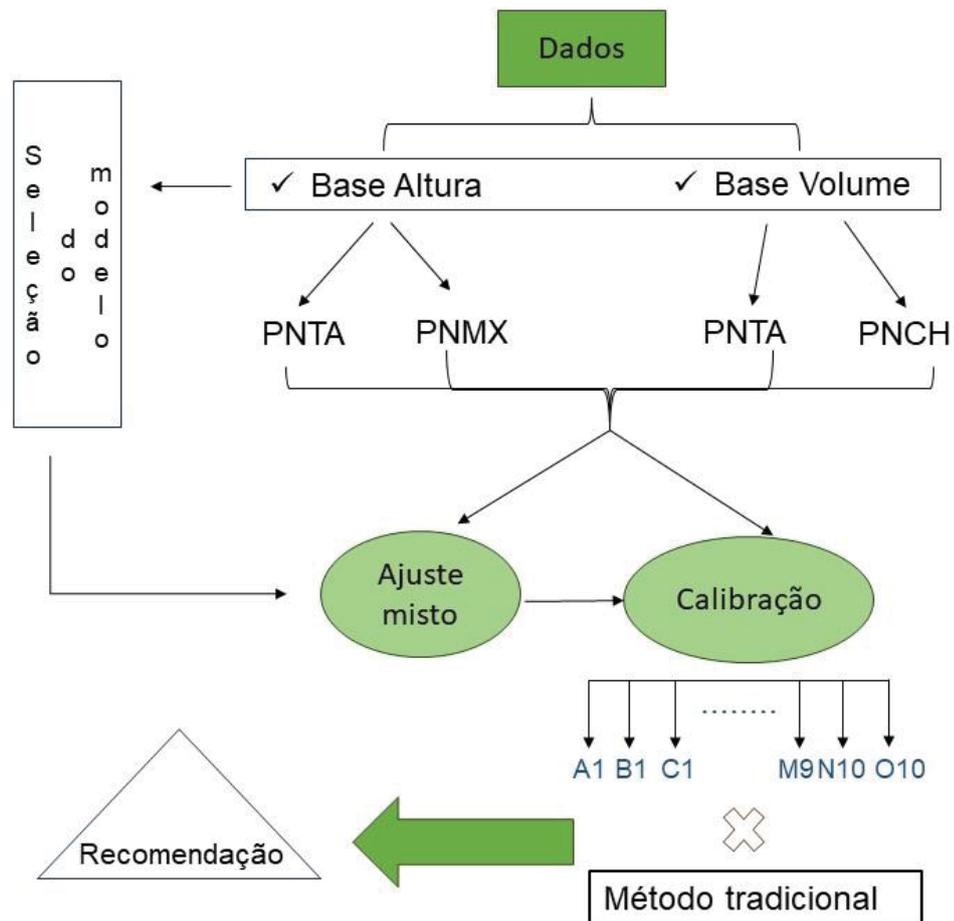
#### Objetivo

Testar modelos hipsométricos e volumétricos por meio da calibração de equações lineares mistas, avaliando o desempenho com um tamanho de amostra de até 10 árvores.

#### Revisão

- ✓ Modelos hipsométricos e volumétricos;
- ✓ Modelagem Mista.
- ✓ Calibração de equações

#### Métodos



✓ Plano de calibração

✓ App para calibração

## 4 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

### 4.1 MODELAGEM HIPSOMÉTRICA

A altura total é definida como a distância entre o nível do solo e o ápice da árvore (Sanquetta *et al.*, 2009). Machado e Figueiredo Filho (2003) destacam a existência de diferentes medidas de altura em medições florestais, como altura de toco, altura total e comercial, altura de copa e altura de fuste, sendo crucial especificar a altura em consideração. Nos modelos hipsométricos tradicionais e mais comumente utilizados, a estimativa desejada é da altura total (Fang e Bailey, 1998; Barros *et al.*, 2002; David *et al.*, 2016, Nicoletti *et al.*, 2020).

Na medição das alturas em povoamentos florestais é comum o uso de hipsômetros. Alguns destes equipamentos baseiam-se na medição das alturas das árvores com base em princípios trigonométricos, o que pode levar a erros na coleta de dados devido à inclinação do terreno, inclinação da árvore e às dificuldades em enxergar a copa, entre outros (Sanquetta *et al.*, 2009; Machado e Figueiredo Filho, 2003).

Machado e Figueiredo Filho (2003) destacaram que a atividade de medição das alturas, independentemente do equipamento escolhido para ser utilizado, requer treinamento, habilidade e cuidado por parte do operador. Conforme Campos e Leite (2013), a medição de altura é uma tarefa que demanda mais tempo, frequentemente é imprecisa e apresenta maior dificuldade de aferição em povoamentos mais densos, surgindo, portanto, a necessidade do uso de modelos hipsométricos.

Os modelos hipsométricos podem ser definidos como a representação matemática da relação entre a altura e o diâmetro das árvores, sendo que, no contexto florestal, o diâmetro é normalmente medido a 1,30 m do solo (DAP). O DAP é a variável mais utilizada nos modelos estatísticos que estimam a altura total das árvores, devido à facilidade de sua obtenção em campo (Machado e Figueiredo Filho, 2003). Essa relação é afetada por fatores como idade, sítio, densidade, espécies, entre outros (Machado e Figueiredo Filho, 2003; Scolforo, 2005).

Na Ciência Florestal é conhecido que a relação hipsométrica apresentar estatísticas de avaliação da equação com menor qualidade, comparado a outras relações. Isso acontece devido a fatores que influenciam a perda da correlação entre o diâmetro e a altura, seja por povoamentos malformados, povoamentos clonais (que

propiciam povoamentos com alturas semelhantes e diâmetros variados) ou povoamentos sujeitos a desbastes (Scolforo, 2005).

A modelagem hipsométrica busca estimativas acuradas da altura total das árvores, resultando na redução do tempo de medição das variáveis dendrométricas. Isso torna os inventários menos onerosos e mais eficientes, dado que as equações estimam as alturas das árvores não medidas no povoamento (Soares *et al.*, 2011; Thiersch *et al.*, 2013).

Diversos autores na literatura pesquisaram a relação hipsométrica em povoamentos florestais com o gênero *Pinus*, como de *Pinus taeda* (Nicoletti *et al.*, 2016; Atanazio *et al.*, 2017; David *et al.*, 2017), *Pinus caribea* (Cerqueira *et al.*, 2017), *Pinus oocarpa* e *Pinus caribaea* var. *hondurensis* (Carielo *et al.*, 2022), que foram testados modelos hipsométricos conhecidos na área florestal como o modelo de Curtis, Henriksen, Stoffels etc.

Na literatura, os trabalhos, em sua essência, têm como objetivo encontrar a melhor equação para a estimativa das alturas das árvores não mensuradas com o menor erro possível. Para tanto, analisa-se as diferentes composições dos modelos, métodos de ajuste e efeito de diversos fatores, tais como: idade, sítio e outros (Leite e Andrade, 2003; Bartoszeck *et al.*, 2004; Soares *et al.*, 2004; Ribeiro *et al.*, 2010; Mendonça *et al.*, 2011; Mendonça *et al.*, 2015).

Além de compreender os fatores pelos quais a equação hipsométrica é afetada, também é crucial, especialmente para as empresas florestais, determinar a quantidade de árvores a serem amostradas nas parcelas provenientes dos inventários florestais (Sanquetta, *et al.*, 2009), buscando reduzir custos no inventário. Nunes *et al.* (2018) constataram que, com a redução de 50% (de 10 árvores para 5 árvores, mais as árvores dominantes por parcela) das alturas medidas em um povoamento de *Eucalyptus* spp., foi possível alcançar uma redução de aproximadamente 20% no custo mensal do inventário.

Na Tabela 1, encontram-se o número de observações das bases de dados utilizadas para o ajuste dos modelos testados nos trabalhos mencionados.

Tabela 1 – Número de observações para ajuste dos modelos testados.

<b>Autor</b>	<b>N</b>
Nicoletti <i>et al.</i> (2016)	723
David <i>et al.</i> (2016)	708
Cerqueira <i>et al.</i> (2017)	202
Atanazio <i>et al.</i> (2017)	450
Carielo <i>et al.</i> (2022)	112
Andrade <i>et al.</i> (2023)	88

N = número de observações da base de dados para ajuste.

FONTE: O autor (2024).

O que se nota na Tabela 1 é uma variação no número de observações nas bases utilizadas para o ajuste dos modelos hipsométricos, não havendo um padrão ou um número médio definido, variando de 88 a 723 observações para o ajuste do modelo hipsométrico. A mensuração dessas alturas no inventário implica em custos, conforme mencionado por Nunes *et al.* (2018), assim como demanda tempo na medição da parcela do inventário.

#### 4.2 MODELAGEM VOLUMÉTRICA

O volume é uma das variáveis de maior interesse nos inventários florestais, representando uma medida crucial da produção florestal. Geralmente, é obtido por meio de amostras da população e extrapolado para o todo, sendo sua estimativa amplamente utilizada em biometria, inventário, manejo, economia e planejamento florestal (Scolforo, 2005; Sanquetta *et al.*, 2009). Esses dados são fundamentais para a tomada de decisões adequadas em intervenções silviculturais, manejo e colheita, tanto do ponto de vista técnico quanto econômico (Bonazza *et al.*, 2019).

A prática de estimar o volume já está em uso há mais de 200 anos, sendo atribuído o princípio norteador dessa prática ao ano de 1804, quando Heinrich Cotta publicou a primeira tabela de volume para *Fagus sylvatica* na Saxônia. Essa tabela era organizada de forma que cada página apresentava uma tabela correspondente a uma dada classe de forma (Batista *et al.*, 2014).

O volume "real" da árvore é obtido por meio da cubagem rigorosa, que consiste na medição do diâmetro e comprimento de seções ao longo do tronco da árvore, usando métodos de cubagem como as fórmulas de Smalian, Huber, Hohenadl e Newton, para determinação do volume (Miranda, 2016; Machado e Figueiredo Filho, 2003). Miranda (2016) complementou que, por meio desses dados, são gerados

modelos estatísticos com a finalidade de estimar o volume das demais árvores do povoamento, levando em consideração sua relação com o diâmetro e altura.

Diante disso, a escolha de um modelo para o desenvolvimento de equações volumétricas é uma fase importante, pois erros ou tendências não observadas nesta fase serão refletidos na estimativa do volume da população (Campos *et al.*, 1985). Essa estimativa tem origem em uma amostragem da população por meio do inventário florestal (Péllico Netto e Brena, 1997).

A escolha do modelo matemático é crucial para o desenvolvimento de equações volumétricas. Diversos formatos podem ser adotados, como o modelo de simples entrada (usando apenas o DAP como variável independente), o de dupla entrada (DAP e h), dentre outros (Scolforo, 2005). O volume das árvores também pode ser estimado por meio de fatores de forma (Batista *et al.*, 2014), além do método dos dois diâmetros (Thiersch *et al.* 2006).

Estudos sobre ajuste de modelos de volume são amplamente explorados na literatura, com modelos que incluem variáveis como DAP e a altura total das árvores para o gênero *Pinus*. Exemplos incluem Pellissari *et al.* (2011) com *Pinus caribea* var. *hondurensis*, Santos *et al.* (2019) e Nicoletti *et al.* (2020) com *Pinus taeda*, Bonazza *et al.* (2019) e Marcelo-Bázan *et al.* (2022) com *Pinus patula*, Carielo *et al.* (2022) com *Pinus caribea* var. *hondurensis* e *Pinus oocarpa*.

Na modelagem volumétrica, ao contrário da modelagem hipsométrica, a coleta de dados para o ajuste dos modelos é, em sua maioria, destrutiva, ou seja, é necessário realizar o corte da árvore para a coleta das variáveis dendrométricas. Na Tabela 2 está apresentado o número de árvores utilizadas para a realização dos ajustes dos modelos em alguns trabalhos para espécies do gênero *Pinus*.

Tabela 2 - Número de observações para ajuste dos modelos volumétricos

<b>Autor</b>	<b>N</b>
Pellissari <i>et al.</i> (2011)	20
Santos <i>et al.</i> (2019)	164
Bonazza <i>et al.</i> (2019)	33
Nicoletti <i>et al.</i> (2020)	19
Marcelo-Bazan <i>et al.</i> (2022)	465
Carielo <i>et al.</i> (2022) <sup>(1)</sup>	28

(1) informado apenas 4 árvores por classe diamétrica (não indicado a quantidade de classe); N = número de observações da base de dados para ajuste

FONTE: O autor (2024).

Em um contexto geral, o número de observações para o ajuste de modelos de volume é menor do que para os modelos para estimativa de altura, principalmente devido às características de obtenção dessas variáveis. A operação de coleta dessas observações gera custos de duas maneiras: com a atividade de coleta dos dados em si e com a retirada das árvores do local de produção, seja para a indústria ou para a comercialização da tora. Portanto, uma redução na amostragem reflete diretamente na redução dos custos de produção.

### 4.3 MODELAGEM MISTA

Modelos de efeitos mistos permitem avançar em possibilidades de modelagem mais gerais, permitindo, por exemplo, a estimativa para um determinado grupo quando o seu número de observações é menor que o número de efeitos do grupo (Mehtätalo e Lappi, 2020). Esses modelos têm aplicações em diversas áreas, como biologia, medicina, agricultura e indústria.

Sua origem remonta a Henderson (1949), no contexto da avaliação genética de candidatos à seleção de gado de leite. O método foi formalmente apresentado a partir de 1973, sendo efetivamente implementada com os avanços computacionais da década de 1980 em diante (Pinheiro e Bates, 2000; Resende *et al.*, 2014). Tais modelos oferecem uma abordagem flexível para situações de dados correlacionados, como mensurações longitudinais, observações multivariadas, medidas repetidas, observações agrupadas, entre outras (Galecki e Burzykowski, 2013).

Um modelo de efeito misto é primariamente utilizado para descrever o relacionamento entre a variável resposta e algumas covariâncias contidas na estrutura dos dados, as quais são agrupadas de acordo com um ou mais fatores de hierarquização (Pinheiro e Bates, 2000). Na área experimental, Resende *et al.* (2014) classificaram os modelos mistos em três tipos (modelo fixo, modelo aleatório e modelo misto), dentro de cinco classes de métodos de estimação: Modelo I – que visa a escolha entre tratamentos independentes e de efeitos fixos, utilizando na seleção estimativas por quadrados mínimos (LS); Método II – que tem como alvo a seleção de variáveis aleatórias não observáveis em uma população estatística, utilizando na seleção o procedimento de melhor predição linear (BLP); Método III – que tem como alvo a seleção de variáveis aleatórias não observáveis, pertencentes a várias populações estatísticas, utilizando na seleção o procedimento da melhor predição

linear não viesada (BLUP); Modelo IV – que visa a escolha entre tratamentos baseados nos níveis dos efeitos aleatórios e na estatística de Snedecor, por meio de estimativas por quadrados mínimos (OLS); Método V – que tem como alvo variáveis aleatórias obtidas como média a posteriori (MAP).

De acordo com Pinheiro e Bates (2000) os modelos lineares mistos podem ser expressos da seguinte forma:

$$Y_i = X_i\beta + Z_i b_i + \varepsilon_i \quad (1)$$

$$b \sim N(0, D)$$

$$\varepsilon \sim N(0, R)$$

Em que:  $Y_i$  = vetor das variáveis independentes[n];  $X_i$  = matriz de variáveis dependentes do modelo[n x v];  $\beta$  = o vetor de efeitos fixos obtido pelo método de estimação dos mínimos quadrados generalizados (GLS) [p];  $Z_i$  = matriz dos componentes aleatórios do modelos [n x q];  $b_i$  = é o vetor de efeitos aleatórios [q], incorporando a média da variação de cada nível da variável classificatória, possuindo média zero e matriz de variância e covariância -  $D$ ;  $\varepsilon_i$  = matriz de resíduos com distribuição normal, média zero e matriz de variância e covariância  $R$ ;  $n$  = número de observações,  $p$  = número de coeficientes;  $v$  = número de variáveis,  $q$  = número de grupos de efeitos aleatórios.

Conforme Wolfinger (1993), a matriz de variância e covariância  $D$  pode assumir diferentes estruturas. Para a presente pesquisa, foi adotada a matriz não estruturada (sigla – UN), representada por:

$$\text{Var}(b) = D = \begin{bmatrix} \text{var}(b_0) & \dots & \text{cov}(b_0, b_k) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \text{cov}(b_0, b_k) & \dots & \text{var}(b_k) \end{bmatrix} \quad (2)$$

A matriz de resíduos  $R$  segue a mesma estrutura, sendo, no entanto, o erro pertencente a cada grupo (níveis) na diagonal principal e sua respectiva covariância entre os grupos formados (Pinheiro e Bates, 2000).

$$\text{Var}(\varepsilon) = \mathbf{R} = \begin{bmatrix} \text{var}(\varepsilon_1) & \dots & \text{cov}(\varepsilon_1, \varepsilon_n) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \text{cov}(\varepsilon_n, \varepsilon_1) & \dots & \text{var}(\varepsilon_n) \end{bmatrix} \quad (3)$$

Com a aplicação dos modelos lineares mistos, gera-se uma reta/parábola (dependendo da natureza do modelo) para cada nível da variável classificatória adotada como efeito aleatório no modelo. Isso resulta em uma matriz de variância para cada efeito aleatório aplicado (Pinheiro e Bates, 2000), sendo a diferença principal em relação aos modelos tradicionais, nos quais os efeitos fixos dos modelos não contemplam essa variação.

Considerando a variável dependente do modelo, o BLP (*Best Linear Predictor*), é o melhor preditor linear para os  $\beta$ , assumindo que eles são conhecidos. No entanto, é necessário a replicação por meio de (GLS) para a estimativa dos  $\hat{\beta}$ , resultando no método do *Best Linear Unbiased Predictor* (BLUP) dos efeitos aleatórios (b) para cada cluster dentro da classificação aplicada ao efeito aleatório (Mehtätalo e Lappi, 2020).

Considerando um modelo hipsométrico, como, por exemplo, o modelo linear da reta ( $h = \beta_0 + \beta_1 * dap$ ), e considerando um efeito aleatório aplicado em ambos os coeficientes, pode-se reescrever a expressão da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} h_{11} \\ h_{12} \\ \dots \\ h_{1j} \\ h_{21} \\ h_{22} \\ \dots \\ h_{2j} \\ \dots \\ h_{i1} \\ \dots \\ h_{ij} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & DAP_{11} \\ 1 & DAP_{12} \\ \dots & \dots \\ 1 & DAP_{1j} \\ 1 & DAP_{21} \\ 1 & DAP_{22} \\ \dots & \dots \\ 1 & DAP_{2j} \\ \dots & \dots \\ 1 & DAP_{i1} \\ \dots & \dots \\ 1 & DAP_{ij} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \hat{\beta}_0 \\ \hat{\beta}_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & DAP_{11} \\ 1 & DAP_{12} \\ \dots & \dots \\ 1 & DAP_{1j} \\ 1 & DAP_{21} \\ 1 & DAP_{22} \\ \dots & \dots \\ 1 & DAP_{2j} \\ \dots & \dots \\ 1 & DAP_{i1} \\ \dots & \dots \\ 1 & DAP_{ij} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \hat{b}_{0_1} & \dots & \hat{b}_{0_i} \\ \hat{b}_{1_1} & \dots & \hat{b}_{1_i} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{12} \\ \dots \\ \varepsilon_{1j} \\ \varepsilon_{21} \\ \varepsilon_{22} \\ \dots \\ \varepsilon_{2j} \\ \dots \\ \varepsilon_{i1} \\ \dots \\ \varepsilon_{ij} \end{bmatrix}$$

Em que:  $i$  é o nível do efeito aleatório;  $j$  é o última observação do nível aleatório;  $h$  é o altura total;  $DAP$  é o diâmetro à altura do peito;  $\hat{\beta}$  são os coeficientes estimados do efeito fixo;  $\hat{b}$  são os coeficientes estimado do nível do efeito aleatório  $i$ ;

Assumindo que os coeficientes dos efeitos aleatórios ( $b$ ) e o vetor de erros ( $\varepsilon$ ) são variáveis não aleatórias com média zero e matrizes de covariância  $D$  (2) e  $R$  (3) respectivamente, a matriz de covariância do vetor de dados é calculado pela expressão (4):

$$\hat{V} = Z\hat{D}Z' + R \quad (4)$$

Em que, a solução para os  $\hat{\beta}_s$  é dado por:

$$\hat{\beta} = (X'\hat{V}^{-1}X)^{-1} X'\hat{V}^{-1}y \quad (5)$$

Para a estimativa do vetor dos coeficientes aleatórios  $\hat{b}$ , de acordo com Henderson (1963) é dado por:

$$\hat{b} = DZ'V - (y - X\beta) \quad (6)$$

A predição dos efeitos aleatórios ( $\hat{b}$ ) e do efeito fixo do modelo ( $\hat{\beta}$ ), juntamente com as estimativas confiáveis dos componentes de variância e da matriz de erros, utiliza o estimador EBLUP (*Estimated Best Linear Unbiased Predictor*), por meio da Máxima Verossimilhança Restrita (REML), conforme descrito por Alcarde (2012) e Galecki e Burzykowski (2013).

A utilização da modelagem mista na Ciência Florestal pode ter vários objetivos, como corrigir pressupostos da regressão, melhorar o desempenho dos modelos e, em alguns casos, aumentar a acurácia das estimativas. Zhao e Kane (2017), na estimativa do volume comercial de *Pinus taeda* nos EUA, demonstraram que a abordagem pelo ajuste por meio da modelagem mista proporcionou melhores estimativas do volume, pois levou em conta na modelagem a estrutura de correlação e corrigiu a heteroscedasticidade.

#### 4.4 CALIBRAÇÃO DE EQUAÇÕES

No processo de ajuste do modelo de efeito misto, a estimativa da estrutura de variância e covariância é obtida por meio de valores provenientes de uma amostra da população, resultando no preditor linear chamado *Estimated BLUP* (EBLUP) (Mehtätalo e Lappi, 2020). O processo de EBLUP é o que ocorre na prática nas modelagens de efeito misto, pois raramente se está trabalhando com toda a população. A estimativa do EBLUP pode ser realizada por meio da máxima verossimilhança (ML) ou da máxima verossimilhança restrita (REML) (Resende *et al.*, 2014).

Na estimativa realizada por REML, as probabilidades incorporadas no processo de estimação de modelos de efeitos mistos são alinhadas à estrutura de modelos fixos comuns (sem adição de efeitos aleatórios, tratados neste trabalho como "tradicionais"), tornando-as comparáveis (Pinheiro e Bates, 2000).

O método REML foi desenvolvido e aprimorado na Inglaterra. Ele proporciona uma correção ao ML, eliminando seu vício (devido à perda de graus de liberdade devida à estimação dos efeitos fixos), pois apenas a porção da verossimilhança invariante aos efeitos fixos é maximizada. Portanto, é o procedimento ideal para a estimação dos componentes da variância em modelos mistos, sobretudo em dados desbalanceados, além de manter as demais propriedades da ML: suficiência, consistência e eficiência (Resende *et al.*, 2014).

Para os modelos lineares de efeitos mistos, a estimativa dos parâmetros de efeito fixo e efeito aleatório, realizada utilizando a REML, ocorre na prática de maneira simultânea, embora seja feita em etapas separadas. Isso permite a possibilidade de calibração de um efeito aleatório para um novo grupo que não participou do ajuste, com a medição de apenas uma nova observação desse grupo (Mehtätalo e Lappi, 2020).

Os coeficientes deste novo grupo específico ( $b_k$ ) são estimados, conforme Lappi (1991) e Mehtätalo e Lappi (2020):

$$\widehat{b}_k = D * Z'_k * (Z_k * D * Z'_k + R)^{-1} * res \quad (7)$$

Em que:  $\widehat{b}_k$  é o vetor de coeficientes do efeito aleatório utilizado para seu respectivo grupo de interesse;  $res$  é um vetor de resíduo oriundo da diferença entre a variável independente (das observações a serem utilizadas na calibração) e a variável dependente estimada apenas pela parte fixa do modelo.

Para a estimativa do novo coeficiente para um novo grupo, neste trabalho a proposta foi realizar essa estimativa com uma amostra menor, quando comparada aos métodos tradicionais de regressão por Mínimos Quadrados Ordinários. Isso difere também da estimativa realizada por meio da modelagem mista, em que o efeito aleatório é estimado, considerando todas as observações de cada cluster do efeito aleatório definido no ajuste.

Conforme Lappi (1991), os coeficientes das equações hipsométricas ou volumétricas variam de povoamento, portanto, se os parâmetros forem tratados como variáveis aleatórias, a respectiva curva do modelo pode ser calibrada para um determinado povoamento usando qualquer combinação de medições de árvores na amostra. Essa abordagem permite considerar a variabilidade entre povoamentos ao modelar os efeitos aleatórios, fornecendo uma visão mais abrangente das relações entre as variáveis dendrométricas.

Os coeficientes aleatórios possibilitam a estimativa de uma resposta mais específica e, de certa forma, "individualizada" para esse novo povoamento (Burkhardt e Tomé, 2012). Isso permite obter resultados acurados com um esforço de amostragem menor, tornando a abordagem da calibração altamente eficaz e útil (Crescente-Campo *et al.*, 2010).

Na busca por trabalhos na literatura que aplicaram a modelagem mista para modelos hipsométricos e volumétricos, foram encontrados um total de 58 trabalhos (Tabela 3). Dentre esses trabalhos, 32 avaliaram a calibração dos modelos para novas populações, com foco na redução da intensidade amostral, enquanto os demais utilizaram a modelagem mista para aumentar a acurácia e corrigir problemas dos pressupostos da regressão.

Tabela 3 - Artigos encontrados na literatura com aplicação de modelagem mista na área florestal.

Autor(es)	Local do Estudo	Espécie(s)	var_ est	Calibração	Nível do efeito aleatório
Santos <i>et al.</i> (2023)	Brasil	<i>Acacia mearnsii</i> de Wild.	vt	Sim	Povoamento
Zhang <i>et al.</i> (2021)	China	<i>Larix olgensis</i>	ht	Não	Densidade-D e índice de Sítio-S (interações DxS)
Sharma (2021)	Canadá e EUA	25 espécies	vt	Não	Árvore
Raptis <i>et al.</i> (2021)	Grécia	<i>Pinus nigra</i>	ht	Sim	Parcela
Chenge (2021)	Nigéria	Várias	ht	Sim	Parcela
Jang <i>et al.</i> (2021)	EUA	<i>Pinus ponderosa</i>	ht/vt	Não	Parcela
Han <i>et al.</i> (2021)	China	<i>Pinus sylvestris</i>	ht	Sim	Parcela
Ogana e Ercanli (2021)	Nigéria	Várias	ht	Não	Parcela
Nascimento <i>et al.</i> (2020)	Brasil	Várias	ht/vt	Não	espécie
Ciceu <i>et al.</i> (2020)	Romenia	Várias	ht	Sim	sub-parcela
Sharma (2020)	Canadá	<i>Pinus resinosa</i>	vt	Não	Sítio (localidade) e árvore
Karatepe <i>et al.</i> (2020)	Turquia	<i>Pinus nigra</i>	ht	Sim	Parcela
Shen <i>et al.</i> (2020)	China	<i>Populus spp.</i>	ht	Não	Parcela
Bronisz e Mehtätalo (2020)	Polônia	<i>Betula pendula</i> <i>Roth</i>	ht	Sim	Parcela
Ogana <i>et al.</i> (2020)	Espanha	<i>Pinus radiata</i> e <i>Pinus pinaster</i>	ht	Sim	Parcela
Hernandez-Ramos <i>et al.</i> (2020)	México	<i>Lysiloma latisiliquum</i>	ht	Não	Conglomerado/Município/Altitude/Classe diamétrica/ Classe de Copa / Altura de Poda
VanderSchaaf (2019)	EUA	<i>Pinus taeda</i> , <i>Pinus palustris</i> , <i>Pinus echinata</i> e <i>Pinus Elliottii</i>	ht	Sim	Parcela
Sharma (2019)	Canadá	<i>Picea mariana</i> ; <i>Pinus banksiana</i>	vt	Não	Espécie, parcela e árvore
Sharma <i>et al.</i> (2019)	Republica Tcheca	<i>Picea abies</i> , <i>Fagus sylvatica</i>	ht	Sim	Parcela
Özçelik <i>et al.</i> (2018)	Turquia	<i>Pinus brutia</i> ; <i>Cedrus libani</i>	ht	Sim	Parcela

Autor(es)	Local do Estudo	Espécie(s)	var_ est	Calibração	Nível do efeito aleatório
Duan <i>et al.</i> (2018)	China	<i>Picea asperata</i> , <i>Larix olgensis</i> , <i>Quercus mongolica</i> , <i>Betula platyphylla</i> .	ht	Não	Parcela
Ferraz Filho <i>et al.</i> (2018)	Brasil	<i>Eucaliptus sp</i>	ht	Não	Árvore e Parcela
Zhao e Kane (2017)	EUA	<i>Pinus taeda</i>	vc	Não	Árvore
Zheng <i>et al.</i> (2017)	China	<i>Quercus variabilis</i>	vt	Não	Árvore
Kearsley <i>et al.</i> (2017)	Congo	Várias	ht	Não	Local
Malata <i>et al.</i> (2017)	Malawi	<i>Pinus oocarpa</i> e <i>Pinus Patula</i>	vt	Não	Árvore
Magalhães (2017)	Moçambique	<i>Androstachys johnsonii</i> Prain	ht/vt	Não	Sítio
Adamec e Drápela (2016)	Republica Tcheca	<i>Picea abies</i>	ht	Sim	Parcela
Zang <i>et al.</i> (2016)	China	Várias	ht	Não	Local, Espécie e Parcela
Sharma (2016)	Canadá	<i>Pinus banksiana</i> , <i>Pinus resinosa</i> , <i>Picea mariana</i> , <i>Picea glauca</i>	ht	Não	Parcela
Sharma e Vacek (2016)	Republica Tcheca	Várias	ht	Sim	Parcela
Gomez-García <i>et al.</i> (2015)	Portugal	Maritime pine	ht	Sim	Parcela
Vismara <i>et al.</i> (2015)	Brasil	<i>Eucalyptus sp.</i>	vt	Sim	Fazenda
Rupsys (2015)	Lituânia	<i>Pinus sylvestris</i>	ht	Não	Parcela
Ercanli (2015)	Turquia	<i>Fagus orientalis</i>	ht	Sim	Parcela
Sharma e Breidenbach (2015)	Noruega	<i>Picea abies</i> , <i>Pinus sylvestris</i> , <i>Betula pubescens</i>	ht	Sim	Parcela
Corral-Rivas <i>et al.</i> (2014)	México	Pinus; Quercus sp., Espécies de coníferas, Espécies folhosas	ht	Sim	Parcela
Rupsys (2014)	Lituânia	Várias	ht	Não	Local
Mendonça <i>et al.</i> (2014)	Brasil	<i>Eucalyptus sp.</i>	ht	Não	Classe DAP
Xu <i>et al.</i> (2014)	China	<i>Cunninghamia lanceolata</i>	ht	Não	Local, Parcela, Local+Parcela
Planck e MacFarlane (2014)	EUA	Várias	vt	Não	Volume da Seção
VanderSchaaf (2014)	EUA	Várias	ht	Sim	Parcela
VanderSchaaf (2013)	EUA	Várias	ht	Sim	Parcela

Autor(es)	Local do Estudo	Espécie(s)	var_est	Calibração	Nível do efeito aleatório
Lhotka (2012)	EUA	Sweetgum, Water oak, Red maple, Yellow-poplar	ht	Sim	Talhão
VanderSchaaf (2012)	EUA	Balsam fir, Black spruce, Jack pine, Northern white-cedar, Red pine, Tamarack, White spruce	ht	Sim	Parcela / Talhão
Paulo <i>et al.</i> (2011)	Portugal	<i>Quercus Suber</i> L.	ht	Sim	Parcela
Coble e Lee (2011)	EUA	<i>Pinus taeda</i> e <i>Pinus elliotii</i>	ht	Sim	Parcela
Jiang e Li (2010)	China	<i>Larix gmelinii</i> Rupr.	ht	Sim	Parcela
Crecente-Campo <i>et al.</i> (2010)	Espanha	<i>Eucalyptus globulus</i> L.	ht	Sim	Parcela
Vargas-Larreta <i>et al.</i> (2009)	México	<i>Pinus</i> e <i>Quercus</i> sp.	ht	Sim	Parcela
Meng <i>et al.</i> (2008)	Canadá	<i>Pinus contorta</i> var. <i>latifolia</i> Engelm.	ht	Não	Parcela
Temesgen <i>et al.</i> (2008)	EUA	Douglas-fir	ht	Sim	Parcela
Adame <i>et al.</i> (2008)	Espanha	<i>Quercus pyrenaica</i> Willd	ht	Sim	Parcela
Sauders e Wagner (2008)	EUA	Várias	ht	Não	Parcela
Sharma e Parton (2007)	Canadá	Balsam fir, balsam poplar, black spruce, jack pine, red pine, trembling aspen, white birch, and white spruce	ht	Sim	Parcela
Trincado <i>et al.</i> (2007)	EUA	<i>Pinus taeda</i>	ht	Sim	Parcela
Dorado <i>et al.</i> (2006)	Espanha	<i>Pinus radiata</i>	ht	Sim	Parcela
Calama e Monteiro (2004)	Espanha	<i>Pinus pinea</i> L.	ht	Sim	Parcela
Lappi (1991)	Finlândia	<i>Pinus sylvestris</i>	ht/vt	Sim	Povoamento

Var\_est é a variável estimada; ht é a altura total; vt é o volume total; vc é o volume comercial.  
 FONTE: O autor (2024).

Lappi (1991) foi pioneiro ao demonstrar o potencial da calibração, tanto em equações volumétricas como hipsométricas em povoamentos de *Pinus sylvestris* na Finlândia, indicando que as estatísticas de precisão do modelo melhoram com o aumento do número de árvores para calibração. Atualmente, como pode ser observado na Tabela 3, pesquisadores de diversos países têm avaliado a utilização

da calibração na melhoria das estatísticas de ajuste e redução da intensidade amostral, como na Espanha, México, Turquia, China, EUA, República Tcheca, Grécia, Nigéria, entre outros.

No entanto, devido à complexidade dos cálculos matemáticos necessários para a aplicação da modelagem mista e da calibração das equações, além das restrições computacionais da época, o uso dessa modelagem não foi tão explorado até o final dos anos 2000. Foi após esse período que houve um ressurgimento no interesse e na utilização dessas técnicas, principalmente relacionado a calibração.

Trincado *et al.* (2007), em um povoamento de *Pinus taeda* no sudoeste dos EUA, alocaram efeito aleatório nas parcelas do inventário e testou a calibração em um conjunto de dados separado do ajuste, com a seleção aleatória de 1 a 3 árvores por parcela. A avaliação da acurácia da calibração foi comparada com a acurácia geral, considerando apenas a resposta média populacional, ou seja, apenas os coeficientes fixos do modelo. Os autores observaram que a maior mudança na acurácia ocorreu quando apenas uma árvore foi utilizada para a calibração, indicando que a adição de outras árvores proporcionava apenas um ganho marginal. Além disso, concluíram que as estimativas dos coeficientes aleatórios tornam desnecessária a inclusão de variáveis adicionais no modelo (como covariáveis: ex. altura dominante), o que representa uma vantagem ao manter a simplicidade do modelo.

Özçelik *et al.* (2018), em plantios de *Pinus brutia* e *Cedrus libani*, testaram cinco alternativas de ajuste para modelos hipsométricos, incluindo o ajuste por meio de efeitos mistos e a calibração dos efeitos aleatórios, inseridos para as parcelas do inventário. Na seleção das árvores para a calibração, foi avaliada a escolha de 1 a 10 indivíduos aleatoriamente. A abordagem pela calibração dos efeitos aleatórios gerou os melhores resultados de acurácia. Sobre o número de árvores utilizado na calibração, foi avaliado que um tamanho de 4 árvores por parcela como um bom compromisso entre custo de amostragem e acurácia.

No Brasil, a técnica de calibração de modelos vem sendo aplicada com sucesso. Santos *et al.* (2023) realizaram um estudo aplicando diferentes combinações de critérios de seleção de árvores para calibração na estimativa do volume total de plantios de *Acacia mearnsii* no Rio Grande do Sul, utilizando o modelo de Schumacher-Hall e o povoamento como efeito aleatório. Os autores testaram 9 critérios para a seleção de árvores para calibração e constataram que a quantidade de 3 árvores (uma árvore de diâmetro médio, uma árvore com diâmetro médio menos

dois desvios padrões e uma árvore com diâmetro médio mais dois desvios padrões) foi suficiente para gerar equações com diferenças nas estatísticas abaixo de 5%, comparado às equações ajustadas pelo método dos mínimos quadrados. Vale ressaltar que o ajuste pelo método tradicional utilizava todas as observações disponíveis, ao contrário da calibração, o que representou uma redução de 94% no número de árvores neste estudo.

O estudo de Mendes (2020) avaliou a calibração de modelos hipsométricos para povoamentos de *Araucaria angustifolia* no Rio Grande do Sul, utilizando a unidade amostral (parcela) como efeito aleatório. O autor realizou a seleção de 1 a 5 árvores para cada um dos seguintes critérios de seleção: árvores mais grossas, árvores mais finas, árvores médias e seleção aleatória. O critério de seleção das árvores mais grossas apresentou os melhores resultados, revelando uma melhoria na estatística do erro padrão à medida que o número de árvores selecionado aumentava. A calibração com 5 árvores por unidade amostral (190 observações no total) resultou no melhor desempenho, com uma diferença de apenas 7,6% em relação ao modelo de efeitos mistos ajustado com toda a base de dados (2039 observações). Nos demais critérios, apenas a seleção de árvores aleatórias apresentou tendência de aumento no erro com a seleção de mais árvores para calibração.

A possibilidade de utilizar poucas alturas medidas em novos povoamentos para calibrar modelos mistos oferece uma vantagem significativa sobre os modelos desenvolvidos por métodos tradicionais, que exigem maiores quantidades de dados (Corral-Rivas *et al.*, 2014). Isso é particularmente relevante nas aplicações florestais (Calama e Monteiro, 2004) e de interesse dos administradores florestais. Logicamente, isso é ainda mais importante para aplicações em desenvolvimento de equações volumétricas, devido ao alto custo da cubagem.

Para Sharma *et al.* (2019), a técnica de calibração apresenta o potencial de transformar a abordagem de inventários florestais. No futuro, a medição de várias alturas em cada parcela pode não ser mais necessária. Em vez disso, apenas algumas árvores selecionadas seriam necessárias, reduzindo significativamente os custos do inventário florestal. Esse pensamento também pode ser estendido para a variável volume, com poucas medições em nível de povoamento.

Em contraste com a literatura, na presente pesquisa será estudada a aplicação da calibração para as variáveis altura e volume total, utilizando o povoamento como nível aleatório. Para todos os cenários a serem testados, haverá uma base de dados

para ajuste (fonte dos coeficientes fixos, matriz D e R) e um novo conjunto de dados para a calibração. Esse ponto, em especial, é muito importante, considerando que muitas vezes a calibração não é testada em dados que não participaram do ajuste. Além disso, serão avaliados cenários nos quais a base de calibração conterá clusters em nível do efeito aleatório aplicado, que não estavam presentes na base de dados para ajuste. Isso amplia a análise para situações em que a calibração pode ser aplicada a novos povoamentos ou condições não consideradas durante o ajuste do modelo. Adicionalmente, vale ressaltar que será a primeira aplicação para o gênero *Pinus* no Brasil, nos quais os povoamentos são submetidos a técnicas de manejo específicas.

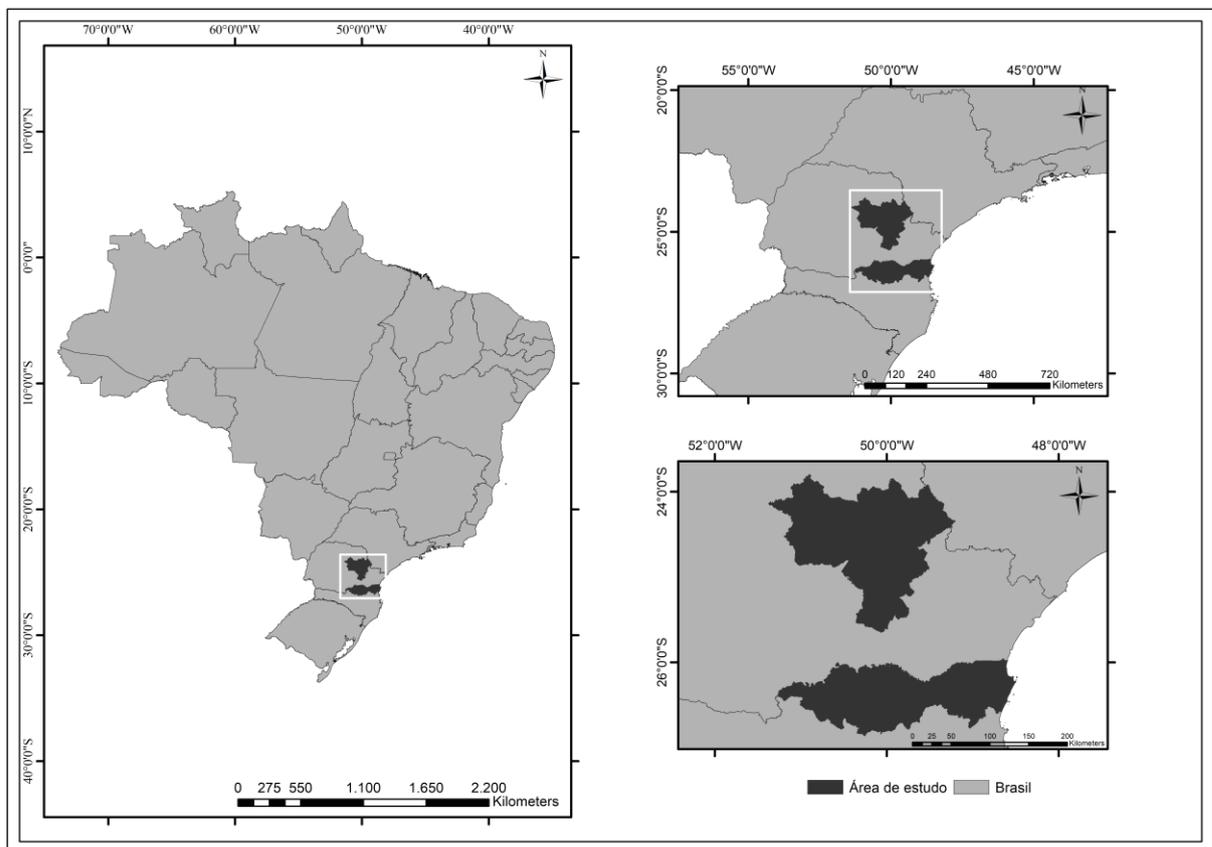
A incorporação da técnica de calibração para o gênero *Pinus* no Brasil, especialmente considerando as práticas de manejo específicas aos quais esses povoamentos são submetidos, representa uma contribuição significativa para a pesquisa em Ciência Florestal no país. A adaptação e otimização de métodos como a calibração para condições específicas podem resultar em melhorias substanciais na eficiência dos inventários florestais e nas estimativas das variáveis dendrométricas, proporcionando benefícios práticos para a gestão florestal e para a indústria madeireira. Essa abordagem inovadora pode abrir novas perspectivas para o monitoramento e manejo sustentável de povoamentos de *Pinus* no Brasil.

## 5 MATERIAIS E MÉTODOS

### 5.1 ORIGEM DOS DADOS

Os dados foram provenientes de povoamentos de *Pinus taeda* (PNTA), *Pinus caribaea var. hondurensis* (PNCH) e *Pinus maximinoii* (PNMX), localizados na região Mesorregião do Norte Catarinense no estado de Santa Catarina e na Mesorregião do Centro Oriental Paranaense no estado do Paraná, conforme FIGURA 1.

FIGURA 1 - Localização dos povoamentos de *Pinus* spp. utilizados na presente pesquisa.



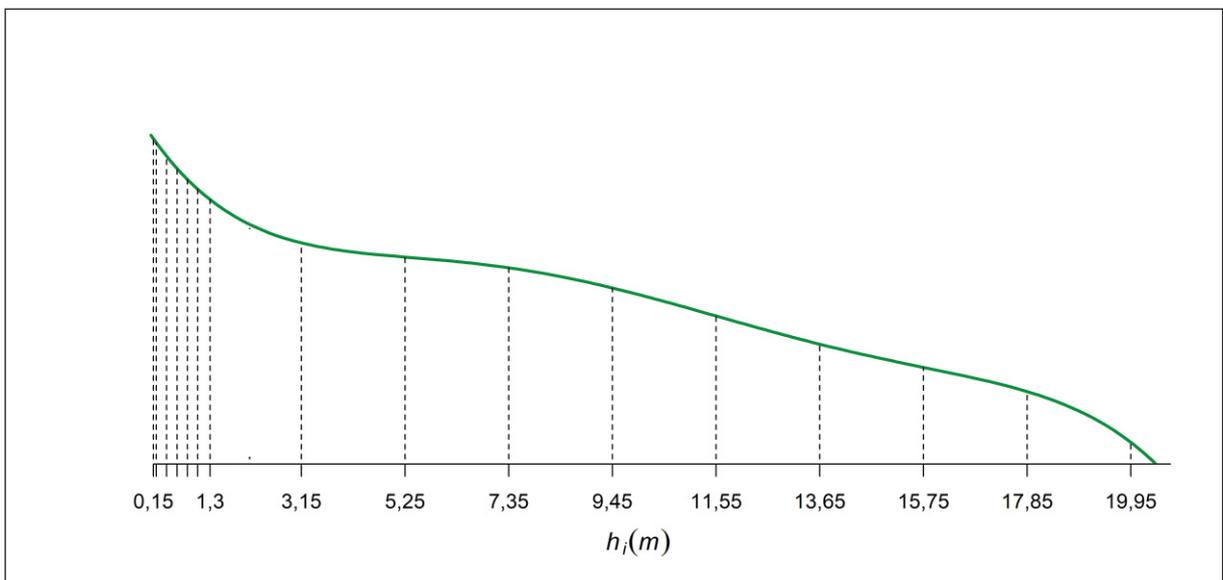
FONTE: O autor (2024).

## 5.2 MENSURAÇÃO DAS VARIÁVEIS DENDROMÉTRICAS

Os dados de alturas foram provenientes de parcelas circulares de 550 m<sup>2</sup> de área (Raio de 13,23 m), nas quais todos os DAPs (Diâmetro à Altura do Peito) de todas as árvores foram mensurados e a altura total de 20% delas, com adição da medição das alturas das árvores dominantes (caso não estejam presente nos 20% anteriormente mencionados).

Os volumes totais foram obtidos por meio da cubagem rigorosa, mensurando-se dez diâmetros ao longo do tronco (em alturas proporcionais à altura total da árvore) após a altura de 1,30 m, correspondente ao DAP, o qual também é mensurado. Para a porção do tronco entre a base da árvore e a altura de 1,30 m, foram mensurados os diâmetros a cada 20 cm, até a altura de 1,30 m (Figura 2). O volume total da árvore foi obtido pelo somatório dos volumes de cada seção do tronco, calculado pela fórmula de Smalian, somado ao volume da ponta (cone), conforme descrito por Machado e Figueiredo Filho (2014).

Figura 2 - Representação da cubagem para uma árvore de 21m altura total.



FONTE: O autor (2024).

## 5.3 BANCO DE DADOS

### 5.3.1 Consistência dos dados

Uma análise visual para todos os elementos da base de dados foi realizada. Árvores com defeitos como: Quebrada, danos devido ao fogo ou à geada, com ataque por formiga ou macaco prego dentre outros foram retirados da amostra. Também foram excluídas árvores com possíveis erros de digitação no banco de dados, análise feita com auxílio de avaliação gráfica.

### 5.3.2 Conjunto de dados para modelagem hipsométrica

O conjunto de dados para a modelagem hipsométrica foi composto por duas espécies: *Pinus taeda* (PNTA) e *Pinus maximinoi* (PNMX). Os dados para ambas as espécies foram coletados no período entre os anos de 2014 e 2019. A base pertence a um conjunto de quatro empresas florestais, que possuem plantios na região indicada na FIGURA 1. Os dados são categorizados, em cada empresa, como: Local específico (fazenda), idade, Unidade de manejo (Talhões) e parcelas.

O PNTA é composto por povoamentos com idades variando de 5 a 27 anos, totalizando 3.190 parcelas com um total de 214.678 indivíduos mensurados em pares de diâmetro e altura total. O PNMX é composto por povoamentos com idades variando de 7 a 15 anos, totalizando 171 parcelas com 8.905 indivíduos mensurados em pares de diâmetro e altura total.

A Tabela 4 apresenta o número de pares de observações para cada espécie e sua respectiva idade.

Tabela 4 - Número de pares de diâmetro (DAP e altura total), por idade para o *Pinus taeda* (PNTA) e *Pinus maximinoii* (PNMX) utilizados para os estudos da relação hipsométrica

Base Altura					
ESP	IDADE (anos)	n	ESP	IDADE (anos)	n
PNMX	7	369	PNTA	11	24.364
	8	1.138		12	23.296
	9	1.169		13	19.006
	10	1.123		14	17.565
	11	1.266		15	13.164
	12	1.459		16	8.158
	13	1.265		17	4.317
	14	826		18	1.823
15	293	19		1.312	
Total PNMX		8908		20	181
PNTA	5	6.368		22	79
	6	14.522		24	67
	7	18.777		25	61
	8	18.575		26	65
	9	21.137		27	15
	10	22.456		Total PNTA	

Em que: ESP é a espécie; n é o número de indivíduos.

FONTE: O autor (2024).

Uma sumarização das estatísticas descritivas foi efetuada, para uma melhor compreensão da dispersão dos dados, dispostos no item 6.1.

### 5.3.3 Conjunto de dados para modelagem volumétrica

Para a modelagem do volume total, o conjunto de dados foi composto por duas espécies: *Pinus caribaea* var. *hondurensis* (PNCH) e *Pinus taeda* (PNTA). As cubagens foram realizadas entre os anos de 1998 e 2018. A base para a modelagem volumétrica provém das mesmas empresas, pertencendo ao mesmo grupo utilizado para a modelagem hipsométrica, com a mesma categorização.

O PNCH foi composto por povoamentos com um intervalo de idade de 7 a 12 anos, totalizando 584 indivíduos mensurados em altura total, diâmetro à altura do peito (DAP) e volume total. O PNTA foi composto por povoamentos com idades variando de 6 a 30 anos, totalizando 1870 indivíduos mensurados. Para o PNTA, os povoamentos com idades 18, 19, 20, 21, 22 e 24 anos possuem um número baixo de indivíduos mensurados. Para análises posteriores neste trabalho, esses povoamentos foram agrupados da seguinte forma: Idade-A (18, 19 e 20 anos) e Idade-B (21, 22 e 24 anos).

A Tabela 5 apresenta o número de indivíduos mensurados para cada espécie

e sua respectiva idade.

Tabela 5 - Número de árvores cubadas (n) para *Pinus caribaea* var. *hondurensis* (PNCH) e *Pinus taeda* (PNTA) por idade

Base Volume					
ESP	IDADE (anos)	n	ESP	IDADE (anos)	n
PNCH	7	45	PNTA	16	92
	8	50		17	79
	9	70		18	14
	10	150		19	12
	11	79		20	12
	12	190		21	10
Total PNCH		584		22	11
PNTA	8	80		24	25
	9	102		25	94
	10	128		26	187
	11	134		27	146
	12	135		28	78
	13	127		29	59
	14	237		30	13
	15	95		Total PNTA	

Em que: ESP é a espécie; n é o número de indivíduos.

FONTE: O autor (2024).

Uma sumarização das estatísticas descritivas foi efetuada, para uma melhor compreensão da dispersão dos dados, dispostos no item 6.1.

#### 5.4 MODELAGEM HIPSOMÉTRICA E VOLUMÉTRICA TRADICIONAL

Antes da aplicação da técnica de calibração, foi realizada a seleção do melhor modelo hipsométrico e volumétrico. Foram testados cinco modelos para cada uma das modelagens, para posterior seleção do melhor (Tabela 6 e Tabela 7).

Tabela 6 – Modelos testados para estimar a altura total de *Pinus* spp.

Nº	Modelo	Autor	Fonte
1	$h = \beta_0 + \beta_1 * \frac{1}{DAP} + \varepsilon$	Assmann	David <i>et al.</i> (2016)
2	$h = \beta_0 + \beta_1 * \ln(DAP) + \varepsilon$	Henriksen	Nicoletti <i>et al.</i> (2020)
3	$\ln(h) = \beta_0 + \beta_1 * \frac{1}{DAP} + \varepsilon$	Curtis	Donadoni <i>et al.</i> (2010)
4	$\ln(h) = \beta_0 + \beta_1 * \ln(DAP) + \varepsilon$	Stoffels	Nicoletti <i>et al.</i> (2016)
5	$h = \beta_0 + \beta_1 * DAP + \beta_2 * DAP^2 + \varepsilon$	Trorey	Sena <i>et al.</i> (2015)

Em que: h é a altura total (m), DAP é o diâmetro à altura do peito (cm);  $\varepsilon$  é o erro associado ao modelo;  $\beta$  são os coeficientes.

FONTE: O autor (2024).

Tabela 7 - Modelos testados para estimar o volume total com casca (m<sup>3</sup>)

Nº	Modelo	Autor	Fonte
1	$v = \beta_0 + \beta_1(DAP^2 * h) + \varepsilon$	Spurr	Nicoletti <i>et al.</i> (2020)
2	$v = \beta_0 + \beta_1 * h + \beta_2 * DAP^2 + \beta_3(DAP^2 * h) + \varepsilon$	Stoate	Mello <i>et al.</i> (2013)
3	$\ln(v) = \beta_0 + \beta_1 * \ln(DAP^2 * h) + \varepsilon$	Spurr Logaritmo	Pelissari <i>et al.</i> (2011)
4	$\ln(v) = \beta_0 + \beta_1 * \ln(DAP^2) + \beta_2 * \ln(h) + \varepsilon$	Schumacher-Hall	Pelissari <i>et al.</i> (2011)
5	$\ln(v) = \beta_0 + \beta_1 * \ln(DAP^2) + \varepsilon$	Husch	Pelissari <i>et al.</i> (2011)

Em que:  $v$  é o volume total (m<sup>3</sup>),  $h$  é a altura total (m),  $DAP$  é o diâmetro à altura do peito (cm);  $\varepsilon$  é o erro associado ao modelo;  $\beta$  são os coeficientes.

FONTE: O autor (2024).

Para este trabalho, a combinação de cada espécie com a respectiva idade das bases descritas nos itens 5.3.2 e 5.3.3 será denominada POVOAMENTO (Ex. as observações da espécie PNMX com idade de 9 anos, formam o povoamento PNMX\_7, e assim por diante). Portanto, os cinco modelos (altura e volume) foram ajustados para todos os respectivos povoamentos. Todos os ajustes foram efetuados por meio do método dos mínimos quadrados ordinários (MQO), considerados nesta pesquisa como ajuste TRADICIONAL, sendo a base para a seleção do modelo a ser utilizado na calibração. A avaliação dos modelos tradicionais ajustados foi realizada por meio das estatísticas:

- Erro padrão da estimativa em porcentagem:

$$S_{yx}\% = \frac{\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{n - p}}}{\bar{y}} * 100 \quad (8)$$

- Coeficiente de determinação ajustado ( $R_{aj.}^2$ ):

$$R_{aj.}^2 = 1 - \left( \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} \right) * \left( \frac{n - 1}{n - p} \right) \quad (9)$$

- Critério de Informação de Akaike (AIC):

$$AIC = n + n * \ln(2\pi) + n * \ln(\hat{\sigma}^2) + 2 * (p + 1) \quad (10)$$

Em que para o Método dos mínimos quadrados  $\hat{\sigma}^2$  é dado por:

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{n} \quad (11)$$

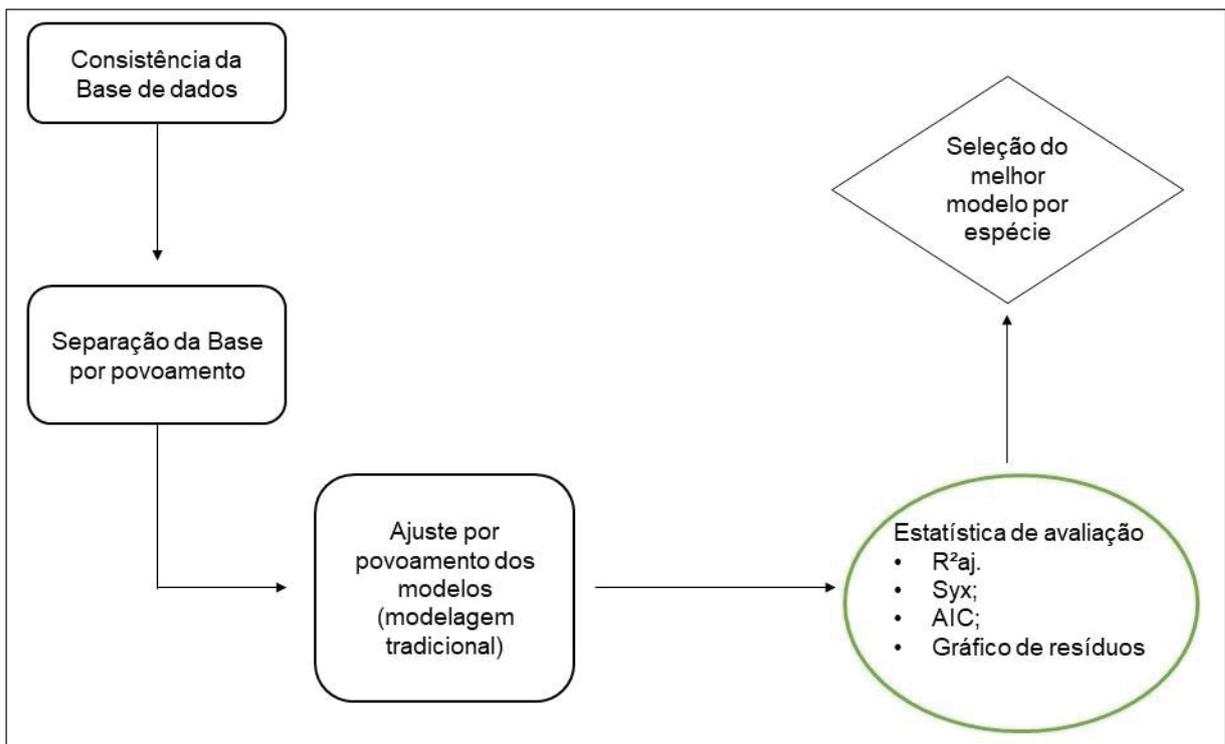
- Análise gráfica dos Resíduos Estudentizados.

Nos modelos com transformação logarítmica para a variável independente foi aplicado aos valores estimados o Fator de Correção de Meyer.

O modelo com o melhor desempenho nas estatísticas de avaliação, para cada modelagem (altura e volume), foi escolhido para o ajuste por meio da modelagem de efeito misto e posterior calibração das equações.

A Figura 3 expressa um fluxograma simplificado para o processo de seleção do modelo para a posterior calibração.

Figura 3 - Representação do processo de seleção do modelo para calibração



FONTE: O autor (2024).

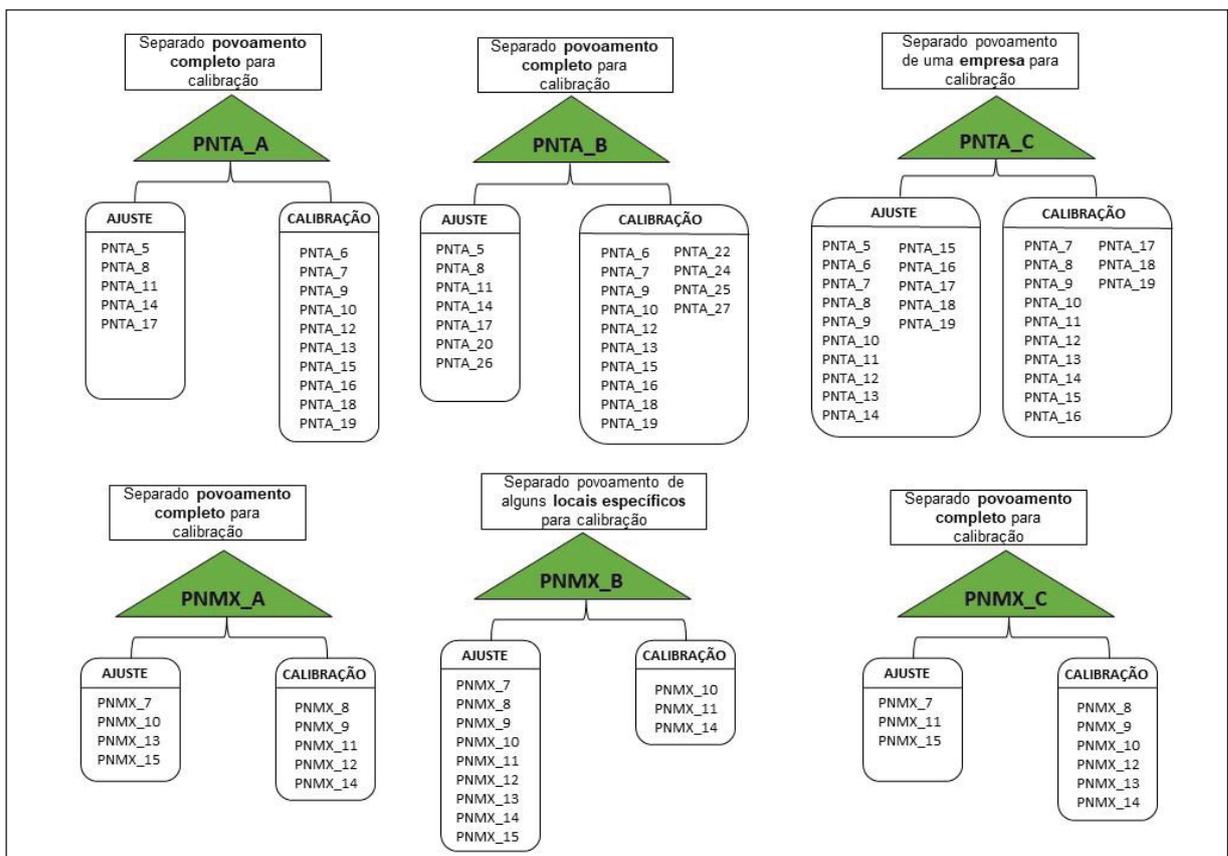
O ajuste tradicional (por meio do método MQO) foi considerado como método testemunha para este trabalho, em que as equações geradas pelas calibrações visam se aproximar daquelas ajustadas pela modelagem tradicional.

