


FRANÇOIS ALBERT ROSIER



**EXPERIMENTOS DE INCLINAÇÃO
COM GRAVÍMETROS DO
TIPO LINEAR**

Tese apresentada ao Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas para obtenção do Grau de Doutor em Ciências pela Universidade Federal do Paraná.

Orientador Prof. Dr. Eng.º Manfred Bonatz.

CURITIBA

1993

FRANÇOIS ALBERT ROSIER

**EXPERIMENTOS DE INCLINAÇÃO
COM GRAVÍMETROS DO
TIPO LINEAR**

Tese apresentada ao Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas para obtenção do Grau de Doutor em Ciências pela Universidade Federal do Paraná.

Orientador Prof. Dr. Eng.º Manfred Bonatz.

CURITIBA

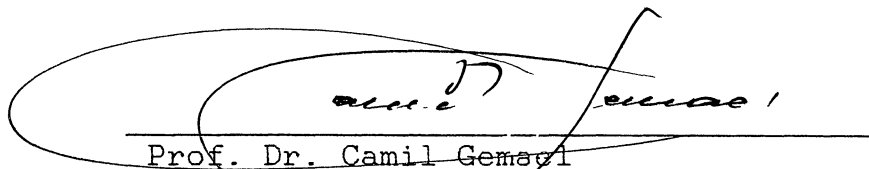
1993

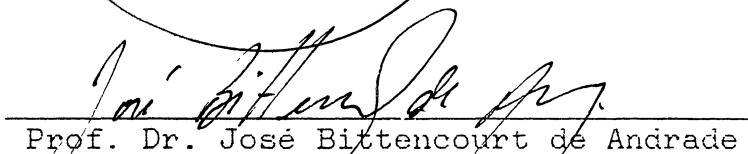
EXPERIMENTOS DE INCLINAÇÃO COM
GRAVIMETROS DO TIPO LINEAR

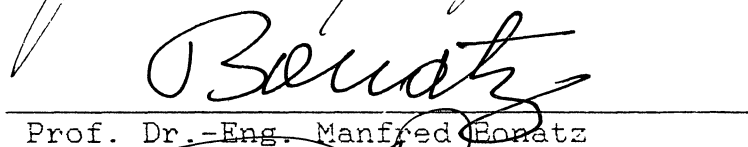
por

FRANÇOIS ALBERT ROSIER

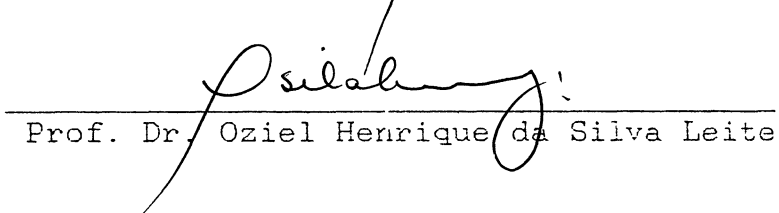
Tese apresentada como requisito
parcial para obtenção do grau de
Doutor em Ciências Geodésicas no
Curso de Pós-Graduação em Ciên-
cias Geodésicas, pela comissão
formada por


Prof. Dr. Camil Gemael


Prof. Dr. José Bittencourt de Andrade


Prof. Dr.-Eng. Manfred Bonatz


Prof. Dr. Nelsi Cogo de Sá


Prof. Dr. Oziel Henrique da Silva Leite

A meus pais

Georgette Maria Rosier, nascida Maillart (1912-1965)

Georges Frédéric Rosier (1903-1979)

AGRADECIMENTOS

À Gesellschaft für Technische Zusammenarbeit (GTZ) e à Deutscher Akademischer Austauschdienst (DAAD), da República Federal da Alemanha, pelo apoio financeiro que possibilitou a realização do presente trabalho.

À Universidade Renana Frederico-Guilherme, Bonn, pelo apoio que me foi concedido por ocasião dos dois estágios que tive a oportunidade de realizar naquela cidade.

Ao Prof. Dr.-Eng. Manfred Bonatz, orientador do presente trabalho, pelo acompanhamento seguro na realização dos experimentos, no processamento das observações e na análise dos resultados, e pela hospitaleira acolhida na República Federal da Alemanha.

Ao Prof. Dr. Camil Gemael, co-orientador desse trabalho, pelo auxílio e apoio em todas as fases do desenvolvimento da tese.

Ao Prof. Dr. José Bittencourt de Andrade, pelas interessantes discussões que mantivemos no decorrer dos trabalhos.

À Profa. MSc Neusa Teixeira Pinto Stahlschmidt, pela cuidadosa revisão do original.

Ao Prof. Romualdo Wandresen, ao Eng. Msc Pedro Luís Faggion e aos funcionários Romário Cardoso Araújo e Takashi Dairiki, pelo auxílio nos problemas de editoração surgidos na confecção do trabalho.

A todos os colegas do Departamento de Geociências, do Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas e do Setor de Tecnologia da Universidade Federal do Paraná, que me honraram com a sua contribuição direta e indireta na realização deste trabalho.

