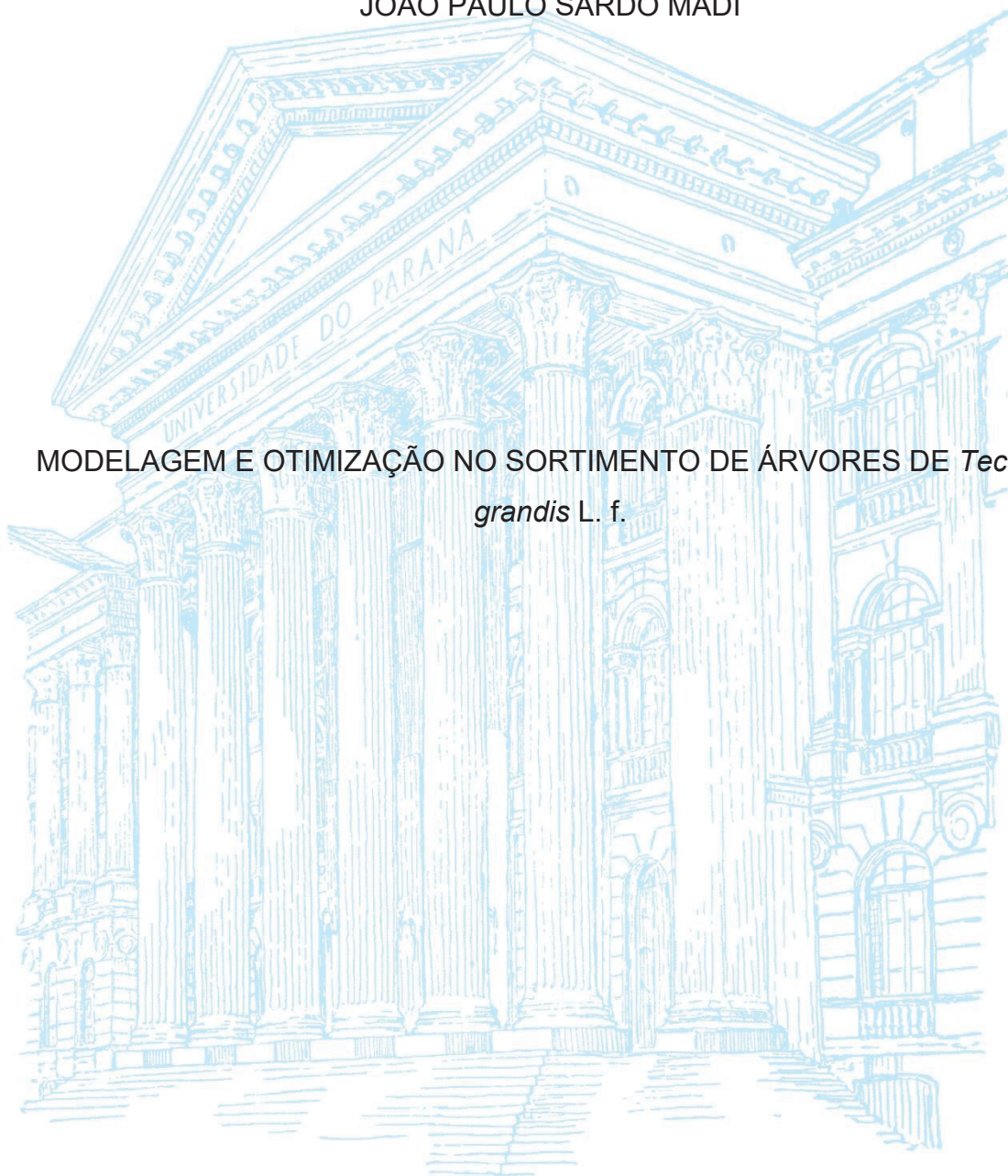


UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

JOÃO PAULO SARDO MADI

MODELAGEM E OTIMIZAÇÃO NO SORTIMENTO DE ÁRVORES DE *Tectona*
grandis L. f.



CURITIBA

2024

JOÃO PAULO SARDO MADI

MODELAGEM E OTIMIZAÇÃO NO SORTIMENTO DE ÁRVORES DE *Tectona
grandis* L. f.

Tese apresentada ao curso de Pós-Graduação em Engenharia Florestal, Área de Concentração em Manejo Florestal, Departamento de Ciências Florestais, Setor de Ciências Agrárias, Universidade Federal do Paraná, como requisito parcial à obtenção do título de Doutor em Engenharia Florestal

Orientador: Prof. Dr. Julio Eduardo Arce

Coorientador: Prof. Dr. Alexandre Behling
Prof. Dr. Allan Libanio Pelissari
Prof. Dr. John Paul Mctague

CURITIBA

2024

Ficha catalográfica elaborada pela
Biblioteca de Ciências Florestais e da Madeira - UFPR

Madi, João Paulo Sardo

Modelagem e otimização no sortimento de árvores de *Tectona grandis* L. f. /
João Paulo Sardo Madi. - Curitiba, 2024.

1 recurso on-line : PDF.

Orientadora: Prof. Dr. Julio Eduardo Arce

Coorientadores: Prof. Dr. Alexandre Behling

Prof. Dr. Allan Libanio Pelissari

Prof. Dr. John Paul Mctague

Tese (Doutorado) - Universidade Federal do Paraná, Setor de Ciências Agrárias.

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Florestal. Defesa: Curitiba, 15/03/2024.

Área de concentração: Manejo de Florestas Nativas e Plantadas.

1. Teca (Árvore) - Desbaste. 2. Teca (Árvore) – Mato Grosso. 3. Árvores –
Medição. 4. Árvores - Manejo. 5. Programação dinâmica. I. Arce, Julio Eduardo. II.
Behling, Alexandre. III. Pelissari, Allan Libanio. IV. Mctague, John Paul. V.
Universidade Federal do Paraná, Setor de Ciências Agrárias. VI. Título.

CDD – 634.92

CDU – 634.0.24



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SETOR DE CIÊNCIAS AGRÁRIAS
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO ENGENHARIA
FLORESTAL - 40001016015P0

TERMO DE APROVAÇÃO

Os membros da Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação ENGENHARIA FLORESTAL da Universidade Federal do Paraná foram convocados para realizar a arguição da tese de Doutorado de **JOÃO PAULO SARDO MADI** intitulada: **MODELAGEM E OTIMIZAÇÃO NO SORTIMENTO DE ÁRVORES DE *Tectona grandis* L. f.**, sob orientação do Prof. Dr. JULIO EDUARDO ARCE, que após terem inquirido o aluno e realizada a avaliação do trabalho, são de parecer pela sua APROVAÇÃO no rito de defesa.

A outorga do título de doutor está sujeita à homologação pelo colegiado, ao atendimento de todas as indicações e correções solicitadas pela banca e ao pleno atendimento das demandas regimentais do Programa de Pós-Graduação.

CURITIBA, 15 de Março de 2024.

Assinatura Eletrônica

17/03/2024 08:28:59.0

JULIO EDUARDO ARCE

Presidente da Banca Examinadora

Assinatura Eletrônica

20/03/2024 11:08:59.0

SAMUEL DE PÁDUA CHAVES E CARVALHO

Avaliador Externo (UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO)

Assinatura Eletrônica

19/03/2024 07:23:48.0

CYRO MATHEUS COMETTI FAVALESSA

Avaliador Externo (UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO)

Assinatura Eletrônica

17/03/2024 01:56:45.0

KAREN JANONES ROCHA

Avaliador Externo (UNIVERSIDADE FEDERAL DE RONDÔNIA)

Assinatura Eletrônica

19/03/2024 01:11:10.0

EDILSON BATISTA DE OLIVEIRA

Avaliador Externo (EMPRESA BRASILEIRA DE PESQUISA AGROPECUÁRIA)

Avenida Lothário Meissner, 632 - CURITIBA - Paraná - Brasil

CEP 80210-170 - Tel: (41) 3360-4212 - E-mail: pgfloresta@gmail.com

Documento assinado eletronicamente de acordo com o disposto na legislação federal Decreto 8539 de 08 de outubro de 2015.

Gerado e autenticado pelo SIGA-UFPR, com a seguinte identificação única: 348867

Para autenticar este documento/assinatura, acesse <https://siga.ufpr.br/siga/visitante/autenticacaoassinaturas.jsp> e insira o código 348867

AGRADECIMENTOS

A Deus, por ter sido uma fonte de apoio ao longo dessa trajetória do doutorado.

À Universidade Federal do Paraná (UFPR) e ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Florestal (PPGEF), pelo suporte fornecido para o desenvolvimento da pesquisa.

À secretaria do PPGEF, em especial ao Reinaldo e David, por todo o auxílio ao longo dessa trajetória.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Julio Eduardo Arce, pela orientação e confiança depositadas em mim para o desenvolvimento do estudo, além dos ensinamentos transmitidos ao longo desses anos.

Aos meus coorientadores Alexandre Behling, Allan Libanio Pelissari e John Paul McTague, por todo ensinamento e conhecimentos a mim transferidos.

Aos professores do PPGEF, em especial aos professores Prof. Dr. Sylvio Péllico Netto, pelo ganho em conhecimento, convívio e participação conjunta nos estudos e trabalhos, ao Prof. Vitor Afonso Hoeflich pelos ensinamentos, e ao professor Ricardo Klitzke pelas confraternizações realizadas.

Aos membros titulares e suplentes da banca, Dr. Cyro M. C. Favalessa, Dra. Karen Janones da Rocha, Dr. Samuel de Pádua Chaves e Carvalho, Dr. Edilson Batista de Oliveira, Dr. Afonso Figueiredo Filho e Dr. Alexandre Koehler, por aceitarem participar da defesa, e auxiliar no enriquecimento do estudo.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), pela concessão da bolsa durante o período do doutorado, sendo um dos suportes para a realização da pesquisa.

À empresa TRC pela disponibilização dos dados para realização da pesquisa e por todo auxílio ao longo da realização do estudo, em especial ao Samuel Figueiredo, Iuri Oliveira e Danitiele Franca.

Aos meu pais José Eduardo e Clari Aparecida, por sempre estarem do meu lado e dando suporte durante toda a minha trajetória. Aos meus irmãos Ana Flávia, Luiz Felipe e Pedro Henrique, por sempre estarem comigo. Aos meus tios Clóvis, Vera e Eunice, por sempre serem um ponto de apoio. Aos meus primos Fabio,

Fernando e Renato, pela amizade e parceria de longa data. Ao meu cunhado Lucas, pela amizade.

À minha família de Curitiba, por darem suporte e apoio desde a minha chegada, em especial aos meus tios Maria Helena, Cláudio e Deyse, e aos meus primos Lays, João, Marcela, Aurélio, Henrique, Karla, Nuno, Bianca e Lucas.

À família Silva, Evelyn, Tiago e Ramón, meu afilhado, por sempre estarem comigo mesmo à distância.

Aos meus amigos Raphael, Anna, Ustulin, Ana, Alexandre, Ana, Roger e Julia pela amizade de longa data.

Aos meus amigos do manejo florestal Antônio, Gabriel, Rodrigo, Ornélio, Xavier, Jimmy, Claiton, Ana Paula, Sandra, Clebson, Rafael Brown, Mauricio, Jorge, Lucas, Lucas Moura, José Augusto e Franciele.

A turma do café, dos que não foram citados ainda, Tauane, Joielan, Ivana, Washington e Paulo, pelos momentos de confraternização e amizade durante esse período.

A família feita aqui em Curitiba, Cícero, Lorena, Lucas Moura, Gabriel, Ivana, Antônio, Theonize, Augusto, Daiane, Leonardo e Raqui, pela amizade, suporte e parceria que foram fundamentais nos momentos de maiores dificuldades.

À minha amiga Franciele Alba, pela amizade e parceria ao longo durante todo esse período.

Às minhas amigas da Tec. Daiane Maria e Theonize que ao longo do doutorado a amizade de vocês se fez muito importante.

Agradecer a minha amiga Ivana Dias, pela amizade, companheirismo e almoços (rsrsrsrs) que foram muito importantes, principalmente na reta final do doutorado.

Ao meu amigo Gabriel Orso, pela parceria além da estatística, e amizade, ao longo desse período.

À Raqui, minha namorada, que foi uma das pessoas que mais me apoiou e me deu sustentação, não só no que diz respeito ao doutorado, mas muito além disso.

Enfim, a todos aqueles que direta ou indiretamente contribuíram para a realização deste trabalho.

RESUMO

A *Tectona grandis* é uma das espécies plantadas dentre as de maior valor econômico no Brasil. Dado à sua madeira possuir um alto valor agregado, seu plantio necessita de intensas atividades silviculturais, como por exemplo o desbaste. Mediante a essa característica de seus produtos madeireiros, a utilização de ferramentas que auxiliem à tomada de decisão, se faz necessária. Desta forma, objetivou-se com esse estudo, o ajuste de um modelo compatível de forma e volume para povoamento de *Tectona grandis* e a otimização dos sortimentos dos fustes das árvores contrastando diferentes objetivos, a fim de obter cenários em que se maximiza o volume e a receita. Para a realização do estudo utilizou-se de informações de plantios de *Tectona grandis*, localizados na região sudoeste do estado de Mato Grosso. Os dados experimentais desses plantios, cujo mais antigo possui 19 anos, são provenientes de 318 parcelas, com remediações anuais, e dados de cubagem de 890 árvores. No estudo, referente ao primeiro capítulo, utilizou o sistema compatível de forma e volume proposto por Zhao et al. em 2019, que foi ajustado simultaneamente pelo método *ITSUR* (*iterative seemingly unrelated regression*), em que no mesmo foi inserido variável *dummy* associadas à situação de ocorrência ou não do desbaste. No capítulo dois, utilizou-se da programação dinâmica na otimização dos fustes da espécie, com os objetivos de maximização da receita e maximização do volume, em que foi avaliada a diferença entre os dois cenários, a nível de árvore, de acordo com a distribuição diamétrica das árvores cubadas, e ao nível de área (m^3/ha e $\$/ha$), na qual selecionou uma parcela aleatoriamente para obtenção dos cenários. Os resultados do capítulo 1, foram que o sistema proposto por Zhao et al., possui boas estatísticas e capacidade inferencial acerca das variáveis a serem estimadas, além da necessidade de inclusão da variável *dummy*, a qual foi constatada pelo teste de identidade para modelos não lineares. Nos resultados referentes ao capítulo 2, foi evidenciado que os cenários propostos, geraram contrastes nos resultados, ao nível de árvore de acordo com que se aumentou as dimensões dessas e ao nível de área de acordo com que se aumentou as idades do povoamento. No capítulo 1, conclui-se que o desbaste influenciou nas formas de árvores de *Tectona grandis*, o que se fez necessária a adição de variáveis *dummy's* no sistema proposto por Zhao et al., e o sistema apresentou acuracidade e capacidade inferencial, acerca das variáveis estimadas. No capítulo 2, conclui-se que por meio da programação dinâmica, considerando os diferentes objetivos, os resultados são mais contrastantes em relação à receita ao nível de árvore e a nível de área, apresentando uma diferença em torno de 15% em algumas situações, e na idade de 19 anos de 3,59%, respectivamente.

Palavras-chave: Desbaste; variável *dummy*; modelos compatíveis; programação dinâmica; receita.

ABSTRACT

Tectona grandis is one of the most economically valuable species planted in the Brazil. Since its wood has a high added value, its planting requires intense silvicultural activities, such as thinning. Given the characteristics of its timber products, the use of tools to aid decision-making is necessary. The aim of this study was to adjust a compatible form and volume model for a *Tectona grandis* stand and to optimize the assortment of tree stems by contrasting different objectives: maximizing revenue and maximizing volume. The study used information from *Tectona grandis* plantations located in the southwestern region of the state of Mato Grosso. The experimental data from these plantations, the oldest of which is 19 years old, comes from 318 plots, with annual remediation, and cubing data from 890 trees. In the study referring to the first chapter, the compatible shape and volume system proposed by Zhao et al. in 2019 was used, which was adjusted simultaneously by the method ITSUR (iterative seemingly unrelated regression), in which dummy variables associated with whether thinning occurred were inserted. In chapter two, dynamic programming was used to optimize the species' trunks, with the objectives of maximizing revenue and maximizing volume. The difference between the two scenarios was evaluated at tree level, according to the diametric distribution of the trees cubed, and at area level (m^3/ha and $\$/\text{ha}$), in which a plot was randomly selected to obtain the scenarios. The results of Chapter 1 were that the system proposed by Zhao et al. has good statistics and inferential capacity regarding the variables to be estimated, in addition to the need to include dummy variables, which was verified by the identity test for non-linear models. The results in Chapter 2 showed that the proposed scenarios generated contrasts in the results, at the tree level as the size of the tree increased and at the area level as the age of the stand increased. Chapter 1 concludes that thinning influenced the shapes of *Tectona grandis* trees, which made it necessary to add dummy variables to the system proposed by Zhao et al. and the system showed accuracy and inferential capacity regarding the estimated variables. Chapter 2 concludes that, using dynamic programming, the results considering the different objectives are more contrasting in relation to revenue at the tree level and at the area level, with a difference of around 15% in some situations, and at the age of 19 years of approximately 3.59%, respectively.

Keywords: Thinning; dummy variable; compatible models; dynamic programming; revenue.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Área de distribuição natural das espécies pertencentes ao gênero <i>Tectona</i> . Fonte: Reis et al. (2023).	14
Figura 2 - Países com plantios comerciais de <i>Tectona grandis</i> . Fonte: Reis et al. (2023).	16
Figura 3 - Localização da área de estudo dos povoamentos de <i>Tectona grandis</i> em Mato Grosso. Fonte: Autor.	37
Figura 4 - Relação d_i/d e h_i/h para os dados das árvores cubadas. Fonte: Autor.	39
Figura 5 - Influência do parâmetro ajustado ϕ no padrão da curva mantendo os demais parâmetros ajustados constantes. Fonte = Autor.	48
Figura 6 - Perfil do fuste das árvores de <i>Tectona grandis</i> não desbastadas (a) para um d de 14,42 cm e h de 12,00 m e árvores desbastadas (b) para um d de 27,38 cm e h de 19,60 m, em Mato grosso. Fonte: Autor.	49
Figura 7 - Influência do parâmetro ajustado a_1 , a_2 e α no padrão da curva mantendo os demais parâmetros ajustados constantes. Fonte = Autor.	50
Figura 8 - Influência do parâmetro ajustado a_0 e θ no padrão da curva mantendo os demais parâmetros ajustados constantes. Fonte = Autor.	51
Figura 9 - Relação dos resíduos e dos seus valores defasados sem a correção (0) da autocorrelação e com a utilização do CAR (2) (a, b, c). em que: 0 = sem correção com lag (1); a = lag (1); b = lag (2); c = lag (3). Fonte: Autor.	52
Figura 10 - Intervalo de confiança para os modelos de afilamento sem aplicação dos pesos (I) aplicação dos pesos (II) das árvores não desbastadas (Esquerda) para um d de 14,42 cm e h de 12,0 m e árvores desbastadas (Direita) para um d de 27,38 cm e h de 19,6 m, para <i>Tectona grandis</i> em Mato Grosso. Fonte: Autor.	53
Figura 11 - Resíduos das variáveis d_i , v_c e h_i em relação as classes de d , h e h_i para árvores de <i>Tectona grandis</i> em Mato Grosso. Fonte: Autor.	54
Figura 12 - Estatísticas RMSE e BIAS por classes de altura relativa para árvores de <i>Tectona grandis</i> em Mato Grosso. Fonte: Autor.	55
Figura 13 - Localização da área de estudo dos povoamentos de <i>Tectona grandis</i> em Mato Grosso. Fonte: Autor.	70
Figura 14 - Distribuição dos dados provenientes da cubagem. Fonte: Autor.	72
Figura 15 - Fluxograma da aplicação da programação dinâmica na obtenção do cenário ótimo na otimização de árvores de <i>Tectona grandis</i> em Mato Grosso. Fonte: Autor.	73

Figura 16 - Passos iniciais no procedimento de otimização via programação dinâmica para árvores de <i>Tectona grandis</i> em Mato Grosso. Fonte: Autor.	78
Figura 17 - Possibilidades de corte considerando a altura útil igual a altura total e a ocorrência dos produtos em todas as posições geradas pelos diferentes comprimentos dos produtos para árvores de <i>Tectona grandis</i> em Mato Grosso. Fonte: Autor.....	80
Figura 18 - Possibilidade de corte considerando a ocorrência de produtos por meio da classificação do d_{fina} e altura útil de 16,1 m para árvores de <i>Tectona grandis</i> em Mato Grosso. Fonte: Autor.	81
Figura 19 - Construção do trajeto ótimo para os distintos objetivos (Receita e Volume) por meio da programação dinâmica para árvore de <i>Tectona grandis</i> em Mato Grosso. Fonte: Autor.	84
Figura 20 - Cenários ótimos de corte para maximização da receita (esquerda) e maximização do volume (direita), para as seguintes características de d 's de 15,95 cm, 35,45 cm e 51,05 e h 's de 11 m 25 m e 21 m, respectivamente, para árvore de <i>Tectona grandis</i> em Mato Grosso. Fonte: Autor.....	88
Figura 21 - Diferentes cenários gerados a partir dos objetivos de maximização à nível de ha para V (m^3/ha), Receita (US\$/ha) e n° de produtos para as diferentes idades analisadas em povoamentos de <i>Tectona grandis</i> em Mato Grosso. Fonte: Autor.....	90
Figura 23 - Comportamento das variáveis d_i (A) e v_c (B) de forma relativa em relação ao d e V , respectivamente, e condições III (C) e IV (D), representadas graficamente ao longo das alturas relativas (p), para uma árvore de <i>Tectona grandis</i> , com d de 24,5 cm e $h = 17$ m. Fonte: Autor.....	105

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Métodos de ajuste utilizado em estudos com sistema de compatíveis de forma e volume. Fonte: Autor.....	21
Tabela 2. Resumo das estatísticas referentes as parcelas de inventário para as variáveis d , h , N , h_{dom} e i em Mato Grosso. Fonte: Autor.....	38
Tabela 3 - Resumo das estatísticas dos dados de cubagem neste estudo com a espécie <i>Tectona grandis</i> em Mato Grosso. Fonte: Autor.	38
Tabela 4 - Frequência por classe diamétrica e altura das árvores amostradas de <i>Tectona grandis</i> em Mato Grosso. Fonte: Autor.....	39
Tabela 5 – Teste F para as árvores desbastadas e não desbastadas de <i>Tectona grandis</i> , baseados no modelo de afilamento de Zhao et al. (2019) em Mato Grosso. Fonte: Autor.....	47
Tabela 6 - Estatísticas dos ajustes do modelo de Zhao et al. (2019) com adição da <i>dummy</i> para árvores de <i>Tectona grandis</i> em Mato Grosso. Fonte: Autor.....	47
Tabela 7 - Valores dos parâmetros estimados e os erros padrão (itálico), dos diferentes métodos de ajuste para árvores de <i>Tectona grandis</i> em Mato Grosso. Fonte: Autor.....	48
Tabela 8- Comparação entre as diferentes estruturas de matriz de correlação dos resíduos. Fonte: Autor.....	51
Tabela 9 - Resumo das estatísticas dos dados de cubagem neste estudo com a espécie <i>Tectona grandis</i> em Mato Grosso. Fonte: Autor.	71
Tabela 10 - Distribuição por classe diamétrica e altura de árvores de <i>Tectona grandis</i> amostradas no estado de Mato Grosso. Fonte: Autor.....	71
Tabela 11 - Características da parcela selecionada em povoamento de <i>Tectona grandis</i> em Mato Grissi para realização da PD. Fonte: Autor.....	72
Tabela 12 - Classificação dos sortimentos para árvores de <i>Tectona grandis</i> . Fonte: ITTO (2018).....	73
Tabela 13 - Parâmetros estimados para o sistema compatível de Zhao et al. (2019) para povoamentos desbastados de <i>Tectona grandis</i> . Fonte: Autor.	75
Tabela 14 - Valores ótimos de F_{sx} para receita (US\$) e volume (m^3) oriundos da programação dinâmica na obtenção dos cenários ótimos parciais e total para árvore de <i>Tectona grandis</i> em Mato Grosso. Receita = ■; Volume = ■. Fonte: Autor.	83
Tabela 15 – Volume e receita obtidos por meio da PD na maximização do volume (m^3) (em itálico) e da receita (US\$) para os centros de classe de d (cm) e h (m) das árvores referentes à cubagem. Fonte: Autor.....	85

Tabela 16 - Cenários obtidos para os diferentes objetivos de maximização a nível de ha para povoamentos de *Tectona grandis* em Mato Grosso. Fonte: Autor.89

LISTA DE ABREVIATURAS OU SIGLAS

d_i - Diâmetro na posição i ;

h_i - Altura na posição i ;

d - Diâmetro à altura do peito;

h - Altura total;

v_c - Volume acumulado;

V - Volume total;

PD - Programação dinâmica;

N - Número de plantas por ha;

n - Número de observações;

h_{dom} - Altura dominante;

i - Idade;

R_p - Razão de volume para volume em relação ao solo até um diâmetro especificado ou altura limite;

$p = h_i/h$;

$k = \pi/40000$;

CAR - *Continuous-time Autoregressive Error Structure*;

V_{obs} - Volume total observado;

d_q - diâmetro médio quadrático;

RS - Índice de espaçamento relativo;

SQE - Soma do quadrado dos erros;

df - Graus de liberdade;

LD - Função linear discriminante;

Max - Máximo;

I_s - Comprimento dos produtos.

LISTA DE SÍMBOLOS

Σ - Somatório de números;

$\beta, a_0, a_1, a_2, \alpha, \theta$ e ϕ - Parâmetros dos modelos;

ρ - Correlação entre as observações para uma mesma árvore;

φ - variável *dummy*;

V - Variância;

$\hat{\theta}$ - Parâmetro estimado;

$\hat{\sigma}$ - Erro padrão da estimativa; θ_k = parâmetro k do modelo;

$t_{\frac{\alpha}{2}, n-p}$ - Valor de t ao nível de 95% de probabilidade, com n -p graus de liberdade;

$V(\hat{\theta})_{ii}$ - Valor da diagonal do respectivo parâmetro estimado;

e_{ij} - j é o resíduo ordinário da árvore i;

γ_i - Parâmetro autorregressivo a ser estimado pelo ajuste;

ε_{ij} - Termo do erro sob a condição de independência.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO GERAL.....	12
2 OBJETIVOS.....	13
2.1 OBJETIVOS GERAIS.....	13
2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS	13
3 REVISÃO DE LITERATURA	14
3.1 <i>Tectona grandis</i> L. F	14
3.1.1 Ocorrência Natural	14
3.1.2 Plantios Comerciais.....	15
3.1.3 Características da madeira e principais usos	17
3.1.4 Aspectos Silviculturais.....	18
3.2 SISTEMAS COMPATÍVEIS DE FORMA E VOLUME	19
3.2.1 Histórico e definição	19
3.2.2 Procedimentos de Ajuste.....	20
3.3 PESQUISA OPERACIONAL	23
3.3.1 Histórico e utilização no meio florestal	23
3.3.2 Programação Dinâmica na otimização do sortimento	24
4 REFERÊNCIAS.....	26
CAPÍTULO 1: ESTUDO DA FORMA E MODELAGEM DO AFILAMENTO E DO VOLUME DE ÁRVORES DE <i>Tectona grandis</i> L. F. SOB INFLUÊNCIA DE DESBASTE.....	32
RESUMO.....	32
ABSTRACT.....	33
1 INTRODUÇÃO.....	34
2 MATERIAL E MÉTODOS	37
2.1 ÁREA DE ESTUDO E DESCRIÇÃO DOS DADOS.....	37
2.2 MODELO COMPATÍVEL DE FORMA E VOLUME	40

2.2.1 Método de ajuste	41
2.3 VARIÁVEL <i>DUMMY</i>	44
2.4 BONDAD DO AJUSTE.....	45
3 RESULTADOS.....	47
4 DISCUSSÃO	56
5 CONCLUSÃO	60
6 REFERÊNCIAS.....	61
CAPÍTULO 2: OTIMIZAÇÃO DO SORTIMENTO DE ÁRVORES DE <i>Tectona grandis</i> L. F.	66
RESUMO.....	66
ABSTRACT.....	67
1 INTRODUÇÃO	68
2 MATERIAL E MÉTODOS	70
2.1 ÁREA DE ESTUDO E DESCRIÇÃO DO BANCO DE DADOS	70
2.2 PROGRAMAÇÃO DINÂMICA (PD).....	72
2.2.1 Modelos de forma e volume	74
2.2.2 Cálculo das variáveis envolvidas na otimização.....	75
2.2.3 Geração dos números úteis	76
2.2.4 Programação dinâmica (PD) na obtenção dos cenários ótimos.....	76
2.2.5 Exemplo de aplicação	77
3 RESULTADOS.....	85
4 DISCUSSÃO	92
5 CONCLUSÃO	94
6 REFERÊNCIAS.....	95
APÊNDICE I – APLICATIVO SHINY PARA ESTUDO DO COEFICIENTES DO SISTEMA COMPATÍVEL DE Zhao et al. (2019)	104
APÊNDICE II – CONDIÇÕES III E IV DA COMPATIBILIDADE	105

APÊNDICE III – CÓDIGO DO AJUSTE DO SISTEMA COMPATÍVEL DE Zhao et al. (2019)	106
--	------------

1 INTRODUÇÃO GERAL

As florestas ao longo do curso da humanidade possuem diferentes graus de utilização e atenção, não só pelos seus produtos, que é análogo ao petróleo nos tempos atuais, mas ecologicamente, pois além de mudanças ambientais, indiretamente geravam influências estratégicas, como por exemplo os assoreamentos dos rios e canais das cidades de Mios e Priena (Grécia e Ásia menor), no século V a. C. que eram cidades costeiras, perdessem o contato com o mar Egeu no século um d. C (PERLIN, 1992). Desta forma, os relatos dos declínios de grandes civilizações, que são descritos no livro “*história das florestas*¹”, são correlatos com a escassez de madeira proveniente das florestas.

Dada a importância das florestas ao longo do curso da humanidade, associada à alta demanda de matéria prima, sem a capacidade de suporte dessas, pela exploração irracional na obtenção de seus produtos, houve a necessidade de desenvolver, ao longo dos séculos, cultivos de espécies florestais a fim de garantir oferta de madeira de acordo com a quantidade demandada. Assim, iniciou o interesse por florestas plantadas, que ao associar atividades silviculturais, com o melhoramento genético, resultou atualmente, em florestas altamente produtivas.

Esses plantios com elevada produtividade diminuem a pressão sobre as florestas nativas bem como em espécies de alto valor comercial associado ao risco de extinção, além de garantir segurança na demanda por produtos madeireiros.

Um dos exemplos, são os plantios da espécie *Tectona grandis*, conhecida por teca, em que sua ocorrência natural se dá em regiões da Tailândia, Índia, Mianmar e Laos, porém cultivos comerciais são encontrados em praticamente todos os continentes.

A teca (*Tectona grandis* L. f.), dos plantios comerciais que ocorrem no Brasil, é uma das espécies que possuem maior valor por m³. Para isso, são empregadas práticas intensivas de manejo, como a poda e o desbaste, a fim de garantir produtividade associada à qualidade da madeira.

Além da qualidade das atividades empregadas ao longo do ciclo da teca, há também a necessidade da obtenção de informações com grau de confiabilidade a cerca desses plantios.

¹PERLIN, J. **História das florestas**: a importância da madeira no desenvolvimento da civilização. 1992.

Para isso, algumas ferramentas estatísticas são utilizadas. No contexto dos plantios de teca, uma das ferramentas amplamente utilizada são os modelos de afilamento. Esses modelos apresentam de grande auxílio na obtenção de informações confiáveis sobre a produção de povoamentos de teca, em especial para estimativa de sortimentos, que podem ser definidos, como uma porção do fuste classificada por meio do diâmetro na ponta fina e comprimentos pré-estabelecidos com base em sua finalidade de uso.

O auxílio por meio desses modelos se dá na estimativa dos diâmetros em diferentes alturas ou vice-versa, para classificar as toras, dado seu comprimento, de acordo com os limites especificados no sortimento; volumes em diferentes posições, que permite assim calcular a receita por m^3 , de acordo com a classificação do sortimento; e o cálculo da altura em que ocorre o diâmetro mínimo comercial, que permite obter o comprimento do tronco a ser comercializado.

Além de ferramentas estatísticas, como os modelos de regressão, a utilização da pesquisa operacional, é empregada para nortear a tomada de decisão do gestor florestal, uma vez que por meio das técnicas contidas nessa área de estudo, permite obter qual seria, por exemplo, a melhor composição de sortimentos visando a maximização da receita, dada as características cada árvore.

Assim, as florestas plantadas permitem seguridade no fornecimento de matéria prima, como produtos madeireiros, e em conjunto com ferramentas que permitam auxiliar a tomada decisão, seja na obtenção de informações acerca no povoamento e/ou no auxílio da gestão florestal, são realidades presentes no cenário de florestas plantadas no país atualmente.

2 OBJETIVOS

2.1 OBJETIVOS GERAIS

- Ajustar modelos compatíveis de forma e volume para povoamento de *Tectona grandis*;
- Otimizar o sortimento dos fustes de *Tectona grandis* com os objetivos de maximizar a receita e o volume.

2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Descrever a forma do fuste de *Tectona grandis* por meio dos efeitos de variáveis *dummy* no modelo utilizado, visando caracterizar a influência dos desbastes na forma das árvores;
- Avaliar o efeito das correções da heterocedasticidade na estimativa do volume e autocorrelação na estimativa da forma, no sistema compatível de forma e volume, utilizado;
- Avaliar os cenários obtidos tanto ao nível de árvore como ao nível de área (hectares), e a diferença dos cenários obtidos quando utilizados os diferentes objetivos de maximização da receita e maximização do volume.

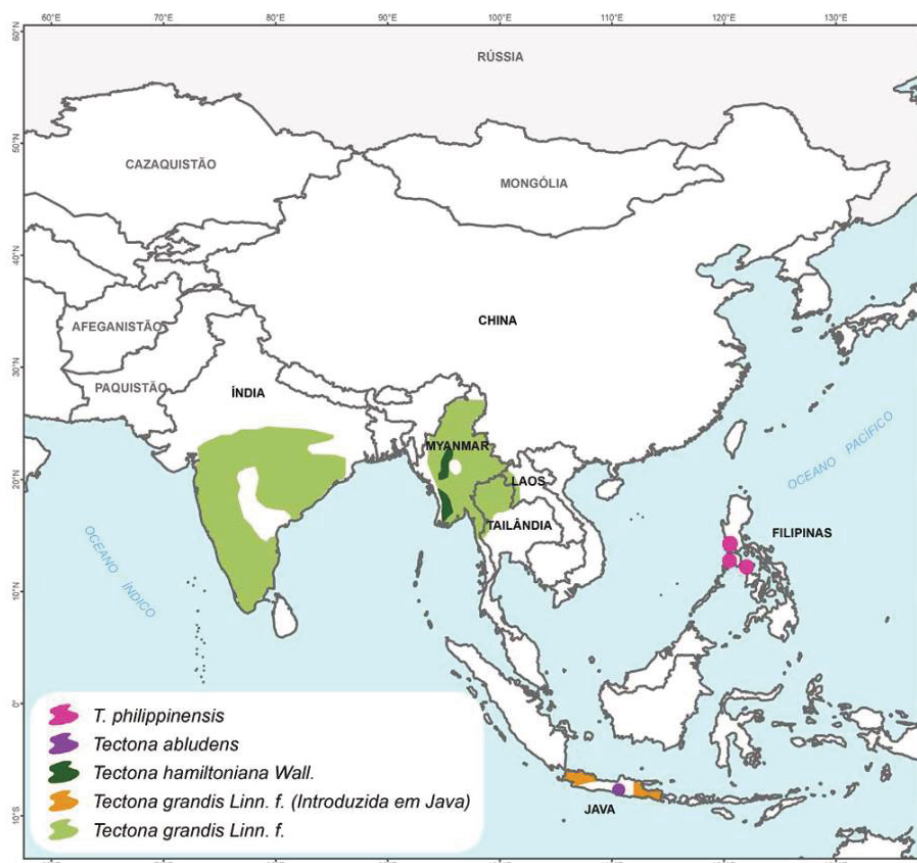
3 REVISÃO DE LITERATURA

3.1 *Tectona grandis* L. f

3.1.1 Ocorrência Natural

A *Tectona grandis* possui ocorrência natural em países inseridos no continente asiático, sendo eles: Índia, Laos, Mianmar e Tailândia (Kaosa-ard, 1989; Tanaka, Hamazaki e Vacharangkura, 1998; Bermejo, Cañellas e San Miguel, 2004; Tewari, Álvarez-González e García, 2014; Medeiros et al., 2015) (Figura 1).

Figura 1 - Área de distribuição natural das espécies pertencentes ao gênero *Tectona*. Fonte: Reis et al. (2023).



Na Figura 1, observa-se uma descontinuidade na distribuição natural da espécie *Tectona grandis*, isso se deve principalmente a fatores naturais como: Pluviosidade e umidade do solo, temperatura, luminosidade, geologia, pH do solo e ao cálcio e outros minerais (Kaosa-ard, 1989).