## 5.5 MODELAGEM POR EFEITO MISTO E CALIBRAÇÃO DE MODELOS HIPSOMÉTRICOS E VOLUMÉTRICOS

Para cada espécie e sua respectiva modelagem (altura e volume), o melhor modelo selecionado foi ajustado por meio da modelagem de efeito misto, valendo-se dos procedimentos descritos no item 4.3. Em seguida, o modelo foi calibrado, conforme procedimentos apresentados no item 4.4. Neste trabalho, o efeito aleatório inserido na modelagem mista foi o "POVOAMENTO". Todo o ajuste da modelagem de efeito misto foi realizado por meio do *software SAS®*, *SAS on line for academics*.

Para realizar essas duas etapas, tanto para o conjunto de dados da modelagem da altura quanto para o volume, os povoamentos foram separados em três bases distintas para cada espécie e modelagem. Essas bases foram divididas em conjuntos para ajuste por meio do efeito misto e respectivo conjunto para calibração. Na Figura 4 estão descritas as bases de ajuste e calibração para a modelagem hipsométrica de cada espécie.

Figura 4 - Base de ajuste e calibração para a modelagem hipsométrica



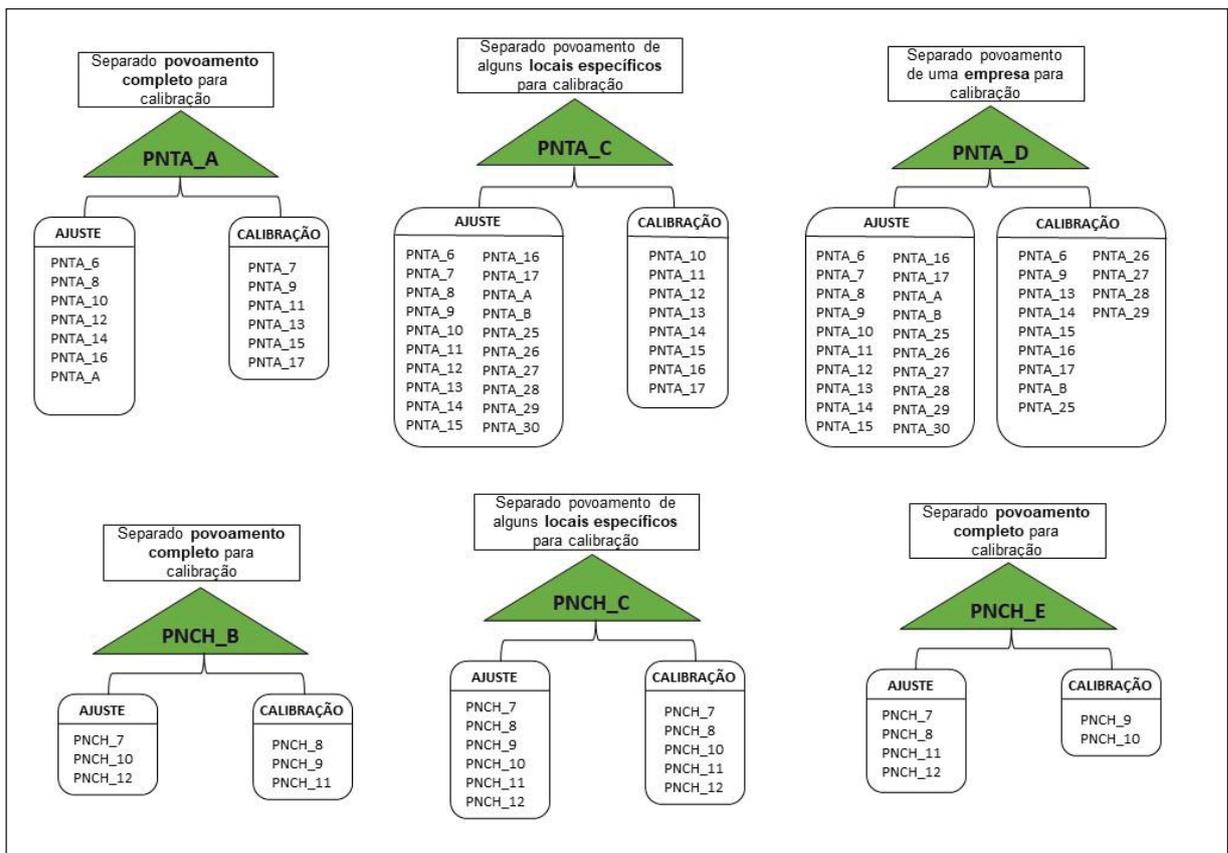
FONTE: O autor (2024).

Para as bases PNMX\_A, PNMX\_C, PNTA\_A e PNTA\_B, os povoamentos foram separados daqueles que fariam parte do ajuste da modelagem mista (em que todas as respectivas observações participaram do ajuste) e dos povoamentos em que as árvores foram selecionadas para a posterior calibração do modelo.

Na base PNMX\_B, todos os povoamentos foram separados para participar do ajuste, no entanto alguns povoamentos de um local específico foram retirados aleatoriamente do conjunto de dados para ajuste e separados para a aplicação do método de calibração. Para a base PNTA\_C, foi realizado o mesmo processo, com a diferença de que apenas os povoamentos com idades de 5 a 19 anos foram selecionados.

Na Figura 5, estão descritas as bases de ajuste e calibração para a modelagem volumétrica de cada espécie.

Figura 5 - Base de ajuste e calibração para a modelagem volumétrica.



FONTE: O autor (2024).

Para as bases PNCH\_B e PNCH\_E, todos os povoamentos do conjunto de dados foram selecionados e separados em dois subconjuntos: um para o ajuste da

modelagem mista e outro para a seleção de árvores e a subsequente calibração do modelo. Na Base PNTA\_A, foi realizado o mesmo processo, no entanto, apenas foram selecionados os povoamentos com idade de 6 até A (18, 19 e 20) anos.

Para a base PNCH\_C, todos os povoamentos foram selecionados, e para a divisão entre subconjuntos para ajuste e calibração, foi utilizado como critério a retirada de alguns povoamentos de um local específico para o ajuste e separados para a calibração. Para o PNTA, as bases PNTA\_C e PNTA\_D também foram selecionados todos os povoamentos, no entanto, foram utilizados como critério a retirada de alguns povoamentos de um local específico da base de ajuste (PNTA\_C) e os povoamentos pertencentes a uma das empresas (PNTA\_D).

Nas Tabela 8 e Tabela 9, estão o número de indivíduos utilizados para o ajuste de efeito misto para cada base (altura e volume, respectivamente), e a posterior obtenção dos coeficientes de efeito fixo, matriz de variância/covariância dos efeitos aleatórios e matriz de resíduos para a subsequente calibração dos modelos, nas respectivas bases correspondentes.

Tabela 8 - Número observações para ajuste de efeito misto para modelagem hipsométrica.

Base	POV	N	Base	POV	N
PNMX_A	PNMX_7	369	PNTA_B	PNTA_5	180
	PNMX_10	1.123		PNTA_8	180
	PNMX_13	1.265		PNTA_11	180
	PNMX_15	293		PNTA_14	180
PNMX_B	PNMX_7	113		PNTA_17	180
	PNMX_8	824		PNTA_20	180
	PNMX_9	843		PNTA_26	65
	PNMX_10	934		PNTA_5	500
	PNMX_11	1.155		PNTA_6	500
	PNMX_12	1.357		PNTA_7	500
	PNMX_13	1.161	PNTA_8	500	
	PNMX_14	740	PNTA_9	500	
PNMX_C	PNMX_7	369	PNTA_10	500	
	PNMX_11	1.266	PNTA_11	500	
	PNMX_15	293	PNTA_12	500	
PNTA_A	PNTA_5	500	PNTA_13	500	
	PNTA_8	500	PNTA_14	500	
	PNTA_11	500	PNTA_15	500	
	PNTA_14	500	PNTA_16	500	
	PNTA_17	500	PNTA_17	500	
			PNTA_18	500	
			PNTA_19	500	

Em que: POV é o povoamento; N é o número de observações; o valor após a abreviatura da espécie indica a idade do povoamento em anos.

FONTE: O autor (2024).

Tabela 9 - Número observações para ajuste de efeito misto para modelagem volumétrica.

Base	POV	N	Base	POV	N	Base	POV	N
PNCH_B	PNCH_7	45	PNTA_C	PNTA_6	36	PNTA_D	PNTA_6	17
	PNCH_10	150		PNTA_7	54		PNTA_7	45
	PNCH_12	190		PNTA_8	80		PNTA_8	80
PNCH_C	PNCH_7	20		PNTA_9	102		PNTA_9	77
	PNCH_8	35		PNTA_10	88		PNTA_10	128
	PNCH_9	70		PNTA_11	94		PNTA_11	134
	PNCH_10	50		PNTA_12	85		PNTA_12	131
	PNCH_11	59		PNTA_13	80		PNTA_13	87
	PNCH_12	140		PNTA_14	187		PNTA_14	176
PNCH_E	PNCH_7	45		PNTA_15	55		PNTA_15	35
	PNCH_8	50		PNTA_16	40		PNTA_16	52
	PNCH_11	79		PNTA_17	48		PNTA_17	31
	PNCH_12	190		PNTA_A	38		PNTA_A	38
PNTA_A	PNTA_6	128		PNTA_B	46		PNTA_B	25
	PNTA_8	135		PNTA_25	94		PNTA_25	26
	PNTA_10	237	PNTA_26	187	PNTA_26	41		
	PNTA_12	92	PNTA_27	146	PNTA_27	70		
	PNTA_14	36	PNTA_28	78	PNTA_28	10		
	PNTA_16	80	PNTA_29	59	PNTA_29	4		
	PNTA_A	38	PNTA_30	13	PNTA_30	30		

Em que: POV é o povoamento; N é o número de observações; o valor após a abreviatura da espécie indica a idade do povoamento em anos.

FONTE: O autor (2024).

Para todos os povoamentos destinados ao ajuste de efeitos mistos, foram utilizadas todas as observações de cada povoamento após a separação das bases em ajuste e calibração, com exceção do PNTA na modelagem hipsométrica.

Para o ajuste por meio do efeito misto do modelo hipsométrico para a espécie PNTA, o uso de todas as observações de todos os povoamentos ultrapassou o limite superior do número de dados admitido pelo programa. Devido a esta limitação foi realizada uma amostragem aleatória na base de dados. Dessa maneira, o número de observações utilizadas em cada povoamento ficou dentro dos limites computacionais. A intensidade amostral está detalhada na Tabela 8.

Para a seleção das árvores destinadas à calibração das equações, foram estipulados 15 critérios, variando de seleção de 1 a 10 árvores com base no DAP (Tabela 10).

Tabela 10 - Critérios de seleção de árvores para calibração de equações de altura e volume.

CRITÉRIO DE CALIBRAÇÃO	QUANTIDADE ÁRVORES	CRITÉRIO DE SELEÇÃO ÁRVORES
A1	1	(1) Arv. < $\overline{DAP} - 1 \text{ dp}$
B1	1	$\overline{DAP} - 1 \text{ dp} < (1) \text{ Arv.} < \overline{DAP} + 1 \text{ dp}$
C1	1	(1) Arv. > $\overline{DAP} + 1 \text{ dp}$
D3	3	(1) Arv. < $\overline{DAP} - 1 \text{ dp}$
		$\overline{DAP} - 1 \text{ dp} < (1) \text{ Arv.} < \overline{DAP} + 1 \text{ dp}$
		(1) Arv. > $\overline{DAP} + 1 \text{ dp}$
E3	3	Seleção Aleatória
F3	3	(3) Arv. > $\overline{DAP} + 1 \text{ dp}$
G5	5	(2) Arv. < $\overline{DAP} - 1 \text{ dp}$
		$\overline{DAP} - 1 \text{ dp} < (2) \text{ Arv.} < \overline{DAP} + 1 \text{ dp}$
		(1) Arv. > $\overline{DAP} + 1 \text{ dp}$
H5	5	(1) Arv. < $\overline{DAP} - 1 \text{ dp}$
		$\overline{DAP} - 1 \text{ dp} < (2) \text{ Arv.} < \overline{DAP} + 1 \text{ dp}$
		(2) Arv. > $\overline{DAP} + 1 \text{ dp}$
I5	5	Seleção Aleatória
J7	7	(2) Arv. < $\overline{DAP} - 1 \text{ dp}$
		$\overline{DAP} - 1 \text{ dp} < (2) \text{ Arv.} < \overline{DAP} + 1 \text{ dp}$
		(3) Arv. > $\overline{DAP} + 1 \text{ dp}$
K7	7	Seleção Aleatória
L9	9	(3) Arv. < $\overline{DAP} - 1 \text{ dp}$
		$\overline{DAP} - 1 \text{ dp} < (3) \text{ Arv.} < \overline{DAP} + 1 \text{ dp}$
		(3) Arv. > $\overline{DAP} + 1 \text{ dp}$
M9	9	Seleção Aleatória
N10	10	(3) Arv. < $\overline{DAP} - 1 \text{ dp}$
		$\overline{DAP} - 1 \text{ dp} < (3) \text{ Arv.} < \overline{DAP} + 1 \text{ dp}$
		(4) Arv. > $\overline{DAP} + 1 \text{ dp}$

CRITÉRIO DE CALIBRAÇÃO	QUANTIDADE ÁRVORES	CRITÉRIO DE SELEÇÃO ÁRVORES
O10	10	Seleção Aleatória

Em que:  $\overline{dap}$  = DAP médio,  $dp$  = desvio padrão, ( ) Arv = Quantidade de árvores selecionadas de acordo com critério especificado.

FONTE: O autor (2024).

Para cada critério de calibração foi realizada a re-amostragem na seleção das árvores para calibrar o modelo, ou seja, foram selecionadas as árvores e calculadas as estatísticas de avaliação, então as árvores foram recolocadas no banco de dados e realizado um novo sorteio, e assim sucessivamente. Para os modelos hipsométricos a re-amostragem foi realizada cinco vezes, e dez vezes para os modelos volumétricos, em cada critério de amostragem e povoamento.

O DAP foi a variável utilizada para a seleção das árvores, pois é uma medida diretamente obtida nas árvores para ambas as variáveis (altura e volume). Além disso, é uma medida fácil e prática de ser obtida em campo para determinar a árvore selecionada para mensuração da variável de interesse e posterior calibração. A seleção de árvores, o cálculo dos coeficientes calibrados e outras estatísticas foram realizados por meio do software R (Core Team, 2009).

## 5.6 COMPARAÇÃO DA ABORDAGEM TRADICIONAL COM A EQUAÇÕES CALIBRADAS

Para avaliar se as calibrações dos modelos foram apropriadas, ou seja, se aproximaram com consistência das equações geradas pela modelagem tradicional (testemunha), foi estabelecido como critério que as equações calibradas não deveriam se afastar mais do que 5% em relação às estatísticas obtidas pelo método tradicional.

Para as estimativas das equações calibradas, tanto para o volume quanto para a altura, foi utilizado o Syx% (Equação 8). Na modelagem volumétrica, também foi empregado o  $R_{aj}^2$  (Equação 9). Vale destacar que para a modelagem da altura, essa estatística não foi utilizada devido às características dos modelos hipsométricos. Conforme observado na literatura (Atanazio *et al.*, 2017; Souza *et al.*, 2017; Nicoletti *et al.*, 2020), esses modelos frequentemente apresentam valores baixos para essa estatística, geralmente em torno de 0,5 ou abaixo, além de maior instabilidade, em

que pequenas diferenças podem resultar em variações significativas em termos percentuais.

Portanto, para a altura, também foi realizada uma avaliação com base nas diferenças entre as observações geradas pela equação tradicional e aquelas geradas pelas equações calibradas (equações 12 e 13), denominando-se isso de desvio (Equação 14). Na estatística do desvio, considerou-se satisfatório o desempenho da equação calibrada quando menos de 5% das observações apresentavam diferença superior a 5% em relação à equação tradicional.

$$Diff_i = \left| \left( 1 - \frac{\hat{y}_{i_c}}{\hat{y}_{i_t}} \right) * 100 \right| \quad (12)$$

$$n = \sum_{i=1}^N contagem (Diff_i \geq 5) \quad (13)$$

$$Desvio = \frac{n}{N} * 100 \quad (14)$$

Em que:  $\hat{y}_{i_c}$  é a Altura estimada para a observação  $i$  por meio da equação calibrada;  $\hat{y}_{i_t}$  é a Altura estimada para a observação  $i$  por meio da equação tradicional;  $n$  é o número de observações com diferenças superior a 5%,  $N$  é o Número total de observações do povoamento;

Para o critério de calibração selecionado como o melhor em cada espécie e modelagem, foram conduzidas avaliações adicionais, incluindo o estabelecimento de intervalos de confiança para a estimativa, o cálculo de medidas de concordância e uma análise gráfica de limites de concordância. Em todas essas estatísticas mencionadas, o objetivo foi evidenciar a proximidade das equações calibradas em relação às aquelas ajustadas pelo método tradicional.

O intervalo de confiança foi calculado conforme descrito por Montgomery e Peck (1992), em que intervalo de confiança é calculado para a média da regressão, para cada ponto em relação a variável independente  $(x_0, x_1, \dots, x_n)$ , conforme a expressão (15).

$$\hat{y}_0 - t_{\frac{\alpha}{2}, n-p} * \sqrt{\hat{\sigma}^2 x_0' (X'X)^{-1} x_0} \ll y_0 \ll \hat{y}_0 + t_{\frac{\alpha}{2}, n-p} * \sqrt{\hat{\sigma}^2 x_0' (X'X)^{-1} x_0} \quad (15)$$

Em que:  $y_0$  é o valor verdadeiro da variável dependente;  $\hat{y}_0$  é o valor estimado da variável dependente;  $n$  é o número de observações;  $p$  é o número de coeficientes;  $t_{\frac{\alpha}{2}, n-p}$  é o valor da distribuição de  $t$  a uma probabilidade de 95%;  $x_0$  é o vetor das variáveis independentes do modelo;  $X$  é o vetor dos coeficientes do modelo ( $\beta_s$ );  $\hat{\sigma}^2$  é a variância estimada da regressão;

Para ambas as modelagens (volume e altura) foram avaliadas as medidas de concordância,  $CC_1$  (Coeficiente de Correlação de Concordância) e o  $Index\_d$  (índice de acordo) conforme Huang *et al.* (2019), citado por Willmott (1981) e foram calculados conforme as expressões (16 e 17) respectivamente.

$$CC_1 = \frac{\sum(y_i - \bar{y}) * (x_i - \bar{x})}{\sqrt{(\sum y_i^2 - n \bar{y}^2) * (\sum x_i^2 - n \bar{x}^2)}} * \frac{2 * S_y * S_x}{S_y^2 + S_x^2 + (\bar{y} - \bar{x})^2} \quad (16)$$

$$Index\_d = 1 - \frac{\sum(P_i - O_i)^2}{\sum(|O_i - \bar{O}| + |P_i - \bar{O}|)^2} \quad (17)$$

Em que:  $y_i$  e  $O_i$  são os valores observados;  $x_i$  e  $P_i$  são os valores preditos pelas equações;  $n$  é o número de observações.

De acordo com Huang *et al.* (2019) os valores de  $CC_1$  variam de -1 a 1, em que valores próximos a -1 indicam perfeita discordância e valores próximos a 1 indicam perfeita concordância, enquanto  $CC_1 = 0$  indica nenhuma concordância. Já o  $Index\_d$  assume valores variando entre 0 e 1, em que valores próximos a 1 indicam perfeita concordância.

Adicionalmente, foram construídos os gráficos do limite de concordância (análise de Bland-Altman), conforme proposto por Huang *et al.* (2019). A sua construção baseia-se em dois conjuntos de dados pareados, em que a diferença entre cada par de dados observados é plotada com base na média dos respectivos pares de dados, sendo construído um limite superior e inferior para essas diferenças, baseando-se na média das diferenças e respectivo desvio padrão, conforme expressões (18) e (19):

$$L_s = \bar{d} + 1,96 * S_d \quad (18)$$

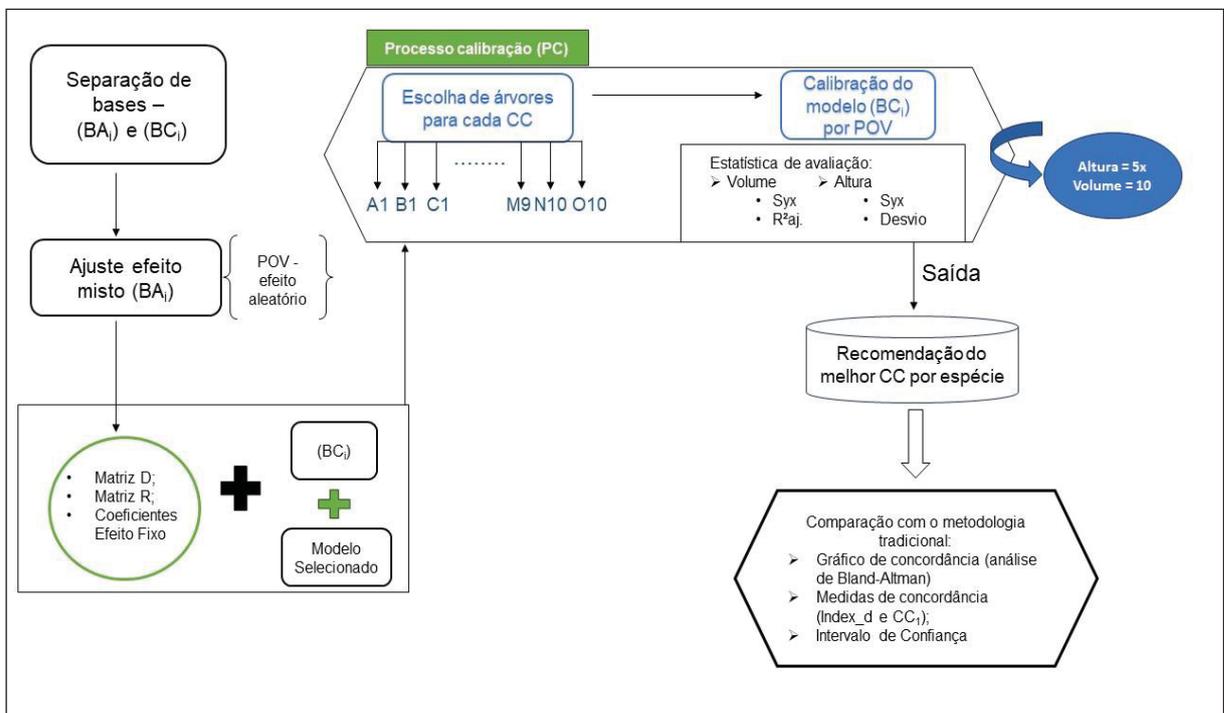
$$L_i = \bar{d} - 1,96 * S_d \quad (19)$$

$$\text{Medições médias} = \frac{d_{1i} + d_{2i}}{2} \quad (20)$$

Em que:  $\bar{d}$  é a média das diferenças entre os pares de dados;  $S_d$  é o desvio padrão das diferenças,  $d_{1i}$  é o valor observado da observação  $i$ ;  $d_{2i}$  é o valor estimado para observação  $i$ .

Tanto para as medidas de concordância quanto para o gráfico, a avaliação baseou-se na proximidade dos resultados obtidos pelas equações calibradas em relação às estimativas obtidas pelo modelo tradicional (testemunha). A aplicação do processo de calibração está representada na Figura 6.

Figura 6 - Representação do processo de calibração de equações de altura e volume e sua comparação em relação ao método tradicional.



FONTE: O autor (2024).

## 5.7 CALPIN – APLICATIVO PARA CALIBRAÇÃO DE EQUAÇÕES DE ALTURA E VOLUME

Com o intuito de simplificar o processo de calibração de equações, foi concebido o aplicativo denominado CALPIN. O principal propósito do CALPIN é proporcionar uma interface amigável para a calibração de equações de altura para as

espécies PNMX e PNTA e de volume para as espécies PNCH e PNTA, levando em consideração o nível hierárquico do Povoamento.

Para o desenvolvimento dos cálculos de calibração foram empregados os pacotes Plots e LinearAlgebra na linguagem de programação Julia. A interface do aplicativo foi desenvolvida utilizando Qt Creator por meio do pacote QML em Julia.

O aplicativo foi desenvolvido com restrição às variáveis, espécies, modelo e com a quantidade de árvores descritos na Tabela 11 - Restrições de variável, espécie, árvores e modelo para utilização do CALPIN, conforme resultados encontrados na presente pesquisa.

Tabela 11 - Restrições de variável, espécie, árvores e modelo para utilização do CALPIN

Variável	Espécie	Árvores a serem selecionadas	Modelo utilizado
Altura	<i>Pinus taeda</i>	$3 \text{ Arv.} < \overline{DAP} - 1 \text{ dp};$ $\overline{DAP} - 1 \text{ dp} < 3 \text{ Arv.} < \overline{DAP} + 1 \text{ dp};$ $3 \text{ Arv.} > \overline{DAP} + 1 \text{ dp}; = \text{Total } 9$ árvores	Henricksen
Altura	<i>Pinus maximinoi</i>	$3 \text{ Arv.} < \overline{DAP} - 1 \text{ dp};$ $\overline{DAP} - 1 \text{ dp} < 3 \text{ Arv.} < \overline{DAP} + 1 \text{ dp};$ $3 \text{ Arv.} > \overline{DAP} + 1 \text{ dp}; = \text{Total } 9$ árvores	Henricksen
Volume	<i>Pinus taeda</i>	$2 \text{ Arv.} < \overline{DAP} - 1 \text{ dp};$ $\overline{DAP} - 1 \text{ dp} < 2 \text{ Arv.} < \overline{DAP} + 1 \text{ dp};$ $3 \text{ Arv.} > \overline{DAP} + 1 \text{ dp}; = \text{Total } 7$ árvores	Schumacher-Hall
Volume	<i>Pinus caribea</i> var. <i>hondurensis</i>	$1 \text{ Arv.} > \overline{DAP} + 1 \text{ dp} = \text{Total } 1 \text{ árvore}$	Spurr Logaritmo

Em que: DAP é o diâmetro à altura do peito à 1,30 m; Arv é a(s) árvore(s).  
 Fonte: o autor (2024)

O aplicativo CALPIN está disponível em: <https://github.com/renilsonlisboa>

## 6 RESULTADOS

### 6.1 ESTATÍSTICAS DESCRITIVAS

As estatísticas descritivas das variáveis  $h$  e DAP, da base de dados para modelagem hipsométrica estão apresentadas na Tabela 12.

Tabela 12 - Estatísticas descritivas para a base de dados de ajuste para o modelo hipsométrico.

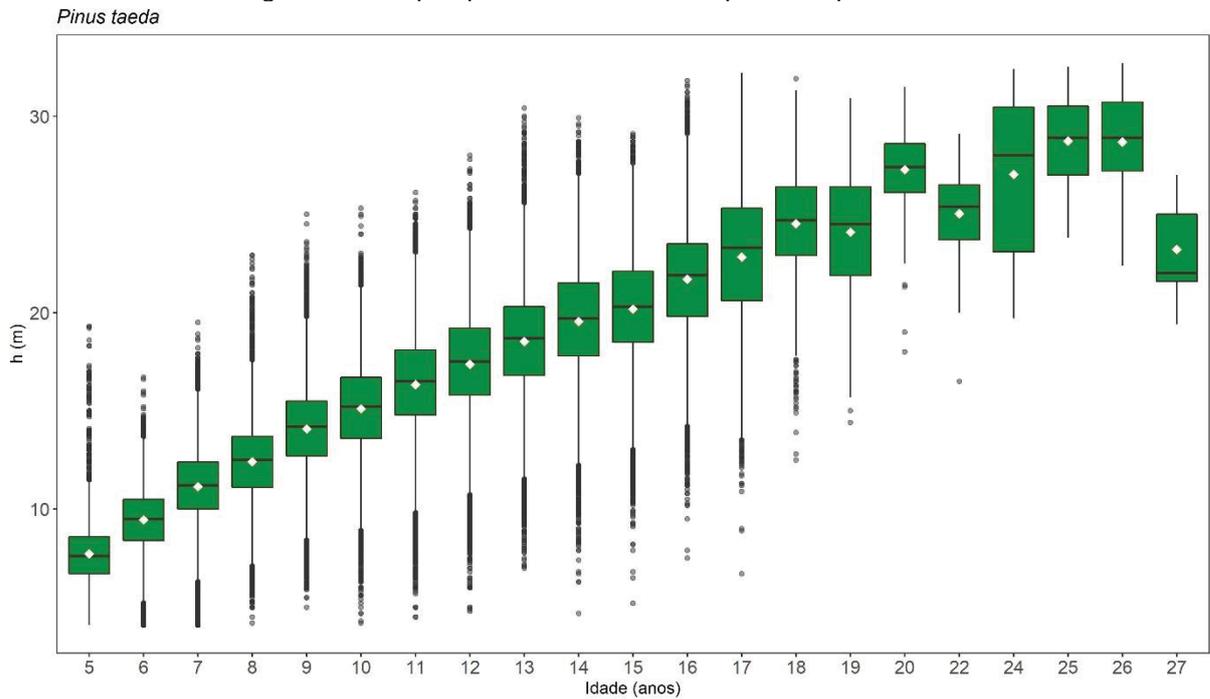
ESP	IDADE (anos)	DAP (cm)					h (m)				
		média	min	max	sd	cv (%)	média	min	max	sd	cv (%)
PNMX	7	17,9	5,2	31,5	4,7	26,3	12,2	6,5	20,6	2,4	19,7
	8	21,3	5,4	36,3	5,2	24,4	16,5	6,3	25,8	3,6	21,8
	9	23,5	5,1	40,1	5,9	25,1	17,9	7,8	25,9	3,6	20,1
	10	26,6	5,0	44,2	5,8	21,8	20,4	6,3	28,5	3,5	17,2
	11	28,1	6,0	46,0	6,5	23,1	21,6	8,0	29,5	3,6	16,7
	12	30,0	8,3	50,9	6,4	21,3	23,2	10,9	30,7	3,5	15,1
	13	31,5	8,3	50,6	6,5	20,6	24,6	12,0	34,0	3,2	13,0
	14	33,5	12,2	53,5	6,6	19,7	26,6	15,6	33,9	2,5	9,4
	15	36,7	17,3	52,8	6,0	16,3	28,8	18,9	33,8	2,2	7,6
PNTA	5	14,3	5,1	29,0	3,1	21,7	7,7	4,1	19,3	1,6	20,8
	6	16,6	5,1	28,7	3,6	21,7	9,5	4,1	16,7	1,7	17,9
	7	18,1	5,1	35,0	4,1	22,7	11,1	4,1	19,5	2,0	18,0
	8	19,5	5,1	37,9	4,4	22,6	12,4	4,2	22,9	2,0	16,1
	9	20,6	5,1	41,4	4,8	23,3	14,1	5,0	25,0	2,2	15,6
	10	21,5	5,1	41,5	5,1	23,7	15,1	4,2	25,3	2,4	15,9
	11	23,0	5,5	43,8	5,4	23,5	16,3	4,5	26,1	2,6	16,0
	12	24,0	5,3	45,2	5,5	22,9	17,4	4,8	28,0	2,6	14,9
	13	25,2	6,5	57,9	5,8	23,0	18,5	7,0	30,4	2,7	14,6
	14	26,5	6,7	47,8	5,9	22,3	19,5	4,7	29,9	2,8	14,4
	15	27,8	6,8	48,7	6,1	21,9	20,2	5,2	29,1	2,9	14,4
	16	29,7	8,3	53,8	6,4	21,5	21,7	7,5	31,8	3,0	13,8
	17	31,3	9,9	53,9	6,4	20,4	22,8	6,7	32,2	3,4	14,9
	18	33,3	11,4	51,3	6,5	19,5	24,5	12,5	31,9	2,9	11,8
19	34,1	12,4	51,6	6,0	17,6	24,1	14,4	30,9	3,0	12,4	
20	33,8	11,7	46,4	7,4	21,9	27,3	18,0	31,5	2,1	7,7	
22	32,1	17,5	46,5	6,6	20,6	25,0	16,5	29,1	2,2	8,8	
24	34,4	20,6	48,1	5,2	15,1	27,0	19,7	32,4	3,7	13,7	
25	37,9	19,9	53,5	7,0	18,5	28,7	23,8	32,5	2,0	7,0	
26	35,5	18,3	44,7	5,3	14,9	28,7	22,4	32,7	2,7	9,4	
27	35,8	23,6	46,0	6,9	19,3	23,2	19,4	27,0	2,3	9,9	

Em que ESP é a espécie; DAP é o diâmetro à altura do peito; ht é a altura total; min é o valor mínimo, max é o valor máximo, sd é o desvio padrão, cv(%) é o coeficiente de variação em porcentagem

FONTE: O autor (2024).

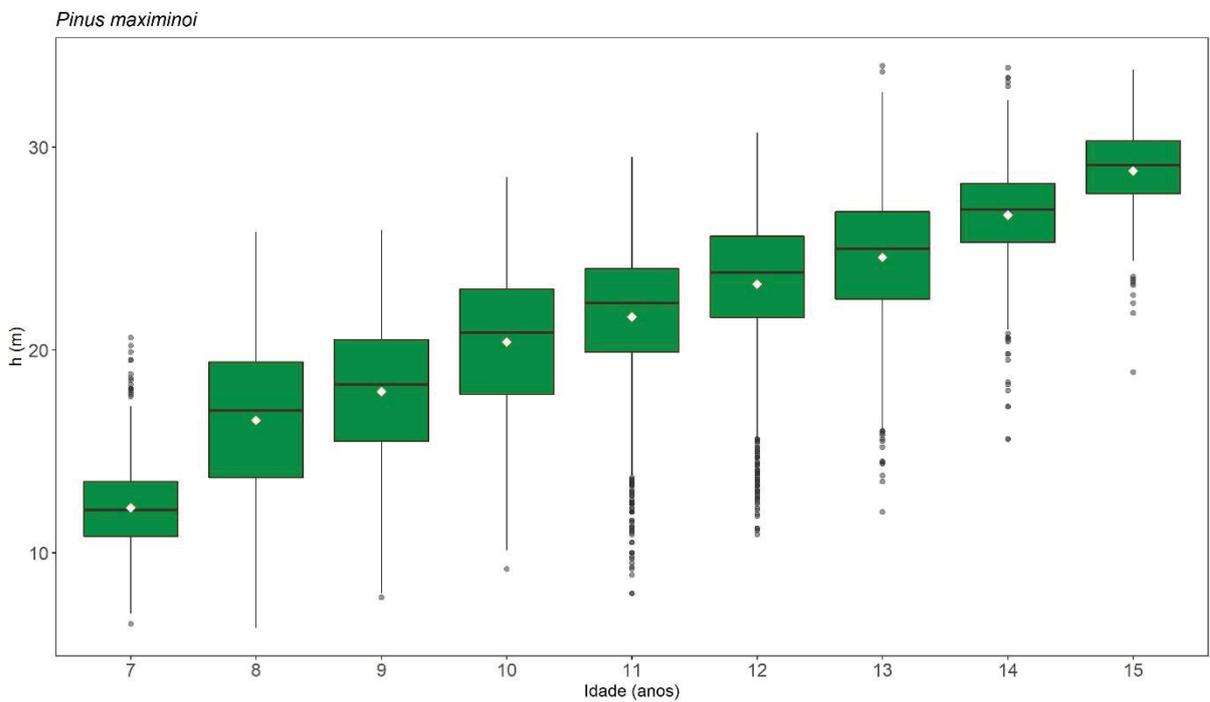
O PNMX foi a espécie que apresentou a maior média, tanto para o DAP quanto para a altura, na modelagem hipsométrica (27,6 cm e 21,3 m, respectivamente), revelando a maior altura máxima entre as espécies avaliadas (34,0 m). O PNTA foi a espécie que apresentou a maior amplitude de idade (22 anos) e o maior diâmetro máximo. Nas Figura 7 e Figura 8 estão apresentados os gráficos box-plot para a variável altura, para as espécies PNTA e PNMX, respectivamente.

Figura 7 - Box-plot para a variável altura para a espécie PNTA



FONTE: O autor (2024).

Figura 8 - Gráfico Box-plot para a variável altura para a espécie PNMX



FONTE: O autor (2024).

Em ambas as espécies, foi possível observar que as médias coincidiram com a mediana dos dados, na maioria dos casos. Esse fato pode indicar que os pontos além dos limites do box plot não exerceram uma influência acentuada no deslocamento da média. Em ambas as espécies, houve um aumento nas médias das

alturas para os povoamentos em idades mais avançadas. Duas idades na espécie PNTA (22 e 27) apresentaram uma queda na média em comparação com a idade anterior.

As estatísticas descritivas para as variáveis vt, h e DAP da base de dados, para o ajuste volumétrico, estão descritas na Tabela 13.

Tabela 13 - Estatísticas descritivas para a base de dados para o ajuste do modelo de volume.

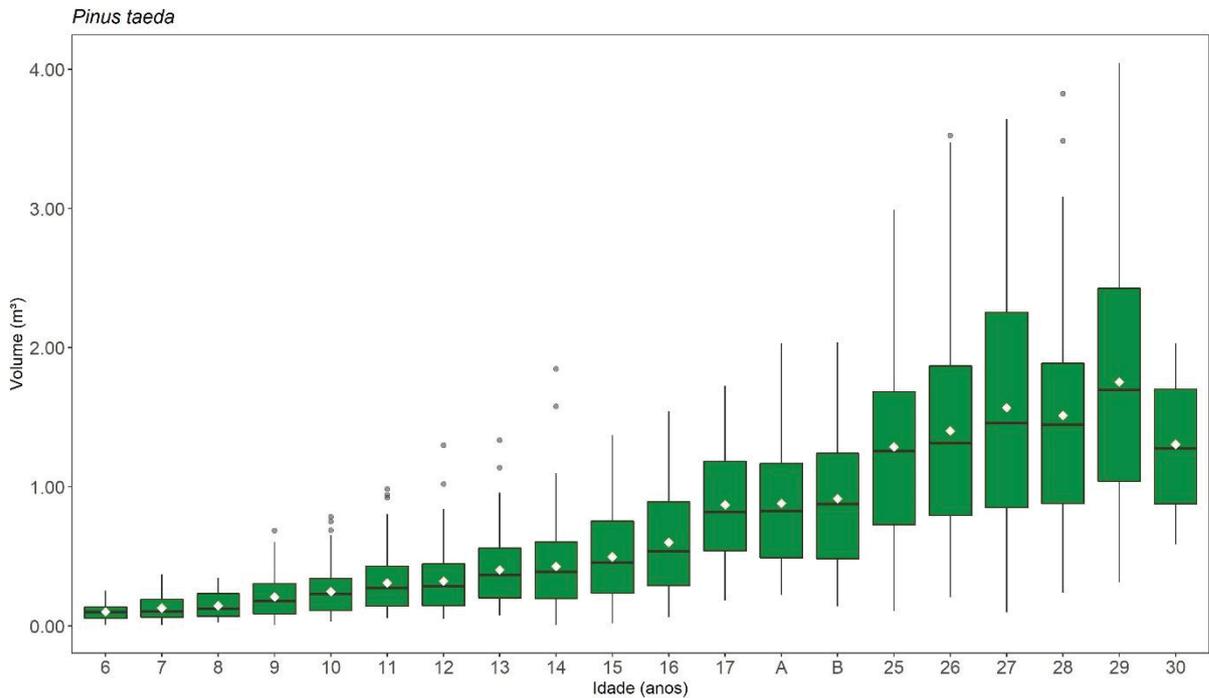
ESP	Idade (anos)	DAP (cm)					h (m)					vt (m <sup>3</sup> )				
		média	min	max	sd	CV (%)	média	min	max	sd	CV (%)	média	min	max	sd	CV (%)
PNCH	7	17,8	7,6	25,8	4,2	23,60	10,9	5,3	15,7	2,8	25,69	0,139	0,015	0,329	0,074	53,24
	8	18,0	8,0	28,3	5,6	31,11	12,7	7,2	16,8	2,5	19,69	0,164	0,019	0,368	0,103	62,80
	9	18,3	8,9	27,7	5,4	29,51	12,4	8,0	15,5	1,9	15,32	0,163	0,027	0,374	0,097	59,51
	10	19,4	7,6	31,5	5,8	29,90	14,1	8,1	21,0	2,7	19,15	0,209	0,022	0,642	0,134	64,11
	11	21,4	8,2	37,4	6,4	29,91	16,5	8,0	21,5	2,8	16,97	0,289	0,020	0,893	0,198	68,51
	12	23,8	10,5	40,4	5,7	23,95	20,1	11,7	26,5	3,0	14,93	0,427	0,047	1,188	0,231	54,10
PNTA	6	15,9	5,6	24,8	5,3	33,33	9,7	6,9	12,5	1,5	15,46	0,103	0,011	0,256	0,064	62,14
	7	17,3	5,1	29,3	5,7	32,95	10,6	6,6	14,0	1,9	17,92	0,130	0,008	0,374	0,088	67,69
	8	17,5	8,7	27,2	5,3	30,29	11,8	7,4	14,8	1,6	13,56	0,147	0,025	0,343	0,091	61,90
	9	19,9	6,1	34,0	6,7	33,67	13,2	6,7	18,9	2,1	15,91	0,210	0,011	0,686	0,146	69,52
	10	20,5	8,3	36,0	6,6	32,20	14,5	8,9	31,5	2,9	20,00	0,249	0,032	0,785	0,170	68,27
	11	22,3	10,3	38,5	6,7	30,04	15,3	9,3	21,0	2,3	15,03	0,311	0,056	0,984	0,206	66,24
	12	22,5	11,1	41,4	6,6	29,33	15,8	8,5	22,3	2,5	15,82	0,324	0,054	1,299	0,215	66,36
	13	24,3	12,8	41,4	7,0	28,81	16,9	9,1	22,3	2,2	13,02	0,404	0,077	1,336	0,239	59,16
	14	24,3	5,7	46,8	6,9	28,40	17,7	7,4	24,8	3,2	18,08	0,429	0,010	1,846	0,276	64,34
	15	24,9	7,6	42,3	7,6	30,52	19,0	9,6	28,7	3,5	18,42	0,498	0,021	1,370	0,323	64,86
	16	27,0	12,7	45,2	7,4	27,41	20,2	10,8	25,9	3,3	16,34	0,601	0,063	1,542	0,358	59,57
	17	31,7	16,5	46,5	7,4	23,34	22,4	15,8	27,3	2,7	12,05	0,872	0,185	1,727	0,399	45,76
	A (18, 19, 20)	30,4	17,8	47,6	7,8	25,66	23,2	16,8	28,3	3,0	12,93	0,881	0,225	2,029	0,441	50,06
	B (21, 22, 24)	29,6	12,1	47,1	7,9	26,69	25,4	15,2	29,6	3,4	13,39	0,916	0,141	2,036	0,515	56,22
	25	34,2	14,0	56,7	9,6	28,07	26,6	12,2	33,6	4,1	15,41	1,288	0,106	2,989	0,725	56,29
	26	34,4	16,2	55,4	8,9	25,87	28,6	16,6	35,5	3,6	12,59	1,403	0,210	3,523	0,762	54,31
	27	36,5	13,1	58,9	10,1	27,67	28,7	15,5	35,1	3,6	12,54	1,569	0,099	3,641	0,881	56,15
28	36,0	18,0	58,3	8,9	24,72	29,2	20,7	34,2	3,2	10,96	1,512	0,240	3,824	0,781	51,65	
29	36,9	19,7	57,9	9,7	26,29	30,0	22,3	34,1	2,9	9,67	1,753	0,312	4,045	0,953	54,36	
30	37,8	27,1	47,0	6,8	17,99	21,8	20,3	23,0	0,8	3,67	1,306	0,586	2,033	0,517	39,59	

Em que ESP é a espécie; DAP é o diâmetro à altura do peito; ht é a altura total; vt é o volume total.

FONTE: O autor (2024).

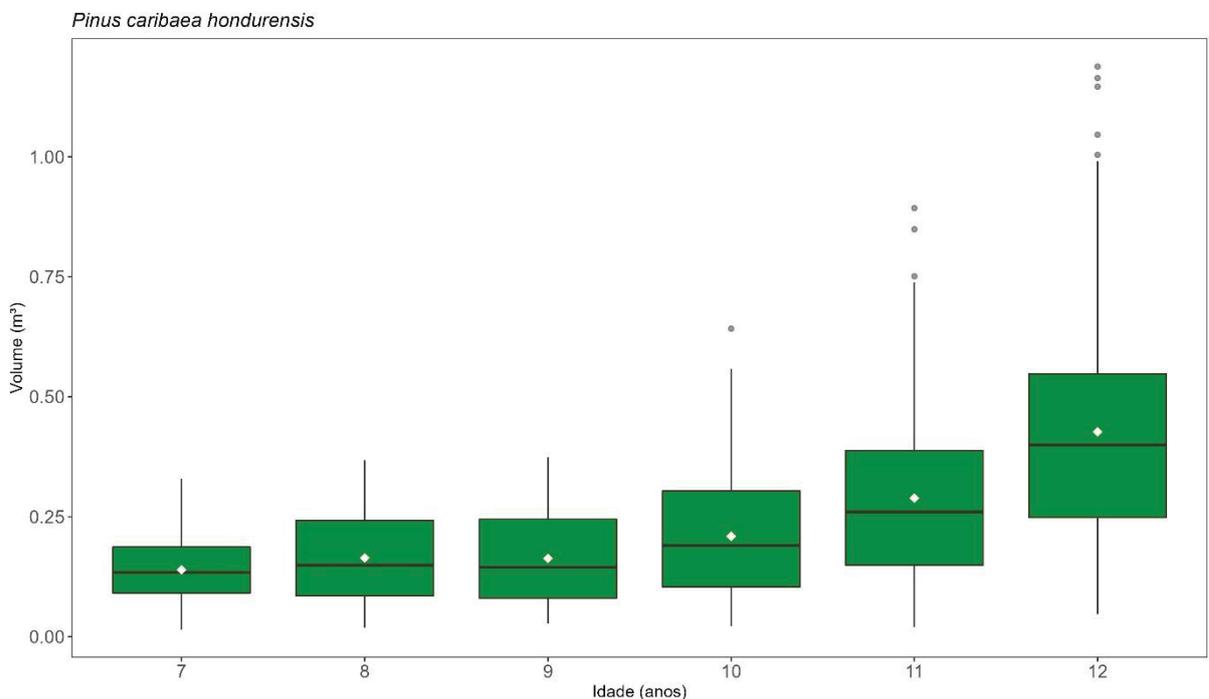
Para os dados da modelagem volumétrica, a espécie PNTA possui a maior amplitude de idade (6 a 30 anos) quando comparado ao PNCH (7 a 12 anos), bem como um desvio padrão maior para as três variáveis utilizadas na modelagem volumétrica. Se for considerada a mesma amplitude de idade em ambas as espécies, o PNCH possui uma média volumétrica ligeiramente superior (0,276 m<sup>3</sup>) em comparação com a espécie PNTA (0,229 m<sup>3</sup>). Nas Figura 9 e Figura 10, estão apresentados os gráficos de box-plot para a variável volume do PNTA e PNCH, respectivamente.

Figura 9 - Gráfico Box-plot para a variável volume para a espécie PNTA



FONTE: O autor (2024).

Figura 10 - Gráfico Box-plot para a variável volume para a espécie PNCH



FONTE: O autor (2024).

Para a variável volume, as médias também se mantiveram próximas à mediana. Para o volume foi observado que houve uma menor presença de pontos além das caudas do box-plot. Para ambas as espécies, foi possível verificar que as médias têm

um comportamento crescente à medida que os povoamentos envelhecem, acompanhado de um aumento na amplitude da variável alvo.

## 6.2 MODELAGEM TRADICIONAL

### 6.2.1 Estimativa de altura total

Para o PNMX, o modelo de Trorey apresentou o melhor desempenho nas estatísticas de  $R^2$  e Syx% na maioria dos povoamentos (sete dos nove avaliados) e em três dos nove povoamentos para a estatística do AIC. O modelo de Assmann também resultou em bom desempenho para  $R^2$  e Syx%, havendo, no entanto, uma alternância no modelo com melhor desempenho quando considerado o AIC, sendo cada modelo o melhor em pelo menos um povoamento. Para o PNTA, o modelo de Henricksen foi o de melhor desempenho para as três estatísticas avaliadas em dez dos 21 povoamentos, sendo o segundo melhor desempenho para outros três povoamentos (Tabela 14).

É importante destacar que, para ambas as espécies, as variações nas estatísticas dentro dos povoamentos, na maioria das comparações, mantiveram-se abaixo de 10%. Como complemento à avaliação para a seleção do modelo, também foi observada a distribuição dos resíduos, apresentados nas Figura 11 e Figura 12.

Tabela 14 - Estatísticas das equações hipsométricas

POV	Modelo	$R^2_{aj.}$	Syx%	AIC	POV	Modelo	$R^2_{aj.}$	Syx%	AIC
PNMX_7	Assmann	0,385	15,62	1524,3	PNTA_11	Assmann	0,368	12,84	105192,5
PNMX_7	Curtis	0,422	15,15	1501,7	PNTA_11	Curtis	0,380	12,72	104735,2
PNMX_7	Henricksen	0,463	14,60	1474,4	PNTA_11	Henricksen	0,384	12,68	104589,0
PNMX_7	Stoffels	0,485	14,30	1459,1	PNTA_11	Stoffels	0,379	12,73	104781,4
PNMX_7	Trorey	0,504	14,03	1450,2	PNTA_11	Trorey	0,382	12,70	104660,6
PNMX_8	Assmann	0,270	18,38	5763,3	PNTA_12	Assmann	0,328	12,41	101913,6
PNMX_8	Curtis	0,291	18,11	5730,0	PNTA_12	Curtis	0,336	12,34	101633,6
PNMX_8	Henricksen	0,303	17,97	5711,6	PNTA_12	Henricksen	0,337	12,33	101583,1
PNMX_8	Stoffels	0,305	17,94	5708,0	PNTA_12	Stoffels	0,332	12,38	101768,0
PNMX_8	Trorey	0,306	17,93	5711,9	PNTA_12	Trorey	0,336	12,34	101625,2
PNMX_9	Assmann	0,328	16,25	5823,7	PNTA_13	Assmann	0,285	12,37	85455,1
PNMX_9	Curtis	0,357	15,90	5773,4	PNTA_13	Curtis	0,290	12,33	85329,9
PNMX_9	Henricksen	0,370	15,73	5748,6	PNTA_13	Henricksen	0,291	12,32	85306,1
PNMX_9	Stoffels	0,371	15,73	5747,8	PNTA_13	Stoffels	0,287	12,35	85409,5
PNMX_9	Trorey	0,373	15,69	5747,4	PNTA_13	Trorey	0,290	12,33	85331,3

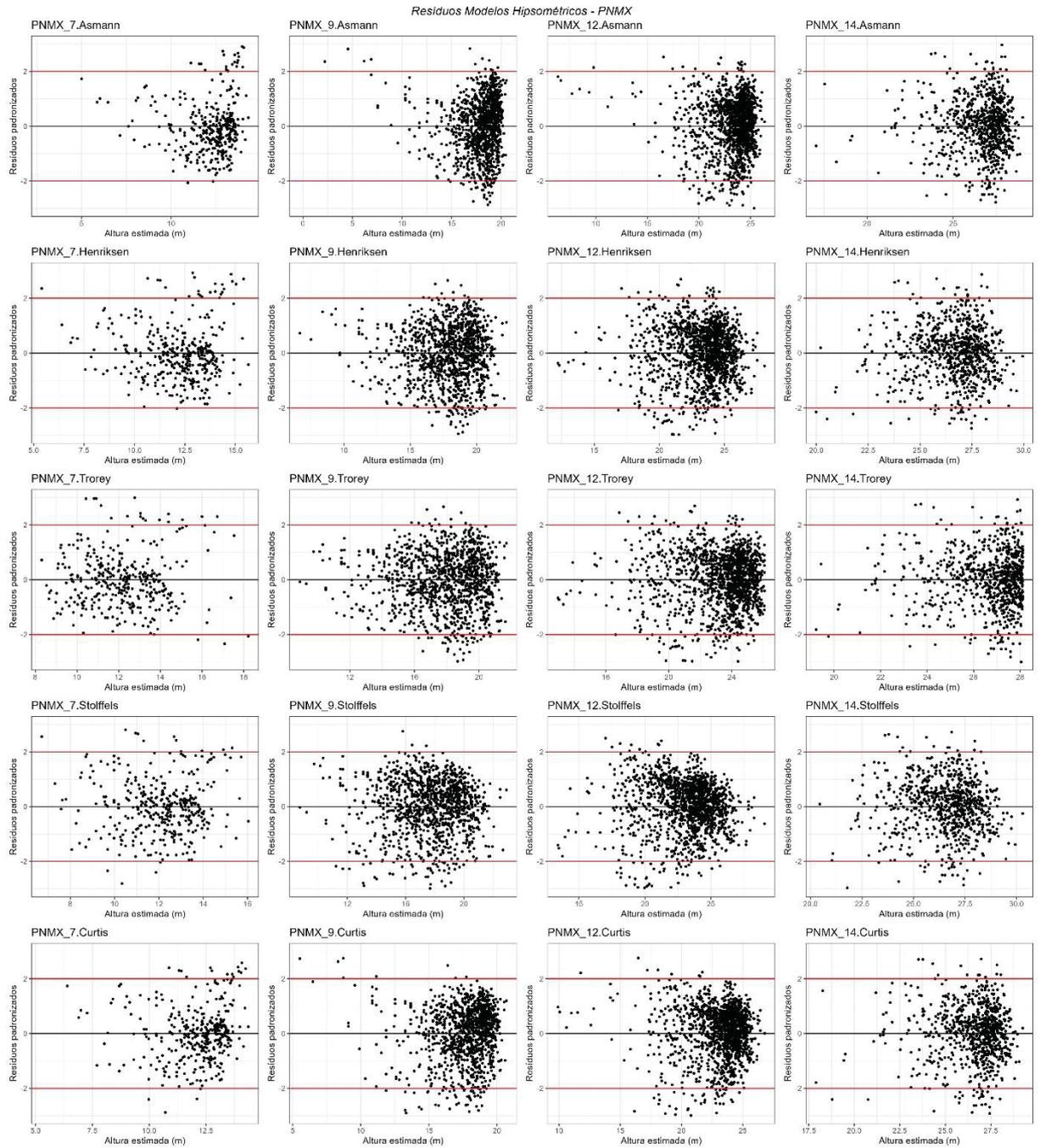
POV	Modelo	R <sup>2</sup> aj.	Syx%	AIC	POV	Modelo	R <sup>2</sup> aj.	Syx%	AIC
PNMX_10	Assmann	0,307	14,47	5618,8	PNTA_14	Assmann	0,242	12,69	81766,8
PNMX_10	Curtis	0,336	14,17	5572,2	PNTA_14	Curtis	0,245	12,67	81700,2
PNMX_10	Henricksen	0,345	14,07	5555,7	PNTA_14	Henricksen	0,245	12,67	81700,4
PNMX_10	Stoffels	0,344	14,08	5558,3	PNTA_14	Stoffels	0,241	12,70	81793,5
PNMX_10	Trorey	0,347	14,05	5557,2	PNTA_14	Trorey	0,244	12,68	81723,1
PNMX_11	Assmann	0,395	13,04	6217,6	PNTA_15	Assmann	0,280	12,00	60636,7
PNMX_11	Curtis	0,413	12,85	6179,7	PNTA_15	Curtis	0,286	11,95	60519,7
PNMX_11	Henricksen	0,413	12,85	6179,9	PNTA_15	Henricksen	0,290	11,91	60441,0
PNMX_11	Stoffels	0,400	12,99	6207,6	PNTA_15	Stoffels	0,289	11,92	60473,0
PNMX_11	Trorey	0,417	12,81	6176,8	PNTA_15	Trorey	0,289	11,92	60465,4
PNMX_12	Assmann	0,366	11,86	7103,9	PNTA_16	Assmann	0,248	12,03	38803,3
PNMX_12	Curtis	0,379	11,74	7073,2	PNTA_16	Curtis	0,253	11,99	38744,1
PNMX_12	Henricksen	0,380	11,73	7071,3	PNTA_16	Henricksen	0,258	11,95	38693,9
PNMX_12	Stoffels	0,372	11,81	7090,1	PNTA_16	Stoffels	0,257	11,96	38706,7
PNMX_12	Trorey	0,381	11,72	7073,8	PNTA_16	Trorey	0,257	11,96	38714,6
PNMX_13	Assmann	0,356	10,36	5958,9	PNTA_17	Assmann	0,213	13,36	21883,4
PNMX_13	Curtis	0,359	10,34	5952,4	PNTA_17	Curtis	0,217	13,32	21857,3
PNMX_13	Henricksen	0,350	10,41	5970,6	PNTA_17	Henricksen	0,222	13,28	21832,3
PNMX_13	Stoffels	0,339	10,50	5991,7	PNTA_17	Stoffels	0,221	13,29	21837,4
PNMX_13	Trorey	0,360	10,33	5955,3	PNTA_17	Trorey	0,221	13,29	21839,6
PNMX_14	Assmann	0,353	7,68	3530,9	PNTA_18	Assmann	0,312	9,72	8343,7
PNMX_14	Curtis	0,350	7,70	3534,1	PNTA_18	Curtis	0,314	9,70	8337,4
PNMX_14	Henricksen	0,338	7,77	3549,2	PNTA_18	Henricksen	0,312	9,72	8345,0
PNMX_14	Stoffels	0,330	7,81	3559,1	PNTA_18	Stoffels	0,307	9,75	8358,4
PNMX_14	Trorey	0,347	7,72	3543,4	PNTA_18	Trorey	0,312	9,72	8349,7
PNMX_15	Assmann	0,238	6,80	1229,3	PNTA_19	Assmann	0,204	10,92	6267,3
PNMX_15	Curtis	0,236	6,80	1229,9	PNTA_19	Curtis	0,206	10,91	6264,2
PNMX_15	Henricksen	0,232	6,82	1231,6	PNTA_19	Henricksen	0,204	10,92	6267,2
PNMX_15	Stoffels	0,230	6,83	1232,6	PNTA_19	Stoffels	0,201	10,94	6271,9
PNMX_15	Trorey	0,228	6,84	1238,3	PNTA_19	Trorey	0,206	10,91	6268,5
PNTA_5	Assmann	0,425	16,19	20568,6	PNTA_20	Assmann	0,330	6,40	718,9
PNTA_5	Curtis	0,466	15,59	20099,4	PNTA_20	Curtis	0,317	6,46	722,4
PNTA_5	Henricksen	0,499	15,10	19698,3	PNTA_20	Henricksen	0,274	6,66	733,5
PNTA_5	Stoffels	0,531	14,61	19282,7	PNTA_20	Stoffels	0,262	6,72	736,5
PNTA_5	Trorey	0,570	14,00	18756,8	PNTA_20	Trorey	0,317	6,46	727,3
PNTA_6	Assmann	0,459	12,89	46093,3	PNTA_22	Assmann	0,485	6,40	302,6
PNTA_6	Curtis	0,495	12,46	45127,1	PNTA_22	Curtis	0,489	6,37	302,0
PNTA_6	Henricksen	0,513	12,24	44599,8	PNTA_22	Henricksen	0,493	6,35	301,3
PNTA_6	Stoffels	0,523	12,11	44317,5	PNTA_22	Stoffels	0,492	6,35	301,5
PNTA_6	Trorey	0,523	12,11	44306,6	PNTA_22	Trorey	0,484	6,40	307,6
PNTA_7	Assmann	0,459	12,89	66107,1	PNTA_24	Assmann	0,220	12,24	354,5
PNTA_7	Curtis	0,486	12,56	65141,0	PNTA_24	Curtis	0,225	12,20	354,0
PNTA_7	Henricksen	0,496	12,44	64806,3	PNTA_24	Henricksen	0,229	12,17	353,7
PNTA_7	Stoffels	0,494	12,46	64846,5	PNTA_24	Stoffels	0,231	12,15	353,5
PNTA_7	Trorey	0,496	12,44	64791,9	PNTA_24	Trorey	0,220	12,24	359,4

POV	Modelo	R <sup>2</sup> aj.	Syx%	AIC	POV	Modelo	R <sup>2</sup> aj.	Syx%	AIC
PNTA_8	Assmann	0,399	12,79	69868,5	PNTA_25	Assmann	0,068	6,81	258,9
PNTA_8	Curtis	0,420	12,55	69178,5	PNTA_25	Curtis	0,066	6,81	259,0
PNTA_8	Henricksen	0,435	12,40	68719,9	PNTA_25	Henricksen	0,053	6,86	259,8
PNTA_8	Stoffels	0,439	12,35	68578,2	PNTA_25	Stoffels	0,051	6,87	260,0
PNTA_8	Trorey	0,438	12,36	68599,0	PNTA_25	Trorey	0,065	6,82	264,0
PNTA_9	Assmann	0,375	12,61	84221,3	PNTA_26	Assmann	0,156	8,66	306,7
PNTA_9	Curtis	0,394	12,41	83569,2	PNTA_26	Curtis	0,157	8,66	306,6
PNTA_9	Henricksen	0,407	12,28	83109,0	PNTA_26	Henricksen	0,159	8,65	306,5
PNTA_9	Stoffels	0,410	12,25	83014,2	PNTA_26	Stoffels	0,159	8,65	306,5
PNTA_9	Trorey	0,410	12,26	83034,4	PNTA_26	Trorey	0,144	8,72	312,6
PNTA_10	Assmann	0,378	12,58	92544,4	PNTA_27	Assmann	0,648	5,76	55,1
PNTA_10	Curtis	0,393	12,43	91997,6	PNTA_27	Curtis	0,664	5,63	54,5
PNTA_10	Henricksen	0,402	12,34	91660,9	PNTA_27	Henricksen	0,685	5,45	53,5
PNTA_10	Stoffels	0,402	12,34	91654,5	PNTA_27	Stoffels	0,696	5,35	52,9
PNTA_10	Trorey	0,402	12,34	91666,0	PNTA_27	Trorey	0,698	5,33	57,6

Em que: POV é o Povoamento; R<sup>2</sup>aj é o coeficiente de determinação ajustado; Syx% é o Erro padrão da estimativa em porcentagem

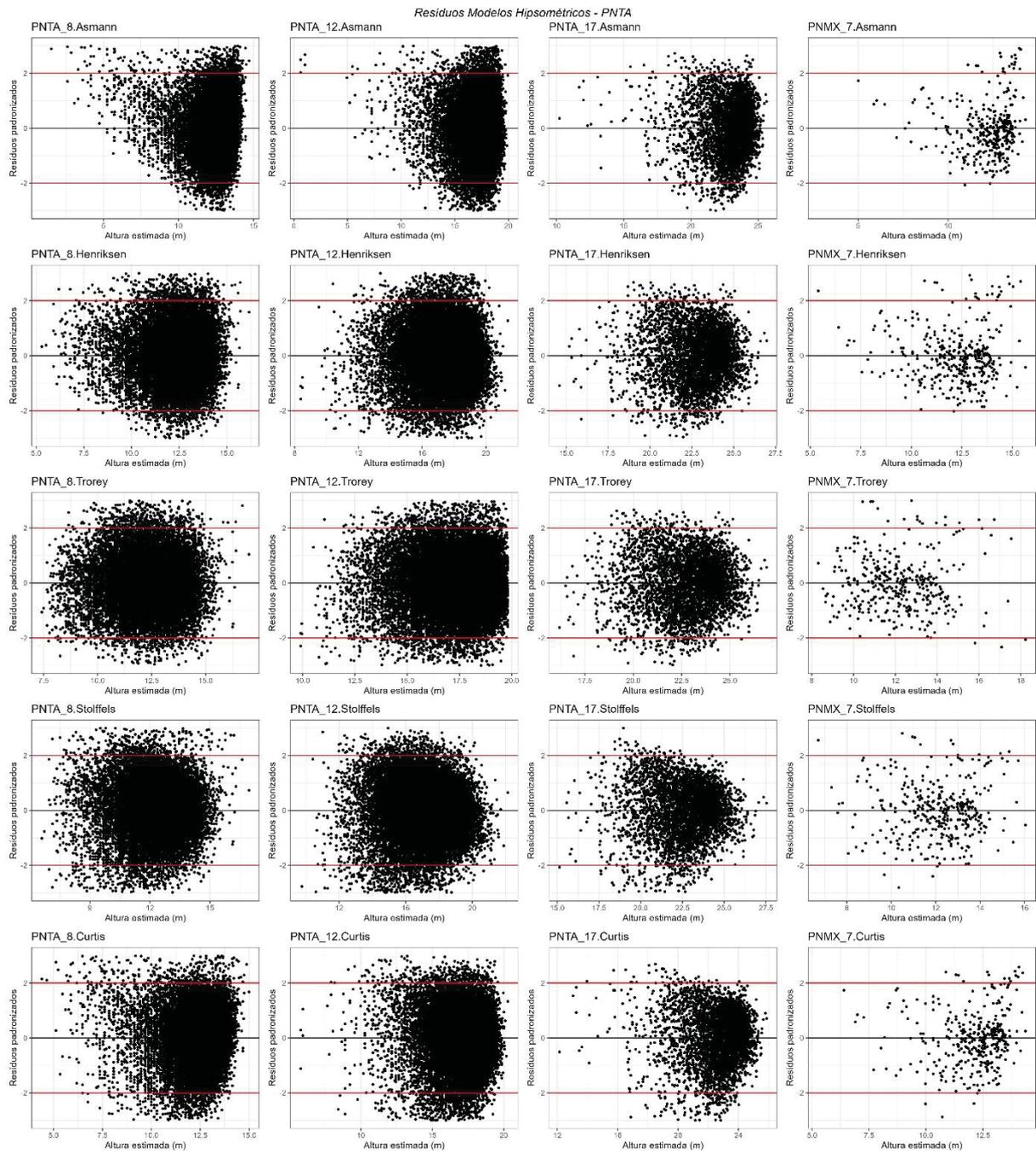
FONTE: O autor (2024).