SUMÁRIO

| | Página |
|-----------------------|--------|
| DEDICATÓRIA..... | iii |
| AGRADECIMENTOS..... | iv |
| SUMÁRIO..... | vi |
| LISTA DE FIGURAS..... | x |
| LISTA DE QUADROS..... | xiv |
| RESUMO..... | xvii |
| ZUSAMMENFASSUNG..... | xvii |
| ABSTRACT..... | xviii |

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO GERAL

| | |
|--------------------------|----|
| 1. INTRODUÇÃO GERAL..... | 01 |
|--------------------------|----|

CAPÍTULO II

ALGUMAS CONSIDERAÇÕES TEÓRICAS ACERCA DOS GRAVÍMETROS DE MOLA COM SENSOR DO TIPO ROTACIONAL

| | |
|--|----|
| 2.1 INTRODUÇÃO..... | 05 |
| 2.1.1 O sensor do tipo rotacional..... | 06 |
| 2.1.2 Sistemas de coordenadas locais e instrumentais..... | 07 |
| 2.1.3 A equação de equilíbrio do sensor..... | 13 |
| 2.1.4 A diferenciação da equação de equilíbrio..... | 15 |
| 2.1.5 Relação entre gravidade, inclinação da vigueta e saída do gravímetro; fatores de escala..... | 18 |
| 2.1.6 Principais perturbações de origem não-gravitacional.. | 23 |
| 2.1.7 Calibração de um gravímetro estacionário..... | 31 |

| | | |
|-------|--|----|
| 2.2 | UM GRAVÍMETRO COM MOMENTO COMPENSADOR NÃO-LINEAR, ASTATIZADO: LaCOSTE & ROMBERG..... | 37 |
| 2.2.1 | Generalidades..... | 37 |
| 2.2.2 | Esquema básico..... | 38 |
| 2.2.3 | Momentos da gravidade e compensador..... | 40 |
| 2.2.4 | Sensibilidade teórica..... | 44 |
| 2.2.5 | Influência da temperatura e inclinação..... | 45 |
| 2.2.6 | Algumas indicações numéricas..... | 54 |
| 2.3 | UM GRAVÍMETRO COM MOMENTO COMPENSADOR LINEAR, NÃO-ASTATIZADO: Askania..... | 57 |
| 2.3.1 | Generalidades..... | 57 |
| 2.3.2 | Esquema básico..... | 57 |
| 2.3.3 | Momentos da gravidade e compensador..... | 60 |
| 2.3.4 | Sensibilidade teórica..... | 63 |
| 2.3.5 | Fatores de perturbação..... | 64 |
| 2.3.6 | Algumas indicações numéricas..... | 70 |
| 2.4 | COMENTÁRIOS..... | 73 |

CAPÍTULO III

O GRAVÍMETRO ASKANIA E SUAS PARTICULARIDADES

| | | |
|-------|---|----|
| 3.1 | INTRODUÇÃO..... | 75 |
| 3.2 | O CORPO DE PROVA E SEUS ANEXOS IMEDIATOS..... | 77 |
| 3.2.1 | Dispositivo para compensar a pressão atmosférica..... | 77 |
| 3.2.2 | Mecanismo de calibração por esferas..... | 80 |
| 3.2.3 | O controle da posição da vigueta..... | 83 |
| 3.2.4 | Outros..... | 84 |

| | | |
|-------|--|-----|
| 3.3 | OS DISPOSITIVOS PARA A DETECÇÃO DOS MOVIMENTOS DA VIGUETA..... | 85 |
| 3.3.1 | O dispositivo foto-elétrico original..... | 85 |
| 3.3.2 | O transdutor capacitivo..... | 87 |
| 3.4 | CONTROLE DA TEMPERATURA INTERNA..... | 89 |
| 3.4.1 | Termostatos..... | 89 |
| 3.4.2 | Termistor..... | 92 |
| 3.5 | ALTERAÇÕES NA GEOMETRIA DO SENSOR..... | 95 |
| 3.5.1 | Deriva..... | 95 |
| 3.5.2 | Operação, inclinação..... | 105 |

CAPÍTULO IV

OS EXPERIMENTOS DE INCLINAÇÃO

| | | |
|-------|---|-----|
| 4.1 | DESCRIÇÃO DOS EXPERIMENTOS..... | 107 |
| 4.2 | TRATAMENTO INICIAL DOS DADOS: MODELO DA VARIAÇÃO APARENTE DA GRAVIDADE RESULTANTE DA INCLINAÇÃO DO INSTRUMENTO..... | 121 |
| 4.2.1 | Ponto de sensibilidade mínima à inclinação..... | 121 |
| 4.2.2 | Fator de escala E_{gU} | 122 |
| 4.2.3 | Modelo matemático..... | 124 |
| 4.2.4 | Formulário..... | 126 |
| 4.2.5 | Considerações preliminares..... | 128 |
| 4.2.6 | Resultados preliminares para o gravímetro V | 134 |
| 4.3 | TRATAMENTO DOS DADOS ATRAVÉS DE POLINÔMIOS ORTOGONAIS. | 136 |
| 4.3.1 | Introdução..... | 136 |
| 4.3.2 | Algoritmo e aplicação..... | 141 |
| 4.3.3 | Seleção do grau para os experimentos com o gravímetro V | 150 |