Observa-se ainda na Figura 1, que a distribuição da *Tectona grandis* não é idêntica à área total da mesma zona climática, o que sugere que os fatores edáficos controlam a distribuição da teca nos trópicos (Tanaka, Hamazaki e Vacharangkura, 1998).

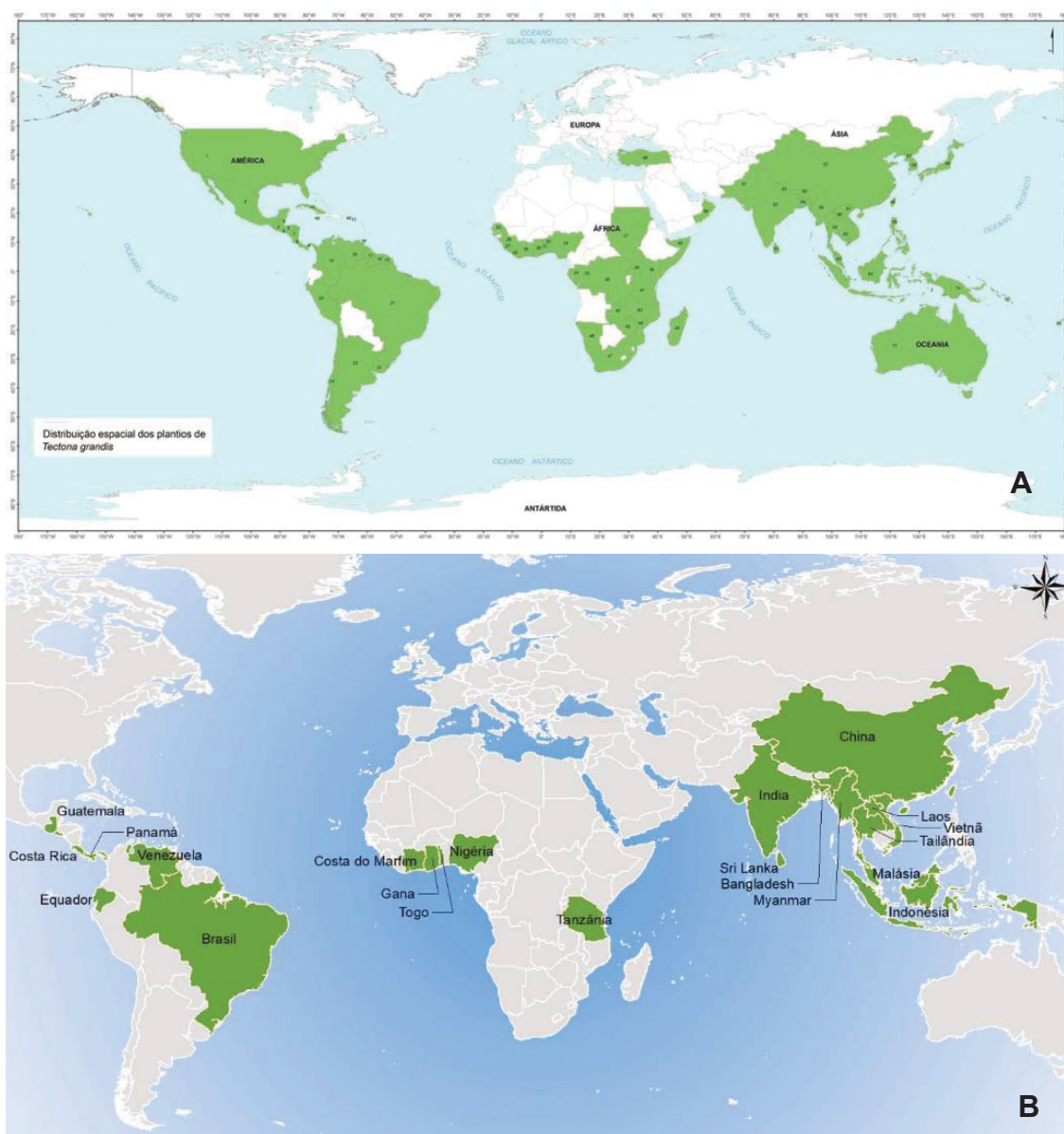
Desta forma, as condições ideais para o melhor crescimento da espécie são:

- Sob condições naturais a *Tectona grandis* se desenvolve melhor em temperaturas, com variações sazonais, entre 13°C (no mês mais frio) e 40°C (no mês mais quente) (Kaosa-ard, 1989; Pandey e Brown, 2000);
- A teca é uma espécie que demanda luminosidade, necessitando desta forma, uma intensidade luminosa diária ótima (Kaosa-ard, 1989; Pandey e Brown, 2000);
- Os solos mais adequados para o desenvolvimento da teca são de rochas de origem vulcânica, basalto, granítico-gnaiss (Kaosa-ard, 1989; Pandey e Brown, 2000; Tanaka, Hamazaki e Vacharangkura, 1998);
- Outro fator é o pH do solo, sendo o ideal para a espécie, entre 6,5 e 7,5 (Kaosa-ard, 1989; Tanaka, Hamazaki e Vacharangkura, 1998).

3.1.2 Plantios Comerciais

Na Figura 2, observa-se os países que ocorrem os plantios comerciais da *Tectona grandis*. Dentre os países destacados, dos 7 milhões de hectares catalogados, 82% dos plantios mundiais se encontram na Ásia, 11% na África, 6% na América tropical e 1% na Oceania, (Reis, Batista De Oliveira e Santos, 2023). Dos principais países produtores de teca, a maior área plantada é referente à Índia com cerca de 2,56 milhões de ha; o segundo país é a Indonésia, com 1,47 milhão de ha; seguida pela Tailândia 836 mil ha e Mianmar, com 461 mil ha (Reis, Batista De Oliveira e Santos, 2023).

Figura 2 - Países com plantios comerciais de *Tectona grandis*. Fonte: Reis et al. (2023).



em que: A = ocorrência de plantios comerciais de *Tectona grandis*; B = principais países no plantio de *Tectona grandis*.

No Brasil, a teca foi introduzida inicialmente em Cáceres, no estado de Mato Grosso, no ano de 1968 (Medeiros *et al.*, 2015) e atualmente, os plantios de *Tectona grandis* ocupam cerca de 76.000 mil ha, no país (IBÁ, 2023). Os plantios comerciais no Brasil são praticados principalmente no sistema monocultivo, porém há no país, em menor escala, no sistema ILPF (Integração Lavoura Pecuária Floresta).

As principais extensões de plantios no país se concentram no estado de Mato Grosso e no Pará, porém outras regiões apresentam o plantio da espécie

como Rondônia, Acre, Goiás, Tocantins, Minas Gerais, Mato Grosso do Sul, São Paulo e no norte do Paraná (Reis, Batista De Oliveira e Santos, 2023).

3.1.3 Características da madeira e principais usos

As propriedades da madeira da *Tectona grandis*, como resistência, estabilidade e qualidade estéticas (KAOSA-ARD, 1989; BERMEJO; CAÑELLAS; SAN MIGUEL, 2004; MOYA; BOND; QUESADA, 2014; SANTOS et al., 2023), seja utilizada para diferentes usos finais (Weaver, 1993; Kaosa-ard, 1989; Tewari, Álvarez-González e García, 2014; Medeiros et al., 2015), como a construção naval, uso estrutural, móveis entre outros usos. Dada a essas características, a *Tectona grandis* se tornou uma espécie de madeira tropical mais relevantes no mercado internacional (Weaver, 1993; Tanaka, Hamazaki e Vacharangkura, 1998; Bermejo, Cañellas e San Miguel, 2004; Moya, Bond e Quesada, 2014; Tewari, Álvarez-González e García, 2014).

Devido a esta importância no mercado internacional, houve a necessidade do fornecimento de madeira a partir de plantios de curta rotação da espécie, a fim de suprir a queda no fornecimento de madeira provenientes de plantios de longa rotação (Damayanti et al., 2019; Martha et al., 2021). Esses plantios de curta rotação se caracterizam por plantios com ciclos menores que 50 anos e já os de longa rotação ou de floresta nativa maior que 50 anos (Kollert e Kleine, 2017).

Porém as madeiras provenientes dos plantios de curta rotação apresentam qualidades inferiores quando comparados aos de longa rotação ou provenientes de florestas nativas. Um dos fatores que diminui a qualidade das madeiras proveniente dos povoamentos de curta rotação é a quantidade de lenho juvenil, que tem influência na produção, propriedades da madeira e consequentemente no valor do produto final (Martha et al., 2021). Desta forma, como consequência, madeiras provenientes de plantios de curta rotação, apresentam maior variação de cor entre o marrom claro e o marrom; o cerne possui uma menor durabilidade, possivelmente como resultado de menor concentração de extrativos ou pela distribuição diferenciada em relação aos plantios mais antigos (Moya, Bond e Quesada, 2014).

Assim, para promover o desenvolvimento madeira madura de *Tectona grandis*, é recomendado aumentar a idade final de colheita nos plantios comerciais (Curvo et al., 2024).

3.1.4 Aspectos Silviculturais

Devido a elevada qualidade da madeira de *Tectona grandis* e as qualidades requeridas, práticas silviculturais apropriadas são extremamente importantes para garantir a qualidade dos povoamentos (Santos *et al.*, 2023).

Das práticas silviculturais, pode-se inicialmente citar, o espaçamento inicial das árvores *Tectona grandis*. Atualmente, empresas vêm adotando espaçamento mais amplos que variam da seguinte forma: 6 m x 4 m; 7 m x 4 m; e 5 x 5 m, porém alguns silvicultores utilizam de espaçamentos mais adensados como 3,75 m x 3,75 m, para evitar grandes clareiras no caso da ocorrência de mortalidade (Reis, Batista De Oliveira e Santos, 2023). Quando se refere aos sistemas ILPF, os espaçamentos entre árvores devem ser maiores que 4 m e entre linhas podendo variar de acordo com objetivo, com distâncias de 15 m até distâncias maiores que 25 m (Reis, Batista De Oliveira e Santos, 2023).

Além do espaçamento, pode-se citar o desbaste e a poda, que são atividades comuns a serem aplicadas em povoamentos que apresenta como objetivo multiprodutos, como no caso de plantios de *Tectona grandis*. Essas atividades, devem ser aplicadas de forma intensiva e frequentes para manter o desempenho e crescimento em diâmetro, que pode ser de forma rápida na fase inicial do crescimento (Seta *et al.*, 2021).

O desbaste é uma das atividades silviculturais mais comuns, e podem diferenciar de acordo com o tempo, intensidade, tipo, e cada um pode ter um impacto substancial sobre o povoamento remanescente esperado e as respostas das árvores ao desbaste (Weiskittel *et al.*, 2011). Em povoamentos de *Tectona grandis*, os tipos de desbastes mais comumente utilizados são o sistemático e o “por baixo”. O desbaste sistemático, não leva em consideração tamanho ou qualquer outro atributo associado à árvore em consideração, apenas leva em consideração o espaço remanescente após a aplicação da atividade (Weiskittel *et al.*, 2011). Já o desbaste por baixo é caracterizado, por retirar árvores suprimidas, intermediárias e árvores codominantes menores, com o objetivo de promover mais espaço para as árvores dominantes e as maiores codominantes (Weiskittel *et al.*, 2011).

A aplicação da poda, tem por finalidade a diminuição o tempo de oclusão no local onde ocorre a aplicação da atividade quando comparado à poda natural, a diminuição do tamanho dos nós e o comprimento da descoloração (Zhang *et al.*,

2022), além de produzir madeira limpa sem a presença de nós (Ferraz Filho *et al.*, 2016) e a redução de nós mortos, desta forma se torna um importante assunto na produção de madeira de alta qualidade (Wang *et al.*, 2016).

Assim, a qualidade de madeira produzida é um fator determinante no preço final do produto (Ferraz Filho *et al.*, 2016). Desta forma, as atividades supracitadas devem ser realizadas de forma adequada para no final da rotação dos plantios de *Tectona grandis*, seja obtido produtos de alto valor agregado.

3.2 SISTEMAS COMPATÍVEIS DE FORMA E VOLUME

3.2.1 Histórico e definição

A teoria de sistema de equações compatíveis de volume e forma foi apresentada no começo da década de 70 por Demaerschalk (1971, 1972). Segundo o autor, a compatibilidade pode ser definida como o volume total estimado das equações de volume existente é igual ao volume obtido a partir da integração do modelo de afilamento. Desde então o significado de compatibilidade de volume e afilamento se expandiu, e várias abordagens para o desenvolvimento de sistemas compatíveis para equações de forma e volume tem sido proposto (Zhao *et al.*, 2019).

Essa definição sofreu uma alteração quando Clutter (1980) desenvolveu uma função de afilamento a partir de equações de volumes comerciais de topo variável (Zhao *et al.*, 2019). Desta forma, o conceito de compatibilidade nos sistemas de equações de forma e volume ampliou para todos os componentes da equação (forma, volume total e volume comercial), que nesses sistemas são algebricamente compatíveis, ou seja, os parâmetros de uma equação podem ser escritos em termos de parâmetros em outras equações (Sharma *et al.*, 2002; Quiñonez-Barraza *et al.*, 2019; Zhao *et al.*, 2019).

Duas abordagens são as mais comuns para desenvolver sistema de equações algebricamente compatíveis de forma e volume. A primeira é desenvolver uma equação de afilamento primeiro, e assim realizar a sua integral para obter o volume comercial e o volume total (Zhao *et al.*, 2019). A segunda abordagem consiste em derivar equações de forma compatíveis a partir de equações de volume resolvendo uma equação diferencial depois diferenciando aquela equação de

volume ou diferenciando a equação de volume somente, dependendo das formas do modelo de volume (Zhao *et al.*, 2019).

Assim, quando modelos de volume comercial são ajustados independentemente, elas geralmente apresentam indesejáveis características, produzindo seções de volume que illogicamente cruzam dentro dos limites dos dados (Burkhart, 1977; Cao, Burkhart e Max, 1980), porém ao utilizar a compatibilidade desses modelos com os modelos forma acabam compensando a variação entre a forma e o volume comercial acumulado, que ocorre em qualquer ponto do fuste (Cruz-Cobos, Los Santos-Posadas, De e René Valdez-Lazalde, 2008).

Portanto, o uso de funções compatíveis de forma e volume são uma das abordagens mais acuradas para estimar o diâmetro do fuste e o volume em qualquer diâmetro superior (Jiang, Brooks e Wang, 2005a), pois através destas funções é possível estimar o diâmetro em qualquer ponto do fuste, a altura em pré-determinado diâmetro e o volume entre dois pontos do fuste (Martin, 1981). Por consequência, é possível calcular as proporções de volume nas diversas categorias de utilização, conforme exigido pelo inventário florestal (Goulding e Murray, 1976).

Desta forma, modelos compatíveis de forma e volume são ferramentas flexíveis para estimar os volumes totais e comerciais das árvores, e que podem atender às demandas das tendências do mercado à medida que as especificações de uso/dimensões mudam (Zheng *et al.*, 2017).

3.2.2 Procedimentos de Ajuste

Sistemas compatíveis de forma e volume podem ser divididos em dois tipos: o primeiro, consiste na obtenção do modelo de volume total a partir da integração da equação de afilamento, já o segundo tipo, a forma da equação do volume total é independente da equação de forma (Zheng *et al.*, 2017). Para o primeiro tipo de sistema pode ser ajustado através de dois métodos: (1) Primeiramente ajusta-se o modelo de afilamento, desta forma o modelo de volume com esses parâmetros pode ser obtido diretamente pela integração (Martin, 1981). (2) Após obter a equação de volume total através da integração da equação de afilamento, os dois modelos são ajustados simultaneamente para obter os parâmetros por meio *SUR* ou *FIML* procedimentos (Jiang *et al.*, 2005; Pompa-García *et al.*, 2009; Zhao *et al.*, 2019; Sánchez-Banda *et al.*, 2022). Para o segundo tipo de sistema há também dois

métodos de estimação dos parâmetros: (1) Primeiramente estima-se a equação de volume total utilizando os volumes totais observados, então substitui os volumes totais estimados no modelo de volume e uma restrição de parâmetros no modelo de afilamento assim, um modelo compatível de afilamento pode ser estimado (Goulding e Murray, 1976; Fang e Bailey, 1999). (2) Utiliza-se do ajuste simultâneo para obtenção dos parâmetros (Diéguez-Aranda *et al.*, 2006).

Para garantir a consistência numérica entre os componentes das equações em um sistema de compatível algebricamente, três métodos podem ser utilizados (Zhao *et al.*, 2019): I) Ajuste de uma função de afilamento para os dados mensurados de forma e assim extrair os parâmetros para as equações de volume comercial e total (Goulding e Murray, 1976); II) Ajuste de uma equação para o volume comercial aos dados de volume cumulativo primeiro, e assim extrair os parâmetros para as equações de volume total e afilamento a partir da equação de volume comercial ajustada (Lynch, Thomas B. *et al.*, 2017; Zhao e Kane, 2017); III) Ajustar simultaneamente as equações de forma e volume comercial para os dados mensurados de forma e os dados de volume acumulado para uma mesma árvore amostrada (Deusen, Van, 1988; Fang, Borders e Bailey, 2000).

Na Tabela 1 estão alguns estudos e os respectivos métodos utilizados no ajuste dos sistemas compatíveis de forma e volume.

Tabela 1 - Métodos de ajuste utilizado em estudos com sistema de compatíveis de forma e volume.
Fonte: Autor.

Método de Ajuste	Estudos
SUR	Behling et al. (2021); Özçelik & Cao (2017); Krisnawati (2016); Quiñonez-Barraza et al. (2014); Pompa-García et al. (2009); Barrio Anta et al. (2007); Diéguez-Aranda et al. (2006)
ITSUR	López-Martínez et al. (2020); Nunes, Tomé e Tomé (2010)
NSUR	Quiñonez-Barraza et al. (2019); Zhao et al. (2019); Tang et al. (2016); Jordan et al. (2005)
WNLS	Zhao et al. (2019)
FIML	Sánchez-Banda et al. (2022); Corral-Rivas et al. (2017); Özçelik & Göçeri (2015); Uranga-Valencia et al. (2015); Quiñonez-Barraza et al. (2014); Pérez et al. (2013); Diéguez-Aranda et al. (2006)

em que: SUR = seemingly unrelated regression; ITSUR = iterative seemingly unrelated regression; NSUR = nonlinear seemingly unrelated regression; WNLS = weighted nonlinear least squares; FIML = full information maximum likelihood.

Os componentes da forma e do volume nos sistemas de compatibilidade apresentam problemas, sendo os mais relatados nos estudos a autocorrelação e a heterocedasticidade.

A autocorrelação, está associado ao modelo de afilamento, que por apresentar múltiplas observações em cada árvore é esperado autocorrelação dentro dos resíduos de cada indivíduo (López-Martínez *et al.*, 2020). Para contornar o problema, uma das alternativas utilizadas, é a incorporação de estruturas autorregressivas no modelo de afilamento, para explicar a autocorrelação inerente dos dados longitudinais, como por exemplo CAR (Diéguez-Aranda *et al.*, 2006; Barrio Anta *et al.*, 2007; Corral-Rivas *et al.*, 2007, 2017; Crecente-Campo, Alboreca e Diéguez-Aranda, 2009; Pompa-García *et al.*, 2009; Tang *et al.*, 2016; Özçelik e Dirican, 2017; Quiñonez-Barraza, Zhao e Santos-Posadas, 2019; Sánchez-Banda *et al.*, 2022;) e o AR (Özçelik e Dirican, 2017; Zhao *et al.*, 2019).

O problema de heterocedasticidade, é comumente presente em modelos de volume, o que acarreta, em estimativas de parâmetros de variância não mínimas e intervalos de confiança não confiáveis (López-Martínez *et al.*, 2020). Para diminuir o efeito desse problema nos modelos de volume utiliza-se atribuição de peso aos resíduos no momento do ajuste. Desta forma, pode-se citar como estratégias de peso a ser aplicado nos resíduos, o inverso da variância (Parresol, 1999) e a modelagem do resíduo em função das variáveis independentes, e posteriormente utilizar o inverso das mesmas, com os respectivos coeficientes, como peso (Zhao *et al.*, 2019).

As correções aplicadas visam minimizar os efeitos dos problemas de autocorrelação e heterocedasticidade, pois as principais consequências desses problemas são que os estimadores de mínimos quadrados dos coeficientes não possuem propriedades desejáveis além das variâncias estimadas dos estimadores dos mínimos quadrados são, em geral, viesados e convencionalmente intervalos de confiança e testes de significância são inválidos (Kmenta, 1986).

3.3 PESQUISA OPERACIONAL

3.3.1 Histórico e utilização no meio florestal

A pesquisa operacional teve sua origem na segunda guerra mundial, para auxiliar em operações militares, que tinha por finalidade resolver modelos baseados em sistemas com variáveis das mais diferentes naturezas (Buongiorno e Gilles, 2003). Devido aos esforços realizados na guerra, havia uma necessidade de alocar recursos escassos para várias operações militares e para atividades de cada opção de maneira eficiente (Hillier e Lieberman, 2001).

Devido a importância da pesquisa operacional durante a segunda guerra mundial, muitos cientistas que participaram dos times de desenvolvimento ou de pessoas que se interessaram pelo assunto, ficaram motivadas a continuar a estudar o tema (Hillier e Lieberman, 2001). Um primeiro exemplo a ser citado é o de George Dantzig, que em 1947 desenvolveu o método *simplex*, para resolver problemas de programação linear (Hillier e Lieberman, 2001). Assim, as ferramentas padrões utilizadas na pesquisa operacional, como a programação linear, programação dinâmica, teoria das filas e teoria dos estoques foram bem desenvolvidas no final da década de 50 do século passado (Hillier e Lieberman, 2001).

Após a guerra, as ferramentas presentes na pesquisa operacional começaram a ser utilizadas nas mais diferentes áreas da sociedade, como por exemplo indústria, na agricultura e no governo (Buongiorno e Gilles, 2003). No contexto florestal, as primeiras aplicações da pesquisa operacional a problemas de manejo florestal, foram no início da década de 1960, e crescendo rapidamente desde então (Buongiorno e Gilles, 2003).

Das ferramentas dentro da pesquisa operacional utilizadas no meio florestal estão a programação linear (Pickens, Hof e Kent, 1991; Bertomeu, Bertomeu e Giménez, 2006; Mohammadi, Limaie e Shahraji, 2017), programação inteira (Weintraub P., 2007), programação inteira mista (Nelson e Brodie, 1990; Najafi e Richards, 2013; Troncoso et al., 2015), programação dinâmica (Carnieri, Mendoza e Gavinho, 1994; Prendes *et al.*, 2023).

Desta forma, a pesquisa operacional por possuir diversas ferramentas pode ser utilizada nas mais diferentes áreas do meio florestal como: colheita florestal; ordenamento florestal; economia; manejo florestal; planejamento; entre outras.

3.3.2 Programação Dinâmica na otimização do sortimento

Durante a colheita dos povoamentos florestais, as árvores passam pelo processo de desgalhamento e traçadas transversalmente em um conjunto de toras de determinado comprimento, diâmetro e grau com seus respectivos valores, os quais são conhecidos como sortimentos (Erber *et al.*, 2022).

Assim, a forma de como o traçamento das árvores obtidas na colheita florestal é realizado, se faz fundamental estabelecer as quantidades de cada um dos diferentes produtos que podem ser obtidos no povoamento, quando as florestas são destinadas à multiprodutos (Arce, MacDonagh e Friedl, 2004).

Nos métodos tradicionais de traçamento, as árvores são cortadas dependendo da experiência dos madeireiros, o que não garante a solução ótima do traçamento, entretanto, o método de traçamento ideal com o emprego técnicas auxiliadas de ferramentas computacionais, pode encontrar a solução ótima entre muitas das alternativas declaradas (Faaland e Briggs, 1984; Akay, 2017) . Dentre as ferramentas na busca do melhor cenário a ser obtido na atividade do traçamento, para obter a melhor composição dos sortimentos dado um objetivo, têm-se a programação dinâmica.

No contexto do sortimento florestal, os problemas relacionados à otimização seja visando a maximização da receita ou minimização do resíduo/maximização do volume são conhecidos por Problemas de Corte e Empacotamento (PCE), do inglês *Cutting Stock Problems*.

Ao analisar o traçamento das toras de diferentes dimensões como um problema de PCE, percebe-se que os casos unidimensionais apresentam uma simplificação quando comparado aos cortes bi e tridimensionais, em que as toras são retiradas ao longo do comprimento do fuste uma após outra, além do diâmetro apresentar variação ao longo do fuste, assim definido como problema do corte ótimo das árvores em toras, do inglês *log bucking problem* (Arce, 2000).

Inicialmente, esses problemas foram solucionados em 1972 por Pnevmticos e Mann em 1972, utilizando a programação dinâmica (Arce, 2000). Essa ferramenta foi proposta por Bellman (1954), que teve por objetivo solucionar problemas matemáticos decorrentes do estudo de vários processos de decisão em vários estágios. O autor através desse estudo introduz o conceito do princípio da otimalidade, que consiste em: que uma política ótima tem a propriedade de que

quaisquer que sejam o estado inicial e as decisões iniciais, as restantes decisões devem constituir uma política ótima no que diz respeito ao estado resultante das primeiras decisões.

Desta forma, programação dinâmica incorpora nos problemas a serem solucionados variáveis inteiras, relações lineares e não lineares (Puumalainen, 1998; Buongiorno e Gilles, 2003).

Apesar das primeiras aplicações serem utilizadas em problemas de corte, a programação dinâmica tem desenvolvido em uma ampla ferramenta utilizada no contexto florestal (Puumalainen, 1998), por apresentar as características supracitadas.

Porém, em contraste com a programação linear, a programação dinâmica não possui uma forma padrão, o que acarreta maior dificuldade de aplicação, que pode ser maior de acordo com que se aumenta o número de variáveis e restrições (Buongiorno e Gilles, 2003). Todavia, a carga computacional para certos problemas é menor do que a programação linear, pois o princípio da otimalidade reduz o número de alternativas tratadas (Puumalainen, 1998). Além disso, as tomadas de decisão realizadas anteriormente não impossibilitam decisões corretas no presente ou mais tarde no processo (Puumalainen, 1998).

4 REFERÊNCIAS

AKAY, A. E. Potential contribution of optimum bucking bethod to borest products industry. **Eur. J. Forest Eng.**, v. 3, n. 2, p. 61–65, 2017.

ARCE, J. E. **Um sistema de análise, simulação e otimização do sortimento florestal em função da demanda por multiprodutos e dos custos de transporte**. Curitiba: UFPR, 2000.

ARCE, J. E.; MACDONAGH, P.; FRIEDL, R. A. Geração de padrões ótimos de corte através de algoritmos de traçamento aplicados a fustes individuais. **R. Árvore**, v. 28, n. 2, p. 207–217, 2004.

BARRIO ANTA, M.; DIÉGUEZ-ARANDA, U.; CASTEDO-DORADO, F.; ÁLVAREZ GONZÁLEZ, J. G.; GADOW, K. VON. Merchantable volume system for pedunculate oak in northwestern Spain. **Annals of Forest Science**, v. 64, p. 511–520, 1 jul. 2007.

BEHLING, M.; KOEHLER, H. S.; BEHLING, A. Compatibility between the Spurr function volume and the Kozak's taper function and quintic polynomial volumes for black wattle trees. **Floresta**, v. 51, n. 2, p. 521–530, 2021.

BELLMAN, R. The theory of dynamic programming. **Bull. Amer. Math. Soc.**, v. 60, p. 503–515, 1954.

BERMEJO, I.; CAÑELLAS, I.; SAN MIGUEL, A. Growth and yield models for teak plantations in Costa Rica. **Forest Ecology and Management**, v. 189, n. 1–3, p. 97–110, 23 fev. 2004.

BERTOMEU, M.; BERTOMEU, M.; GIMÉNEZ, J. C. Improving adoptability of farm forestry in the Philippine uplands: A linear programming model. **Agroforestry Systems**, v. 68, n. 1, p. 81–91, 2006.

BUONGIORNO, J.; GILLESS, J. K. **Decision Methods for Forest Resource Management**. v. 1

BURKHART, H. E. Cubic-Foot Volume of Loblolly Pine to Any Merchantable Top Limit. **Southern Journal of Applied Forestry**, v. 1, n. 2, p. 7–9, 1977.

CAO, Q. V.; BURKHART, H. E.; MAX, T. A. Evaluation of Two Methods for Cubic-Volume Prediction of Loblolly Pine to Any Merchantable Limit. **Forest Sci.**, v. 26, n. 1, p. 71–80, 1980.

CARNIERI, C.; MENDOZA, G. A.; GAVINHO, L. G. Theory and Methodology Solution procedures for cutting lumber into furniture parts. **European Journal of Operational Research**, v. 73, p. 495–501, 1994.

CORRAL-RIVAS, J. J.; DIÉGUEZ-ARANDA, U.; CORRAL RIVAS, S.; CASTEDO DORADO, F. A merchantable volume system for major pine species in El Salto, Durango (Mexico). **Forest Ecology and Management**, v. 238, p. 118–129, 30 jan. 2007.

CORRAL-RIVAS, J. J.; VEGA-NIEVA, D. J.; RODRÍGUEZ-SOALLEIRO, R.; LÓPEZ-SÁNCHEZ, C. A.; WEHENKEL, C.; VARGAS-LARRETA, B.; ÁLVAREZ-GONZÁLEZ, J. G.; RUIZ-GONZÁLEZ, A. D. Compatible system for predicting total and merchantable stem volume over and under bark, branch volume and whole-tree volume of pine species. **Forests**, v. 8, p. 1–18, 1 nov. 2017.

CRECENTE-CAMPO, F.; ALBORECA, A. R.; DIÉGUEZ-ARANDA, U. A merchantable volume system for *Pinus sylvestris* L. in the major mountain ranges of Spain. **Annals of Forest Science**, v. 66, p. 1–12, 2009.

CRUZ-COBOS, F.; LOS SANTOS-POSADAS, H. M. DE; RENÉ VALDEZ-LAZALDE, J. Sistema compatible de ahusamiento-volumen para *Pinus cooperi* Blanco en Durango, México. **Agrociencia**, v. 42, p. 473–485, 2008.

CURVO, K. R.; SILVA, G. A. O.; CASTRO, V. R.; GAVA, F. H.; PEREIRA, B. L. C.; OLIVEIRA, A. C. Heartwood proportion and density of *Tectona grandis* L.f. wood from Brazilian fast-growing plantations at different ages. **European Journal of Wood and Wood Products**, 2024.

DAMAYANTI, R.; ILIC, J.; OZARSKA, B.; PARI, G.; VINDEN, P. **Effect of Clone and Sites for Wood Properties of Fast Grown Teak and Determination of the Best Clone for Next Cultivation in Teak Plantation Industries** IOP Conference Series: Earth and Environmental Science. **Anais...**Institute of Physics Publishing, 2019

DEMAERSCHALK, J. P. **An integrated system for the estimation of tree taper and volume**. Vancouver: University of British Columbia, 1971.

DEMAERSCHALK, J. P. Converting volume equations to compatible taper equations. **Forest Science**, v. 18, n. 3, p. 241–245, 1972.

DEUSEN, P. C. VAN. Simultaneous estimation with a squared error loss function. **Can. J. For. Res.**, v. 18, p. 1093–1096, 1988.

DIÉGUEZ-ARANDA, U.; CASTEDO-DORADO, F.; ÁLVAREZ-GONZÁLEZ, J. G.; ROJO, A. Compatible taper function for Scots pine plantations in northwestern Spain. **Canadian Journal of Forest Research**, v. 36, n. 5, p. 1190–1205, maio 2006.

ERBER, G.; GOLLOB, C.; KRASSNITZER, R.; NOTHDURFT, A.; STAMPFER, K. Stem-Level Bucking Pattern Optimization in Chainsaw Bucking Based on Terrestrial Laser Scanning Data. **Croatian Journal of Forest Engineering**, v. 43, n. 2, p. 287–301, 2022.

FAALAND, B.; BRIGGS, D. Log bucking and lumber manufacturing using dynamic programming. **Management Science**, v. 30, n. 2, p. 245–257, 1984.

FANG, Z.; BAILEY, R. L. Compatible volume and taper models with coefficients for tropical species on Hainan Island in southern China. **Forest Science**, v. 45, n. 1, p. 85–100, 1999.

FANG, Z.; BORDERS, B. E.; BAILEY, R. L. Compatible volume-taper models for loblolly and slash pine based on a system with segmented-stem form factors. **Forest Science**, v. 46, n. 1, p. 1–12, 2000.

FERRAZ FILHO, A. C.; MOLA-YUDEGO, B.; GONZÁLEZ-OLABARRIA, J. R.; SCOLFORO, J. R. S. Pruning effect in *Eucalyptus grandis* x *Eucalyptus urophylla* clone growth. **Scientia Forestalis**, v. 44, n. 111, p. 729–738, 1 set. 2016.

GOULDING, C. J.; MURRAY, J. C. Polynomial taper equations that are compatible with tree volume equations. **New Zealand Journal of Forestry Science**, v. 5, n. 3, p. 313–322, 1976.

HILLIER, F. S.; LIEBERMAN, G. J. **Introduction to Operations Research**. McGraw-Hill ed. New York: Thomas Casson, 2001. v. 7

IBÁ. **Relatório Anual: 2023**.

JIANG, L.; BROOKS, J. R.; WANG, J. Compatible taper and volume equations for yellow-poplar in West Virginia. **Forest Ecology and Management**, v. 213, n. 1–3, p. 399–409, 18 jul. 2005.

JORDAN, L.; BERENHAUT, K.; SOUTER, R.; DANIELS, R. F. Parsimonious and Completely Compatible Taper, Total, and Merchantable Volume Models. **Forest Science**, v. 51, n. 6, p. 578–584, 2005.

KAOSA-ARD, A. Teak (*Tectona grandis* L. f.): its natural distribution and related factors. **Natural History Bulletin of the Siam Society**, v. 19, p. 55–74, 1989.

KMENTA, J. **Elements of Econometrics**. 2° ed. New York: Macmillan Publishing Company, 1986.

KOLLERT, W.; KLEINE, M. **The Global Teak Study Analysis, Evaluation and Future Potential of Teak Resources**. Viena: IUFRO, 2017. v. 36

KRISNAWATI, H. A compatible estimation model of stem volume and taper for *Acacia mangium* Willd. plantations. **Indonesian Journal of Forestry Research**, v. 3, n. 1, p. 49–64, abr. 2016.

LÓPEZ-MARTÍNEZ, J. O.; VARGAS-LARRETA, B.; AGUIRRE-CALDERÓN, O. A.; AGUIRRE-CALDERÓN, C. G.; MACARIO-MENDOZA, P. A.; MARTÍNEZ-SALVADOR, M.; ÁLVAREZ-GONZÁLEZ, J. G. Compatible taper-volume systems for major tropical species in Mexico. **Forestry**, v. 93, n. 1, p. 56–74, 4 fev. 2020.

LYNCH, T. B.; ZHAO, D.; HARGES, W.; MCTAGUE, J. Deriving compatible taper functions from volume ratio equations based on upper-stem height. **Canadian Journal of Forest Research**, v. 47, n. 10, p. 1424–1431, 2017.

MARTHA, R.; MUBAROK, M.; BATUBARA, I.; RAHAYU, I. S.; SETIONO, L.; DARMAWAN, W.; AKONG, F. O.; GEORGE, B.; GÉRARDIN, C.; GÉRARDIN, P. Effect of furfurylation treatment on technological properties of short rotation teak wood. **Journal of Materials Research and Technology**, v. 12, p. 1689–1699, 2021.

MARTIN, A. J. **Taper and volume equations for selected appalachian hardwood species** Research Paper NE-490, Northeast Forest Experiment Station, USDA Forest Service, Broomall, PA, USA, 1981.

MEDEIROS, R. A.; PAIVA, H. N.; LEITE, H. G.; NETO, S. N. O.; VENDRÚSCOLO, D. G. S.; SILVA, F. T. Análise silvicultural e econômica de plantios clonais e seminais de *Tectona grandis* L.F. em sistema taungya. **Revista Arvore**, v. 39, n. 5, p. 893–903, 1 set. 2015.

MOHAMMADI, Z.; LIMAEI, S. M.; SHAHRAJI, T. R. Linear programming approach for optimal forest plantation. **Journal of Forestry Research**, v. 28, n. 2, p. 299–307, 1 mar. 2017.

MOYA, R.; BOND, B.; QUESADA, H. **A review of heartwood properties of *Tectona grandis* trees from fast-growth plantations** **Wood Science and Technology**, mar. 2014.

NAJAFI, A.; RICHARDS, E. W. Designing a Forest Road Network Using Mixed Integer Programming. **Croat. j. for. eng**, v. 34, p. 17–30, 2013.

NELSON, J.; BRODIE, J. D. Comparison of a random search algorithm and mixed integer programming for solving area-based forest plans. **Can. J. For. Res.**, v. 20, p. 934–942, 1990.