Figura 11 Resíduos padronizados para as equações hipsométricas para a espécie PNMX.



FONTE: O autor (2024).

Figura 12 - Resíduos padronizados para as equações hipsométricas para a espécie PNTA.



FONTE: O autor (2024).

Na avaliação dos resíduos, os modelos de Trorey, Henriksen, Stoffels e Curtis para a espécie PNMX não apresentaram tendências ou heteroscedasticidade. No entanto, o modelo de Assmann, para povoamentos mais jovens de PNMX, ocorreu subestimativa na altura em árvores menores, apresentando inclusive uma tendência decrescente.

Para a espécie PNTA, os modelos de Trorey, Henricksen e Stoffels apresentaram comportamento semelhante, sem tendenciosidade ou comportamento heteroscedástico. Os modelos de Curtis e Assmann, para povoamentos mais jovens, apresentaram subestimativa para árvores menores, sendo que o modelo de Assmann apresentou um comportamento parabólico para os mesmos povoamentos mais jovens, além da estimativa de altura negativas.

Considerando as análises das estatísticas de desempenho das equações e a avaliação dos resíduos, para a calibração da espécie PNTA, foi escolhido o modelo de Henricksen. Para a espécie PNMX, embora o modelo de Trorey tenha apresentado o melhor desempenho, é um modelo mais complexo que os demais testados (único a possuir três coeficientes), além de possuir a mesma variável independente em dois desses coeficientes, o que pode acarretar problemas de multicolinearidade. Diante disso, e considerando a pouca variação nas estatísticas encontradas entre os modelos, optou-se por escolher o modelo de Henricksen para as calibrações da espécie PNMX.

### 6.2.2 Estimativa do volume total com casca

Para ambas as espécies (PNTA e PNCH), as equações de Schumacher & Hall, Spurr Logaritmo, Spurr e Stoate apresentaram resultados semelhantes para todos os povoamentos avaliados. A única exceção foi a equação de Husch, que sempre apresentou o pior desempenho para todos os modelos avaliados. Assim como para as equações hipsométricas, para as estimativas do volume, as equações também apresentaram estatísticas semelhantes entre si, com pequenas variações, exceto para a de Husch (Tabela 15).

Tabela 15 - Estatísticas para os modelos volumétricos testados

POV	Modelo	R <sup>2</sup> aj.	Syx%	AIC	POV	Modelo	R <sup>2</sup> aj.	Syx%	AIC
PNTA_06	Husch	0,974	10,11	-222,5	PNCH_07	Husch	0,819	22,44	-180,1
PNTA_06	Schumacher-Hall	0,985	7,55	-242,6	PNCH_07	Schumacher-Hall	0,974	8,51	-266,5
PNTA_06	Spurr	0,978	7,92	-240,1	PNCH_07	Spurr	0,949	9,28	-259,6
PNTA_06	Spurr Logaritmo	0,985	7,59	-243,1	PNCH_07	Spurr Logaritmo	0,972	8,77	-264,7
PNTA_06	Stoate	0,980	7,59	-231,3	PNCH_07	Stoate	0,957	8,43	-256,4
PNTA_07	Husch	0,944	15,93	-261,9	PNCH_08	Husch	0,942	15,19	-223,3
PNTA_07	Schumacher-Hall	0,961	13,40	-279,6	PNCH_08	Schumacher-Hall	0,995	4,22	-350,3

POV	Modelo	R <sup>2</sup> aj.	Syx%	AIC	POV	Modelo	R <sup>2</sup> aj.	Syx%	AIC
PNTA_07	Spurr	0,927	13,89	-276,7	PNCH_08	Spurr	0,989	5,15	-331,4
PNTA_07	Spurr Logaritmo	0,961	13,27	-281,6	PNCH_08	Spurr Logaritmo	0,994	4,79	-338,8
PNTA_07	Stoate	0,932	13,51	-267,8	PNCH_08	Stoate	0,991	4,52	-332,6
PNTA_08	Husch	0,962	12,09	-414,0	PNCH_09	Husch	0,967	10,80	-362,6
PNTA_08	Schumacher-Hall	0,982	8,29	-473,4	PNCH_09	Schumacher-Hall	0,994	4,76	-476,3
PNTA_08	Spurr	0,972	8,34	-473,5	PNCH_09	Spurr	0,988	5,22	-464,4
PNTA_08	Spurr Logaritmo	0,982	8,25	-475,1	PNCH_09	Spurr Logaritmo	0,993	4,99	-470,6
PNTA_08	Stoate	0,971	8,42	-460,0	PNCH_09	Stoate	0,989	4,82	-463,8
PNTA_09	Husch	0,958	14,24	-422,4	PNCH_10	Husch	0,943	15,29	-603,1
PNTA_09	Schumacher-Hall	0,985	8,64	-523,3	PNCH_10	Schumacher-Hall	0,981	8,92	-763,7
PNTA_09	Spurr	0,966	8,94	-517,2	PNCH_10	Spurr	0,955	9,21	-755,0
PNTA_09	Spurr Logaritmo	0,984	8,76	-521,5	PNCH_10	Spurr Logaritmo	0,981	8,90	-765,3
PNTA_09	Stoate	0,967	8,77	-509,3	PNCH_10	Stoate	0,958	8,92	-752,8
PNTA_10	Husch	0,917	19,68	-404,7	PNCH_11	Husch	0,946	15,99	-257,8
PNTA_10	Schumacher-Hall	0,981	9,44	-591,8	PNCH_11	Schumacher-Hall	0,983	9,06	-346,6
PNTA_10	Spurr	0,955	9,01	-604,8	PNCH_11	Spurr	0,957	8,83	-351,5
PNTA_10	Spurr Logaritmo	0,983	8,98	-605,5	PNCH_11	Spurr Logaritmo	0,983	8,89	-350,6
PNTA_10	Stoate	0,961	8,81	-598,5	PNCH_11	Stoate	0,960	8,73	-341,5
PNTA_11	Husch	0,956	13,88	-458,2	PNCH_12	Husch	0,908	16,37	-467,9
PNTA_11	Schumacher-Hall	0,989	6,83	-647,1	PNCH_12	Schumacher-Hall	0,968	9,64	-668,3
PNTA_11	Spurr	0,967	7,05	-639,8	PNCH_12	Spurr	0,886	9,77	-664,2
PNTA_11	Spurr Logaritmo	0,989	7,02	-640,7	PNCH_12	Spurr Logaritmo	0,967	9,79	-663,2
PNTA_11	Stoate	0,970	6,83	-636,1	PNCH_12	Stoate	0,888	9,64	-657,1
PNTA_12	Husch	0,911	19,71	-355,5	PNTA_25	Husch	0,906	17,28	-11,7
PNTA_12	Schumacher-Hall	0,971	11,33	-504,1	PNTA_25	Schumacher-Hall	0,974	9,10	-131,3
PNTA_12	Spurr	0,882	12,34	-481,9	PNTA_25	Spurr	0,975	8,92	-136,1
PNTA_12	Spurr Logaritmo	0,966	12,30	-482,8	PNTA_25	Spurr Logaritmo	0,974	9,00	-134,4
PNTA_12	Stoate	0,908	11,18	-496,6	PNTA_25	Stoate	0,975	8,85	-125,5
PNTA_13	Husch	0,920	16,78	-319,0	PNTA_26	Husch	0,950	12,12	-128,0
PNTA_13	Schumacher-Hall	0,964	11,18	-421,0	PNTA_26	Schumacher-Hall	0,976	8,46	-261,3
PNTA_13	Spurr	0,863	11,69	-410,8	PNTA_26	Spurr	0,976	8,34	-267,7
PNTA_13	Spurr Logaritmo	0,962	11,58	-413,0	PNTA_26	Spurr Logaritmo	0,975	8,56	-258,0
PNTA_13	Stoate	0,874	11,36	-406,0	PNTA_26	Stoate	0,978	7,98	-272,3
PNTA_14	Husch	0,938	16,03	-592,0	PNTA_27	Husch	0,920	15,89	12,7
PNTA_14	Schumacher-Hall	0,976	9,98	-815,7	PNTA_27	Schumacher-Hall	0,964	10,73	-101,1
PNTA_14	Spurr	0,892	10,15	-808,8	PNTA_27	Spurr	0,968	10,01	-122,2
PNTA_14	Spurr Logaritmo	0,975	10,06	-813,1	PNTA_27	Spurr Logaritmo	0,966	10,39	-111,4
PNTA_14	Stoate	0,894	9,88	-809,4	PNTA_27	Stoate	0,968	9,98	-111,1
PNTA_15	Husch	0,930	17,16	-193,7	PNTA_28	Husch	0,934	13,26	-25,3
PNTA_15	Schumacher-Hall	0,974	10,51	-285,9	PNTA_28	Schumacher-Hall	0,963	9,89	-70,1
PNTA_15	Spurr	0,880	10,01	-296,3	PNTA_28	Spurr	0,967	9,40	-79,1
PNTA_15	Spurr Logaritmo	0,974	10,54	-286,3	PNTA_28	Spurr Logaritmo	0,964	9,83	-72,1
PNTA_15	Stoate	0,890	9,89	-286,6	PNTA_28	Stoate	0,968	9,27	-69,2
PNTA_16	Husch	0,910	17,86	-145,7	PNTA_29	Husch	0,955	11,52	-17,3
PNTA_16	Schumacher-Hall	0,980	8,48	-281,8	PNTA_29	Schumacher-Hall	0,977	8,32	-54,9

POV	Modelo	R <sup>2</sup> aj.	Syx%	AIC	POV	Modelo	R <sup>2</sup> aj.	Syx%	AIC
PNTA_16	Spurr	0,827	8,60	-280,1	PNTA_29	Spurr	0,982	7,23	-72,4
PNTA_16	Spurr Logaritmo	0,976	9,18	-268,2	PNTA_29	Spurr Logaritmo	0,978	8,12	-58,6
PNTA_16	Stoate	0,860	8,04	-280,6	PNTA_29	Stoate	0,982	7,22	-60,6
PNTA_17	Husch	0,948	10,40	-151,1	PNTA_30	Husch	0,957	8,24	-17,2
PNTA_17	Schumacher-Hall	0,965	8,61	-180,0	PNTA_30	Schumacher-Hall	0,976	6,17	-24,0
PNTA_17	Spurr	0,656	8,70	-179,3	PNTA_30	Spurr	0,285	6,30	-24,2
PNTA_17	Spurr Logaritmo	0,965	8,62	-180,7	PNTA_30	Spurr Logaritmo	0,972	6,62	-22,9
PNTA_17	Stoate	0,727	7,86	-183,5	PNTA_30	Stoate	0,390	6,08	-13,8
PNTA_A	Husch	0,950	11,14	-64,6	PNTA_B	Husch	0,946	13,10	-60,6
PNTA_A	Schumacher-Hall	0,969	8,87	-81,0	PNTA_B	Schumacher-Hall	0,986	6,67	-121,7
PNTA_A	Spurr	0,218	8,85	-82,2	PNTA_B	Spurr	0,605	6,47	-125,5
PNTA_A	Spurr Logaritmo	0,968	8,97	-81,1	PNTA_B	Spurr Logaritmo	0,986	6,60	-123,6
PNTA_A	Stoate	0,760	6,86	-89,6	PNTA_B	Stoate	0,599	6,56	-112,4

Em que: POV é o Povoamento; R<sup>2</sup>aj é o coeficiente de determinação ajustado; Syx% é o Erro padrão da estimativa em porcentagem

FONTE: O autor (2024).

Para a espécie PNTA, a equação de Schumacher & Hall foi a melhor para a estatística de R<sup>2</sup> (onze dentre 19 povoamentos), o modelo de Stoate foi a melhor para o Syx% (14 entre 19 povoamentos), e a de Spurr foi a de melhor desempenho para o critério AIC (sete entre 19 povoamentos). Cabe destacar que, ao analisar o segundo melhor desempenho para cada povoamento, Spurr Logaritmo foi a de maior destaque nesta classificação para o R<sup>2</sup> e AIC, enquanto Schumacher & Hall foi o maior destaque para o Syx%.

Para a espécie PNCH, a equação de Schumacher & Hall foi a melhor para as três estatísticas de avaliação (R<sup>2</sup> – quatro de seis povoamentos; Syx% - três de seis povoamentos; AIC – quatro de seis povoamentos). A equação de Spurr Logaritmo foi a de segundo melhor desempenho, sendo a melhor em pelo menos um povoamento para cada estatística de avaliação, além de ser a de maior destaque como segundo melhor modelo para as estatísticas de R<sup>2</sup> e AIC.

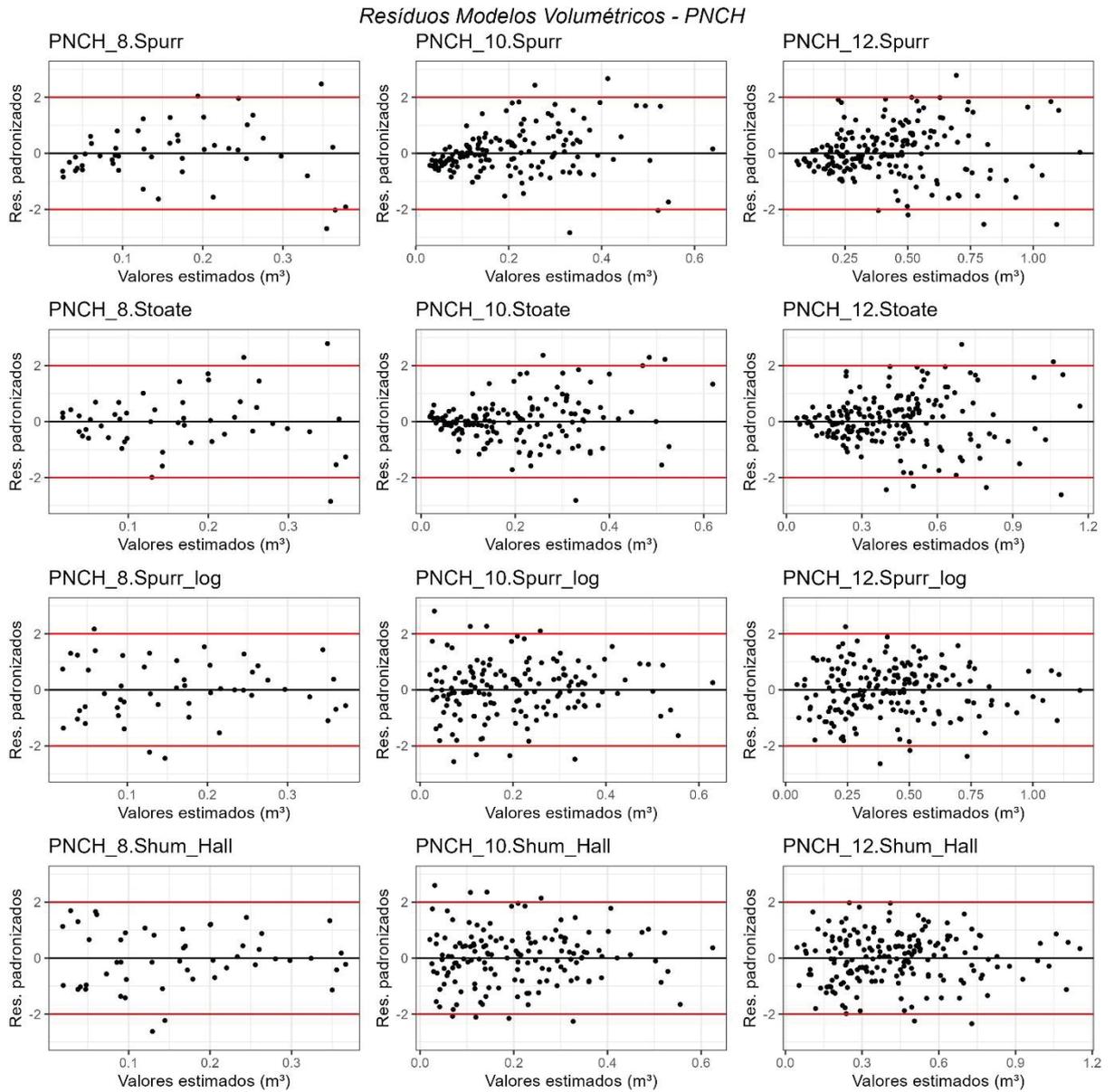
Os resíduos gerados pelas equações estão apresentados nas Figura 13 e Figura 14. Para a espécie PNCH, as equações de Spurr e Stoate revelaram resíduos com leve tendência de heteroscedasticidade, mais acentuada em povoamentos mais velhos. As equações de Schumacher & Hall e Spurr Logaritmo apresentaram distribuição uniforme dos resíduos ao longo das estimativas para todos os povoamentos avaliados.

Para a espécie PNTA, os modelos de Spurr e Stoate também apresentaram comportamento com leve heteroscedasticidade, sendo mais evidente em

povoamentos mais jovens e nos povoamentos com idade média dentre os avaliados. Como na espécie PNCH, as equações de Schumacher & Hall e Spurr Logaritmo apresentaram uniformidade nos resíduos para todos os povoamentos avaliados neste trabalho.

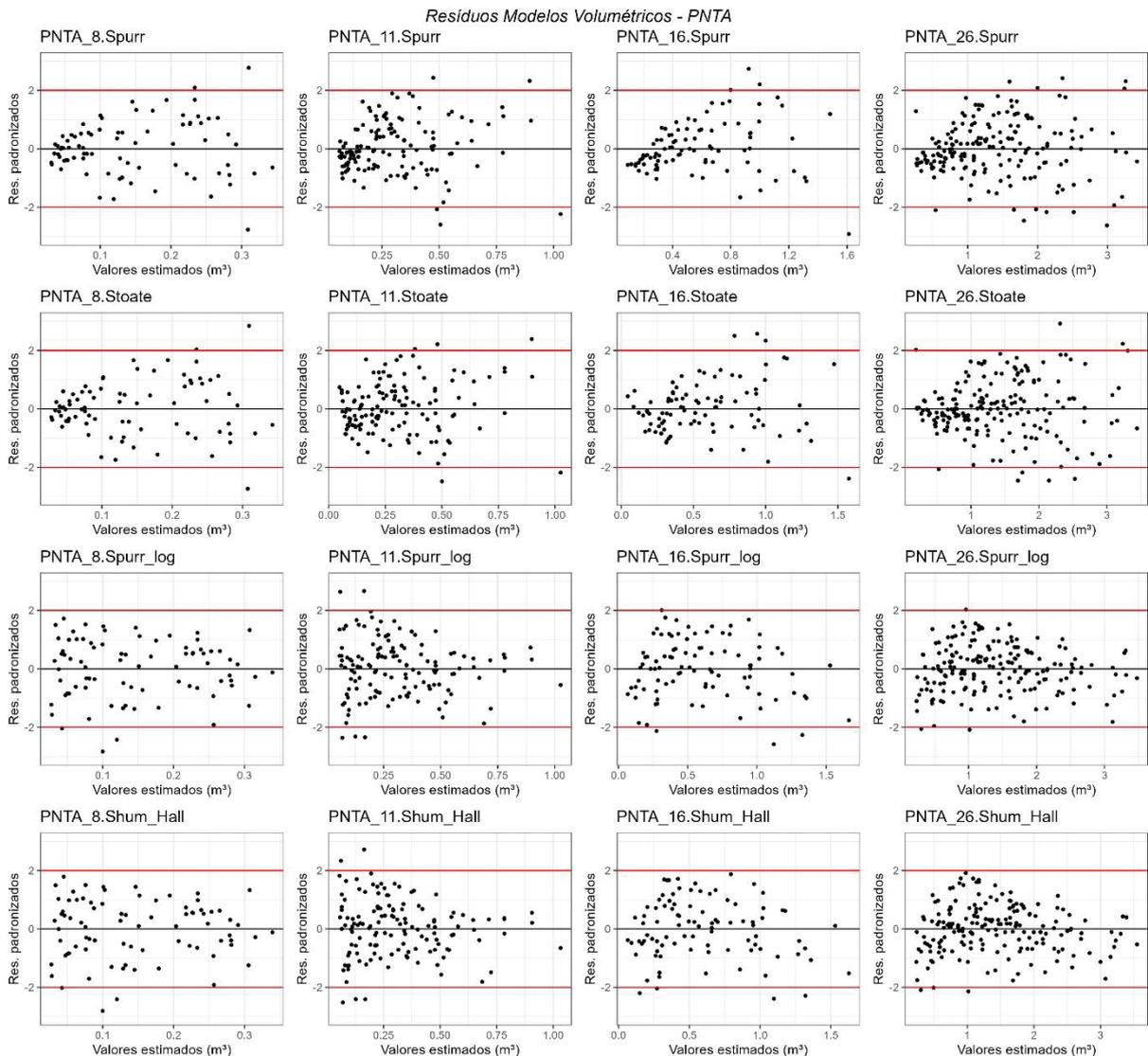
Com base nas estatísticas de avaliação e na análise dos resíduos, para ambas as espécies (PNTA e PNCH), a equação selecionada para a calibração foi a de Schumacher & Hall.

Figura 13 - Resíduos estudentizados para as equações volumétricas para a espécie PNCH.



FONTE: O autor (2024).

Figura 14 - Resíduos estudentizados para as equações volumétricas para a espécie PNTA.



FONTE: O autor (2024).

### 6.3 CALIBRAÇÃO DE MODELOS HIPSOMÉTRICOS E VOLUMÉTRICOS

Para a calibração dos modelos volumétricos, em ambas as espécies foi indicado o modelo de Schumacher & Hall. No entanto, para a espécie PNCH, o ajuste do modelo por meio da modelagem mista não convergiu, sendo, devido a isto, utilizado o modelo de Spurr Logaritmo, que também teve bom desempenho para o ajuste da modelagem de efeito misto e posterior calibração.

#### 6.3.1 Recálculo das estatísticas tradicionais

As bases de dados hipsométricos (PNTA\_C e PNMX\_B) e volumétricos

(PNTA\_C, PNTA\_D e PNCH\_B) foram separadas pelo critério de exclusão de povoamentos em um local específico ou pertencentes a uma das empresas. Os valores provenientes da modelagem tradicional precisaram ser recalculados. Isso se deve ao fato de que, na base de calibração, os povoamentos não resultaram no mesmo número de observações para o ajuste do modelo tradicional. Os valores de referência foram recalculados conforme as Tabela 16 (base hipsométrica) e Tabela 17 (base volumétrica). Para as demais bases de dados, o valor de referência da modelagem tradicional para as estatísticas de comparação, para a modelagem hipsométrica constam na Tabela 14, e para a modelagem volumétrica na Tabela 15.

Tabela 16 - Valores recalculados para modelagem tradicional – hipsométrica

Base	POV	Syx%	Base	POV	Syx%
PNMX_B	PNMX_10	12,70	PNTA_C	PNTA_12	9,54
	PNMX_11	9,29		PNTA_13	9,10
	PNMX_14	7,22		PNTA_14	8,78
PNTA_C	PNTA_7	10,07		PNTA_15	7,71
	PNTA_8	10,07		PNTA_16	8,09
	PNTA_9	9,84		PNTA_17	8,56
	PNTA_10	9,71		PNTA_18	9,11
	PNTA_11	9,78		PNTA_19	6,20

Em que: POV é o povoamento

FONTE: O autor (2024).

Tabela 17 - Valores recalculados para modelagem tradicional – volumétrica

Base	POV	Syx%	R <sup>2</sup> aj.	Base	POV	Syx%	R <sup>2</sup> aj.
PNTA_C	PNTA_10	7,52	0,986	PNTA_D	PNTA_6	7,15	0,991
	PNTA_11	7,72	0,984		PNTA_9	7,26	0,992
	PNTA_12	11,32	0,958		PNTA_13	6,23	0,987
	PNTA_13	10,59	0,979		PNTA_14	8,04	0,984
	PNTA_14	7,97	0,982		PNTA_15	8,89	0,979
	PNTA_15	6,27	0,979		PNTA_16	7,21	0,978
	PNTA_16	9,21	0,981		PNTA_17	7,87	0,953
PNTA_17	8,72	0,979	PNTA_B		8,14	0,979	
PNCH_C	PNCH_7	9,06	0,957		PNTA_25	8,54	0,975
	PNCH_8	4,53	0,996		PNTA_26	8,33	0,977
	PNCH_10	7,60	0,987		PNTA_27	9,46	0,973
	PNCH_11	6,90	0,988		PNTA_28	9,86	0,963
	PNCH_12	8,10	0,962	PNTA_29	7,68	0,980	

Em que: POV é o povoamento

FONTE: O autor (2024).

### 6.3.2 Calibração A1

O critério de seleção desta calibração foi de uma árvore com DAP menor que o diâmetro médio menos um desvio padrão ( $[1] \text{ Arv.} < \overline{DAP} - 1 \text{ dp}$ ).

#### 6.3.2.1 Altura

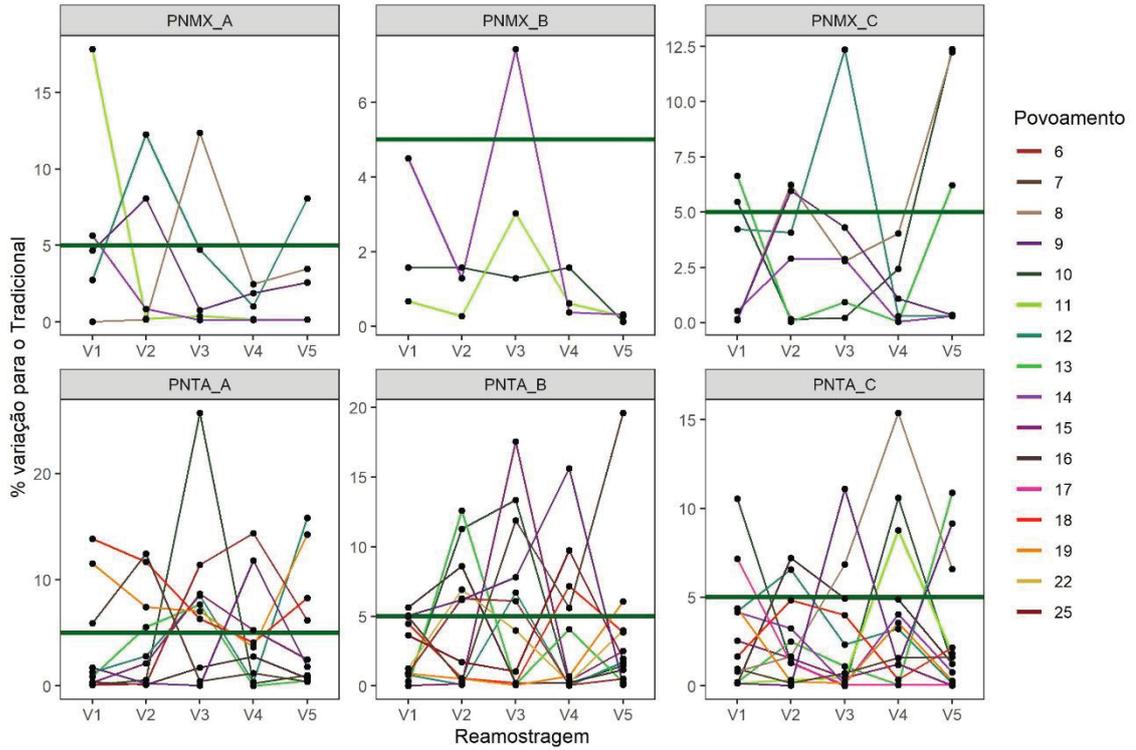
Na Figura 15 setão apresentadas as variações em percentual dos povoamentos avaliados para o Syx% em relação a amostragem tradicional e na Figura 16 para o Desvio.

Para a espécie PNTA, a variação excedeu o limite máximo estabelecido para os povoamentos nas três bases avaliadas para as estatísticas Syx% e Desvio. A análise da re-amostragem manteve a variação nas estatísticas de avaliação, sendo mais pronunciada para o Desvio, que apresentou cenários com 100% das observações acima do limite estabelecido para a testemunha.

No caso da espécie PNMX, também foram observadas variações nas estatísticas de ajuste acima do limite máximo estabelecido entre os povoamentos de todas as bases avaliadas, observando-se a variação menor para o Syx%. Com a aplicação da re-amostragem, observou-se a manutenção das variações com valores acima do limite máximo de diferença em comparação com a modelagem tradicional. Para a estatística do Desvio, foram encontradas as maiores variações, com a maioria dos cenários apresentando observações acima do limite máximo estabelecido em comparação com a testemunha.

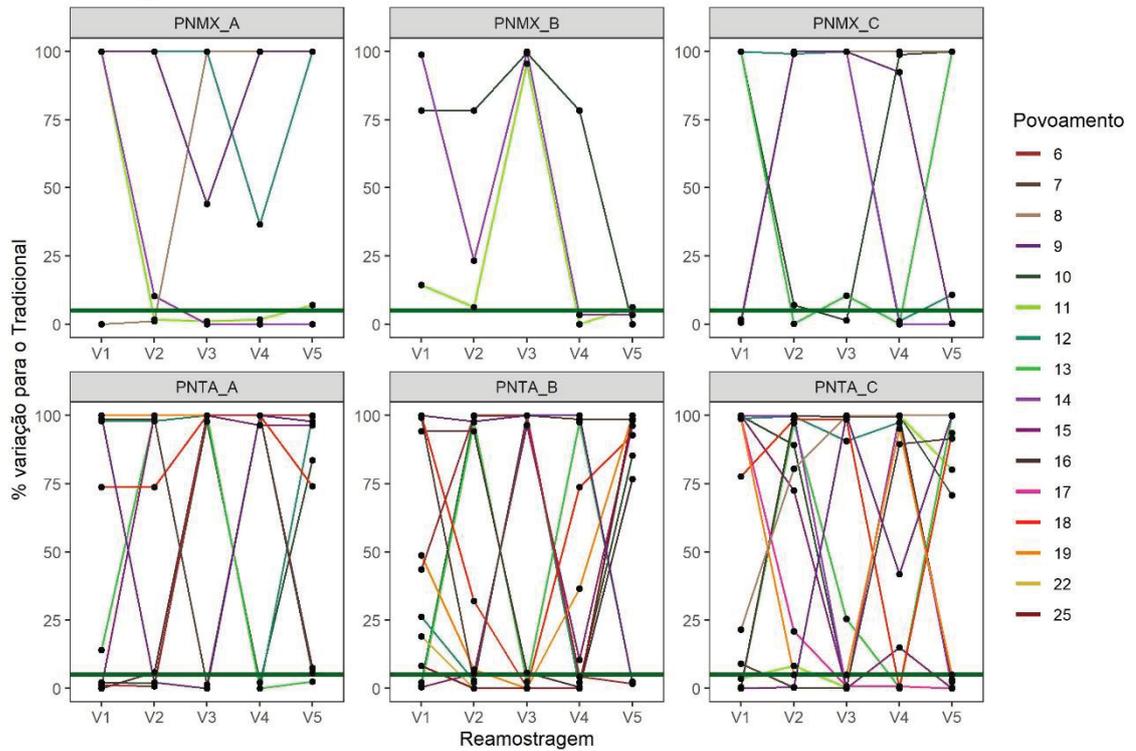
Portanto, para as espécies PNTA e PNMX, devido à intensidade das variações encontradas para todas as estatísticas avaliadas (com destaque para o Desvio), este critério de calibração não foi indicado para essas espécies.

Figura 15 - Diferença percentual para a estatística do Syx% (Altura) para o critério de calibração A1.  
Calibração A1 - Syx



Em que:  $V_n$  é a seleção de árvores para calibração número "n".  
FONTE: O autor (2024).

Figura 16 - Diferença percentual para a estatística do Desvio para o critério de calibração A1.  
Calibração A1 - Desvio



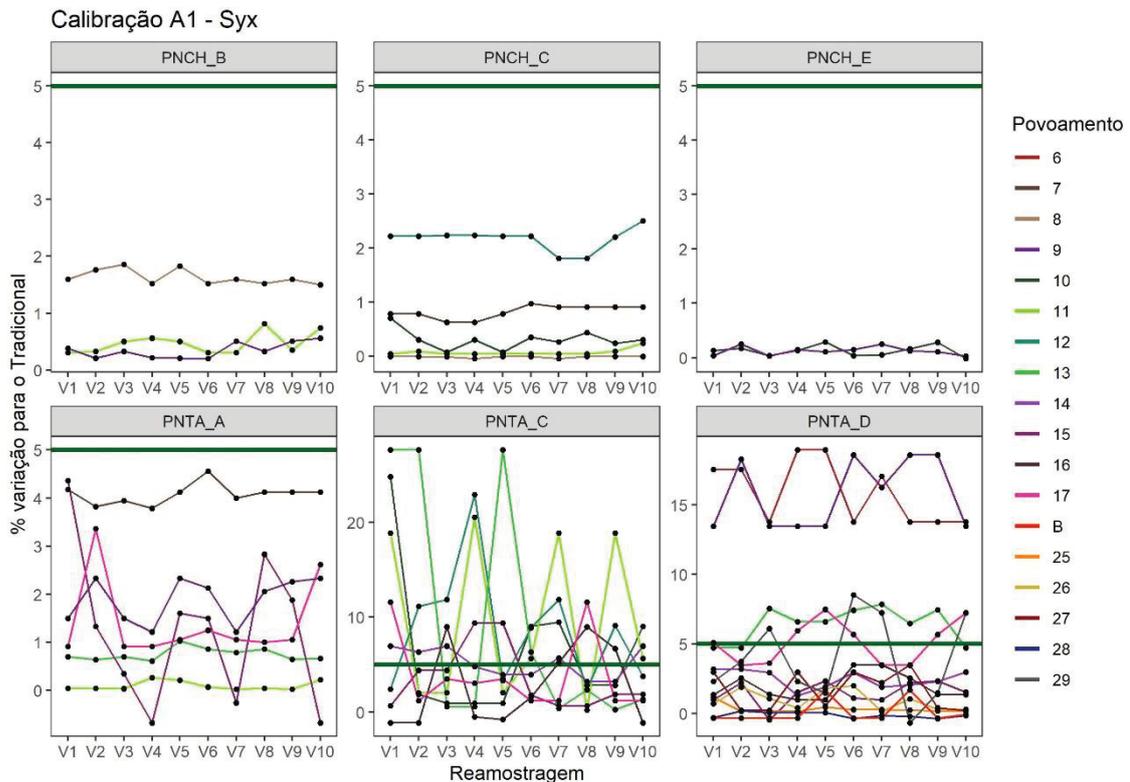
Em que:  $V_n$  é a seleção de árvores para calibração número "n".  
FONTE: O autor (2024).

### 6.3.2.2 Volume

Na Figura 17 estão apresentadas as variações em percentual dos povoamentos avaliados para o  $Syx\%$  em relação a amostragem tradicional e na Figura 18 para o  $R^2$ . Para o  $Syx\%$ , a espécie PNTA não apresentou variação entre os povoamentos, assim como entre as re-amostragens para a base PNTA\_A. No entanto, esse comportamento foi oposto quando se tratou das demais bases de dados. Em relação ao PNCH, não foram observadas variações acima do limite máximo permitido para nenhuma das situações (povoamentos e re-amostragens). O mesmo padrão foi encontrado para ambas as espécies em relação à estatística  $R^2$ .

Devido à variação encontrada nas estatísticas avaliadas, o critério de calibração não foi indicado para a espécie PNTA. Este critério, no entanto, pode ser indicado para o PNCH, pois apresentou todos os cenários dentro do limite estabelecido.

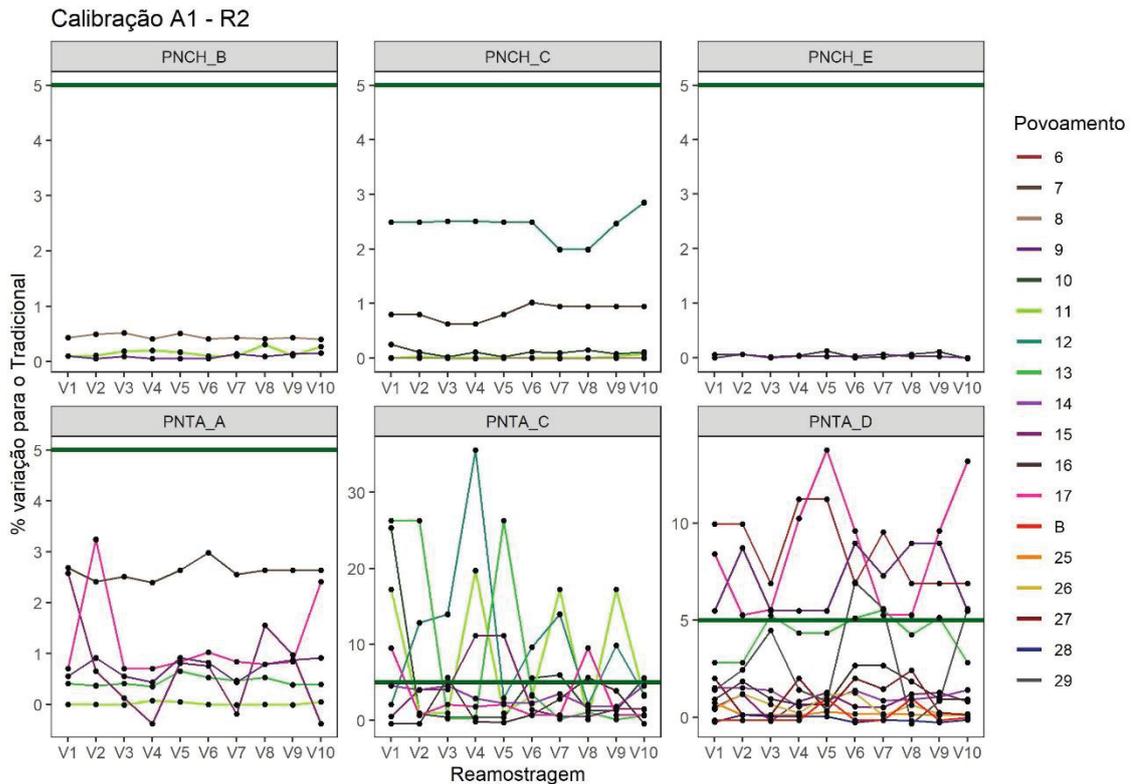
Figura 17 - Diferença percentual para a estatística do  $Syx\%$  (Volume) para o critério de calibração A1.



Em que:  $V_n$  é a seleção de árvores para calibração número "n".

FONTE: O autor (2024).

Figura 18 - Diferença percentual para a estatística do  $R^2$  para o critério de calibração A1.



Em que:  $V_n$  é a seleção de árvores para calibração número "n".

FONTES: O autor (2024).

### 6.3.3 Calibração B1

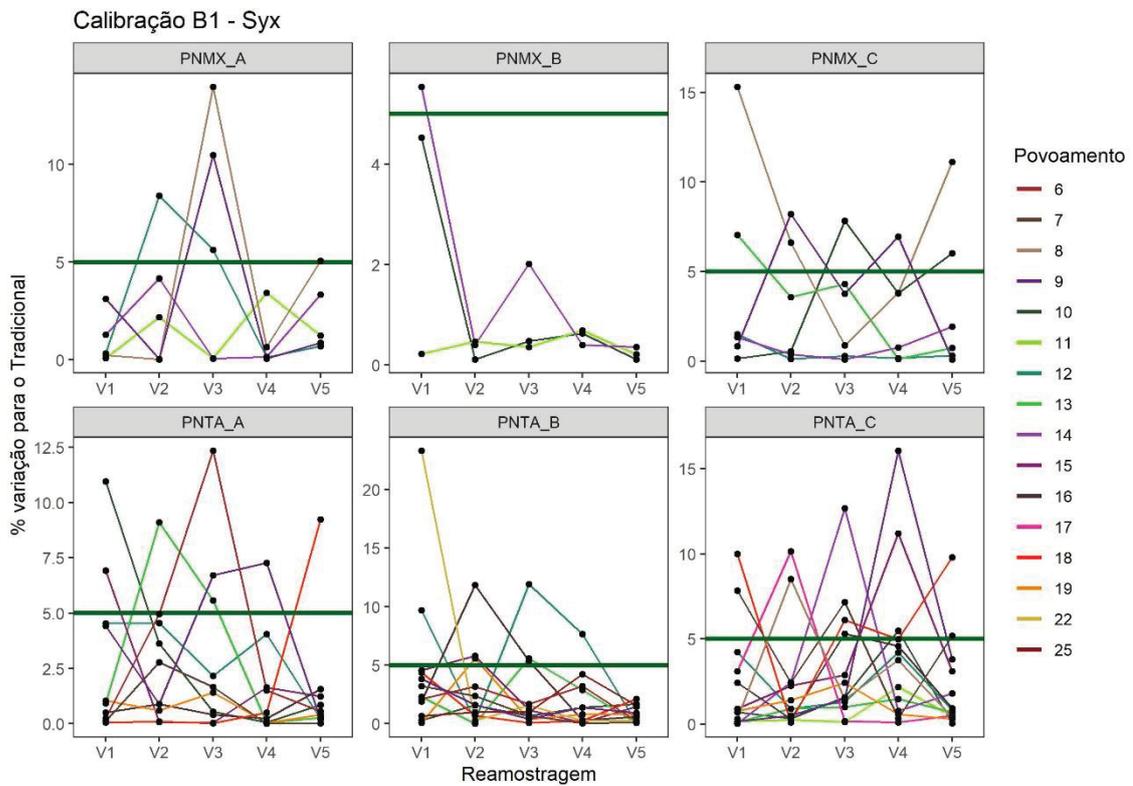
O critério de seleção desta calibração foi de uma árvore com DAP entre o diâmetro médio mais um desvio padrão e o diâmetro médio menos um desvio padrão ( $\overline{DAP} - 1 dp < [1] Arv. < \overline{DAP} + 1 dp$ ).

#### 6.3.3.1 Altura

Na Figura 19 estão apresentadas as variações em percentual dos povoamentos avaliados para o  $Syx\%$  em relação à amostragem tradicional e na Figura 20 para o Desvio. Para o  $Syx\%$ , a espécie PNTA apresentou instabilidade na variação entre povoamentos e dentro das re-amostragens, ultrapassando o valor máximo estabelecido para a modelagem tradicional, com maior predominância nas bases PNTA\_B e PNTA\_C. A espécie PNMX mostrou instabilidade e variação acima do limite estabelecido para ambas as situações (entre povoamentos e dentro das re-amostragens), com maior predominância nos povoamentos mais jovens.

No caso do Desvio, ambas as espécies apresentaram intensa variação tanto entre os povoamentos como dentro das re-amostragens, predominando valores acima do limite máximo estabelecido, com cenários atingindo 100% de diferenças acima do limite máximo em relação ao método tradicional. Apesar disso, houve maior ocorrência de valores dentro do limite, comparado ao critério anterior (A1). Para ambas as espécies PNTA e PNMX, devido à alta instabilidade na estatística do Desvio, além das variações encontradas para o Syx%, este critério de calibração não foi indicado.

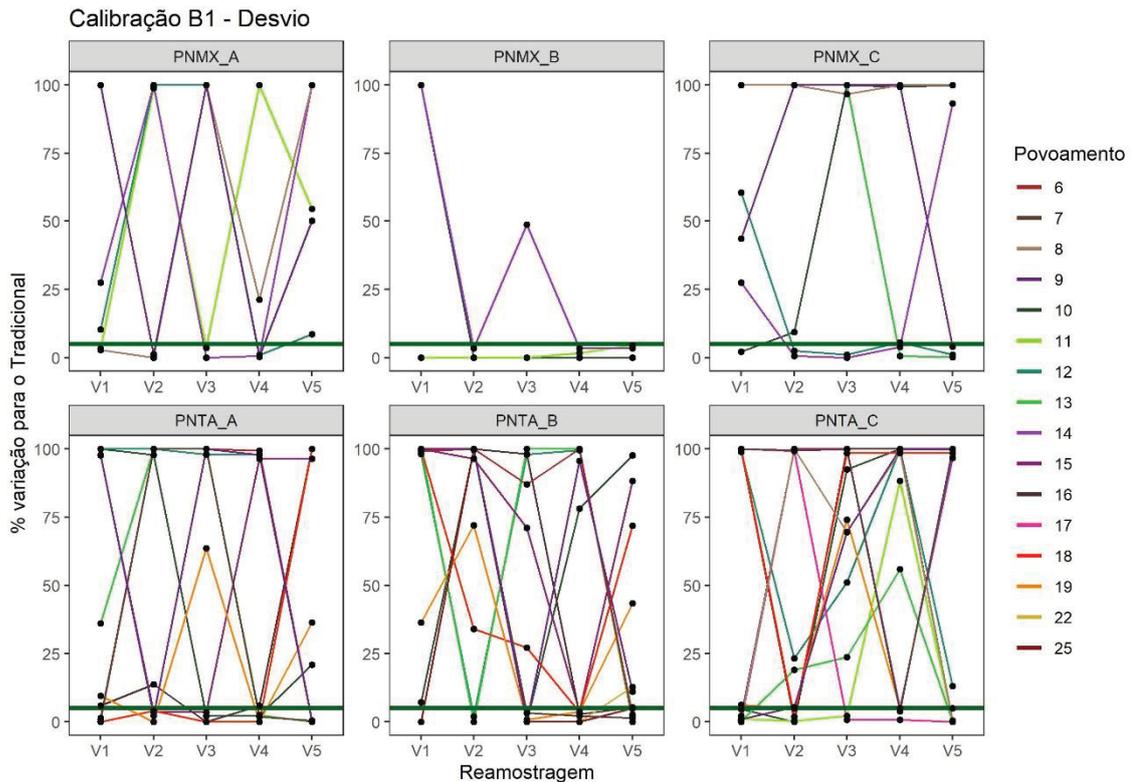
Figura 19 - Diferença percentual para a estatística do Syx% (Altura) para o critério de calibração B1.



Em que:  $V_n$  é a seleção de árvores para calibração número "n".

FONTE: O autor (2024).

Figura 20 - Diferença percentual para a estatística do Desvio para o critério de calibração B1.



Em que:  $V_n$  é a seleção de árvores para calibração número "n".

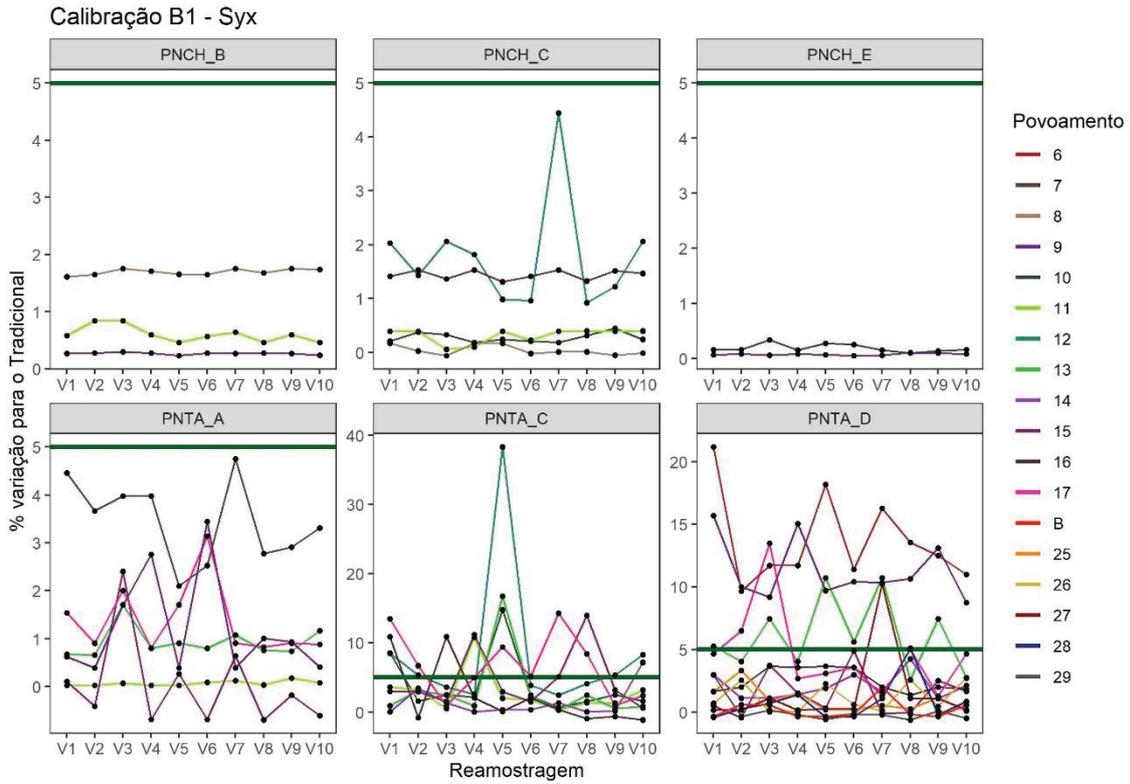
FORTE: O autor (2024).

### 6.3.3.2 Volume

Na Figura 21 estão apresentadas as variações em percentual dos povoamentos avaliados para o  $Syx\%$  em relação a amostragem tradicional e na Figura 22 para o  $R^2$ . Para a espécie PNTA não houve variação acima do limite máximo estabelecido entre os povoamentos e dentro das re-amostragens para a base PNTA\_A, na estatística do  $Syx\%$ . Para as demais bases, foram observadas diferenças acima do limite mínimo em ambos os sentidos de avaliação (povoamento e re-amostragens), com maior instabilidade em povoamentos mais jovens. No caso da espécie PNCH, não foram observados cenários acima do limite máximo para todas as bases avaliadas.

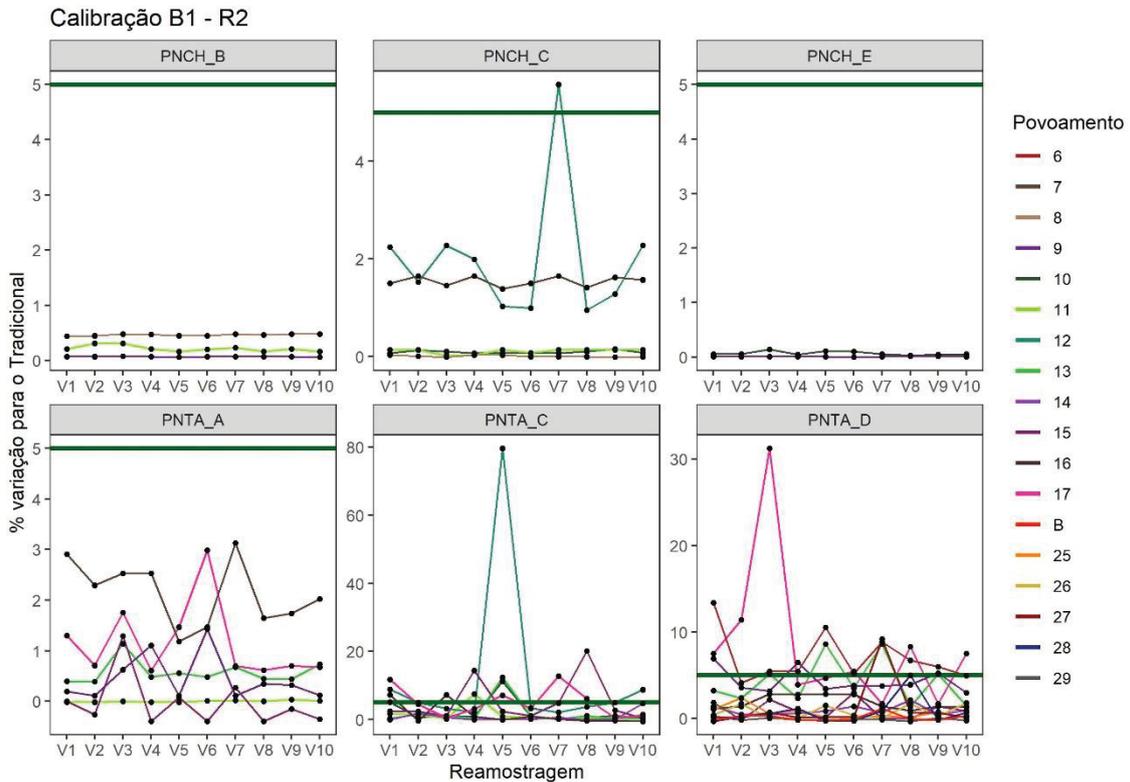
A estatística do  $R^2$  apresentou o mesmo comportamento de  $Syx\%$  para ambas as espécies, sendo que para a espécie PNCH houve um cenário acima do limite máximo estabelecido. Para PNTA, este critério apresentou menor variação que o anterior (A1), no entanto, a característica de instabilidade se manteve, não sendo indicado para a espécie. A espécie PNCH apresentou cenários dentro dos limites estabelecidos, podendo o critério ser indicado para a espécie.

Figura 21 - Diferença percentual para a estatística do Syx% (Volume) para o critério de calibração B1.



Em que:  $V_n$  é a seleção de árvores para calibração número "n".  
 FONTE: O autor (2024).

Figura 22 - Diferença percentual para a estatística do  $R^2$  para o critério de calibração B1.



Em que:  $V_n$  é a seleção de árvores para calibração número "n".  
 FONTE: O autor (2024).

### 6.3.4 Calibração C1

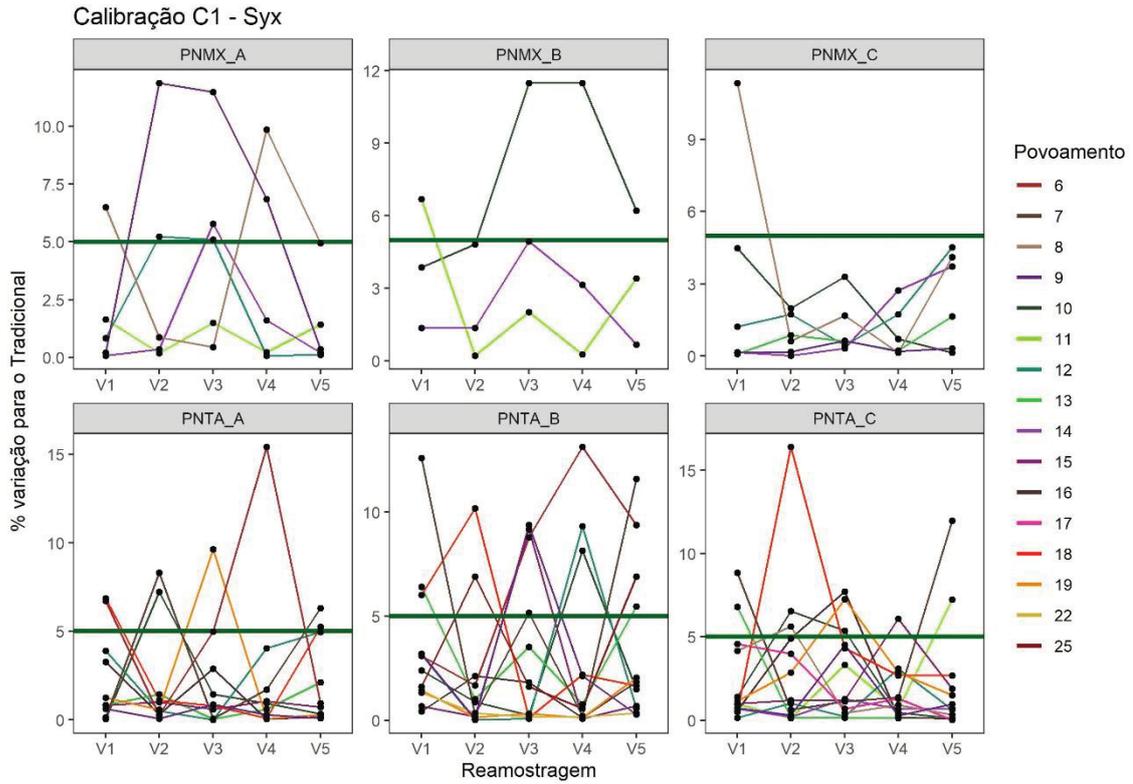
O critério de seleção desta calibração foi de uma árvore com DAP maior que o diâmetro médio mais um desvio padrão ( $[1] \text{ Arv.} > \overline{DAP} + 1 \text{ dp}$ ).