CAPÍTULO V

RESULTADOS DOS EXPERIMENTOS DE INCLINAÇÃO

| | | |
|-------|---|-----|
| 5.1 | COM RELAÇÃO AOS FATORES DE ESCALA..... | 155 |
| 5.1.1 | Valores de referência para os fatores de escala..... | 155 |
| 5.1.2 | Apresentação dos resultados..... | 156 |
| 5.1.3 | Comentários..... | 161 |
| 5.2 | COM RELAÇÃO ÀS DIFERENÇAS ENTRE A PARÁBOLA TEÓRICA E AS CURVAS AJUSTADAS AOS DADOS..... | 176 |
| 5.2.1 | Observações preliminares e apresentação dos resultados | 176 |
| 5.2.2 | Comentários..... | 193 |

CAPÍTULO VI

OS EXPERIMENTOS ENVOLVENDO O DISPOSITIVO ELETROSTÁTICO DE CONTROLE DA INCLINAÇÃO DA VIGUETA

| | | |
|-------|---|-----|
| 6.1 | DEFLEXÃO DA PENA DO REGISTRADOR COM A ATIVAÇÃO E DESATIVAÇÃO DA FONTE ALIMENTADORA DO DISPOSITIVO (TENSÃO CONSTANTE)..... | 196 |
| 6.1.1 | Com a inclinação do gravímetro..... | 196 |
| 6.1.2 | Com nível de saída variável..... | 199 |
| 6.1.3 | Observações para a função de transferência das frequências..... | 204 |
| 6.2 | DEFLEXÃO DA PENA COM ATIVAÇÃO E DESATIVAÇÃO DA FONTE (TENSÃO VARIÁVEL)..... | 208 |

CAPÍTULO VII

CONCLUSÕES E SUGESTÕES

| | | |
|-----|---------------------------------|-----|
| 7.1 | CONCLUSÕES E SUGESTÕES..... | 214 |
| | REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS..... | 217 |

LISTA DE FIGURAS

| | Página |
|--|--------|
| FIGURA 01 - Sensor do tipo rotacional..... | 06 |
| FIGURA 02 - Sistemas local e instrumental..... | 09 |
| FIGURA 03 - Painel superior do gravímetro..... | 10 |
| FIGURA 04 - O gravímetro nivelado..... | 11 |
| FIGURA 05 - O gravímetro nivelado e a vigueta na posição horizontal..... | 12 |
| FIGURA 06 - Esquema geométrico do transdutor capacitivo..... | 20 |
| FIGURA 07 - Projeções do eixo instrumental Oz..... | 25 |
| FIGURA 08 - Esquema básico do gravímetro LaCoste & Romberg.. | 39 |
| FIGURA 09 - Gravímetro inclinado..... | 49 |
| FIGURA 10 - Gravímetro inclinado..... | 50 |
| FIGURA 11 - Gravímetro inclinado segundo o nível II..... | 53 |
| FIGURA 12 - Molas principais e corpo de prova no gravímetro Askania..... | 58 |
| FIGURA 13 - Esquema básico do gravímetro Askania..... | 59 |
| FIGURA 14 - Passo da mola constituída por uma fita..... | 64 |
| FIGURA 15 - Gravímetro inclinado segundo o nível longitudinal..... | 68 |
| FIGURA 16 - Gravímetro Askania Gs-11 original..... | 76 |
| FIGURA 17 - Esquema de compensação barométrica..... | 78 |
| FIGURA 18 - Dispositivo de calibração por esfera no gravímetro Gs-11..... | 81 |
| FIGURA 19 - Esquema do sistema foto-elétrico original do gravímetro Askania..... | 86 |
| FIGURA 20 - Imagem do retângulo luminoso projetado no par de foto-elementos..... | 86 |
| FIGURA 21 - Tensão de saída em função do deslocamento da placa intermediária..... | 88 |