NUNES, L.; TOMÉ, J.; TOMÉ, M. A system for compatible prediction of total and merchantable volumes allowing for different definitions of tree volume. **Canadian Journal of Forest Research**, v. 40, n. 4, p. 747–760, abr. 2010.

ÖZÇELİK, R.; CAO, Q. V. Evaluation of fitting and adjustment methods for taper and volume prediction of black pine in Turkey. **Forest Science**, v. 63, n. 4, p. 349–355, 9 ago. 2017.

ÖZÇELİK, R.; DIRICAN, O. Stem taper and volume models for natural cedar and Taurus fir mixed stands in Bucak District. **Journal of the Faculty of Forestry Istanbul University**, v. 67, n. 2, p. 243–261, 1 jul. 2017.

ÖZÇELİK, R.; GÖÇERİ, M. F. Compatible merchantable stem volume and taper equations for eucalyptus plantations in the eastern mediterranean region of Turkey. **Turkish Journal of Agriculture and Forestry**, v. 39, p. 851–863, 2015.

PANDEY, D.; BROWN, C. **Teak: a global overview**, 2000. (Nota técnica).

PARRESOL, B. R. Assessing tree and stand biomass: A review with examples and critical comparisons. **Forest Science**, v. 45, n. 4, p. 573–593, 1999.

PERLIN, J. **História das florestas**: a importância da madeira no desenvolvimento da civilização. 1992.

PÉREZ, D. H.; POSADAS, H. M. DE LOS S.; PÉREZ, G. Á.; LAZALDE, R. V.; HALLER, V. H. V. TAPER AND COMMERCIAL VOLUME SYSTEM FOR *Pinus patula* Schltdl. et Cham. IN ZACUALTIPÁN, HIDALGO STATE. **Rev. Mex. Cien. For.**, v. 4, n. 16, p. 34–45, 2013.

PICKENS, J. B.; HOF, J. G.; KENT, B. M. Use of chance-constrained programming to account for stochastic variation in the A-matrix of large-scale linear programs: a forestry application. **Annals of Operations Research**, v. 31, p. 511–526, 1991.

POMPA-GARCÍA, M.; CORRAL-RIVAS, J. J.; HERNÁNDEZ-DÍAZ, J. C.; ALVAREZ-GONZÁLEZ, J. G. A system for calculating the merchantable volume of oak trees in the northwest of the state of Chihuahua, Mexico. **Journal of Forestry Research**, v. 20, n. 4, p. 293–300, nov. 2009.

PRENDES, C.; ACUNA, M.; CANGA, E.; ORDOÑEZ, C.; CABO, C. Optimal bucking of stems from terrestrial laser scanning data to maximize forest value. **Scandinavian Journal of Forest Research**, v. 38, n. 3, p. 174–188, 2023.

PUUMALAINEN, J. Optimal cross-cutting and sensitivity analysis for various log dimension constraints by using dynamic programming approach. **Scandinavian Journal of Forest Research**, v. 13, n. 1–4, p. 74–82, 1 jan. 1998.

QUIÑONEZ-BARRAZA, G.; SANTOS-POSADAS, H. M. D. LOS; ÁLVAREZ-GONZÁLEZ, J. G.; VELÁZQUEZ-MARTÍNEZ, A. Compatible taper and merchantable volume system for major pine species in Durango, Mexico. **Agrociencia**, v. 48, p. 553–567, 2014.

QUIÑONEZ-BARRAZA, G.; ZHAO, D.; SANTOS-POSADAS, H. M. D. L. Compatible taper and stem volume equations for five pine species in mixed-species forests in Mexico. **Forest Science**, v. 65, n. 5, p. 602–613, 30 set. 2019.

REIS, C. F. A.; BATISTA DE OLIVEIRA, E.; SANTOS, A. M. **Teca no Brasil**. 1. ed. Brasília: EMBRAPA, 2023. v. 1

SÁNCHEZ-BANDA, M. B.; LOS SANTOS-POSADAS, H. M. DE; VALDEZ-LAZALDE, J. R.; ROLDÁN-CORTÉS, M. A. HEARTWOOD FUNCTIONS AND COMPATIBLE TAPER AND MERCHANTABLE VOLUME SYSTEMS FOR *Acacia mangium* Willd. IN, TABASCO, MEXICO. **Agrociencia**, v. 56, n. 1, p. 88–107, 23 fev. 2022.

SANTOS, M. L. DOS; MIGUEL, E. P.; BIALI, L. J.; SOUZA, H. J. DE; SANTOS, C. R. C. DOS; MATRICARDI, E. A. T. The Effect of Age on the Evolution of the Stem Profile and Heartwood Proportion of Teak Clonal Trees in the Brazilian Amazon. **Forests**, v. 14, n. 10, 1 out. 2023.

SETA, G. W.; WIDIYATNO; HIDAYATI, F.; NA'ITEM, M. Impact of thinning and pruning on tree growth, stress wave velocity, and pilodyn penetration response of clonal teak (*Tectona grandis*) plantation. **Forest Science and Technology**, v. 17, n. 2, p. 57–66, 2021.

TANAKA, N.; HAMAZAKI, T.; VACHARANGKURA, T. Distribution, growth and site requirements of teak. **Japan Agricultural Research Quarterly**, v. 32, p. 65–77, 1998.

TANG, X.; PÉREZ-CRUZADO, C.; FEHRMANN, L.; ÁLVAREZ-GONZÁLEZ, J. G.; LU, Y.; KLEINN, C. Development of a compatible taper function and stand-level merchantable volume model for Chinese fir plantations. **PLoS ONE**, v. 11, n. 1, p. 1–15, 1 jan. 2016.

TEWARI, V. P.; ÁLVAREZ-GONZÁLEZ, J. G.; GARCÍA, O. Developing a dynamic growth model for teak plantations in India. **Forest Ecosystems**, v. 1, n. 1, 1 dez. 2014.

TRONCOSO, J.; D'AMOURS, S.; FLISBERG, P.; RÖNNQVIST, M.; WEINTRAUB, A. A mixed integer programming model to evaluate integrating strategies in the forest value chain — A case study in the Chilean forest industry. **Canadian Journal of Forest Research**, v. 45, n. 7, p. 937–949, 7 abr. 2015.

URANGA-VALENCIA, L. P.; LOS SANTOS-POSADAS, H. M. DE; VALDEZ-LAZALDE, J. R.; LÓPEZ-UPTON, J.; NAVARRO-GARZA, H. Total volume and taper for *Pinus patula* Schiede ex schlt. et cham. at three forest conditions. **Agrociencia**, v. 49, p. 787–801, 2015.

WANG, C. S.; HEIN, S.; ZHAO, Z. G.; GUO, J. J.; ZENG, J. Branch occlusion and discoloration of *Betula alnoides* under artificial and natural pruning. **Forest Ecology and Management**, v. 375, p. 200–210, 1 set. 2016.

WEAVER, P. L. **Tectona grandis** L. f., teak. New Orleans.

WEINTRAUB P., A. **Integer programming in forestry** *Annals of Operations Research*, fev. 2007.

WEISKITTEL, A. R.; HANN, D. W.; KERSHAW, J. A.; VANCLAY, J. K. **Forest growth and yield modeling**. Oxford: Wiley-Blackwell, 2011. v. 1

ZHANG, Q. Q.; ZHOU, Z. Z.; HUANG, G. H.; ZHAO, W. W.; LIU, G. F.; WANG, X. B. Effects of pruning intensity and season on wound occlusion and stem form of teak (*Tectona grandis*) in China. **Journal of Tropical Forest Science**, v. 34, n. 4, p. 439–449, 2022.

ZHAO, D.; KANE, M. New variable-top merchantable volume and weight equations derived directly from cumulative relative profiles for loblolly pine. **Forest Science**, v. 63, n. 3, p. 261–269, 2 jun. 2017.

ZHAO, D.; LYNCH, T. B.; WESTFALL, J.; COULSTON, J.; KANE, M.; ADAMS, D. E. Compatibility, development, and estimation of taper and volume equation systems. **Forest Science**, v. 65, n. 1, p. 1–13, 30 jan. 2019.

ZHENG, C.; WANG, Y.; JIA, L.; MASON, E. G.; WE, S.; SUN, C.; DUAN, J. Compatible taper-volume models of *Quercus variabilis* blume forests in north China. **IForest**, v. 10, p. 567–575, 1 jun. 2017.

CAPÍTULO 1: ESTUDO DA FORMA E MODELAGEM DO AFILAMENTO E DO VOLUME DE ÁRVORES DE *Tectona grandis* L. F. SOB INFLUÊNCIA DE DESBASTE

RESUMO

A forma das árvores de *Tectona grandis* é influenciada por alguns fatores relacionados ao povoamento, intrínsecas ao ambiente, como o sítio, e principalmente pelas atividades silviculturais, o que acaba afetando o volume das árvores. Desta forma objetivou-se com este estudo modelar o afilamento e o volume de árvores de *Tectona grandis* por meio de sistema de compatibilidade de funções de forma e volume, considerando variáveis relacionadas ao povoamento para verificar a suas respectivas influências na forma das árvores de *Tectona grandis*. O trabalho foi desenvolvido a partir de dados de 318 parcelas permanentes e cubagem de 890 árvores, com idade variando entre três a 19 anos, em povoamentos localizados no estado de Mato Grosso. Para a modelagem do afilamento (d_i), volume acumulado (v_c) e volume total (V), foi utilizado o modelo compatível de Zhao et al. (2019), sendo o ajuste realizado por meio *Iterative Seemingly Unrelated Regression* (ITSUR). Variáveis *dummy's* foram utilizadas para assimilar as diferenças que ocorrem na forma das árvores, selecionando-as a partir da estratificação do banco de dados por meio da utilização da análise discriminante baseado em classes de fator forma em função de variáveis do povoamento como densidade, sítio, idade e diâmetro médio quadrático. O sistema de equações compatíveis utilizado explicou 99% das variáveis d_i , v_c e V , e por meio da análise discriminante foi possível identificar que o desbaste influenciou a forma das árvores e assim foi selecionada para utilização como variável *dummy*. Assim, conclui-se que a forma da espécie de *Tectona grandis* é influenciada pela densidade do plantio e o sistema de compatibilidade proposto por Zhao et. al., apresentou acurácia e precisão nas estimativas das variáveis d_i , v_c e V .

Palavras-chave: Equações simultâneas; desbaste; forma; compatibilidade; autocorrelação.

STUDY OF THE SHAPE AND MODELING OF THE TAPERING AND VOLUME OF
Tectona grandis L. F. TREES UNDER THE INFLUENCE OF THINNING

ABSTRACT

The form of *Tectona grandis* trees is influenced by several factors related to the stand, silvicultural activities and the environment, such as the site, which consequently affects the volume of the trees. The aim of this study was therefore to model the tapering and volume of *Tectona grandis* trees using a shape and volume function compatibility system, considering variables related to the stand to verify their respective influences on the shape of *Tectona grandis* trees. The study was based on data from 318 permanent plots and the cubing of 890 trees, ranging in age from three to 19 years, in stands located in the state of Mato Grosso. The adjustment of tapering (d_i), accumulated volume (v_c) and total volume (V) used the compatible model of Zhao et al. (2019), using Iterative Seemingly Unrelated Regression (ITSUR). Dummy variables were used from the stratification using discriminant analysis based on form factor classes as a function of stand variables such as density, site, age and quadratic mean diameter. In general, the adjusted model used explained 99% of the variables d_i , v_c and V , and through discriminant analysis it was possible to identify that thinning influenced the shape of the trees and was therefore selected for use as a dummy variable. Therefore, it is concluded that the form of the *Tectona grandis* species is influenced by planting density and the compatibility system proposed by Zhao et al. was effective in estimating the d_i , v_c and V variables.

Keywords: Simultaneous equations; thinning; shape; compatibility; autocorrelation.

1 INTRODUÇÃO

A espécie *Tectona grandis* L. f. conhecida como teca, é originária das regiões da Índia, Myanmar, Laos e Tailândia (Tewari, Álvarez-González e García, 2014). Esta espécie se distingue por seu crescimento superior quando comparada a outras espécies tropicais e de clima temperado (Rocha *et al.*, 2022). A adaptabilidade da teca a diversas finalidades de uso reforça sua versatilidade (Tewari, Álvarez-González e García, 2014). No cenário internacional, é uma das espécies tropicais de maior importância, dada a qualidade de sua madeira (Bermejo, Cañellas e San Miguel, 2004; Moya, Bond e Quesada, 2014). Essa valorização é refletida na diversidade de aplicações de sua madeira, incluindo a fabricação de móveis, pisos para interior, bancadas, janelas e construção naval (Koirala *et al.*, 2021).

Os povoamentos de *Tectona grandis*, ao longo da sua rotação, estão sujeitos a aplicações de práticas silviculturais, como desbastes e podas. Estas práticas silviculturais, quando aplicadas de forma adequada, juntamente com um eficaz controle do estoque do povoamento, influenciam na melhoria da produtividade, além de desempenhar um papel crucial na elevação da produtividade e no incremento do valor dos produtos provenientes das árvores (Pachas *et al.*, 2019). Tal aumento, resultado das atividades silviculturais, é dado pela obtenção de produtos com maior valor agregado e consequentemente com maior qualidade (Khasanah *et al.*, 2015; Pachas *et al.*, 2019; Tun *et al.*, 2018), uma vez que essas intervenções afetam a forma das árvores (Uranga-Valencia *et al.*, 2015).

Dessas intervenções, mais especificamente o desbaste, além da sua influência na produtividade, como já mencionado, possui influência na forma das árvores do povoamento dada a sua influência na densidade do povoamento, acarretando alterações na conicidade e nas características morfológicas das árvores (Bhandari *et al.*, 2021; Clark Baldwin Jr *et al.*, 2000; Deng *et al.*, 2019; Mäkinen e Isomäki, 2004).

Desta forma, é crucial direcionar o manejo de povoamentos de *Tectona grandis* visando produtos de maior qualidade. Isso requer o desenvolvimento de técnicas que reduzam custos e desperdícios na produção (Rocha *et al.*, 2022), como a modelagem acurada da forma das árvores. Assim, previsões acuradas que envolvem a classificação dos produtos da madeira por tamanhos comercializáveis

torna-se um tema de interesse para os manejadores de florestas (Cao, Burkhart e Max, 1980; Diéguez-Aranda *et al.*, 2006; Martin, 1981).

Esta temática, especialmente quando se refere à plantios cujas espécies possuam diferentes destinações, a habilidade de estimar os diâmetros na ponta fina, bem como os volumes para os vários limites de comercialização se faz necessária (Jiang, Brooks e Wang, 2005). Assim, a classificação da tora é realizada de forma eficiente para determinado uso, influencia sua precificação.

Dentre as técnicas a serem utilizadas para estimar os diâmetros que caracterizam a destinação das toras, bem como os volumes das seções para os diferentes diâmetros comerciais, estão os sistemas compatíveis de forma e volume. Projetados para assimilar a variação entre a forma e o volume comercial acumulado, que ocorrem em qualquer ponto do fuste (Cruz-Cobos, Los Santos-Posadas, De e René Valdez-Lazalde, 2008). Esses sistemas são preferencialmente ajustados por meio de sistemas de equações. Assim, apresentam compatibilidade, e quando bem especificados, refletem com maior eficiência as relações fundamentais físicas e biológicas (Sharma, Oderwald e Amateis, 2002), que no presente contexto é dado pela variação do volume ao longo do fuste das árvores por meio do decréscimo do diâmetro com o acréscimo da altura.

Os sistemas compatíveis de equações de volume total e afilamento foram propostos inicialmente por Demaerschalk (1971, 1972) e possuem a característica que o volume calculado pela integração da equação de forma do solo até a altura total da árvore não difere da calculada pela equação de volume total (Özçelik e Crecente-Campo, 2016; Zheng *et al.*, 2017; Behling, Koehler e Behling, 2021). A partir do aprimoramento desses sistemas que relacionam forma e volume, o conceito de compatibilidade ampliou-se para todos os componentes da equação de forma, volume total e volume comercial, ou seja, os coeficientes de uma equação podem ser escritos em termos de parâmetros em outras equações (Sharma, Oderwald e Amateis, 2002; Quiñonez-Barraza, Zhao e Santos-Posadas, 2019; Zhao *et al.*, 2019), o que faz com que modelos pertencentes ao mesmo sistema compartilham os mesmos parâmetros.

Assim, os povoamentos conduzidos para obtenção de multiprodutos associado à alta qualidade, como os de *Tectona grandis*, fazem com que essas técnicas mencionadas sejam de grande importância. Desta forma, os sistemas de equações permitem a obtenção do volume para os diferentes produtos classificados

de acordo com um diâmetro comercial estabelecido, em que esse mesmo volume é corrigido pela compatibilidade existente a partir de uma função de forma presente no sistema utilizado.

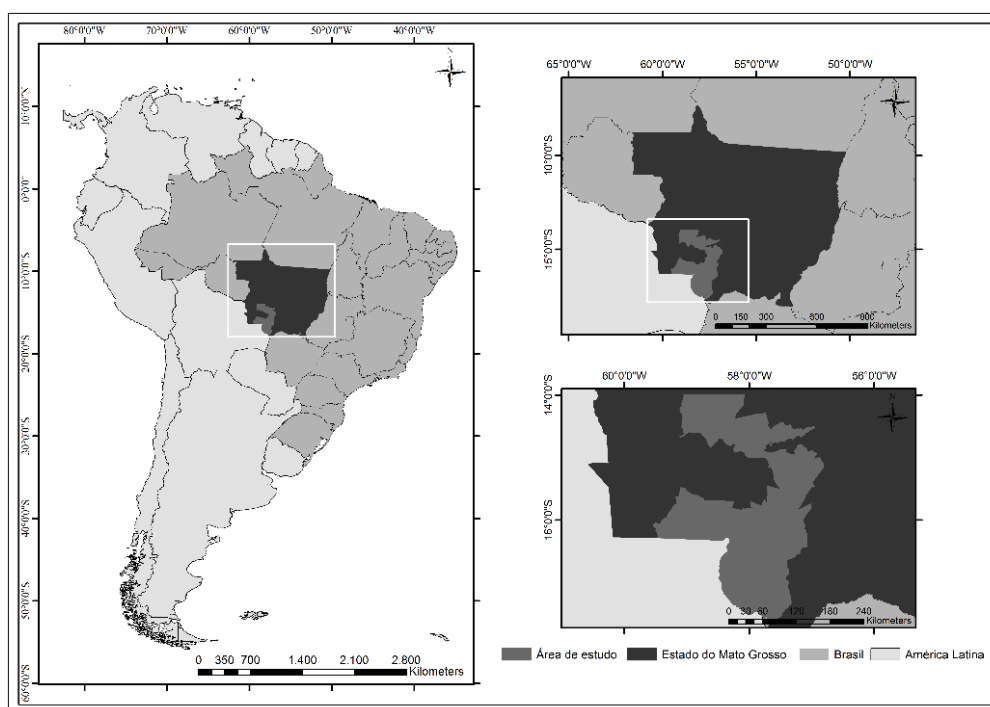
Desta forma, objetivou-se com este estudo modelar o afilamento e o volume de árvores de *Tectona grandis* por meio de sistema de compatibilidade de funções de afilamento, volume comercial e total, e relacionar o efeito do desbaste sobre os sistemas de equações para árvores de *Tectona grandis*. Assim, o estudo foi desenvolvido sob as seguintes hipóteses: (i): o desbaste influencia na forma das árvores de *Tectona grandis*; (ii) o sistema de equações compatível é acurado na estimativa dos diâmetros ao longo do fuste, volume acumulado e volume total; e (iii) a utilização de ponderações para diminuir o efeito da autocorrelação e heterocedasticidade influencia na capacidade inferencial, bem como na interpretação dos parâmetros estimados do modelo.

2 MATERIAL E MÉTODOS

2.1 ÁREA DE ESTUDO E DESCRIÇÃO DOS DADOS

O estudo foi desenvolvido em áreas na região sudoeste do estado de Mato Grosso, nos municípios de Porto Esperidião, Glória D'Oeste, Cáceres, Porto Estrela, Barra do Bugres e Tangará da Serra (Figura 3), em plantios clonais de *Tectona grandis* com área total de 1.711,03 ha. Segundo a classificação de Köppen, o clima da região é classificado como Aw, verão chuvoso com período de seca no inverno (Alvares *et al.*, 2013), com predominância de solos do tipo Latossolo.

Figura 3 - Localização da área de estudo dos povoamentos de *Tectona grandis* em Mato Grosso. Fonte: Autor.



Os dados foram coletados em 318 parcelas permanentes sujeitas a desbastes, com remediações anuais e idade variando de 3 a 19 anos, e por meio da cubagem de 890 árvores. As parcelas circulares no inventário florestal tiveram área variando de 359 m² à 2.400 m², em que foram mensuradas variáveis diâmetro à altura 1,3 m do solo (d) em centímetros e altura total (h) em metros. As estatísticas referentes aos dados das parcelas inventariadas podem ser observadas na Tabela 2.

Tabela 2. Resumo das estatísticas referentes às parcelas de inventário para as variáveis d , h , N , h_{dom} e i em Mato Grosso. Fonte: Autor.

Variáveis	Mínimo	Média	Máximo	SD	C.V.
d (cm)	2,00	22,05	57,30	10,18	0,46
h (m)	1,50	16,89	32,5	6,50	0,39
N (Arv./ha)	107	528	1140	310	0,59
h_{dom} (m)	3,62	17,47	30,59	6,06	0,35
i (Anos)	3,0	8,30	19	4,58	0,55

em que: d = diâmetro à altura 1,3 m do solo (cm); h = altura total; N = número de árvores por hectare; h_{dom} = altura dominante; i = idade; SD = desvio padrão; C. V. = coeficiente de variação.

Os dados da cubagem foram obtidos nas posições dos diâmetros com casca (d_i) nas alturas (h_i) 0,1 m, 0,5 m, 1 m, 1,3 m, 2 m e as medidas seguintes um metro em relação à medida subsequente. Os volumes das seções (v) foram calculados pelo método de Smalian, sendo que o topo do fuste foi assumido como um cone. Desta forma, por meio do somatório de todas as seções de uma dada árvore, obteve-se o volume total (V_t). As estatísticas, bem como a frequência das árvores cubadas, estão presentes nas Tabela 3 e Tabela 4 e na Figura 4.

Tabela 3 - Resumo das estatísticas dos dados de cubagem neste estudo com a espécie *Tectona grandis* em Mato Grosso. Fonte: Autor.

	n	Mínimo	Média	Máximo	SD
d_i (cm)	15089	0,95	17,78	74,15	10,23
d (cm)	890	4,10	22,82	53,00	9,09
h_i (m)	15089	0,1	7,00	29,50	5,66
h (m)	890	4,20	16,89	29,50	5,06
v_c (m ³)	15089	0,0012	0,2718	2,1237	0,2894
V_t (m ³)	890	0,0038	0,3800	2,1237	0,3781

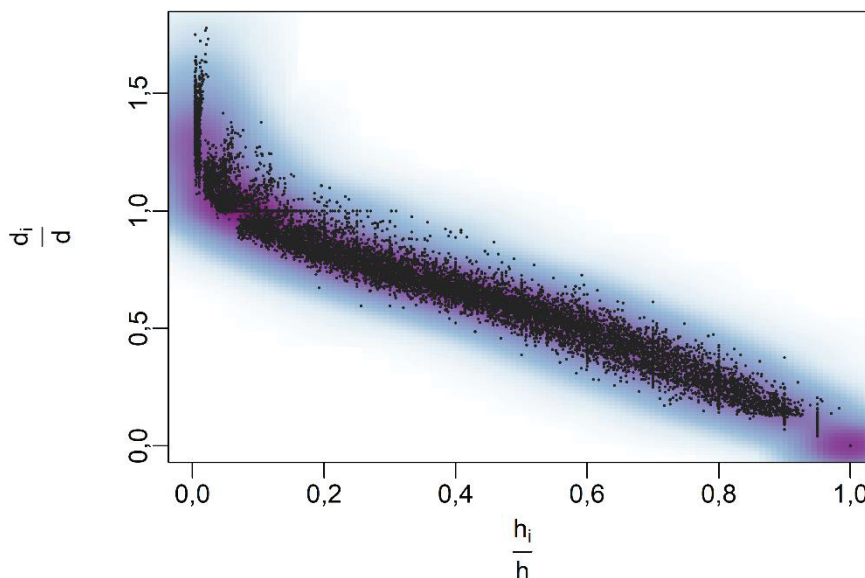
em que: d_i = diâmetro na seção i ; d = diâmetro à altura 1,3 m do solo (cm); h_i = altura da seção i ; h = altura total; v_c = volume acumulado; V_t = volume total (m³); n = n° de observações; SD = desvio padrão.

Tabela 4 - Frequência por classe diamétrica e altura das árvores amostradas de *Tectona grandis* em Mato Grosso. Fonte: Autor.

d (cm)	h (m)										Total
	[4,0, 6,6)	[6,6, 9,2)	[9,2, 11,8)	[11,8, 14,4)	[14,4, 17,0)	[17,0, 19,6)	[19,6, 22,2)	[22,2, 24,8)	[24,8, 27,4)	[27,4, 30,0]	
[4,0, 8,9)	13	20									33
[8,9, 13,8)		38	56	14							108
[13,8, 18,7)			32	58	29	2					121
[18,7, 23,6)			2	21	137	127	5				292
[23,6, 28,5)					11	88	41	8			148
[28,5, 33,4)					3	6	42	21	9	1	82
[33,4, 38,3)							5	18	12	1	36
[38,3, 43,2)							3	14	13	6	36
[43,2, 48,1)								11	7	6	24
[48,1, 53,0]							1	1	6	2	10
Total	13	58	90	93	180	223	97	73	47	16	890

em que: d = diâmetro à altura 1,3 m do solo (cm); h = altura total (m).

Figura 4 - Relação d_i/d e h_i/h para os dados das árvores cubadas. Fonte: Autor.



2.2 MODELO COMPATÍVEL DE FORMA E VOLUME

O sistema de compatibilidade de forma e volume utilizado foi o proposto por Zhao et al. (2019), que é derivado da função de razão de volume (Eq. 1), de Zhao e Kane (2017).

$$R_p = [1 - (1 - p)^\alpha]^\beta; \alpha > 1, 0 < \beta < 1 \quad \text{Eq. 1}$$

em que: R_p = razão de volume para volume em relação ao solo até um diâmetro especificado ou altura limite; $p = h_i/h$; α e β = parâmetros obtidos por meio do ajuste.

Segundo Zhao et al. (2019), a equação de razão de volume satisfaz quatro condições (Eq. 2 - 5). No APÊNDICE II, foram demonstradas graficamente as condições III e IV.

$$\text{I} \quad R(p) = 0, \text{ se } p = 0; \quad \text{Eq. 2}$$

$$\text{II} \quad R(p) = 1, \text{ se } p = 1; \quad \text{Eq. 3}$$

$$\text{III} \quad \frac{\partial R}{\partial p} \geq 0, \text{ para } 0 \leq p \leq 1; \quad \text{Eq. 4}$$

$$\text{IV} \quad \frac{\partial^2 R}{\partial p^2} \leq 0, \text{ para } 0 \leq p \leq 1; \quad \text{Eq. 5}$$

em que: $R(p)$ = volume acumulativo na altura relativa p .

Vale ressaltar, que o $p = 0$, não é sinônimo de diâmetro do toco, mas sim na altura de 0,1 m. Estes modelos de razão de volume, de forma geral, podem gerar equações de afilamento compatíveis, de acordo com Lynch et al. (2017), por meio da seguinte expressão (Eq. 6).

$$d_i(h_i) = \sqrt{\left(\frac{V_t}{k}\right) \frac{\partial R_p}{\partial h_i}} \quad \text{Eq. 6}$$

em que: d_i = diâmetro com casca (cm); h_i = altura acima do solo até o d_i ; V_t = volume total (m^3); $k = \pi/40000$.

Pelo parâmetro β , ser fortemente correlacionado com o volume a Eq. 1 pode ser reescrita da seguinte forma segundo Zhao et al. (2019):

$$R_p = [1 - (1 - p)^\alpha]^{1 - \theta \exp[-\exp(\phi d^{a1} h^{a2})]} \quad \text{Eq. 7}$$

em que: R_p = razão de volume para volume em relação ao solo até um diâmetro especificado ou altura limite; $p = h_i/h$; d = diâmetro à altura do peito (cm); h = altura total (m); $\alpha, \beta, \theta, \phi$ = parâmetros estimados por meio do ajuste.

Desta forma, a Eq. 8 correspondente ao volume comercial obtido, pode ser escrito segundo Zhao et al. (2019):

$$v_c = a_0 d^{a_1} h^{a_2} \left[1 - \left(1 - \frac{h_i}{h} \right)^\alpha \right]^{\{1 - \theta \exp[-\exp(\phi d^{a_1} h^{a_2})]\}} \quad \text{Eq. 8}$$

em que: v_c = volume comercial (m^3) até a altura h_i ; d = diâmetro à altura do peito (cm); h = altura total (m); $a_0, a_1, a_2, \alpha, \beta, \theta$ e ϕ = parâmetros obtidos por meio do ajuste.

Para o volume total a equação é análoga ao modelo de Schumacher e Hall (1933):

$$V_t = a_0 d^{a_1} h^{a_2} \quad \text{Eq. 9}$$

em que: V_t = volume total (m^3); a_0, a_1 e a_2 = parâmetros obtidos por meio do ajuste.

O modelo de afilamento derivado da Eq. 5 é (Eq. 10):

$$d_i = \sqrt{\frac{\frac{\alpha}{k} a_0 d^{a_1} h^{(a_2-1)} \left(1 - \frac{h_i}{h} \right)^{\alpha-1}}{\{1 - \theta \exp[-\exp(\phi d^{a_1} h^{a_2})]\}}} \left[1 - \left(1 - \frac{h_i}{h} \right)^\alpha \right]^{\{-\theta \exp[-\exp(\phi d^{a_1} h^{a_2})]\}} \quad \text{Eq. 10}$$

em que: d = diâmetro à altura do peito (cm); h = altura total (m); h_i = altura acima do solo da seção i (m); d_i = diâmetro da seção i ; $a_0, a_1, a_2, \alpha, \theta$ e ϕ = parâmetros do modelo; $k = \pi/40.000$.

Para obtenção das diferentes $h_{i's}$ dado os diferentes $d_{i's}$, utilizou-se do método da bissetriz (Özçelik e Crecente-Campo, 2016), pois o modelo de Zhao et al. (2019) não é invertível matematicamente, desta forma para obtenção das $h_{i's}$.

2.2.1 Método de ajuste

Para o ajuste do sistema compatível de forma e volume, utilizou-se da técnica *Iterative Seemingly Unrelated Regression (ITSUR)*, como nos estudos de Nunes et al. (2010) e López-Martínez et al. (2020). Segundo López-Martínez et al. (2020), a utilização do *ITSUR* se justifica, pois leva-se em conta a matriz de

variância e covariância entre os resíduos das equações, ou seja, considera a correlação contemporânea, em que, segundo Fang et al. (2000), a abordagem de estimação simultânea deve ser utilizada em um sistema algebricamente compatível que compartilham os mesmos parâmetros.

Segundo Diéguez-Aranda et al. (2006), o ajuste quando realizado por sistema de equações reduz o erro quadrado total do sistema, pois a técnica simultaneamente minimiza o erro de predição para o diâmetro nas diferentes alturas e o volume.

Para contornar o problema de heterocedasticidade dos modelos relacionados ao volume, foi atribuído pesos no momento do ajuste, obtido em duas etapas. Na primeira, foram ajustados os sistemas de equações (Eq.8 – Eq.10) para a obtenção dos resíduos sem a correção. Na segunda etapa, utilizou-se os resíduos obtidos na primeira para obter a função de peso, de acordo com a Eq. 11 (ZHAO et al., 2019):

$$\log(e^2) = \beta_0 + \beta_1 \log(d) + \beta_1 \log(h_i) + \beta_2 \log(h) \quad \text{Eq. 11}$$

em que: d = diâmetro à altura do peito (cm); h = altura total; h_i = altura acima do solo até um d_i (m); β_i 's = parâmetros do modelo.

Devido as múltiplas observações dos diâmetros nos diferentes $h_{i,s}$ em cada árvore é esperado autocorrelação nos resíduos em cada indivíduo. Para correção da autocorrelação no modelo de afilamento foi utilizado o *Continuous-time Autoregressive Error Structure* de segunda ordem (CAR (2)) (Eq. 12), como nos estudos de Barrio Anta et al. (2007), Corral-Rivas et al. (2017), López-Martínez et al. (2020), Özçelik e Dirican (2017) e Quiñonez-Barraza et al. (2019).

$$e_{ij} = d_1 \gamma_1^{h_{ij}+h_{ij-1}} e_{ij-1} + d_2 \gamma_2^{h_{ij}+h_{ij-2}} + \varepsilon_{ij} \quad \text{Eq. 12}$$

em que: $e_{ij} = j$ é o resíduo ordinário da árvore i ; $d_i = 1$ para $j > 1$ e $d_i = 0$ para $j = 1$; γ_i = parâmetro autoregressivo a ser estimado pelo ajuste, $h_{ij} - h_{ij-1}$ é a distância j^{th} para $j^{\text{th}-1}$ observação dentro de cada árvore, $h_{ij} > h_{ij-1}$, sendo ε_{ij} o termo do erro sob a condição de independência.

Para avaliar a autocorrelação e a eficiência do CAR(2), foram examinados graficamente os resíduos em relação ao resíduos de observações anteriores (lag (x)) dentro de cada árvore.

Para fins de comparação e verificação da eficiência da utilização do CAR, foi utilizada a estrutura de simetria composta (A), que pressupõem correlação uniforme, ou seja, independentemente das distâncias entre as alturas, o grau de correlação entre elas é considerado constante para todas, o que difere do CAR (B), que apresenta uma covariável de distância contínua. A seguir, é demonstrado matricialmente como é a estrutura de correlação da simetria composta e do CAR.

$$\begin{bmatrix} 1 & \rho & \cdots & \rho \\ \rho & 1 & \rho & \rho \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho & \rho & \cdots & \rho \end{bmatrix}_{n \times n} \quad (A) \quad \begin{bmatrix} 1 & \rho^{|h_{i1}-h_{i2}|} & \rho^{|h_{i1}-h_{i3}|} & \cdots & \rho^{|h_{i1}-h_{in}|} \\ \rho^{|h_{i2}-h_{i1}|} & 1 & \rho^{|h_{i2}-h_{i3}|} & \cdots & \rho^{|h_{i2}-h_{in}|} \\ \rho^{|h_{i3}-h_{i1}|} & \rho^{|h_{i3}-h_{i2}|} & 1 & \vdots & \rho^{|h_{i3}-h_{in}|} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho^{|h_{in}-h_{i1}|} & \rho^{|h_{in}-h_{i2}|} & \cdots & \rho & 1 \end{bmatrix}_{n \times n} \quad (B)$$

em que: ρ = Correlação entre as observações para uma mesma árvore; h_{in} = altura da árvore i na posição n; A = estrutura correlação de simetria composta; B = estrutura de correlação CAR.

Após a realização dos ajustes para as diferentes estruturas de correlação, foi realizada a comparação das diferentes estruturas de correlação com o ajuste sem a utilização de pesos no ajuste, por meio do teste de razão da máxima verossimilhança (TRMV) (Eq. 13) entre os modelos, como utilizado no estudo (Carvalho *et al.*, 2011).

$$TRMV = 2 [\ln(mv_2) - \ln(mv_1)] \quad \text{Eq. 13}$$

em que: mv_2 = valor que maximiza a função de verossimilhança do modelo completo; mv_1 = valor que maximiza a função de verossimilhança do modelo simples.

O valor encontrado pela Eq. 13, é testado a partir do valor da distribuição do χ^2 com p_1 (número de parâmetros do modelo simples) – p_2 (número de parâmetros do modelo completo) graus de liberdade. Caso o teste for significativo ao nível de $\alpha = 5\%$ de probabilidade, o modelo com maior mv apresenta melhor desempenho.

Além do teste de razão da máxima verossimilhança foi realizada a estatística do critério de informação de Akaike - AIC (AKAIKE 1974,1981), para os diferentes métodos testados.