#### 6.3.4.1 Altura

Na Figura 23 estão apresentadas as variações em percentual dos povoamentos avaliados para o Syx% em relação à amostragem tradicional e na Figura 24 para o Desvio. Para a espécie PNTA, o Syx% apresentou variação tanto entre os povoamentos, quanto entre as re-amostragens, principalmente nas bases PNTA\_B e PNTA\_C. A variação entre povoamentos foi menor em comparação aos critérios anteriores (A1 e B1). No entanto, a espécie PNMX continuou com instabilidade entre povoamentos e dentro das re-amostragens, embora para este critério a instabilidade tenha sido menor em comparação com o anterior (B1) e semelhante ao primeiro (A1), mantendo a predominância nas idades mais jovens. A base PNMX\_C apresentou apenas um cenário acima do limite estabelecido.

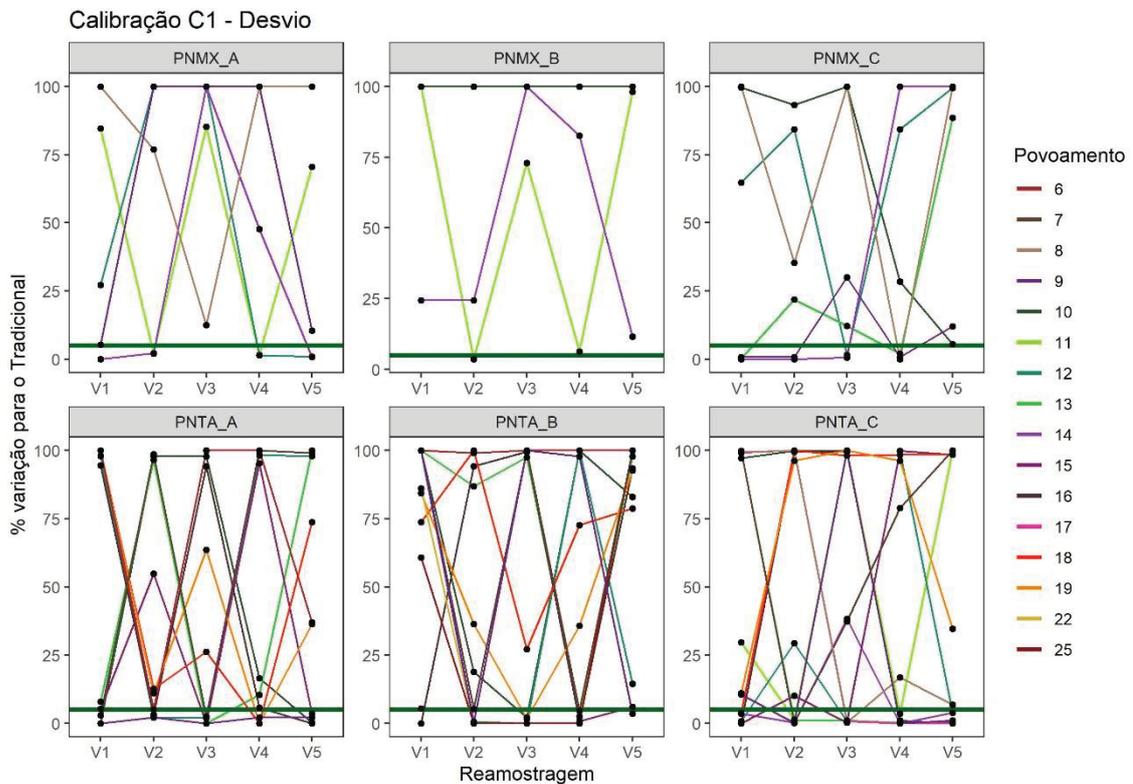
Para ambas as espécies, o comportamento do Desvio mostrou intensa variação entre os povoamentos e dentro das re-amostragens, com a maioria dos cenários para o PNMX acima do limite máximo estabelecido. A espécie PNTA apresentou uma maior quantidade de cenários dentro do limite, mas a instabilidade ocorreu em patamares semelhantes aos critérios anteriores de calibração (A1 e B1). Para ambas as espécies, devido à manutenção da instabilidade na variação entre as estatísticas avaliadas, este critério não foi indicado para calibração.

Figura 23 - Diferença percentual para a estatística do Syx% (Altura) para o critério de calibração C1.



Em que:  $V_n$  é a seleção de árvores para calibração número "n".  
 FONTE: O autor (2024).

Figura 24 - Diferença percentual para a estatística do Desvio para o critério de calibração C1.



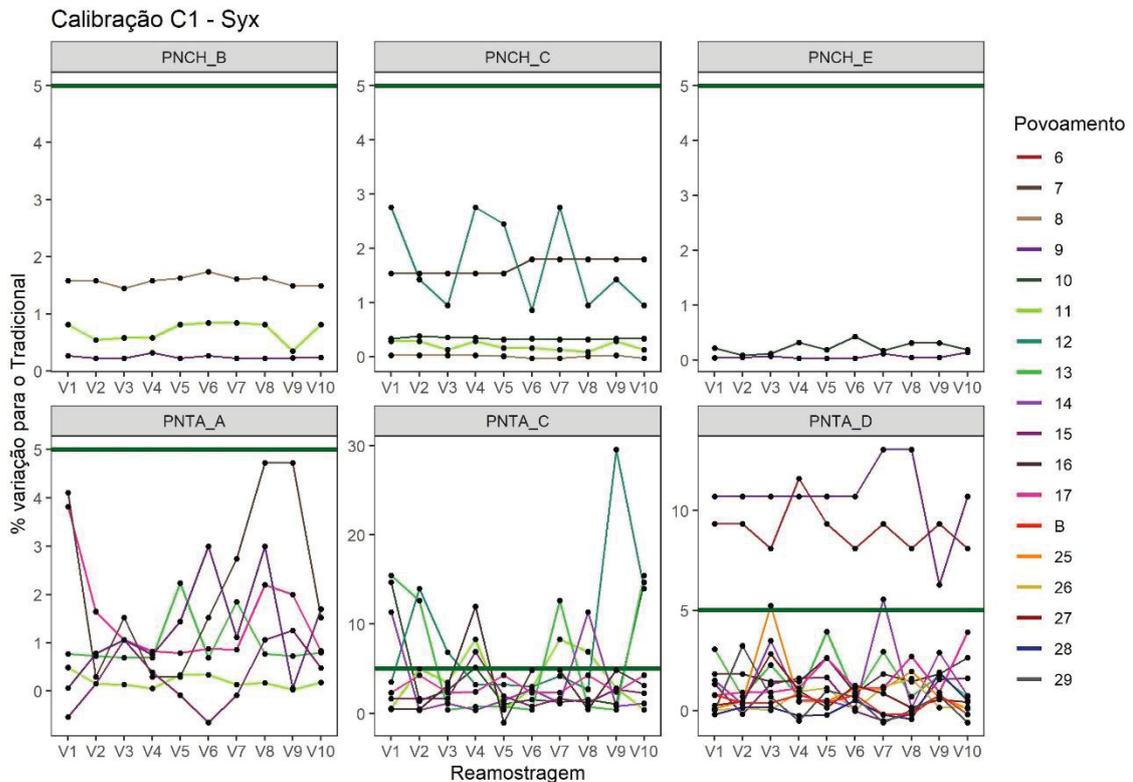
Em que:  $V_n$  é a seleção de árvores para calibração número "n".  
 FONTE: O autor (2024).

### 6.3.4.2 Volume

Na Figura 25 estão apresentadas as variações em percentual dos povoamentos avaliados para o Syx% em relação a amostragem tradicional e na Figura 26 para o  $R^2$ . Para o Syx%, a espécie PNTA apresentou variação entre os povoamentos da base PNTA\_C e para povoamentos mais jovens na base PNTA\_D, quando comparado com o máximo estabelecido, revelando o mesmo comportamento dentro das re-amostragens. A espécie PNCH não apresentou cenário acima do limite máximo estabelecido para a estatística do Syx%.

Com relação ao  $R^2$ , apenas a base PNTA\_C apresentou instabilidade tanto entre os povoamentos quanto dentro das re-amostragens. Os demais cenários e para todas as bases da espécie PNCH apresentaram o mesmo comportamento do Syx%. Para a espécie PNTA, devido à instabilidade nas estatísticas (Syx% e  $R^2$ ) para as bases PNTA\_C e PNTA\_D, este critério não foi indicado. No entanto, pode ser um critério indicado para a espécie PNCH para a calibração.

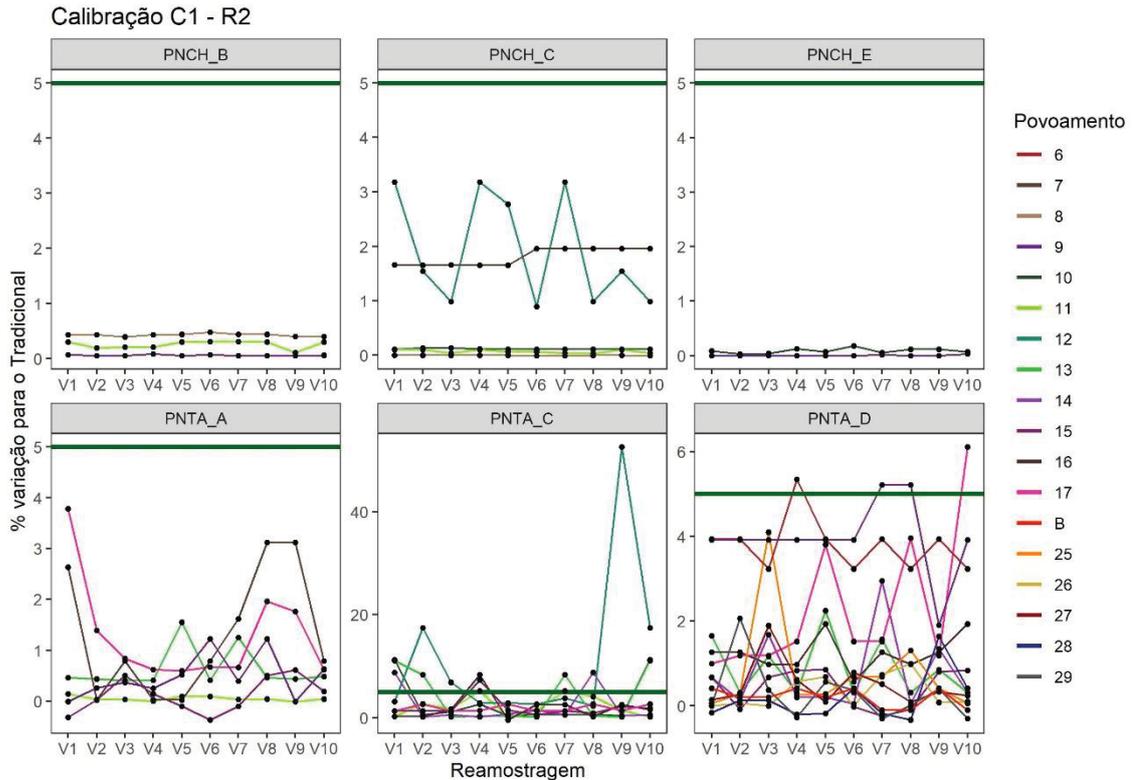
Figura 25 - Diferença percentual para a estatística do Syx% (Volume) para o critério de calibração C1.



Em que:  $V_n$  é a seleção de árvores para calibração número "n".

FONTE: O autor (2024).

Figura 26 - Diferença percentual para a estatística do R<sup>2</sup> para o critério de calibração C1.



Em que: V<sub>n</sub> é a seleção de árvores para calibração número "n".  
 FONTE: O autor (2024).

### 6.3.5 Calibração D3

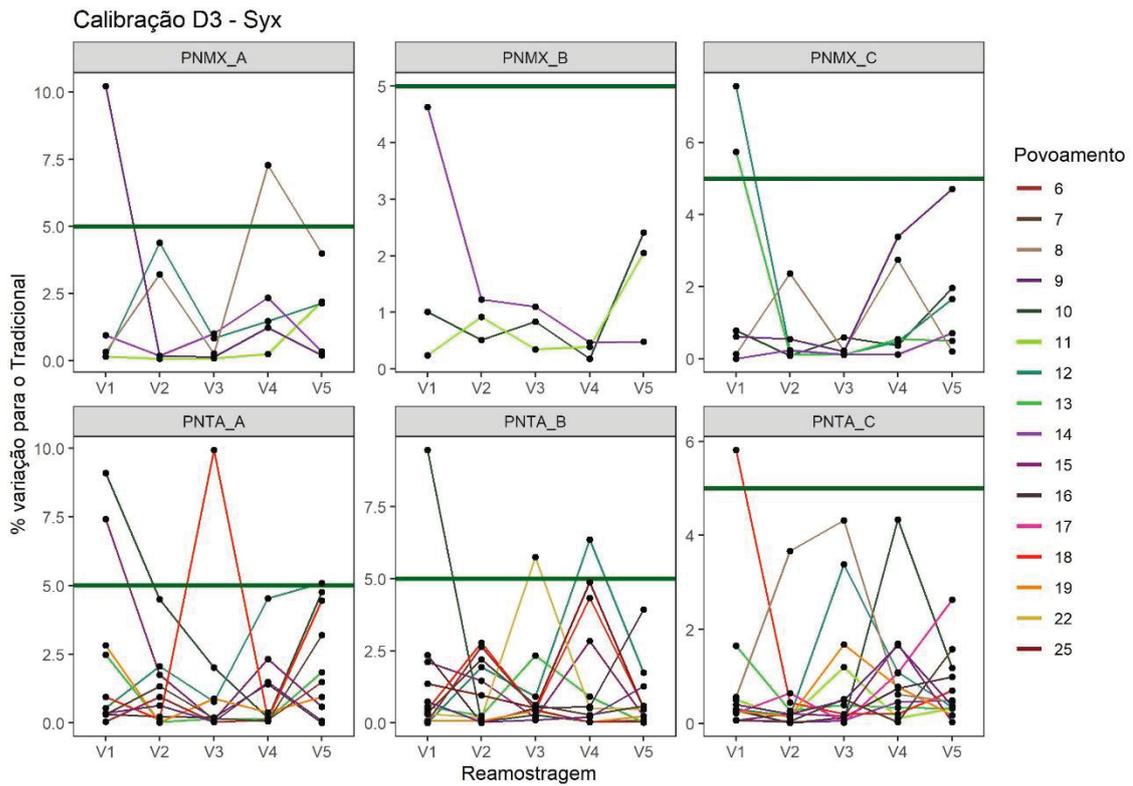
O critério de seleção desta calibração foi de três árvores, sendo uma árvore com DAP menor que o diâmetro médio menos um desvio padrão, uma árvore com DAP entre o diâmetro médio mais um desvio padrão e o diâmetro médio menos um desvio padrão e uma árvore com DAP maior que o diâmetro médio mais um desvio padrão ( $[1]Arv. < \overline{DAP} - 1 dp$ ;  $\overline{dap} - 1 dp < [1] Arv. < \overline{DAP} + 1 dp$ ;  $[1]Arv. > \overline{DAP} - 1 dp$ ).

#### 6.3.5.1 Altura

Na Figura 27 estão apresentadas as variações em percentual dos povoamentos avaliados para o Syx% em relação a amostragem tradicional e na Figura 28 para o Desvio. A estatística Syx%, tanto para a espécie PNTA quanto para a espécie PNMX, apresentou poucos cenários acima do limite máximo estabelecido, com a espécie PNMX mostrando apenas um cenário acima do dobro do limite máximo estabelecido. O Desvio, para ambas as espécies avaliadas, apresentou intensa variabilidade acima do limite máximo estabelecido, tanto entre povoamentos quanto nas re-amostragens,

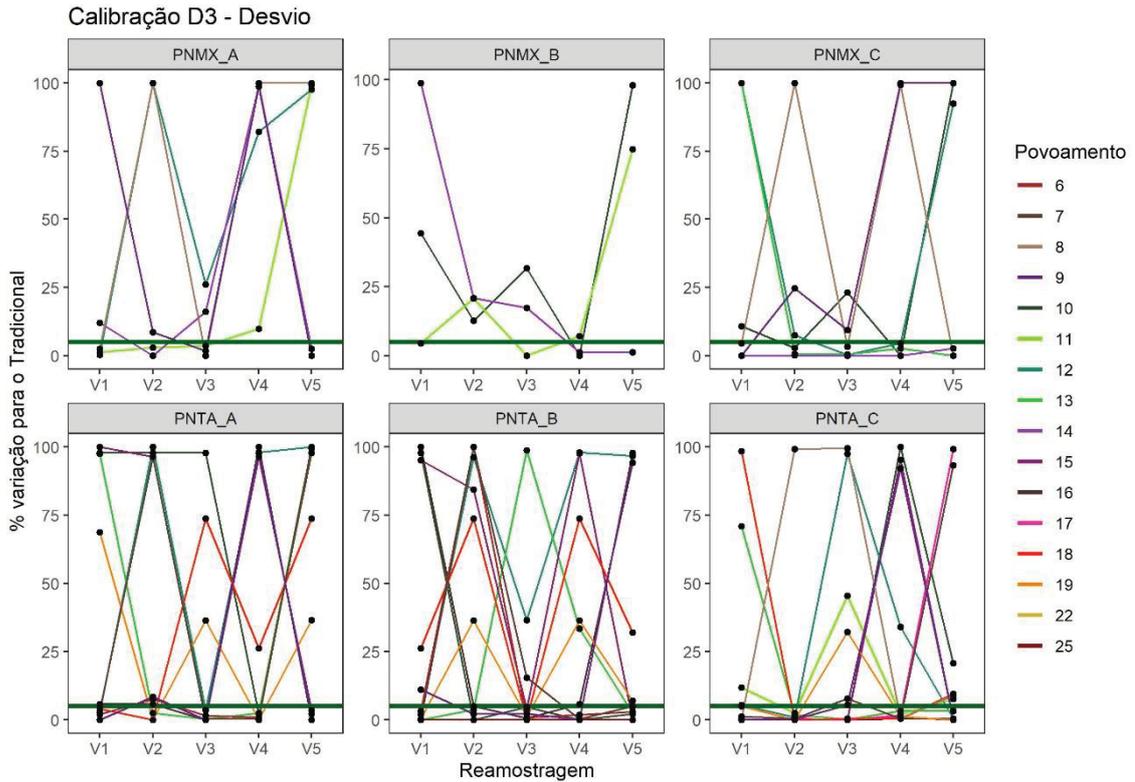
com maior ocorrência dos cenários dentro do limite máximo estabelecido em comparação aos critérios anteriores. Para ambas as espécies, este critério de calibração não foi indicado devido à variabilidade acima dos limites estabelecidos para a estatística do Desvio.

Figura 27 - Diferença percentual para a estatística do Syx% (Altura) para o critério de calibração D3.



Em que:  $V_n$  é a seleção de árvores para calibração número "n".  
 FONTE: O autor (2024).

Figura 28 - Diferença percentual para a estatística do Desvio para o critério de calibração D3

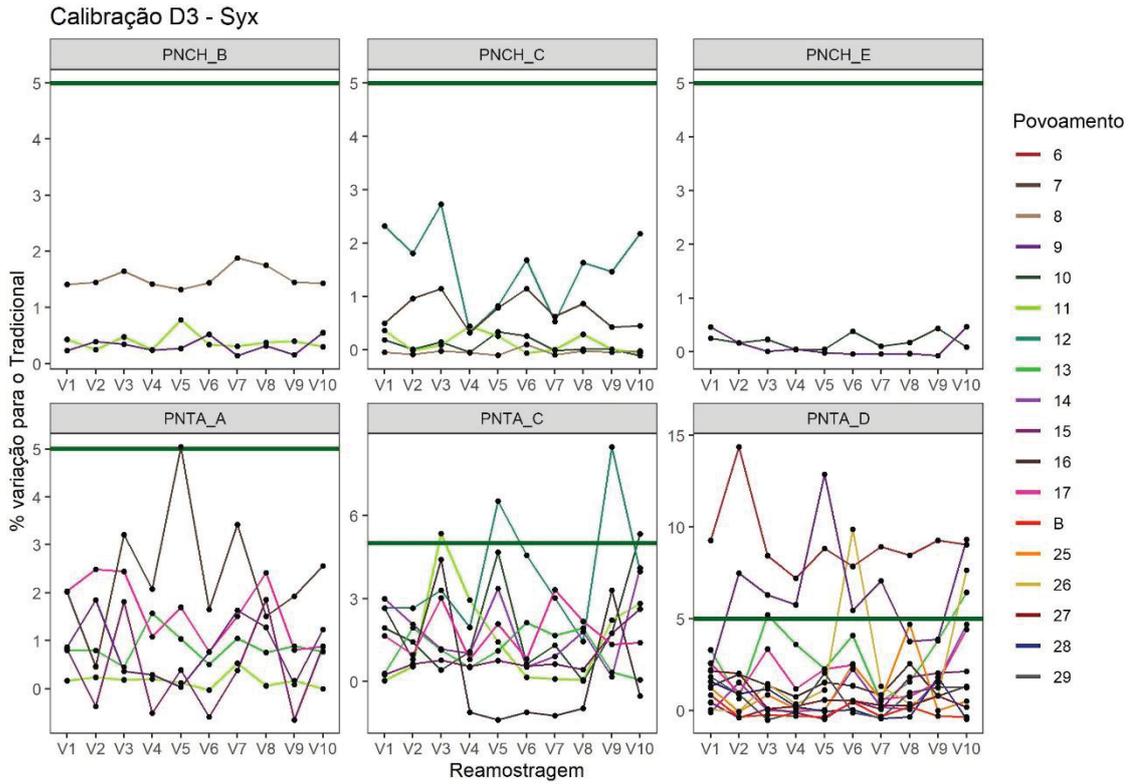


Em que:  $V_n$  é a seleção de árvores para calibração número "n".  
 FONTE: O autor (2024).

### 6.3.5.2 Volume

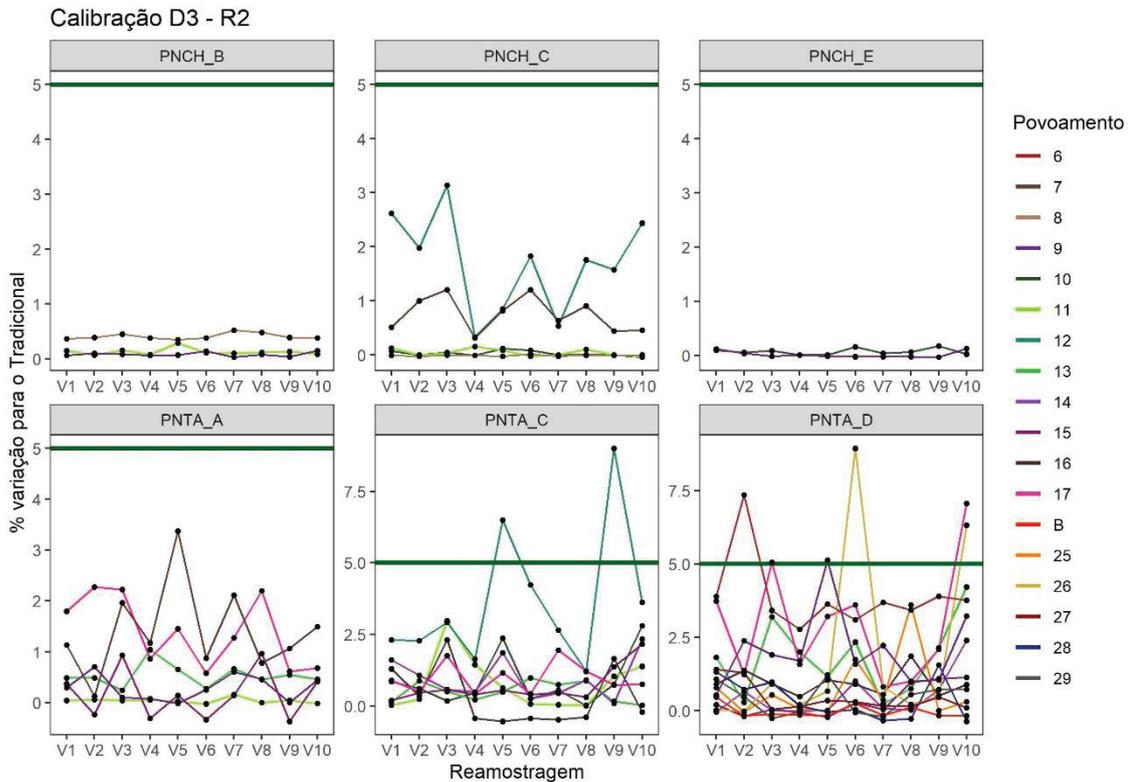
Na Figura 29 estão apresentadas as variações em percentual dos povoamentos avaliados para o  $Syx\%$  em relação à amostragem tradicional e na Figura 30 para o  $R^2$ . O  $Syx\%$ , para a espécie PNTA, apresentou variação acima do limite máximo estabelecido (entre povoamentos e dentro das re-amostragens) apenas no povoamento mais jovem da base PNTA\_D. A espécie PNCH continuou com cenários abaixo do limite máximo estabelecido, como nos critérios anteriormente descritos. Para o  $R^2$  nenhuma das espécies apresentou variabilidade significativa acima do limite máximo estabelecido, tanto entre povoamentos quanto para as re-amostragens, com alguns casos para a espécie PNTA. Devido à instabilidade para o  $Syx\%$  na base PNTA\_D, este critério não foi indicado para a espécie PNTA, sendo indicado para a espécie PNCH.

Figura 29 - Diferença percentual para a estatística do Syx% (Volume) para o critério de calibração D3.



Em que:  $V_n$  é a seleção de árvores para calibração número "n".  
 FONTE: O autor (2024).

Figura 30 - Diferença percentual para a estatística do R2 para o critério de calibração D3.



Em que:  $V_n$  é a seleção de árvores para calibração número "n".  
 FONTE: O autor (2024).

### 6.3.6 Calibração E3

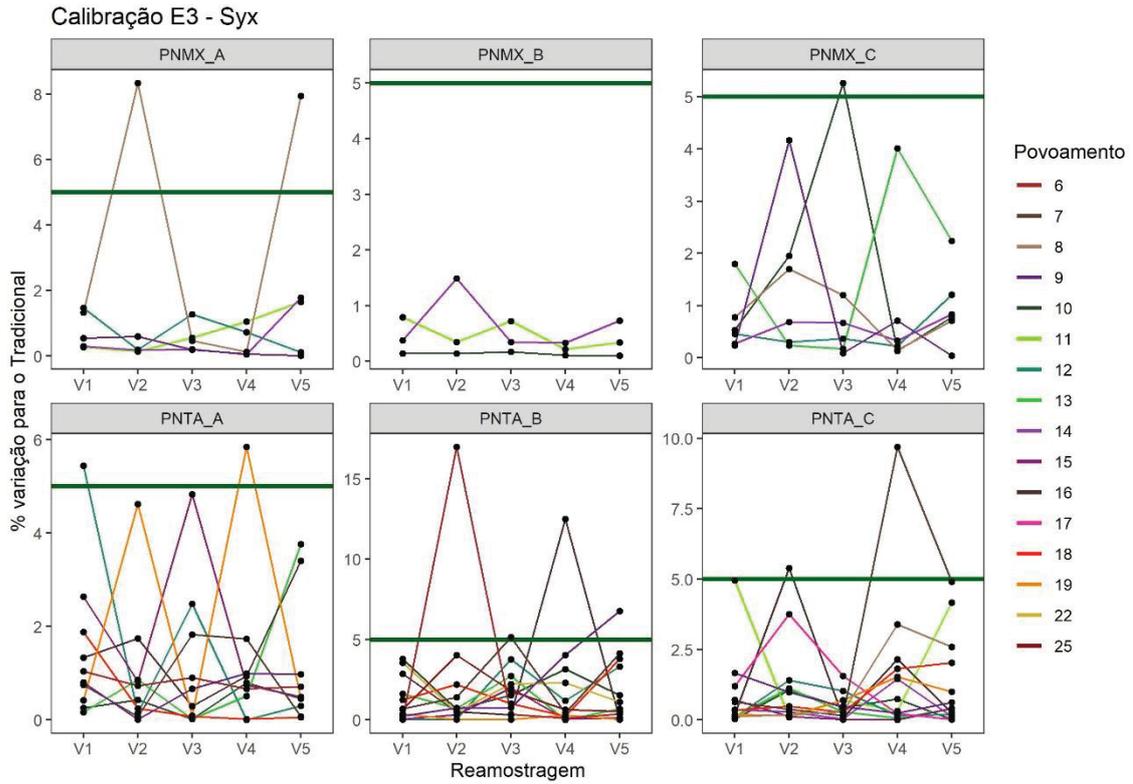
O critério de seleção desta calibração foi de três árvores selecionadas de maneira aleatória.

#### 6.3.6.1 Altura

Na Figura 31 estão apresentadas as variações em percentual dos povoamentos avaliados para o Syx% em relação a amostragem tradicional e na Figura 32 para o Desvio. O Syx% para a espécie PNTA apresentou baixa variação entre os povoamentos e dentro das re-amostragens em relação ao limite máximo estabelecido, com exceção do povoamento mais jovem da base PNTA\_B. Esse comportamento foi o mesmo observado para a espécie PNMX, com os povoamentos mais jovens apresentando cenários acima do limite estabelecido.

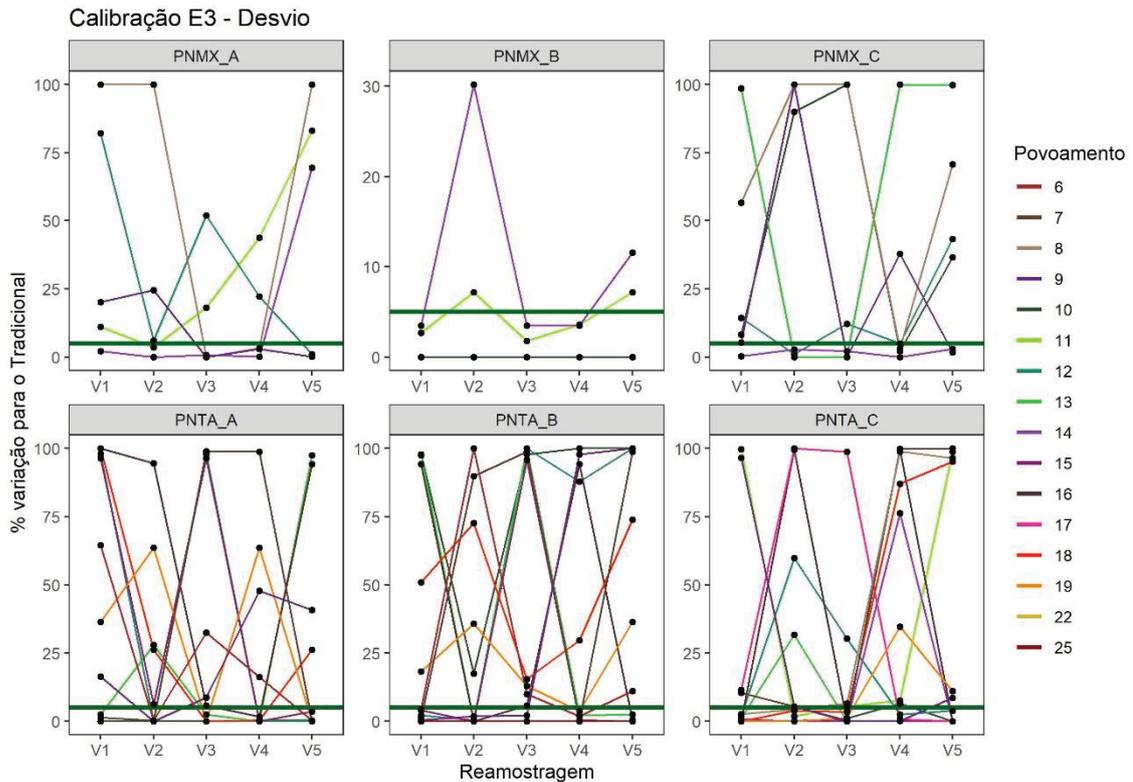
O Desvio apresentou o mesmo comportamento de instabilidade já observado para ambas as espécies nos critérios de calibração anteriores, com maior ocorrência de cenários dentro do limite máximo estabelecido e redução dos cenários com 100% das observações fora do limite máximo estabelecido. Para ambas as espécies, este critério de calibração não foi indicado devido à variabilidade acima dos limites estabelecidos para a estatística do Desvio, com registro de melhora nos cenários para o Syx%.

Figura 31 - Diferença percentual para a estatística do Syx% (Altura) para o critério de calibração E3.



Em que:  $V_n$  é a seleção de árvores para calibração número "n".  
 FONTE: O autor (2024).

Figura 32 - Diferença percentual para a estatística do Desvio para o critério de calibração E3.



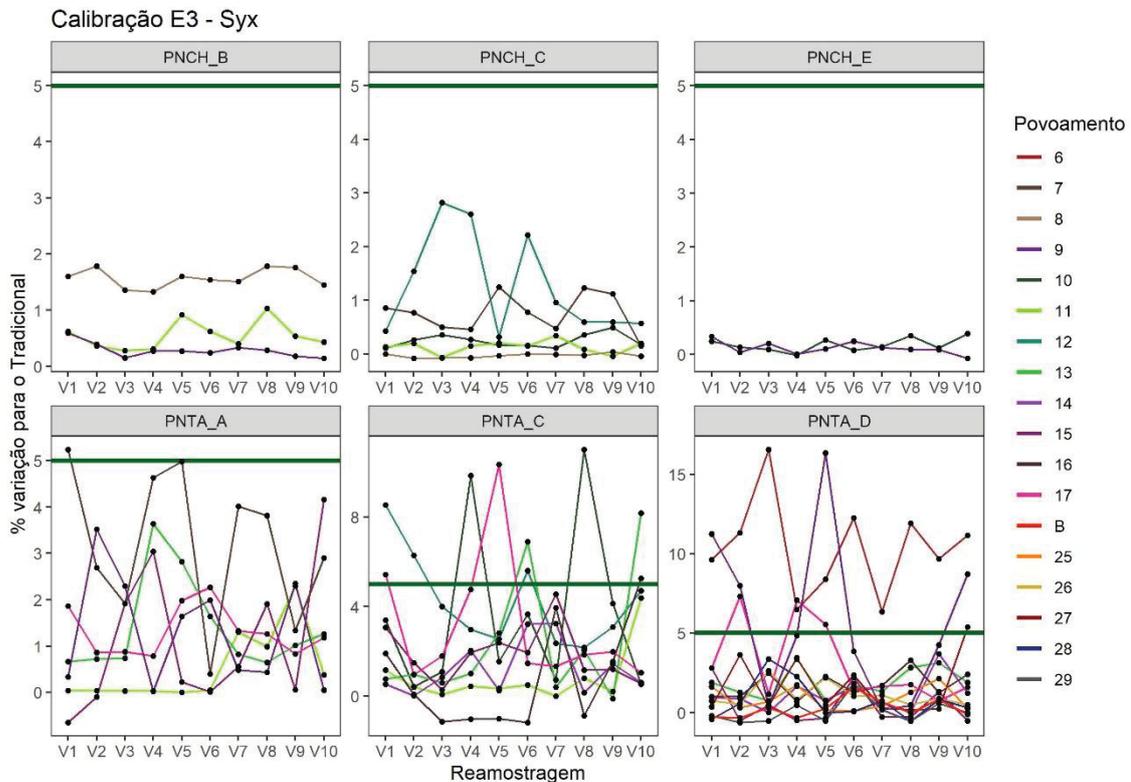
Em que:  $V_n$  é a seleção de árvores para calibração número "n".  
 FONTE: O autor (2024).

### 6.3.6.2 Volume

Na Figura 33 estão apresentadas as variações em percentual dos povoamentos avaliados para o Syx% em relação à amostragem tradicional e na Figura 34 para o  $R^2$ . Para a espécie PNTA foi verificada pequena variabilidade no Syx% em relação ao limite máximo para os povoamentos, assim como dentro da re-amostragem, com exceção dos povoamentos mais jovens na base PNTA\_D. No caso da espécie PNCH, não foram encontrados cenários acima do limite mínimo estabelecido para o Syx%.

Para o  $R^2$ , a espécie apresentou uma variação um pouco superior em relação ao critério de calibração (D3). No entanto, a espécie PNCH novamente não apresentou cenários acima do limite mínimo estabelecido. Para a espécie PNTA, este critério de calibração não foi indicado devido à variabilidade do  $R^2$ , enquanto para a espécie PNCH este critério de calibração pode ser indicado devido aos bons resultados obtidos para o Syx% e  $R^2$ .

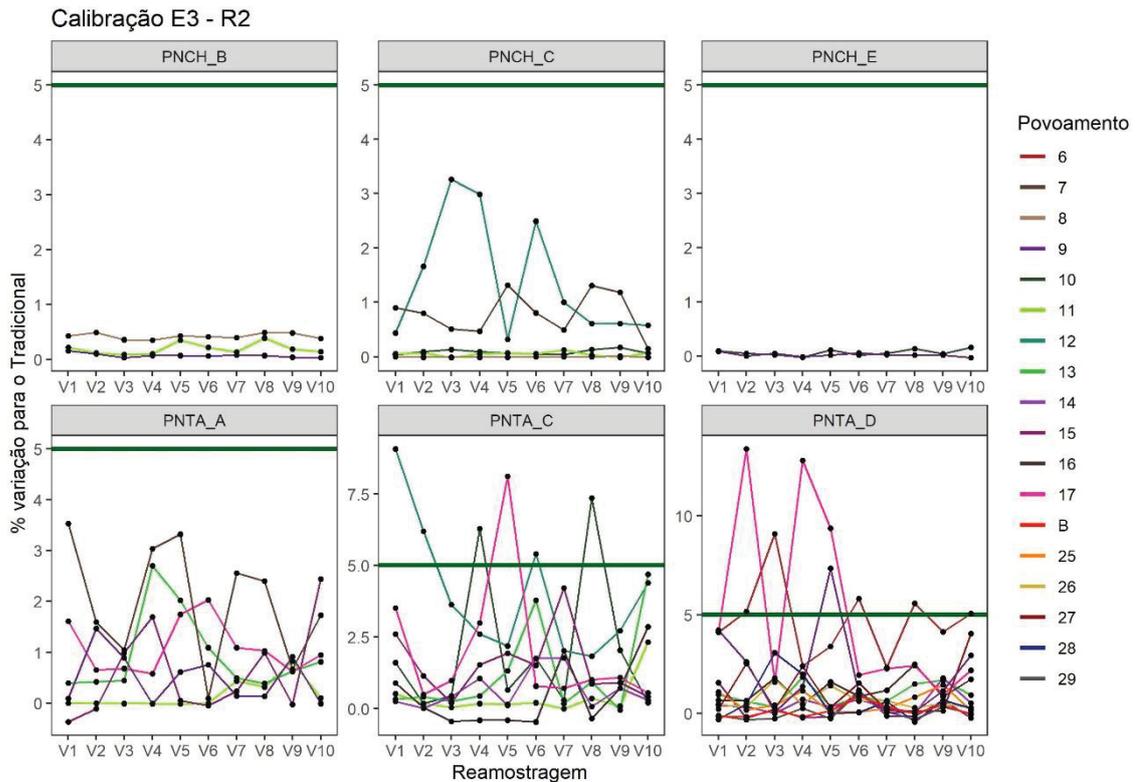
Figura 33 - Diferença percentual para a estatística do Syx% (Volume) para o critério de calibração E3.



Em que:  $V_n$  é a seleção de árvores para calibração número "n".

FONTE: O autor (2024).

Figura 34 - Diferença percentual para a estatística do R2 para o critério de calibração E3.



Em que:  $V_n$  é a seleção de árvores para calibração número "n".

FONTE: O autor (2024).

### 6.3.7 Calibração F3

O critério de seleção desta calibração foi de três árvores com DAP maior que o diâmetro médio mais um desvio padrão ( $[3] \text{ Arv.} > \overline{DAP} + 1 \text{ dp}$ ).

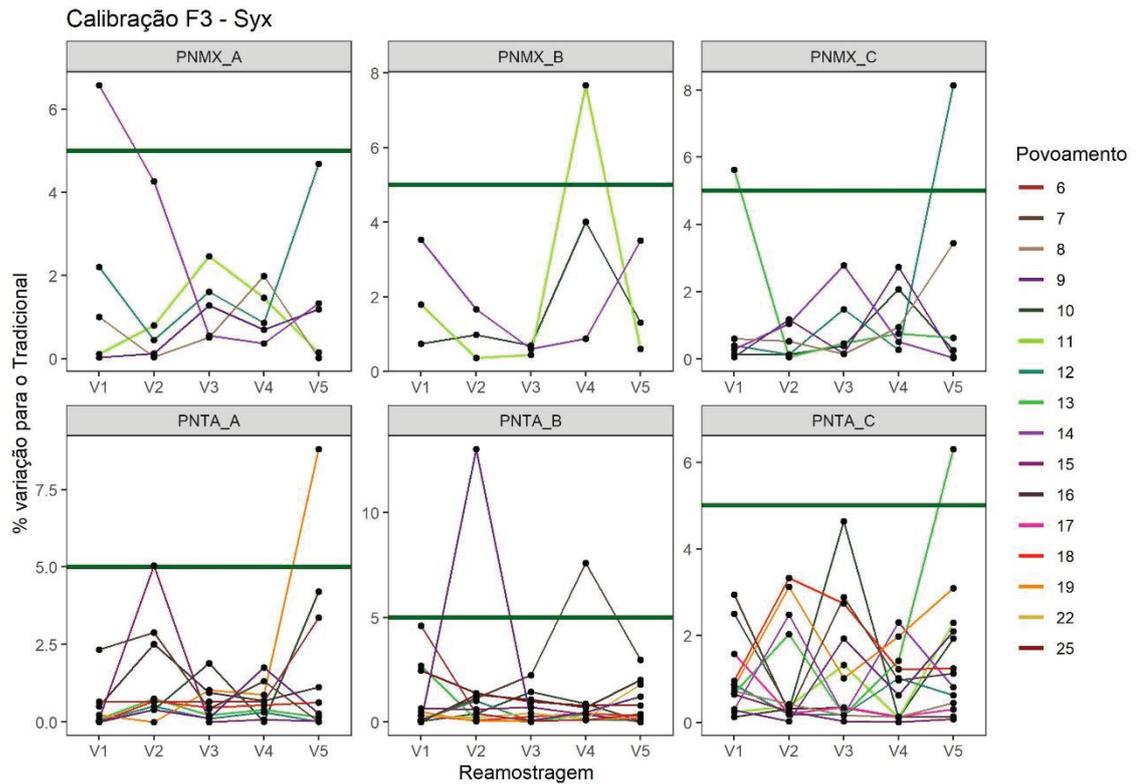
#### 6.3.7.1 Altura

Na Figura 35 estão apresentadas as variações em percentual dos povoamentos avaliados para o  $Syx\%$  em relação a amostragem tradicional e na Figura 36 para o *Desvio*. A estatística  $Syx\%$  para a espécie PNTA não apresentou variabilidade entre os povoamentos e dentro das re-amostragens, com poucos cenários acima do limite, sendo a base PNTA\_B a que teve a maior ocorrência.

A espécie PNMX apresentou comportamento semelhante ao encontrado no critério anterior (E3), com melhorias nos cenários avaliados. O *Desvio* apresentou o mesmo comportamento de instabilidade já observado para ambas as espécies no critério de calibração anterior (E3), com a maior ocorrência de cenários dentro do limite máximo estabelecido para a espécies PNTA e PNMX. A espécie PNMX apresentou

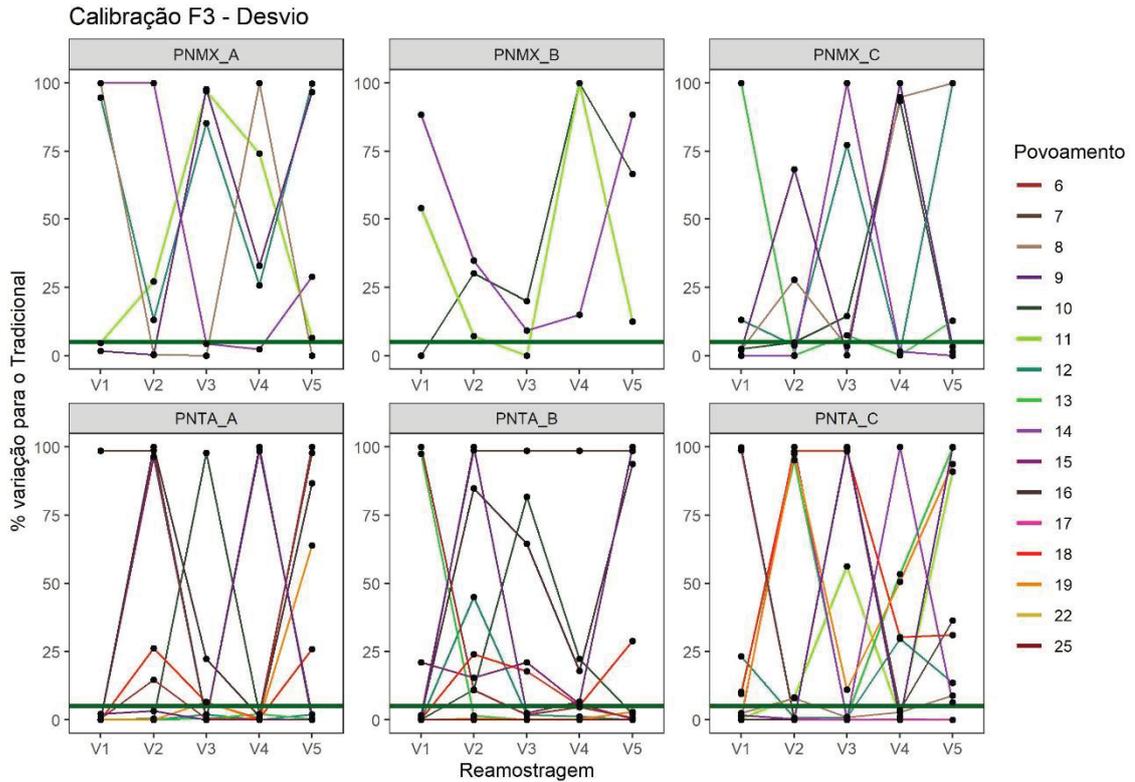
maior ocorrência de cenários com 100% das observações acima do limite estabelecido e para ambas as espécies, este critério de calibração não foi indicado, devido à instabilidade encontrada no Desvio.

Figura 35 - Diferença percentual para a estatística do Syx% (Altura) para o critério de calibração F3.



Em que:  $V_n$  é a seleção de árvores para calibração número "n".  
 FONTE: O autor (2024).

Figura 36 - Diferença percentual para a estatística do Desvio para o critério de calibração F3.



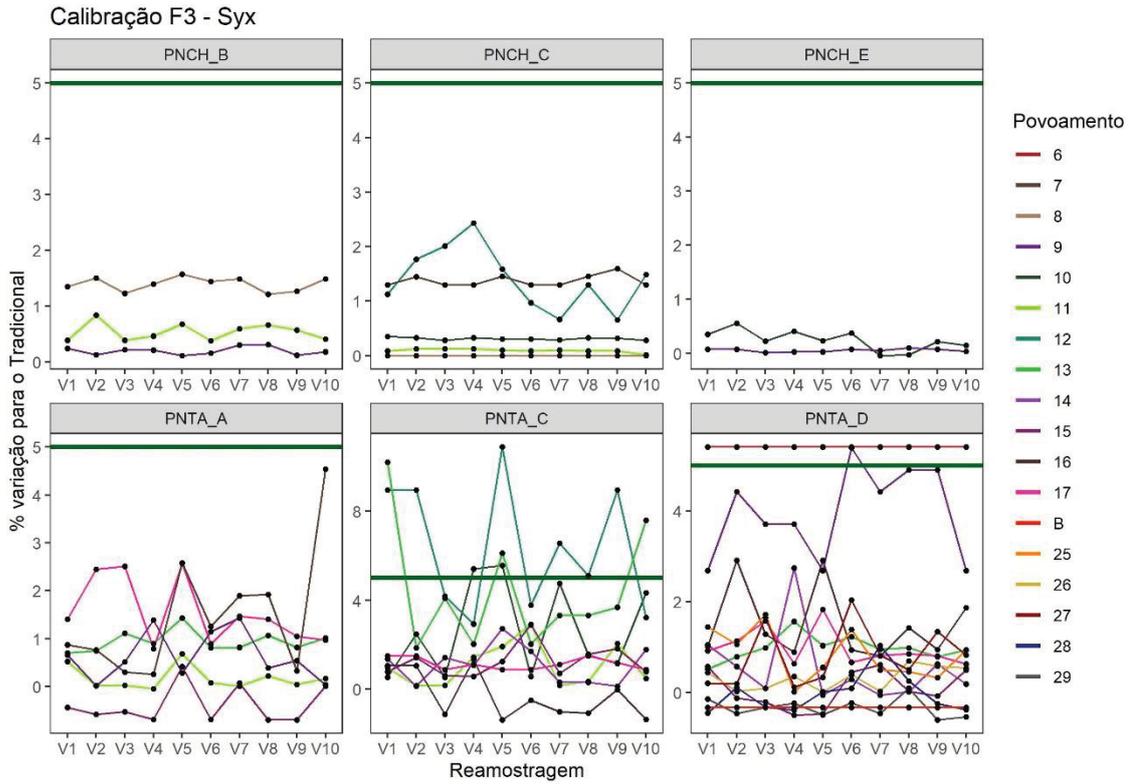
Em que:  $V_n$  é a seleção de árvores para calibração número "n".  
 FONTE: O autor (2024).

### 6.3.7.2 Volume

Na Figura 37 estão apresentadas as variações em percentual dos povoamentos avaliados para o  $Syx\%$  em relação a amostragem tradicional e na Figura 38 para o  $R^2$ . Para a espécie PNTA, o  $Syx\%$  não apresentou instabilidade tanto entre povoamento quanto dentro das re-amostragens, em que os poucos cenários com valores acima do máximo estabelecido não foram superiores a 13%, para um mesmo povoamento da Base PNTA\_C.

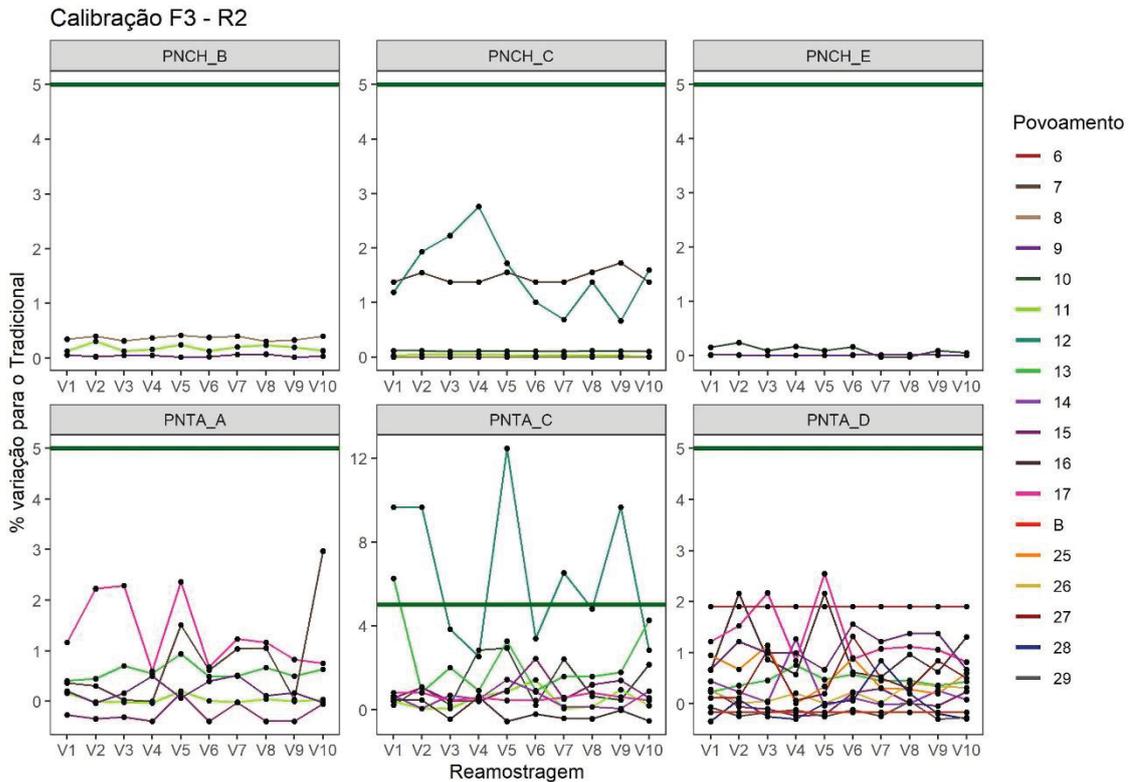
A espécie PNCH apresentou todos os cenários dentro do limite estabelecido. Para ambas as espécies, não foram encontradas instabilidades para o  $R^2$ , com exceção de um povoamento da espécie PNTA, que teve re-amostragens levemente acima do limite máximo. Este critério de calibração pode ser indicado para ambas as espécies, considerando o bom desempenho nas estatísticas de  $Syx\%$  e  $R^2$ .

Figura 37 - Diferença percentual para a estatística do Syx% (Volume) para o critério de calibração F3.



Em que:  $V_n$  é a seleção de árvores para calibração número "n".  
 FONTE: O autor (2024).

Figura 38 - Diferença percentual para a estatística do  $R^2$  para o critério de calibração F3.



Em que:  $V_n$  é a seleção de árvores para calibração número "n".  
 FONTE: O autor (2024).

### 6.3.8 Calibração G5

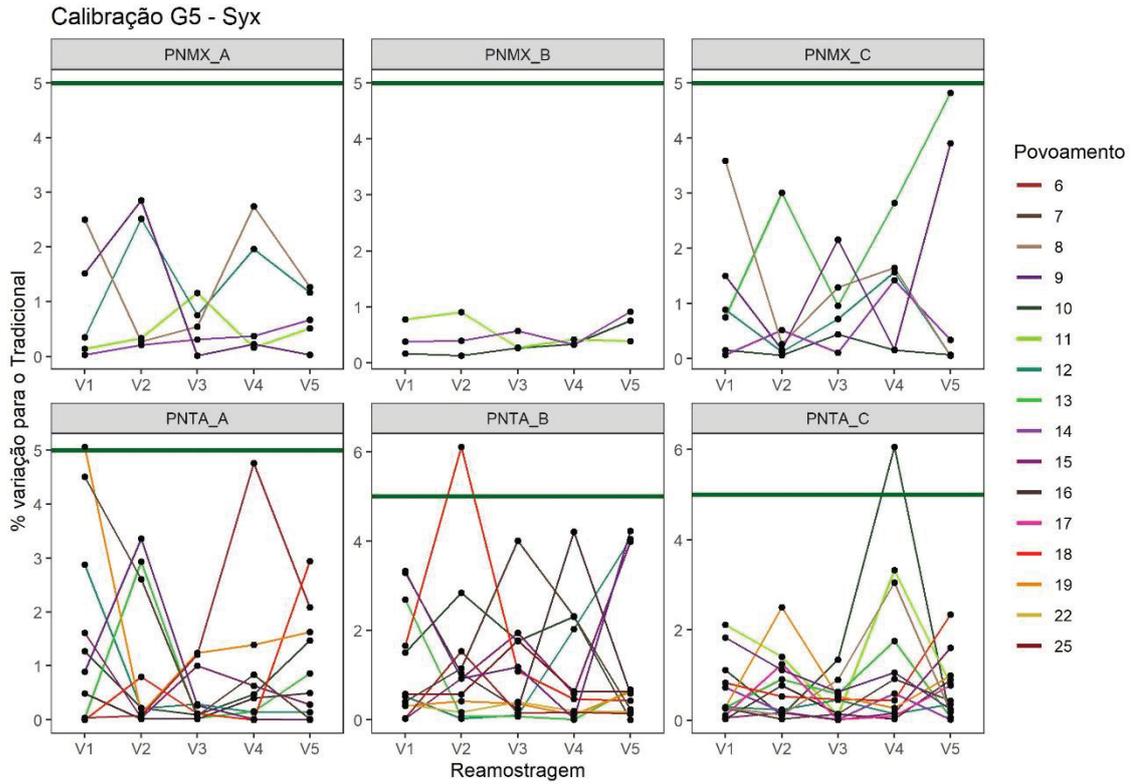
O critério de seleção desta calibração foi de cinco árvores, sendo duas árvores com DAP menor que o diâmetro médio menos um desvio padrão, duas árvores com DAP entre o diâmetro médio mais um desvio padrão e o diâmetro médio menos um desvio padrão e uma árvore com DAP maior que o diâmetro médio mais um desvio padrão (**[2] Arv.**  $< \overline{DAP} - 1 \text{ dp}$ ;  $\overline{DAP} - 1 \text{ dp} < \mathbf{[2] Arv.} < \overline{DAP} + 1 \text{ dp}$ ; **[1] Arv.**  $> \overline{DAP} - 1 \text{ dp}$ ).

#### 6.3.8.1 Altura

Na Figura 39 estão apresentadas as variações em percentual dos povoamentos avaliados para o Syx% em relação a amostragem tradicional e na Figura 40 para o Desvio. Para ambas as espécies, o Syx% apresentou baixa variabilidade acima do limite mínimo, com casos esporádicos acima do limite máximo, sendo menos de 2% acima deste limite.

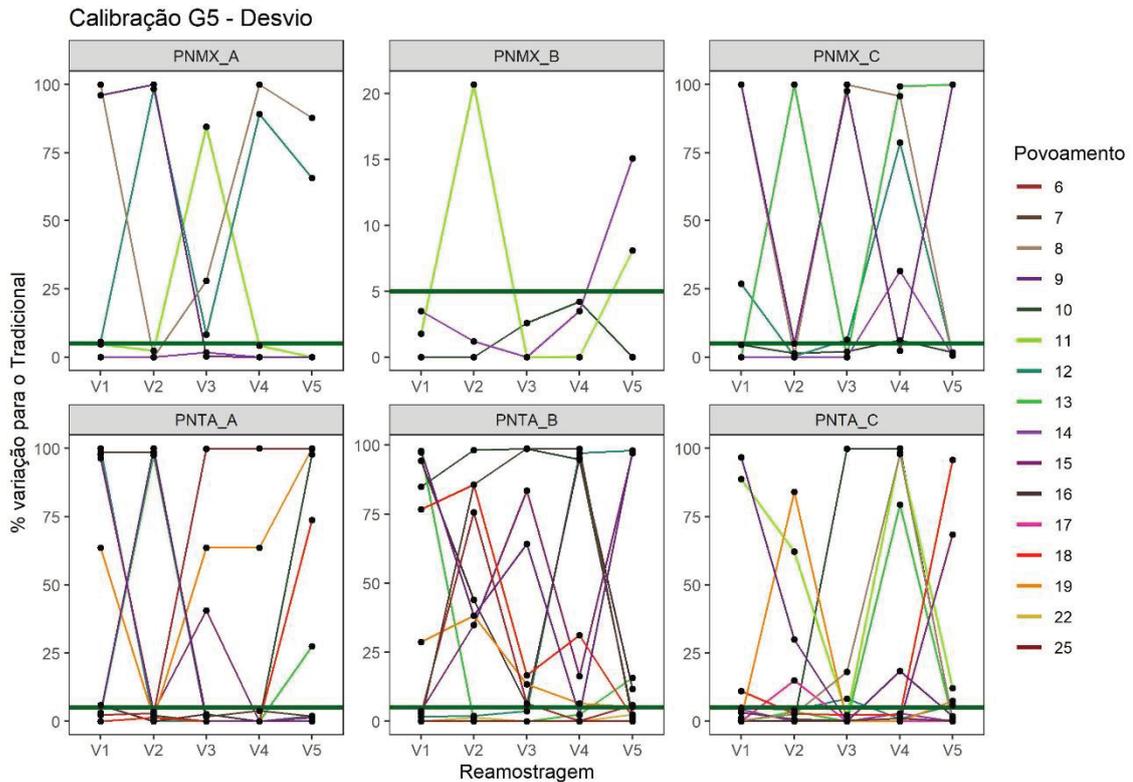
O Desvio apresentou instabilidade para ambas as espécies, mas com variações menores em comparação ao método tradicional, quando comparado aos critérios de calibração anteriores. Para a espécie PNTA, houve menor variação entre as re-amostragens, e em ambas as espécies, a menor ocorrência de cenários com 100% das observações acima do limite máximo estabelecido. Para ambas as espécies, este critério de calibração não foi indicado, devido à instabilidade encontrada no Desvio, apesar dos bons resultados apresentados para o Syx%.

Figura 39 - Diferença percentual para a estatística do Syx% (Altura) para o critério de calibração G5.



Em que:  $V_n$  é a seleção de árvores para calibração número "n".  
 FONTE: O autor (2024).