| | |
|--|-----|
| FIGURA 22 - Ambientes termostatzados do gravímetro Askania. | 90 |
| FIGURA 23 - Condições favoráveis para a estabilização térmica do gravímetro..... | 94 |
| FIGURA 24 - Rotação da vigueta..... | 97 |
| FIGURA 25 - Tração das molas principais e peso do corpo de prova..... | 98 |
| FIGURA 26 - Translação da vigueta: efeito nos detetores..... | 100 |
| FIGURA 27 - Compensação para a deriva com o uso do botão micrométrico..... | 101 |
| FIGURA 28 - Compensação final para a deriva..... | 102 |
| FIGURA 29 - Componentes do peso do corpo de prova atuando sobre a vigueta..... | 106 |
| FIGURA 30 - O gravímetro instalado no pilar..... | 108 |
| FIGURA 31 - Posições A e B..... | 110 |
| FIGURA 32 - Experimentos na posição A..... | 115 |
| FIGURA 33 - Experimentos na posição B..... | 116 |
| FIGURA 34 - Extrato da folha do registro analógico..... | 118 |
| FIGURA 35 - Gravímetro nivelado..... | 122 |
| FIGURA 36 - Ponto insensível à inclinação..... | 123 |
| FIGURA 37 - Parábola $U = f(\beta)$ | 125 |
| FIGURA 38 - Vista lateral da instalação..... | 129 |
| FIGURA 39 - Conversão das leituras de deslocamento em quantidades angulares..... | 130 |
| FIGURA 40 - Gravímetro I, experimentos A..... | 162 |
| FIGURA 41 - Gravímetro I, experimentos B..... | 163 |
| FIGURA 42 - Gravímetro II, experimentos A..... | 164 |
| FIGURA 43 - Gravímetro II, experimentos B..... | 165 |
| FIGURA 44 - Gravímetro III, experimentos A..... | 166 |
| FIGURA 45 - Gravímetro III, experimentos B..... | 167 |

| | |
|---|-----|
| FIGURA 46 - Gravímetro IV, experimentos A..... | 168 |
| FIGURA 47 - Gravímetro IV, experimentos B..... | 169 |
| FIGURA 48 - Gravímetro V, experimentos A..... | 170 |
| FIGURA 49 - Gravímetro V, experimentos B..... | 171 |
| FIGURA 50 - Fatores corretivos e valores médios dos fatores de escala..... | 174 |
| FIGURA 51 - Experimento IA1..... | 179 |
| FIGURA 52 - Experimento IIA1..... | 180 |
| FIGURA 53 - Experimento IIIA1..... | 181 |
| FIGURA 54 - Experimento IVA1..... | 182 |
| FIGURA 55 - Experimento VA1..... | 183 |
| FIGURA 56 - Experimentos IA (variação no nível de saída).... | 184 |
| FIGURA 57 - Experimentos IIA (variação no nível de saída)... | 184 |
| FIGURA 58 - Experimentos IIIA (variação no nível de saída).. | 185 |
| FIGURA 59 - Experimentos IVA (variação no nível de saída)... | 186 |
| FIGURA 60 - Experimentos VA (variação no nível de saída).... | 185 |
| FIGURA 61 - Experimentos IA (inclinação secundária)..... | 187 |
| FIGURA 62 - Experimentos IIA (inclinação secundária)..... | 187 |
| FIGURA 63 - Experimentos IIIA (inclinação secundária)..... | 188 |
| FIGURA 64 - Experimentos IVA (inclinação secundária)..... | 189 |
| FIGURA 65 - Experimentos VA (inclinação secundária)..... | 188 |
| FIGURA 66 - Experimento IA1 (repetição)..... | 190 |
| FIGURA 67 - Experimento IIA1 (repetição)..... | 190 |
| FIGURA 68 - Experimento VA1 (repetição)..... | 193 |
| FIGURA 69 - Experimentos IIIB (variação do nível de saída).. | 191 |
| FIGURA 70 - Experimentos IIIB (inclinação secundária)..... | 192 |
| FIGURA 71 - Extrato do registro..... | 197 |

| | |
|---|-----|
| FIGURA 72 - Trecho do registro analógico..... | 201 |
| FIGURA 73 - Gravímetro III, $\Delta g = f(U)$ | 202 |
| FIGURA 74 - Gravímetro IV, $\Delta g = f(U)$ | 203 |
| FIGURA 75 - Gravímetro V, $\Delta g = f(U)$ | 203 |
| FIGURA 76 - Aplicação e remoção do impulso instantâneo..... | 206 |
| FIGURA 77 - Trecho do registro analógico..... | 209 |
| FIGURA 78 - Gravímetro III: $\Delta g = f(U_c)$ | 210 |
| FIGURA 79 - Gravímetro IV: $\Delta g = f(U_c)$ | 212 |
| FIGURA 80 - Gravímetro V: $\Delta g = f(U_c)$ | 212 |