2.3 VARIÁVEL *DUMMY*

A ocorrência de desbaste foi inserida como variável *dummy*, associando-o aos parâmetros a serem ajustados, para os diferentes componentes do sistema compatível de Zhao et al. (2019), a fim de verificar a sua influência na forma e no volume, resultando no seguinte sistema de equações (Eq. 14 - 16), utilizando as mesmas etapas de ajuste descritas no item 2.2.1.

$$v_c = (a_0 \exp(a_{01}\varphi)) d^{(a_1 \exp(a_{11}\varphi))} h^{(a_2 \exp(a_{21}\varphi))} \left[1 - \left(1 - \frac{h_i}{h}\right)^{(\alpha \exp(\alpha_1 \varphi))} \right]^{1 - (\theta \exp(\alpha \theta_1 \varphi)) \exp[-\exp((\phi \exp(\phi_1 \varphi)) d^{(a_1 \exp(a_{11}\varphi))} h^{(a_2 \exp(a_{21}\varphi))})]} \quad \text{Eq. 14}$$

$$V = (a_0 \exp(a_{01}\varphi)) d^{(a_1 \exp(a_{11}\varphi))} h^{(a_2 \exp(a_{21}\varphi))} \quad \text{Eq. 15}$$

$$d_i(h_i) = \sqrt{\frac{\frac{(\alpha \exp(\alpha_1 \varphi))}{k} (a_0 \exp(a_{01}\varphi)) d^{(a_1 \exp(a_{11}\varphi))} h^{((a_2 \exp(a_{21}\varphi)) - 1)} \left(1 - \frac{h_i}{h}\right)^{(\alpha \exp(\alpha_1 \varphi)) - 1}}{\left\{1 - (\theta \exp(\alpha \theta_1 \varphi)) \exp[-\exp((\phi \exp(\phi_1 \varphi)) d^{(a_1 \exp(a_{11}\varphi))} h^{(a_2 \exp(a_{21}\varphi))})]\right\} \left[1 - \left(1 - \frac{h_i}{h}\right)^{(\alpha \exp(\alpha_1 \varphi))}\right]^{-(\theta \exp(\alpha \theta_1 \varphi)) \exp[-\exp((\phi \exp(\phi_1 \varphi)) d^{(a_1 \exp(a_{11}\varphi))} h^{(a_2 \exp(a_{21}\varphi))})]}}} \quad \text{Eq. 13}$$

em que: v_c = volume comercial (m^3) até a altura h_i ; V = volume total com casca da árvore (m^3); d = diâmetro à 1,3 m do solo (cm); h = altura total; h_i = altura acima dos solo (m) em que ocorre o diâmetro d_i ; d_i = diâmetro com casca na altura h_i ; $a_0, a_1, a_2, \alpha, \theta$ e ϕ = parâmetros do modelo; $a_{01}, a_{11}, a_{21}, \alpha_1, \theta_1$ e ϕ_1 = parâmetros relacionados à variável *dummy*; φ = variável *dummy* 0 para condição não desbastado e 1 para condição de desbaste; $k = \pi/40000$.

Na sequência foi aplicado o teste de identidade para modelos não lineares (Eq. 17) (Bates e Watts, 1988), em que o modelo reduzido corresponde ao modelo ajustado sem considerar a ocorrência do desbaste, e o modelo completo considera a inserção da variável *dummy*, a fim de captar o efeito do desbaste. Esta estatística, teste F , vem sendo empregada em diversos estudos para verificar diferença no afilamento das árvores. Corral-Rivas et al. (2007), Özçelik e Göçeri (2015) e Özçelik e Dirican (2017) utilizaram para verificar diferença entre as formas das árvores de diferentes espécies e Crecente-Campo et al. (2009) para diferentes regiões. A estatística do teste é obtida conforme a Eq. 17:

$$F = \frac{SQE_R - SQE_F}{df_R - df_F} \bigg/ \frac{SQE_F}{df_F} \quad \text{Eq. 14}$$

em que: SQE_R = soma do quadrado dos erros do modelo reduzido, SQE_F = soma do quadrado do modelo completo; df_R = graus de liberdade do modelo reduzido; df_F = graus de liberdade do modelo completo.

Após a realização do teste F , verificou-se a significância, e no caso de ser não significativo, não há a necessidade da inserção das *dummy*, pelo modelo reduzido ser suficiente para as diferentes condições. Caso significativo ($p < 0,05$), houve diferença na forma das árvores sob condições ou não de desbaste, assim a adição da variável *dummy* na modelagem seria necessária, resultando no sistema de equação apresentado nas Eq. 14 – 16.

2.4 BONDADE DO AJUSTE

Para verificar a acuracidade do ajuste as estatísticas utilizadas foram o coeficiente de determinação (R^2) (Eq. 18), a raiz do erro quadrático médio (REQM) (Eq. 19) e a média do erro (BIAS) (Eq. 20).

$$R^2 = r^2_{y_i \hat{y}_i} \quad \text{Eq. 18}$$

$$REQM = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{n-p}} \quad \text{Eq. 19}$$

$$BIAS = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)}{n} \quad \text{Eq. 20}$$

em que: $r_{y_i \hat{y}_i}$ = coeficiente de correlação entre a variável dependente observada (y_i) e a variável dependente estimada ($\hat{y}_i$); p = número de parâmetros do modelo; n = número de observações.

Para exemplificar a eficiência dos diferentes métodos empregados, calculou-se o intervalo de predição para componente do afilamento do sistema compatível proposto por Zhao *et al.* (2019), da seguinte forma:

$$V(\hat{\theta}) = \hat{\sigma} (X^T X)^{-1}, \text{ sendo } X = \left. \frac{\partial f(x, \theta)}{\partial \theta_k} \right|_{\theta = \hat{\theta}}$$

$$IC_{1-\alpha}(\theta_i) = \hat{\theta} \pm t_{\frac{\alpha}{2}, n-p} \sqrt{V(\hat{\theta})_{ii}}, i \in \{1, \dots, p\}$$

em que: V = variância; $\hat{\theta}$ = parâmetro estimado; $\hat{\sigma}$ = erro padrão da estimativa; θ_k = parâmetro k do modelo; p = número de parâmetros estimados; n = número de observações; p = número de parâmetros do modelo; $t_{\frac{\alpha}{2}, n-p}$ = valor de t ao nível de 95% de probabilidade, com $n - p$ graus de liberdade; $V(\hat{\theta})_{ii}$ = valor da diagonal do respectivo parâmetro estimado.

3 RESULTADOS

Inicialmente foi verificado no sistema proposto por Zhao et al. (2019) (Eq. 10) se houve diferença no afilamento das árvores de *Tectona grandis* utilizando-se desbaste como variável *dummy* no sistema de Zhao et al. (2019). Ao aplicar o teste de identidade para modelos não lineares, foi constatado por meio da estatística *F* que com a inserção da variável *dummy* relacionada ao desbaste, permitiu captar a diferença na forma das árvores a partir da ocorrência da atividade em relação a ausência da mesma (Tabela 5).

Tabela 5 – Teste F para as árvores desbastadas e não desbastadas de *Tectona grandis*, baseados no modelo de afilamento de Zhao et al. (2019) em Mato Grosso. Fonte: Autor.

Equation	Modelo Completo		Modelo Reduzido		N	F _{cal}	F _{tab}
	df _F	SSE _F	df _R	SSE _R			
Zhao et al. (2019)	15073	18136,1	15081	18316,5	15089	18,74*	1,03

em que: df_F = graus de liberdade do modelo completo; df_R = graus de liberdade do modelo reduzido; SSE_F = soma do quadrado dos erros do modelo completo; SSE_R = soma do quadrado dos erros do modelo reduzido; N = número de observações; F_{cal} = valor de F calculado; F_{tab} = valor de F tabelado ao nível de 5% de significância.

Na Tabela 6, pode ser verificado que o sistema proposto por Zhao et al. 2019, explicou em torno de 99% da variabilidade dos dados, tanto para a variável v_c quanto para variável d_i , em que as estatísticas do RQME e BIAS revelam a eficiência do sistema utilizado em estimar as variáveis de interesse.

Tabela 6 - Estatísticas dos ajustes do modelo de Zhao et al. (2019) com adição da *dummy* para árvores de *Tectona grandis* em Mato Grosso. Fonte: Autor.

Variável	Eq.	Estatísticas			Pesos
		R ²	RQME	BIAS	
v_c	14 e 15	0,9912	0,0271 (9,97%)	0,0064 (2,36%)	$D^{4,17} h_i^{-0,13556} h^{-0,44988}$
d_i	16	0,9900	1,0763 (6,43%)	-0,0511 (-0,30%)	$0,55^{(h_{ij}+h_{ij-1})} + 0,46^{(h_{ij}+h_{ij-2})}$

em que: R²: coeficiente de correlação ao quadrado; RQME = Raiz quadrada do erro quadrado médio; BIAS = Média do erro.

Ao utilizar os pesos para corrigir a heterocedasticidade dos resíduos que são presentes em modelos de volume e a autocorrelação residual característica de modelos de afilamento, pode-se notar a melhora na interpretação dos parâmetros estimados bem como a redução do erro padrão dos mesmos (Tabela 7). Este efeito

nos parâmetros estimados pode ser melhor observada na significância do a_{21} e o θ_1 , que no primeiro ajuste sem as correções não apresentam significância, porém ao utilizar o CAR(2) e o peso nos resíduos associados ao volume, nota-se que há significância dos mesmos parâmetros estimados. Pelo parâmetro ϕ exercer pouca influência sob a curva de afilamento, não teve uma variável *dummy* associada, além de dificultar o ajuste do modelo (Figura 5).

Figura 5 - Influência do parâmetro ajustado ϕ no padrão da curva mantendo os demais parâmetros ajustados constantes. Fonte = Autor.

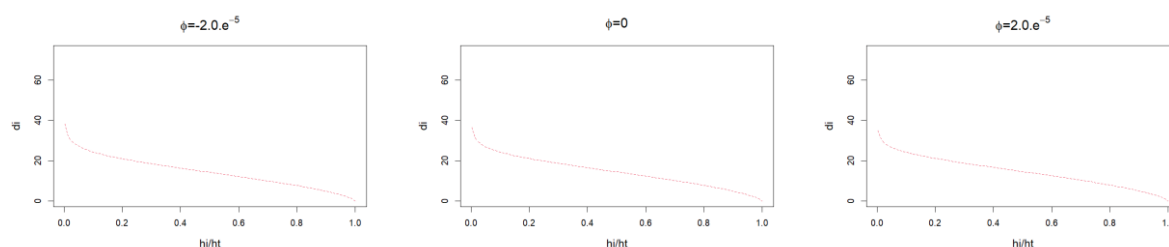


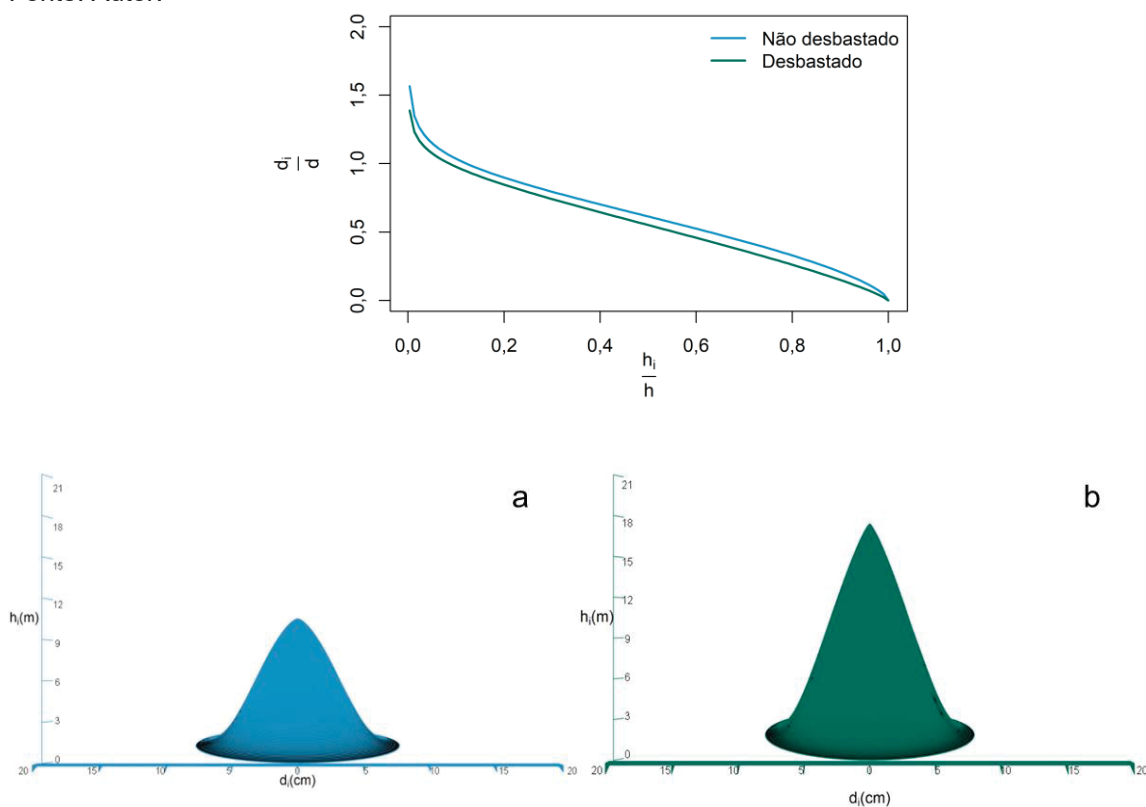
Tabela 7 - Valores dos parâmetros estimados e os erros padrão (itálico), dos diferentes métodos de ajuste para árvores de *Tectona grandis* em Mato Grosso. Fonte: Autor.

Método	Parâmetros										
	a_0	a_{01}	a_1	a_{11}	a_2	a_{21}	α	α_1	θ	θ_1	ϕ
Tradicional	9,7e ^{-5*}	-0,48*	1,79*	0,07*	0,84*	0,04 ^{ns}	2,54*	-0,01*	0,41*	-0,01 ^{ns}	-2e ^{-5*}
	(2,96e ⁻⁶)	(0,03)	(0,02)	(0,012)	(0,03)	(0,03)	(0,013)	(0,005)	(0,008)	(0,02)	(7,63e ⁻⁷)
Pesos	1,2e ^{-4*}	-0,55*	1,81*	0,05*	0,76*	0,12*	2,32*	0,12*	0,56*	-0,27*	-1e ^{-5*}
	(1,95e ⁻⁶)	(0,02)	(0,01)	(0,008)	(0,02)	(0,02)	(0,006)	(0,004)	(0,006)	(0,01)	(6,69e ⁻⁷)

em que: $a_0, a_1, a_2, \alpha, \theta$ and ϕ = parâmetros do modelo; $a_{01}, a_{11}, a_{21}, \alpha_1, \theta_1$ = parâmetros da variável *dummy*.

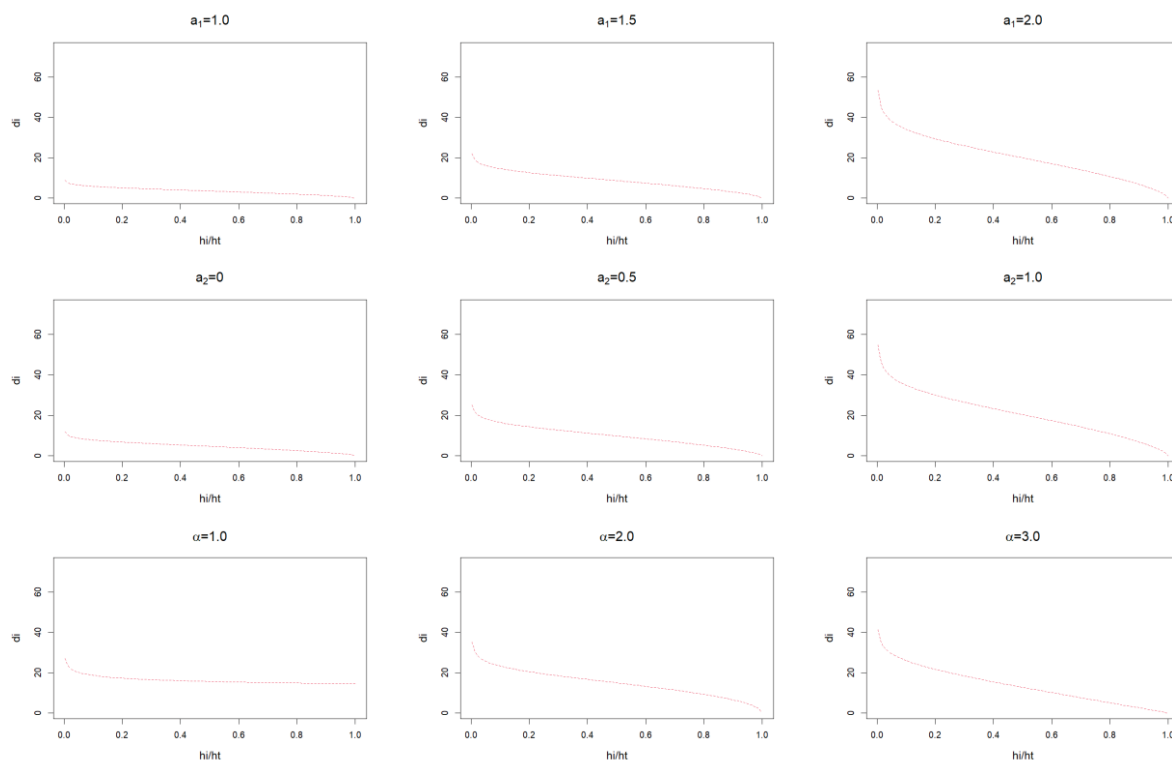
As alterações nos valores dos parâmetros estimados pelos valores da *dummy* corroboram com o teste de identidade para modelos não lineares, indicando a diferença na forma das árvores desbastadas para as não desbastadas (Figura 6).

Figura 6 - Perfil do fuste das árvores de *Tectona grandis* não desbastadas (a) para um d de 14,42 cm e h de 12,00 m e árvores desbastadas (b) para um d de 27,38 cm e h de 19,60 m, em Mato grosso. Fonte: Autor.



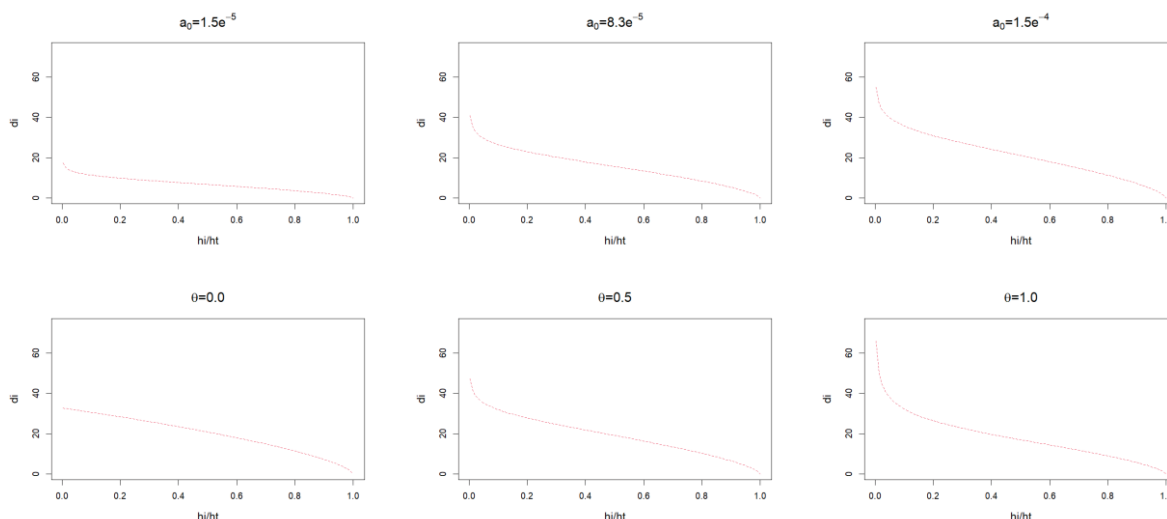
As alterações positivas foram nos parâmetros estimados a_{11} , a_{21} e α_1 . Desta forma, indicam no a_{11} o efeito do desbaste na variável d bem como o aumento da inclinação da curva do afilamento, este mesmo efeito da inclinação pode ser associado ao parâmetro estimado a_{21} que tem efeito sob a variável h (Figura 7). O efeito positivo no parâmetro estimado α_1 , indica uma forma mais cônica das árvores em povoamentos que já ocorreu o desbaste (Figura 7).

Figura 7 - Influência do parâmetro ajustado a_1 , a_2 e α no padrão da curva mantendo os demais parâmetros ajustados constantes. Fonte = Autor.



A *dummy* com efeitos negativos indicam, no a_0 uma diminuição do fator de forma da árvore, que pode ser identificado no modelo de Schumacher e Hall (1933), que é um dos modelos no sistema de equações (Figura 8). O parâmetro estimado θ_1 acarreta uma modificação mais evidente na base do fuste, que faz com que as estimativas dos diâmetros na região o tornem mais cilíndrico (Figura 8).

Figura 8 - Influência do parâmetro ajustado a_0 e θ no padrão da curva mantendo os demais parâmetros ajustados constantes. Fonte = Autor.



Em relação as correções aplicadas no ajuste dos modelos, inicialmente foi efetuada a comparação das diferentes estruturas de correlação para o modelo de afilamento presente no sistema do Zhao et al. (2019) (Tabela 8). Na referida tabela foi observado que a estrutura do CAR foi a que apresentou melhor acuracidade pelo valor da estatística do AIC, e que ambas as estruturas utilizadas apresentaram diferença significativa para o modelo tradicional.

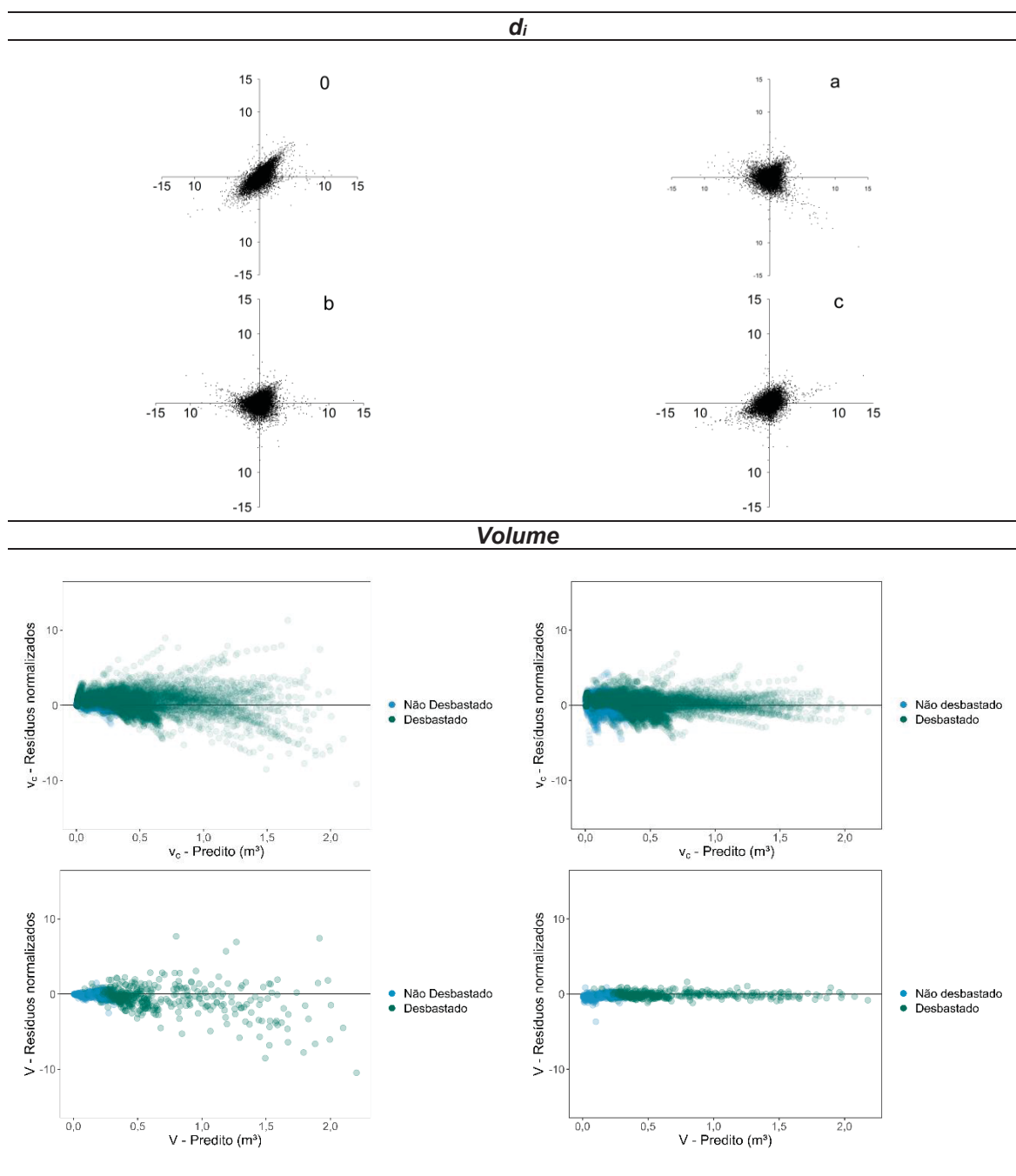
Tabela 8- Comparação entre as diferentes estruturas de matriz de correlação dos resíduos. Fonte: Autor.

Método	G.L.	AIC	pvalor
Tradicional (Eq. 8)	7	47.271,48	-----
CAR	8	43.756,85	<0,0001
Simetria composta	8	44.949,92	<0,0001

em que: G. L. = Graus de liberdade do modelo; AIC = Critério de Informação de Akaike.

Em relação ao comportamento dos resíduos ao utilizar o CAR(2) para a variável d_i e a ponderação para correção da heterocedasticidade para as variáveis V e v_c , observa-se na Figura 9, a melhoria no padrão residual gerada pelo efeito da autocorrelação entre as observações que é característico nos modelos de afilamento e também na homogeneidade residual para variáveis relacionadas ao volume.

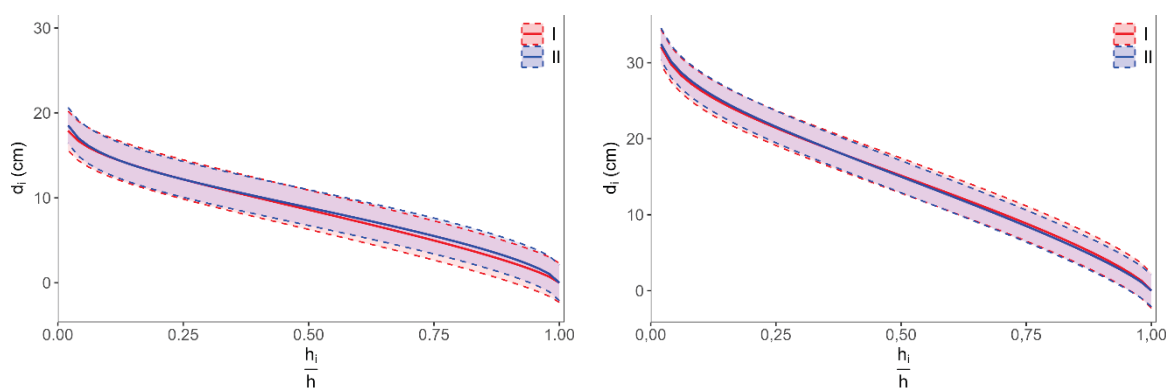
Figura 9 - Relação dos resíduos e dos seus valores defasados sem a correção (0) da autocorrelação e com a utilização do CAR (2) (a, b, c). em que: 0 = sem correção com lag (1); a = lag (1); b = lag (2); c = lag (3). Fonte: Autor.



Assim, para verificar a capacidade inferencial com a utilização dos pesos no ajuste, por meio do perfil da curva de afilamento, com a aplicação dos pesos e sem aplicação dos pesos, para as árvores em condições de desbaste e de não desbaste, bem como o intervalo de predição para as diferentes situações, foi elaborada a Figura 10. Observa-se com maior destaque para o perfil da árvore não desbastada uma diferença nas curvas, e um menor intervalo de predição para o ajuste ao aplicar

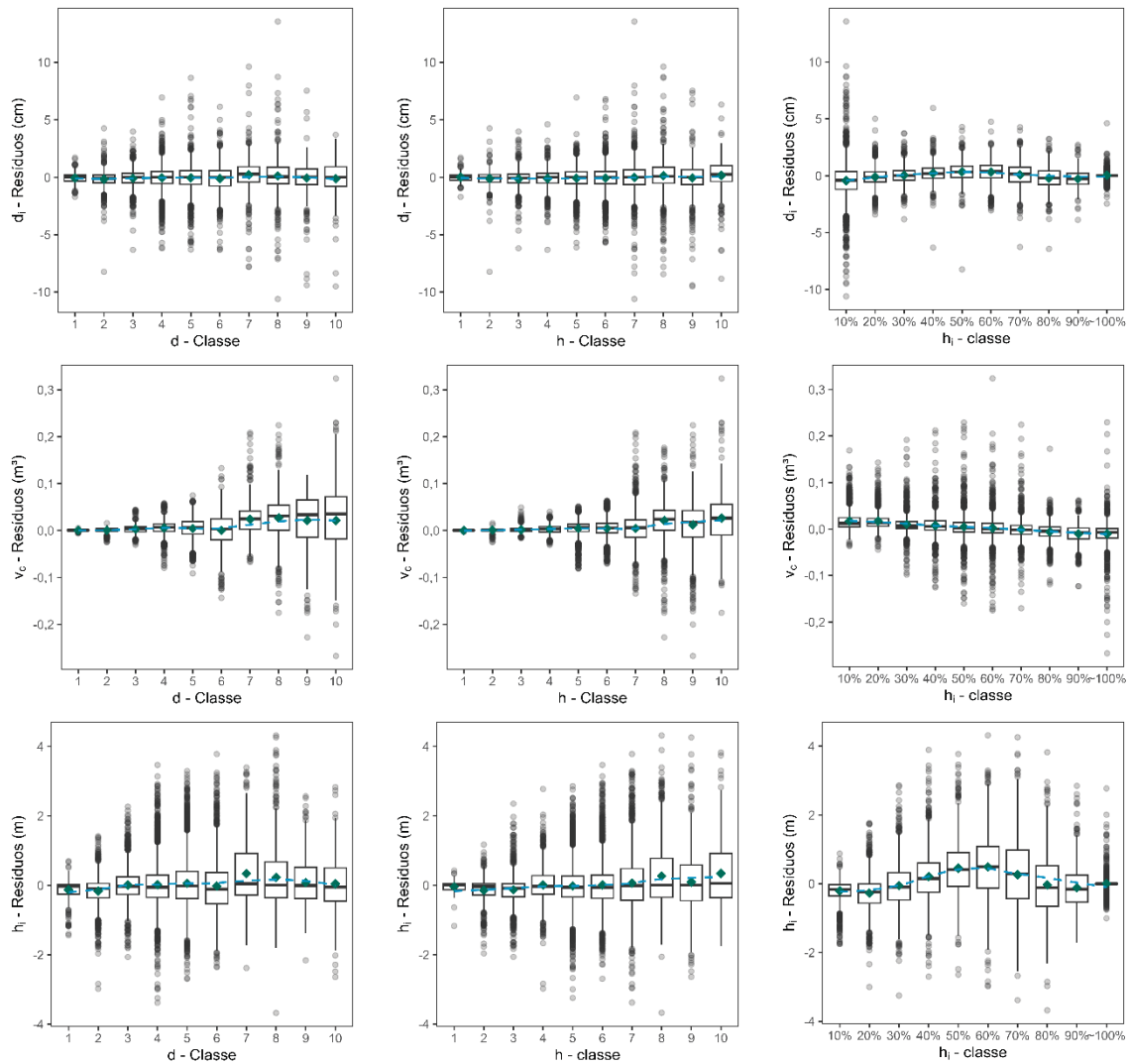
as correções, com uma diferença de 1,29 cm na porção da base e aproximadamente 1,13 cm na porção superior da árvore.

Figura 10 - Intervalo de confiança para os modelos de afilamento sem aplicação dos pesos (I) aplicação dos pesos (II) das árvores não desbastadas (Esquerda) para um d de 14,42 cm e h de 12,0 m e árvores desbastadas (Direita) para um d de 27,38 cm e h de 19,6 m, para *Tectona grandis* em Mato Grosso. Fonte: Autor.



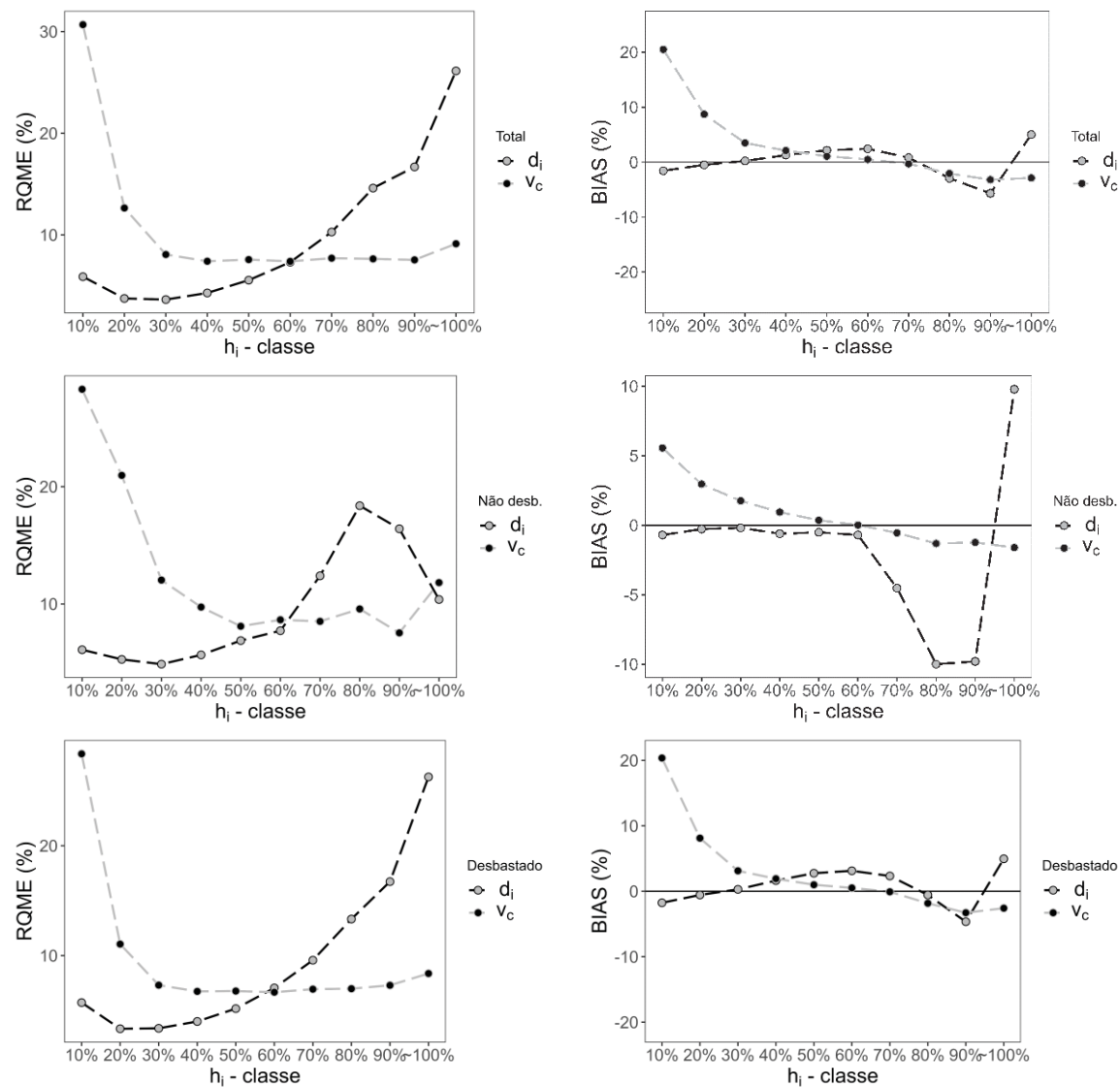
Na Figura 11, foram demonstrados os resíduos obtidos por meio do ajuste com a utilização das correções. Em relação a variável d_i , a maior variação dos resíduos é mais notória em relação as classes de $h_{i's}$, em que as seções até 10% da altura total apresentam a maior amplitude residual, que pode ser explicada pela maior variação do tronco e inserção da copa nessa região. Em relação à variável v_c os maiores erros se encontram nas maiores classes de d e h , ou seja, nas árvores de maiores dimensões. Além das variáveis explícitas nos modelos, foram obtidas as alturas, em que a variável h_i obtida pelo método da bissetriz, apresentou resíduos com tendência de aumentar a variação de acordo com que se aumentou as classes de h e o d e uma maior variação nas classes de $h_{i's}$ de 60% a 80%.

Figura 11 - Resíduos das variáveis d_i , v_c e h_i em relação as classes de d , h e h_i para árvores de *Tectona grandis* em Mato Grosso. Fonte: Autor.



Na Figura 12, foi observado a tendência dos RQME e do BIAS para as variáveis d_i e v_c ao longo das classes de h_{is} . Para os dados totais as estatísticas analisadas apresentaram valores próximos, quando se aumentou as h_{is} as estatísticas pioraram para o d_i . Para o volume, houve melhora nas estatísticas conforme o aumento dos h_{is} . Ao analisar isoladamente os povoamentos não desbastados e os desbastados, as análises indicaram a mesma tendência para os dados totais, porém com uma maior amplitude no valor do BIAS para variável d_i nos povoamentos não desbastados e para os povoamentos desbastados uma maior amplitude do BIAS para variável v_c .

Figura 12 - Estatísticas RMSE e BIAS por classes de altura relativa para árvores de *Tectona grandis* em Mato Grosso. Fonte: Autor.