Figura 40 - Diferença percentual para a estatística do Desvio para o critério de calibração G5.

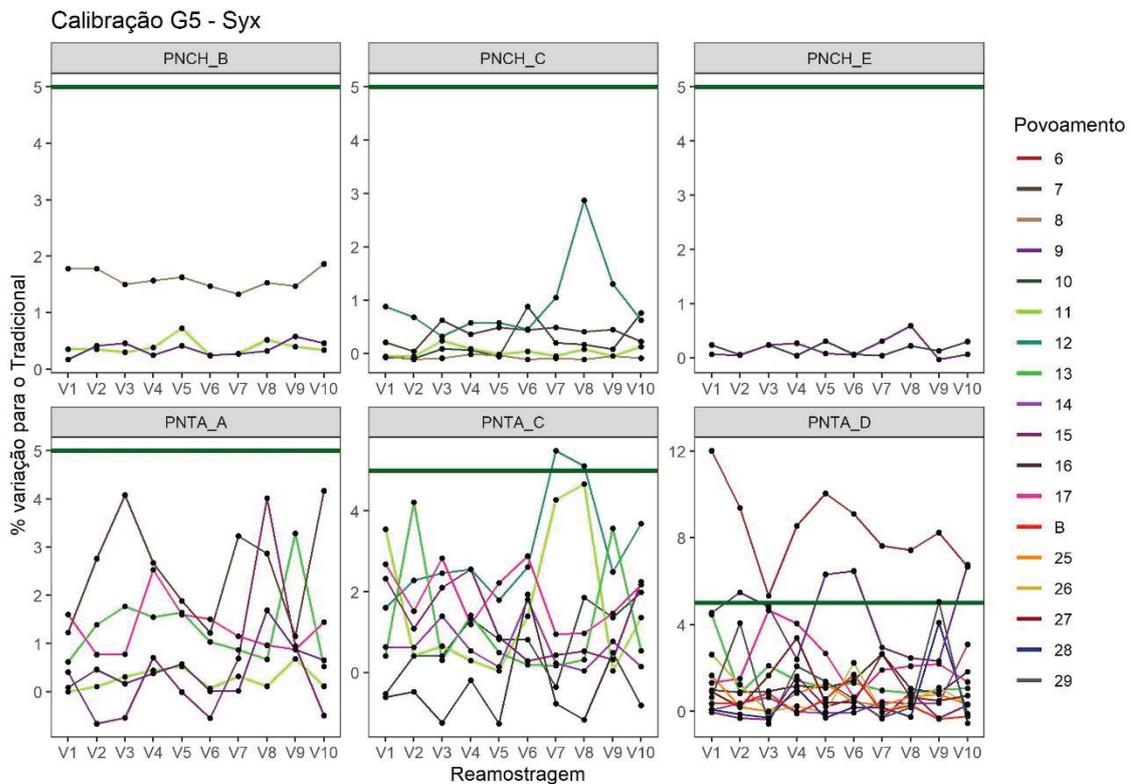


Em que:  $V_n$  é a seleção de árvores para calibração número "n".  
 FONTE: O autor (2024).

### 6.3.8.2 Volume

Na Figura 41 estão apresentadas as variações em percentual dos povoamentos avaliados para o Syx% em relação à amostragem tradicional e na Figura 42 para o  $R^2$ . Para a espécie PNTA, o Syx% para somente um povoamento apresentou todas as re-amostragens acima do limite máximo estabelecido, além de variações esporádicas acima do limite. A exceção foi um povoamento (base PNTA\_D), que apresentou todas as re-amostragens acima do limite estabelecido, sendo o máximo encontrado de 12%. Para a espécie PNCH, nenhum cenário apresentou variação acima do limite. Para ambas as espécies, não foram encontradas instabilidades para o  $R^2$ , com exceção de casos esporádicos para a espécie PNTA. Este critério de calibração pode ser indicado para ambas as espécies, visto o bom desempenho nas estatísticas de avaliação, com parcimônia para a espécie PNTA, pela ocorrência do povoamento citado.

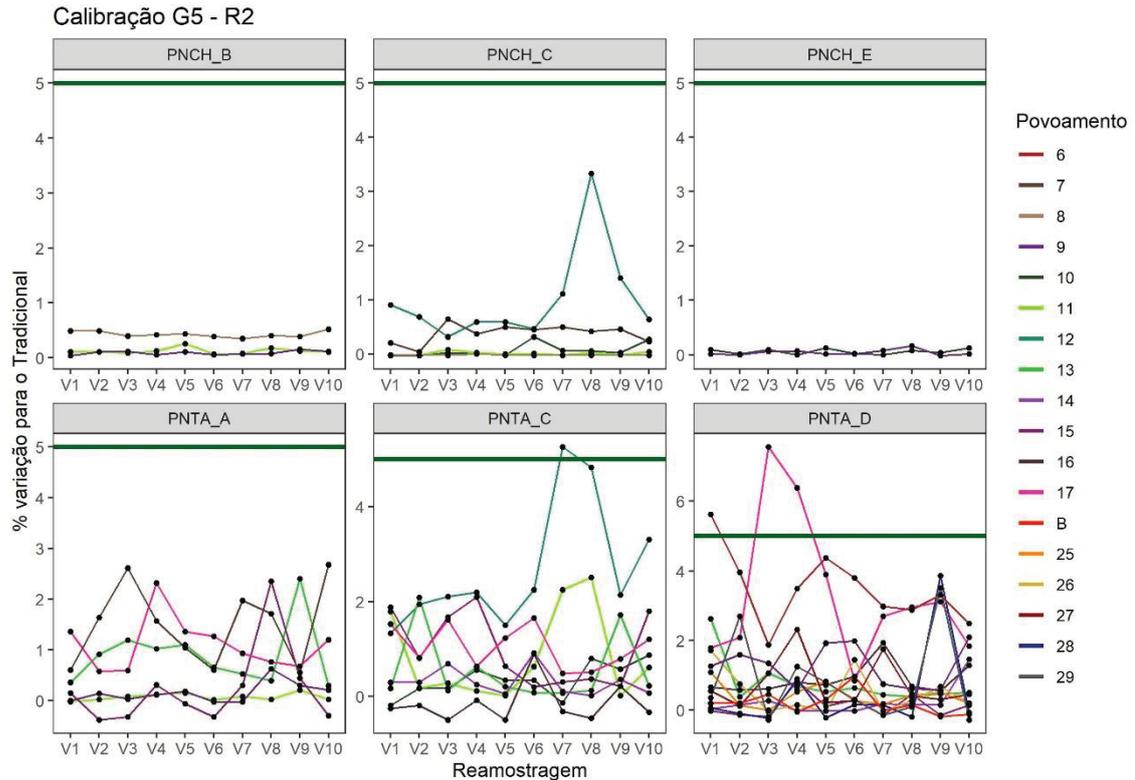
Figura 41 - Diferença percentual para a estatística do Syx% (Volume) para o critério de calibração G5



Em que:  $V_n$  é a seleção de árvores para calibração número "n".

FONTE: O autor (2024).

Figura 42 - Diferença percentual para a estatística do  $R^2$  para o critério de calibração G5.



Em que:  $V_n$  é a seleção de árvores para calibração número "n".

FONTE: O autor (2024).

### 6.3.9 Calibração H5

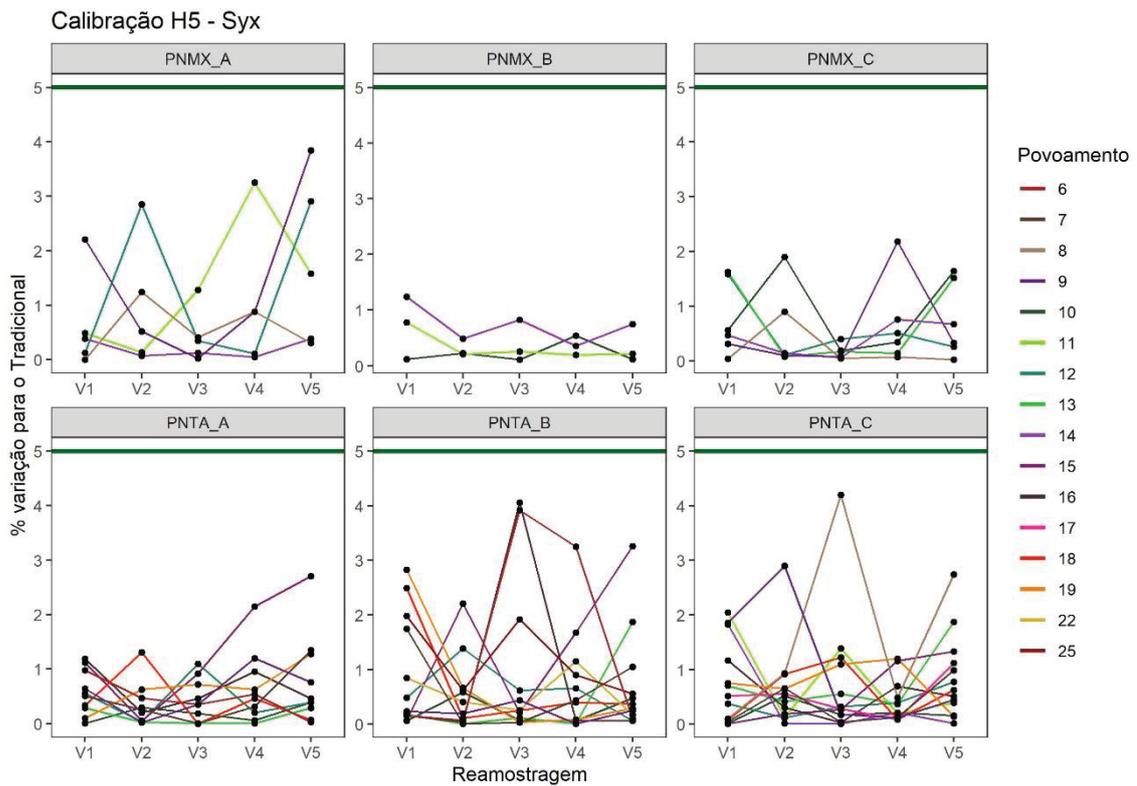
O critério de seleção desta calibração foi de cinco árvores, sendo uma árvore com DAP menor que o diâmetro médio menos um desvio padrão, duas árvores com DAP entre o diâmetro médio mais um desvio padrão e o diâmetro médio menos um desvio padrão e duas árvores com DAP maior que o diâmetro médio mais um desvio padrão ( $[1] \text{ Arv.} < \overline{DAP} - 1 \text{ dp}$ ;  $\overline{DAP} - 1 \text{ dp} < [2] \text{ Arv.} < \overline{DAP} + 1 \text{ dp}$ ;  $[2] \text{ Arv.} > \overline{DAP} - 1 \text{ dp}$ ).

#### 6.3.9.1 Altura

Na Figura 43 estão apresentadas as variações em percentual dos povoamentos avaliados para o  $Syx\%$  em relação à amostragem tradicional e na Figura 44 para o Desvio. Para o  $Syx\%$ , ambas as espécies não apresentaram nenhum cenário acima do limite máximo estabelecido. O Desvio para a espécie PNTA apresentou maior variabilidade dentro das re-amostragens, com menor variabilidade entre os povoamentos.

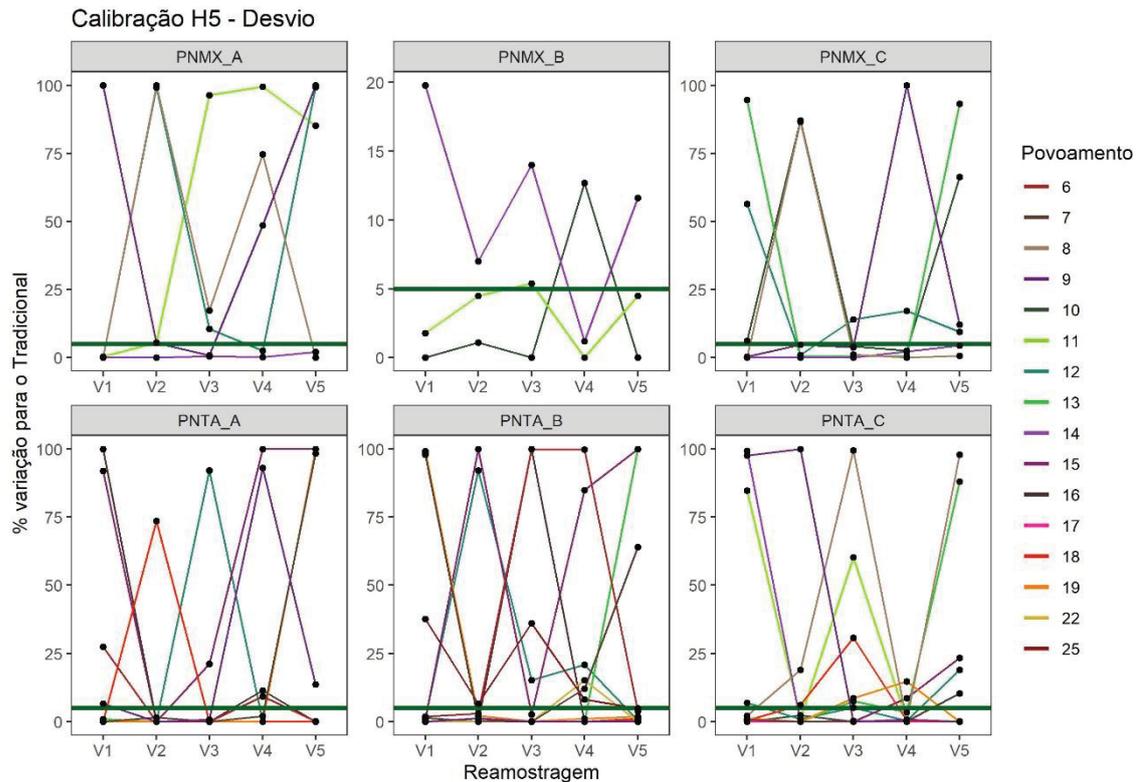
Para a espécie PNMX, houve variabilidade em ambas as situações. No entanto, este foi o critério com maior ocorrência de valores dentro do limite estabelecido, comparado aos critérios anteriores já avaliados. Para ambas as espécies, este critério de calibração não foi indicado, devido à instabilidade encontrada na estatística do Desvio.

Figura 43 - Diferença percentual para a estatística do Syx% (Altura) para o critério de calibração H5.



Em que:  $V_n$  é a seleção de árvores para calibração número "n".  
 FONTE: O autor (2024).

Figura 44 - Diferença percentual para a estatística do Desvio para o critério de calibração H5.



Em que:  $V_n$  é a seleção de árvores para calibração número "n".

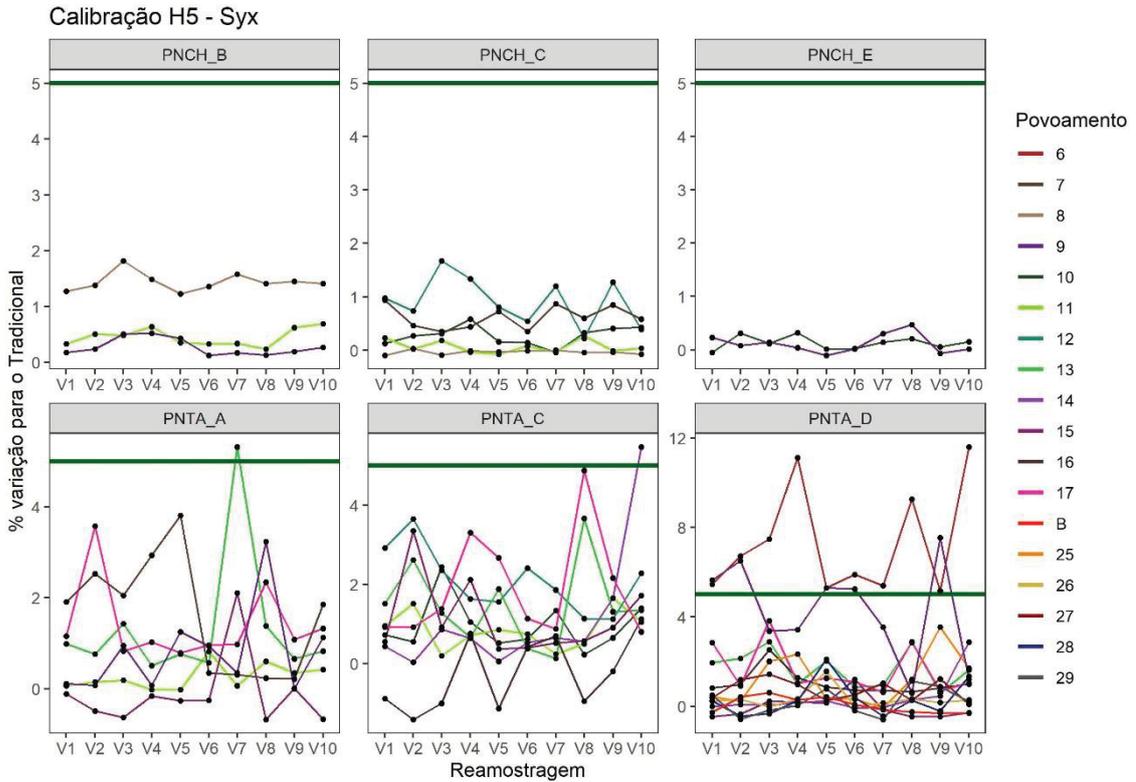
FONTE: O autor (2024).

### 6.3.9.2 Volume

Na Figura 45 estão apresentadas as variações em percentual dos povoamentos avaliados para o  $Syx\%$  em relação a amostragem tradicional e na Figura 46 para o  $R^2$ . Para o  $Syx\%$  ambas as espécies, PNCH e PNTA, não apresentaram instabilidade na variação tanto entre povoamentos como dentro das re-amostragens.

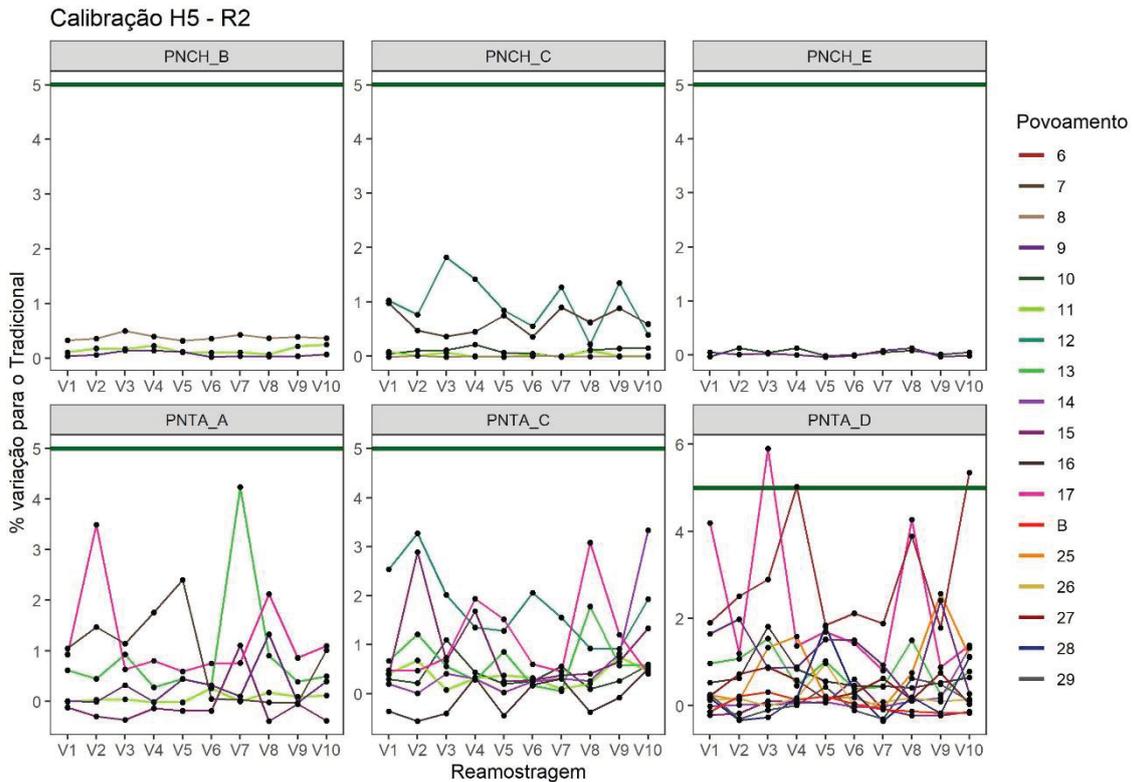
O  $R^2$  apresentou apenas 0,8% dos cenários com valores acima do limite máximo, levando em consideração ambas as espécies. Este critério de calibração pode ser indicado para ambas as espécies, dado o bom desempenho nas estatísticas de  $Syx\%$  e  $R^2$ .

Figura 45 - Diferença percentual para a estatística do Syx% (Volume) para o critério de calibração H5.



Em que:  $V_n$  é a seleção de árvores para calibração número “n”.  
 FONTE: O autor (2024).

Figura 46 - Diferença percentual para a estatística do  $R^2$  para o critério de calibração H5.



Em que:  $V_n$  é a seleção de árvores para calibração número “n”.  
 FONTE: O autor (2024).

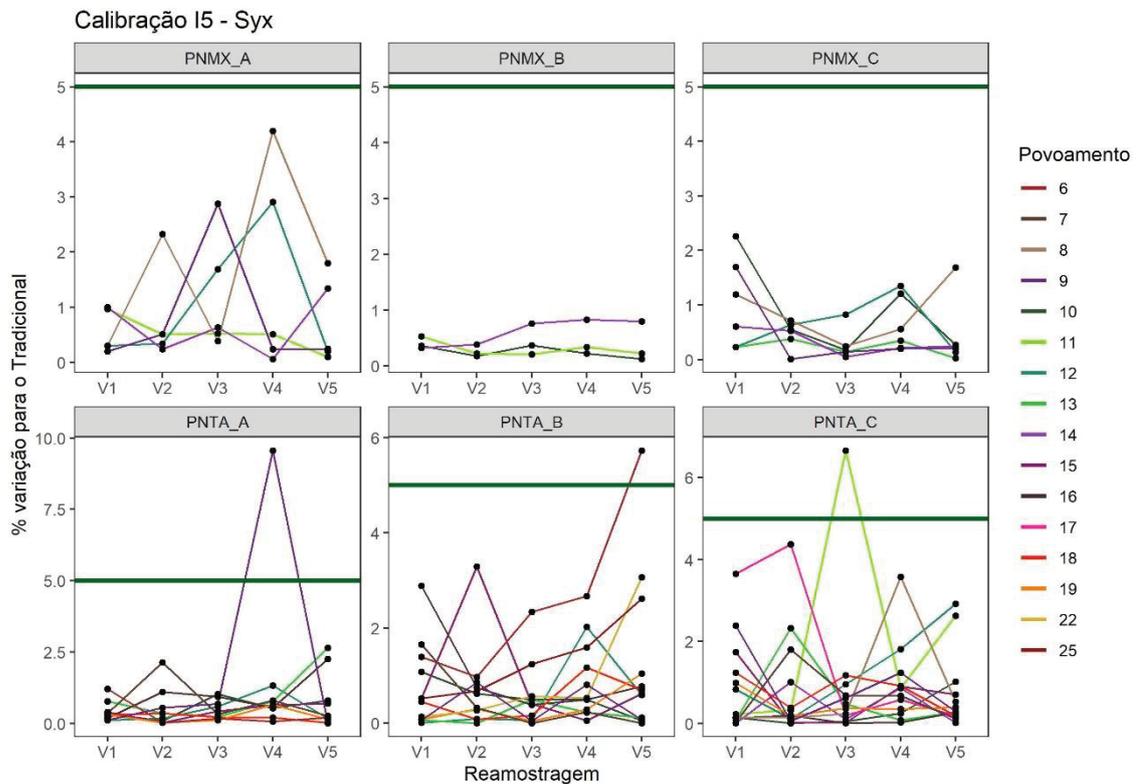
### 6.3.10 Calibração I5

O critério de seleção desta calibração foi de cinco árvores selecionadas de maneira aleatória.

#### 6.3.10.1 Altura

Na Figura 47 estão apresentadas as variações em percentual dos povoamentos avaliados para o Syx% em relação à amostragem tradicional e na Figura 48 para o Desvio. Para o Syx% ambas as espécies, PNMX e PNTA, não apresentaram instabilidade na variação tanto entre povoamentos como dentro das re-amostragens. Apenas três povoamentos apresentaram valores acima do limite máximo (abaixo dos 10%). Para a estatística do Desvio, ambas as espécies continuaram a apresentar instabilidade, tanto para as re-amostragens como para os povoamentos. Este critério de calibração não pode ser indicado para ambas as espécies, devido à instabilidade na estatística do Desvio.

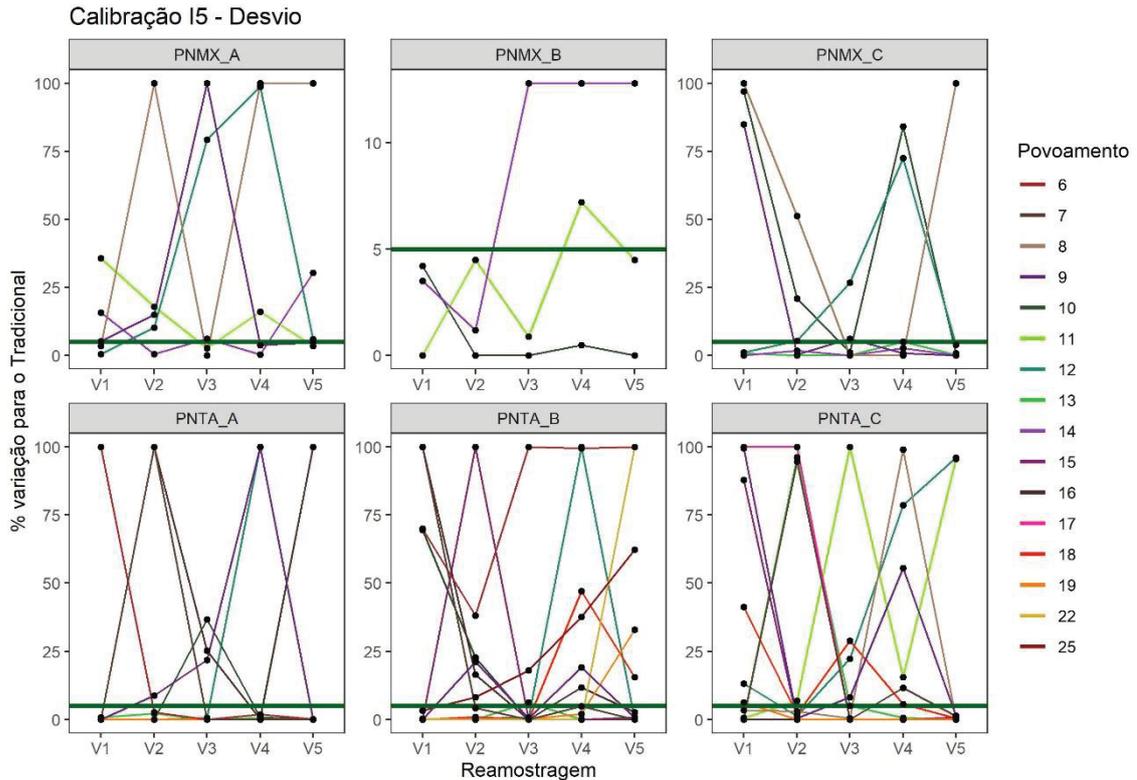
Figura 47 - Diferença percentual para a estatística do Syx% (Altura) para o critério de calibração I5.



Em que:  $V_n$  é a seleção de árvores para calibração número "n".

FONTE: O autor (2024).

Figura 48 - Diferença percentual para a estatística do Desvio para o critério de calibração I5.



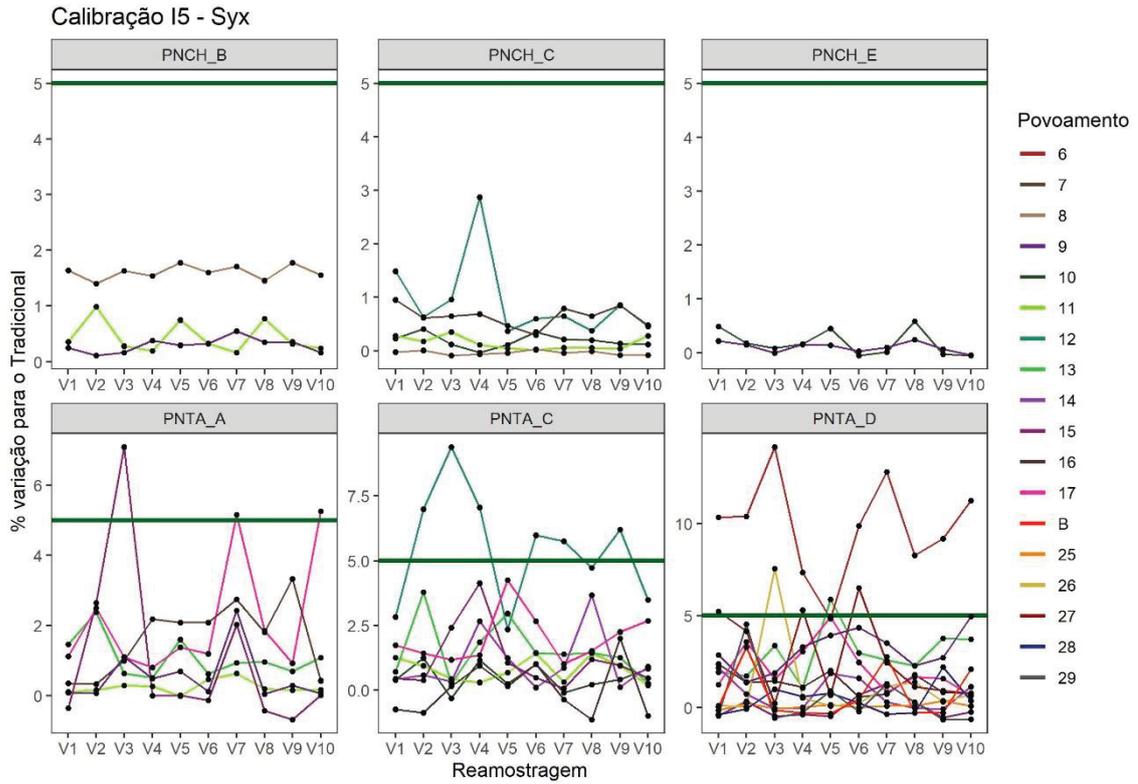
Em que:  $V_n$  é a seleção de árvores para calibração número "n".  
 FONTE: O autor (2024).

### 6.3.10.2 Volume

Na Figura 49 estão apresentadas as variações em percentual dos povoamentos avaliados para o  $Syx\%$  em relação à amostragem tradicional e na Figura 50 para o  $R^2$ . A espécie PNCH não apresentou oscilações acima do limite máximo estabelecido, tanto para povoamentos como dentro das re-amostragens. Para a espécie PNTA a baixa oscilação também se manteve, em que apenas dois povoamentos apresentaram maior oscilação entre as re-amostragens. Nos demais cenários apenas alguns casos foram encontrados com valores acima do limite estabelecido.

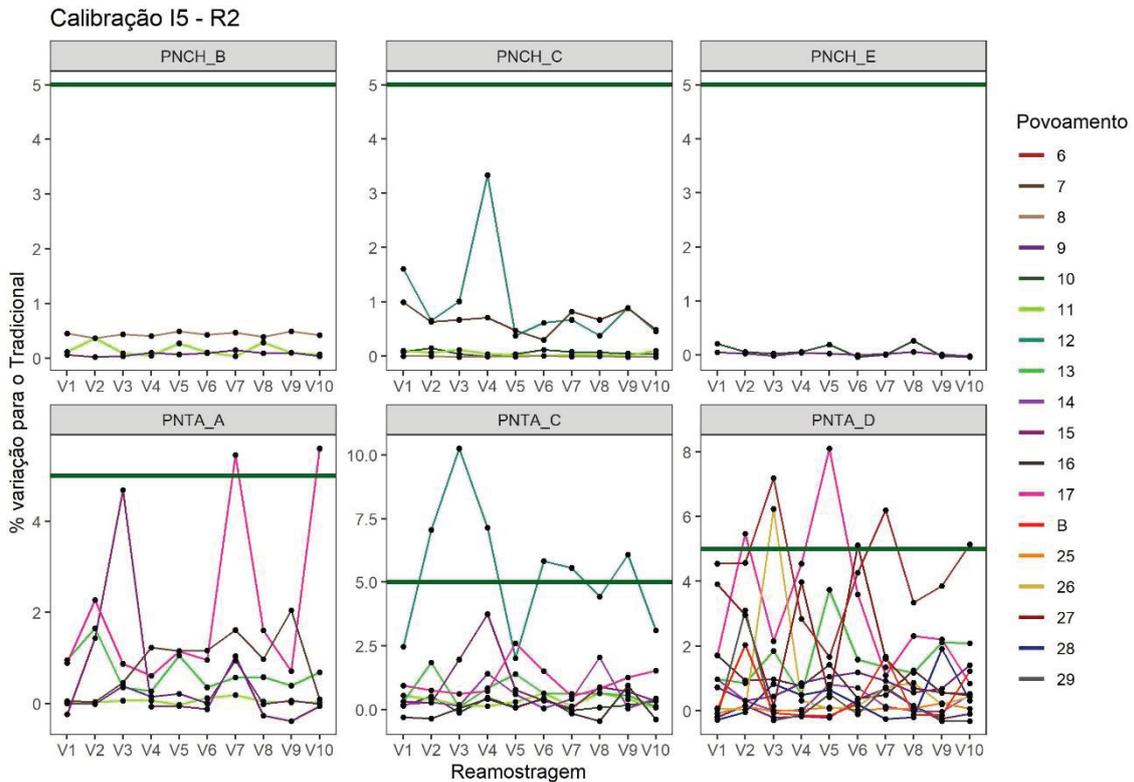
Para ambas as espécies, não foram encontradas instabilidades para o  $R^2$ , com exceção de casos esporádicos para a espécie PNTA e para um povoamento da base PNTA\_C. Este critério de calibração pode ser indicado para o PNCH, dado o bom desempenho nas estatísticas de  $Syx$  e  $R^2$ , sendo um critério não indicado para a espécie PNTA, devido a piora na estatística do  $Syx\%$  em relação ao critério anterior (H5).

Figura 49 - Diferença percentual para a estatística do Syx% (Volume) para o critério de calibração I5.



Em que:  $V_n$  é a seleção de árvores para calibração número "n".  
 FONTE: O autor (2024).

Figura 50 - Diferença percentual para a estatística do  $R^2$  para o critério de calibração I5.



Em que:  $V_n$  é a seleção de árvores para calibração número "n".  
 FONTE: O autor (2024).

### 6.3.11 Calibração J7

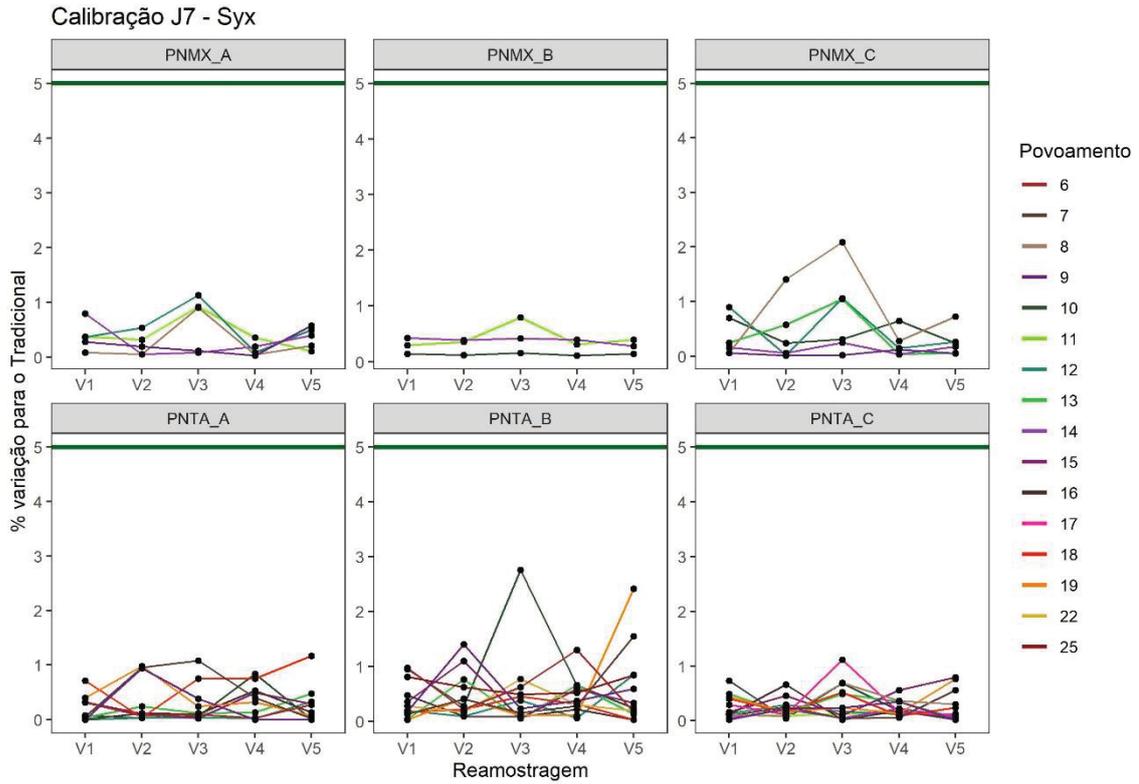
O critério de seleção desta calibração foi de sete árvores, sendo duas árvores com DAP menor que o diâmetro médio menos um desvio padrão, duas árvores com DAP entre o diâmetro médio mais um desvio padrão e o diâmetro médio menos um desvio padrão e três árvores com DAP maior que o diâmetro médio mais um desvio padrão (**[2] Arv.**  $< \overline{DAP} - 1 \text{ dp}$ ;  $\overline{DAP} - 1 \text{ dp} < \mathbf{[2] Arv.} < \overline{DAP} + 1 \text{ dp}$ ; **[3] Arv.**  $> \overline{DAP} - 1 \text{ dp}$ ).

#### 6.3.11.1 Altura

Na Figura 51 estão apresentadas as variações em percentual dos povoamentos avaliados para o Syx% em relação a amostragem tradicional e na Figura 52 para o Desvio. O Syx%, para ambas as espécies, PNTA e PNMX, não apresentou variação entre os povoamentos, bem como entre as re-amostragens. Em nenhum dos cenários, para ambas as espécies houve ocorrências acima do limite máximo estabelecido.

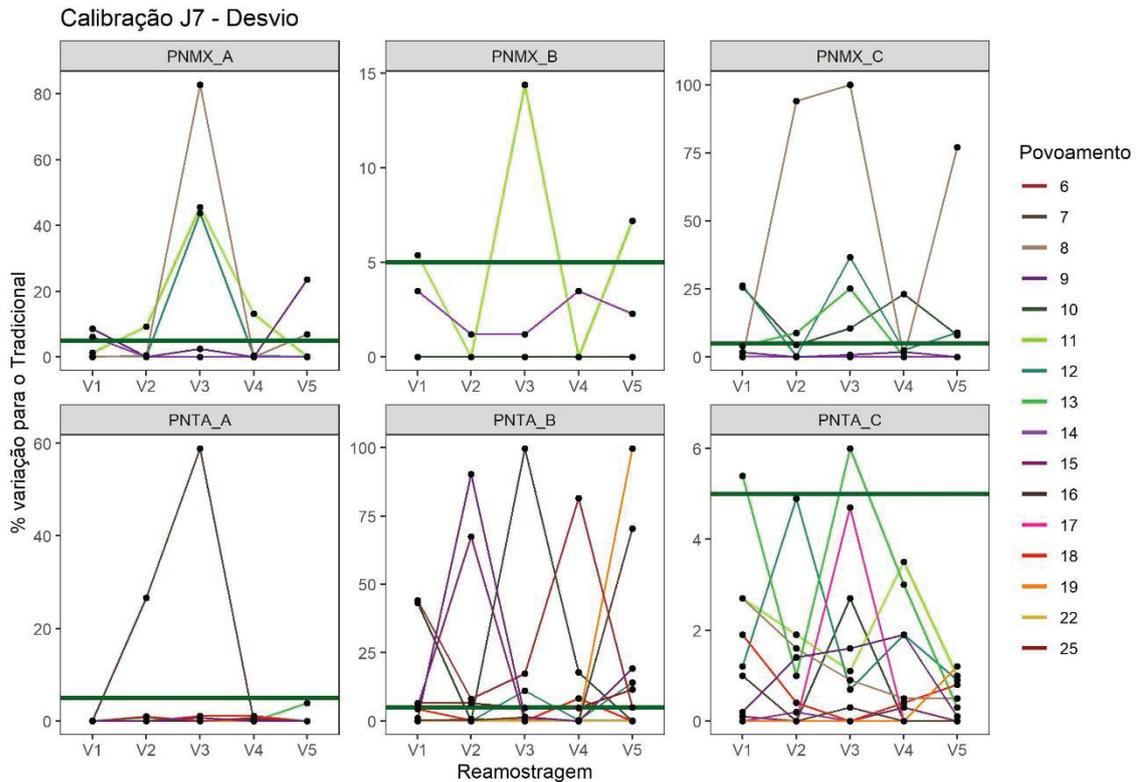
Para a espécie PNTA, o Desvio apresentou baixa instabilidade entre os povoamentos e re-amostragens, com exceção da base PNTA\_B, onde houve maior variabilidade dentro das re-amostragens, com maior predominância entre os povoamentos mais jovens. Para a espécie PNMX, houve variabilidade tanto entre povoamentos como dentro das re-amostragens, com apenas um cenário com 100% acima do limite máximo estabelecido, e em um cenário geral uma diminuição na amplitude dos valores. Para ambas as espécies, este critério de calibração não foi indicado, devido à instabilidade encontrada no Desvio.

Figura 51 - Diferença percentual para a estatística do Syx% (Altura) para o critério de calibração J7



Em que:  $V_n$  é a seleção de árvores para calibração número "n".  
 FONTE: O autor (2024).

Figura 52 - Diferença percentual para a estatística do Desvio para o critério de calibração J7.

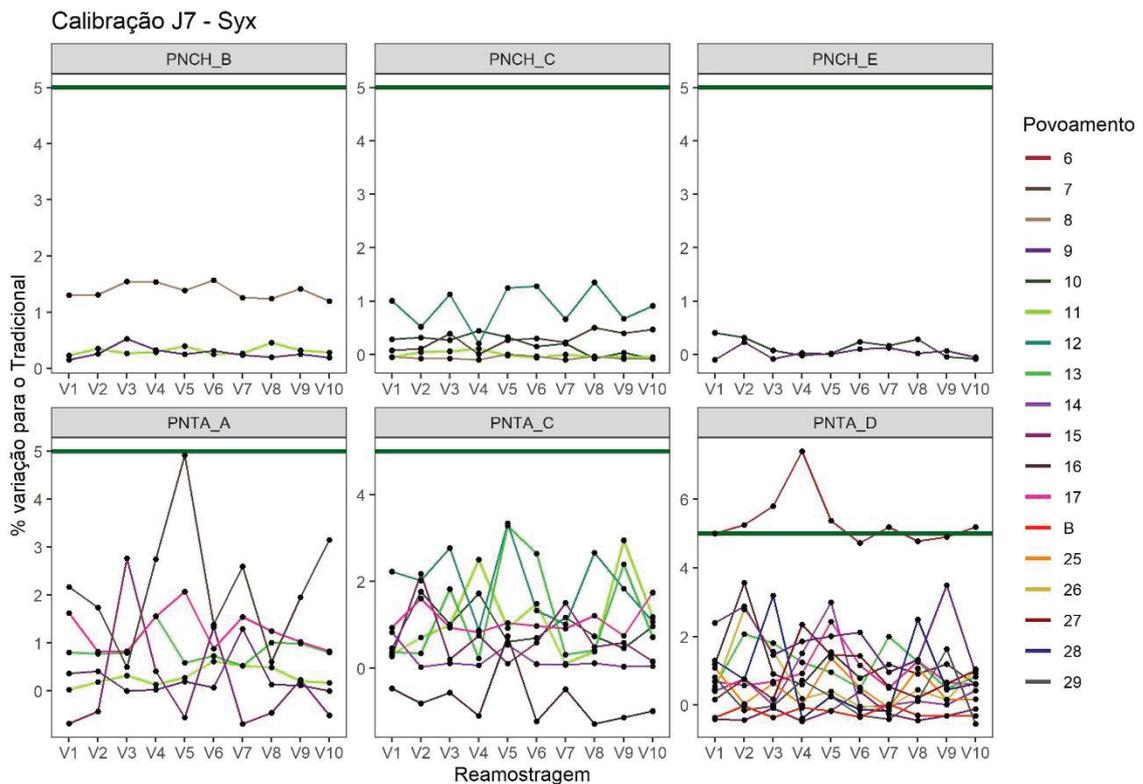


Em que:  $V_n$  é a seleção de árvores para calibração número "n".  
 FONTE: O autor (2024).

## 6.3.11.2 Volume

Na Figura 53 estão apresentadas as variações em percentual dos povoamentos avaliados para o Syx% em relação à amostragem tradicional e na Figura 54 para o  $R^2$ . O Syx% para ambas as espécies não apresentou oscilações tanto entre povoamentos como dentro das re-amostragens. Apenas um povoamento do PNTA apresentou diferenças acima do limite máximo, sendo menos do que 1% acima do limite. O  $R^2$  não apresentou nenhum cenário acima do limite máximo permitido estabelecido. Portanto, este critério de calibração pode ser indicado para ambas as espécies, visto bom desempenho nas estatísticas de Syx% e  $R^2$ .

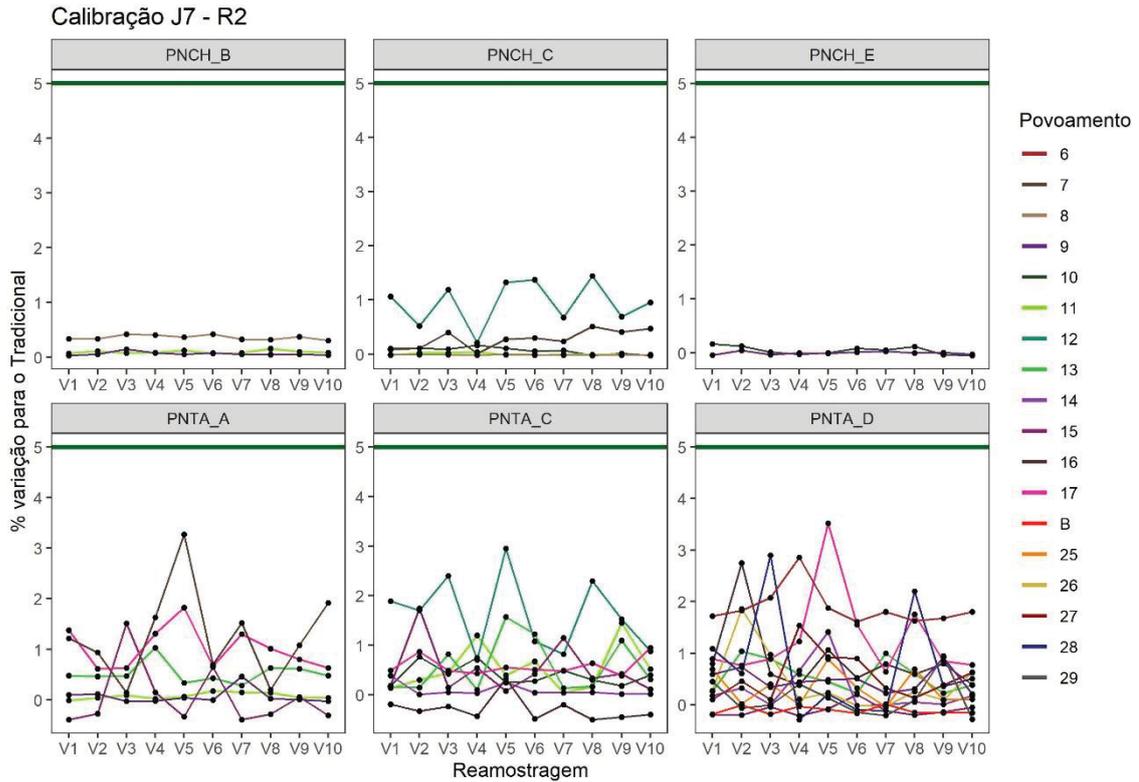
Figura 53 - Diferença percentual para a estatística do Syx% (Volume) para o critério de calibração J7.



Em que:  $V_n$  é a seleção de árvores para calibração número "n".

FONTE: O autor (2024).

Figura 54 - Diferença percentual para a estatística do R<sup>2</sup> para o critério de calibração J7.



Em que: V<sub>n</sub> é a seleção de árvores para calibração número “n”.  
 FONTE: O autor (2024).

### 6.3.12 Calibração K7

O critério de seleção desta calibração foi de sete árvores selecionadas de maneira aleatória.

#### 6.3.12.1 Altura

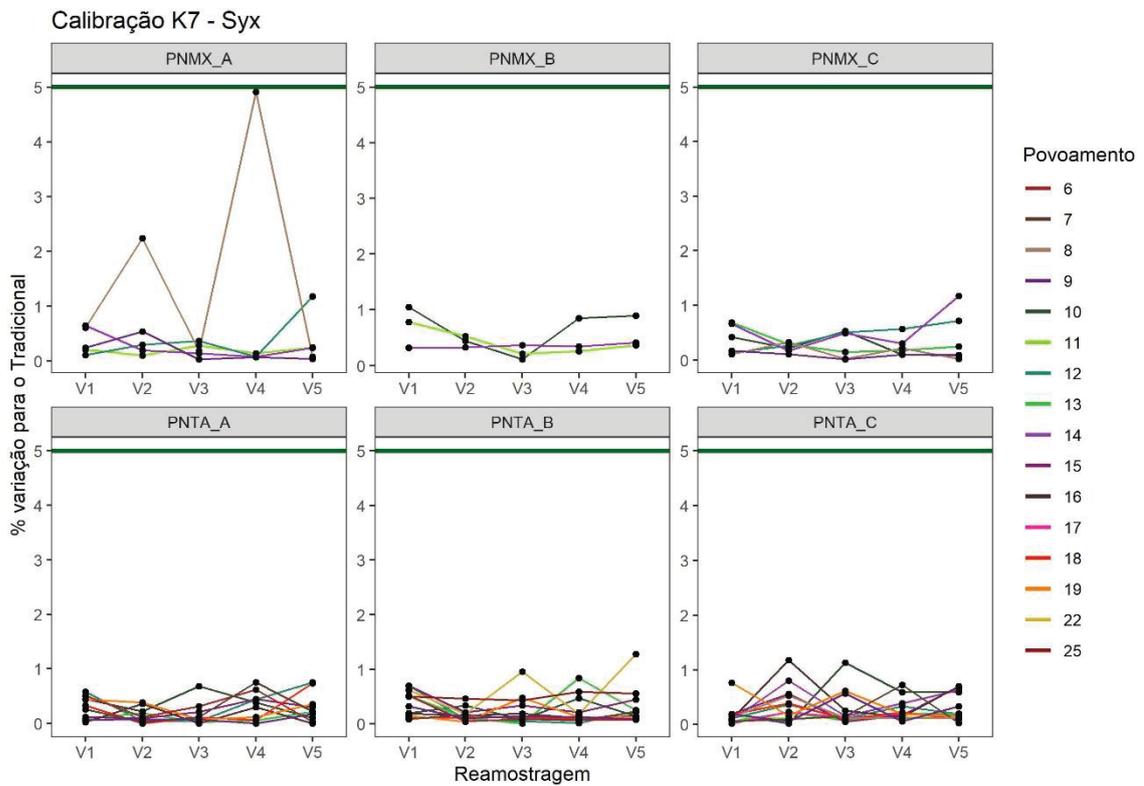
Na Figura 55 estão apresentadas as variações em percentual dos povoamentos avaliados para o Syx% em relação a amostragem tradicional e na Figura 56 para o Desvio. O Syx% não apresentou oscilações nas diferenças, tanto para povoamentos quanto para as re-amostragens, para ambas as espécies e todos os cenários permaneceram dentro do limite máximo estabelecido, em comparação com a modelagem tradicional.

O Desvio apresentou pouca variabilidade para a espécie PNTA, entre povoamentos e re-amostragens, apresentando apenas seis cenários acima do limite estabelecido. Apenas um desses cenários ultrapassou 10% (16,7%). Para a espécie PNMX, a maior instabilidade foi registrada nas re-amostragens para povoamentos,

com maior incidência entre os mais jovens. Neste critério de amostragem, ainda foram encontrados cenários nos quais 100% das observações ultrapassaram o limite máximo estabelecido.

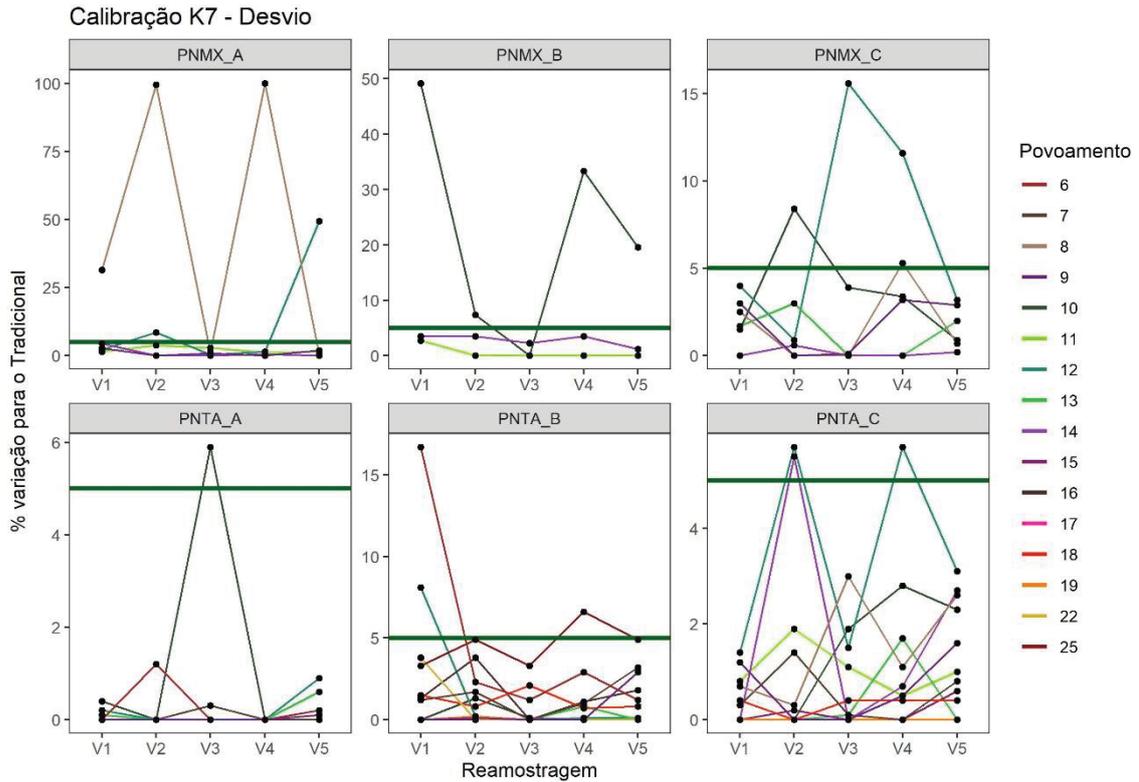
Para a espécie PNTA, este pode ser um critério indicado para calibração, não sendo recomendado para a espécie PNMX, devido à instabilidade e aos altos valores encontrados no Desvio.

Figura 55 - Diferença percentual para a estatística do Syx% (Altura) para o critério de calibração K7.



Em que:  $V_n$  é a seleção de árvores para calibração número “n”.  
 FONTE: O autor (2024).

Figura 56 - Diferença percentual para a estatística do Desvio para o critério de calibração K7.

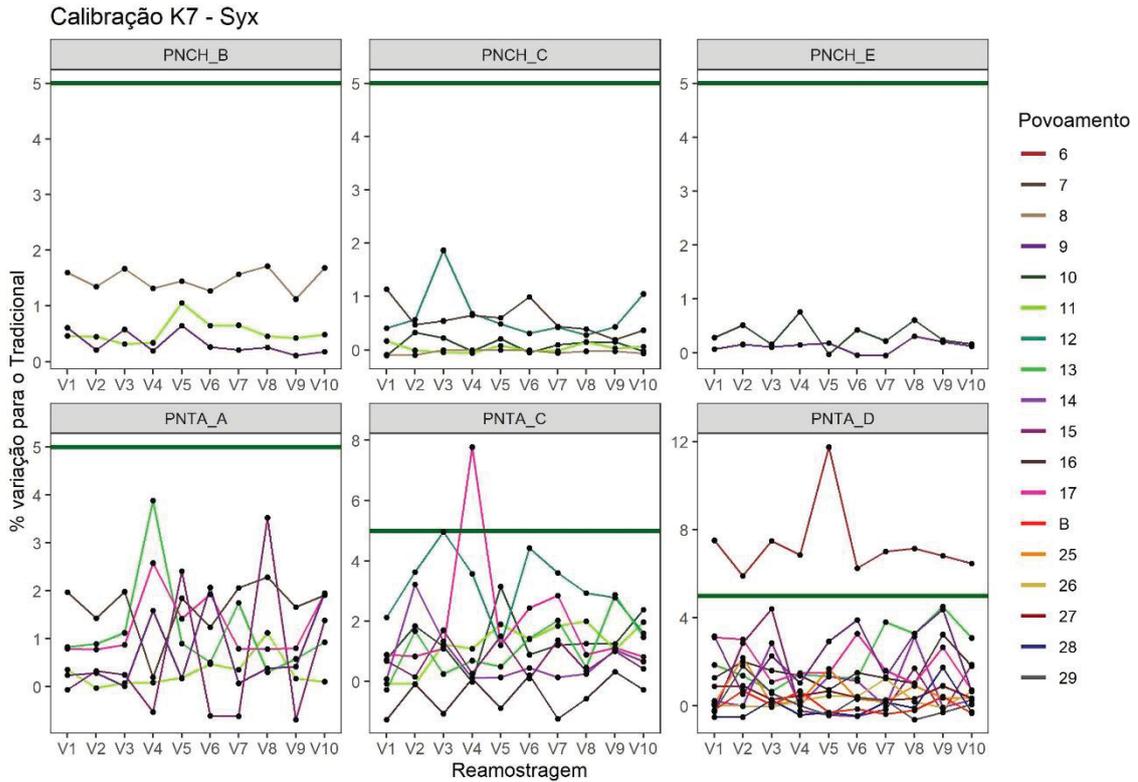


Em que:  $V_n$  é a seleção de árvores para calibração número "n".  
 FONTE: O autor (2024).

### 6.3.12.2 Volume

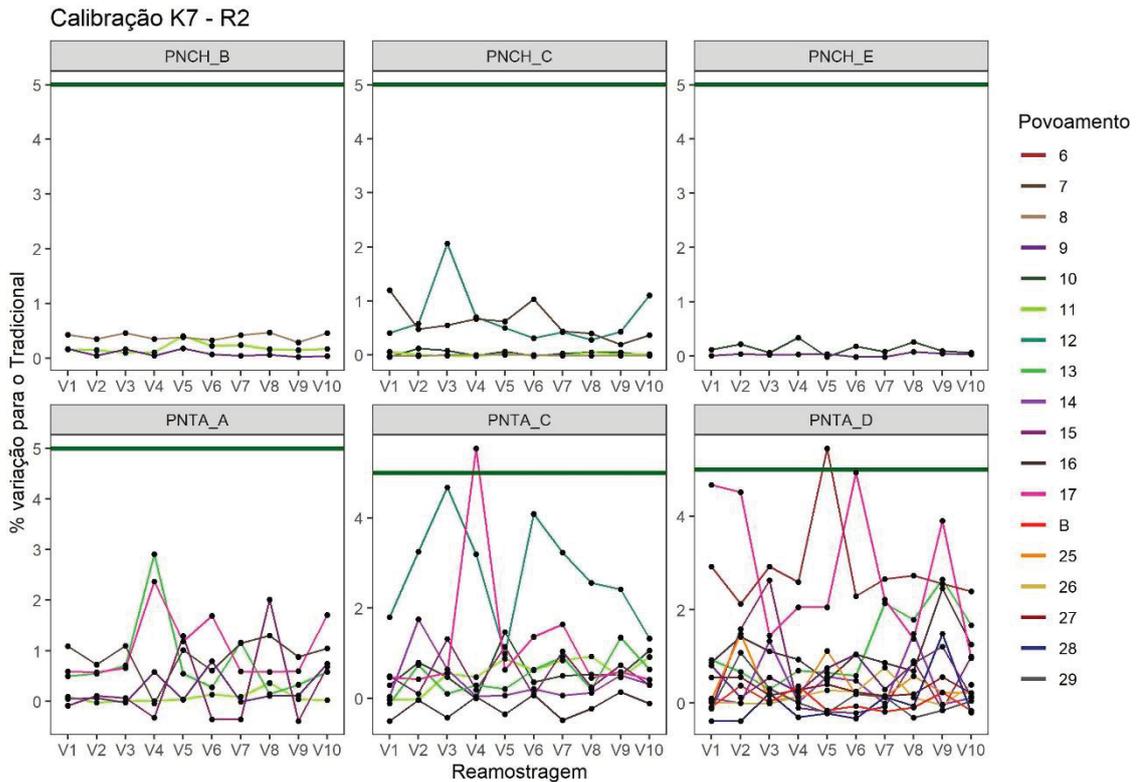
Na Figura 57 estão apresentadas as variações em percentual dos povoamentos avaliados para o  $Syx\%$  em relação a amostragem tradicional e na Figura 58 para o  $R^2$ . Para ambas as espécies, PNTA e PNCH, a estatística  $Syx\%$  não apresentou oscilações, entre povoamentos e re-amostragens. Apenas um povoamento com re-amostragens ficou acima do limite estabelecido, com diferenças ligeiramente superiores ao critério anterior (J7). O  $R^2$  não registrou nenhum cenário acima do limite máximo permitido, com cenários esporádicos levemente acima para a espécie PNTA. Este critério de calibração pode ser indicado para ambas as espécies, visto o bom desempenho nas estatísticas de  $Syx\%$  e  $R^2$ .