LISTA DE QUADROS

| | Página |
|--|--------|
| QUADRO 01 - Derivadas das funções relacionadas à operação do sensor e à captação e registro das observações..... | 21 |
| QUADRO 02 - Precisão do controle barométrico..... | 80 |
| QUADRO 03 - Temperaturas de operação do gravímetro..... | 90 |
| QUADRO 04 - Níveis de aquecimento..... | 91 |
| QUADRO 05 - Condições dos experimentos na posição A..... | 111 |
| QUADRO 06 - Condições para os experimentos em posição B..... | 112 |
| QUADRO 07 - Extrato dos registros do experimento IA1..... | 113 |
| QUADRO 08 - Extrato dos registros do experimento IB1..... | 114 |
| QUADRO 09 - Resultados preliminares dos experimentos de inclinação realizados com o gravímetro V..... | 135 |
| QUADRO 10 - Seleção do grau (experimento VB5)..... | 148 |
| QUADRO 11 - Seleção inicial do grau..... | 150 |
| QUADRO 12 - Graus 17 e 13 para os grupos A e B..... | 151 |
| QUADRO 13 - Idem, com a rejeição dos coeficientes a não-significativos..... | 151 |
| QUADRO 14 - Experimentos A: coeficientes significativos..... | 152 |
| QUADRO 15 - Grau efetivo dos polinômios..... | 152 |
| QUADRO 16 - Experimentos B: coeficientes significativos..... | 153 |
| QUADRO 17 - Grau efetivo dos polinômios..... | 153 |
| QUADRO 18 - Coeficientes a para o experimento VB1..... | 154 |
| QUADRO 19 - Valores de referência para os fatores de escala. | 156 |
| QUADRO 20 - Gravímetro V; resultados para o experimento VA1 (nível de saída, 0V)..... | 157 |
| QUADRO 21 - Gravímetro V: resultados para o experimento VA11 (repetição do anterior)..... | 158 |

| | | |
|-----------|--|-----|
| QUADRO 22 | - Gravímetro V: resultados para o experimento VA2 (nível de saída, +0,5V)..... | 158 |
| QUADRO 23 | - Gravímetro V: resultados para o experimento VA3 (nível de saída, -0,5V)..... | 158 |
| QUADRO 24 | - Gravímetro V: resultados para o experimento VA4 (nível de saída, 0V; inclinação secundária de +40")..... | 159 |
| QUADRO 25 | - Gravímetro V: resultados para o experimento VA5 (nível de saída, 0V; inclinação secundária de -40")..... | 159 |
| QUADRO 26 | - Gravímetro V: resultados para o experimento VB1 (nível de saída, 0V)..... | 159 |
| QUADRO 27 | - Gravímetro V: resultados para o experimento VB2 (nível de saída, +0,5V)..... | 160 |
| QUADRO 28 | - Gravímetro V: resultados para o experimento VB3 (nível de saída, -0,5V)..... | 160 |
| QUADRO 29 | - Gravímetro V: resultados para o experimento VB4 (nível de saída, 0V; inclinação secundária de +40")..... | 160 |
| QUADRO 30 | - Gravímetro V: resultados para o experimento VB5 (nível de saída, 0V; inclinação secundária de -40")..... | 161 |
| QUADRO 31 | - Experimentos resultando em valores de E_{gl} próximos dos valores de referência..... | 173 |
| QUADRO 32 | - Fatores corretivos baseados nos experimentos B, com inclinação de -90" a +90"..... | 173 |
| QUADRO 33 | - Exemplo para a determinação dos valores de U_0 e β_0 usados nas comparações (experimento IA2)..... | 177 |
| QUADRO 34 | - Níveis de saída correspondentes aos menores valores da diferença média quadrática (inclinação de -90" a +90")..... | 194 |
| QUADRO 35 | - Inclinações secundárias correspondentes aos menores valores da diferença média quadrática (inclinação de -90" a +90")..... | 194 |
| QUADRO 36 | - Situações favoráveis à obtenção do mínimo valor da diferença média quadrática (inclinação de -90" a +90")..... | 195 |

| | |
|---|-----|
| QUADRO 37 - Resultados dos experimentos de inclinação resumidos com a aplicação de uma tensão de 17,50V ao dispositivo eletrostático em 3 pontos da curva (nível I)..... | 198 |
| QUADRO 38 - Resultados dos experimentos de inclinação resumidos com a aplicação de uma tensão de 17,50V ao dispositivo eletrostático em 3 pontos da curva (nível II)..... | 199 |
| QUADRO 39 - Valores de referência para os fatores de escala expressos em $\mu\text{Gal}/\text{mm}$ | 202 |
| QUADRO 40 - Deslocamento da pena com a aplicação de uma tensão constante de 17,50V ao dispositivo eletrostático..... | 204 |
| QUADRO 41 - Valores do ganho para os três gravímetros..... | 207 |
| QUADRO 42 - Valores do ângulo de fase para os três instrumentos..... | 208 |
| QUADRO 43 - Variações no registro com a ativação e desativação da fonte alimentadora do dispositivo eletrostático..... | 211 |
| QUADRO 44 - Coeficientes para a função f | 213 |

RESUMO

Experimentos de inclinação foram realizados com cinco gravímetros Askania modificados. Estudou-se a possibilidade de se avaliar os fatores de escala, bem como a adequação das séries de dados à parábola teórica.

A questão dos fatores de escala foi analisada pelo método combinado do ajustamento de observações a mínimos quadrados. Para os testes de adequação, as séries de dados foram representadas por meio de polinômios ortogonais.

ZUSAMMENFASSUNG

Neigungsexperimente wurden mit fünf modifizierten Askania Gravimetern durchgeführt. Damit wurde die Möglichkeit für die Maßstabfaktorenschätzung studiert; der Vergleich der Datenreihen zu der theoretischen Parabel wurde auch untergesucht.