4 DISCUSSÃO

De acordo com o teste de identidade (Tabela 5) foi verificado que o desbaste promove alteração na forma do fuste, em que os povoamentos desbastados possuem árvores com maior afilamento do que aqueles não desbastados, como identificado nos estudos de Jiang e Liu (2011) e Newnham (1965). Desta forma, a atividade do desbaste simula o crescimento aberto, ou seja, mantém o povoamento em menores densidades (Larson, 1963).

A influência do desbaste pode ser explicada por alguns fatores, como árvores conduzidas sob menores densidade possuem copa mais longa (Ferreira *et al.*, 2014), e o que acarreta maior afilamento do fuste, pois na posição da copa há uma maior taxa de decréscimo do diâmetro (Larson, 1963). Além do comprimento da copa, pode-se mencionar que o número de ramificações oriundas da copa apresenta influência na forma das árvores, como constatado por Adu-Bredu *et al.* (2008), em pesquisa com *Tectona grandis* na região da África ocidental.

Segundo Mäkinen *et al.* (2002) e Sharma e Zhang (2004), árvores que estão se desenvolvendo em menores densidades possuem o diâmetro à altura do peito e afilamento superiores as árvores em condições de maiores densidades. De acordo com Jiang e Liu (2011), faz com que haja uma diminuição nos volumes nas seções superiores das árvores conduzidas em menores densidades.

Desta forma, independente da classe que as árvores são classificadas, o desbaste aumentará o crescimento ao longo do terço inferior do fuste, enquanto não mais do que um ligeiro aumento na porção intermediária do caule ou até mesmo um maior decréscimo do fuste (Ikonen *et al.*, 2006).

O efeito da condição dos povoamentos desbastados pode ser observado a partir da significância dos parâmetros estimados relacionados à variável *dummy* (Tabela 7). O parâmetro estimado a_{01} demonstra uma correção negativa, o que pode ser interpretado na perda da forma das árvores em condições de povoamentos que já sofreram o desbaste. Este fato pode ser melhor interpretado ao verificar o parâmetro estimado na estrutura do modelo de Schumacher e Hall (1933), que na concepção do mesmo, o parâmetro estimado a_0 seria uma constante associada ao fator de forma, desta forma a correção negativa evidencia o aumento da conicidade das árvores a partir da ocorrência dos desbastes.

Diferente do parâmetro estimado a_0 , o parâmetro estimado a_1 sofreu uma correção positiva, o que era esperado, por estar associado à variável d , em que o desbaste faz com que haja um aumento do diâmetro na porção inferior do fuste. A correção positiva da *dummy* a_{21} na altura pode ser explicada segundo Stoaate (1941) por meio de árvores em diferentes condições de espaçamento com o mesmo diâmetro, em povoamentos desbastados elas irão possuir um menor fator de forma, pois atingem o diâmetro mais rapidamente do que povoamentos que não sofreram intervenção, e em condições de ausência da atividade de desbaste, as árvores possuem uma menor altura.

A maior conicidade das árvores de *Tectona grandis*, em povoamentos desbastados, refletiu de maneira a aumentar o valor do parâmetro estimado α , uma vez que ele tende a crescer o afilamento de acordo com o aumento de seu valor na estimativa. Este parâmetro estimado pode ser comparado a modificação dos sólidos de revolução demonstrado por Bitterlich (1984) e Machado e Figueiredo Filho (2014), por meio da fórmula $y = K\sqrt{X^R}$, em que o aumento do valor do parâmetro R na equação acarretará o aumento da conicidade das árvores.

Em relação ao parâmetro estimado θ , de forma análoga ao parâmetro estimado a_0 , sofreu uma correção negativa por meio da variável *dummy*, que atribuiu uma característica à base da árvore dos povoamentos em condições em que ocorreu o desbaste, de um menor afilamento estimado na região da base pelo incremento do diâmetro nesta porção do fuste. Estas alterações provocadas pela *dummy* são melhores observadas na Figura 6.

Desta forma, atividades silviculturais que visem a melhoria da forma das árvores devem ser utilizadas. Isso deve-se ao fato que as atividades silviculturais permitem simular diferentes condições para o povoamento, a poda por exemplo, simulará um crescimento de povoamento adensado, que acarreta no deslocamento do crescimento em diâmetro para a parte superior do fuste pela nova posição da copa, a qual é antagônica ao desbaste, que simula condições de crescimento livre e faz com que o crescimento diâmetro se desloque para a base da árvore (Larson, 1963), como pode ser observado APÊNDICE II .

Segundo, as principais consequências de os resíduos apresentarem heterocedasticidade e autocorrelação são que os estimadores da regressão, apesar de não apresentarem vieses e serem consistentes, não possuem outras

propriedades desejáveis. Além das variâncias estimadas, em geral, dos estimadores são, em geral, viesados e, convencionalmente, os intervalos de confiança e testes de significância são inválidos.

A correção da autocorrelação, tem por finalidade principalmente aprimorar a interpretação das propriedades estatísticas do modelo (Diéguez-Aranda *et al.*, 2006), e são diversos os estudos que corrigem que visem contornar o efeito da autocorrelação (Crecente-Campo, Alboreca e Diéguez-Aranda, 2009; Pompa-García *et al.*, 2009; Quiñonez-Barraza, Zhao e Santos-Posadas, 2019; López-Martínez *et al.*, 2020; Sánchez-Banda *et al.*, 2022). Desta forma como demonstrado, a utilização do CAR em comparação aos outros métodos apresentou uma eficiência maior, pois considera a diferença entre as distâncias entre $h_{i/s}$. Na Figura 9 foi observado que o problema de autocorrelação foi reduzido por meio do CAR(2), pela ausência da tendência linear dos resíduos após a aplicação da técnica.

De maneira análoga a utilização de peso para contornar o problema de autocorrelação, foi evidenciado o melhor padrão residual para as variáveis v_c e V (Figura 9), a partir da modelagem de variância dos resíduos e sua utilização como peso, o que corrobora como os estudos de Parresol (1999), Nunes *et al.* (2010), Zhao *et al.* (2015) e Sánchez-Banda *et al.* (2022).

Ao observar a Figura 10 e a Tabela 7, foi constatado que as correções aplicadas influenciam em outras estatísticas dos modelos ajustados, em que nos ajustes sem peso, os parâmetros estimados apresentam os erros padrão superiores em relação aos com pesos, além dos parâmetros estimados a_{21} e θ_1 passarem a serem significativos após a diminuição do efeito da autocorrelação e da heterocedasticidade. Alguns estudos mencionam que os modelos que tiveram aplicação de pesos para diminuição do efeito da autocorrelação não foram diferentes significativamente daqueles ajustados sem aplicação de pesos (Barrio Anta *et al.*, 2007; Crecente-Campo, Alboreca e Diéguez-Aranda, 2009; Uranga-Valencia *et al.*, 2015; Özçelik e Crecente-Campo, 2016). Segundo Barrio Anta *et al.* (2007), pela alta significância dos parâmetros, incluindo os de autocorrelação, pode-se supor que não haveria mudança na significância destes incorporando a tendência dos resíduos.

Desta forma, o ajuste sujeito a aplicação de pesos possui melhor interpretação dos parâmetros estimados, também modifica a curva e o intervalo de predição para uma nova observação, pois segundo Kmenta (1986), as principais consequências de os resíduos apresentarem heterocedasticidade e autocorrelação

são que os estimadores da regressão, apesar de não apresentarem vieses e serem consistentes, não possuem outras propriedades desejáveis. Além das variâncias estimadas, em geral, dos estimadores são, em geral, viesados e, convencionalmente, os intervalos de confiança e testes de significância são inválidos ((Kmenta, 1986). Este comportamento é mais evidente na curva para a situação em que não ocorreu desbaste, onde a curva diminui a taxa de afilamento ao longo do tronco após a inclusão dos pesos (Figura 10).

Com base nos resíduos demonstrados na Figura 11, pode-se notar para a variável d_i para as classes de d e h há uma tendência em aumentar a amplitude dos resíduos de acordo com que se aumenta a classe das variáveis. Ao verificar os resíduos pelas classes de altura relativa (h_i/h), foi observado que o d_i tende a apresenta uma maior amplitude residual na primeira classe, pois possui maior irregularidade na base do fuste, conforme Rocha et al. (2022). Esse mesmo comportamento sobre os resíduos dos d_i s referente a base do fuste para espécies que possuem nesta porção uma maior irregularidade foi verificada por López-Martínez et al. (2020) e Tang et al. (2016).

As h_i s obtidas tiveram uma maior variação nas classes de 60% a 80%, resultado semelhante ao encontrado por Özçelik e Dirican (2017) ao utilizar o modelo Fang et al. (2000).

A tendência das estatísticas RQME e BIAS ao longo das alturas relativas (Figura 12), foi observada de forma semelhante ao estudo López-Martínez et al. (2020). Segundo os autores a acurácia para o d_i é maior até a altura relativa de 50% em relação à altura total da árvore, que corresponde a porção mais cilíndrica da árvore. Já os maiores erros associados ao volume principalmente nas porções iniciais, pode ser explicado pela forma da porção inicial do fuste ser irregular nas árvores de *Tectona grandis*.

De forma geral, considerando as estatísticas (Tabela 6) e os resíduos, com ênfase nas classes de altura relativa (Figura 11), o modelo de Zhao et al. (2019) obteve desempenho adequado na estimativa das variáveis de interesse, o qual seria indicado para modelagem da forma, volume comercial e volume total de árvores de *Tectona grandis*.

5 CONCLUSÃO

A aplicação da variável *dummy* associada a ocorrência do desbaste se fez necessária para árvores de *Tectona grandis*, pois a atividade exerce influência na forma das árvores, de forma com que a ausência do desbaste as árvores são menos cônicas e com a sua ocorrência, apesar de tornarem-se mais cônicas, se tornam mais cilíndricas na região da base.

O sistema de compatibilidade proposto por Zhao et al. (2019), apresentou acurácia nas estimativas das variáveis d_i , v_c e V .

A utilização dos pesos no componente do volume do sistema e a utilização do *Continuous-time Autoregressive Error Structure* no componente da forma permitiu que os parâmetros fossem melhor interpretados, além de influenciar na significância dos parâmetros estimados e na melhoria da capacidade inferencial dos modelos.

6 REFERÊNCIAS

- ADU-BREDU, S. et al. An explicit stem profile model for forked and un-forked teak (*Tectona grandis*) trees in West Africa. **Forest Ecology and Management**, v. 255, n. 7, p. 2189–2203, 20 abr. 2008.
- AKAIKE, H. A new look at statistical model identification. **IEEE Transactions automatic control**, Tokio, v. 19, n. 6, p. 717-723, 1974.
- AKAIKE, H. Likelihood of a model and information criteria. **Journal of econometrics**, Amsterdam, v.16, n.1, p. 3-14, 1981.
- ALVARES, C. A. et al. Köppen's climate classification map for Brazil. **Meteorologische Zeitschrift**, v. 22, n. 6, p. 711–728, 2013.
- BARRIO ANTA, M. et al. Merchantable volume system for pedunculate oak in northwestern Spain. **Annals of Forest Science**, v. 64, p. 511–520, 1 jul. 2007.
- BATES, D. M.; WATTS, D. G. **Nonlinear Regression Analysis and Its Applications**. New York, NY, USA: Wiley, 1988.
- BEHLING, M.; KOEHLER, H. S.; BEHLING, A. Compatibility between the Spurr function volume and the Kozak's taper function and quintic polynomial volumes for black wattle trees. **Floresta**, v. 51, n. 2, p. 521–530, 2021.
- BERMEJO, I.; CAÑELLAS, I.; SAN MIGUEL, A. Growth and yield models for teak plantations in Costa Rica. **Forest Ecology and Management**, v. 189, n. 1–3, p. 97–110, 23 fev. 2004.
- BHANDARI, S. K. et al. Effect of thinning and fertilizer on growth and allometry of *Eucalyptus marginata*. **Forest Ecology and Management**, v. 479, p. 118594, 1 jan. 2021.
- BITTERLICH, W. **The relascope idea: relative measurements in forestry**. Wallingford, U. K.: Commonwealth Agricultural Bureaux, 1984.
- CAO, Q. V.; BURKHART, H. E.; MAX, T. A. Evaluation of Two Methods for Cubic-Volume Prediction of Loblolly Pine to Any Merchantable Limit. **Forest Sci.**, v. 26, n. 1, p. 71–80, 1980.
- CARVALHO, S. DE P. C. E et al. Modelos não lineares generalizados aplicados na predição da área basal e volume de *Eucalyptus* clonal. **Cerne**, v. 17, n. 4, p. 541–548, 2011.
- CLARK BALDWIN JR, V. et al. The effects of spacing and thinning on stand and tree characteristics of 38-year-old Loblolly Pine. **Forest Ecology and Management**, v. 137, p. 91–102, 2000.
- CORRAL-RIVAS, J. J. et al. A merchantable volume system for major pine species in El Salto, Durango (Mexico). **Forest Ecology and Management**, v. 238, p. 118–129, 30 jan. 2007.

CORRAL-RIVAS, J. J. et al. Compatible system for predicting total and merchantable stem volume over and under bark, branch volume and whole-tree volume of pine species. **Forests**, v. 8, p. 1–18, 1 nov. 2017.

CRECENTE-CAMPO, F.; ALBORECA, A. R.; DIÉGUEZ-ARANDA, U. A merchantable volume system for *Pinus sylvestris* L. in the major mountain ranges of Spain. **Annals of Forest Science**, v. 66, p. 1–12, 2009.

CRUZ-COBOS, F.; DE LOS SANTOS-POSADAS, H. M.; RENÉ VALDEZ-LAZALDE, J. Sistema compatible de ahusamiento-volumen para *Pinus cooperi* Blanco en Durango, México. **Agrociencia**, v. 42, p. 473–485, 2008.

DEMAERSCHALK, J. P. **An integrated system for the estimation of tree taper and volume**. Master—Vancouver: University of British Columbia, 1971.

DEMAERSCHALK, J. P. Converting volume equations to compatible taper equations. **Forest Science**, v. 18, n. 3, p. 241–245, 1972.

DENG, C. et al. Thinning effects on the tree height-diameter allometry of Masson Pine (*Pinus massoniana* Lamb.). **Forests**, v. 10, p. 1129, 1 dez. 2019.

DIÉGUEZ-ARANDA, U. et al. Compatible taper function for Scots pine plantations in northwestern Spain. **Canadian Journal of Forest Research**, v. 36, n. 5, p. 1190–1205, maio 2006.

FANG, Z.; BORDERS, B. E.; BAILEY, R. L. Compatible volume-taper models for loblolly and slash pine based on a system with segmented-stem form factors. **Forest Science**, v. 46, n. 1, p. 1–12, 2000.

FERREIRA, G. W. D. et al. Influência do desbaste na forma do fuste de povoamentos naturais de *Eremanthus incanus* (Less.) Less. **Semina: Ciências Agrárias**, v. 35, n. 4, p. 1707–1720, 2014.

IKONEN, V. P. et al. Modelling the distribution of diameter growth along the stem in Scots pine. **Trees - Structure and Function**, v. 20, n. 3, p. 391–402, 2006.

JIANG, L.; BROOKS, J. R.; WANG, J. Compatible taper and volume equations for yellow-poplar in West Virginia. **Forest Ecology and Management**, v. 213, n. 1–3, p. 399–409, 18 jul. 2005.

JIANG, L. CHUN; LIU, R. LONG. Segmented taper equations with crown ratio and stand density for Dahurian Larch (*Larix gmelinii*) in Northeastern China. **Journal of Forestry Research**, v. 22, n. 3, p. 347–352, set. 2011.

KHASANAH, N. et al. Intercropping teak (*Tectona grandis*) and maize (*Zea mays*): bioeconomic trade-off analysis of agroforestry management practices in Gunungkidul, West Java. **Agroforestry Systems**, v. 89, p. 1019–1033, 31 jul. 2015.

KMENTA, J. **Elements of Econometrics**. 2° ed. New York: Macmillan Publishing Company, 1986.

KOIRALA, A. et al. Developing taper equations for planted teak (*Tectona grandis* L.f.) trees of central lowland Nepal. **Trees, Forests and People**, v. 5, p. 1–9, 1 set. 2021.

LARSON, P. R. Stem form development of forest trees. **For. Sci.**, p. a0001-a42, 1963.

LÓPEZ-MARTÍNEZ, J. O. et al. Compatible taper-volume systems for major tropical species in Mexico. **Forestry**, v. 93, n. 1, p. 56–74, 4 fev. 2020.

LYNCH, T. B. et al. Deriving compatible taper functions from volume ratio equations based on upper-stem height. **Canadian Journal of Forest Research**, v. 47, n. 10, p. 1424–1431, 2017.

MACHADO, S. DO A.; FIGUEIREDO FILHO, A. **Dendrometria**. 2° ed. Guarapuava: UNICENTRO, 2014.

MÄKINEN, H.; ISOMÄKI, A. Thinning intensity and long-term changes in increment and stem form of Norway spruce trees. **Forest Ecology and Management**, v. 201, p. 295–309, 15 nov. 2004.

MARTIN, A. J. **Taper and volume equations for selected appalachian hardwood species. Research Paper NE-490, Northeast Forest Experiment Station, USDA Forest Service, Broomall, PA, USA**, 1981.

MOYA, R.; BOND, B.; QUESADA, H. **A review of heartwood properties of *Tectona grandis* trees from fast-growth plantations. Wood Science and Technology**, mar. 2014.

NEWNHAM, R. M. Stem Form and the Variation of Taper with Age and Thinning Régime. **Forestry: An International Journal of Forest Research**, v. 38, n. 2, p. 218–224, 1965.

NUNES, L.; TOMÉ, J.; TOMÉ, M. A system for compatible prediction of total and merchantable volumes allowing for different definitions of tree volume. **Canadian Journal of Forest Research**, v. 40, n. 4, p. 747–760, abr. 2010.

ÖZÇELİK, R.; CRECENTE-CAMPO, F. Stem taper equations for estimating merchantable volume of lebanon cedar trees in the Taurus mountains, Southern Turkey. **Forest Science**, v. 62, n. 1, p. 78–91, 8 fev. 2016.

ÖZÇELİK, R.; DIRICAN, O. Stem taper and volume models for natural cedar and Taurus fir mixed stands in Bucak District. **Journal of the Faculty of Forestry Istanbul University**, v. 67, n. 2, p. 243–261, 1 jul. 2017.

ÖZÇELİK, R.; GÖÇERİ, M. F. Compatible merchantable stem volume and taper equations for eucalyptus plantations in the eastern mediterranean region of Turkey. **Turkish Journal of Agriculture and Forestry**, v. 39, p. 851–863, 2015.

PACHAS, A. N. A. et al. Initial spacing of teak (*Tectona grandis*) in northern Lao PDR: Impacts on the growth of teak and companion crops. **Forest Ecology and Management**, v. 435, p. 77–88, 1 mar. 2019.

PARRESOL, B. R. Assessing tree and stand biomass: A review with examples and critical comparisons. **Forest Science**, v. 45, n. 4, p. 573–593, 1999.

POMPA-GARCÍA, M. et al. A system for calculating the merchantable volume of oak trees in the northwest of the state of Chihuahua, Mexico. **Journal of Forestry Research**, v. 20, n. 4, p. 293–300, nov. 2009.

QUIÑONEZ-BARRAZA, G.; ZHAO, D.; SANTOS-POSADAS, H. M. D. L. Compatible taper and stem volume equations for five pine species in mixed-species forests in Mexico. **Forest Science**, v. 65, n. 5, p. 602–613, 30 set. 2019.

ROCHA, K. J. DA et al. Form and Volume of the Stem of *Tectona grandis* L.f. in the Central-WESTERN Region of Brazil. **Forests**, v. 13, n. 11, 1 nov. 2022.

SÁNCHEZ-BANDA, M. B. et al. HEARTWOOD FUNCTIONS AND COMPATIBLE TAPER AND MERCHANTABLE VOLUME SYSTEMS FOR *Acacia mangium* Willd. IN, TABASCO, MEXICO. **Agrociencia**, v. 56, n. 1, p. 88–107, 23 fev. 2022.

SCHUMACHER, F. X.; HALL, F. DOS S. Logarithmic expression of timber-tree volume. **Journal of Agricultural Research**, v. 47, n. 9, p. 719–734, 1933.

SHARMA, M.; ODERWALD, R. G.; AMATEIS, R. L. A consistent system of equations for tree and stand volume. **Forest Ecology and Management**, v. 165, p. 183–191, 2002.

SHARMA, M.; ZHANG, S. Y. Variable-exponent taper equations for jack pine, black spruce, and balsam fir in eastern Canada. **Forest Ecology and Management**, v. 198, n. 1–3, p. 39–53, 23 ago. 2004.

STOATE, T. N. Taper in *pinus pinaster*. **Australian Forestry**, v. 6, n. 2, p. 59–66, 1941.

TANG, X. et al. Development of a compatible taper function and stand-level merchantable volume model for Chinese fir plantations. **PLoS ONE**, v. 11, n. 1, p. 1–15, 1 jan. 2016.

TEWARI, V. P.; ÁLVAREZ-GONZÁLEZ, J. G.; GARCÍA, O. Developing a dynamic growth model for teak plantations in India. **Forest Ecosystems**, v. 1, n. 1, 1 dez. 2014.

TUN, T. N. et al. Planting spacing affects canopy structure, biomass production and stem roundness in poplar plantations. **Scandinavian Journal of Forest Research**, v. 33, n. 5, p. 464–474, 4 jul. 2018.

URANGA-VALENCIA, L. P. et al. Total volume and taper for *Pinus patula* Schiede ex schldl. et cham. at three forest conditions. **Agrociencia**, v. 49, p. 787–801, 2015.

ZHAO, D. et al. Additive tree biomass equations for midrotation loblolly pine plantations. **Forest Science**, v. 61, n. 4, p. 613–623, 5 ago. 2015.

ZHAO, D. et al. Compatibility, development, and estimation of taper and volume equation systems. **Forest Science**, v. 65, n. 1, p. 1–13, 30 jan. 2019.

ZHAO, D.; KANE, M. New variable-top merchantable volume and weight equations derived directly from cumulative relative profiles for loblolly pine. **Forest Science**, v. 63, n. 3, p. 261–269, 2 jun. 2017.

ZHENG, C. et al. Compatible taper-volume models of *Quercus variabilis* blume forests in north China. **IForest**, v. 10, p. 567–575, 1 jun. 2017.

CAPÍTULO 2: OTIMIZAÇÃO DO SORTIMENTO DE ÁRVORES DE *Tectona grandis* L. f.

RESUMO

A modelagem estatística da forma e do volume, em conjunto com ferramentas da pesquisa operacional, é necessária para o máximo aproveitamento dos produtos proveniente de plantios da espécie *Tectona grandis*. Desta forma, objetivou-se nesse estudo, a utilização da programação dinâmica na otimização do sortimento de fustes de *Tectona grandis*, a fim de gerar cenários de maximização do volume e da receita. O estudo realizado foi a partir de dados de cubagem de 577 árvores e utilização de uma parcela com idade variando entre 10 a 19 anos para um estudo de caso. Para modelagem do afilamento e do volume das árvores, utilizou-se o modelo compatível de forma e volume. No processo de otimização dos sortimentos dos fustes, utilizou-se a programação dinâmica (PD) para a maximização do volume e da receita. Como resultado foi obtido maior contraste nas receitas do que nos volumes para os diferentes objetivos. A nível de árvore a diferença na receita alcançou a aproximadamente 16%, ao passo que ao nível de hectare aos 19 anos foi superior a 3%. Assim, os diferentes cenários utilizados na programação dinâmica geraram resultados diferentes, tanto para o volume quanto para receita, em que ao nível de árvore bem como ao nível de área, a maior diferença foi obtida na receita.

Palavras-chave: receita; programação dinâmica; teca.

OPTIMIZATION OF THE ASSORTMENT OF *Tectona grandis* L. F. TREES**ABSTRACT**

Statistical modeling of form and volume, in conjunction with operational research tools to maximize either the volume or the revenue of *Tectona grandis* tree stems, is required for maximum utilization of the products from these plantations. Therefore, the aim of this study was to use dynamic programming (DP) to optimize the assortment of *Tectona grandis* stems to obtain scenarios that maximize volume and revenue. The study was based on cubing data from 577 trees and used a plot with ages ranging from 10 to 19 years for a case study. To model the tapering and volume of the trees, the taper and volume compatible model was used. The DP was used to optimize stem assortments to maximize volume and revenue. The result was a greater contrast in revenue than in volume for the different objectives. At the tree level, the difference in revenue was approximately 16%, while at the hectare level at 19 years it was more than 3%. Thus, the different objectives used in the dynamic programming generated different results for both volume and revenue, where at tree level as well as at area level the greatest difference was obtained in revenue.

Keywords: revenue; dynamic programming; teak.

1 INTRODUÇÃO

Na literatura, são comumente conhecidas as características físicas, tecnológicas e silviculturais que torna o cultivo de *Tectona grandis* L. f. atrativo, além da qualidade de seus produtos. Dada essas características na produção de madeira, a espécie apresenta um baixo impacto ambiental negativo, sendo uma alternativa frente às espécies nativas de valor econômico, como a *Swietenia macrophylla* King (mogno brasileiro) e a *Torresea acreana* Ducke (Cerejeira) (Oliveira, de *et al.*, 2022).

Os plantios comerciais de *Tectona grandis* são conduzidos na obtenção multiprodutos (Rocha *et al.*, 2022; Santos *et al.*, 2023). Isso acarreta a destinação das toras retiradas ao longo do fuste de uma dada árvore para múltiplos usos, diferenciando esses plantios dos destinados para energia e celulose.

Por estas características, é requerida a habilidade de classificação dos produtos de acordo com os diâmetros limites de utilização bem como os volumes dos referidos produtos (Jiang, Brooks e Wang, 2005). Assim, o manejo eficiente dos recursos madeireiros depende de avaliações precisas do volume dos povoamentos florestais e das árvores (Sharma, Oderwald e Amateis, 2002).

Outro aspecto a ser considerado é a oscilação de mercado oriundo aos produtos madeireiros. Isso, reforça a importância de estimar de forma acurada o volume das árvores para os diferentes limites superiores comercializáveis do fuste (Burkhart, 1977; Crecente-Campo, Alboreca e Diéguez-Aranda, 2009; Nunes, Tomé e Tomé, 2010; Özçelik e Brooks, 2012).

Assim, para obtenção das qualidades mencionadas, sendo a acurácia nas estimativas e os diferentes valores monetários que os produtos podem assumir, dois passos são necessários, o primeiro se refere à modelagem da forma das árvores na utilização por meio de modelos estatísticos que permitam a classificação das toras com os diâmetros limites especificados de cada sortimento, bem como o seu volume. O segundo trata da utilização de ferramentas da pesquisa operacional na otimização, para assim obter o melhor cenário de acordo com um objetivo.

A estimativa dos diâmetros e dos volumes nas alturas a serem classificadas para destinação dos produtos, utilizam-se, geralmente, funções de afilamento. Além desse, uma outra abordagem a ser utilizada são os sistemas compatíveis de forma e volume. Esses sistemas possuem como característica que o volume calculado pela

integração da equação de forma do solo até a altura do topo da árvore seja igual à calculada pela equação de volume total (Özçelik e Crecente-Campo, 2016; Zheng et al., 2017; Behling, Koehler e Behling, 2021). Esses modelos possibilitam compensar a variação entre a forma e o volume comercial acumulado, que ocorre em qualquer ponto do fuste (Cruz-Cobos, Los Santos-Posadas, De e René Valdez-Lazalde, 2008), quando ajustados simultaneamente.

A pesquisa operacional, por sua vez, tem por objetivo direcionar o trajeto ótimo dado um problema de decisão, com restrição de recursos limitados (Taha, 1994). Desta forma, quando essa metodologia é aplicada aos problemas de corte, como os de sortimentos florestal, são conhecidos como *Cutting Stock Problems* (Carnieri, Mendoza e Gavinho, 1994). De uma forma geral, esses problemas representam uma simplificação por serem unidimensionais, em que os cortes realizados nas árvores apresentam o decréscimo do diâmetro ao longo de seu comprimento, além de apresentar ordem lógica de corte, uma vez que uma tora sucede a posterior, o que caracterizam serem bi- ou tridimensionais (Arce, 2000).

Por estas características, na pesquisa operacional, a programação dinâmica (PD) é uma das ferramentas indicadas para obter o melhor cenário, dado as características dos sortimentos. Nesse tipo de abordagem, há a vantagem de incorporar relações não lineares e variáveis inteiras (Buongiorno e Gilless, 2003), além de incorporar elementos determinísticos e probabilísticos. Assim, a solução obtida atende ao conjunto de todas as combinações possíveis (Pnevmaticos e Mann, 1972).

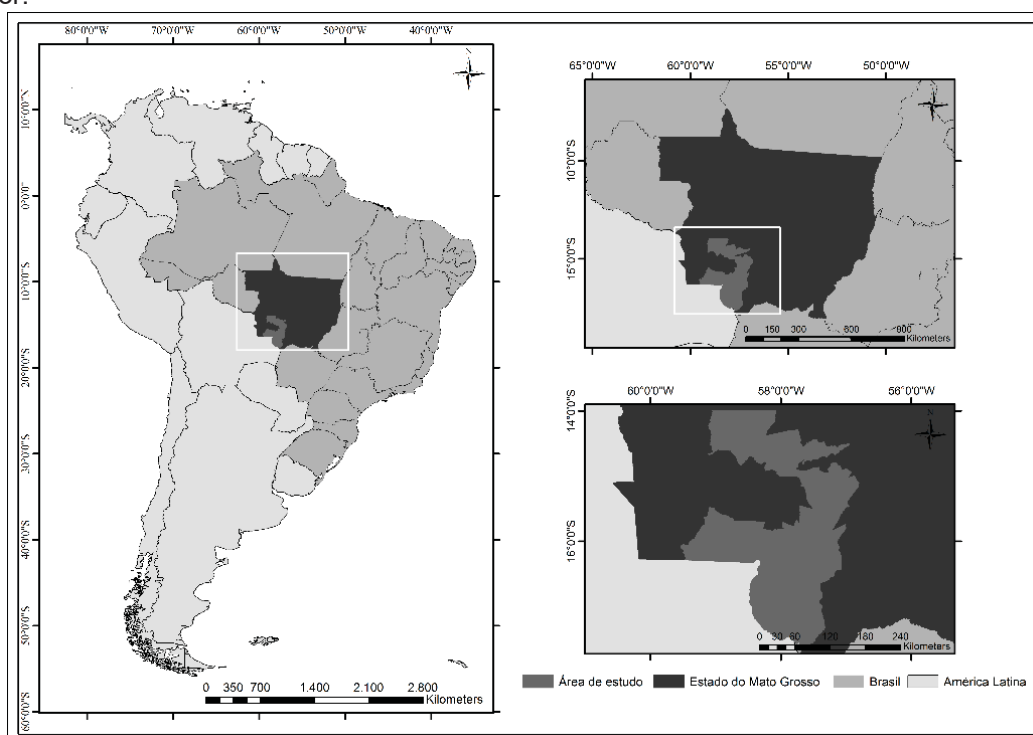
Diante do exposto, objetivou-se com este estudo avaliar a aplicação da programação dinâmica para a otimização do sortimento de fustes de *Tectona grandis*, a fim de obter cenários em que se maximiza o volume e a receita. Assim, o estudo foi desenvolvido sob as seguintes hipóteses: (i): A programação dinâmica é uma ferramenta capaz de realizar a otimização dos fustes de teca para diferentes objetivos; e (ii): Os resultados obtidos para os diferentes objetivos de maximização geram cenários diferentes de receita e volume ao nível de árvore e ao nível de hectare (ha).

2 MATERIAL E MÉTODOS

2.1 ÁREA DE ESTUDO E DESCRIÇÃO DO BANCO DE DADOS

O estudo foi realizado em plantios de *Tectona grandis* na região sudoeste do estado de Mato Grosso, mais especificamente nos municípios de Porto Esperidião, Glória D'Oeste, Cáceres, Porto Estrela, Barra do Bugres e Tangará da Serra (Figura 13), com área total de 1.711,03 ha. Segundo a classificação de Köppen, o clima da região é classificado como Aw, verão chuvoso com período de seca no inverno (Alvares *et al.*, 2013), com predominância de solos do tipo Latossolo.

Figura 13 - Localização da área de estudo dos povoamentos de *Tectona grandis* em Mato Grosso. Fonte: Autor.



Os dados do presente estudo são provenientes da cubagem de 577 árvores, que possuem idades variando entre 10 a 19 anos, coletados em povoamentos desbastados.

Esses dados foram obtidos nas medidas dos diâmetros com casca (d_i) nas alturas (h_i) 0,1 m, 0,5 m, 1 m, 1,3 m, 2 m e em medidas de um metro ao longo do fuste relação a medida subsequente. Os volumes das seções (v_i) foram calculados pelo método de Smalian, sendo que o topo do fuste foi assumido como um cone.

Desta forma, por meio do somatório de todas as seções de uma dada árvore, obteve-se o volume total (V). As estatísticas, bem como a frequência das árvores cubadas, estão presentes nas Tabela 9 e Tabela 10 e na Figura 14.

Tabela 9 - Resumo das estatísticas dos dados de cubagem neste estudo com a espécie *Tectona grandis* em Mato Grosso. Fonte: Autor.

	N	Mínimo	Média	Máximo	SD
d_i (cm)	10866	0,95	20,08	74,15	10,67
d (cm)	577	14,32	27,38	53,00	7,58
h_i (m)	10866	0,05	7,68	29,50	5,98
h (m)	577	10,0	19,57	29,50	3,65
v_c (m³)	10866	0,0015	0,3458	2,1237	0,3097
V (m³)	577	0,0038	0,3800	2,1237	0,3781

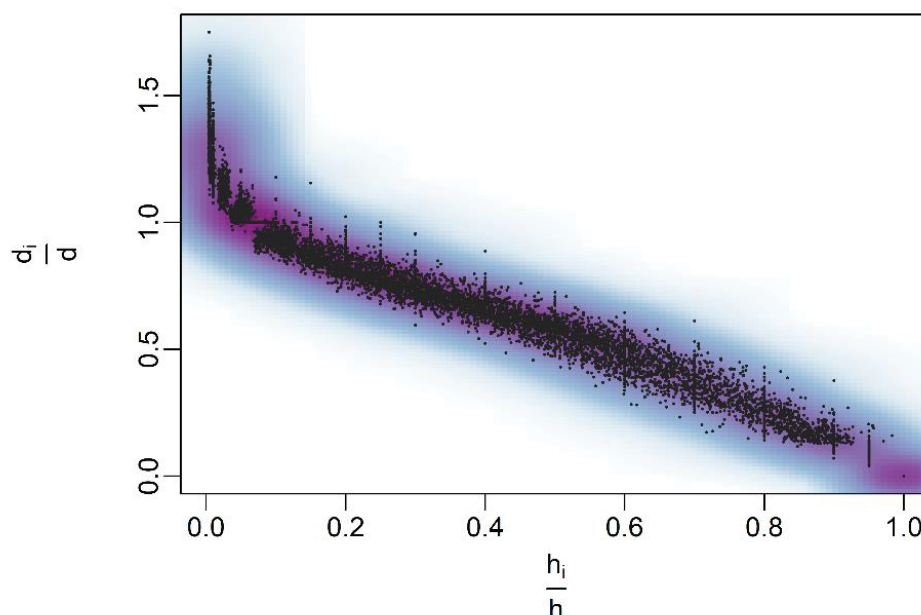
em que: d_i = diâmetro na seção i ; d = diâmetro à altura 1,3 m do solo (cm); h_i = altura da seção i ; h = altura total; v_c = volume acumulado; V = volume total (m³). SD = desvio padrão.

Tabela 10 - Distribuição por classe diamétrica e altura de árvores de *Tectona grandis* amostradas no estado de Mato Grosso. Fonte: Autor.

	h (m)										Total
d (cm)	[10, 12)	[12, 14)	[14, 16)	[16, 18)	[18, 20)	[20, 22)	[22, 24)	[24, 26)	[26, 28)	[28, 30]	
[14,0, 17,9)	2	1									3
[17,9, 21,8)	2	9	36	79	15	1					142
[21,8, 25,7)		2	13	73	65	12	1				166
[25,7, 29,6)				27	29	42	12	2			112
[29,6, 33,5)				1	1	15	15	10	6		48
[33,5, 37,4)						4	8	15	5		32
[37,4, 41,3)						3	1	14	5	1	24
[41,3, 45,2)							8	6	6	6	26
[45,2, 49,1)							4	6	6	1	17
[49,1, 53,0]						1		1	4	1	7
Total	4	12	49	180	110	78	49	54	32	9	577

em que: d = diâmetro à altura 1,3 m do solo (cm); h = altura total (m).

Figura 14 - Distribuição dos dados provenientes da cubagem. Fonte: Autor.