Figura 57 - Diferença percentual para a estatística do Syx% (Volume) para o critério de calibração K7.



Em que:  $V_n$  é a seleção de árvores para calibração número "n".  
 FONTE: O autor (2024).

Figura 58 - Diferença percentual para a estatística do  $R^2$  para o critério de calibração K7.



Em que:  $V_n$  é a seleção de árvores para calibração número "n".  
 FONTE: O autor (2024).

### 6.3.13 Calibração L9

O critério de seleção desta calibração foi de nove árvores, sendo três árvores com DAP menor que o diâmetro médio menos um desvio padrão, três árvores com DAP entre o diâmetro médio mais um desvio padrão e o diâmetro médio menos um desvio padrão e três árvores com DAP maior que o diâmetro médio mais um desvio padrão ( $[3] \text{ Arv.} < \overline{DAP} - 1 \text{ dp}$ ;  $\overline{DAP} - 1 \text{ dp} < [3] \text{ Arv.} < \overline{DAP} + 1 \text{ dp}$ ;  $[3] \text{ Arv.} > \overline{DAP} - 1 \text{ dp}$ ).

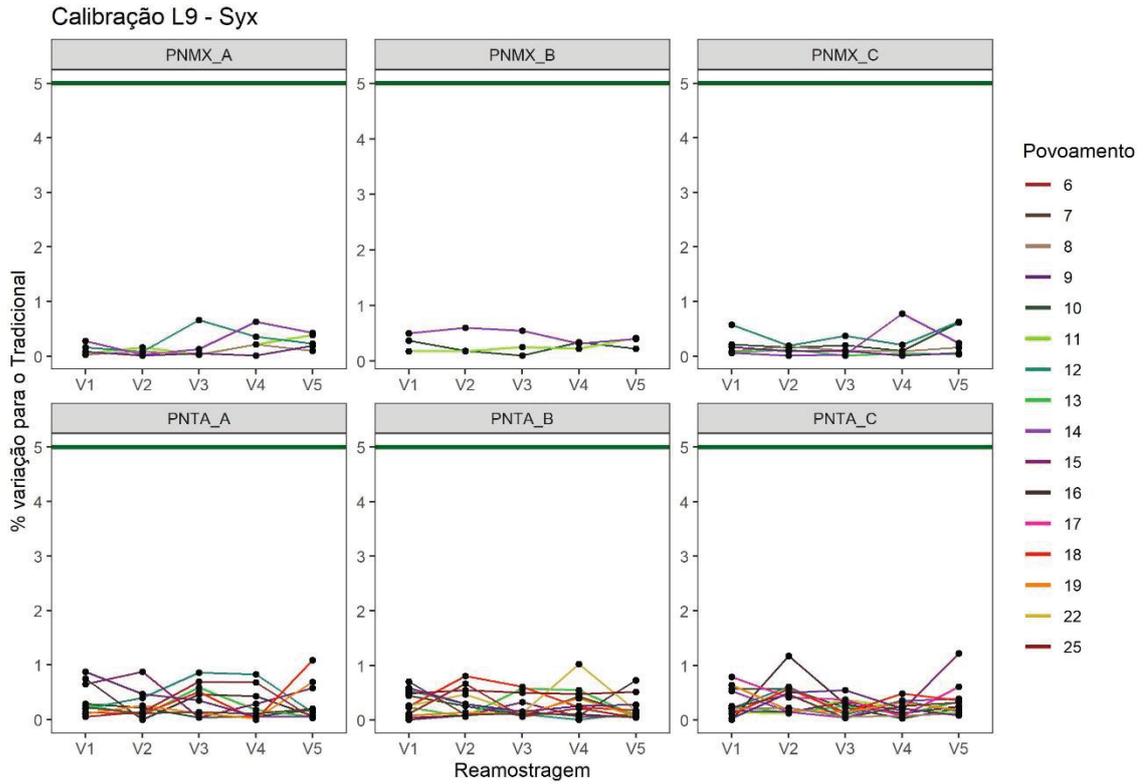
#### 6.3.13.1 Altura

Na Figura 59 estão apresentadas as variações em percentual dos povoamentos avaliados para o Syx% em relação a amostragem tradicional e na Figura 60 para o *Desvio*. O Syx% não apresentou oscilações nas diferenças, tanto para povoamentos quanto para as re-amostragens, em ambas as espécies, e não foram observados cenários acima do limite máximo estabelecido.

O *Desvio*, para o PNTA, não apresentou oscilações, tanto dentro das amostragens quanto entre os povoamentos. Apenas quatro cenários apresentaram valores acima do limite estabelecido, e apenas um deles ficou acima de 10% em relação à testemunha. Para a espécie PNMX, neste critério, é observada alta instabilidade entre povoamentos e re-amostragens, como em critérios anteriores. Além disso, não houve a ocorrência de nenhum cenário com 100% das observações fora do limite estabelecido, sendo a maior diferença encontrada de 10,2%.

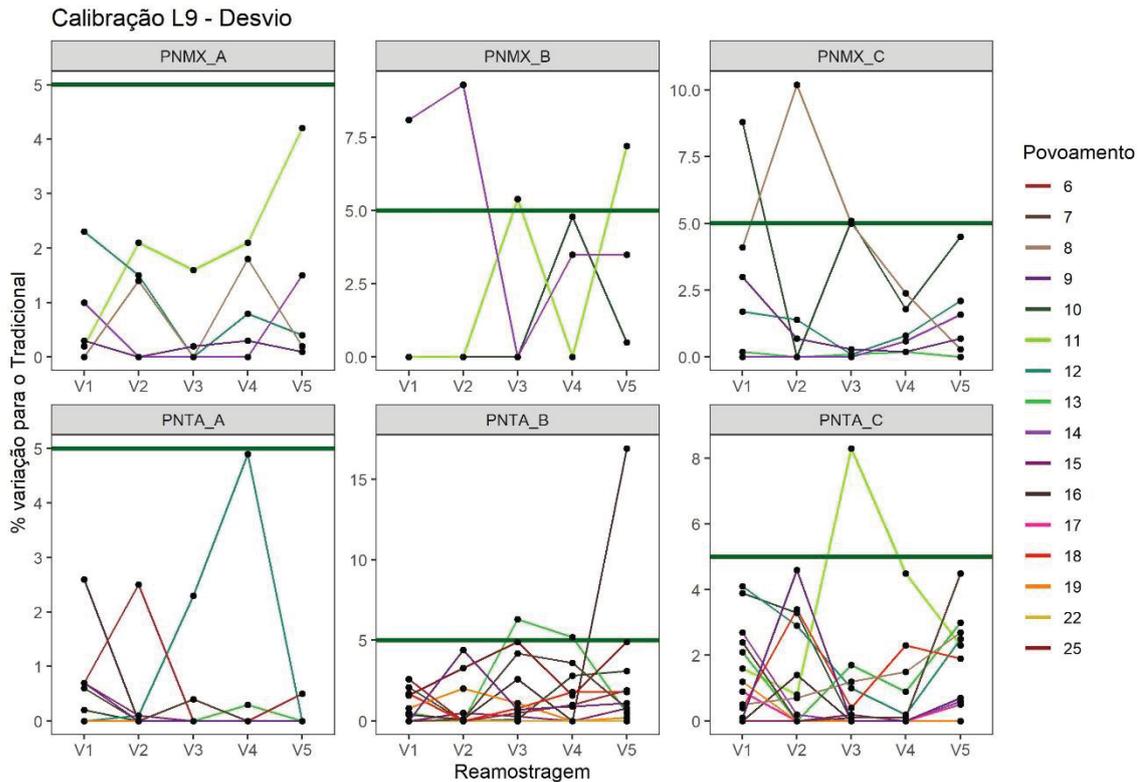
Para ambas as espécies, este critério de calibração pode ser indicado devido à ausência de instabilidade no Syx% e à baixa ocorrência de valores acima do limite para o *Desvio*.

Figura 59 - Diferença percentual para a estatística do Syx% (Altura) para o critério de calibração L9.



Em que:  $V_n$  é a seleção de árvores para calibração número "n".  
 FONTE: O autor (2024).

Figura 60 - Diferença percentual para a estatística do Desvio para o critério de calibração L9.

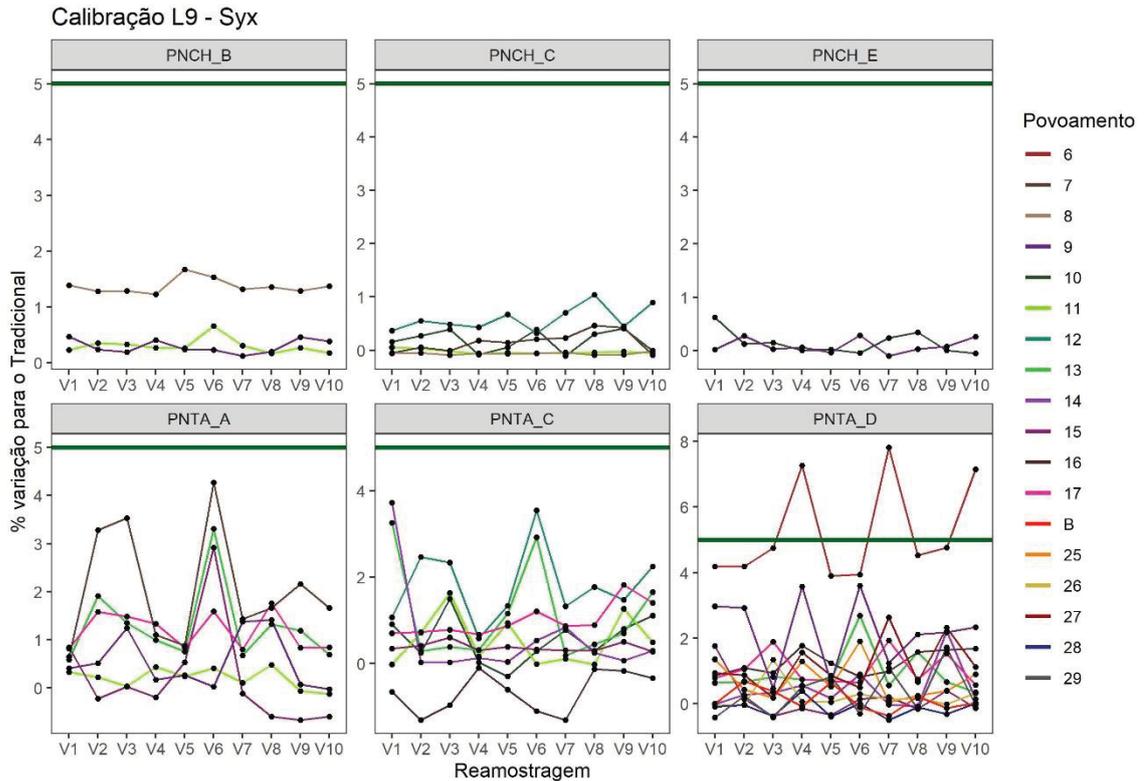


Em que:  $V_n$  é a seleção de árvores para calibração número "n".  
 FONTE: O autor (2024).

6.3.13.2 Volume

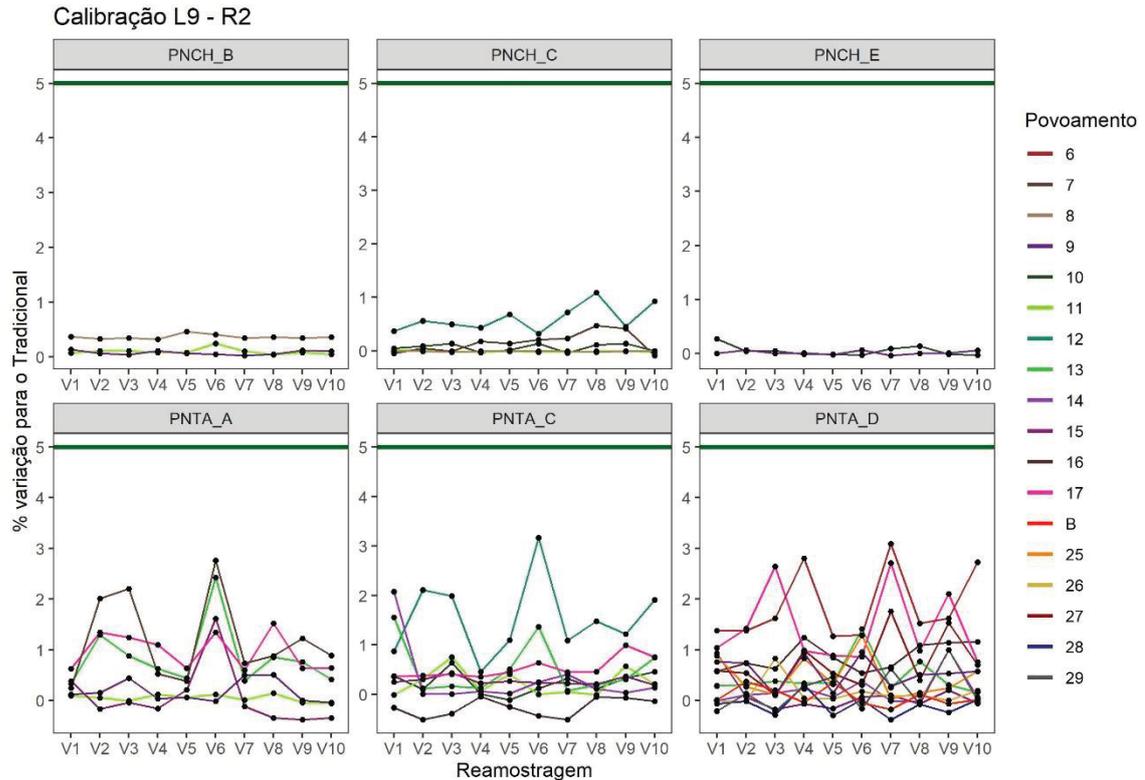
Na Figura 61 estão apresentadas as variações em percentual dos povoamentos avaliados para o Syx% em relação à amostragem tradicional e na Figura 62 para o R<sup>2</sup>. Para ambas as espécies, PNTA e PNCH, não foram encontradas variações, tanto entre povoamentos como dentro das re-amostragens. Alguns casos acima do limite foram encontrados para a espécie PNTA em Syx%. Quanto ao R<sup>2</sup>, não foi identificado nenhum caso acima do limite máximo estabelecido, para ambas as espécies. Com base nos resultados das estatísticas (Syx% e R<sup>2</sup>), este critério pode ser indicado para ambas as espécies avaliadas.

Figura 61 - Diferença percentual para a estatística do Syx% (Volume) para o critério de calibração L9.



Em que: V<sub>n</sub> é a seleção de árvores para calibração número “n”.  
 FONTE: O autor (2024).

Figura 62 - Diferença percentual para a estatística do  $R^2$  para o critério de calibração L9.



### 6.3.14 Calibração M9

O critério de seleção desta calibração foi de nove árvores selecionadas de maneira aleatória.

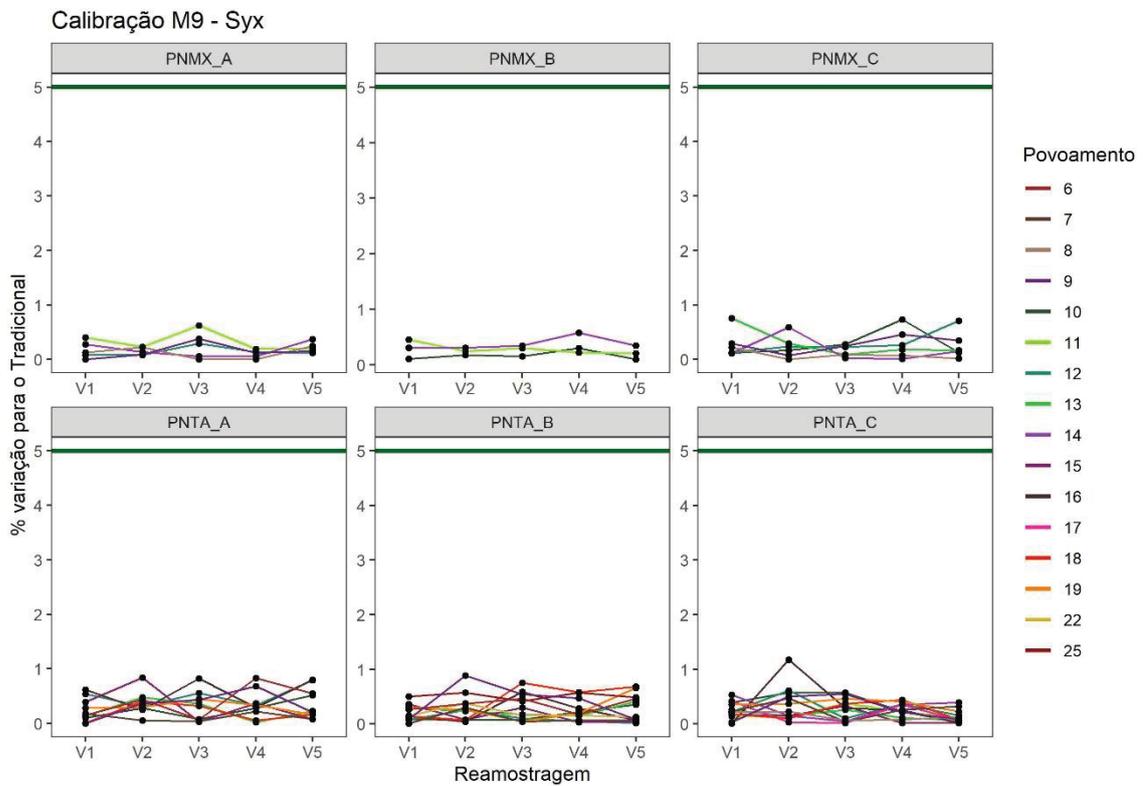
#### 6.3.14.1 Altura

Na Figura 63 estão apresentadas as variações em percentual dos povoamentos avaliados para o  $Syx\%$  em relação à amostragem tradicional e na Figura 64 para o Desvio. Para o  $Syx\%$ , assim como nos critérios anteriores (H5, I5, J7, K7 e L9), para ambas as espécies, PNTA e PNMX, não foram observados cenários acima do limite máximo estabelecido.

No caso do Desvio (Figura 64), a espécie PNTA apresentou baixa variação tanto entre povoamentos como nas re-amostragens, nas quais apenas seis cenários apresentaram resultados acima do limite estabelecido. Para a espécie PNMX, novamente não foi observada a ocorrência de cenários com 100% dos valores acima

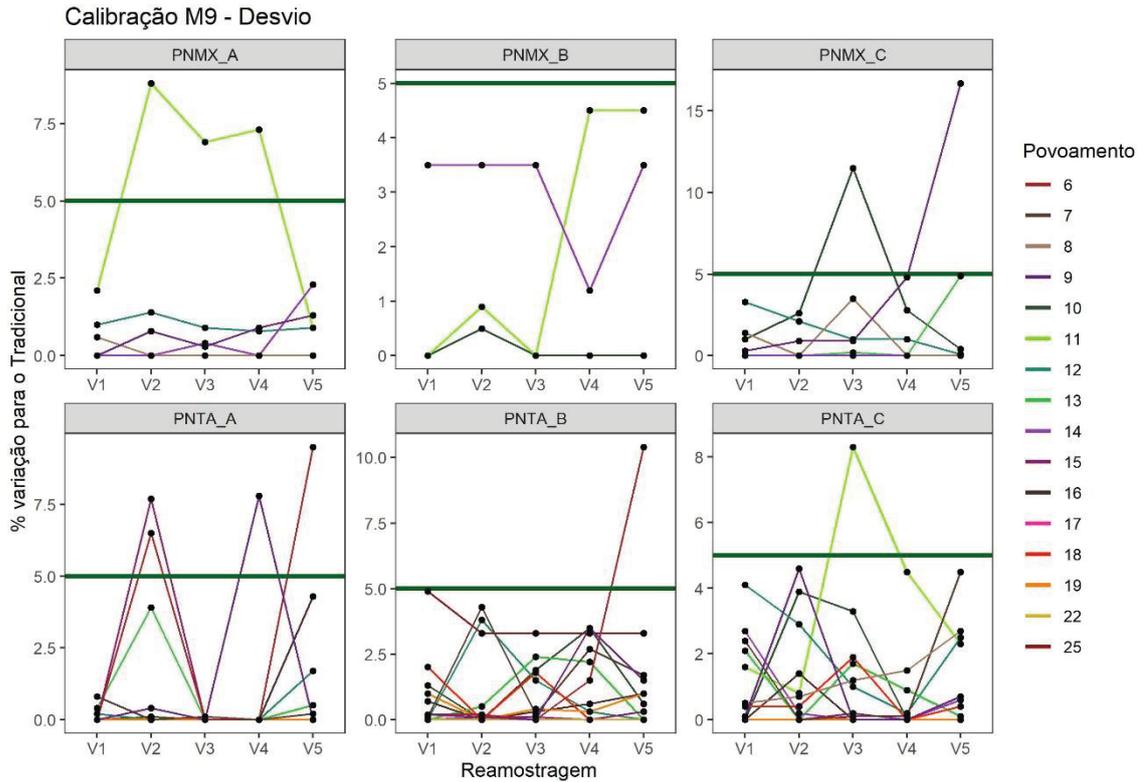
do limite, sendo que nos demais casos houve baixa variabilidade tanto entre povoamentos como dentro das re-amostragens. Neste critério, foram identificados dois cenários acima de 10% (base PNMX\_C) e um povoamento com cenários acima do limite na base PNMX\_A. Para ambas as espécies, este critério de calibração pode ser indicado, devido à ausência de instabilidade no Syx% e à baixa ocorrência de valores acima do limite para o Desvio.

Figura 63 - Diferença percentual para a estatística do Syx% (Altura) para o critério de calibração M9.



Em que:  $V_n$  é a seleção de árvores para calibração número "n".  
 FONTE: O autor (2024).

Figura 64 - Diferença percentual para a estatística do Desvio para o critério de calibração M9



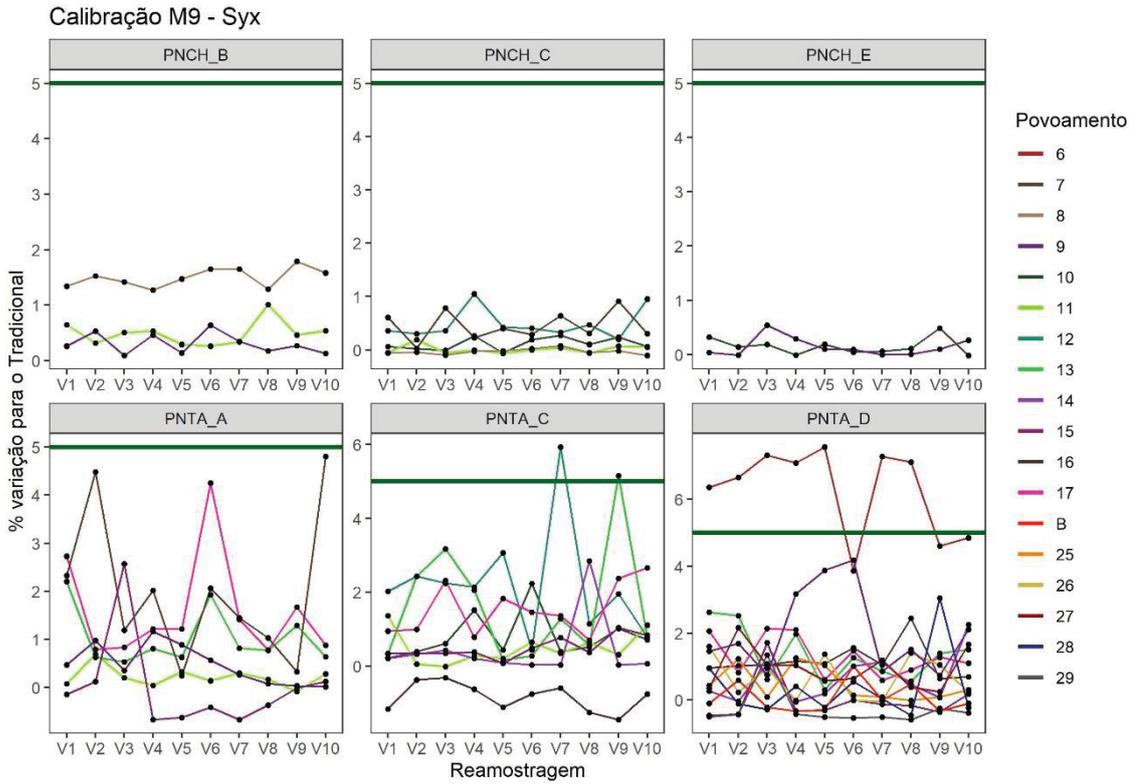
Em que:  $V_n$  é a seleção de árvores para calibração número "n".  
 FONTE: O autor (2024).

### 6.3.14.2 Volume

Na Figura 65 estão apresentadas as variações em percentual dos povoamentos avaliados para o  $Syx\%$  em relação à amostragem tradicional e na Figura 66 para o  $R^2$ . Para ambas as espécies, PNCH e PNTA, não foram identificadas variações, entre povoamentos e re-amostragens. Casos esporádicos foram encontrados e um povoamento com a maioria das re-amostragens, para a espécie PNTA, próxima do limite mínimo estabelecido.

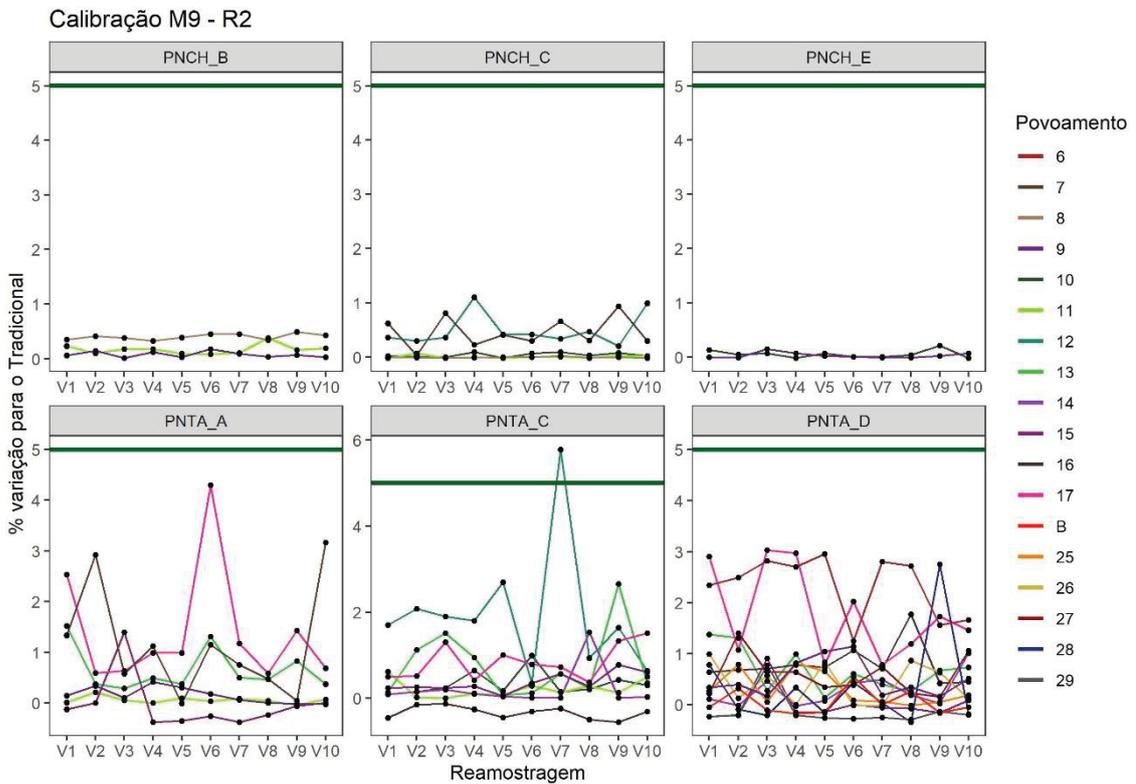
Em relação ao  $R^2$ , não foram observadas oscilações acima do limite máximo estabelecido, ocorrendo apenas um caso isolado com 0,78% acima do valor definido como limite. Com base nos resultados das estatísticas ( $Syx\%$  e  $R^2$ ), este critério pode ser indicado para ambas as espécies avaliadas.

Figura 65 - Diferença percentual para a estatística do Syx% (Volume) para o critério de calibração M9.



Em que:  $V_n$  é a seleção de árvores para calibração número "n".  
 FONTE: O autor (2024).

Figura 66 - Diferença percentual para a estatística do  $R^2$  para o critério de calibração M9.



Em que:  $V_n$  é a seleção de árvores para calibração número "n".  
 FONTE: O autor (2024).

### 6.3.15 Calibração N10

O critério de seleção desta calibração foi de dez árvores, sendo três árvores com DAP menor que o diâmetro médio menos um desvio padrão, três árvores com DAP entre o diâmetro médio mais um desvio padrão e o diâmetro médio menos um desvio padrão e quatro árvores com DAP maior que o diâmetro médio mais um desvio padrão ([3] Arv.  $< \overline{DAP} - 1 dp$ ;  $\overline{DAP} - 1 dp < [3] Arv. < \overline{DAP} + 1 dp$ ; [4] Arv.  $> \overline{DAP} - 1 dp$ ).

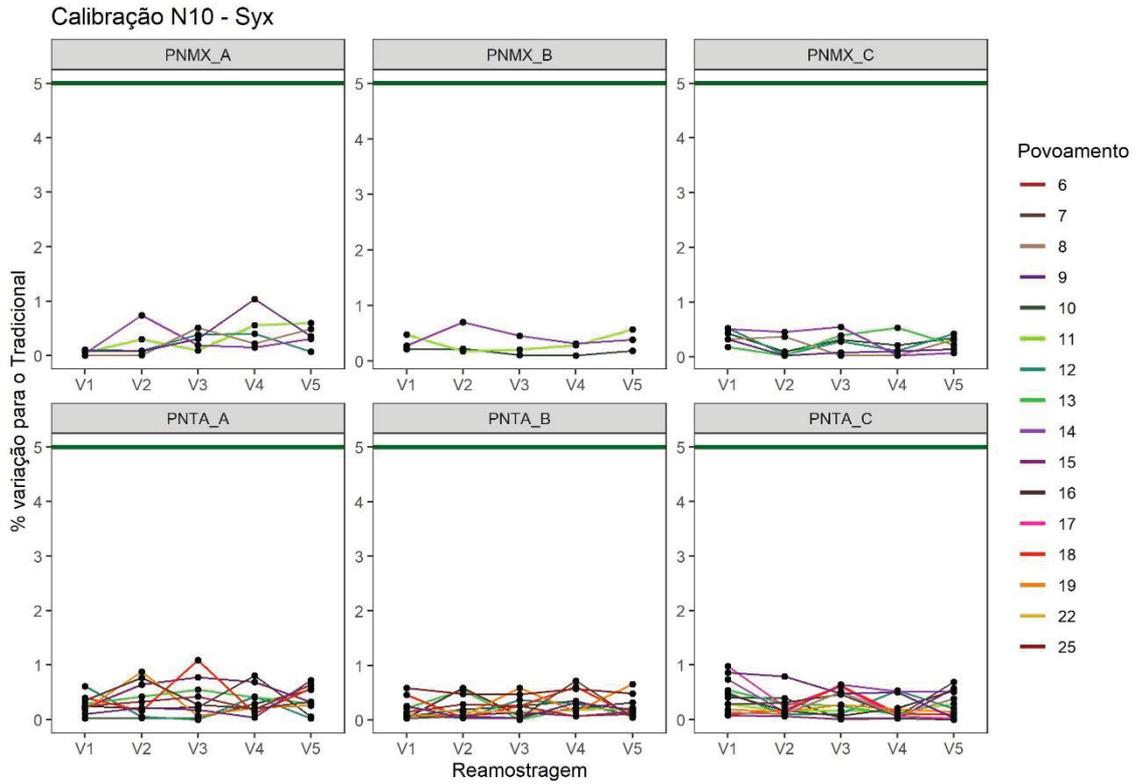
#### 6.3.15.1 Altura

Na Figura 67 estão apresentadas as variações em percentual dos povoamentos avaliados para o Syx% em relação a amostragem tradicional e na Figura 68 para o Desvio. Ambas as espécies não apresentaram valores acima do limite máximo estabelecido para a estatística do Syx%.

Em relação ao Desvio, a espécie PNTA revelou um comportamento semelhante aos critérios anteriores (K7, M9 e L9), apresentando somente alguns casos com valores acima do limite máximo. A espécie PNMX seguiu padrões semelhantes aos critérios anteriores (M9 e L9). No entanto, para a base PNMX\_A, um povoamento apresentou maior instabilidade entre as re-amostragens, registrando um cenário com 58,4% das observações acima do limite.

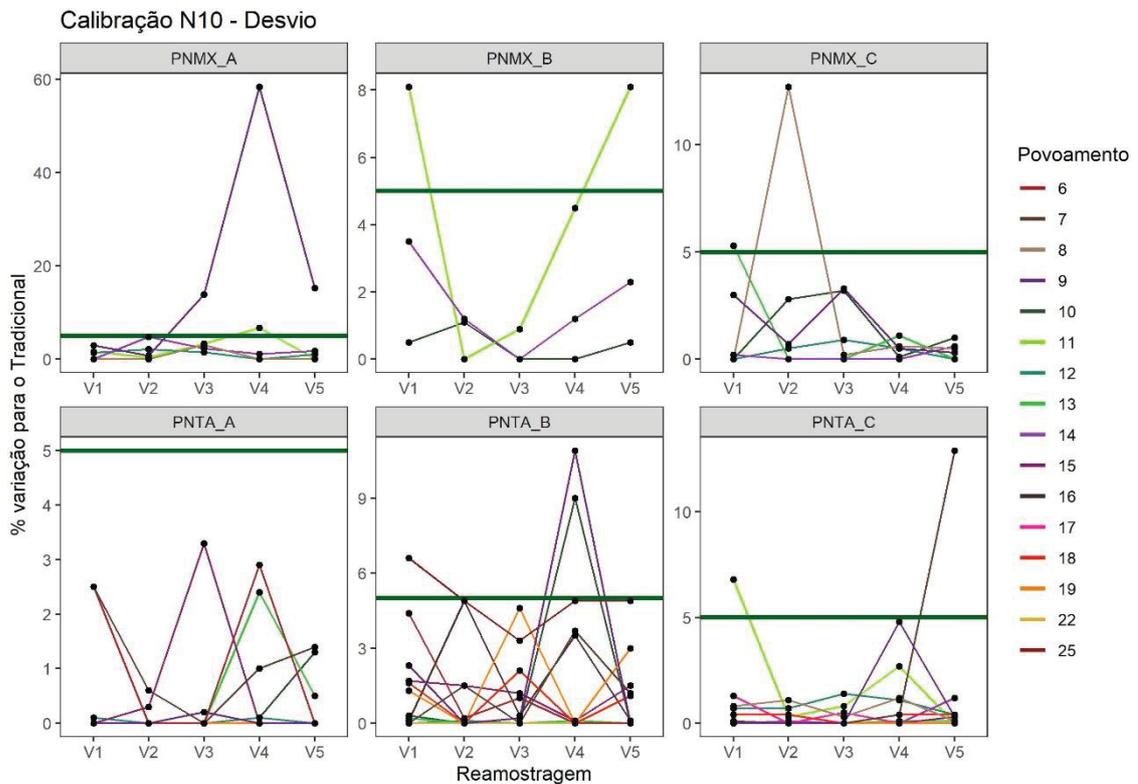
Para ambas as espécies, este critério de calibração pode ser indicado, com a ressalva de se considerar as recomendações para o PNMX na base mencionada.

Figura 67 - Diferença percentual para a estatística do Syx% (Altura) para o critério de calibração N10.



Em que:  $V_n$  é a seleção de árvores para calibração número "n".  
FONTE: O autor (2024).

Figura 68 - Diferença percentual para a estatística do Desvio para o critério de calibração N10.



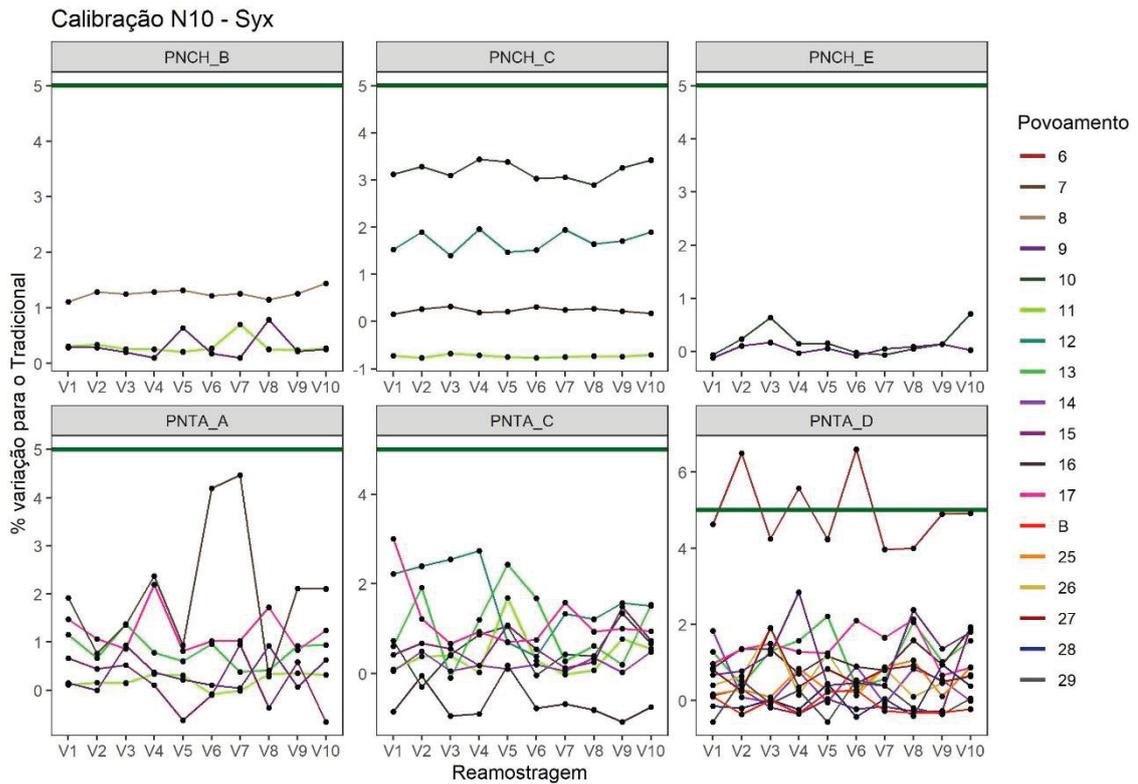
Em que:  $V_n$  é a seleção de árvores para calibração número "n".  
FONTE: O autor (2024).

6.3.15.2 Volume

Na Figura 69 são apresentadas as variações em percentual dos povoamentos avaliados para o Syx% em relação à amostragem tradicional e na Figura 70 para o R<sup>2</sup>. Para ambas as espécies não foram identificadas mudanças, entre povoamentos e re-amostragens, acima do limite máximo estabelecido, com casos esporádicos para a espécie PNTA em povoamentos jovens.

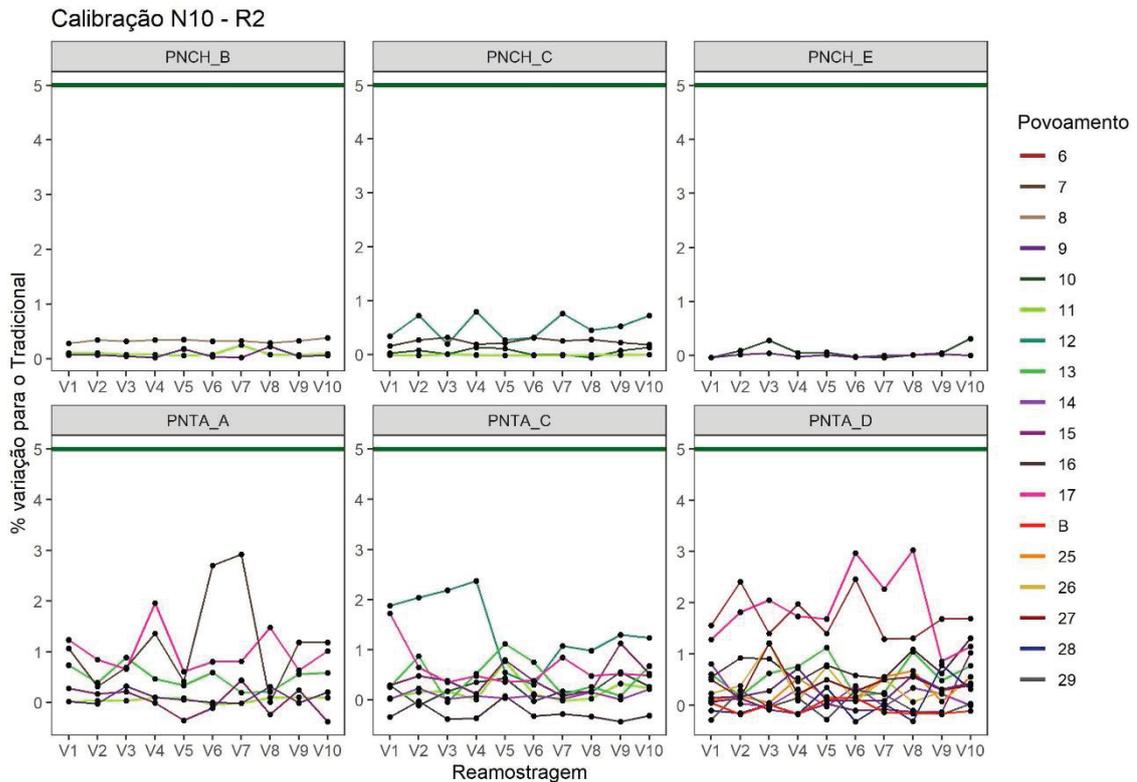
Quanto ao R<sup>2</sup>, ambas as espécies não apresentaram diferenças acima do limite máximo estabelecido. Com base nos resultados das estatísticas de avaliação, este critério pode ser indicado para ambas as espécies avaliadas.

Figura 69 - Diferença percentual para a estatística do Syx% (Volume) para o critério de calibração N10.



Em que: V<sub>n</sub> é a seleção de árvores para calibração número “n”.  
 FONTE: O autor (2024).

Figura 70 - Diferença percentual para a estatística do  $R^2$  para o critério de calibração N10.



Em que:  $V_n$  é a seleção de árvores para calibração número "n".

FONTE: O autor (2024).

### 6.3.16 Calibração O10

O critério de seleção desta calibração foi de nove árvores selecionadas de maneira aleatória.

#### 6.3.16.1 Altura

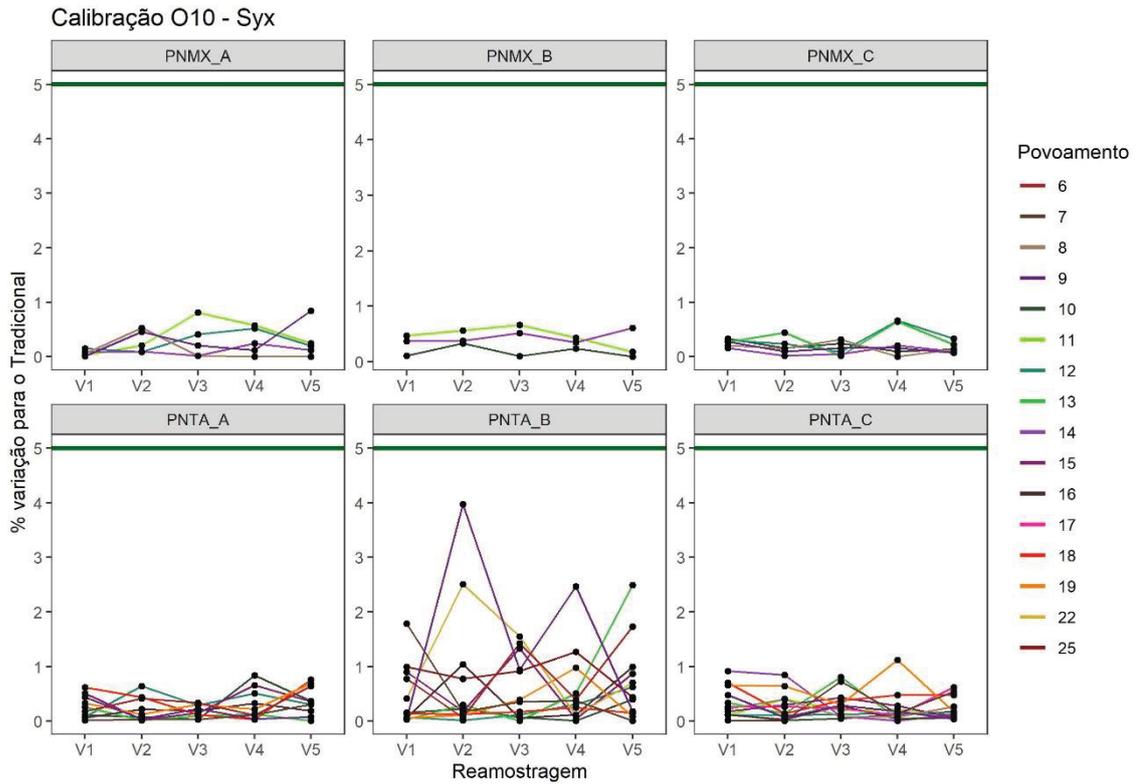
Na Figura 71 estão apresentadas as variações em percentual dos povoamentos avaliados para o  $Syx\%$  em relação a amostragem tradicional e na Figura 72 para o Desvio. Para ambas as espécies não foram registrados valores acima do limite máximo estabelecido para a estatística do  $Syx\%$ .

Para a espécie PNTA, a estatística do Desvio apresentou comportamento estável tanto para os povoamentos como entre as re-amostragens, embora tenham ocorrido casos esporádicos acima do limite (nove casos neste critério). Para a espécie PNMX, observou-se um comportamento de maior estabilidade e melhores valores em comparação ao critério anterior (N10). No entanto, houve um valor máximo maior para o mesmo povoamento da base PNMX\_A, com 68,3% das observações acima do limite

estabelecido. Os demais casos de valores acima do limite foram esporádicos e próximos ao máximo de 10%.

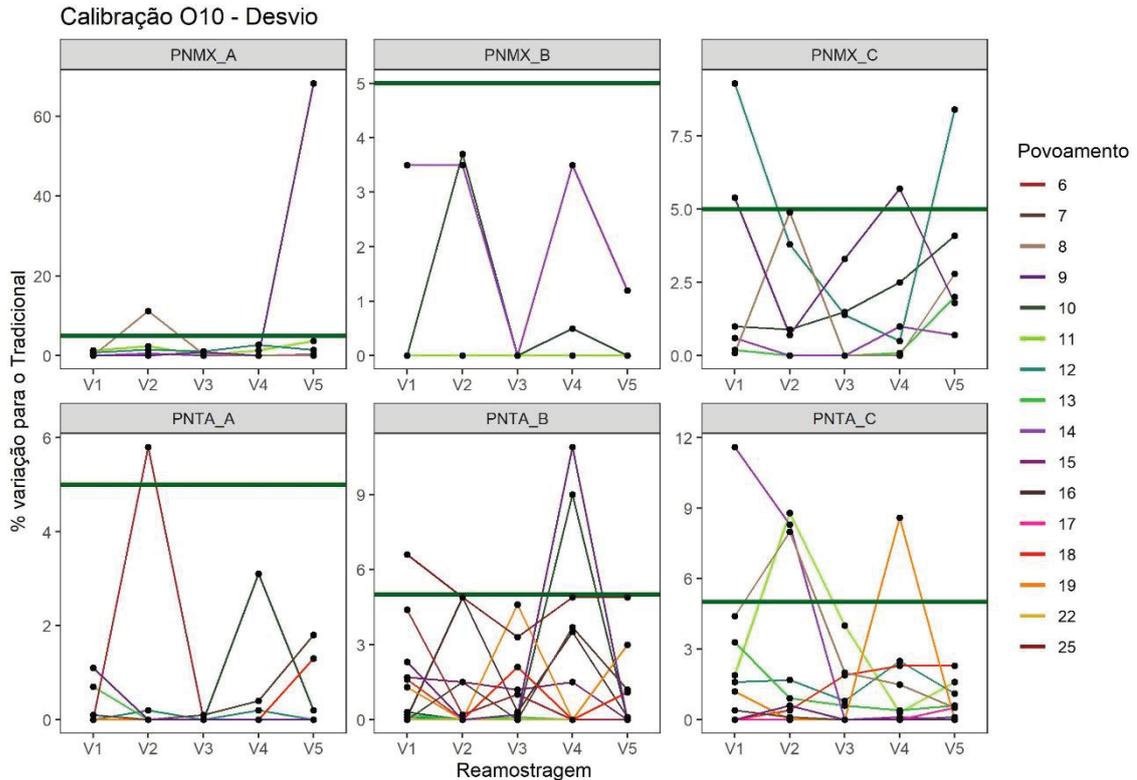
Este critério de calibração pode ser indicado, com a ressalva de levar em consideração os cuidados para a espécie PNMX na base mencionada.

Figura 71 - Diferença percentual para a estatística do Syx% (Altura) para o critério de calibração O10



Em que:  $V_n$  é a seleção de árvores para calibração número “n”.  
 FONTE: O autor (2024).

Figura 72 - Diferença percentual para a estatística do Desvio para o critério de calibração O10.



Em que:  $V_n$  é a seleção de árvores para calibração número "n".  
 FONTE: O autor (2024).

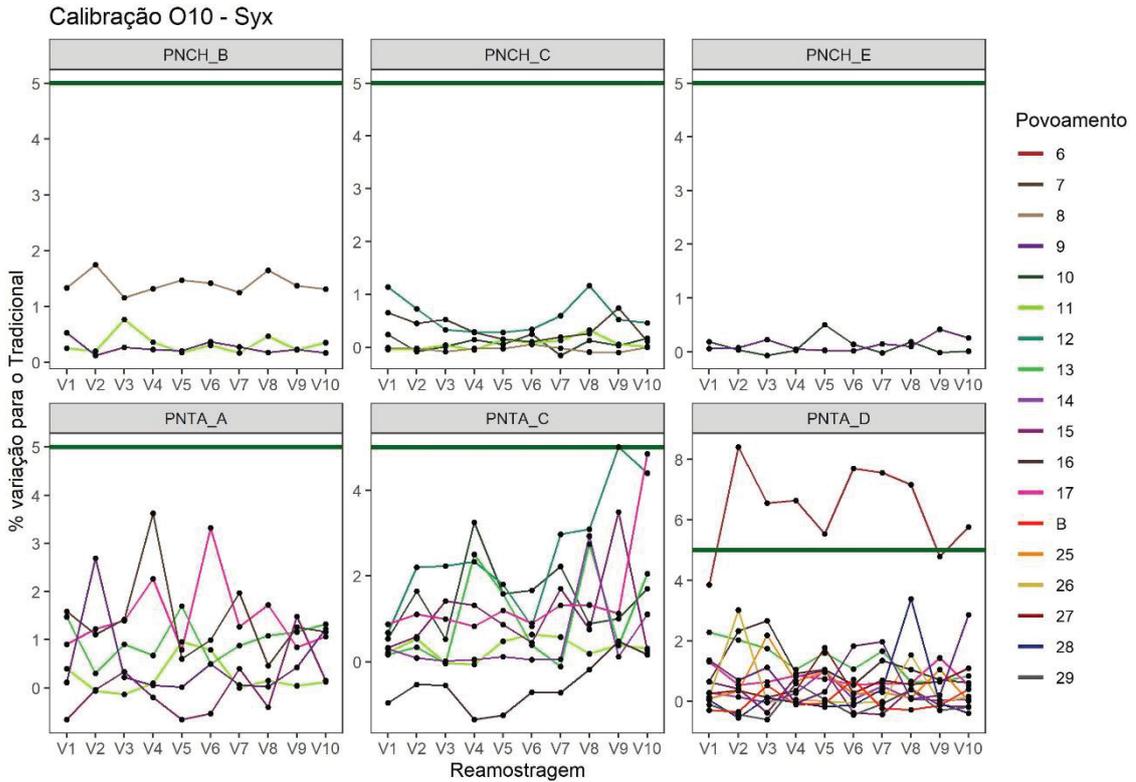
### 6.3.16.2 Volume

Na Figura 73 estão apresentadas as variações em percentual dos povoamentos avaliados para o  $Syx\%$  em relação à amostragem tradicional e na Figura 74 para o  $R^2$ . Para ambas as espécies não foram identificadas oscilações, tanto entre povoamentos como dentro das re-amostragens, acima do limite máximo estabelecido. Apenas a espécie PNTA apresentou um povoamento com re-amostragens, em sua maioria acima do limite, mas em nenhum caso a diferença ultrapassou 9% em relação ao método tradicional (testemunha).

Em relação ao  $R^2$ , não foram observadas diferenças acima do limite máximo estabelecido para nenhum dos casos, em ambas as espécies avaliadas.

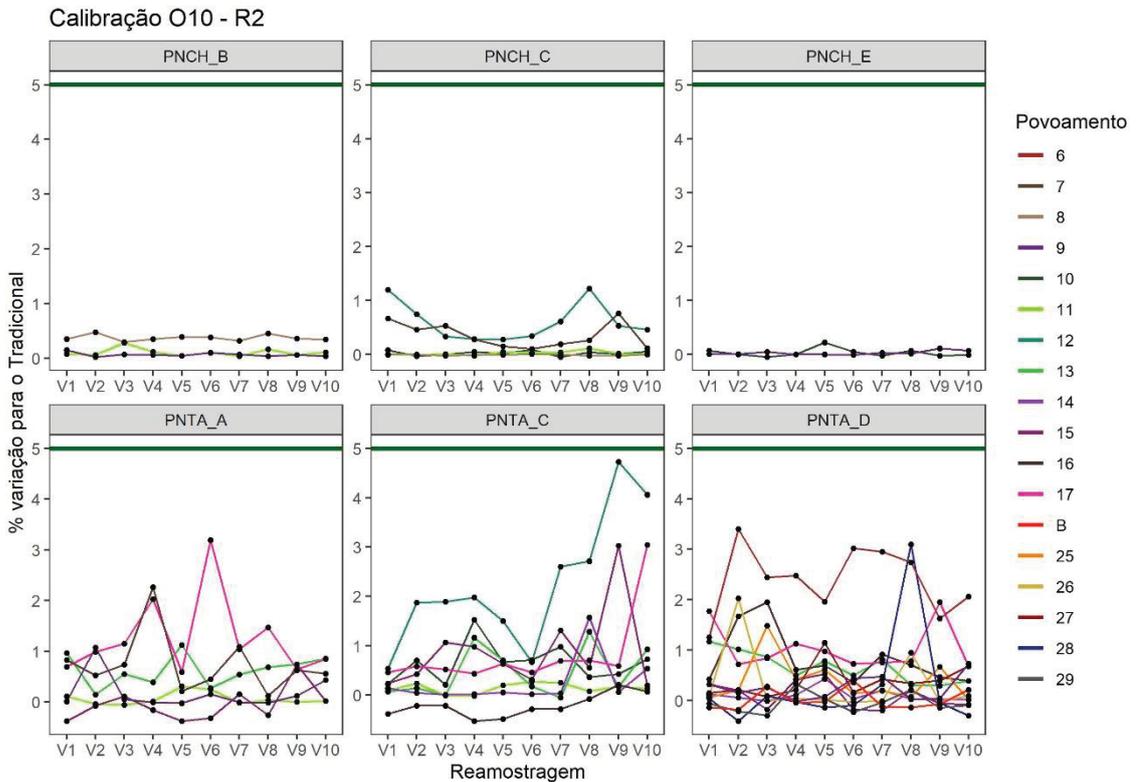
Com base nos resultados das estatísticas de avaliação, este critério pode ser indicado.

Figura 73 - Diferença percentual para a estatística do Syx% (Volume) para o critério de calibração O10.



Em que:  $V_n$  é a seleção de árvores para calibração número “n”.  
 FONTE: O autor (2024).

Figura 74 - Diferença percentual para a estatística do  $R^2$  para o critério de calibração O10.



Em que:  $V_n$  é a seleção de árvores para calibração número “n”.  
 FONTE: O autor (2024).

## 6.4 ANÁLISE DOS RESULTADOS A PARTIR DOS CRITÉRIOS DE CALIBRAÇÃO PARA CADA ESPÉCIE AVALIADA

A seleção de um critério de calibração para equação de altura e volume foi fundamentada na busca por um equilíbrio entre a qualidade das estatísticas de avaliação e a eficiência no número de árvores selecionadas, com base nos resultados apresentados. A preferência foi para aqueles que mostraram um bom desempenho nas estatísticas, menor incidência de cenários fora do limite estabelecido e menor número de árvores (Tabela 18).

Tabela 18 - Resumo dos critérios de calibração e respectivo atendimento aos critérios de desempenho nas estatísticas de avaliação.

Critério de calibração	Altura				Volume			
	PNTA		PNMX		PNCH		PNTA	
	Syx	Desvio	Syx	Desvio	Syx	R <sup>2</sup>	Syx	R <sup>2</sup>
A1	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	SIM	SIM	NÃO	NÃO
B1	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	SIM	SIM	NÃO	NÃO
C1	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	SIM	SIM	NÃO	NÃO
D3	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	SIM	SIM	NÃO	NÃO
E3	NÃO	NÃO	SIM	NÃO	SIM	SIM	NÃO	NÃO
F3	NÃO	NÃO	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	SIM
G5	SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	SIM
H5	SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	SIM
I5	SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	SIM	NÃO	NÃO
J7	SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	SIM
K7	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	SIM
L9	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM
M9	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM
N10	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM
O10	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM

FONTE: O autor (2024).

### 6.4.1 Altura

Para a espécie PNMX, os critérios de calibração indicados foram: L9, M9, N10 e O10. O objetivo foi selecionar o melhor critério com base na qualidade das estatísticas de avaliação e no menor número de árvores. O critério escolhido foi o L9, devido às baixas diferenças na estatística de Syx e ao menor número de cenários fora do limite estabelecido em comparação com a testemunha. Esse critério é definido pela

quantidade de nove árvores, e seleção que contempla três árvores com  $< \overline{dap} - 1 \text{ dp}$ , três árvores com  $\overline{dap} - 1 \text{ dp} < \text{Arv.} < \overline{dap} + 1 \text{ dp}$  e três árvores com  $\text{Arv.} > \overline{dap} + 1 \text{ dp}$ .

Para a espécie PNTA, os critérios de calibração escolhidos foram: K7, L9, M9, N10 e O10. Apesar de o critério K7 ter a seleção com um menor número de árvores, para a espécie PNTA foi escolhido o critério L9, o mesmo que para a espécie PNMX. Essa escolha foi feita devido ao melhor desempenho na estatística de Desvio, com o menor número de cenários além do limite estabelecido, semelhante à escolha feita para a espécie anterior.

#### 6.4.2 Volume

Para a espécie PNCH, todos os critérios de calibração mantiveram-se dentro dos limites estabelecidos. Para essa espécie, apenas uma árvore foi considerada suficiente para a calibração. Entre os três critérios avaliados, o critério C1 foi o que apresentou melhor desempenho nas estatísticas. Esse critério é definido por conter uma árvore e critério de seleção que contempla a árvore com  $> \overline{dap} + 1 \text{ dp}$ .

No caso da espécie PNTA, os critérios de calibração apontados foram: F3, G5, H5, J7, K7, L9, M9, N10 e O10. Para essa espécie, o critério escolhido foi o J7, que é definido pela amostragem de sete árvores e critério de seleção que contempla árvores com  $< \overline{dap} - 1 \text{ dp}$ . Essa escolha foi baseada na menor instabilidade observada nas estatísticas de avaliação para todos os povoamentos avaliados. Isso incluiu o povoamento PNTA\_D\_6, que apresentou instabilidade acima do limite estabelecido nos critérios G5 e H5, além de outros povoamentos da base PNTA\_C que foram instáveis para o critério F3.