Das Problem der Maßstabfaktoren wurde mittels der kombinierten Methode der Ausgleichsrechnung analysiert. Für die Ähnlichkeitstests, wurden die Datenreihen durch Orthogonalpolynomen dargestellt.

ABSTRACT

Tilt experiments were performed with five transformed Askania gravimeters. The possibility of estimating the scale factors was studied; investigations concerning the adequacy of the data series to the theoretical parabola were also realized.

The scale factor's question was analyzed through the combined method for least squares observations' adjustment. As for the adequacy tests, the data series were represented by means of orthogonal polynomials.

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO GERAL

1. INTRODUÇÃO GERAL

No registro permanente das variações da componente vertical da força de maré ou, em outros termos, das marés gravimétricas, a precisão atualmente esperada de um sistema que coleta esse gênero de informações pertence à ordem de grandeza do microgal.

É bem conhecida a sensibilidade dos gravímetros a fontes perturbadoras não-gravitacionais de origem externa: temperatura, pressão atmosférica, variações no campo magnético, microssismos e outras; por outro lado, é desejável a investigação das propriedades mecânicas que podem ser associadas a cada instrumento individualmente.

O gravímetro a super-condutividade, objeto de um desenvolvimento extraordinário nas últimas décadas, tende a superar o desempenho dos gravímetros de mola, atingindo um nível de precisão superior ao dos melhores tipos de instrumentos desse gênero. Porém, o alto custo de sua construção e o fato de existirem ainda em operação um grande número de gravímetros de mola justificam o empenho em se extrair, dos mesmos, resultados no limite da precisão que eles podem oferecer.

A avaliação e monitoramento das características mecânicas de um gravímetro de mola assumem portanto um caráter de importância

nesse contexto. É possível simular uma variação da gravidade pela inclinação do instrumento: com efeito, sob um ponto de vista teórico, a saída do gravímetro (registro analógico, quando as medidas são realizadas na unidade de comprimento; registro digital, em que a observação se efetua na unidade de tensão elétrica) é proporcional ao quadrado da inclinação do aparelho, resultando daí uma curva do segundo grau.

No fator de proporcionalidade está incluída uma quantidade que se pode designar pela expressão "fator de escala", a qual transforma a quantidade observada (comprimento, tensão) na quantidade expressa na unidade gravimétrica requerida (por exemplo, o microgal) - essa questão é relacionada à calibração de um dado instrumento. Medindo-se simultaneamente inclinação e saída, o fator de escala figura como incógnita na correspondente equação de observação; a estimativa do mesmo pode se efetuar pelo ajustamento pelo método dos mínimos quadrados, desde que se disponha de um número suficiente de observações.

Por outro lado, uma série dos dados colhidos num experimento de inclinação torna possível comparar-se a parábola teórica à configuração observada, ajustando-se essa última por intermédio, por exemplo, de um modelo polinomial: pode-se aí verificar a adequação do modelo parabólico descrevendo, em teoria, o que sucede quando o instrumento é inclinado. Porém, isso exige a disponibilidade de um fator de escala determinado por outro meio que não seja o da inclinação.

Com base nessas idéias, submeteu-se na estação de marés

terrestres da Universidade Renana Frederico-Guilherme, em Bonn, República Federal da Alemanha, um conjunto de gravímetros do tipo linear ou estático a uma série de experimentos concernentes à resposta dos mesmos à inclinação com pequenos intervalos angulares, fazendo-se variar a posição inicial da vigueta e a inclinação secundária dos gravímetros. Um duplo objetivo orientou a realização desses experimentos: primeiramente, verificar a possibilidade de se calibrar **in situ** os aparelhos pelo método da inclinação conforme a acuracidade desejada, levando-se em conta a observação das marés gravimétricas; em segundo lugar, investigar a adequação do modelo parabólico vinculando inclinação e variação aparente da gravidade, a um modelo obtido empiricamente. Resultam daí inferências sobre o desempenho dos gravímetros em operação estacionária normal.

Os experimentos foram realizados de agosto a outubro de 1989. Em 1990, o tratamento dos dados para a obtenção do fator de escala foi objeto de um estudo levando à criação de um programa baseado no método combinado de ajustamento de observações, na Universidade Federal do Paraná; em 1991 foi desenvolvido, no mesmo local, um programa para o tratamento dos dados com o uso de polinômios ortogonais; em 1992, procedeu-se a uma revisão geral dos trabalhos sob a supervisão do Prof. Bonatz, novamente na Universidade de Bonn.

Realizou-se também, em 1989, uma série de testes relacionados ao mecanismo eletrostático de controle temporário da vigueta do sistema elástico: a ativação desse dispositivo se realiza, por exemplo, quando se submete os gravímetros a um

processo de calibração relativa, e quando se busca a determinação da função de transferência das frequências característica de cada gravímetro.