2.2 PROGRAMAÇÃO DINÂMICA (PD)

A partir dos dados de cubagem, foi aplicada a programação dinâmica (PD), a fim de obter os cenários ótimos para os fustes das árvores de *Tectona grandis*. Dois cenários foram avaliados, o primeiro teve como objetivo a maximização da receita e o segundo a maximização do volume. Em ambos foram avaliados os seguintes resultados: receita (US\$), volume (m³) e o número de produtos obtidos para cada sortimento.

Os cenários foram analisados ao nível de árvore e por área (hectare). Ao nível de árvore, utilizaram-se os centros de classes da Tabela 10, considerando a ocorrência de árvores nas respectivas classes. Ao nível de área, utilizou-se uma parcela selecionada aleatoriamente e extrapoladas para a unidade de área, neste caso hectare (Tabela 11):

Tabela 11 - Características da parcela selecionada em povoamento de *Tectona grandis* em Mato Grosso para realização da PD. Fonte: Autor.

Variáveis	Estatísticas			
	Mín.	Méd.	Máx.	C.V.(%)
d (cm)	19,00	29,37	57,3	20,49
h (m)	17,3	22,2	29,6	13,9
i (Anos)	10,0	14,8	19,0	23,51
n°	35	41	53	19,60
Área (m²)	1661,9	1862,97	1963,5	8,36

em que: d = diâmetro a altura do peito (cm); h = altura total (m); i = idade (anos); n° = número de árvores; Mín. = mínimo; Méd. = média; Máx. = máximo; C.V. = coeficiente de variação.

Os cenários foram baseados nos valores monetários e nas características dos produtos, segundo o relatório quinzenal *International Tropical Timber Organization* (ITTO) do mês de maio de 2018, para produtos exportados do Brasil para a Índia (ITTO, 2018) (Tabela 12).

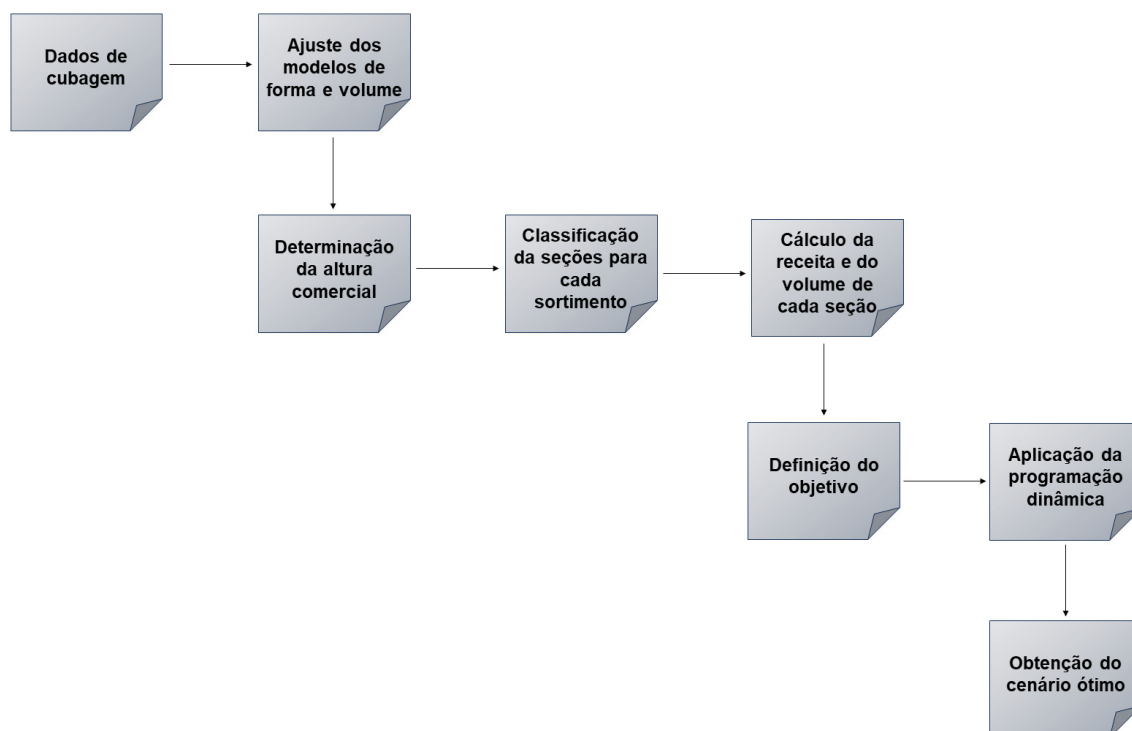
Tabela 12 - Classificação dos sortimentos para árvores de *Tectona grandis*. Fonte: ITTO (2018).

Sortimento	d_{fina}	l (m)	US\$.m ⁻³
S1	≥ 49 cm	4,6	540,00
S2	≥ 39 cm	3,7	491,00
S3	≥ 29 cm	2,4	442,00
S4	≥ 19 cm	2,4	393,00
S5	≥ 7 cm	1,0	344,00

em que: d_{fina} = diâmetro da ponta fina (cm); l = comprimento (m). Fonte: ITTO (2018).

Desta forma, a aplicação da técnica ocorreu a partir das seguintes etapas presentes na Figura 15.

Figura 15 - Fluxograma da aplicação da programação dinâmica na obtenção do cenário ótimo na otimização de árvores de *Tectona grandis* em Mato Grosso. Fonte: Autor.



2.2.1 Modelos de forma e volume

Na obtenção das variáveis diâmetro de ponta fina (d_{fina}), volume das seções e altura de um determinado diâmetro mínimo, foi utilizado o sistema compatível de forma e volume proposto por Zhao et al. (2019).

Este sistema é demonstrado pelas equações 21, 22 e 23.

$$v_c = a_0 d^{a_1} h^{a_2} \left[1 - \left(1 - \frac{h_i}{h} \right)^\alpha \right]^{\{1 - \theta \exp[-\exp(\phi d^{a_1} h^{a_2})]\}} \quad \text{Eq. 21}$$

$$V = a_0 d^{a_1} h^{a_2} \quad \text{Eq. 22}$$

$$d_i = \sqrt{\frac{\frac{\alpha}{k} a_0 d^{a_1} h^{a_2} \left(1 - \frac{h_i}{h} \right)^{\alpha-1} \{1 - \theta \exp[-\exp(\phi d^{a_1} h^{a_2})]\}}{\left[1 - \left(1 - \frac{h_i}{h} \right)^\alpha \right]^{\{-\theta \exp[-\exp(\phi d^{a_1} h^{a_2})]\}}}} \quad \text{Eq. 23}$$

em que: v_c = volume comercial (m^3) até a altura h_i ; $p = h_i/h$; d = diâmetro à altura do peito (cm); h = altura total (m); V = volume total (m^3); d_i = diâmetro da seção i ; $a_0, a_1, a_2, \alpha, \beta, \theta$ e ϕ = coeficientes obtidos por meio do ajuste; $k = \pi/40.000$.

Para o ajuste do sistema, utilizou-se da técnica *Iterative Seemingly Unrelated Regression*, como nos estudos de Nunes et al. (2010) e López-Martínez et al. (2020). A utilização do *ITSUR* se justifica, ao considerar a correlação cruzada entre as equações (López-Martínez et al., 2020), em que a abordagem de estimação simultânea deve ser utilizada em um sistema algebricamente compatível que compartilham os mesmos parâmetros (Fang, Borders e Bailey, 2000).

Adicionalmente, para contornar a presença de heterocedasticidade dos modelos relacionados ao volume, pesos foram atribuídos pesos no momento do ajuste, em duas etapas. Na primeira, ajustou-se o modelo de forma simultânea para a obtenção dos resíduos sem a correção. Na segunda etapa, utilizou-se os resíduos obtidos na primeira para obter a função de peso, de acordo com as Eq. 24 (Zhao et al., 2019):

$$\log(e^2) = \beta_0 + \beta_1 \log(d) + \beta_1 \log(h_i) + \beta_2 \log(h) \quad \text{Eq. 24}$$

em que: d = diâmetro à altura do peito (cm); h = altura total; h_i = altura acima do solo até um d_i (m); $\beta_{i's}$ = coeficientes do modelo; n = número de observações acima do solo até o diâmetro d_i .

Devido as múltiplas observações dos diâmetros nos diferentes h_i s em cada árvore, é esperada a autocorrelação nos resíduos. Para a sua correção, foi utilizado o *Continuous-time Autoregressive Error Structure* (CAR) (Eq. 25), como nos estudos de Barrio Anta et al. (2007), Corral-Rivas et al. (2017), López-Martínez et al. (2020), Özçelik & Dirican (2017) e Quiñonez-Barraza et al. (2019).

$$e_{ij} = d_1 \gamma_1^{h_{ij}+h_{ij-1}} e_{ij-1} + d_2 \gamma_2^{h_{ij}+h_{ij-2}} + \varepsilon_{ij} \quad \text{Eq. 25}$$

em que: $e_{ij} = j$ é o resíduo ordinário da árvore i ; $d_i = 1$ for $j > 1$ and $d_i = 0$ for $j = 1$; γ_i = parâmetro autoregressivo a ser estimado pelo ajuste, $h_{ij} - h_{ij-1}$ é a distância j th para j th-1 observação dentro de cada árvore, $h_{ij} > h_{ij-1}$, being ε_{ij} o termo do erro sob a condição de independência.

Dada a condição de povoamento desbastado, será utilizado o modelo ajustado no capítulo um, com a inserção das variáveis *Dummy's*. Desta forma, os parâmetros estimados utilizados no sistema compatível de forma e volume de Zhao et al. (2019) estão presentes na Tabela 13.

Tabela 13 - Parâmetros estimados para o sistema compatível de Zhao et al. (2019) para povoamentos desbastados de *Tectona grandis*. Fonte: Autor.

Parâmetros estimados					
a_0	a_1	a_2	α	θ	ϕ
6,6891 e ⁻⁵	1,9104	0,6757	2,6011	0,4278	-0,00001

em que: $a_0, a_1, a_2, \alpha, \beta, \theta$ e ϕ = coeficientes obtidos por meio do ajuste.

2.2.2 Cálculo das variáveis envolvidas na otimização

A classificação das seções pelas características dos produtos (Tabela 12) deu-se pela função de afilamento do sistema compatível de forma e volume (Eq. 22). Assim, estimou-se o d_i ao longo do fuste (h_i s) de acordo com o comprimento das toras.

Para verificar a altura para o diâmetro de 7 cm, sendo esse o diâmetro limite mínimo a ser comercializado, utilizou-se da Eq. 23. Porém essa equação não é

invertível matematicamente, desta forma, utilizou-se do método da bissetriz para a obtenção da h_i em um referido diâmetro (Özçelik e Crecente-Campo, 2016).

Os volumes das seções foram calculados a partir da Eq. 21, da forma que os volumes das respectivas seções foram obtidos pela diferença do volume acumulado calculado até a h_i da seção i em relação ao volume acumulado na altura h_i da seção anterior. Assim, após a obtenção dos volumes relacionados a cada produto em diferentes h_i s, como descrito no parágrafo acima, o valor monetário foi obtido pela multiplicação do volume (m^3) de cada produto obtido pelos valores da Tabela 12.

2.2.3 Geração dos números úteis

Após a obtenção do diâmetro mínimo de d_{fina} (7 cm) a ser comercializado, foi obtido o comprimento útil da tora a ser traçada. Para isso foi utilizado o algoritmo heurístico proposto por Carnieri et al. (1994), descrito a seguir de forma genérica.

Passo 1: Calcule $\beta = \min\{l_i, i = 1, \dots, m\}$. Defina $U^{(m+1)} = F^{(m+1)} = \{L\}$. $k = m$.

Passo 2: Compute $F^k = \{u - j * l_k; u \in U^{(k+1)}, j = 1, 2, \dots, e u - j * l_k \geq \beta\}$.

Passo 3: Faça $U^k = F^k \cup U^{(k+1)}$. Remover qualquer valor equivalente de U^k .

Passo 4: Se $k > 1$, faça $k \leftarrow k - 1$ e vá para o passo 2, caso contrário, pare. U^1 é a lista de números úteis.

Segundo Carnieri et al. (1994), este algoritmo apresenta um ganho e uma economia considerável em tempo de processamento, bem como um aumento significativo na eficiência.

2.2.4 Programação dinâmica (PD) na obtenção dos cenários ótimos

A programação dinâmica consistiu nas diversas alternativas geradas pela classificação dos produtos ao longo do comprimento útil. Assim, nas alternativas obtidas a partir dos números úteis gerados, é selecionado o valor ótimo para cada seção, sendo esse associado a uma *label*, que servirá como orientação para seleção da melhor composição dos sortimentos, além de possuir a finalidade de controlar o comprimento útil, de acordo com que os cenários ótimos foram sendo selecionados.

Desta forma, por meio da programação dinâmica, buscou-se dois cenários ótimos no traçamento de toras das árvores de *Tectona grandis*. O primeiro buscou a otimização do volume que conseqüentemente reduz o resíduo resultante da composição de toras obtidas na otimização, ao passo que o segundo buscou a maximização da receita bruta. Estes cenários foram gerados por meio da seguinte equação recursiva:

$$\max F_s(x) = \max\{F_s(x - l_s), F_{s-1}(x)\} \quad s = 2, 3, \dots, m$$

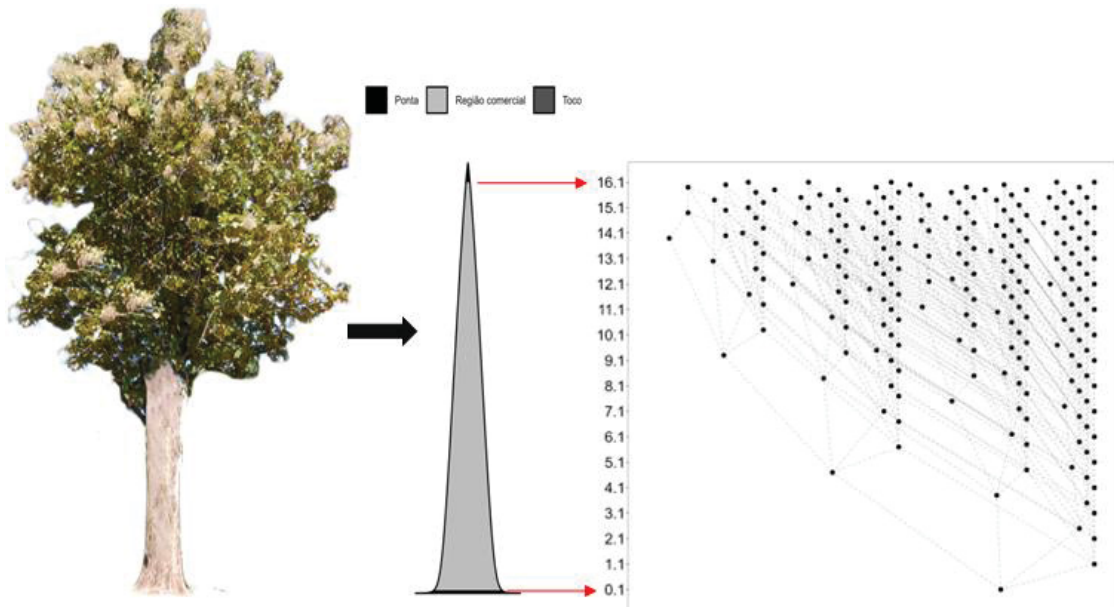
em que: x = ponto do fuste em que é feita a avaliação (m); l_s = comprimento do produto s (m); $F_s(x - l_s)$ = receita bruta ou volume acumulado da melhor combinação de produtos até o comprimento $(x - l_s)$ (US\$ ou m³); $F_{s-1}(x)$ = receita bruta ou volume acumulado da melhor combinação de produtos obtida até o comprimento x utilizando somente os primeiros s produtos (US\$ ou m³).

2.2.5 Exemplo de aplicação

Para demonstrar os passos descritos acima, a seguir foi apresentado um exemplo para a obtenção dos cenários ótimos objetivando a otimização do volume e da receita.

Para o exemplo, foi utilizada uma árvore com d de 31,55 cm e h de 21 m. Inicialmente, calculou-se o diâmetro em que altura ocorre o diâmetro limite para se classificar um produto (Tabela 12), neste caso é o de 7 cm. Desta forma, a partir da Eq. 23, por meio do método da bissetriz, obteve-se a altura de 16,1 m (Figura 16).

Figura 16 - Passos iniciais no procedimento de otimização via programação dinâmica para árvores de *Tectona grandis* em Mato Grosso. Fonte: Autor.



De posse da altura limite possível para a obtenção de um produto, foi realizada a geração dos números úteis a partir das seguintes características $L = 16,1$ m, $\beta = \{0,1; 1; 2,4; 3,7; 4,6\}$ e altura do toco (h_{toco}) 0,1 m.

$$L = 16,1,$$

$$\beta = \min\{0,1; 1; 2,4; 3,7; 4,6\} = 0,1$$

$$m = 4$$

$$F^5 = 0,1$$

$$U^5 = 0,1$$

$$F^4 = 4,7; 9,3; 13,9.$$

$$U^4 = 0,1; 4,7; 9,3; 13,9.$$

$$F^3 = 3,8; 4,7; 7,5; 8,4; 9,3; 11,2; 12,1; 13,0; 13,9; 14,9; 15,8.$$

$$U^3 = 0,1; 3,8; 4,7; 7,5; 8,4; 9,3; 11,2; 12,1; 13,0; 13,9; 14,9; 15,8.$$

$$F^2 = 2,5; 3,8; 4,7; 4,9; 6,2; 7,1; 7,3; 7,5; 8,4; 8,6; 9,3; 9,5; 9,7; 9,9; 10,8; 11,0; 11,2; 11,7; 11,9; 12,1; 12,3; 13,0; 13,2; 13,4; 13,6; 13,9; 14,1; 14,3; 14,5; 14,7; 14,9; 15,4; 15,6; 15,8; 16,0.$$

$$U^2 = 0,1; 2,5; 3,8; 4,7; 4,9; 6,2; 7,1; 7,3; 7,5; 8,4; 8,6; 9,3; 9,5; 9,7; 9,9; 10,8; 11,0; 11,2; 11,7; 11,9; 12,1; 12,3; 13,0; 13,2; 13,4; 13,6; 13,9; 14,1; 14,3; 14,5; 14,7; 14,9; 15,4; 15,6; 15,8; 16,0.$$

$F^1 = 1,1; 2,1; 2,5; 3,1; 3,5; 3,8; 4,1; 4,5; 4,7; 4,8; 4,9; 5,1; 5,5; 5,7; 5,8; 5,9; 6,1; 6,2; 6,5; 6,7; 6,8; 6,9; 7,1; 7,2; 7,3; 7,5; 7,7; 7,8; 7,9; 8,1; 8,2; 8,3; 8,4; 8,5; 8,6; 8,7; 8,8; 8,9; 9,1; 9,2; 9,3; 9,4; 9,5; 9,6; 9,7; 9,8; 9,9; 10,1; 10,2; 10,3; 10,4; 10,5; 10,6; 10,7; 10,8; 10,9; 11,0; 11,1; 11,2; 11,3; 11,4; 11,5; 11,6; 11,7; 11,8; 11,9; 12,0; 12,1; 12,2; 12,3; 12,4; 12,5; 12,6; 12,7; 12,8; 12,9; 13,0; 13,1; 13,2; 13,3; 13,4; 13,5; 13,6; 13,7; 13,8; 13,9; 14,0; 14,1; 14,2; 14,3; 14,4; 14,5; 14,6; 14,7; 14,8; 14,9; 15,0; 15,1; 15,2; 15,3; 15,4; 15,5; 15,6; 15,7; 15,8; 15,9; 16,0; 16,1.$

$U^1 = 0,1; 1,1; 2,1; 2,5; 3,1; 3,5; 3,8; 4,1; 4,5; 4,7; 4,8; 4,9; 5,1; 5,5; 5,7; 5,8; 5,9; 6,1; 6,2; 6,5; 6,7; 6,8; 6,9; 7,1; 7,2; 7,3; 7,5; 7,7; 7,8; 7,9; 8,1; 8,2; 8,3; 8,4; 8,5; 8,6; 8,7; 8,8; 8,9; 9,1; 9,2; 9,3; 9,4; 9,5; 9,6; 9,7; 9,8; 9,9; 10,1; 10,2; 10,3; 10,4; 10,5; 10,6; 10,7; 10,8; 10,9; 11,0; 11,1; 11,2; 11,3; 11,4; 11,5; 11,6; 11,7; 11,8; 11,9; 12,0; 12,1; 12,2; 12,3; 12,4; 12,5; 12,6; 12,7; 12,8; 12,9; 13,0; 13,1; 13,2; 13,3; 13,4; 13,5; 13,6; 13,7; 13,8; 13,9; 14,0; 14,1; 14,2; 14,3; 14,4; 14,5; 14,6; 14,7; 14,8; 14,9; 15,0; 15,1; 15,2; 15,3; 15,4; 15,5; 15,6; 15,7; 15,8; 15,9; 16,0; 16,1.$

Acima, foi descrito o procedimento de geração dos números úteis, em que o vetor F^4 contém as possibilidades de corte para o maior comprimento. Desses, o valor máximo foi de 13,9 m, uma vez que o próximo valor seria $(13,9 \text{ m} + 4,6 \text{ m}) = 18,5 \text{ m}$, o qual ultrapassaria o comprimento útil de 16,1 m. Assim, a união do vetor F^4 com o vetor U^5 , originou o vetor U^4 , em que foram removidos os valores duplicados. O vetor F^3 , por sua vez, expressa as possibilidades considerando o segundo maior comprimento (3,7 m), além de considerar as combinações providas no vetor F^4 . Após a obtenção do vetor F^3 , faz-se a união com o vetor U^4 , resultando no vetor U^3 , em que foram removidos os valores duplicados. Desta forma, a lógica se mantém para os demais comprimentos.

De posse dos números úteis, faz-se a classificação de ocorrência dos diferentes produtos, por meio da Eq. 23, dado os seus d_{fina} . No caso da ocorrência do produto, calculou-se o volume (Eq. 21) dada a posição e a receita bruta baseada nos valores da Tabela 12. Para exemplificar, na Figura 17 é demonstrado caso considerasse a ocorrência de todos os produtos até a altura total, em que na Figura 18 são destacados os pontos (vértices) após verificar ocorrência dos produtos até a altura útil de 16,1 m.

Figura 17 - Possibilidades de corte considerando a altura útil igual a altura total e a ocorrência dos produtos em todas as posições geradas pelos diferentes comprimentos dos produtos para árvores de *Tectona grandis* em Mato Grosso. Fonte: Autor.

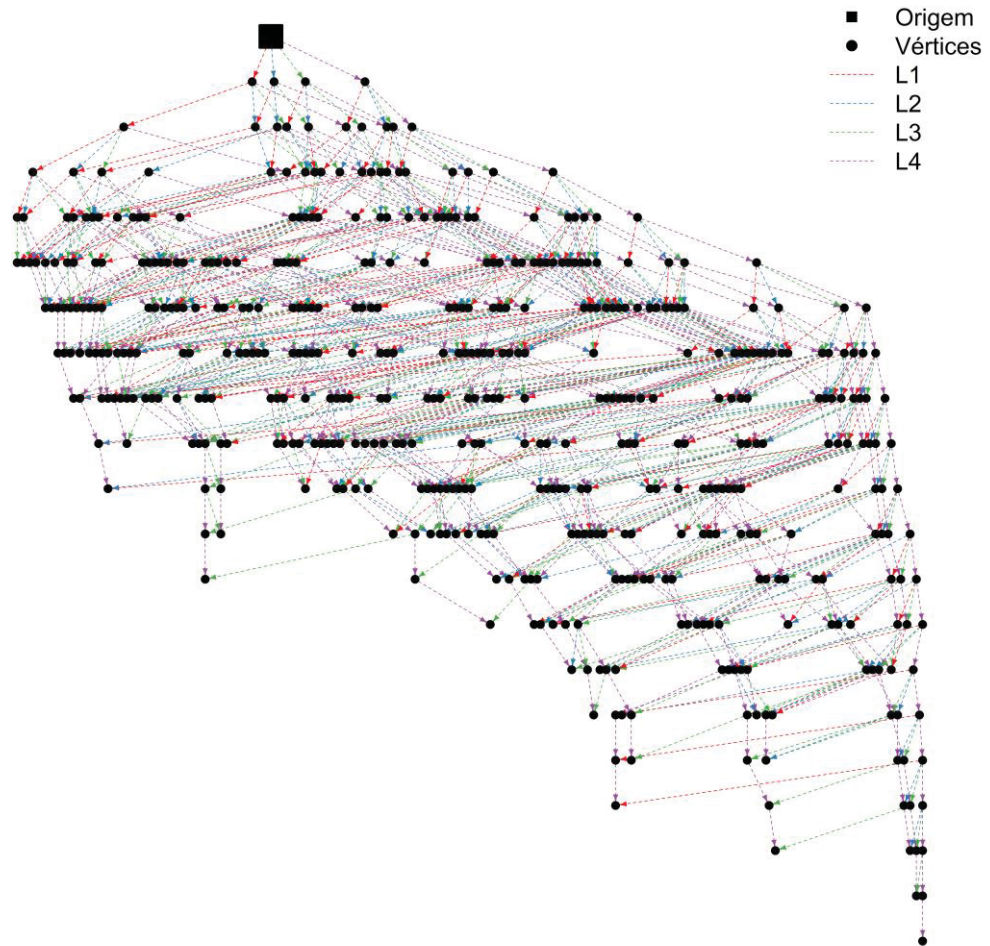
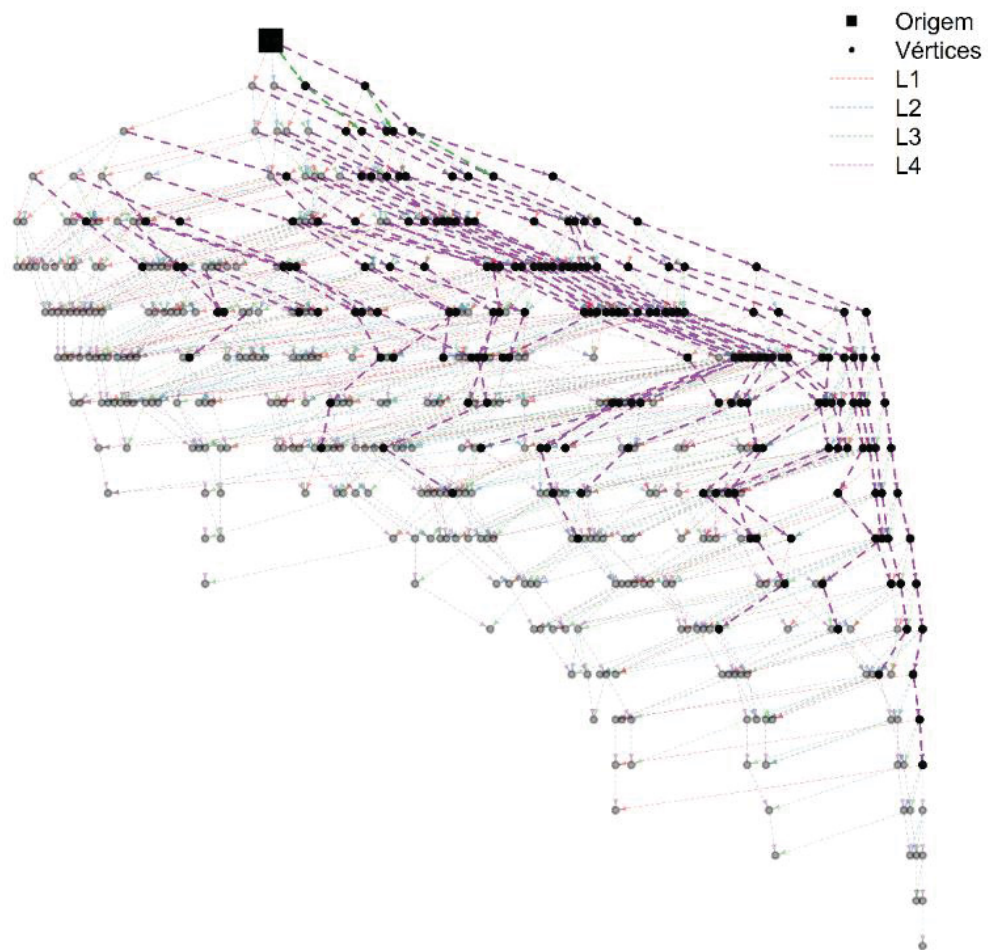


Figura 18 - Possibilidade de corte considerando a ocorrência de produtos por meio da classificação do d_{fina} e altura útil de 16,1 m para árvores de *Tectona grandis* em Mato Grosso. Fonte: Autor.



Na Figura 18, nota-se que alguns pontos não partem da origem, assim são considerados pontos ineficazes e são desconsiderados da análise. Após esses procedimentos e de posse dos volumes e das receitas, foi possível otimizar via programação dinâmica.

Na Tabela 14, foram encontradas a receita (US\$) e o volume (m^3), compreendidos entre a base da árvore, considerando a altura do toco e a altura indicada pelo número útil h_i . Os valores sobrescritos são as *labels*, que indicam para cada valor $F_s(x)$, sendo o produto referente a tora anterior a ser retirada. O valor 5, por exemplo, remete que a última tora retirada é do produto 5.

Desta maneira, por meio da equação recursiva, foi reconstruída a trajetória do cenário ótimo dado o objetivo, que pode ser observado na Tabela 14 e na Figura 19.

Na Tabela 14, o valor ótimo encontrado, quando o objetivo é a receita, representado pela cor verde, foi o de US\$ 135,71 e quando o objetivo é o volume, representado pela cor azul, foi o de 0,3675 m³. A seguir a receita foi utilizada para exemplificar a reconstrução do trajeto ótimo.

Neste cenário em que visa obter a maximização da receita, o maior valor se dá na h_i de 15,9 m. Nessa altura, o valor referente a *label* apresenta o valor 5, ou seja, remete ao produto 5, que possui um m de comprimento, assim o próximo valor de h_i selecionado é o obtido pela diferença (15,9 m – 1 m) = 14,9. Nesta nova h_i é verificado o maior valor, neste caso é o de US\$ 133,91, e a *label* apresenta o valor 5, assim a próxima altura selecionada é dada pela diferença (14,9 m – 1 m) = 13,9 m e a lógica é seguida para construção do melhor trajeto. Porém, na altura 2,5 m, onde é retirada uma tora do produto 4 de comprimento de 2,4 m, identificado pela *label* de valor 4, faz com que a diferença obtida seja de 0,1 m, ou seja, é equivalente a altura do toco que faz com que esse seja o último produto obtido. O procedimento citado é sintetizado na Figura 19.

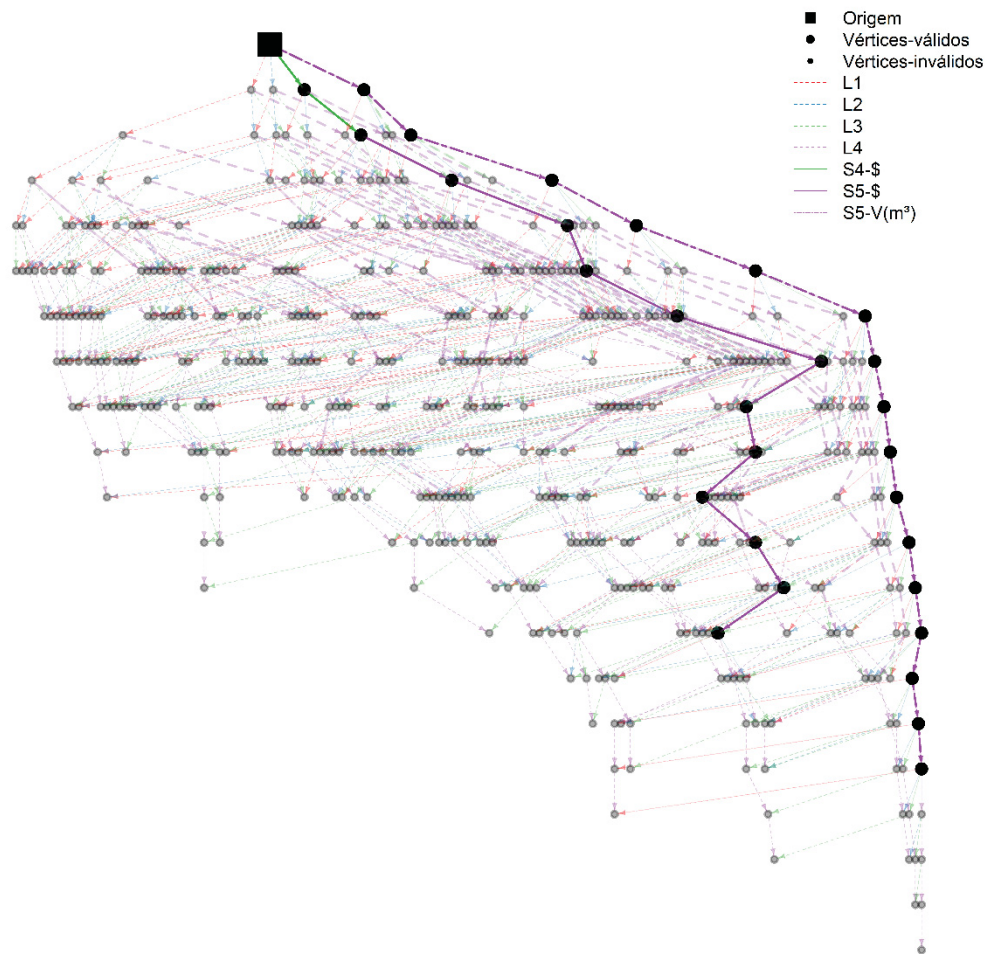
Tabela 14 - Valores ótimos de $F_s(x)$ para receita (US\$) e volume (m³) oriundos da programação dinâmica na obtenção dos cenários ótimos parciais e total para árvore de *Tectona grandis* em Mato Grosso. Receita = ; Volume = . Fonte: Autor.