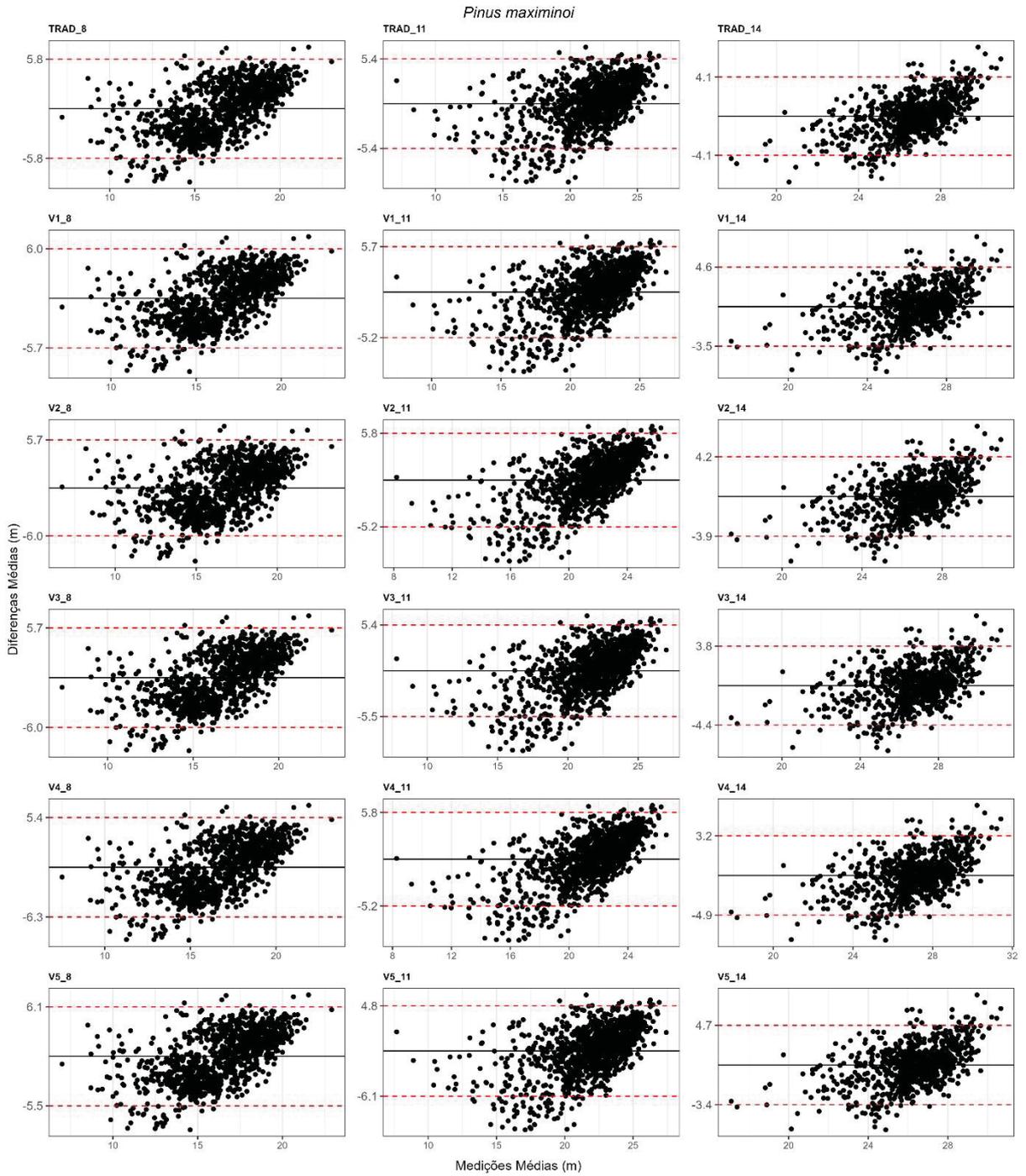
## 6.5 COMPARAÇÃO DA ABORDAGEM TRADICIONAL COM A EQUAÇÕES CALIBRADAS

### 6.5.1 Altura

No método de calibração considerado como o melhor para cada espécie analisada, L9 para ambas as espécies, foi efetuada uma avaliação dos gráficos de concordância para cada re-amostragem e povoamento avaliado. Cada espécie avaliada foi representada por um povoamento jovem, intermediário e um em idade mais avançada para demonstrar o comportamento dos gráficos de concordância em comparação com aqueles gerados pela abordagem tradicional. Para a espécie PNMX, foram representados os povoamentos PNMX\_8, PNMX\_11 e PNMX\_14, todos da base PNMX\_A. Para a espécie PNTA, foram representados os povoamentos PNTA\_9, PNTA\_13 e PNTA\_19, todos da base PNTA\_A. Os resultados para os Gráficos de Concordância estão apresentados na Figura 75 para a espécie PNMX e na Figura 76 para a espécie PNTA.

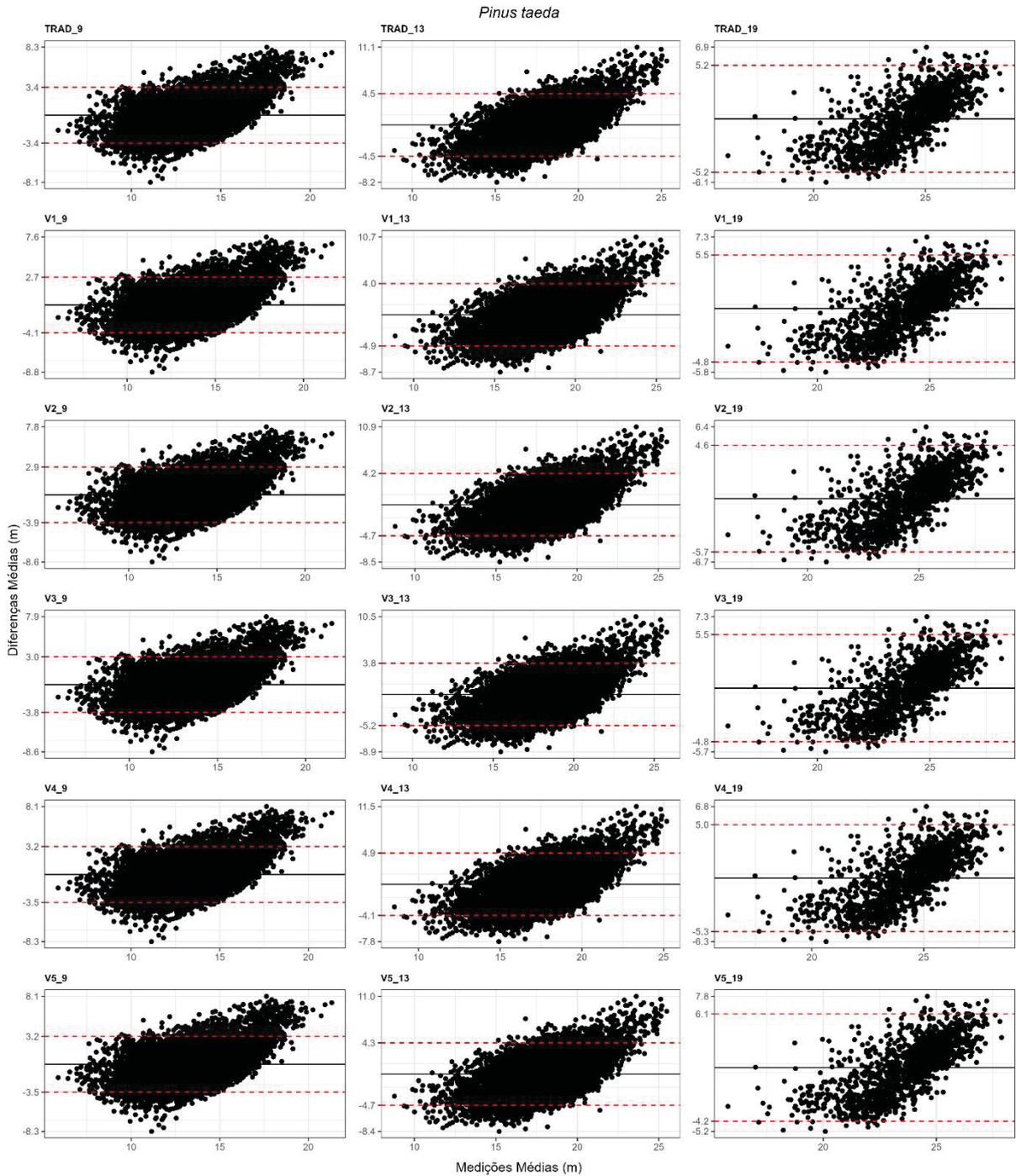
Para ambas as espécies avaliadas, nota-se uma tendência crescente nas diferenças, apresentando em todas as re-amostragens um comportamento dos pontos semelhante aos encontrados na abordagem tradicional. Esse padrão também foi verificado nos demais povoamentos e suas re-amostragens, refletindo uma consistência semelhante aos resultados obtidos pelas calibrações e em relação ao método tradicional (testemunha).

Figura 75 - Gráficos de Concordância (análise de Bland-Altman) para as equações hipsométricas da espécie PNMX



FONTE: O autor (2024).

Figura 76 - Gráficos de Concordância (análise de Bland-Altman) para as equações hipsométricas da espécie PNTA.



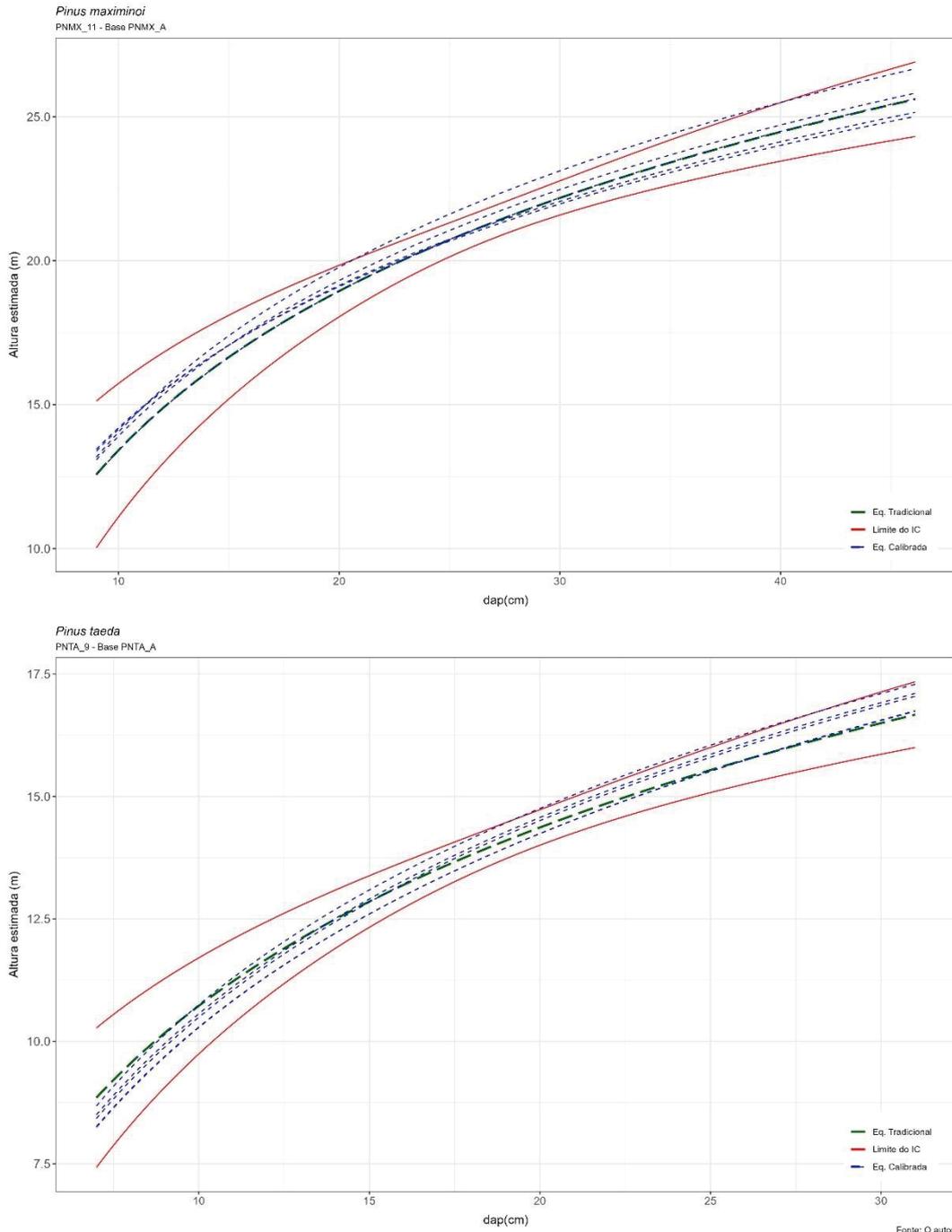
FONTE: O autor (2024).

Considere o caso de modelagem hipsométrica com 100 valores, selecionados aleatoriamente do conjunto de dados para o povoamento da espécie PNTA (originalmente com mais de 22 mil observações) e o mesmo processo repetido para a espécie PNMX (originalmente com mais de 1.000 observações). As equações pelo

método tradicional foram reajustadas para as 100 observações de cada espécie, e foram estabelecidos intervalos de confiança para a regressão. Os intervalos foram gerados para todos os povoamentos, sendo apresentado um exemplo na Figura 77, com o objetivo de visualizar o comportamento das equações calibradas e do processo de re-amostragem para cada uma das espécies. Nesse processo, a calibração foi repetida cinco vezes.

Para ambas as espécies foi possível observar que as cinco equações calibradas se encontram dentro do envelope gerado pelos intervalos de confiança. Apenas uma equação para a espécie PNTA se desvia levemente do intervalo, mas, ainda assim, permanece dentro dos limites superiores do intervalo de confiança. Esses resultados indicam a aceitabilidade do processo de calibração em relação ao método testemunha. Considerando as duas espécies, essa avaliação foi repetida para 58 povoamentos, obtendo-se resultados semelhantes ao apresentado na Figura 77. Optou-se por demonstrar apenas um exemplo para cada povoamento, devido a quantidade repetitiva de gráficos que deveriam ser apresentados.

Figura 77 - Intervalo de confiança para a média em um povoamento das espécies PNMX e PNTA.



FONTE: O autor (2024).

Na Tabela 19 estão registrados os índices do Coeficiente de Correlação de Concordância (CC1) e do Índice de Acordo (Index\_d) para as equações tradicionais (TRAD) e as equações calibradas (V1, V2, V3, V4 e V5). Para ambas as espécies, os índices de concordância foram semelhantes aos gerados pela testemunha (TRAD) em todas as re-amostragens. Para povoamentos mais jovens em ambas as espécies, algumas re-amostragens apresentaram índices superiores aos encontrados na

equação tradicional.

Tabela 19 - Medidas de concordância para as equações calibradas e para a testemunha para os modelos hipsométricos

ESP	POV	CC1						Index_d					
		V1	V2	V3	V4	V5	TRAD	V1	V2	V3	V4	V5	TRAD
PNTA	PNTA_A_6	0,765	0,763	0,750	0,750	0,766	0,682	0,871	0,870	0,863	0,864	0,872	0,819
	PNTA_A_7	0,713	0,717	0,714	0,714	0,709	0,664	0,840	0,842	0,840	0,839	0,837	0,808
	PNTA_A_9	0,556	0,571	0,576	0,584	0,585	0,579	0,740	0,749	0,752	0,755	0,756	0,751
	PNTA_A_10	0,562	0,565	0,568	0,567	0,562	0,573	0,742	0,744	0,744	0,743	0,739	0,748
	PNTA_A_12	0,495	0,488	0,480	0,479	0,499	0,504	0,693	0,689	0,689	0,688	0,695	0,698
	PNTA_A_13	0,459	0,463	0,449	0,456	0,464	0,451	0,670	0,671	0,666	0,665	0,671	0,658
	PNTA_A_15	0,426	0,406	0,448	0,437	0,419	0,450	0,649	0,634	0,657	0,653	0,640	0,658
	PNTA_A_16	0,379	0,414	0,391	0,413	0,402	0,410	0,611	0,629	0,616	0,631	0,629	0,626
	PNTA_A_18	0,464	0,461	0,447	0,468	0,410	0,476	0,677	0,668	0,671	0,674	0,644	0,681
	PNTA_A_19	0,332	0,331	0,331	0,339	0,307	0,339	0,566	0,581	0,566	0,575	0,566	0,573
	PNTA_B_6	0,764	0,752	0,751	0,730	0,769	0,682	0,870	0,865	0,863	0,849	0,873	0,819
	PNTA_B_7	0,684	0,706	0,745	0,700	0,703	0,664	0,821	0,834	0,860	0,831	0,832	0,808
	PNTA_B_9	0,535	0,583	0,563	0,576	0,562	0,579	0,720	0,755	0,740	0,749	0,741	0,751
	PNTA_B_10	0,562	0,572	0,563	0,501	0,531	0,573	0,741	0,749	0,740	0,691	0,714	0,748
	PNTA_B_12	0,466	0,483	0,505	0,502	0,499	0,504	0,673	0,684	0,701	0,696	0,695	0,698
	PNTA_B_13	0,429	0,466	0,438	0,420	0,424	0,451	0,643	0,673	0,655	0,641	0,635	0,658
	PNTA_B_15	0,432	0,402	0,382	0,432	0,415	0,450	0,642	0,612	0,599	0,643	0,626	0,658
	PNTA_B_16	0,380	0,391	0,363	0,404	0,365	0,410	0,597	0,610	0,584	0,623	0,602	0,626
	PNTA_B_18	0,436	0,409	0,449	0,434	0,432	0,476	0,655	0,637	0,665	0,653	0,649	0,681
	PNTA_B_19	0,278	0,283	0,290	0,298	0,296	0,339	0,500	0,516	0,523	0,544	0,522	0,573
	PNTA_B_22	0,622	0,608	0,636	0,554	0,630	0,666	0,778	0,769	0,787	0,733	0,783	0,809
	PNTA_B_25	0,220	0,223	0,224	0,218	0,222	0,128	0,507	0,513	0,498	0,506	0,496	0,336
	PNTA_C_7	0,706	0,696	0,713	0,710	0,702	0,700	0,834	0,830	0,839	0,838	0,832	0,830
	PNTA_C_8	0,672	0,674	0,675	0,677	0,674	0,654	0,815	0,816	0,816	0,818	0,815	0,802
	PNTA_C_9	0,674	0,648	0,653	0,667	0,670	0,660	0,815	0,798	0,803	0,811	0,812	0,805
	PNTA_C_10	0,653	0,652	0,670	0,678	0,672	0,671	0,801	0,800	0,813	0,817	0,814	0,812
	PNTA_C_11	0,665	0,662	0,646	0,657	0,659	0,635	0,811	0,809	0,799	0,805	0,807	0,790
	PNTA_C_12	0,576	0,561	0,582	0,570	0,577	0,545	0,752	0,744	0,755	0,749	0,752	0,726
	PNTA_C_13	0,602	0,612	0,601	0,610	0,598	0,591	0,771	0,777	0,769	0,775	0,768	0,760
	PNTA_C_14	0,568	0,590	0,593	0,581	0,573	0,583	0,746	0,761	0,762	0,758	0,749	0,755
	PNTA_C_15	0,537	0,538	0,527	0,536	0,484	0,537	0,722	0,723	0,716	0,722	0,701	0,722
	PNTA_C_16	0,453	0,380	0,437	0,445	0,433	0,448	0,660	0,626	0,659	0,659	0,646	0,655
	PNTA_C_17	0,416	0,437	0,441	0,461	0,426	0,457	0,645	0,653	0,655	0,670	0,649	0,662
PNTA_C_18	0,378	0,351	0,374	0,354	0,362	0,342	0,609	0,588	0,598	0,588	0,591	0,566	
PNTA_C_19	0,462	0,500	0,501	0,491	0,495	0,457	0,675	0,703	0,703	0,699	0,696	0,665	
PNMX	PNMX_A_8	0,464	0,493	0,461	0,455	0,466	0,466	0,670	0,698	0,670	0,670	0,671	0,672
	PNMX_A_9	0,519	0,548	0,553	0,529	0,552	0,541	0,706	0,731	0,736	0,716	0,738	0,725
	PNMX_A_11	0,575	0,545	0,569	0,538	0,570	0,592	0,747	0,723	0,744	0,718	0,750	0,761
	PNMX_A_12	0,519	0,509	0,502	0,488	0,507	0,551	0,708	0,697	0,697	0,681	0,696	0,731

ESP	POV	CC1						Index d					
		V1	V2	V3	V4	V5	TRAD	V1	V2	V3	V4	V5	TRAD
	PNMX_A_14	0,518	0,525	0,535	0,491	0,504	0,506	0,711	0,715	0,728	0,702	0,702	0,701
	PNMX_B_10	0,475	0,495	0,496	0,483	0,490	0,521	0,672	0,689	0,691	0,687	0,690	0,712
	PNMX_B_11	0,506	0,509	0,512	0,511	0,496	0,466	0,713	0,716	0,717	0,718	0,707	0,679
	PNMX_B_14	0,478	0,476	0,471	0,488	0,487	0,418	0,700	0,700	0,688	0,702	0,704	0,418
	PNMX_C_8	0,424	0,420	0,422	0,448	0,462	0,466	0,635	0,635	0,634	0,660	0,668	0,672
	PNMX_C_9	0,491	0,532	0,516	0,551	0,517	0,541	0,682	0,721	0,703	0,733	0,705	0,725
	PNMX_C_10	0,460	0,499	0,441	0,488	0,460	0,514	0,662	0,692	0,640	0,686	0,665	0,705
	PNMX_C_12	0,482	0,490	0,504	0,499	0,483	0,551	0,679	0,681	0,695	0,689	0,681	0,731
	PNMX_C_13	0,490	0,504	0,500	0,481	0,505	0,519	0,688	0,701	0,697	0,681	0,701	0,713
	PNMX_C_14	0,524	0,507	0,532	0,465	0,528	0,506	0,717	0,701	0,722	0,678	0,718	0,701

FONTE: O autor (2024).

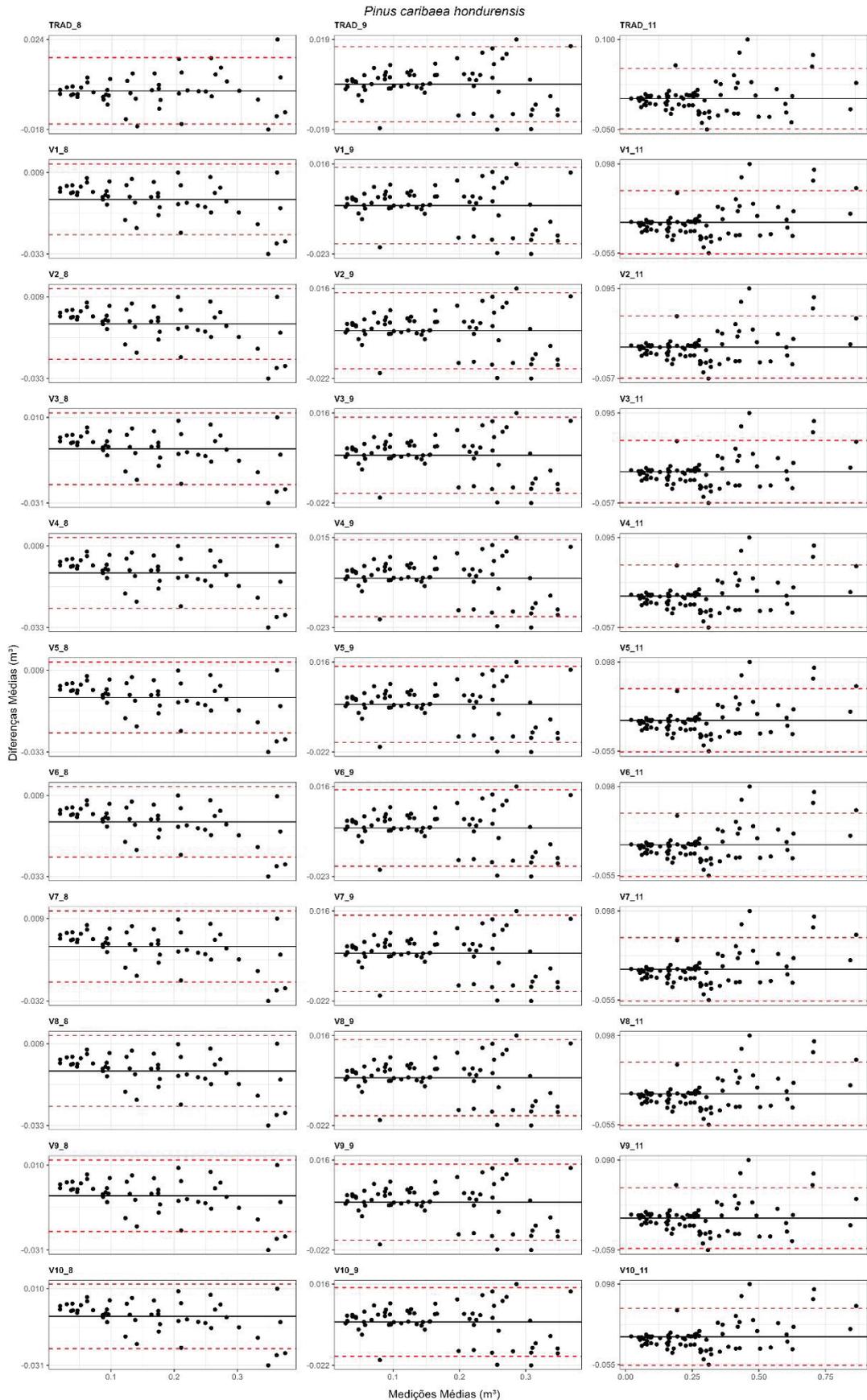
## 6.5.2 Volume

Para o melhor método de calibração encontrado para cada espécie analisada (C1 para a espécie PNCH e J7 para a espécie PNTA), foi realizada uma avaliação dos gráficos de concordância para cada re-amostragem e povoamento avaliado. Cada espécie avaliada foi representada por um povoamento jovem, intermediário e um em idade mais avançada, a fim de demonstrar o comportamento dos gráficos de concordância em comparação com os gerados pela abordagem tradicional.

Para a espécie PNCH, foram representados os povoamentos PNCH\_8, PNCH\_9 e PNCH\_11, todos provenientes da base PNCH\_B (Figura 78). No caso da espécie PNTA, foram representados os povoamentos PNTA\_7, PNTA\_15 (base PNTA\_A) e PNTA\_27 (base PNTA\_D) (Figura 79). Para todos os outros povoamentos e re-amostragens, foi realizada uma análise gráfica de concordância.

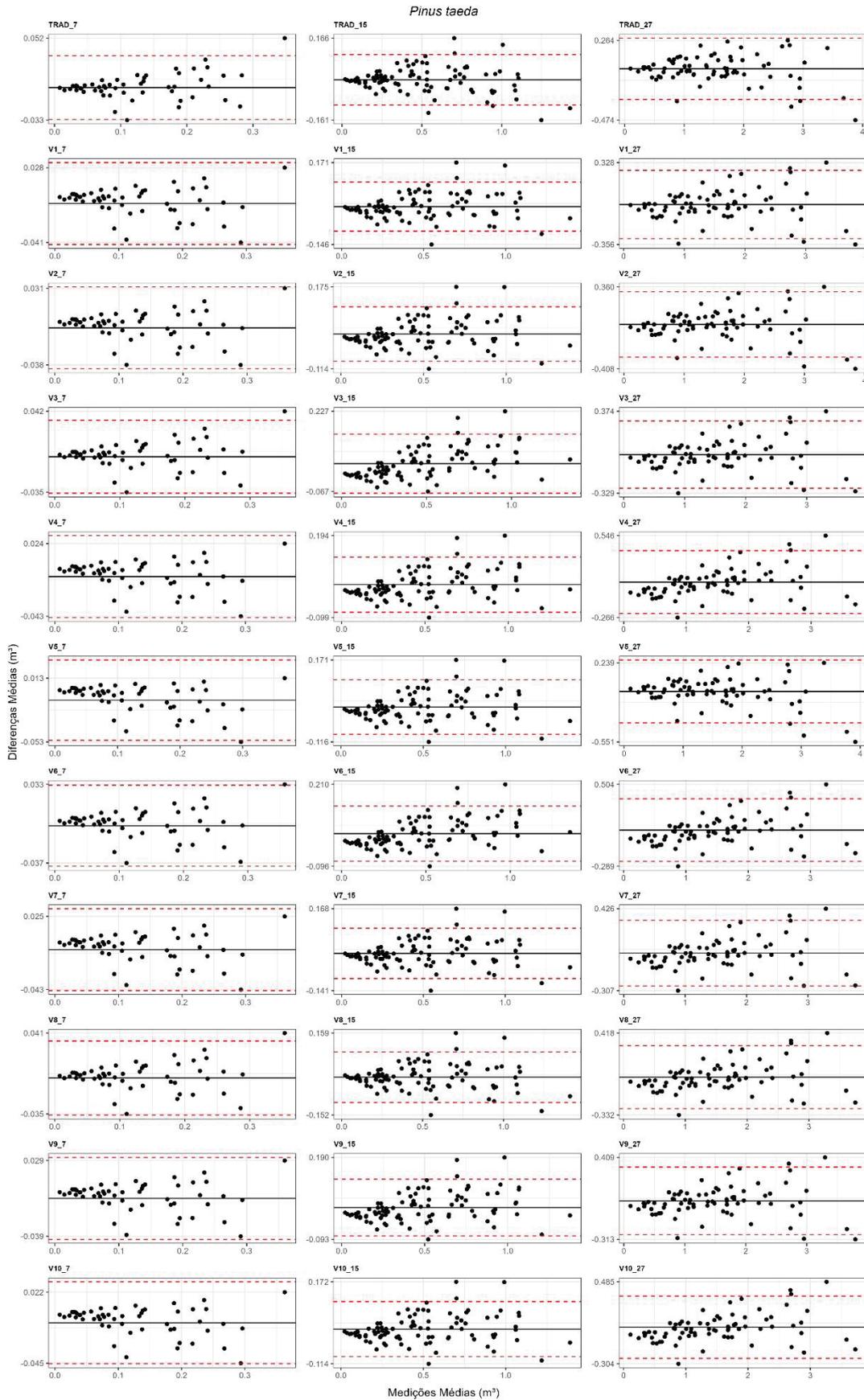
Assim como nas equações hipsométricas, as equações volumétricas derivadas do método de calibração apresentaram comportamento e tendência semelhantes aos encontrados pela abordagem tradicional, tanto para povoamentos mais jovens quanto para os em idades mais avançadas avaliados. Todos os outros povoamentos e suas respectivas re-amostragens apresentaram comportamento semelhante entre os gráficos originados pelo método de calibração e pela abordagem tradicional.

Figura 78 - Gráficos de Concordância (análise de Bland-Altman) para as equações volumétricas da espécie PNCH



FONTE: O autor (2024).

Figura 79 - Gráficos de Concordância (análise de Bland-Altman) para as equações volumétricas da espécie PNTA



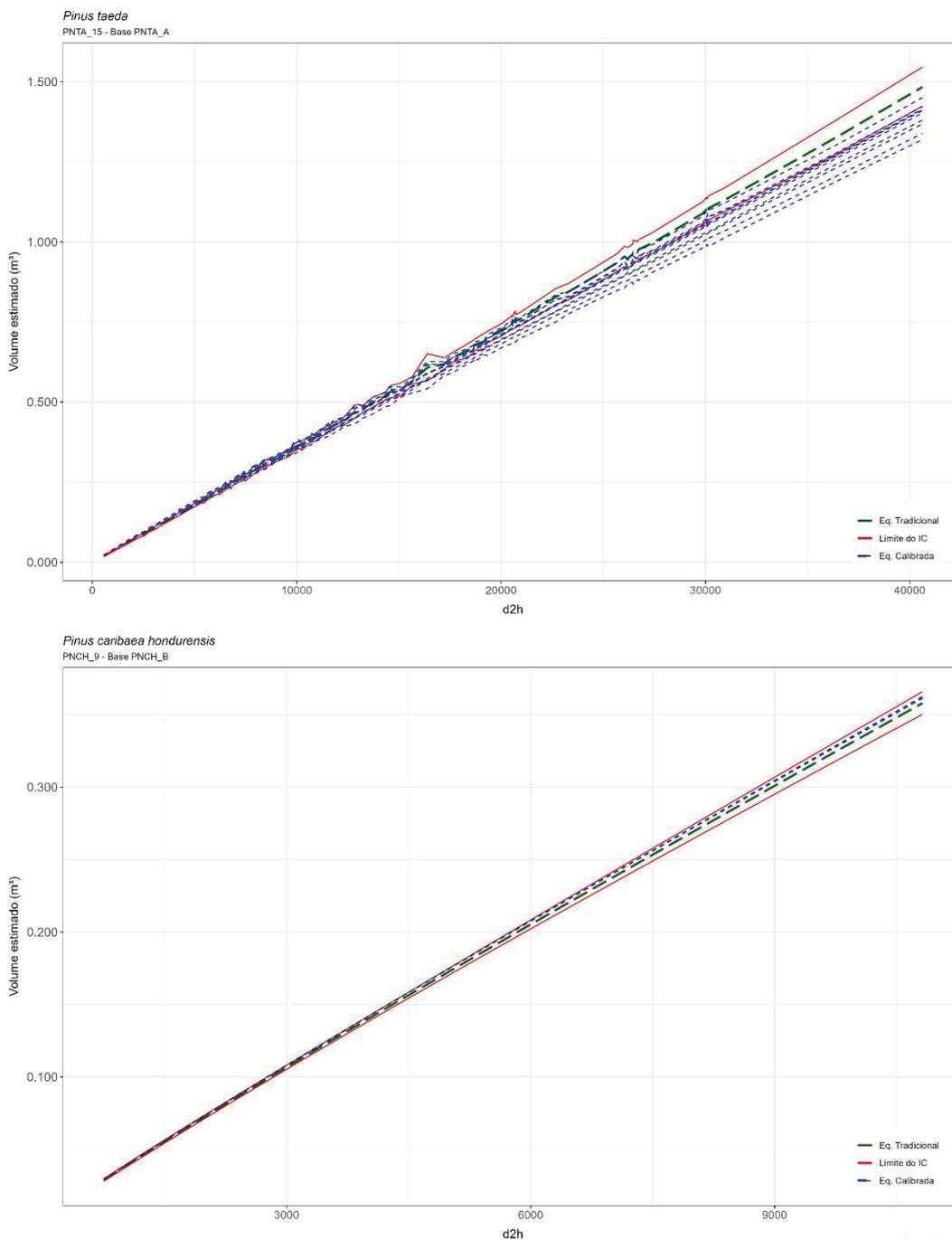
FONTE: O autor (2024).

Para a modelagem volumétrica também foram gerados os intervalos de confiança para a média (regressão), utilizando as quantidades de valores originais das bases de dados. Na Figura 80 está apresentado um exemplo para as espécies PNTA e PNCH. Para a espécie PNCH, é possível perceber que todas as curvas de calibração se mantiveram dentro do intervalo de confiança, levemente acima da média gerada pela modelagem tradicional.

No caso da espécie PNTA, constatou-se que todas as re-amostragens para a estimativa de volumes menores estiveram dentro do intervalo de confiança, enquanto algumas re-amostragens ultrapassaram esse intervalo para os maiores volumes, com a tendência de subestimar os volumes em comparação com a equação tradicional. Para as estatísticas anteriores ( $S_{yx}$  e  $R^2$ ) essa diferença foi inferior a 5% em comparação com a testemunha.

Essa diferença é considerada aceitável, levando em consideração que a equação gerada pela testemunha para a espécie PNTA (Figura 80) originou-se da cubagem de 95 árvores, enquanto as demais equações calibradas resultaram da cubagem de apenas sete árvores. Para os demais povoamentos, ambas as espécies apresentaram comportamento semelhante ao exposto na Figura 80.

Figura 80 - Intervalo de confiança para a média para um povoamento das espécies PNCH e PNTA



FONTE: O autor (2024).

Na Tabela 20, estão apresentados os índices do Coeficiente de Correlação de Concordância (CC1) e na Tabela 21 os valores para o Índice de Acordo (Index\_d) para as equações tradicionais (TRAD) e as 10 equações calibradas (V1 a V10). Para ambas as espécies avaliadas, tanto para o CC1 quanto para o Index\_d, os valores





ESP	POV	V1	V2	V3	V4	V5	V6	V7	V8	V9	V10	TRAD
	PNCH_C_12	0,982	0,986	0,988	0,982	0,983	0,988	0,982	0,988	0,986	0,988	0,990
	PNCH_E_9	0,998	0,998	0,998	0,998	0,998	0,998	0,998	0,998	0,998	0,998	0,998
	PNCH_E_10	0,995	0,995	0,995	0,995	0,995	0,995	0,995	0,995	0,995	0,995	0,995

FONTE: O autor (2024).

## 6.6 PLANO DE CALIBRAÇÃO

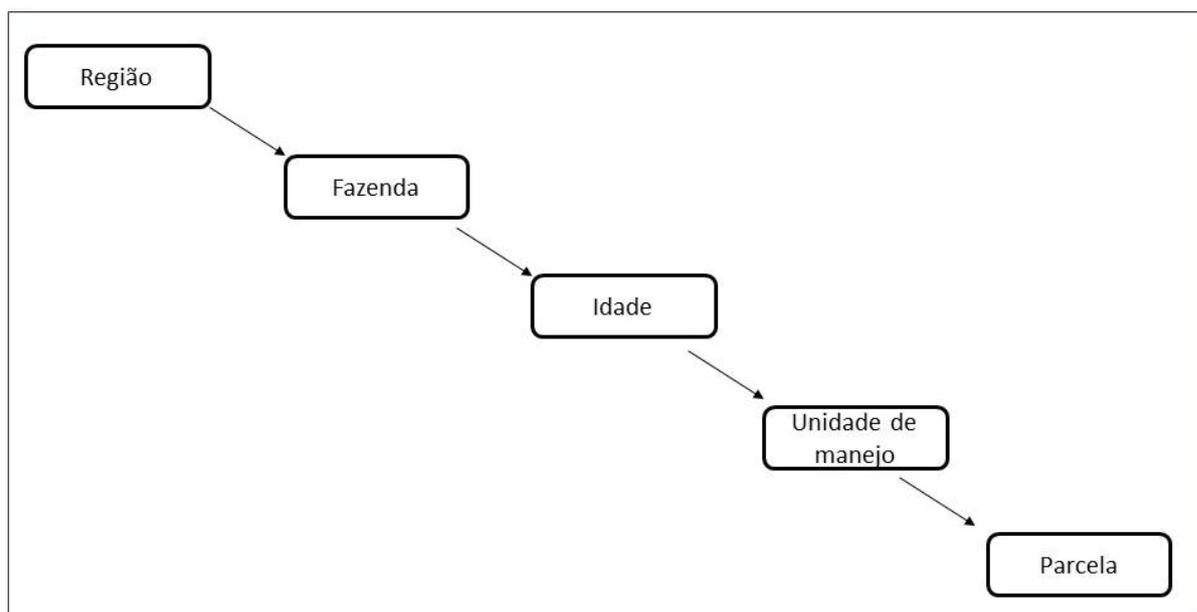
Diante dos resultados obtidos e do que foi encontrado com a aplicação da calibração na literatura, é apresentada a seguir uma proposta para o desenvolvimento de um plano de modelos calibrados.

Inicialmente, é necessário definir um nível ao qual será aplicado o efeito aleatório na modelagem mista para posterior calibração no respectivo grupo do efeito aplicado. O nível deve apresentar características que afetem a equação para a variável de interesse, caso contrário, apenas o efeito fixo da equação é suficiente para estimar a variável.

O ajuste e aplicação do modelo calibrado deve respeitar a estrutura hierárquica. É possível adicionar um segundo efeito aleatório menos abrangente do que o aplicado. Não é possível gerar um modelo com determinado efeito aleatório e aplicá-lo em outro mais abrangente. Na Figura 81, estão apresentados os principais níveis indicados para o desenvolvimento de planos de calibração de modelos, com a respectiva estrutura hierárquica.

Os níveis descritos na Figura 81 foram definidos por afetarem as equações de altura e volume, com base nos resultados obtidos e no que é preconizado na literatura, como pode ser observado nos trabalhos desenvolvidos por Trincado *et al.* (2007), Lhotka (2012), Vismara *et al.* (2015), Vanderschaaf (2019) e Santos *et al.* (2023).

Figura 81 - Níveis para Plano de calibração



FONTE: O autor (2024).

Ao se iniciar o processo de modelagem de calibração de equações, destacam-se os cuidados a serem tomados em diversos aspectos:

### **1\_ Definição do Alvo da Modelagem:**

Pode-se optar por desenvolver níveis hierárquicos diferentes para as variáveis alvo na modelagem, como, por exemplo, variáveis obtidas com menor custo em dois níveis hierárquicos e as de maior custo em um único nível hierárquico.

### **2\_ Estabelecimento dos Níveis Hierárquicos:**

Níveis hierárquicos práticos, visualizáveis em campo, como fazenda, povoamento florestal, unidade de manejo e parcelas, são bastante desejáveis. Recomenda-se limitar a estrutura hierárquica a até dois níveis, especialmente para inventários pré-corte.

### **3\_ Escolha de um Modelo:**

É crucial optar por modelos simples para as variáveis alvo, facilitando a condução da modelagem sem prejudicar as estimativas. A seleção dos níveis hierárquicos deve ser cuidadosa para acomodar os efeitos dos fatores que afetam o modelo escolhido.

### **4\_ Construção da Base de Dados:**

Empresas florestais possuem extensas bases de dados dendrométricos coletados ao longo de vários anos. Essas bases, muitas vezes contendo milhares de informações, podem ser úteis para uma análise inicial. Ao se estabelecer os níveis

hierárquicos desejados, pode ser necessário a criação de uma nova base de dados, planejadas especificamente para a modelagem de calibração de equações. Bases de dados balanceadas contribuem para o sucesso no processo de modelagem de equações calibradas.

### **5\_Ajuste do Modelo Misto:**

O modelo misto oferece um caminho enriquecido, com possibilidades de melhoria para absorver algumas limitações da regressão clássica (normalidade, homogeneidade e autocorrelação dos resíduos). Programas como SAS, R e a linguagem Julia facilitam a implementação deste modelo.

### **6\_Calibração da Equação:**

A predição de efeitos aleatórios a partir de uma amostra pequena é uma atividade esperada pelo modelador. Definir o tamanho da amostra e quais árvores utilizar na calibração são aspectos críticos, determinando a atratividade e sucesso da técnica, sendo parte fundamental para as decisões do manejador florestal.

Três principais preocupações devem ser enfatizadas na condução da modelagem para calibrar equações:

1. Estabelecimento cuidadoso dos níveis hierárquicos.
2. Definição do tamanho da amostra e seleção criteriosa das árvores.
3. Manutenção ou melhoria das estatísticas em comparação ao método tradicional.

Uma abordagem metodológica sólida e uma análise contínua dos resultados do processo de calibração são fundamentais para o sucesso dessa prática no processamento de dados e inventários florestais.

## 6.7 EXEMPLO DE APLICAÇÃO DA CALIBRAÇÃO

Para exemplificar a modelagem mista, considerando um povoamento de *Pinus maximinoi* com 11 anos de idade, o qual se deseja desenvolver uma equação hipsométrica. Com a base de dados PNMX\_A (item 5.5) foi ajustado o modelo hipsométrico de Henriksen, por meio da modelagem de efeito misto, considerando o Povoamento como efeito aleatório (conforme item 4.3), o qual gerou as matrizes de variância/covariância dos coeficientes aleatório – D (21), coeficientes de efeito fixo –  $\beta_0$  e  $\beta_1$  (22) e matriz de erro – R (23).

$$D = \begin{vmatrix} 23,1108 & -2,2259 \\ -2,2259 & 1,5952 \end{vmatrix} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \beta_0 &= -2,5135 \\ \beta_1 &= 7,2759 \end{aligned} \quad (22)$$

$$R = 6,4948 \quad (23)$$

Para este povoamento de *Pinus maximinoi* (idade 11 anos), para a geração da equação hipsométrica, foi realizada a calibração conforme item 4.4. A seleção das árvores para calibração (Tabela 22) foi efetuada conforme recomendado nesta pesquisa (item 6.4.1) e critério descrito na Tabela 10 (critério L9). Este povoamento em questão possui um DAP médio de 28,10 cm e um desvio padrão de 6,50 cm.

Tabela 22 - Diâmetro e altura das árvores selecionadas para calibração

Árvore	DAP (cm)	h (m)
1	15,0	19,5
2	18,5	22,7
3	19,7	20,0
4	27,0	25,4
5	29,6	21,2
6	29,9	26,5
7	35,7	27,9
8	37,9	22,5
9	43,3	24,8

Fonte: o autor (2024)

Para a estimativa dos coeficientes do efeito aleatório ( $b_k$ ) conforme expressão 7 no item 4.4, é necessário, com os diâmetros e altura das árvores amostradas para calibração (Tabela 22) encontra-se a matriz  $Z$  e  $res$  conforme expressões 24 e 25 respectivamente. Os coeficientes do efeito aleatório para este povoamento estão na expressão 26.

$$Z = \begin{matrix} 1 & \text{Ln(DAP1)} \\ 1 & \text{Ln(DAP 2)} \\ 1 & \text{Ln(DAP 3)} \\ 1 & \text{Ln(DAP 4)} \\ 1 & \text{Ln(DAP 5)} \\ 1 & \text{Ln(DAP 6)} \\ 1 & \text{Ln(DAP 7)} \\ 1 & \text{Ln(DAP 8)} \\ 1 & \text{Ln(DAP 9)} \end{matrix} \longrightarrow Z = \begin{matrix} 1 & 2,7081 \\ 1 & 2,9178 \\ 1 & 2,9806 \\ 1 & 3,2958 \\ 1 & 3,3878 \\ 1 & 3,3979 \\ 1 & 3,5752 \\ 1 & 3,6350 \\ 1 & 3,7682 \end{matrix} \quad (24)$$

$$\text{res} = \begin{array}{l} h1 - (\beta_o + \beta_1 * \ln \text{DAP1}) \\ h2 - (\beta_o + \beta_1 * \ln \text{DAP2}) \\ h3 - (\beta_o + \beta_1 * \ln \text{DAP3}) \\ h4 - (\beta_o + \beta_1 * \ln \text{DAP4}) \\ h5 - (\beta_o + \beta_1 * \ln \text{DAP5}) \\ h6 - (\beta_o + \beta_1 * \ln \text{DAP6}) \\ h7 - (\beta_o + \beta_1 * \ln \text{DAP7}) \\ h8 - (\beta_o + \beta_1 * \ln \text{DAP8}) \\ h9 - (\beta_o + \beta_1 * \ln \text{DAP9}) \end{array} \longrightarrow \text{res} = \begin{array}{l} 2,3100 \\ 3,9841 \\ 0,8268 \\ 3,9333 \\ -0,9356 \\ 4,2910 \\ 4,4011 \\ -1,4340 \\ -0,1032 \end{array} \quad (25)$$

$$\begin{array}{l} b_0 = -2,3414 \\ b_1 = -0,1514 \end{array} \quad (26)$$

Como etapa final da calibração, procede-se a soma dos coeficientes do efeito fixo (originado da modelagem mista – expressão 26) aos respectivos coeficientes da calibração – expressão 26) e tem-se a equação calibrada (expressão 27) para o povoamento de *Pinus maximinoi* de 11 anos, a qual pode de ser inserida no respectivo processamento do inventário.

$$h = -0,1721 + 7,1245 * \ln(\text{DAP}) \quad (27)$$

## 6.8 CALIBRAÇÃO UTILIZANDO O CALPIN

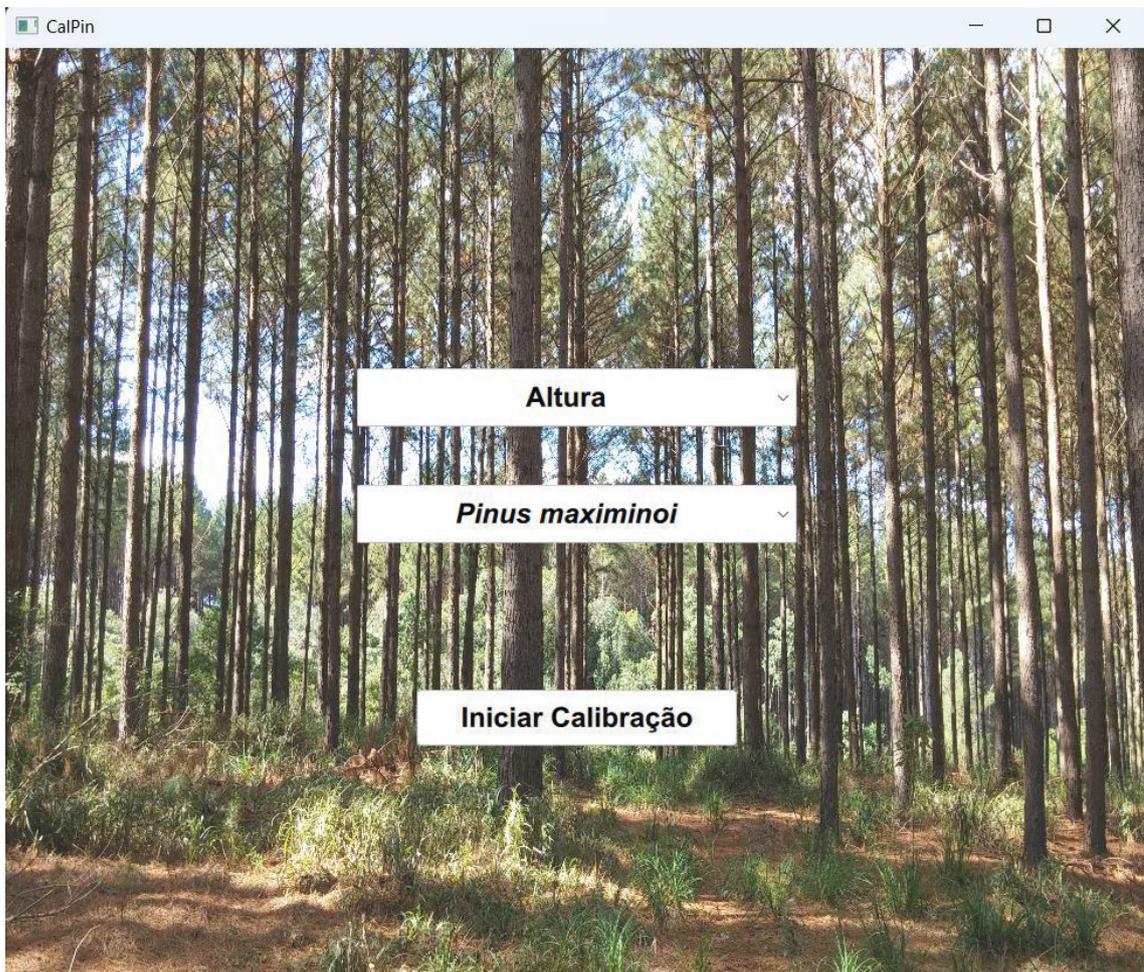
Para tornar simplificar o cálculo do processo de calibração, exemplificado no item 6.7, foi desenvolvido o aplicativo CALPIN.

Para utilização do aplicativo é necessário a utilização do software Julia®, em que para inicializar o pacote é necessário o uso apenas quatro linhas de código, como descrito a seguir:

```
using Pkg
Pkg.add(url="https://github.com/renilsonlisboa/CalPin.jl")
using CalPin
CalcPin()
```

Após o comando “CalcPin()” abre-se a tela inicial do aplicativo conforme a Figura 82.

Figura 82 - Tela inicial do aplicativo - CalPin



FONTE: O autor (2024).

Na tela inicial (Figura 82), então seleciona-se a variável para qual se deseja calibrar a equação (neste exemplo a altura) e a espécie de interesse (*Pinus maximinoi*). Após selecionar ao botão “Iniciar Calibração”, é aberta a janela para a inserção dos pares de altura e diâmetro das árvores selecionadas e mensuradas para a calibração (Figura 83).

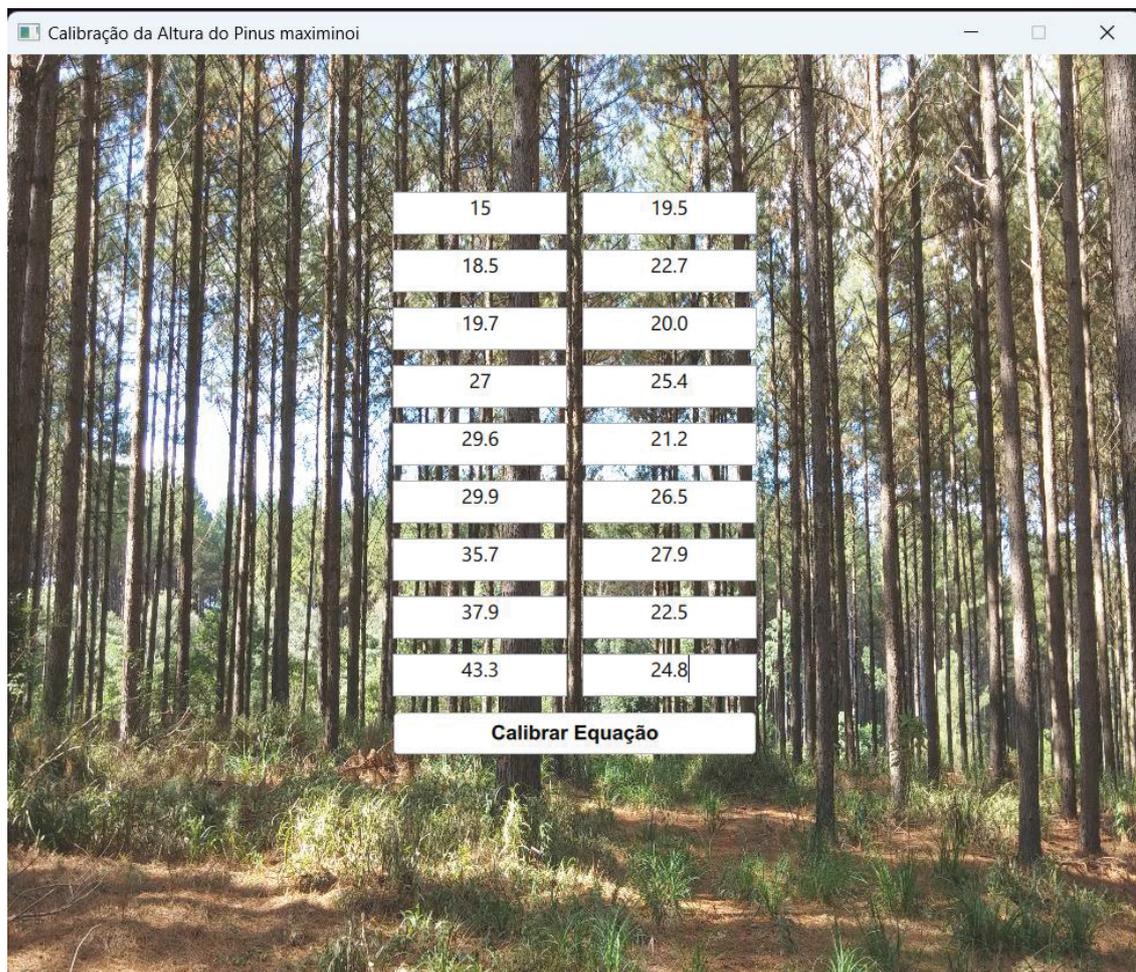
Figura 83 - Tela para inserção dos dados das árvores calibradas



FONTE: O autor (2024).

Conforme critério indicado na presente pesquisa, para a calibração de equações hipsométricas em Povoamento de *Pinus maximinoi* são necessárias nove árvores, selecionadas conforme critério L9 descrito na Tabela 10. Procedese então o preenchimento dos dados (Figura 84) das árvores selecionadas na Tabela 22.

Figura 84 - Inserção dos dados de diâmetro e altura das árvores selecionadas e mensuradas para calibração

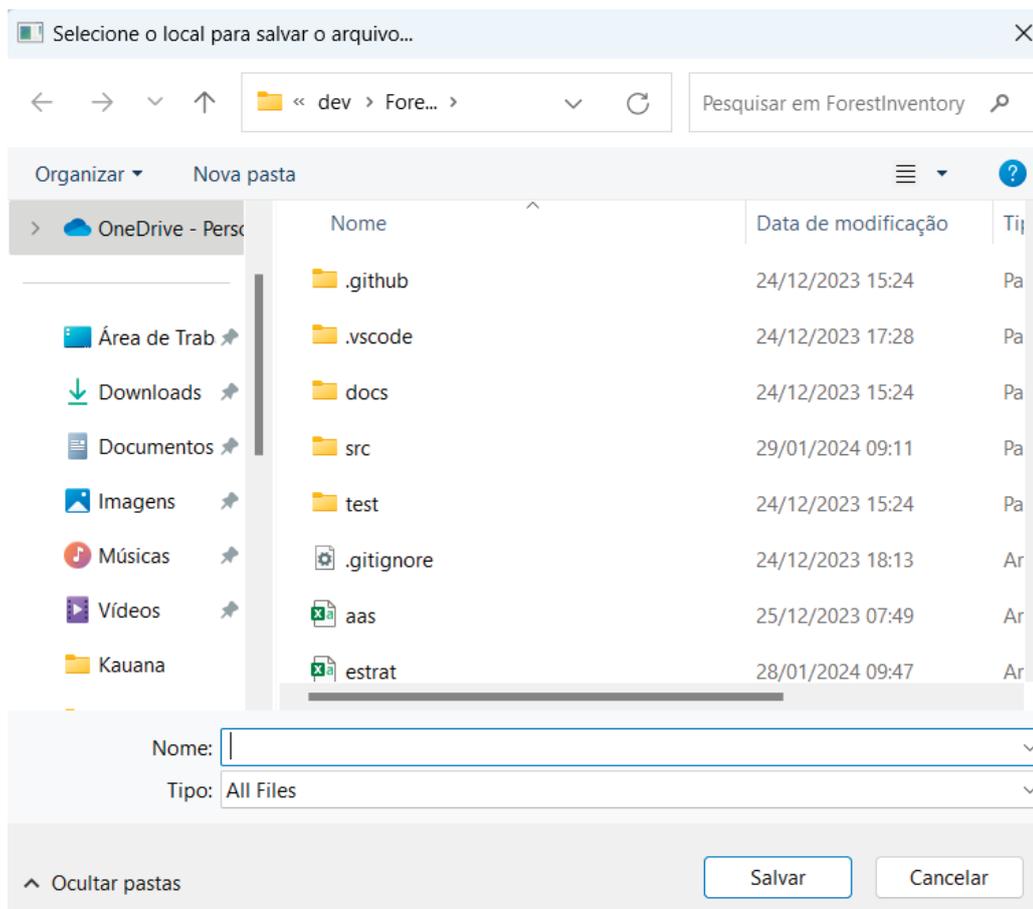


15	19.5
18.5	22.7
19.7	20.0
27	25.4
29.6	21.2
29.9	26.5
35.7	27.9
37.9	22.5
43.3	24.8
<b>Calibrar Equação</b>	

FONTE: O autor (2024).

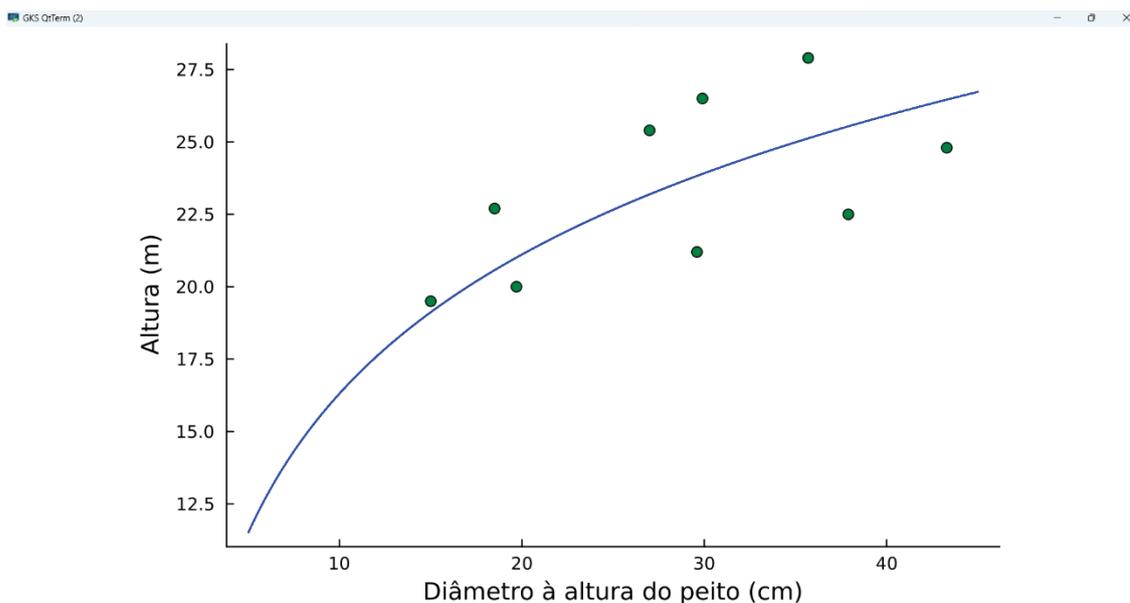
Inserido os dados no CalPin, basta clicar no botão: “Calibrar Equação”. Então abrir-se-á uma tela que o usuário escolha um local em seu computador para salvar (Figura 85) o gráfico gerado com a equação calibrada (Figura 86). Após este processo é gerada a tela final (Figura 87) onde é apresentado os coeficientes do efeitos aleatório (para o povoamento que está sendo calibrada a equação – no caso deste exemplo *Pinus maximinoii* com 11 anos).