Seguem-se à introdução algumas considerações teóricas concernentes aos gravímetros de mola do tipo rotacional, ao qual pertencem os cinco instrumentos analisados (Capítulo II); um estudo sumário do gravímetro de marca Askania (Capítulo III); a descrição dos experimentos de inclinação realizados e do tratamento dos dados resultantes (Capítulo IV); a discussão dos resultados dos mesmos (Capítulo V); a descrição dos testes com o dispositivo eletrostático instalado em três gravímetros e a apresentação dos resultados dos mesmos (Capítulo VI); as conclusões gerais acompanhadas de sugestões pertinentes ao assunto.

CAPÍTULO II
ALGUMAS CONSIDERAÇÕES TEÓRICAS ACERCA DOS GRAVÍMETROS DE MOLA
COM SENSOR DO TIPO ROTACIONAL.

2.1 INTRODUÇÃO

O uso dos gravímetros em campo tem por finalidade medir a aceleração da gravidade em pontos distintos, com objetivos diversos. Nesse caso a componente vertical da força de maré constitui uma perturbação que afeta as quantidades observadas e como tal é adequadamente removida das medidas (GEMAEL 1985).

No uso estacionário dos gravímetros em centros de observação das marés terrestres, pelo contrário, faz-se o registro permanente das variações daquela componente da força de maré luni-solar: elas constituem a quantidade de interesse. Para isso, tem-se empregado gravímetros de campo devidamente adaptados ou ainda instrumentos construídos especialmente para esse fim.

Um sistema destinado à observação das marés terrestres gravimétricas se compõe basicamente de um gravímetro e de um sistema de registro. O conjunto de elementos do gravímetro, sensível a variações da gravidade, o sensor, se compõe de um corpo de prova, cujo peso constitui uma força proporcional à gravidade (ou a uma perturbação desta última), e de um corpo elástico, representado por u'a mola, exercendo sobre o corpo de prova uma força que se contrapõe ao peso do mesmo: variações da gravidade acarretam então variações da força exercida pela mola, e os correspondentes deslocamentos do corpo de prova podem ser medidos através de um dispositivo de leitura ou de registro.

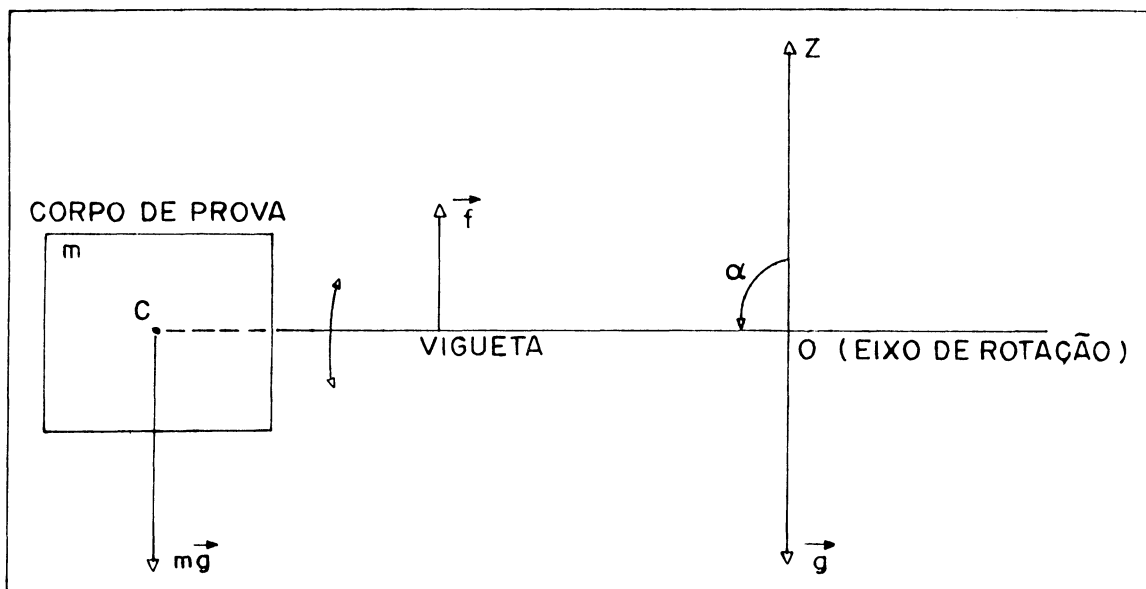
Quanto ao deslocamento do corpo de prova, pode ser de

translação ou de rotação: ocupar-se-á aqui do último caso. A mola pode exercer sua ação de duas formas distintas: tração, torção.

2.1.1 O sensor do tipo rotacional.

Ao corpo de prova se vincula uma haste ou vigueta, sendo que ele ocupa uma de suas extremidades; a outra extremidade, ou um ponto intermediário, define um eixo de rotação em torno do qual a vigueta pode girar num plano vertical sob o efeito combinado do peso do corpo e da força antagonista, de caráter elástico.

FIGURA 01 - SENSOR DO TIPO ROTACIONAL. O EIXO DE ROTAÇÃO DA VIGUETA É PERPENDICULAR AO PLANO DA FIGURA. O EIXO OZ REPRESENTA A VERTICAL DE O.