hi (m)	Sortimentos				
	1	2	3	4	5
1,1	0	0	0	0,0000	18,12 ⁵
	0	0	0	0,0000	0,0527 ⁵
2,1	0	0	0	0,0000	33,32 ⁵
	0	0	0	0,0000	0,0969 ⁵
2,5	0	0	0	44,41 ⁴	44,41 ⁴
	0	0	0	0,1130 ⁴	0,1130 ⁴
3,1	0	0	0	44,41 ⁴	46,73 ⁵
	0	0	0	0,1130 ⁴	0,1359 ⁵
3,5	0	0	0	44,41 ⁴	57,22 ⁵
	0	0	0	0,1130 ⁴	0,1502 ⁵
3,8	0	0	0	44,41 ⁴	57,22 ⁵
	0	0	0	0,1130 ⁴	0,1502 ⁵
4,1	0	0	0	44,41 ⁴	58,69 ⁵
	0	0	0	0,1130 ⁴	0,1706 ⁵
4,5	0	0	0	44,41 ⁴	68,65 ⁵
	0	0	0	0,1130 ⁴	0,1835 ⁵
4,7	0	0	0	44,41 ⁴	68,65 ⁵
	0	0	0	0,1130 ⁴	0,1835 ⁵
4,8	0	0	0	44,41 ⁴	68,65 ⁵
	0	0	0	0,1130 ⁴	0,1835 ⁵
4,9	0	0	0	76,93 ⁴	76,93 ⁴
	0	0	0	0,1958 ⁴	0,1958 ⁴
5,1	0	0	0	76,93 ⁴	76,93 ⁴
	0	0	0	0,1958 ⁴	0,2017 ⁵
5,5	0	0	0	76,93 ⁴	78,87 ⁵
	0	0	0	0,1958 ⁴	0,2132 ⁵
5,7	0	0	0	76,93 ⁴	78,87 ⁵
	0	0	0	0,1958 ⁴	0,2132 ⁵
5,8	0	0	0	76,93 ⁴	78,87 ⁵
	0	0	0	0,1958 ⁴	0,2132 ⁵
5,9	0	0	0	76,93 ⁴	86,69 ⁵
	0	0	0	0,1958 ⁴	0,2241 ⁵
6,1	0	0	0	76,93 ⁴	86,69 ⁵
	0	0	0	0,1958 ⁴	0,2294 ⁵
6,2	0	0	0	76,93 ⁴	86,69 ⁵
	0	0	0	0,1958 ⁴	0,2294 ⁵
6,5	0	0	0	76,93 ⁴	87,96 ⁵
	0	0	0	0,1958 ⁴	0,2396 ⁵
6,7	0	0	0	76,93 ⁴	87,96 ⁵
	0	0	0	0,1958 ⁴	0,2396 ⁵
6,8	0	0	0	76,93 ⁴	87,96 ⁵
	0	0	0	0,1958 ⁴	0,2396 ⁵
6,9	0	0	0	76,93 ⁴	95,37 ⁵
	0	0	0	0,1958 ⁴	0,2493 ⁵
7,1	0	0	0	76,93 ⁴	95,37 ⁵
	0	0	0	0,1958 ⁴	0,2540 ⁵
7,2	0	0	0	76,93 ⁴	95,37 ⁵
	0	0	0	0,1958 ⁴	0,2540 ⁵
7,3	0	0	0	76,93 ⁴	95,37 ⁵
	0	0	0	0,1958 ⁴	0,2540 ⁵
7,5	0	0	0	76,93 ⁴	96,03 ⁵
	0	0	0	0,1958 ⁴	0,2631 ⁵
7,7	0	0	0	76,93 ⁴	96,03 ⁵
	0	0	0	0,1958 ⁴	0,2631 ⁵
7,8	0	0	0	76,93 ⁴	96,03 ⁵
	0	0	0	0,1958 ⁴	0,2631 ⁵
7,9	0	0	0	76,93 ⁴	103,04
	0	0	0	0,1958 ⁴	0,2717 ⁵
8,1	0	0	0	76,93 ⁴	103,04 ⁵
	0	0	0	0,1958 ⁴	0,2758 ⁵
8,2	0	0	0	76,93 ⁴	103,04 ⁵
	0	0	0	0,1958 ⁴	0,2758 ⁵
8,3	0	0	0	76,93 ⁴	103,04
	0	0	0	0,1958 ⁴	0,2758 ⁵
8,4	0	0	0	76,93 ⁴	103,04 ⁵
	0	0	0	0,1958 ⁴	0,2758 ⁵
8,5	0	0	0	76,93 ⁴	103,14 ⁵
	0	0	0	0,1958 ⁴	0,2837 ⁵
8,6	0	0	0	76,93 ⁴	103,14 ⁵
	0	0	0	0,1958 ⁴	0,2837 ⁵
8,7	0	0	0	76,93 ⁴	103,14 ⁵
	0	0	0	0,1958 ⁴	0,2837 ⁵
8,8	0	0	0	76,93 ⁴	103,14 ⁵
	0	0	0	0,1958 ⁴	0,2837 ⁵
8,9	0	0	0	76,93 ⁴	109,79 ⁵
	0	0	0	0,1958 ⁴	0,2913 ⁵
9,1	0	0	0	76,93 ⁴	109,79 ⁵
	0	0	0	0,1958 ⁴	0,2949 ⁵
9,2	0	0	0	76,93 ⁴	109,79 ⁵
	0	0	0	0,1958 ⁴	0,2949 ⁵
9,3	0	0	0	76,93 ⁴	109,79 ⁵
	0	0	0	0,1958 ⁴	0,2949 ⁵
9,4	0	0	0	76,93 ⁴	109,79 ⁵
	0	0	0	0,1958 ⁴	0,2949 ⁵

hi (m)	Sortimentos				
	1	2	3	4	5
9,5	0	0	0	76,93 ⁴	109,79 ⁵
	0	0	0	0,1958 ⁴	0,3018 ⁵
9,6	0	0	0	76,93 ⁴	109,79 ⁵
	0	0	0	0,1958 ⁴	0,3018 ⁵
9,7	0	0	0	76,93 ⁴	109,79 ⁵
	0	0	0	0,1958 ⁴	0,3018 ⁵
9,8	0	0	0	76,93 ⁴	109,79 ⁵
	0	0	0	0,1958 ⁴	0,3018 ⁵
9,9	0	0	0	76,93 ⁴	115,66 ⁵
	0	0	0	0,1958 ⁴	0,3084 ⁵
10,1	0	0	0	76,93 ⁴	115,66 ⁵
	0	0	0	0,1958 ⁴	0,3115 ⁵
10,2	0	0	0	76,93 ⁴	115,66 ⁵
	0	0	0	0,1958 ⁴	0,3115 ⁵
10,3	0	0	0	76,93 ⁴	115,66 ⁵
	0	0	0	0,1958 ⁴	0,3115 ⁵
10,4	0	0	0	76,93 ⁴	115,66 ⁵
	0	0	0	0,1958 ⁴	0,3115 ⁵
10,5	0	0	0	76,93 ⁴	115,66 ⁵
	0	0	0	0,1958 ⁴	0,3174 ⁵
10,6	0	0	0	76,93 ⁴	115,66 ⁵
	0	0	0	0,1958 ⁴	0,3174 ⁵
10,7	0	0	0	76,93 ⁴	115,66 ⁵
	0	0	0	0,1958 ⁴	0,3174 ⁵
10,8	0	0	0	76,93 ⁴	115,66 ⁵
	0	0	0	0,1958 ⁴	0,3174 ⁵
10,9	0	0	0	76,93 ⁴	120,73 ⁵
	0	0	0	0,1958 ⁴	0,3231 ⁵
11,0	0	0	0	76,93 ⁴	120,73 ⁵
	0	0	0	0,1958 ⁴	0,3231 ⁵
11,1	0	0	0	76,93 ⁴	120,73 ⁵
	0	0	0	0,1958 ⁴	0,3257 ⁵
11,2	0	0	0	76,93 ⁴	120,73 ⁵
	0	0	0	0,1958 ⁴	0,3257 ⁵
11,3	0	0	0	76,93 ⁴	120,73 ⁵
	0	0	0	0,1958 ⁴	0,3257 ⁵
11,4	0	0	0	76,93 ⁴	120,73 ⁵
	0	0	0	0,1958 ⁴	0,3257 ⁵
11,5	0	0	0	76,93 ⁴	120,73 ⁵
	0	0	0	0,1958 ⁴	0,3308 ⁵
11,6	0	0	0	76,93 ⁴	120,73 ⁵
	0	0	0	0,1958 ⁴	0,3308 ⁵
11,7	0	0	0	76,93 ⁴	120,73 ⁵
	0	0	0	0,1958 ⁴	0,3308 ⁵
11,8	0	0	0	76,93 ⁴	120,73 ⁵
	0	0	0	0,1958 ⁴	0,3308 ⁵
11,9	0	0	0	76,93 ⁴	125,03 ⁵
	0	0	0	0,1958 ⁴	0,3356 ⁵
12,0	0	0	0	76,93 ⁴	125,03 ⁵
	0	0	0	0,1958 ⁴	0,3356 ⁵
12,1	0	0	0	76,93 ⁴	125,03 ⁵
	0	0	0	0,1958 ⁴	0,3378 ⁵
12,2	0	0	0	76,93 ⁴	125,03 ⁵
	0	0	0	0,1958 ⁴	0,3378 ⁵
12,3	0	0	0	76,93 ⁴	125,03 ⁵
	0	0	0	0,1958 ⁴	0,3378 ⁵
12,4	0	0	0	76,93 ⁴	125,03 ⁵
	0	0	0	0,1958 ⁴	0,3378 ⁵
12,5	0	0	0	76,93 ⁴	125,03
	0	0	0	0,1958 ⁴	0,3421 ⁵
12,6	0	0	0	76,93 ⁴	125,03 ⁵
	0	0	0	0,1958 ⁴	0,3421 ⁵
12,7	0	0	0	76,93 ⁴	125,03 ⁵
	0	0	0	0,1958 ⁴	0,3421 ⁵
12,8	0	0	0	76,93 ⁴	125,03 ⁵
	0	0	0	0,1958 ⁴	0,3421 ⁵
12,9	0	0	0	76,93 ⁴	128,62 ⁵
	0	0	0	0,1958 ⁴	0,3460 ⁵
13,0	0	0	0	76,93 ⁴	128,62 ⁵
	0	0	0	0,1958 ⁴	0,3460 ⁵
13,1	0	0	0	76,93 ⁴	128,62 ⁵
	0	0	0	0,1958 ⁴	0,3479 ⁵
13,2	0	0	0	76,93 ⁴	128,62 ⁵
	0	0	0	0,1958 ⁴	0,3479 ⁵
13,3	0	0	0	76,93 ⁴	128,62 ⁵
	0	0	0	0,1958 ⁴	0,3479 ⁵
13,4	0	0	0	76,93 ⁴	128,62 ⁵
	0	0	0	0,1958 ⁴	0,3479 ⁵
13,5	0	0	0	76,93 ⁴	128,62 ⁵
	0	0	0	0,1958 ⁴	0,3514 ⁵
13,6	0	0	0	76,93 ⁴	128,62 ⁵
	0	0	0	0,1958 ⁴	0,3514 ⁵
13,7	0	0	0	76,93 ⁴	128,62 ⁵
	0	0	0	0,1958 ⁴	0,3514 ⁵

hi (m)	Sortimentos				
	1	2	3	4	5
13,8	0	0	0	76,93 ⁴	128,62 ⁵
	0	0	0	0,1958 ⁴	0,3514 ⁵
13,9	0	0	0	76,93 ⁴	131,57 ⁵
	0	0	0	0,1958 ⁴	0,3546 ⁵
14,0	0	0	0	76,93 ⁴	131,57 ⁵
	0	0	0	0,1958 ⁴	0,3546 ⁵
14,1	0	0	0	76,93 ⁴	131,57 ⁵
	0	0	0	0,1958 ⁴	0,3561 ⁵
14,2	0	0	0	76,93 ⁴	131,57 ⁵
	0	0	0	0,1958 ⁴	0,3561 ⁵
14,3	0	0	0	76,93 ⁴	131,57 ⁵
	0	0	0	0,1958 ⁴	0,3561 ⁵
14,4	0	0	0	76,93 ⁴	131,57 ⁵
	0	0	0	0,1958 ⁴	0,3561 ⁵
14,5	0	0	0	76,93 ⁴	131,57 ⁵
	0	0	0	0,1958 ⁴	0,3589 ⁵
14,6	0	0	0	76,93 ⁴	131,57 ⁵
	0	0	0	0,1958 ⁴	0,3589 ⁵
14,7	0	0	0	76,93 ⁴	131,57 ⁵
	0	0	0	0,1958 ⁴	0,3589 ⁵
14,8	0	0	0	76,93 ⁴	131,57 ⁵
	0	0	0	0,1958 ⁴	0,3589

Figura 19 - Construção do trajeto ótimo para os distintos objetivos (Receita e Volume) por meio da programação dinâmica para árvore de *Tectona grandis* em Mato Grosso. Fonte: Autor.



As análises realizadas, bem como a geração de figuras foram programadas por meio do software R (R Core Team, 2021).

3 RESULTADOS

Por meio dos valores das receitas associados aos diferentes sortimentos e dos volumes calculados, foram obtidos diferentes cenários para os objetivos de maximização de receita e volume (Tabela 15). Porém, essa diferença não foi observada nos centros de classes iniciais. Apenas com o aumento do diâmetro, foi que ocorreu diferentes possibilidades de produtos.

Tabela 15 – Volume e receita obtidos por meio da PD na maximização do volume (m³) (em itálico) e da receita (US\$) para os centros de classe de d (cm) e h (m) das árvores referentes à cubagem. Fonte: Autor.

Variáveis			Sortimentos					V (m³)	Rec. (\$)	Dif. V (%)	Dif. R (%)
d (cm)	h (m)	h _c (m)	S1	S2	S3	S4	S5				
15,95	11	6,0	0	0	0	0	5	0,0527	18,12	0	0
			<i>0</i>	<i>0</i>	<i>0</i>	<i>0</i>	<i>5</i>	<i>0,0527</i>	<i>18,12</i>		
15,95	13	6,9	0	0	0	0	6	0,0597	20,53	0	0
			<i>0</i>	<i>0</i>	<i>0</i>	<i>0</i>	<i>6</i>	<i>0,0597</i>	<i>20,53</i>		
19,85	11	7,1	0	0	0	0	7	0,0923	31,76	0	0
			<i>0</i>	<i>0</i>	<i>0</i>	<i>0</i>	<i>7</i>	<i>0,0923</i>	<i>31,76</i>		
19,85	13	8,3	0	0	0	0	8	0,1027	35,31	0	0
			<i>0</i>	<i>0</i>	<i>0</i>	<i>0</i>	<i>8</i>	<i>0,1027</i>	<i>35,31</i>		
19,85	15	9,4	0	0	0	0	9	0,1124	38,68	0	0
			<i>0</i>	<i>0</i>	<i>0</i>	<i>0</i>	<i>9</i>	<i>0,1124</i>	<i>38,68</i>		
19,85	17	10,5	0	0	0	0	10	0,1218	41,88	0	0
			<i>0</i>	<i>0</i>	<i>0</i>	<i>0</i>	<i>10</i>	<i>0,1218</i>	<i>41,88</i>		
19,85	19	11,5	0	0	0	0	11	0,1307	44,97	0	0
			<i>0</i>	<i>0</i>	<i>0</i>	<i>0</i>	<i>11</i>	<i>0,1307</i>	<i>44,97</i>		
23,75	13	9,2	0	0	0	0	9	0,1498	51,55	0	0
			<i>0</i>	<i>0</i>	<i>0</i>	<i>0</i>	<i>9</i>	<i>0,1498</i>	<i>51,55</i>		
23,75	15	10,4	0	0	0	0	10	0,1639	56,38	0	0
			<i>0</i>	<i>0</i>	<i>0</i>	<i>0</i>	<i>10</i>	<i>0,1639</i>	<i>56,38</i>		
23,75	17	11,7	0	0	0	0	11	0,1772	60,96	0	0
			<i>0</i>	<i>0</i>	<i>0</i>	<i>0</i>	<i>11</i>	<i>0,1772</i>	<i>60,96</i>		
23,75	19	12,9	0	0	0	0	12	0,1900	65,34	0	0
			<i>0</i>	<i>0</i>	<i>0</i>	<i>0</i>	<i>12</i>	<i>0,1900</i>	<i>65,34</i>		
23,75	21	14,2	0	0	0	0	14	0,2070	71,20	0	0
			<i>0</i>	<i>0</i>	<i>0</i>	<i>0</i>	<i>14</i>	<i>0,2070</i>	<i>71,20</i>		
23,75	23	15,4	0	0	0	0	15	0,2190	75,33	0	0
			<i>0</i>	<i>0</i>	<i>0</i>	<i>0</i>	<i>15</i>	<i>0,2190</i>	<i>75,33</i>		
27,65	17	12,6	0	0	0	1	10	0,2446	88,55	0	0
			<i>0</i>	<i>0</i>	<i>0</i>	<i>1</i>	<i>10</i>	<i>0,2446</i>	<i>88,55</i>		

Variáveis			Sortimentos					V (m³)	Rec. (\$)	Dif. V (%)	Dif. R (%)
d (cm)	h (m)	h _c (m)	S1	S2	S3	S4	S5				
27,65	19	13,9	0	0	0	1	11	0,2621	94,53	0	0
			0	0	0	1	11	0,2621	94,53		
27,65	21	15,3	0	0	0	1	12	0,2789	100,25	-1,04	3,3
			0	0	0	0	15	0,2818	96,94		
27,65	23	16,6	0	0	0	1	14	0,2999	107,42	0	0
			0	0	0	1	14	0,2999	107,42		
27,65	25	18,0	0	0	0	1	15	0,3158	112,83	0	0
			0	0	0	1	15	0,3158	112,83		
31,55	17	13,2	0	0	0	1	10	0,3147	113,93	-0,92	4,09
			0	0	0	0	13	0,3176	109,27		
31,55	19	14,7	0	0	0	1	12	0,3426	123,45	0	0
			0	0	0	1	12	0,3426	123,45		
31,55	21	16,1	0	0	0	2	11	0,3666	135,71	-0,25	6,85
			0	0	0	0	16	0,3675	126,42		
31,55	23	17,5	0	0	0	2	12	0,3880	143,03	-0,72	2,18
			0	0	0	1	15	0,3908	139,91		
31,55	25	19,0	0	0	0	2	14	0,4135	151,73	0	0
			0	0	0	2	14	0,4135	151,73		
31,55	27	20,4	0	0	0	2	15	0,4337	158,64	-0,23	5,75
			0	0	0	0	20	0,4347	149,52		
35,45	21	16,7	0	0	0	2	11	0,4580	169,55	-0,68	2,37
			0	0	0	1	14	0,4611	165,54		
35,45	23	18,2	0	0	0	2	13	0,4902	180,58	-0,2	6,43
			0	0	0	0	18	0,4912	168,96		
35,45	25	19,7	0	0	0	3	12	0,5186	194,33	-0,17	4,56
			0	0	0	1	17	0,5195	185,47		
35,45	27	21,2	0	0	0	3	13	0,5441	203,12	-0,72	7,19
			0	0	0	0	21	0,5480	188,51		
39,35	21	17,2	0	0	0	3	9	0,5616	212,53	0,21	9,3
			0	0	0	0	16	0,5604	192,76		
39,35	23	18,8	0	0	0	3	11	0,6005	226,01	-0,17	4,75
			0	0	0	1	16	0,6015	215,28		
39,35	25	20,3	0	0	0	3	13	0,638	238,94	0	0
			0	0	0	3	13	0,638	238,94		
39,35	27	21,9	0	0	0	4	12	0,6718	254,63	0	0
			0	0	0	4	12	0,6718	254,63		
39,35	29	23,4	0	0	0	4	13	0,7028	265,40	-0,4	1,21
			0	0	0	3	16	0,7056	262,20		
43,25	23	19,2	0	0	1	3	9	0,7215	285,96	-0,26	12,97
			0	0	0	0	19	0,7234	248,86		
43,25	25	20,8	0	0	1	3	11	0,7660	301,45	0	0
			0	0	1	3	11	0,7660	301,45		
43,25	27	22,4	0	0	1	3	12	0,8046	314,81	-0,36	1,23
			0	0	1	2	15	0,8075	310,95		

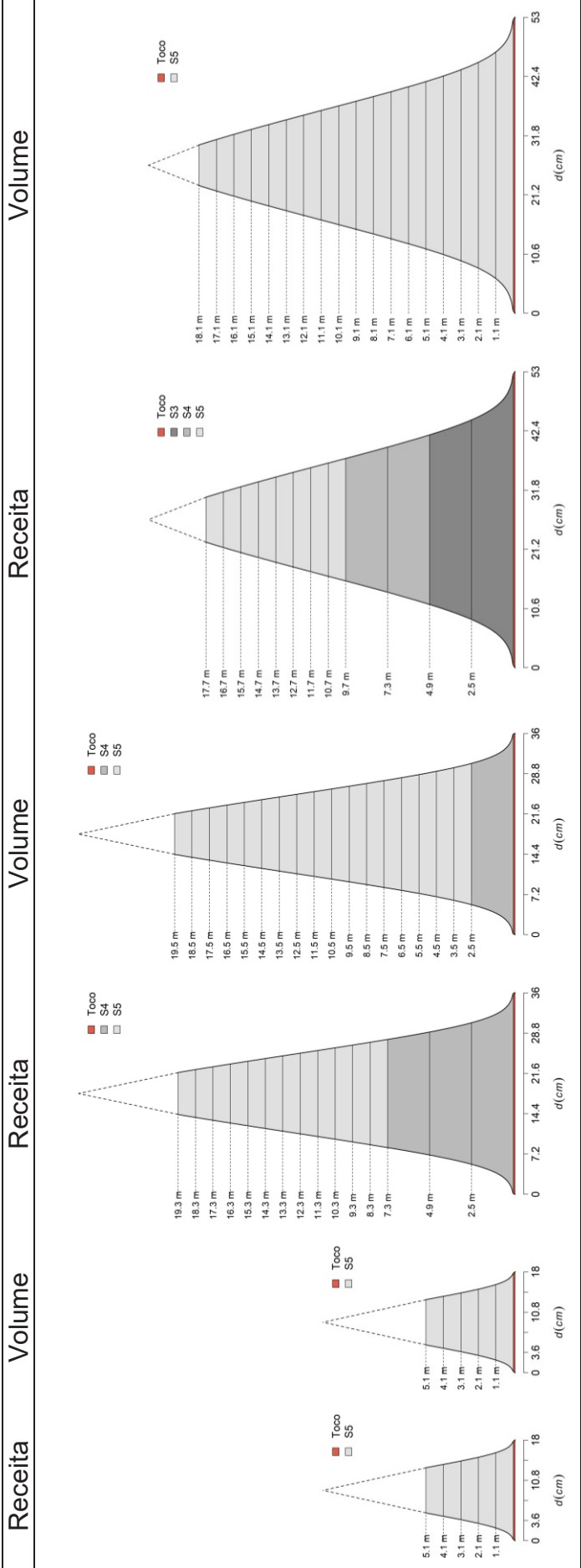
Variáveis			Sortimentos					V (m³)	Rec. (\$)	Dif. V (%)	Dif. R (%)
d (cm)	h (m)	h _c (m)	S1	S2	S3	S4	S5				
43,25	29	24,0	0	0	1	4	11	0,8441	332,45	-0,47	4,16
			0	0	1	1	19	0,8481	318,63		
47,15	23	19,6	0	0	1	3	9	0,8508	337,24	-0,49	5,75
			0	0	1	0	17	0,855	317,84		
47,15	25	21,2	0	0	1	4	9	0,9052	360,39	0	0
			0	0	1	4	9	0,9052	360,39		
47,15	27	22,9	0	0	1	4	10	0,9512	376,59	-0,32	0,92
			0	0	1	3	13	0,9542	373,12		
47,15	29	24,5	0	0	2	3	12	1,0010	402,86	-0,09	2,56
			0	0	2	1	17	1,0019	392,53		
51,05	21	18,2	0	0	2	2	8	0,9338	382,9	-0,21	15,93
			0	0	0	0	18	0,9358	321,91		
51,05	25	21,6	0	0	2	3	9	1,0535	429,74	-0,18	9,15
			0	0	1	0	19	1,0554	390,43		
51,05	27	23,2	0	0	2	3	11	1,1124	450,49	0	0
			0	0	2	3	11	1,1124	450,49		
51,05	29	24,9	0	0	2	4	10	1,1671	474,00	-0,08	2,02
			0	0	2	2	15	1,1680	464,44		

em que: d = diâmetro à altura do peito (cm); h = altura total (m); h_c = altura comercial (m); S_i = Sortimento i ; V = volume total (m³); Dif. R = Diferença entre as receitas (%); Dif. V = Diferença entre volumes totais (%).

Na Figura 20, notou-se essa dinâmica de mudança dos cenários de acordo com que se aumenta o diâmetro. Esse aumento no diâmetro resultou em cenários em que a diferença na receita pode alcançar 15,93% em que visou-se otimizar a receita, e nesse mesmo cenário a diferença no volume gerado para os diferentes objetivos foi de cerca -0,21%. Desta forma, o contraste gerado sofreu mais influência da receita associada aos preços dos diferentes sortimentos do que o volume.

Por consequência, na otimização que visa a maximização do volume, os produtos gerados cobrem de forma mais eficiente o comprimento do tronco, nos maiores diâmetros em relação ao outro objetivo que maximiza a receita (Figura 20). Porém essa diferença negativa gerada na variável volume no cenário em que objetiva-se a maximização da receita, foi compensada pelos valores associados aos sortimentos de maior valor monetário.

Figura 20 - Cenários ótimos de corte para maximização da receita (esquerda) e maximização do volume (direita), para as seguintes características de *d*'s de 15,95 cm, 35,45 cm e 51,05 e *h*'s de 11 m 25 m e 21 m, respectivamente, para árvore de *Tectona grandis* em Mato Grosso. Fonte: Autor.



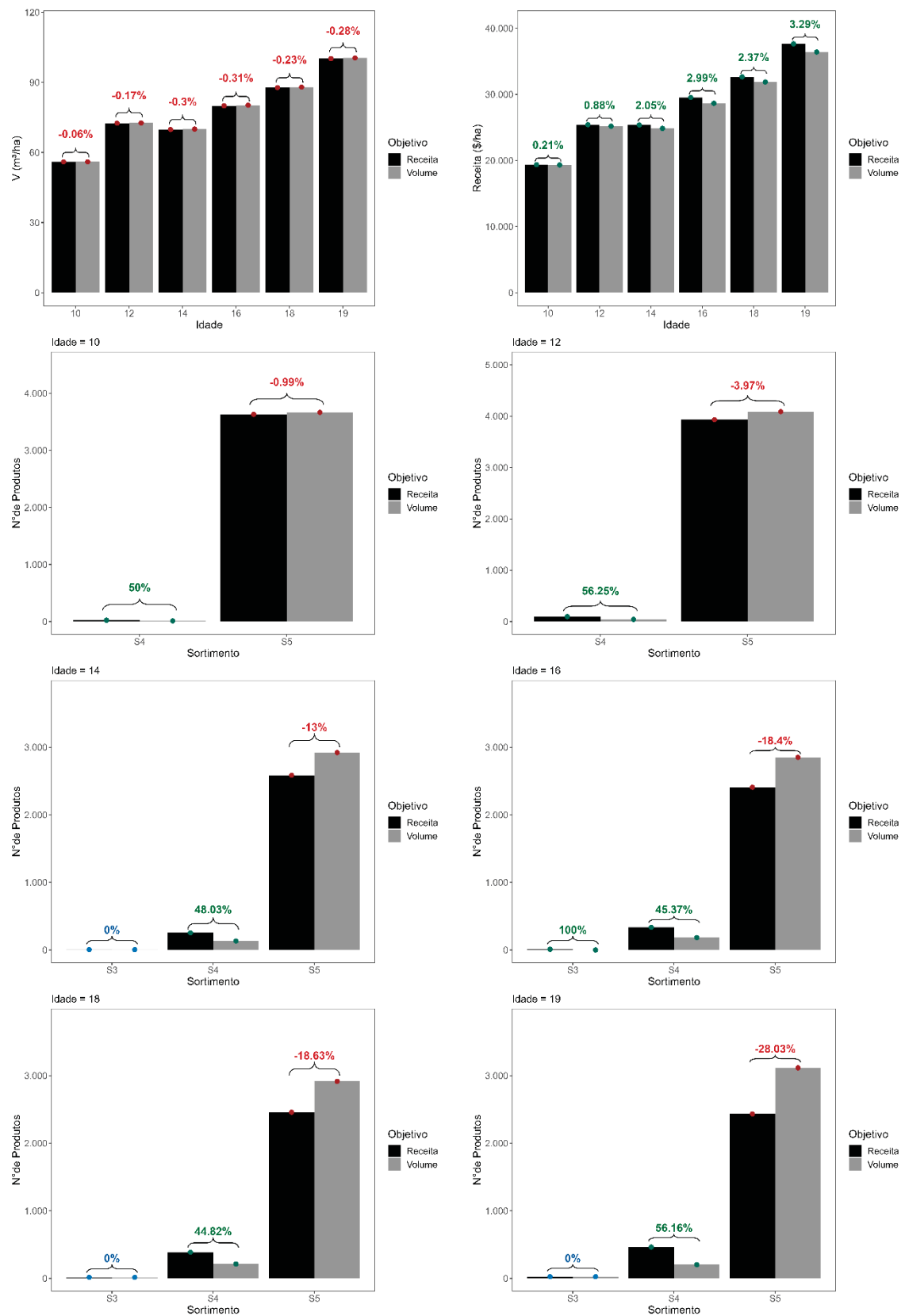
Ao nível de área (Tabela 16 e Figura 21), ao contrastar os diferentes objetivos de maximização houve uma menor diferença observada no volume. Porém, ao analisar a receita, a tendência foi de aumento da diferença, atingindo aproximadamente 3,29% aos 19 anos.

Tabela 16 - Cenários obtidos para os diferentes objetivos de maximização a nível de ha para povoamentos de *Tectona grandis* em Mato Grosso. Fonte: Autor.

i	Obj.	S1	S2	S3	S4	S5	V.	Rec.
10	rec.	0	0	10	24	3630	55,9788	19360,08
10	vol.	0	0	0	12	3666	56,0143	19319,02
12	rec.	0	0	0	96	3931	72,5314	25405
12	vol.	0	0	0	42	4087	72,6578	25182,08
14	rec.	0	0	5	254	2585	69,8251	25373,96
14	vol.	0	0	5	132	2921	70,0313	24853,6
16	rec.	0	0	10	335	2407	79,9827	29531,16
16	vol.	0	0	0	183	2850	80,2301	28649,01
18	rec.	0	0	15	386	2458	87,7745	32646,24
18	vol.	0	0	15	213	2916	87,9766	31873,07
19	rec.	0	0	25	463	2433	100,1951	37649,51
19	vol.	0	0	25	203	3115	100,4741	36409,84

em que: i = idade (anos); Obj. = objetivo de maximização; S_j = classe do sortimento j; V = volume (m³/ha); Rec. = Receita (US\$/ha).

Figura 21 - Diferentes cenários gerados a partir dos objetivos de maximização à nível de ha para V (m^3/ha), Receita (US\$/ha) e nº de produtos para as diferentes idades analisadas em povoamentos de *Tectona grandis* em Mato Grosso. Fonte: Autor.



Em relação ao número de produtos para as diferentes idades foi observado na otimização da receita, menor número de produtos do sortimento cinco e maior número de produtos dos outros sortimentos, pois a diferença no valor dos outros do sortimento compensou a perda de volume em relação ao objetivo em que se maximizou o volume.

Os maiores contrastes observados, se deu em relação à variável receita, referentes as idades de 16 e 19 anos, as quais apresentam a maior diferença de produtos obtidos dos outros sortimentos com maior valor monetário, principalmente os produtos dos S3 e S4. Essa diferença nos produtos obtidos nos sortimentos S3 e S4 acarretou diminuição de sortimentos da classe S5.

Porém, na idade 10, as diferenças foram menores em relação as outras idades, tanto para maximização da receita quanto para o volume, em que é observado também menor diferença no número de produtos gerados das classes de sortimento S4 e S3.

A diferença entre os volumes (m^3/ha) e a receita ($\text{US}\$/\text{ha}$) apresentou uma tendência de crescimento. Essa diferença foi evidente principalmente quando o objetivo é a maximização da receita. Isso, corrobora com as análises realizadas individualmente para as árvores, pois o avanço da idade acarreta o aumento do diâmetro e gera uma maior possibilidade de combinações para os produtos gerados.

4 DISCUSSÃO

Na Tabela 16 e na Figura 20 constata-se que as combinações de sortimentos nos centros de classe iniciais para os diferentes objetivos não houve contraste. Porém, nos centros de classes que apresentam os diâmetros maiores, essa diferença chega até 15,93%, e nessa mesma situação a diferença no volume é de apenas -0,21%.

Este fato deve-se principalmente a duas condições. A primeira é que a perda do volume no cenário de maximização da receita foi compensada pelos valores monetários dos sortimentos selecionados, uma vez que, na maximização do volume, a PD buscou cobrir de forma mais eficiente o fuste até o diâmetro d_{fina} mínimo. Essa característica, em alguns casos, não prioriza os sortimentos de maior valor e sim aqueles que possibilitem cobrir a maior parte do fuste. A segunda condição é que a perda de volume se dá próxima a h_c , onde os volumes são menores do que em relação à base.

Neste estudo, a maior parte das árvores analisadas são em condições de desbaste, essa característica fez com que as possibilidades de sortimentos da classe S2 e S1 não ocorressem, pois o afilamento das árvores ocorre de forma acentuada, assim os d_{fina} das referidas classes ocorrem mais próximas ao solo e não satisfazem o comprimento útil dos respectivos sortimentos. Porém, vale ressaltar que essas características foram para um povoamento com 19 anos. Com o avanço da idade, que implicitamente ocorre aumento do diâmetro, esses sortimentos devem começar a advir.

Ao verificar os cenários obtidos a nível de área, a diferença entre a receita foi mais notória ao longo dos anos do que o volume, quando contrastados os diferentes objetivos de maximização (Figura 21). Esse resultado era esperado, pois, como foi observado ao nível de árvore, com acréscimo de d as diferenças entre os cenários foram mais notórias em relação à receita. Desta forma, ao nível de talhão, ao longo dos anos, o incremento em d bem como da h , geraram cenários com diferença nas variáveis analisadas bem como no número de produtos para os objetivos de maximização avaliados.

A diferença na receita que aumentou ao longo dos anos pode ser explicada pela diferença no número de produtos obtidos de cada sortimento. Inicialmente, nas idades iniciais, como por exemplo a idade de 10 anos. A diferença nos produtos

obtidos foi menor em relação às idades finais analisadas, o que acarretou uma menor contraste nas receitas e volumes obtidos para os distintos objetivos.

Porém, nas idades finais, o número de sortimentos obtidos nos cenários faz com que a diferença na receita fosse de aproximadamente 3,29%, onde a quantidade de produtos do S4 definiu essa diferença. Esse cenário que visou otimizar a receita obteve um menor número de produtos da classe S5 para priorizar a obtenção de produtos com maior valor monetário. Resultado semelhante foi encontrado por Arce et al. (2002), ao considerar o cenário orientado à oferta, em que obteve-se um maior número de toras que tinham como característica maior valor monetário, que essas estavam associadas as toras de maiores dimensões.

As diferenças encontradas para os diferentes cenários são devido ao fato que na utilização da PD na otimização do volume, prioriza-se cobrir de forma mais eficiente toda extensão do tronco em que seja possível retirar produtos, uma vez que toras de maiores valores nesses cenários, são alocadas para proporcionar uma combinação que seja possível chegar na altura máxima útil e as demais toras utilizadas são pertencentes a classe S5 (menor comprimento) para assim percorrer toda extensão do fuste. Porém no cenário em que o objetivo foi a maximização do retorno econômico, prioriza-se toras de maior valor monetário, o que compensou a perda do volume por não utilizar a extensão do fuste como ao outro objetivo.

Porém vale ressaltar, que nesse estudo o critério utilizado na otimização se refere apenas ao diâmetro das árvores de *Tectona grandis*. Entretanto, outras características que influenciam na valoração das madeiras de *Tectona grandis*, auxiliaria na tomada de decisão bem como na precificação das toras. Pode-se citar, como exemplo de características, a proporção de cerne/alburno, bem como a quantidade lenho maduro e juvenil, que são características que varia de acordo com a idade do povoamento, o que consequentemente influencia na densidade da madeira (Arce et al., 2002; Martha et al., 2021; Curvo et al., 2024), além de aspectos estéticos, em que madeiras com maior proporção de cerne garantem colorações mais escuras a madeira (Santos et al., 2023).

5 CONCLUSÃO

Os diferentes objetivos utilizados na programação dinâmica geram resultados diferentes tanto para o volume e como para receita ao nível de árvore individual, bem como em nível de área para povoamento de *Tectona grandis*.

O cenário que maximiza a receita prioriza as toras dos maiores valores monetários, sendo o cenário que visa maximizar o volume e prioriza as toras de menores dimensões, a fim de cobrir toda extensão do fuste.

Ademais, a maior diferença observada é na receita, tanto ao nível de área quanto individualmente, nos diferentes objetivos do que em relação ao volume.

Desta forma, indica-se a utilização do cenário em que se objetiva a maximização da receita, diante dos contrastes obtidos das variáveis receita e volume, que em relação a variável volume a diferença pode chegar até 0,31%, para os diferentes objetivos, e em relação à receita a diferença pode chegar até 3,29%.

6 REFERÊNCIAS

- ADU-BREDU, S.; BI, A. F. T.; BOUILLET, J. P.; MÉ, M. K.; KYEI, S. Y.; SAINT-ANDRÉ, L. An explicit stem profile model for forked and un-forked teak (*Tectona grandis*) trees in West Africa. **Forest Ecology and Management**, v. 255, n. 7, p. 2189–2203, 20 abr. 2008.
- AKAY, A. E. Potential contribution of optimum bucking bethod to borest broducts industry. **Eur. J. Forest Eng.**, v. 3, n. 2, p. 61–65, 2017.
- ALVARES, C. A.; STAPE, J. L.; SENTELHAS, P. C.; MORAES GONÇALVES, J. L. DE; SPAROVEK, G. Köppen's climate classification map for Brazil. **Meteorologische Zeitschrift**, v. 22, n. 6, p. 711–728, 2013.
- ARCE, J. E. **Um sistema de análise, simulação e otimização do sortimento florestal em função da demanda por multiprodutos e dos custos de transporte**. Curitiba: UFPR, 2000a.
- ARCE, J. E.; CARNIERI, C.; SANQUETTA, C. R.; FIGUEIREDO-FILHO, A. A Forest-Level Bucking Optimization System that Considers Customer's Demand and Transportation Costs. **Forest Science**, v. 48, n. 3, p. 2002, 2002.
- ARCE, J. E.; MACDONAGH, P.; FRIEDL, R. A. Geração de padrões ótimos de corte através de algoritmos de traçamento aplicados a fustes individuais. **R. Árvore**, v. 28, n. 2, p. 207–217, 2004.
- BARRIO ANTA, M.; DIÉGUEZ-ARANDA, U.; CASTEDO-DORADO, F.; ÁLVAREZ GONZÁLEZ, J. G.; GADOW, K. VON. Merchantable volume system for pedunculate oak in northwestern Spain. **Annals of Forest Science**, v. 64, p. 511–520, 1 jul. 2007.
- BATES, D. M.; WATTS, D. G. **Nonlinear Regression Analysis and Its Applications**. New York, NY, USA: Wiley, 1988.
- BEHLING, M.; KOEHLER, H. S.; BEHLING, A. Compatibility between the Spurr function volume and the Kozak's taper function and quintic polynomial volumes for black wattle trees. **Floresta**, v. 51, n. 2, p. 521–530, 2021.
- BELLMAN, R. The theory of dynamic programming. **Bull. Amer. Math. Soc.**, v. 60, p. 503–515, 1954.
- BERMEJO, I.; CAÑELLAS, I.; SAN MIGUEL, A. Growth and yield models for teak plantations in Costa Rica. **Forest Ecology and Management**, v. 189, n. 1–3, p. 97–110, 23 fev. 2004.
- BERTOMEU, M.; BERTOMEU, M.; GIMÉNEZ, J. C. Improving adoptability of farm forestry in the Philippine uplands: A linear programming model. **Agroforestry Systems**, v. 68, n. 1, p. 81–91, 2006.