Figura 85 - Janela para escolha do local para salvar o gráfico a ser gerado



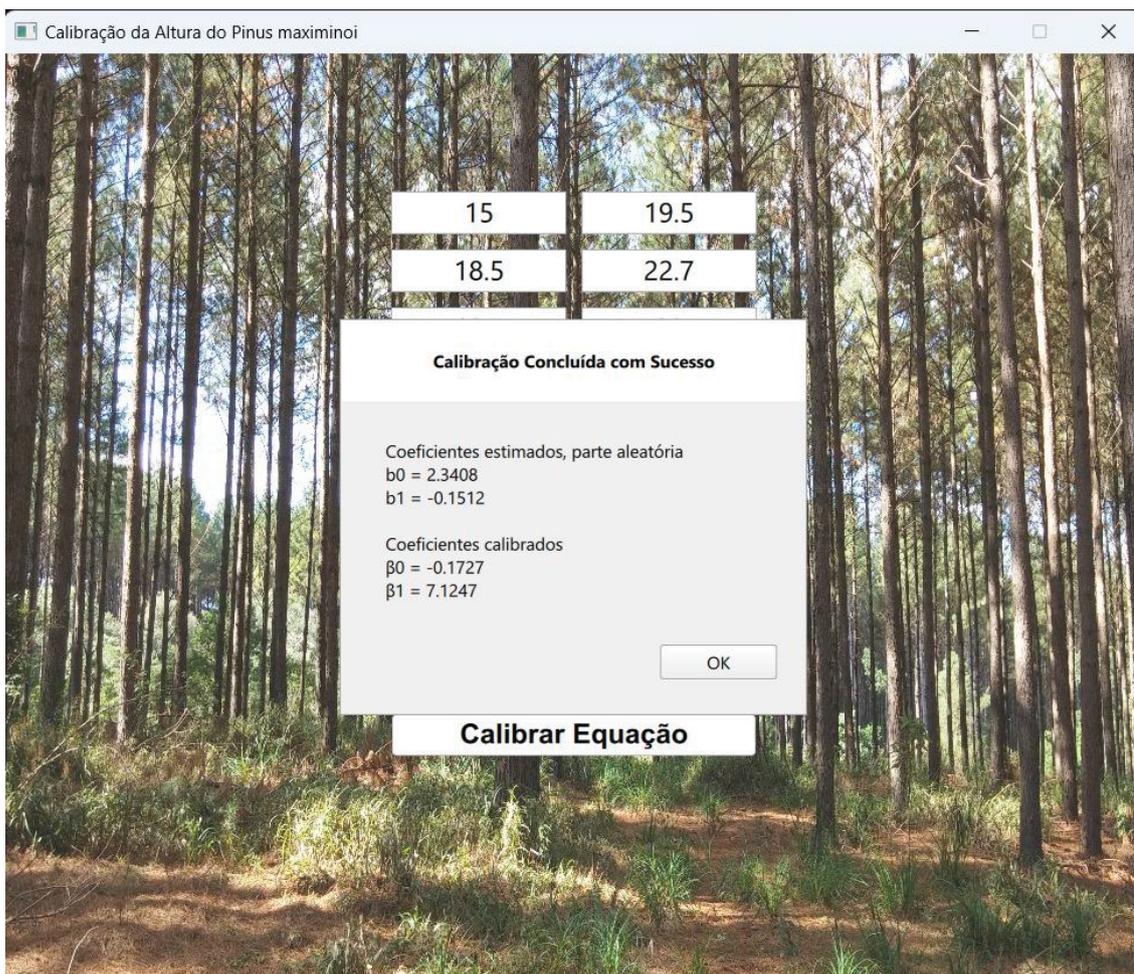
FONTE: O autor (2024).

Figura 86 - Gráfico gerado pela equação calibrada



FONTE: O autor (2024).

Figura 87 - Coeficientes da parte aleatória e da equação calibrada



FONTE: O autor (2024).

Com os coeficientes  $\beta_0$  e  $\beta_1$  tem-se a equação calibrada para o povoamento, podendo ser utilizada no processo do inventário florestal para a estimativa das alturas para as demais árvores. Assim a equação gerada para a estimativa da altura é:

$$h = -0,1721 + 7,1245 * \ln(DAP) \quad (27)$$

Este é um processo gerado para reduzir o esforço amostral para ajustar equações de altura e volume, mas deve ser utilizado com atenção especialmente quanto aos itens discutidos no plano de calibração (item 6.6).

## 7 DISCUSSÃO

### 7.1 ESTATÍSTICA DESCRITIVA

Os resultados das estatísticas descritivas das variáveis dendrométricas encontradas por Lima *et al.* (2016), Pertille *et al.* (2018), Pelissari *et al.* (2011), corroborando de maneira consistente com as medidas de diâmetro, altura e volume, bem como com as variações observadas no presente trabalho. As bases de dados utilizadas revelaram resultados concordantes com a literatura para o domínio dos dados, fortalecendo a coerência e a validade das análises realizadas. Os resultados obtidos para diâmetro, altura e volume encontram respaldo consistente para os padrões previamente estabelecidos pela literatura científica, reforçando a robustez dos resultados obtidos.

Pelissari *et al.* (2011) avaliaram modelos volumétricos para a espécie PNCH, em povoamentos no estado de Rondônia com idades variando de quatro a 12 anos. A espécie PNCH apresentou valores de diâmetro médio de 8,37 a 17,19 cm, altura média de 6,81 a 18,33 m e um volume médio de 0,024 a 0,236 m<sup>3</sup>. Lima *et al.* (2016) avaliaram a acuracidade de métodos de cubagem para a estimativa do volume em povoamentos da espécie PNTA com idades de nove, 13 e 20 anos na região de Ponte Alta-SC. Estes povoamentos apresentaram diâmetro médio com amplitude de 17,4 cm a 37,8 cm e altura média de 12,6 m a 26,2 m. Pertille *et al.* (2018) testaram diferentes métodos de estimativa de volume para povoamentos da espécie PNTA com base em classes de idade (quatro à 19 anos), na região de Telêmaco Borba-PR. Tal base de dados contempla diâmetro médios variando de 11,9 a 36,22 cm, altura total com amplitude de 17,69 m (7m – 25,64 m) e um volume médio de 0,0591 m<sup>3</sup> à 1,2609 m<sup>3</sup>.

### 7.2 MODELAGEM HIP SOMÉTRICA E VOLUMÉTRICA TRADICIONAL

Na modelagem hipsométrica, a variação nos valores dos coeficientes de determinação ( $R^2$  e  $R^2_{aj}$ ) para as equações de altura ajustadas também foi observada nos estudos de Nicoletti *et al.* (2016), David *et al.* (2017) e Carielo *et al.* (2022). Isso reflete uma complexa dinâmica na relação simples entre diâmetro e a altura, com valores da estatística variando de 0,5 a 0,71 e, muitas vezes, também abaixo de 0,5,

indicando a presença de desafios na modelagem da relação hipsométrica. Observa-se que, devido a essa variação, quando da avaliação da qualidade das calibrações em comparação com o método testemunha, optou-se por não se basear nos valores da estatística  $R^2$ .

Nicoletti *et al.* (2016), David *et al.* (2017) e Carielo *et al.* (2022), em ajuste de modelos hipsométricos, os mesmos utilizados neste trabalho, encontraram coeficientes de determinação ajustado das equações entre 0,5 e 0,71 ( $R^2_{aj.}$ ) e um erro padrão da estimativa (Syx%) abaixo de 10% para os melhores ajustes. Donadoni *et al.* (2010) no ajuste de modelos hipsométricos de Curtis, Stoffels, Henricksen e Trorey para povoamento de *Pinus maximinoii*, também observaram o mesmo comportamento do coeficiente de determinação encontrado, estando em sua maioria abaixo de 0,5.

Nicolleti *et al.* (2016), para um dos tratamentos avaliados em povoamento de *Pinus taeda*, que foi sujeito a três desbastes, relataram que, para todos os modelos testados, os valores de  $R^2_{aj.}$  resultaram abaixo de 0,2, tendo apenas os povoamentos mais velhos próximos ao corte raso apresentando valores superiores a 0,7. Essa alternância ocorre em um mesmo modelo, pois Carielo *et al.* (2022) avaliaram o modelo de Curtis para a estimativa da altura de um povoamento de 13 anos de *Pinus caribea var hondurensis*, variando apenas a quantidade de parcelas utilizadas no ajuste, obtiveram coeficientes de determinação de 0,034 à 0,858.

Scolforo (2005) destacou que a relação hipsométrica em plantios é afetada por povoamentos malformados, povoamentos clonais ou povoamentos que foram sujeitos a desbastes. Na presença de uma baixa correlação entre as variáveis DAP e altura, é natural esperar que os coeficientes de determinação sejam mais baixos, ou seja, mais próximos a zero do que a 1.

Em relação a escolha da equação para a estimativa de alturas, o modelo de Henricksen revelou-se como o escolhido para as calibrações subsequentes para todas as espécies, demonstrando consistência de desempenho, conforme evidenciado. Essa preferência reforça a robustez do modelo de Henricksen na predição acurada da altura para os cenários testados. Este também foi o modelo escolhido por Nicoletti *et al.* (2016) em povoamentos de *Pinus taeda* e em outros estudos para o gênero, como nas pesquisas conduzidas por Donadoni *et al.* (2010) e David *et al.* (2016).

No estudo de Donadoni *et al.* (2010), em ajuste hipsométricos para povoamento de *Pinus tecunamii* em Rondônia, o modelo de Henricksen resultou em desempenho sempre próximo aos melhores modelos, apresentando uma diferença no erro padrão

da estimativa abaixo de 0,5% em todos os casos avaliados. David *et al.* (2016), dentre 20 conjuntos de dados para ajuste hipsométricos em população de *Pinus*, em três deles tiveram o modelo de Henricksen escolhido. Os autores também encontraram como melhor, o modelo de Stoffels e Trorey (dois casos), Curtis (em cinco casos) e Assmann (dois casos). Situação semelhante também foi encontrada por Nicoletti *et al.* (2016) no ajuste para quatro diferentes tratamentos.

Na modelagem volumétrica, o modelo de Schumacher & Hall obteve o melhor desempenho em ambas as espécies. Isso também foi reportado por Bonazza *et al.* (2019) para povoamentos de *Pinus patula* em Santa Catarina e Santos *et al.* (2019) para *Pinus taeda*. O modelo de Schumacher & Hall é amplamente reconhecido e utilizado na ciência florestal para estimativas de volume, havendo centenas de trabalhos científicos com sua recomendação para várias espécies florestais.

Carielo *et al.* (2022) avaliaram o desempenho do modelo de Schumacher & Hall para dados de cubagem de *Pinus caribea var hondurensis* com idade de 13 e 14 anos. Os autores observaram valores de  $R^2_{aj}$  acima de 0,9 em ambas as idades e erros padrões da estimativa de 9,4% e 11,66%, respectivamente. Esses resultados coincidem com o desempenho das equações ajustadas de Schumacher & Hall, em que os valores do coeficiente de determinação foram semelhantes (acima de 0,9), e valores de  $Sy_x\%$  variando de 4,22% (para o povoamento com melhor desempenho do modelo) à 9,64%.

Em povoamentos de *Pinus taeda* (com idades de 7 a 23 anos – agrupadas a cada três anos) na região Oeste do estado de Santa Catarina, no ajuste de modelos para a estimativa do volume total, Santos *et al.* (2019) informaram que o modelo de Schumacher & Hall foi superior para a estimativa do volume tanto nos conjuntos dos dados, como para os blocos de idade. Pertille *et al.* (2018) ao avaliarem oito modelos para a estimativa de volume para a espécie de *Pinus taeda*, observaram os mesmos resultados, concluindo que o modelo Schumacher & Hall deveria ser utilizado para todos os grupos de idades.

### 7.3 CALIBRAÇÃO DE MODELOS HIPSONÔMETRICOS E VOLUMÉTRICOS

Na introdução da presente pesquisa foram destacadas três preocupações principais que surgem na condução da modelagem para calibrar equações: i) Níveis hierárquicos, ii) Tamanho da amostra e seleção de árvores e iii) Manutenção das

Estatísticas de Ajuste das Equações.

O primeiro item, níveis hierárquicos, não foi testado, tendo-se definido à priori o nível Povoamento para facilitar o tratamento das bases de dados disponibilizadas. Além desse tratamento prático, o nível hierárquico Povoamento carrega consigo efeitos das características do solo, dos elementos meteorológicos e regimes de manejo sobre as equações a serem estabelecidas.

A partir dos resultados evidenciados na literatura, foi possível constatar que nos modelos nos quais a calibração foi efetuada, em 87% foi utilizada a parcela como nível de aplicação do efeito aleatório. Também deve-se destacar que pesquisadores têm adotado níveis mais abrangentes que a parcela, tais como povoamento (Lappi, 1991; Santos *et al.*, 2023), talhão (Vanderschaaf, 2012; Lhotka, 2012) e fazenda (Vismara *et al.*, 2015). Assim, destaca-se que existe um caminho de possibilidades para aperfeiçoar as estimativas de altura e volume por meio de tratamentos dos níveis hierárquicos, dependentes de bases de dados estruturadas para tanto.

Na maioria dos trabalhos, a calibração é aplicada em modelos hipsométricos. Em apenas três trabalhos, a variável volume foi objeto de teste para a aplicação da calibração do efeito aleatório (Lappi, 1991; Vismara *et al.*, 2015; Santos *et al.*, 2023). Um dos motivos para a maior aplicação da calibração em modelos hipsométricos pode decorrer do fato destas equações apresentarem resultados estatísticos de avaliação menos satisfatórios e mostrarem maior instabilidade em comparação com os modelos volumétricos.

Outro ponto a ser considerado refere-se também à formação de base de dados para altura e volume. Destaca-se que durante o processo de estabelecimento das bases de dados, para equações de altura, foi obtida maior quantidade de dados do que para o volume. A base utilizada para a modelagem hipsométrica é consideravelmente maior do que aquela utilizada para a modelagem volumétrica, o que é típico nas empresas florestais.

Dados de pares de diâmetro e altura são mensurados com um custo menor e sua obtenção também é facilitada, por exemplo, em nível da parcela, quando comparado com a aquisição de dados de volume. Normalmente, a cubagem é realizada em nível de povoamento, com método destrutivo para a mensuração dos dados de diâmetro nas seções ao longo do fuste, com alto custo de obtenção. O estabelecimento de níveis também depende da ordem de investimentos para formação das bases de dados.

Quanto ao tamanho da amostra e seleção de árvores para a calibração de modelos hipsométricos, diversos critérios foram testados. Na maioria dos trabalhos avaliados, o critério para escolha de árvores é baseado na seleção aleatória, sendo até mesmo o único critério (Trincado *et al.*, 2007; Adame *et al.*, 2008; Jiang e Li, 2010; Vanderschaaf, 2014; Lhotka, 2014; Sharma *et al.*, 2019; Özçelik *et al.*, 2018; Vanderschaaf, 2019; Karatepe *et al.*, 2020), e variando apenas a quantidade de árvores. Outros critérios também foram avaliados, tais como: a seleção por classes de diâmetro (Raptis *et al.*, 2021; Chenge, 2021, Paulo *et al.*, 2011), diâmetro mínimo e máximo (Dorado *et al.*, 2006; Ercanli, 2015), diâmetro quadrático médio (Dorado *et al.*, 2006; Ogana *et al.*, 2020), diâmetro médio (Crescente-Campo *et al.*, 2010; Ercanli, 2015; Adamec e Drapela, 2016), árvores dominantes (Calama e Monteiro *et al.*, 2004; Paulo *et al.*, 2011; Raptis, 2021) e intervalos diversos de diâmetros (Adamec e Drapela, 2016; Bronisz e Mehtätalo, 2020).

A inclusão do efeito aleatório em um determinado modelo tem o objetivo de absorver o efeito da variação de níveis hierárquicos sobre a alometria, no presente caso para altura ou volume. Espera-se, por meio da calibração, absorver efeitos dos níveis hierárquicos, que afetam as relações hipsométricas e volumétricas, com uma amostra pequena e que permita calibrar a equação para uma nova condição, por exemplo, para novos povoamentos.

Jiang e Li (2010) em populações de *Larix gmelinii* na China, relatam que o processo de calibração foi responsável por prever indiretamente os efeitos da densidade do povoamento na relação diâmetro-altura, permitindo, assim, a manutenção de um modelo mais simples, sem adição de covariáveis preditoras adicionais. Dorado *et al.* (2006) e Crescente-Campo *et al.* (2010) incluíram a altura dominante como covariável no modelo de altura e Vargas-Larreta *et al.* (2009) adicionaram o diâmetro quadrático médio nas covariáveis do modelo.

Na literatura, a principal variável para a seleção de árvores para calibração foi o diâmetro, tanto para estimativas do volume como para a altura. No entanto, Sharma e Breidenbach (2015) e Sharma *et al.* (2016) utilizaram a altura como critério de referência para a seleção na modelagem de modelos hipsométricos. Contudo, Sharma *et al.* (2016) afirmaram que a seleção de árvores para calibração com base na altura pode causar viés na estimativa da altura, indicando que o mais apropriado é que as árvores sejam selecionadas aleatoriamente com base no seu diâmetro.

A calibração do efeito aleatório utilizando apenas a menor árvore da amostra

do povoamento ou apenas a maior árvore pode gerar um viés que leva à subestimativa ou superestimativa, respectivamente, na estimativa da altura (Sharma *et al.*, 2016). Para Sharma e Breidenbach (2015), a possível causa para o viés seria devido a presença de observações discrepantes que foram utilizadas para calibração, o que a seleção de árvores representativas corrigiria e traria melhora na acurácia.

De acordo com Calama e Montero (2004), a seleção de árvores mais grossas, não necessariamente pode ser um problema. Para os autores, essas árvores podem oferecer uma melhor resposta para as maiores árvores inclusas no efeito aleatório aplicado, que, nestes casos, seriam os indivíduos de maior volume do povoamento, e, por consequência, os mais valiosos.

Quanto ao número de árvores testadas para calibração, nos modelos hipsométricos, houve variação na quantidade e respectiva combinação com os critérios de seleção em cada trabalho, oscilando de uma a dez árvores selecionadas. A exceção foi Temesgen *et al.* (2008), que testaram até 15 árvores para a calibração dos efeitos aleatórios em nível de parcela, tendo encontrado estabilidade nos resultados a partir de quatro árvores selecionadas aleatoriamente.

Para a calibração dos modelos volumétricos, Vismara *et al.* (2015) avaliaram a seleção aleatória de uma a 20 árvores, enquanto Santos *et al.* (2023) testaram a seleção de uma a 9 árvores, de maneira aleatória e com base no DAP. Para Vismara *et al.* (2015), a calibração com a seleção de dez árvores apresentou estatísticas de avaliação que se estabilizaram para os povoamentos de *Eucalyptus* spp., em que o ganho com a adição de mais árvores era menor quando comparado à utilização da quantidade menor de árvores. Santos *et al.* (2023) apresentaram como recomendação para os povoamentos de Acácia Negra a calibração dos modelos com a seleção de três árvores por povoamento a ser calibrado – sendo uma árvore próxima ao DAP médio, uma árvore com dois desvios padrões abaixo do DAP médio e uma árvore com dois desvios padrões acima.

Para as espécies alvo do presente trabalho, PNCH e PNTA, foi recomendado a quantidade de uma e sete árvores, respectivamente, para calibração do modelo volumétrico a nível de povoamento. Para ambas as espécies os critérios para a seleção do número recomendado de árvores foram baseados no DAP, como encontrado por Santos *et al.* (2023), ao invés de uma seleção aleatória, corroborando também com o descrito por Sharma *et al.* (2016) para os modelos hipsométricos.

Para a estimativas das alturas, os trabalhos que avaliaram a seleção aleatória

das árvores, em grande parte encontraram duas ou três árvores como o número ideal para calibração, com exceção de Özçelik *et al.* (2018) com quatro árvores para povoamentos de *Brutian pine* e *Taurus cedar* na Turquia, e Trincado *et al.* (2007) com apenas uma árvore em florestas de *Pinus taeda* nos EUA.

Quando a seleção de árvores foi realizada com critério de estratificação, os desempenhos foram melhores do que a seleção aleatória, sendo a estratificação feita com base no desvio do diâmetro em relação a sua média. Raptis *et al.* (2021) e Chenge (2021) encontraram como melhor critério a seleção de quatro árvores distribuídas em quatro classes de diâmetro (uma árvore selecionada para cada classe). Para Ciceu *et al.* (2020), o critério indicado foi a seleção de três árvores de DAP médio e três com maiores DAP (com base no povoamento a ser calibrado pelo modelo), totalizando a seleção de seis árvores ao todo.

Bronisz e Mehtätalo (2020) em povoamentos jovens de *Silver birch* na Polônia e Paulo *et al.* (2011) com população de *Quercus suber* L. em Portugal obtiveram os melhores resultados com a calibração dos modelos utilizando as árvores com maior DAP. Corral-Rivas *et al.* (2014) testaram dois métodos de seleção de árvores para calibração, selecionando árvores próximas ao diâmetro médio (Método 1) e proporcional em três classes de DAP (Método 2), para as espécies de *Pinus spp.* e *Quercus spp.*, espécies coníferas e folhosas. Para todos os grupos de espécies a seleção de três árvores foi encontrada como o número ideal de árvores, entretanto diferiram quanto ao método de seleção. O método 1 para as espécies coníferas e o método 2 para as folhosas apresentaram as melhores estatísticas de avaliação.

A calibração dos modelos hipsométricos para as espécies avaliadas na presente pesquisa foi selecionado o mesmo número e método de seleção das árvores. Entretanto, para a estimativa do volume, as espécies avaliadas divergiram, tendo a espécie PNTA a seleção de sete árvores proporcionais ao DAP, e para a espécie PNCH apenas uma árvore dentre as maiores de DAP da amostra do povoamento a ser calibrado.

Adamec e Drapela (2016) avaliaram a seleção com base em dois critérios: a) árvores com  $\pm 2$  cm em relação ao DAP médio (selecionando de uma a cinco árvores) e b) dividindo em três estratos: I – DAP mínimo + 4 cm; II – DAP médio  $\pm 2$  cm; III – DAP máximo – 4 cm (selecionando uma, duas ou três árvores em cada estrato). Para um povoamento de *Norway spruce* na República Checa, o critério b com a seleção de nove árvores ao todo (três em cada estrato) produziu os melhores resultados para a

predição e confiabilidade na estimativa das alturas. Os autores ressaltam que a depender da exigência da exatidão e confiabilidade desejada, o mesmo critério com a seleção de seis árvores ao todo, também pode ser utilizado.

Tais resultados, mencionados sobre a seleção de árvores para a calibração, corroboram com os encontrados na presente pesquisa, em que os melhores resultados foram obtidos com a seleção de árvores proporcionais ao DAP do povoamento alvo da calibração. Para ambas as espécies avaliadas, PNTA e PNMX, o critério apropriado para a calibração foi por meio da estratificação do DAP, com a seleção de nove árvores (três em cada estrato).

Dorado *et al.* (2006) e Crescente-Campo *et al.* (2010) apresentaram uma situação em que as três menores árvores foram as que apresentaram as melhores estatísticas para calibração dos modelos. No entanto, a inclusão da altura dominante como covariável do modelo causou um menor impacto no uso dos dados adicionais oriundos de árvores maiores ou medianas do povoamento, para explicar a variabilidade do efeito aleatório aplicado, ao contrário das árvores menores.

Foi possível constatar na presente pesquisa que o número de árvores ideal para a calibração não segue um padrão, variando para cada povoamento avaliado, para modelos volumétricos e hipsométricos. A estimativa da altura depende da variação da estrutura vertical do povoamento e do número de árvores utilizadas para prever o efeito aleatório, pois quanto mais homogêneo for o povoamento, menor tende a ser o número de árvores ideal para a calibração (Trincado *et al.*, 2007; Sharma *et al.*, 2016).

Para Vanderschaaf (2014) em povoamentos de espécies coníferas nos EUA, foi recomendado o uso de três a cinco árvores por parcela como quantidade ideal de árvores para a calibração, levando em conta o compromisso com a capacidade preditiva e o tempo de amostragem em campo. No entanto, se a calibração for realizada para o nível de povoamento, pode ser economicamente viável amostras de dez a 15 árvores.

Nesta pesquisa, para o volume e a altura, a previsão dos efeitos aleatórios foi realizada em nível povoamento, e foi recomendado um número menor do que dez árvores em todos os casos. Para a espécie PNCH, a calibração do efeito aleatório para o volume pressupõe o uso de apenas uma árvore dentre as de maior diâmetro do povoamento. Esses fatos podem indicar que não necessariamente o nível do efeito aleatório deva ser o de maior abrangência, pois vai necessariamente exigir um maior

número de árvores.

Na literatura, é consenso que, quanto maior for o número de árvores selecionado para a previsão do efeito aleatório, maior será a obtida nos ajustes, tanto na estimativa da altura como na do volume (Calama e Montero, 2004; Jiang e Li, 2010; Sharma e Breidenbach, 2015; Vismara *et al.*, 2015; Sharma *et al.*, 2016; Adame e Drápela, 2016; Karatepe *et al.*, 2020). No entanto, a partir de determinado número de árvores selecionado para a calibração da equação, existem ganhos marginais (Trincado *et al.*, 2007), ou até mesmo um ganho decrescente na qualidade das estatísticas de avaliação (Özçelik *et al.*, 2018).

Tais ganhos na qualidade podem ser aumentados, independente do povoamento ser de uma única espécie ou misto delas, quando todas as árvores medidas forem usadas para prever o efeito aleatório (Sharma *et al.*, 2016), como avaliado no trabalho de Sharma e Breidenbach (2015). Utilizar todas as árvores para estimativa gera um custo alto com a amostragem para obtenção dos dados. O número ideal de árvores a ser recomendado no processo de calibração deve levar em conta um equilíbrio entre o ganho de exatidão e o custo de amostragem (Dorado *et al.*, 2006; Jiang e Li, 2010; Vanderschaaf, 2013; Vanderschaaf, 2014; Özçelik *et al.*, 2018), pois um aumento na quantidade de alturas mensuradas com baixo ganho de acurácia na equação, não se justifica pelo aumento nos custos envolvidos (Calama e Monteiro, 2004).

Segundo informações colhidas junto a uma empresa florestal no estado de Santa Catarina, o custo de obtenção das alturas em um inventário florestal é cerca de 30 a 40% do custo total para a instalação de uma parcela do inventário, enquanto a cubagem acarreta valores de R\$ 220 a R\$ 350 por árvore (considerando o Método de Hohenadl com 16 seções) e dependente da quantidade de árvores a serem cubadas, declividade do terreno e dificuldade na derrubada.

Considerando os resultados obtidos na presente pesquisa, que ensejou recomendar para a calibração de equações de altura (nove pares) e volume a cubagem de uma árvore e sete árvores respectivamente, os resultados deste estudo são de relevância para aprimorar a eficiência dos inventários florestais em povoamentos de *Pinus*, uma vez que proporcionaram a otimização da coleta de dados e a redução do tamanho da amostra para ajuste de equações de altura e volume.

A recomendação da quantidade e quais árvores devem ser selecionadas, especificamente para calibração de equações de altura e volume, contribui para uma

abordagem mais acurada e eficiente na obtenção de dados para modelagem de altura e volume, reduzindo o custo total do inventário. A aplicação prática dessas recomendações resultará em benefícios econômicos e operacionais para as empresas envolvidas em atividades florestais.

No que se refere ao último aspecto abordado, a manutenção das estatísticas das estimativas, em comparação ao método testemunha, é crucial após a calibração das equações. Tais estimativas devem permanecer próximas daquelas obtidas por meio do método testemunha, pois este é amplamente empregado nas empresas florestais. Verificou-se que os resultados das estatísticas das equações calibradas foram próximos daqueles observados no método tradicional, diferindo em não mais que 5% em relação a este último. Destaca-se, sobretudo, a notável capacidade das equações calibradas de se manterem dentro do intervalo de confiança da regressão ajustada pelo método tradicional, refletindo também em excelentes estatísticas e gráficos de concordância.

Essa consistência nos resultados obtidos nas equações calibradas, utilizando pequenas amostras, não apenas valida o método empregado, mas também reforça a confiabilidade das equações ajustadas. A proximidade das estimativas obtidas por meio dessas equações calibradas em relação ao método testemunha indica uma segurança para uso do método, proporcionando uma base sólida para a utilização prática desses modelos na estimativa de alturas e volumes de árvores em povoamentos de *Pinus*. Isso fortalece a utilidade do método para uso prático em povoamentos de *Pinus* spp. no Brasil, especialmente no sul do país, devido à área do cultivo desse gênero.

## 8 CONCLUSÕES

Considerando os resultados obtidos para atingir os objetivos propostos, têm-se como principais conclusões:

No processo de calibração de equações de volume, para a espécie *Pinus caribaea* var. *hondurensis*, a seleção de uma árvore com diâmetro à altura do peito (DAP) superior à média mais um desvio padrão (critério C1) foi a mais apropriada. Para a espécie *Pinus taeda* a seleção de sete árvores, em que duas devem possuir diâmetro inferior à média menos um desvio padrão, outras duas devem ter diâmetro entre a média mais ou menos um desvio padrão, e as outras três com diâmetro superior à média mais um desvio padrão (critério J7) foi a mais efetiva.

Quanto à calibração de equações de altura para as espécies *Pinus maximinoi* e *Pinus taeda*, a seleção de nove árvores foi a indicada. Dessas, três devem possuir diâmetro inferior à média menos um desvio padrão, outras três devem ter diâmetro entre a média mais ou menos um desvio padrão, e as três restantes devem apresentar diâmetro superior à média mais um desvio padrão (critério L9).

As estatísticas obtidas das equações calibradas permaneceram em estreita proximidade com aquelas obtidas pelo método tradicional, diferindo em menos de 5%. As equações calibradas apresentaram consistência ao permanecerem dentro do intervalo de confiança da regressão ajustada pelo método tradicional, resultando em estatísticas e gráficos de concordância confiáveis, em relação ao esperado para altura e volume.

A coerência nos resultados obtidos pelas equações calibradas, com o uso de amostras de tamanho reduzido, não apenas valida o método empregado, mas também fortalece a exatidão das equações calibradas.

A utilização do aplicativo de calibração (CALPIN), para a obtenção prática de equações aplicáveis a povoamentos de *Pinus* apresenta-se como uma opção para facilitar a calibração de equações de altura e volume.

## REFERÊNCIAS

- ADAME, P.; RÍO, M. del; CAÑELLAS, I. A mixed nonlinear height–diameter model for pyrenean oak (*Quercus pyrenaica* Willd.). **Forest Ecology and Management**, v. 256, p. 88-98, 2008.
- ADAMEC, Z.; ADOLT, R.; DRÁPELA, K.; ZÁVODSKÝ, J. Evaluation of different calibration approaches for merchantable volume predictions of Norway spruce using nonlinear mixed effects model. **Forests**, v. 10, n. 12, p. 1104, 2019.
- ADAMEC, Z.; DRÁPELA, K. Comparison of parametric and nonparametric methods for modeling height-diameter relationships. **iForest**, v. 10, p. 1-8, 2016.
- ALCARDE, R. **Modelos lineares em dados longitudinais com o uso do pacote ASReml-R**. 156 f. Tese (Doutorado em Ciências – Área de Concentração: estatística e Experimentação Agronômica) – Escola Superior de Agricultura “Luiz de Queiroz”, Piracicaba, 2012.
- ANDRADE, V. C. L. de; SCHMITT, T., CHAVE E CARVALHO, S. de P.; BINOTTI, D. H. B.; CALEGARIO, N. Modelos regionais de relação hipsométrica avaliados para plantio clonal de eucalipto em área de Cerrado. **Ciência Florestal**, v. 33, n. 2, p. 01-20, 2023.
- Associação Catarinense de Empresas Florestais – ACR: **Anuário Estatístico de Base Florestal para o Estado de Santa Catarina 2022 (Ano Base 2021)**. 106 p. Disponível em: <<https://acr.org.br/portfolio/titulo-anuario-estatistico-de-base-florestal-para-o-estado-de-santa-catarina-autor-associacao-catarinense-de-empresas-florestais-acr/>> Acesso em: 11/11/2022.
- Associação Paranaense de Empresas de Base Florestal – APRE: **Estudo Setorial APRE 2022**. 105p. Disponível em: <<https://apreflorestas.com.br/wp-content/uploads/2022/11/Estudo-Setorial-Apre-2022.pdf>> Acesso em: 18/11/2022.
- ATANAZIO, K. A.; KREFTA, S. M.; VUADEN, E.; KLEIN, D. R.; OLIVEIRA, G. S.; SILVA, M. T. S. da. Comparação de modelos para relação hipsométrica em Floresta de *Pinus taeda* L. no município de Enéas Marques, Paraná. **Scientia Agrária Paranaensis**, v. 16, n.4, p. 535-541, 2017.
- BARROS, D. A. de; MACHADO, S. A.; ACERBI JÚNIOR, F. W.; SCOLFORO, J. R. S. Comportamento de Modelos Hipsométricos tradicionais e Genéricos para Plantações de *Pinus oocarpa* em diferentes tratamentos. **Pesquisa Florestal Brasileira**, n. 45, p. 3-28, 2002.
- BARTOSZECK, A. C. de P. e S.; MACHADO, S. do A.; FIGUEIREDO FILHO, A.; OLIVEIRA, E. B. Dinâmica da relação hipsométrica em função da idade do sítio e da densidade inicial de povoamentos de Bracatinga da região metropolitana de Curitiba, PR. **Revista Árvore**, Viçosa, v. 28, n. 4, p. 517-533, 2004.

BATISTA, J. L. F.; COUTO, H. T. Z. do; SILVA FILHO, D. F. da; **Quantificação de recursos florestais – árvores, arvoredos e florestas**. São Paulo: Oficinas de textos, 2014. 383 p.

BELL, B. A.; ENE, M.; SMILEY, W.; SCHOENEBERGER, J. A. A multilevel model primer using SAS PROC MIXED. In: **SAS global forum**. 2013. p. 1-19.

BONAZZA, M.; NICOLETTI, M. F.; CRUZ, G. da S.; NOVACK JUNIOR, N. S.; SAMPIETRO A.; SILVA, P. H. B. M. da; CYSNEIROS, V. C. Métodos para estimativas volumétricas de *Pinus patula*. **Advances in Forestry Science**, v.6, n. 2, p. 673-679, 2019.

BRONISZ, K.; METÄTALO, L. Mixed-effects generalized height–diameter model for young silver birch stands on post-agricultural lands. **Forest Ecology and Management**, v. 460, p. 1 – 9, 2020.

BURKHART, H. E.; TOMÉ, M. **Modeling Forest Trees and Stands**. Springer: Dordrecht, The Netherlands; New York, NY, USA, 2012, p. 457.

CALAMA, R.; MONTERO, G. Interregional nonlinear height–diameter model with random coefficients for stone pine in Spain. **Canadian Journal of Forest Research**, v. 34, P. 150-163, 2004.

CAMPOS, J. C. C.; LEITE, H. G. **Mensuração florestal: perguntas e respostas**. 4 ed. Viçosa: UFV, 2013. 605p.

CAMPOS, S. C. C.; TREVISOL JUNIOR, T. L.; NETO, F. de P. Ainda sobre a seleção de equações de volume. **Revista Árvore**, v. 9, n.2, p. 115-126, 1985.

CARIELO, P.; ARCE, J. E.; FIGUEIREDO FILHO, A.; PELISSARI, A. L.; KOHLER, S. V.; RETSLAFF, F. A. de S.; BEHLING, A. Agrupamento de dados para ajustes de modelos hipsométricos e volumétricos em povoamentos de *Pinus oocarpa* e *Pinus caribaea* var. *hondurensis*. **Ciência Florestal**, v. 32, n.3, p.1165-1186, 2022.

CERQUEIRA, C. L.; MÔRA, R.; LENZI, I. L. C.; DRESCHER, R.; LIMA, E. M.; LISBOA, G. dos S.; FRANÇA, L. C. de J. Modelagem da Altura de *Pinus caribea* var. *hondurensis* em diferentes espaçamentos. **Biofix Scientific Journal**, v. 2, n.2, 2017.

CHENGE, I. B. Height–diameter relationship of trees in Omo strict nature forest reserve, Nigeria. **Trees, Forests and People**, v. 3, 2021.

CICEU, A.; GARCIA-DURO, J.; SECELEANU, I.; BADEA, O. A generalized nonlinear mixed-effects height–diameter model for Norway spruce in mixed-uneven aged stands. **Forest Ecology and Management**, v. 477, p. 1-12, 2020.

COBLE, D. W.; LEE, Y. A Mixed-Effects Height–Diameter Model for Individual Loblolly and Slash Pine Trees in East Texas. **Southern Journal of Applied Forestry**, v. 35, n. 1, p. 12-17, 2011.

CORRAL-RIVAS, S.; ÁLVAREZ-GONZÁLEZ, J. G.; CRECENTE-CAMPO, F.;

CORRAL-RIVAS, J. J. Local and generalized height-diameter models with random parameters for mixed, uneven-aged forests in Northwestern Durango, Mexico. **Forest Ecosystems**, v. 1, n. 6, p. 1-19, 2014.

CRESCENTE-CAMPO, F.; TOMÉ, M.; SOARES, P.; DIÉGUES-ARANDA, U. A generalized nonlinear mixed-effects height–diameter model for *Eucalyptus globulus* L. in northwestern Spain. **Forest Ecology and Management**, v. 259, p. 943-952, 2010.

DACOSTA, L. P. E.; **Relações biométricas em povoamento jovens de *Pinus taeda* L. na Província de Corrientes, República Argentina**. 2008. 128f. Tese (Doutorado em Engenharia Florestal) – Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2008.

DAVID, H. C.; ARCE, J. E.; PÉLLICO NETTO, S.; CORTE, A. P. D., MARINHESKI FILHO, A.; ARAÚJO, E. J. G. de. Efeito do desbaste e da Qualidade do Sítio na Relação Hipsométrica de *Pinus taeda*. **Floresta e Ambiente**, Rio de Janeiro, v. 23, n.2, p. 220-228, 2016.

DONADONI, A. X.; PELISSARI, A. L., DRESCHER, R.; ROSA, G. D. da. Relação hipsométrica para *Pinus caribea* var. *hondurensis* e *Pinus tecunumanii* em povoamento homogêneo no Estado de Rondônia. **Ciência Rural**, Santa Maria, v. 40, n. 12, p. 2499-2504, 2010.

DORADO, F. C.; DIÉGUEZ-ARANDA, U.; ANTA, M. B.; RODRÍGUEZ, M. S.; GADOW, K. von. A generalized height–diameter model including random components for radiata pine plantations in northwestern Spain. **Forest Ecology and Management**, v. 229, p. 202-213, 2006.

DUAN, G.; GAO, Z.; WANG, Q.; FU, L. Comparison of Different Height–Diameter Modelling Techniques for Prediction of Site Productivity in Natural Uneven-Aged Pure Stands. **Forests**, v. 9, n. 63, p. 1-18, 2018.

ERCANLI, I. Nonlinear mixed effect models for predicting relationships between total height and diameter of oriental beech trees in Kestel, Turkey. **Revista Chapingo Serie Ciencias Forestales y del Ambiente**, v. 21, n. 1, p. 185-202, 2015.

FANG, Z.; BAILEY, R. L. Height-diameter models for tropical forest on Hainan Island in Southern China. **Forest Ecology and Management**, v. 110, p. 315-327, 1998).

FERRAZ FILHO, A. C.; MOLA-YUDEGO, B.; RIBEIRO, A.; SCOLFORO, J. R. S.; LOOS, R. A.; SCOLFORO, H. F. Height-diameter models for *Eucalyptus* sp. plantations in Brazil. **Cerne**, v. 24, n. 1, p. 9-17, 2018.

GALECKI, A.; BURZYKOWSKI T. **Linear Mixed-Effects Models Using R – A Step-by-Step Approach**. Springer New York Heidelberg Dordrecht London, 2013. 542 p.

GARBER, S. M.; MAGUIRE, D. A. Modeling stem taper of three central Oregon species using nonlinear mixed effects models and autoregressive error structures. **Forest Ecology and Management**, v.179, n.1–3, p.507–522, 2003.

GOLDSTEIN, H. **Multilevel statistical models**. John Wiley & Sons, 2011.

GÓMEZ-GARCIA E.; FONSECA, T. F.; CRECENTE-CAMPO, F.; ALMEIDA, L. R.; DIÉGUEZ-ARANDA, U.; HUANG, S.; MARQUES, C. P. Height-diameter models for maritime pine in Portugal: a comparison of basic, generalized and mixed-effects models. **iForest**, v. 10, P. 72-78, 2015.

HAN, Y.; LEI, Z.; CICEU, A.; ZHOU, Y.; ZHOU, F.; YU, D. Determining an Accurate and Cost-Effective Individual Height-Diameter Model for Mongolian Pine on Sandy Land. **Forests**, v.12, p. 1144-1158, 2021.

HERNÁNDEZ-RAMOS, J.; VALDEZ-HERNÁNDEZ, J. I.; GARCIA-CUEVAS, X.; QUIÑONEZ-BARRAZA, G.; REYS-HERNÁNDEZ, J.; V. J.; HERNÁNDEZ-RAMOS, A. Modelos altura-diámetro com efectos mixtos para *Lysiloma latisiliquum* (L) Benth. em Quintana Roo, México. **Madeira y Bosques**, v. 26, n. 2, p. 1–14, 2020.

HUANG, S.; ZAICHKOWSKY, M.; WEEKS, D.; LI, C.; BROWN, C.; PARLOW, M.; BUCKMASTER, G.; TANSANUL, C.; YANG, Y. **Method Comparison and Method Calibration Applicable to Forest Measurements and Model Predictions**. Ed. Alberta Agriculture and Forestry. 2019. p. 126.

INDUSTRIA BRASILEIRA DE ÁRVORES – IBÁ: **2023 Relatório Anual**. 91p. Disponível em: <<https://iba.org/datafiles/publicacoes/relatorios/relatorio-anual-iba2023-r.pdf>> Acesso em: 01/12/2023.

JANG, W.; RITCHIE, M. W.; ZHANG, J. Improved Equations for the Density Management Diagram Isolines of Ponderosa Pine Stands. **Forest Science**, v. 67, n. 1, p. 93-102, 2021.

JIANG, L.; LI, Y. Application of Nonlinear Mixed-Effects Modeling Approach in Tree Height Prediction. **Journal of Computers**, v. 5, n. 10, p. 1575-1581, 2010.

KARATEPE, Y.; MADEN, E.; OZCELIK, R. Tree height predictions for Black pine plantations using nonlinear mixed-effects modeling. **Fresenius Environmental Bulletin**, v. 29, n. 6, p.4556-4565, 2020.

KEARSLEY, E.; MOONEN, P. C. J.; HUFKENS, K.; DOETTERL, S.; LISINGO, J.; BOSELA, F. B.; BOECKX, P.; BEECKMAN, H.; VERBEECK, H. **Annals of Forest Science**, v. 74, n.7, p.1-13, 2017.

LAPPI, J. Calibration of Height and Volume Equations with Random Parameters. **Forest Science**, v. 37, n. 3, p. 781-801, 1991.

LEITE, H. G.; ANDRADE, V. C. L. de. Um método para condução de inventários Florestais sem o Uso de equações volumétricas. **Revista Árvore**, Viçosa, v. 26, n. 3, p-321-328, 2002.

LHOTKA, J. M. Height-Diameter Relationships in Sweetgum (*Liquidambar styraciflua*)-Dominated Stands. **Southern Journal of Applied Forestry**, v. 36, n. 2, p. 98-106, 2012.

LIMA, G. C. P.; KOHLER, S. V.; SILVERTRE, R.; NAVROSKI, M. C.; BONAZZA, M.; ALLEGRETTI G.; SCARIOTI, R. Acuracidade de métodos de cubagem para estimativa do volume de *Pinus taeda* L. **Biofix Scientific Journal**, v.1, n. 1, p. 74-82, 2016.

MACHADO, S. do A.; FIGUEIREDO FILHO, A. **Dendrometria**. Curitiba: Editado pelos próprios autores, 2003. 309p.

MAGALHÃES T. M. Site-specific height-diameter and stem volume equations for Lebombo-ironwood. **Annals of Forest Research**, v. 60, n. 2, p. 297-312, 2017.

MALATA, H.; NGULUBE, E. S.; MISSANJO, E. Site Specific Stem Volume Models for *Pinus patula* and *Pinus oocarpa*. **International Journal of Forestry Research**, p. 1-6, 2017.

MARCELO-BAZÁN, F. E.; BASELLEY-VILANUEVA, J. R.; VILLENA-VELÁSQUEZ, J. J. Estimation of timber volumes in *Pinus patula* plantations in the Atahualpa Jerusalem Farm Porcón Cooperative, Cajamarca. **Revista de Invest. Agropecuaria Science and Biotechnology**, v. 02, n. 04, p. 01-10, 2022.

MEHTÄTALO, L.; LAPPI, J. **Biometry for forestry and environmental data: With examples in R**. Ed. Chapman and Hall/CRC, 2020. p. 426.

MENDES, J. O. **Crescimento e produção da *Araucaria angustifolia* (Bertol.) Kuntze em reflorestamento**. 175 f. Tese (Doutorado em Engenharia Florestal) – Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2020.

MENDONÇA, A. R. de; CALEGARIO, N.; SILVA, G. F. da; BORGES, L. A. C.; CHAVES E CARVALHO, S. de P.; Modelos hipsométricos e de crescimento em altura das árvores dominantes e codominantes para *Pinus caribea* var. *hondurensis*. **Scientia Forestalis**, Piracicaba, v. 39, n. 90, p. 151-160, 2011.

MENDONÇA, A. R.; CARVALHO, S. de P. C. e; CALEGARIO, N. Modelos hipsométricos generalizados mistos na predição da altura de *Eucalyptus* sp. **Cerne**, v. 21, n. 1, p. 107-115, 2015.

MENG, S.X.; HUANG, S.; LIEFFERS, V. J.; NUNIFU, T.; YANG, Y. Wind speed and crown class influence the height–diameter relationship of lodgepole pine: Nonlinear mixed effects modeling. **Forest Ecology and Management**, v. 256, p. 570-577, 2008.

MIRANDA, R. O. V. de. **Modelagem de árvores individuais para povoamento não desbastados de *Pinus taeda* L.** 169 f. Tese (Doutorado em Ciências Florestais) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2016.

MONTGOMERY, D. C.; PECK, E. A. **Introduction to Linear Regression Analysis – second edition**. John Wiley & Sons, Inc, 1992. 527p.

MURRAY, D. M. **Design and analysis of group-randomized trials**. Oxford University Press, USA, 1998.

NASCIMENTO, R. G. M.; VANCLAY, J. K.; FIGUEIREDO FILHO, A.; MACHADO, S.

do A.; RUSCHEL, A. R.; HIRAMATSU, N. A.; FREITAS, L. J. M. de. The tree height estimated by non-power models on volumetric models provides reliable predictions of wood volume: The Amazon species height modelling issue. **Trees, Forests and People**, v.2, 2020.

NICOLETTI, M. F.; LAMBERT, L.; SOARES, P. R. C.; CRUZ, G. da S.; ALMEIDA, B. R. S.; STEPKA, T. F. Equações hipsométricas, volumétricas e funções de afilamento para *Pinus* spp. **Revista de Ciências Agroveterinárias**, Lages, v. 19, n. 4, p. 474-482, 2020.

NICOLETTI, M. F.; SOUZA, K.; SILVESTRE, R.; FRANÇA, M. C.; ROLIM, F. A. Relação Hipsométrica para *Pinus taeda* L. em diferentes fases do Ciclo de Corte. **Floresta e Ambiente**, v. 23, n. 1, p. 80-89, 2016.

NUNES, S.M. V.; FERREIRA, P. H. B.; ASSIS, A. L. de; CABACINHA, C. D.; ARAÚJO JUNIOR, C. A. A. Número de Alturas e seus efeitos sobre os custos operacionais do Inventário Florestal. In: Encontro Brasileiro de Mensuração Florestal, 4ª edição, 2018, Santa Maria, **Anais do 4º Encontro Brasileiro de Mensuração Florestal[ebook]**. Santa Maria: UFSM, 2018, p. 439-442.

OGANA, F. N.; ERCANLI, I. Modelling height-diameter relationships in complex tropical rain forest ecosystems using deep learning algorithm. **Journal of Forestry Research**, v. 33, p. 883-898, 2022.

OGANA, F.N.; CORRAL-RIVAS, S.; GORGOSO-VARELA, J.J. Nonlinear mixed-effect height-diameter model for *Pinus pinaster* AIT. and *Pinus radiata* D. DON **Cerne**, v. 26, n. 1, p.150-161, 2020.

ÖZÇELİK, R.; CAO, Q. V.; TRINCADO, G.; GÖÇER, N. Predicting tree height from tree diameter and dominant height using mixed effects and quantile regression models for two species in Turkey. **Forest Ecology and Management**, v. 419-420, p. 240-248, 2018.

PAULO, J. A.; TOMÉ, J.; TOMÉ, M. Nonlinear fixed and random generalized height-diameter models for Portuguese cork oak stands. **Annals of Forest Science**, v. 68, p. 295-309, 2011.

PELLISSARI, A. L.; LANSSANOVA, L. R.; DRESCHER, R. Modelos volumétricos homogêneos, no Estado de Rondônia. **Pesquisa Florestal Brasileira**, Colombo, v. 31, n. 67, p. 173-181, 2011.

PÉLLICO NETO S.; BRENA, D. A. **Inventario Florestal**. Curitiba: editorado pelos autores, 1997. 316p.

PERTILLE, C. T.; SANQUETTA, C. R.; NICOLETTI, M. F.; TOPANOTTI, L. R. Volume prediction through form factor and regression models by age class for *Pinus taeda* L. **Advances in Forest Science**, v.5, n.3, p. 431-436, 2018.

PINHEIRO, J. C.; BATES, D. M. **Mixed-effects models in S and S-PLUS**. Ed. Nova York: Springer-Verlag, 2000. 548 p.

PLANCK, N. R. V.; MACFARLANE, D. W. Modelling vertical allocation of tree stem and branch volume for hardwoods. **Forestry**, v. 87, p. 459-469, 2014.

RAPTIS, D. I.; KAZANA, V.; KAZAKLIS, A.; STAMATIOU, C. Mixed-effects height–diameter models for black pine (*Pinus nigra* Arn.) forest management. **Trees**, v. 35, p. 1667-1183.

RENCHER, A. C.; SCHAALJE, G. B. **Linear models in statistics**. 2ª ed. New Jersey: J. Wiley, 2008. 672 p.

RESENDE, M. D. V. DE; SILVA, F. F. e; AZEVEDO, C. F. **Estatística Matemática, Biométrica e Computacional: Modelos Mistos, Multivariados, Categóricos e Generalizados (REML/BLUP), Inferência Bayesiana, Regressão Aleatória, Seleção Genômica, QTL-GWAS, Estatística Espacial e Temporal, Competição, Sobrevivência**. Viçosa: Suprema, 2014. 881p.

RIBEIRO, A.; FERRAZ FILHO, A. C.; MELLO, J. M. de; FERREIRA, M. Z.; LISBOA, P. M. M.; SCOLFORO, J. R. S. Estratégias e metodologias de ajuste de modelos hipsométricos em plantios de *Eucalyptus* sp. **Cerne**, Lavras, v. 16, n. 1, p. 22-31, 2010.

RUPSYS, P. Generalized fixed-effects and mixed-effects parameters height–diameter models with diffusion processes. **International Journal of Biomathematics**, v. 8, n. 5, p. 1-23, 2015.

RUPSYS, P. Height–diameter models with stochastic differential equations and mixed-effects parameters. **Journal of Forestry Research**, v.20, p. 9-17, 2014.

SANQUETTA, C. R.; WATZLAWICK, L. F.; DALLA CÔRTE, A. P.; FERNANDES L. de A. V.; SIQUEIRA, J. O. P. **Inventários Florestais: Planejamento e Execução**. 2 ed. Curitiba: Multi-Graphic Gráfica e Editora, 2009. 316p.

SANTOS, A. P.; KOEHLER, H. S.; SANQUETTA, C. R.; PÉLLICO NETTO, S.; BEHLING, A. Calibração de equações de volume em povoamentos de *Acacia mearnsii* de Wild. **Ciência Florestal**, v. 33, n.1, 2023.

SANTOS, R. M. M. dos; DIAS, A. N.; ARCE, J. E. A.; MARTARELLO, V.; SERPE, E. L.; STEPKA, T. F.; LISBOA, G. dos S. Modelos de volume e afilamento para florestas de *Pinus taeda*. **Biofix Scientific Journal**, v. 4, n. 1, p. 34-42, 2019.

SAUNDERS, M. R.; WAGNER, R. G. Height-Diameter Models with Random Coefficients and Site Variables for Tree Species of Central Maine. **Annals of Forest Science**, v. 65, 2008.

SCOLFORO, J. R. S. **Biometria Florestal: Parte I Modelos de regressão Linear e não-linear – Parte II: Modelos para relação hipsométrica, volume, afilamento e peso de matéria seca**. Lavras: UFLA/FAEPE, 2005. 352 p.

SENA, A. L. M.; SILVA NETO, A. J. da; OLIVEIRA, G. M. V.; CALEGARIO, N. Modelos lineares e não lineares com uso de covariantes para relação hipsométrica de duas

espécies de Pinus tropicais. **Ciência Florestal**, Santa Maria, v. 25, n. 4, p. 969-980, 2015.

SHAMRMA, M. Inside and outside bark volume models for jack pine (*Pinus banksiana*) and black spruce (*Picea mariana*) plantations in Ontario, Canada. **The Forestry Chronicle**, v. 95, n. 1, p. 50–57, 2019.

SHARMA, M. Comparing Height-Diameter Relationships of Boreal Tree Species Grown in Plantations and Natural Stands. **Forest Science**, v. 62, n. 1, p. 70-77, 2016.

SHARMA, M. Increasing Volumetric Prediction Accuracy—An Essential Prerequisite for End-Product Forecasting in Red Pine. **Forests**, v. 11, p. 1050-1061, 2020.

SHARMA, M. PARTON, J. Height–diameter equations for boreal tree species in Ontario using a mixed-effects modeling approach. **Forest Ecology and Management**, v. 249, p. 187-198, 2007.

SHARMA, M. Total and Merchantable Volume Equations for 25 Commercial Tree Species Grown in Canada and the Northeastern United States. **Forests**, v. 12, 1270-1287, 2021.

SHARMA, R. P.; BREIDENBACH, J. Modeling height-diameter relationships for Norway spruce, Scots pine, and downy birch using Norwegian national forest inventory data. **Forest Science and Technology**, v. 11, n. 1, p. 44-53, 2015.

SHARMA, R. P.; VACEK, Z.; VACEK, S. Nonlinear mixed effect height-diameter model for mixed species forests in the central part of the Czech Republic. **Journal of Forest Science**, v. 62, n. 10, p. 470-484, 2016.

SHARMA, R. P.; VACEK, Z.; VACEK, S.; KUCERA, M. Modelling individual tree height–diameter relationships for multi-layered and multi-species forests in central Europe. **Trees**, v. 33, p. 103-119, 2019.

SHEN, J.; HU, Z.; SHARMA, R. P.; WANG, G.; MENG, X.; WANG, M.; FU, L. Modeling Height–Diameter Relationship for Poplar Plantations Using Combined-Optimization Multiple Hidden Layer Back Propagation Neural Network. **Forests**, v. 11, p. 442 – 461, 2020.

SILVA, F. A. da, **Variance composition and assessment of uncertainty sources in volume and above ground biomass estimates**. 100 f. Tese (Doutorado em Engenharia Florestal) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2023.

SILVA, J. A. A. da; MACHADO S. do A.; FERREIRA, R. L. C.; MEUNIER, I. M. J. Modelagem volumétrica de *Pinus elliottii* Engelm, no Planalto do Estado de Santa Catarina, **Revista Árvore**, v. 24, n.1, p. 91-96, 2000.

SILVESTRI, R.; BONAZZA, M.; STANG, M.; LIMA, G. C. P.; KOEPEL, D. A., MARCO, F. T. de; CIARNOSCHI, L. D.; SCARIOT, R.; MORÊS, D. F. Equações volumétricas em povoamentos de *Pinus taeda* L. no município de Lages – SC. **Nativa**, v. 02, n. 01, p. 01-05, 2014.

SOARES, C. P. B.; MARTINS F. B.; LEITE JUNIOR, H. U.; SILVA, G. F. da; FIGUEIREDO, L. T. M. de. Equações Hipsométricas, Volumétricas e de *Taper* para onze espécies nativas. **Revista Árvore**, v. 35, n. 5, p. 1039-1051, 2011.

SOARES, T. S.; SCOLFORO, J. R. S.; FERREIRA, S. O.; MELLO, J. M. de. Uso de diferentes alternativas para viabilizar a relação hipsométrica no povoamento florestal. **Revista Árvore**, Viçosa, v. 28, n. 6, p. 845-854, 2004.

TAYLOR, D.; PAWAR, V.; KRUIKAS, D. T.; GILMORE, K. E.; SANON, M.; WEINSTEIN, M. C. Incorporating calibrated model parameters into sensitivity analyses. **Pharmacoeconomics**, v. 30, n. 2, p. 119-126, 2012.

THIERSCH C. R.; SCOLFORO J. R. S.; OLIVEIRA A. D.; MAESTRI R.; DEHON G. Acurácia dos métodos para estimativa do volume comercial de clones de *Eucalyptus* sp. **Cerne**, v.12, n.2, p. 167-181, 2006.

THIERSCH, C. R.; ANDRADE, M. G. de; MOREIRA, M. F. B.; LOIBEL, S. Estimativa da Relação Hipsométrica em clones de *Eucalyptus* sp. Com modelo de curtis ajustado por métodos bayesianos empíricos. **Revista Árvores**, v.37, n.1, p. 01-08, 2013.

TRINCADO, G.; VANDERSCHAAF, C. L.; BURKHART, H. E. Regional mixed-effects height–diameter models for loblolly pine (*Pinus taeda* L.) plantations. **European Journal of Forest Research**, v. 126, p. 253-262, 2007.

VANDERSCHAAF, C. L. Mixed-Effects Height-Diameter Models for Commercially and Ecologically Important Conifers in Minnesota. **Northern Journal of Applied Forestry**, v. 29, n. 1, p. 15-20, 2012.

VANDERSCHAAF, C. L. Mixed-Effects Height-Diameter Models for Commercially and Ecologically Important Hardwoods in Minnesota. **Northern Journal of Applied Forestry**, v. 30, n. 1, p. 37-42, 2013.

VANDERSCHAAF, C. L. Mixed-effects height–diameter models for ten conifers in the inland Northwest, USA. **Southern Forests**, v. 76, n. 1, 2014.

VANDERSCHAAF, C. L. Predictive ability of Mixed-effects Height-Diameter Models fit using one species but calibrated for another species. **Forest Science**, p. 1-11, 2019.

VARGAS-LARRETA, B.; CASTEDO-DORADO, F.; ÁLVAREZ-GONZÁLEZ, J. G.; BARRIO-ANTA, M.; CRUZ-COBOS, F. A generalized height – diameter model with random coefficients for uneven-aged stands in El Salto, Durango (Mexico). **Forestry**, v. 82, n. 4, p.445-462, 2009.

VISMARA, E. de S.; MEHTÄTALO, L.; BATISTA, J. L. F. Linear mixed-effects models and calibration applied to volume models in two rotations of *Eucalyptus grandis* plantations. **Canadian Journal of Forest Research**, v. 99, p. 1-24, 2015.

WOLFINGER, R. Covariance structure selection in general mixed models. **Communications in statistics-Simulation and computation**, v. 22, n. 4, p. 1079–

1106, 1993.

XU, H.; SUN, Y. WANG, X.; LI, Y. Height-diameter Models of Chinese Fir (*Cunninghamia lanceolata*) Based on Nonlinear Mixed Effects Models in Southeast China. **Advance Journal of Food Science and Technology**, v. 6, n. 4, p. 445-452, 2014.

ZANG, H.; LEI, X. ZENG, W. Height–diameter equations for larch plantations in northern and northeastern China: a comparison of the mixed-effects, quantile regression and generalized additive models. **Forestry**, v.89, p. 434-435, 2016.

ZENG, W. S. Using nonlinear mixed model and dummy variable model approaches to develop origin-based individual tree biomass equations. **Trees**, v. 29, n. 1, p. 275-283, 2015.

ZHANG, X.; FU, L.; SHARMA, R. P.; ZHANG, H.; FENG, L. ZHOU, Z. A Nonlinear Mixed-Effects Height-Diameter Model with Interaction Effects of Stand Density and Site Index for *Larix olgensis* in Northeast China. **Forests**, v. 12, p. 1460-1477, 2021.

ZHAO, D.; KANE, M. New Variable-Top Merchantable Volume and Weight Equations Derived Directly from Cumulative Relative Profiles for Loblolly Pine. **Forest Science**, v. 63, n. 3, p. 261-269, 2017.

ZHENG, C.; WANG, Y.; JIA, L.; MASON, E. G.; WE, S.; SUN, C.; DUAN, J. Compatible taper-volume models of *Quercus variabilis* Blume forests in north China. **iForest**, v. 10, p. 567-575, 2017.

---