BHANDARI, S. K.; VENEKLAAS, E. J.; MCCAW, L.; MAZANEC, R.; WHITFORD, K.; RENTON, M. Effect of thinning and fertilizer on growth and allometry of *Eucalyptus marginata*. **Forest Ecology and Management**, v. 479, p. 118594, 1 jan. 2021.

BITTERLICH, W. **The relascope idea: relative measurements in forestry**. Wallingford, U. K.: Commonwealth Agricultural Bureaux, 1984.

BUONGIORNO, J.; GILLESS, J. K. **Decision Methods for Forest Resource Management**. [s.l: s.n.]. v. 1

BURKHART, H. E. Cubic-Foot Volume of Loblolly Pine to Any Merchantable Top Limit. **Southern Journal of Applied Forestry**, v. 1, n. 2, p. 7–9, 1977.

CAO, Q. V.; BURKHART, H. E.; MAX, T. A. Evaluation of Two Methods for Cubic-Volume Prediction of Loblolly Pine to Any Merchantable Limit. **Forest Sci.**, v. 26, n. 1, p. 71–80, 1980.

CARNIERI, C.; MENDOZA, G. A.; GAVINHO, L. G. Theory and Methodology Solution procedures for cutting lumber into furniture parts *. **European Journal of Operational Research**, v. 73, p. 495–501, 1994.

CARVALHO, S. DE P. C. E; CALEGARIO, N.; SILVA, F. F. E; BORGES, L. A. C.; MENDONÇA, A. R. DE; LIMA, M. P. DE. Modelos não lineares generalizados aplicados na predição da área basal e volume de *Eucalyptus* clonal. **Cerne**, v. 17, n. 4, p. 541–548, 2011.

CLARK BALDWIN JR, V.; PETERSON, K. D.; CLARK III, A.; FERGUSON, R. B.; STRUB, M. R.; BOWER, D. R. The effects of spacing and thinning on stand and tree characteristics of 38-year-old Loblolly Pine. **Forest Ecology and Management**, v. 137, p. 91–102, 2000.

CORRAL-RIVAS, J. J.; DIÉGUEZ-ARANDA, U.; CORRAL RIVAS, S.; CASTEDO DORADO, F. A merchantable volume system for major pine species in El Salto, Durango (Mexico). **Forest Ecology and Management**, v. 238, p. 118–129, 30 jan. 2007.

CORRAL-RIVAS, J. J.; VEGA-NIEVA, D. J.; RODRÍGUEZ-SOALLEIRO, R.; LÓPEZ-SÁNCHEZ, C. A.; WEHENKEL, C.; VARGAS-LARRETA, B.; ÁLVAREZ-GONZÁLEZ, J. G.; RUIZ-GONZÁLEZ, A. D. Compatible system for predicting total and merchantable stem volume over and under bark, branch volume and whole-tree volume of pine species. **Forests**, v. 8, p. 1–18, 1 nov. 2017.

CRECENTE-CAMPO, F.; ALBORECA, A. R.; DIÉGUEZ-ARANDA, U. A merchantable volume system for *Pinus sylvestris* L. in the major mountain ranges of Spain. **Annals of Forest Science**, v. 66, p. 1–12, 2009.

CRUZ-COBOS, F.; LOS SANTOS-POSADAS, H. M. DE; RENÉ VALDEZ-LAZALDE, J. Sistema compatible de ahusamiento-volumen para *Pinus cooperi* Blanco en Durango, México. **Agrociencia**, v. 42, p. 473–485, 2008.

CURVO, K. R.; SILVA, G. A. O.; CASTRO, V. R.; GAVA, F. H.; PEREIRA, B. L. C.; OLIVEIRA, A. C. Heartwood proportion and density of *Tectona grandis* L.f. wood

from Brazilian fast-growing plantations at different ages. **European Journal of Wood and Wood Products**, 2024.

DAMAYANTI, R.; ILIC, J.; OZARSKA, B.; PARI, G.; VINDEN, P. **Effect of Clone and Sites for Wood Properties of Fast Grown Teak and Determination of the Best Clone for Next Cultivation in Teak Plantation Industries** IOP Conference Series: Earth and Environmental Science. **Anais...** Institute of Physics Publishing, 2019

DEMAERSCHALK, J. P. **An integrated system for the estimation of tree taper and volume**. Vancouver: University of British Columbia, 1971.

DEMAERSCHALK, J. P. Converting volume equations to compatible taper equations. **Forest Science**, v. 18, n. 3, p. 241–245, 1972.

DENG, C.; ZHANG, S.; LU, Y.; FROESE, R. E.; MING, A.; LI, Q. Thinning effects on the tree height-diameter allometry of Masson Pine (*Pinus massoniana* Lamb.). **Forests**, v. 10, p. 1129, 1 dez. 2019.

DEUSEN, P. C. VAN. Simultaneous estimation with a squared error loss function. **Can. J. For. Res.**, v. 18, p. 1093–1096, 1988.

DIÉGUEZ-ARANDA, U.; CASTEDO-DORADO, F.; ÁLVAREZ-GONZÁLEZ, J. G.; ROJO, A. Compatible taper function for Scots pine plantations in northwestern Spain. **Canadian Journal of Forest Research**, v. 36, n. 5, p. 1190–1205, maio 2006.

ERBER, G.; GOLLOB, C.; KRASSNITZER, R.; NOTHDURFT, A.; STAMPFER, K. Stem-Level Bucking Pattern Optimization in Chainsaw Bucking Based on Terrestrial Laser Scanning Data. **Croatian Journal of Forest Engineering**, v. 43, n. 2, p. 287–301, 2022.

FAALAND, B.; BRIGGS, D. Log bucking and lumber manufacturing using dynamic programming. **Management Science**, v. 30, n. 2, p. 245–257, 1984.

FANG, Z.; BAILEY, R. L. Compatible volume and taper models with coefficients for tropical species on Hainan Island in southern China. **Forest Science**, v. 45, n. 1, p. 85–100, 1999.

FANG, Z.; BORDERS, B. E.; BAILEY, R. L. Compatible volume-taper models for loblolly and slash pine based on a system with segmented-stem form factors. **Forest Science**, v. 46, n. 1, p. 1–12, 2000.

FERRAZ FILHO, A. C.; MOLA-YUDEGO, B.; GONZÁLEZ-OLABARRIA, J. R.; SCOLFORO, J. R. S. Pruning effect in *Eucalyptus grandis* x *Eucalyptus urophylla* clone growth. **Scientia Forestalis**, v. 44, n. 111, p. 729–738, 1 set. 2016.

FERREIRA, G. W. D.; FILHO, A. C. F.; PINTO, A. L. R.; SCOLFORO, J. R. S. Influência do desbaste na forma do fuste de povoamentos naturais de *Eremanthus incanus* (Less.) Less. **Semina: Ciências Agrárias**, v. 35, n. 4, p. 1707–1720, 2014.

GOULDING, C. J.; MURRAY, J. C. Polynomial taper equations that are compatible with tree volume equations. **New Zealand Journal of Forestry Science**, v. 5, n. 3, p. 313–322, 1976.

HILLIER, F. S.; LIEBERMAN, G. J. **Introduction to Operations Research**. McGraw-Hill ed. New York: Thomas Casson, 2001. v. 7

IBÁ. **Relatório Anual: 2023**. [s.l: s.n.].

IKONEN, V. P.; KELLOMÄKI, S.; VÄISÄNEN, H.; PELTOLA, H. Modelling the distribution of diameter growth along the stem in Scots pine. **Trees - Structure and Function**, v. 20, n. 3, p. 391–402, 2006.

ITTO. **The ITTO Tropical Timber Market (TTM) Report**. [s.l: s.n.].

JIANG, L.; BROOKS, J. R.; WANG, J. Compatible taper and volume equations for yellow-poplar in West Virginia. **Forest Ecology and Management**, v. 213, n. 1–3, p. 399–409, 18 jul. 2005.

JIANG, L. CHUN; LIU, R. LONG. Segmented taper equations with crown ratio and stand density for Dahurian Larch (*Larix gmelinii*) in Northeastern China. **Journal of Forestry Research**, v. 22, n. 3, p. 347–352, set. 2011.

JORDAN, L.; BERENHAUT, K.; SOUTER, R.; DANIELS, R. F. Parsimonious and Completely Compatible Taper, Total, and Merchantable Volume Models. **Forest Science**, v. 51, n. 6, p. 578–584, 2005.

KAOSA-ARD, A. Teak (*Tectona grandis* L. f.): its natural distribution and related factors. **Natural History Bulletin of the Siam Society**, v. 19, p. 55–74, 1989.

KHASANAH, N.; PERDANA, A.; RAHMANULLAH, A.; MANURUNG, G.; ROSHETKO, J. M.; NOORDWIJK, M. VAN. Intercropping teak (*Tectona grandis*) and maize (*Zea mays*): bioeconomic trade-off analysis of agroforestry management practices in Gunungkidul, West Java. **Agroforestry Systems**, v. 89, p. 1019–1033, 31 jul. 2015.

KMENTA, J. **Elements of Econometrics**. 2° ed. New York: Macmillan Publishing Company, 1986.

KOIRALA, A.; MONTES, C. R.; BULLOCK, B. P.; WAGLE, B. H. Developing taper equations for planted teak (*Tectona grandis* L.f.) trees of central lowland Nepal. **Trees, Forests and People**, v. 5, p. 1–9, 1 set. 2021.

KOLLERT, W.; KLEINE, M. **The Global Teak Study Analysis, Evaluation and Future Potential of Teak Resources**. Viena: IUFRO, 2017. v. 36

KRISNAWATI, H. A compatible estimation model of stem volume and taper for *Acacia mangium* Willd. plantations. **Indonesian Journal of Forestry Research**, v. 3, n. 1, p. 49–64, abr. 2016.

LARSON, P. R. Stem form development of forest trees. **For. Sci.**, p. a0001-a42, 1963.

LÓPEZ-MARTÍNEZ, J. O.; VARGAS-LARRETA, B.; AGUIRRE-CALDERÓN, O. A.; AGUIRRE-CALDERÓN, C. G.; MACARIO-MENDOZA, P. A.; MARTÍNEZ-

SALVADOR, M.; ÁLVAREZ-GONZÁLEZ, J. G. Compatible taper-volume systems for major tropical species in Mexico. **Forestry**, v. 93, n. 1, p. 56–74, 4 fev. 2020.

LYNCH, THOMAS B.; ZHAO, D.; HARGES, W.; MCTAGUE, J. Deriving compatible taper functions from volume ratio equations based on upper-stem height. **Canadian Journal of Forest Research**, v. 47, n. 10, p. 1424–1431, 2017.

MACHADO, S. DO A.; FIGUEIREDO FILHO, A. **Dendrometria**. 2° ed. Guarapuava: UNICENTRO, 2014.

MÄKINEN, H.; ISOMÄKI, A. Thinning intensity and long-term changes in increment and stem form of Norway spruce trees. **Forest Ecology and Management**, v. 201, p. 295–309, 15 nov. 2004.

MARTHA, R.; MUBAROK, M.; BATUBARA, I.; RAHAYU, I. S.; SETIONO, L.; DARMAWAN, W.; AKONG, F. O.; GEORGE, B.; GÉRARDIN, C.; GÉRARDIN, P. Effect of furfurylation treatment on technological properties of short rotation teak wood. **Journal of Materials Research and Technology**, v. 12, p. 1689–1699, 2021.

MARTIN, A. J. **Taper and volume equations for selected appalachian hardwood species** Research Paper NE-490, Northeast Forest Experiment Station, USDA Forest Service, Broomall, PA, USA, 1981.

MEDEIROS, R. A.; PAIVA, H. N.; LEITE, H. G.; NETO, S. N. O.; VENDRÚSCOLO, D. G. S.; SILVA, F. T. Análise silvicultural e econômica de plantios clonais e seminais de *Tectona grandis* L.F. em sistema taungya. **Revista Arvore**, v. 39, n. 5, p. 893–903, 1 set. 2015.

MOHAMMADI, Z.; LIMAEI, S. M.; SHAHRAJI, T. R. Linear programming approach for optimal forest plantation. **Journal of Forestry Research**, v. 28, n. 2, p. 299–307, 1 mar. 2017.

MOYA, R.; BOND, B.; QUESADA, H. **A review of heartwood properties of *Tectona grandis* trees from fast-growth plantations** Wood Science and Technology, mar. 2014.

NAJAFI, A.; RICHARDS, E. W. Designing a Forest Road Network Using Mixed Integer Programming. **Croat. j. for. eng**, v. 34, p. 17–30, 2013.

NELSON, J.; BRODIE, J. D. Comparison of a random search algorithm and mixed integer programming for solving area-based forest plans. **Can. J. For. Res.**, v. 20, p. 934–942, 1990.

NEWMHAM, R. M. Stem Form and the Variation of Taper with Age and Thinning Régime. **Forestry: An International Journal of Forest Research**, v. 38, n. 2, p. 218–224, 1965.

NUNES, L.; TOMÉ, J.; TOMÉ, M. A system for compatible prediction of total and merchantable volumes allowing for different definitions of tree volume. **Canadian Journal of Forest Research**, v. 40, n. 4, p. 747–760, abr. 2010.

OLIVEIRA, P. P. G. DE; OLIVEIRA FILHO, P. C. DE; GUIMARÃES, F. A. R.; FIGUEIREDO FILHO, A.; OLIVEIRA, E. B. DE. Production simulation for wood assortment in *Tectona grandis* L. in the north region of the state of Mato Grosso. **Ciencia Florestal**, v. 32, n. 4, p. 2263–2287, 23 nov. 2022.

ÖZÇELİK, R.; BROOKS, J. R. Compatible volume and taper models for economically important tree species of Turkey. **Annals of Forest Science**, v. 69, n. 1, p. 105–118, jan. 2012.

ÖZÇELİK, R.; CAO, Q. V. Evaluation of fitting and adjustment methods for taper and volume prediction of black pine in Turkey. **Forest Science**, v. 63, n. 4, p. 349–355, 9 ago. 2017.

ÖZÇELİK, R.; CRECENTE-CAMPO, F. Stem taper equations for estimating merchantable volume of lebanon cedar trees in the Taurus mountains, Southern Turkey. **Forest Science**, v. 62, n. 1, p. 78–91, 8 fev. 2016.

ÖZÇELİK, R.; DIRICAN, O. Stem taper and volume models for natural cedar and Taurus fir mixed stands in Bucak District. **Journal of the Faculty of Forestry Istanbul University**, v. 67, n. 2, p. 243–261, 1 jul. 2017.

ÖZÇELİK, R.; GÖÇERİ, M. F. Compatible merchantable stem volume and taper equations for eucalyptus plantations in the eastern mediterranean region of Turkey. **Turkish Journal of Agriculture and Forestry**, v. 39, p. 851–863, 2015.

PACHAS, A. N. A.; SAKANPHET, S.; SOUKKHY, O.; LAO, M.; SAVATHVONG, S.; NEWBY, J. C.; SOULIYASACK, B.; KEOBOUALAPHA, B.; DIETERS, M. J. Initial spacing of teak (*Tectona grandis*) in northern Lao PDR: Impacts on the growth of teak and companion crops. **Forest Ecology and Management**, v. 435, p. 77–88, 1 mar. 2019.

PANDEY, D.; BROWN, C. **Teak: a global overview**, 2000. (Nota técnica).

PARRESOL, B. R. Assessing tree and stand biomass: A review with examples and critical comparisons. **Forest Science**, v. 45, n. 4, p. 573–593, 1999.

PÉREZ, D. H.; POSADAS, H. M. DE LOS S.; PÉREZ, G. Á.; LAZALDE, R. V.; HALLER, V. H. V. TAPER AND COMMERCIAL VOLUME SYSTEM FOR *Pinus patula* Schltdl. et Cham. IN ZACUALTIPÁN, HIDALGO STATE. **Rev. Mex. Cien. For.**, v. 4, n. 16, p. 34–45, 2013.

PICKENS, J. B.; HOF, J. G.; KENT, B. M. Use of chance-constrained programming to account for stochastic variation in the A-matrix of large-scale linear programs: a forestry application. **Annals of Operations Research**, v. 31, p. 511–526, 1991.

PNEVMATICOS, S. M.; MANN, S. H. Dynamic programming in tree bucking. **For. Prod. J.**, v. 22, n. 2, p. 26–30, 1972.

POMPA-GARCÍA, M.; CORRAL-RIVAS, J. J.; HERNÁNDEZ-DÍAZ, J. C.; ALVAREZ-GONZÁLEZ, J. G. A system for calculating the merchantable volume of oak trees in the northwest of the state of Chihuahua, Mexico. **Journal of Forestry Research**, v. 20, n. 4, p. 293–300, nov. 2009.

PRENDES, C.; ACUNA, M.; CANGA, E.; ORDOÑEZ, C.; CABO, C. Optimal bucking of stems from terrestrial laser scanning data to maximize forest value. **Scandinavian Journal of Forest Research**, v. 38, n. 3, p. 174–188, 2023.

PUUMALAINEN, J. Optimal cross-cutting and sensitivity analysis for various log dimension constraints by using dynamic programming approach. **Scandinavian Journal of Forest Research**, v. 13, n. 1–4, p. 74–82, 1 jan. 1998.

QUIÑONEZ-BARRAZA, G.; SANTOS-POSADAS, H. M. D. LOS; ÁLVAREZ-GONZÁLEZ, J. G.; VELÁZQUEZ-MARTÍNEZ, A. Compatible taper and merchantable volume system for major pine species in Durango, Mexico. **Agrociencia**, v. 48, p. 553–567, 2014.

QUIÑONEZ-BARRAZA, G.; ZHAO, D.; SANTOS-POSADAS, H. M. D. L. Compatible taper and stem volume equations for five pine species in mixed-species forests in Mexico. **Forest Science**, v. 65, n. 5, p. 602–613, 30 set. 2019.

REIS, C. F. A.; BATISTA DE OLIVEIRA, E.; SANTOS, A. M. **Teca no Brasil**. 1. ed. Brasília: EMBRAPA, 2023. v. 1

ROCHA, K. J. DA; FINGER, C. A. G.; FAVALESSA, C. M. C.; CALDEIRA, S. F.; FLEIG, F. D. Form and Volume of the Stem of *Tectona grandis* L.f. in the Central-WESTERN Region of Brazil. **Forests**, v. 13, n. 11, 1 nov. 2022.

SÁNCHEZ-BANDA, M. B.; LOS SANTOS-POSADAS, H. M. DE; VALDEZ-LAZALDE, J. R.; ROLDÁN-CORTÉS, M. A. HEARTWOOD FUNCTIONS AND COMPATIBLE TAPER AND MERCHANTABLE VOLUME SYSTEMS FOR *Acacia mangium* Willd. IN, TABASCO, MEXICO. **Agrociencia**, v. 56, n. 1, p. 88–107, 23 fev. 2022.

SANTOS, M. L. DOS; MIGUEL, E. P.; BIALI, L. J.; SOUZA, H. J. DE; SANTOS, C. R. C. DOS; MATRICARDI, E. A. T. The Effect of Age on the Evolution of the Stem Profile and Heartwood Proportion of Teak Clonal Trees in the Brazilian Amazon. **Forests**, v. 14, n. 10, 1 out. 2023.

SCHUMACHER, F. X.; HALL, F. DOS S. Logarithmic expression of timber-tree volume. **Journal of Agricultural Research**, v. 47, n. 9, p. 719–734, 1933.

SETA, G. W.; WIDIYATNO; HIDAYATI, F.; NA'ITEM, M. Impact of thinning and pruning on tree growth, stress wave velocity, and pilodyn penetration response of clonal teak (*Tectona grandis*) plantation. **Forest Science and Technology**, v. 17, n. 2, p. 57–66, 2021.

SHARMA, M.; ODERWALD, R. G.; AMATEIS, R. L. A consistent system of equations for tree and stand volume. **Forest Ecology and Management**, v. 165, p. 183–191, 2002.

SHARMA, M.; ZHANG, S. Y. Variable-exponent taper equations for jack pine, black spruce, and balsam fir in eastern Canada. **Forest Ecology and Management**, v. 198, n. 1–3, p. 39–53, 23 ago. 2004.

STOATE, T. N. Taper in *pinus pinaster*. **Australian Forestry**, v. 6, n. 2, p. 59–66, 1941.

TAHA, H. A. **Investigación de operaciones**. Afaomega ed. Mexico: [s.n.]. v. 5

TANAKA, N.; HAMAZAKI, T.; VACHARANGKURA, T. Distribution, growth and site requirements of teak. **Japan Agricultural Research Quarterly**, v. 32, p. 65–77, 1998.

TANG, X.; PÉREZ-CRUZADO, C.; FEHRMANN, L.; ÁLVAREZ-GONZÁLEZ, J. G.; LU, Y.; KLEINN, C. Development of a compatible taper function and stand-level merchantable volume model for Chinese fir plantations. **PLoS ONE**, v. 11, n. 1, p. 1–15, 1 jan. 2016.

TEWARI, V. P.; ÁLVAREZ-GONZÁLEZ, J. G.; GARCÍA, O. Developing a dynamic growth model for teak plantations in India. **Forest Ecosystems**, v. 1, n. 1, 1 dez. 2014.

TRONCOSO, J.; D'AMOURS, S.; FLISBERG, P.; RÖNNQVIST, M.; WEINTRAUB, A. A mixed integer programming model to evaluate integrating strategies in the forest value chain — A case study in the Chilean forest industry. **Canadian Journal of Forest Research**, v. 45, n. 7, p. 937–949, 7 abr. 2015.

TUN, T. N.; GUO, J.; FANG, S.; TIAN, Y. Planting spacing affects canopy structure, biomass production and stem roundness in poplar plantations. **Scandinavian Journal of Forest Research**, v. 33, n. 5, p. 464–474, 4 jul. 2018.

URANGA-VALENCIA, L. P.; LOS SANTOS-POSADAS, H. M. DE; VALDEZ-LAZALDE, J. R.; LÓPEZ-UPTON, J.; NAVARRO-GARZA, H. Total volume and taper for *Pinus patula* Schiede ex schltl. et cham. at three forest conditions. **Agrociencia**, v. 49, p. 787–801, 2015.

WANG, C. S.; HEIN, S.; ZHAO, Z. G.; GUO, J. J.; ZENG, J. Branch occlusion and discoloration of *Betula alnoides* under artificial and natural pruning. **Forest Ecology and Management**, v. 375, p. 200–210, 1 set. 2016.

WEAVER, P. L. **Tectona grandis L. f., teak**. New Orleans : [s.n.].

WEINTRAUB P., A. **Integer programming in forestry** *Annals of Operations Research*, fev. 2007.

WEISKITTEL, A. R.; HANN, D. W.; KERSHAW, J. A.; VANCLAY, J. K. **Forest growth and yield modeling**. Oxford: Wiley-Blackwell, 2011. v. 1

ZHANG, Q. Q.; ZHOU, Z. Z.; HUANG, G. H.; ZHAO, W. W.; LIU, G. F.; WANG, X. B. Effects of pruning intensity and season on wound occlusion and stem form of teak (*Tectona grandis*) in China. **Journal of Tropical Forest Science**, v. 34, n. 4, p. 439–449, 2022.

ZHAO, D.; KANE, M. New variable-top merchantable volume and weight equations derived directly from cumulative relative profiles for loblolly pine. **Forest Science**, v. 63, n. 3, p. 261–269, 2 jun. 2017.

ZHAO, D.; KANE, M.; MARKEWITZ, D.; TESKEY, R.; CLUTTER, M. Additive tree biomass equations for midrotation loblolly pine plantations. **Forest Science**, v. 61, n. 4, p. 613–623, 5 ago. 2015.

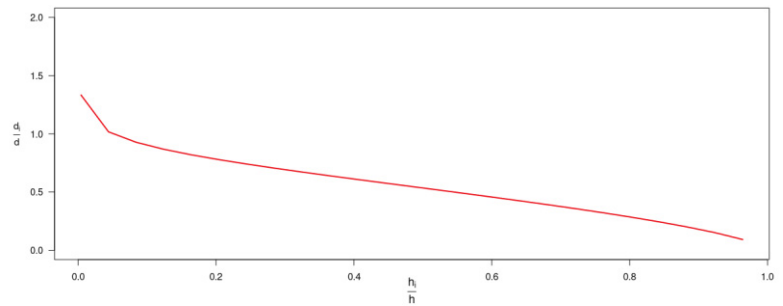
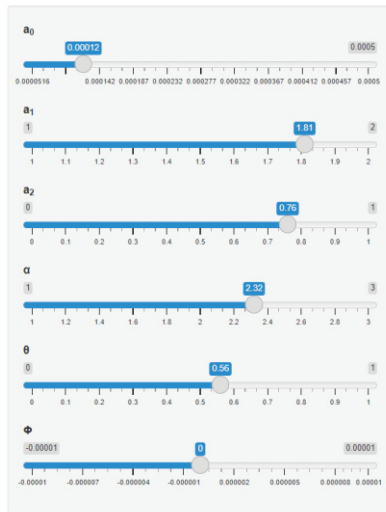
ZHAO, D.; LYNCH, T. B.; WESTFALL, J.; COULSTON, J.; KANE, M.; ADAMS, D. E. Compatibility, development, and estimation of taper and volume equation systems. **Forest Science**, v. 65, n. 1, p. 1–13, 30 jan. 2019.

ZHENG, C.; WANG, Y.; JIA, L.; MASON, E. G.; WE, S.; SUN, C.; DUAN, J. Compatible taper-volume models of *Quercus variabilis* blume forests in north China. **IForest**, v. 10, p. 567–575, 1 jun. 2017.

APÊNDICE I – APLICATIVO SHINY PARA ESTUDO DO COEFICIENTES DO SISTEMA COMPATÍVEL DE Zhao et al. (2019)

https://jpsmadi.shinyapps.io/zhao_par/

Parâmetros



APÊNDICE II – CONDIÇÕES III E IV DA COMPATIBILIDADE

De acordo com Lynch et al. (2017), as condições III e IV, da compatibilidade são descritas da seguinte forma.

- **Condição III**

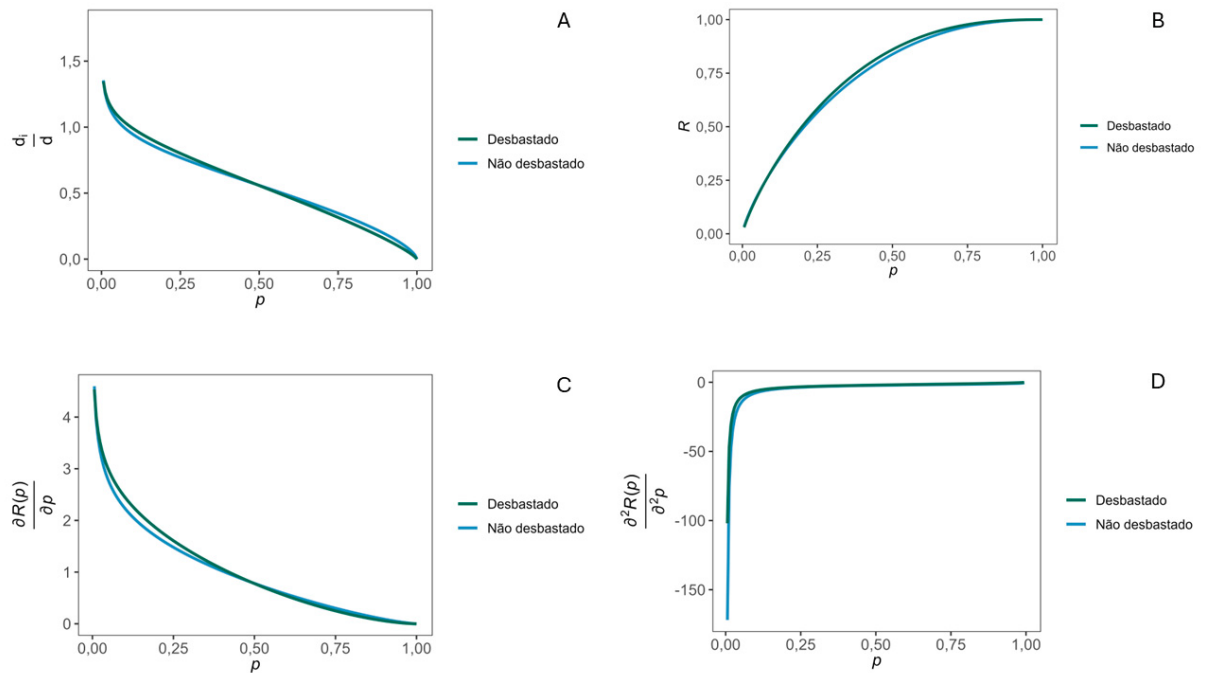
$$R(p) = \frac{v(h_m)}{V_t} = \frac{1}{V_t} \left\{ \int_0^{h_m} k x d_m^2 dh \right\} = \frac{k}{V_t} \left\{ \int_0^{h_m} [f(h)]^2 dh \right\}$$

$$\rightarrow \frac{\partial R(p)}{\partial p} = \frac{k}{V_t} \left\{ [f(h_m)]^2 \frac{\partial h_m}{\partial p} \right\} = \frac{kH}{V_t} [f(h_m)]^2 > 0$$

- **Condição IV**

$$\frac{\partial^2 R(p)}{\partial^2 p} = \frac{kH}{V_t} 2f(h_m) \frac{\partial f(h_m)}{\partial h_m} \frac{\partial h_m}{\partial p} = \frac{kH^2}{V_t} 2f(h_m) \frac{\partial f(h_m)}{\partial h_m} < 0$$

Figura 22 - Comportamento das variáveis d_i (A) e v_c (B) de forma relativa em relação ao d e V , respectivamente, e condições III (C) e IV (D), representadas graficamente ao longo das alturas relativas (p), para uma árvore de *Tectona grandis*, com d de 24,5 cm e h = 17 m. Fonte: Autor.



em que: R = relação entre v_c e V ; $p = h/h$.

APÊNDICE III – CÓDIGO DO AJUSTE DO SISTEMA COMPATÍVEL DE Zhao et al. (2019)

Criação da Macro para adicionar as distâncias entre as h_i s para uma mesma árvore para ser utilizado na correção da autocorrelação

```
%MACRO DATA_AUTOCORR;
DATA dados;
SET dados; *--- taper is the name of the original file;
%DO i=1 %TO 2 %BY 1;
dist&i=DIF&i(hi);
IF tree NE LAG&i(tree) THEN
DO dist&i=0;
d&i=0;
END;
ELSE d&i=1;
%END;
RUN;
QUIT;
%MEND;
%DATA_AUTOCORR;
RUN;
QUIT;
```

Ajuste do sistema compatível de Zhao et al. (2019) sem os pesos e a *Dummy*

```
parms a0=0.000065 a1=1.892 a2=1 a3=2.307 a4=0.175716 a5=1.225e-06;

k=0.0000785;

if p=1 then do;

    vc=a0*d**a1*h**a2;

    di=0;

end;

else do;

vc=a0*d**a1*h**a2*(1-(1-p)**a3)**(1-a4*exp(-exp(a5*d**a1*h**a2)));
```

```

di=sqrt(a3/k*a0*d**a1*h**(a2-1)*(1-p)**(a3-1)*(1-a4*exp(-
exp(a5*d**a1*h**a2)))*(1-(1-p)**a3)**(-a4*exp(-
exp(a5*d**a1*h**a2))));

end;

fit vc di/itsur COVB corr outest=Para out=MODEL3 outresid;

run;

### Ajuste do sistema compatível de Zhao et al. (2019) com os pesos sem a Dummy
###

proc model maxiter=32000 method=marquardt data= dados;

parms a0=0.000065 a1=1.892 a2=1 a3=2.307 a4=0.175716 a5=0.000002563
rho1 = 0.5 rho2=0.5;

k=0.0000785;

if p=1 then do;

    vc=a0*d**a1*h**a2;

    resid.vc = resid.vc/sqrt(n*(d**4.09160*h**-0.92987*hi**-
    0.12260));

    di=0;

end;

else do;

vc=a0*d**a1*h**a2*(1-(1-p)**a3)**(1-a4*exp(-exp(a5*d**a1*h**a2)));
resid.vc = resid.vc/sqrt(d**4.09160*h**-0.92987*hi**-0.12260);

di=sqrt(a3/k*a0*d**a1*h**(a2-1)*(1-p)**(a3-1)*(1-a4*exp(-
exp(a5*d**a1*h**a2)))*(1-(1-p)**a3)**(-a4*exp(-
exp(a5*d**a1*h**a2)))-rho1**dist1*ZLAG1(RESID.di)-
rho2**dist2*ZLAG2(RESID.di));

end;

fit vc di/itsur COVS COVB corr outest=Para out=MODEL3 outresid
collin;

run;

```

Ajuste do sistema compatível de Zhao et al. (2019) sem os pesos com a *Dummy*
###

```
proc model maxiter=32000 method=marquardt data= dados;

parms a0=0.000079 a1=1.892 a2=1 a3=2.307 a4=0.175716 a5=1.020e-06
a0d1 = -0.40612 a1d1= 0.03468 a2d1= 0.084641 a3d1= 0.05 a4d1= -
0.77812;

k=0.0000785;

if d_db = 1 then
  x1 = 1;
else x1 = 0;

k=0.0000785;

if p=1 then do;

  vc=(a0*exp(a0d1*x1))*d**((a1*exp(a1d1*x1))*h**((a2*exp(a2d1*x1)));

di=0;

end;

else do;

vc=(a0*exp(a0d1*x1))*d**((a1*exp(a1d1*x1))*h**((a2*exp(a2d1*x1))*(1-
(1-p)**(a3*exp(a3d1*x1))))*(1-(a4*exp(a4d1*x1))*exp(-
exp((a5*exp(0*x1))*d**((a1*exp(a1d1*x1))*h**((a2*exp(a2d1*x1))))));

di=sqrt((a3*exp(a3d1*x1))/k*(a0*exp(a0d1*x1))*d**((a1*exp(a1d1*x1))*h
**((a2*exp(a2d1*x1))-1)*(1-p)**((a3*exp(a3d1*x1))-1)*(1-
(a4*exp(a4d1*x1))*exp(-
exp((a5*exp(0*x1))*d**((a1*exp(a1d1*x1))*h**((a2*exp(a2d1*x1))))))*(1-
(1-p)**(a3*exp(a3d1*x1))))*(-a4*exp(a4d1*x1))*exp(-
exp((a5*exp(0*x1))*d**((a1*exp(a1d1*x1))*h**((a2*exp(a2d1*x1))))));

end;

fit vc di/itsur COVB COVS corr outest=Para out=MODEL3 outresid;
```

Ajuste do sistema compatível de Zhao et al. (2019) com os pesos com a *Dummy*
###

```
proc model maxiter=32000 method=marquardt data= dados;

parms a0=0.000079 a1=1.892 a2=1 a3=2.307 a4=0.175716 a5=1.020e-30
a0d1 = -0.40612 a1d1= 0.03468 a2d1= 0.084641 a3d1= 0.05 a4d1= -
0.77812 a5d1= -2.5 rho1=0.5 rho2=0.5;

k=0.0000785;

if d_db = 1 then
  x1 = 1;
else x1 = 0;

k=0.0000785;

if p=1 then do;

  vc=(a0*exp(a0d1*x1))*d**((a1*exp(a1d1*x1))*h**((a2*exp(a2d1*x1)));
  resid.vc = resid.vc/sqrt(n*(d**4.17144*hi**-0.13556*h**-
0.44988));

  di=0;

end;

else do;

vc=(a0*exp(a0d1*x1))*d**((a1*exp(a1d1*x1))*h**((a2*exp(a2d1*x1))*(1-
(1-p)**(a3*exp(a3d1*x1))))*(1-(a4*exp(a4d1*x1))*exp(-
exp(((a5*exp(0*x1))*exp(0*x1))*d**((a1*exp(a1d1*x1))*h**((a2*exp(a2d1*
x1))))));
resid.vc = resid.vc/sqrt(d**4.17144*hi**-0.13556*h**-0.44988);

di=sqrt((a3*exp(a3d1*x1))/k*(a0*exp(a0d1*x1))*d**((a1*exp(a1d1*x1))*h
**((a2*exp(a2d1*x1))-1)*(1-p)**((a3*exp(a3d1*x1))-1)*(1-
(a4*exp(a4d1*x1))*exp(-
exp((a5*exp(0*x1))*d**((a1*exp(a1d1*x1))*h**((a2*exp(a2d1*x1))))))*(1-
(1-p)**(a3*exp(a3d1*x1))))*(-a4*exp(a4d1*x1))*exp(-
exp((a5*exp(0*x1))*d**((a1*exp(a1d1*x1))*h**((a2*exp(a2d1*x1))))))-
rho1**dist1*ZLAG1(RESID.di)-rho2**dist2*ZLAG2(RESID.di);

end;

fit vc di/ itsur corr covs covb outest=Para out=MODEL3 outpredict;

run;
```