Na Figura 01, representa-se esquematicamente um sensor rotacional. Supõe-se que o centro de massa do sistema constituído pelo corpo de prova e pela vigueta esteja situado em C; admite-se, em geral, a massa do corpo de prova como sendo muito maior que aquela da haste. O vetor f representa a tração exercida pela component elástica do sistema. O eixo de rotação da haste se realiza, nos casos examinados aqui, de forma virtual, não sendo materializada por uma direção fixa no corpo do instrumento. A distância zenital da direção OC definirá a posição da vigueta, suas variações sendo associadas às perturbações do valor absoluto da gravidade.

2.1.2 Sistemas de coordenadas locais e instrumentais.

É conveniente a definição de dois sistemas de coordenadas baseados na estrutura do sensor do gravímetro de mola.

A origem do sistema local OXYZ é considerada como sendo a interseção da vigueta com o seu eixo de rotação, quando o eixo e a direção OC jazem no horizonte daquela interseção. O eixo OZ é a vertical de O; OX e OY formam com OZ um terno cartesiano dextrógiro, a direção OC definindo aquela de OX, e o eixo de rotação, o eixo OY. Como a vigueta tem comprimento reduzido, da ordem do centímetro (gravímetros LaCoste & Romberg) ou do decímetro (gravímetros Askania), podem ser considerados como sendo paralelas as verticais em O e C. A posição horizontal da vigueta, como será visto mais tarde, recebe o nome de posição de medida.

O sistema instrumental Oxyz se define a partir do sistema local: ele é tal que, possuindo a mesma origem desse último,

$$Ox \equiv OX$$

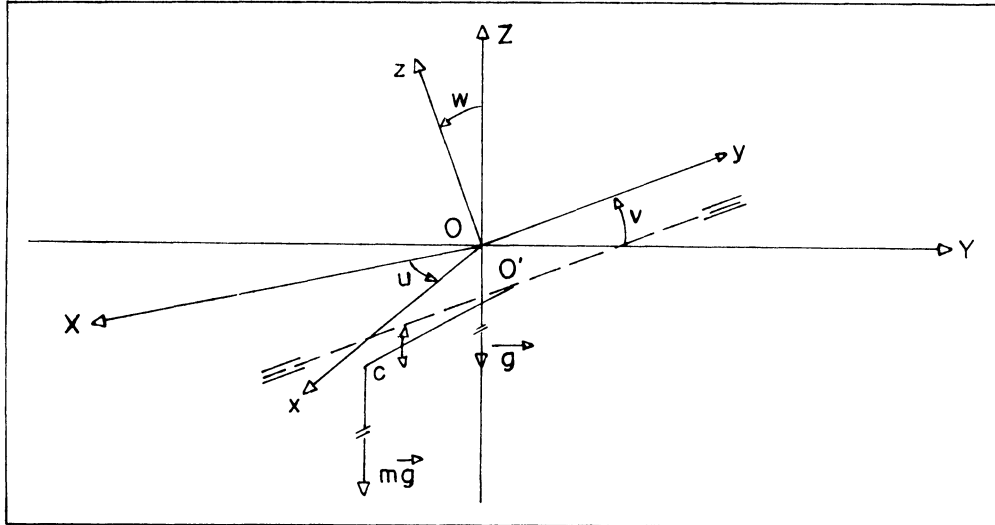
$$Oy \equiv OY$$

$$Oz \equiv OZ$$

nas condições indicadas acima (plano horizontal de O contendo vigueta e eixo de rotação), indicando que o instrumento se acha nivelado e que o ângulo α é igual a 90° . Numa situação geral, indicada na Figura 02, estando o gravímetro desnivelado e o eixo de rotação da vigueta não contendo a origem O comum aos dois sistemas, o eixo instrumental Oy é paralelo ao eixo de rotação (mas não necessariamente); a interseção desse último com a vigueta é o ponto O'.

A coincidência dos dois sistemas se obtém, pois, pelo nivelamento do aparelho; a coincidência do ponto O' com o ponto O se realiza instalando a vigueta na posição horizontal. Estão aí assinaladas as condições sob as quais, no campo, a medida com o gravímetro deve ser efetuada. No registro permanente das marés terrestres gravimétricas, a verticalização do eixo instrumental Oz é obtida através do nivelamento, mas a posição da vigueta varia continuamente sob a influência das perturbações luni-solares da gravidade; já que a definição da posição do eixo de rotação é realizada, virtualmente, por meio de molas, nos instrumentos LaCoste & Romberg e Askania, isso acarreta, além do movimento de

FIGURA 02 - SISTEMAS LOCAL E INSTRUMENTAL, COM O GRAVÍMETRO DESNIVELADO E O CENTRO DE ROTAÇÃO DA VIGUETA DESLOCADO. OS ÂNGULOS u , v e w EXPRESSAM A NÃO-COINCIDÊNCIA DOS EIXOS DOS DOIS SISTEMAS.

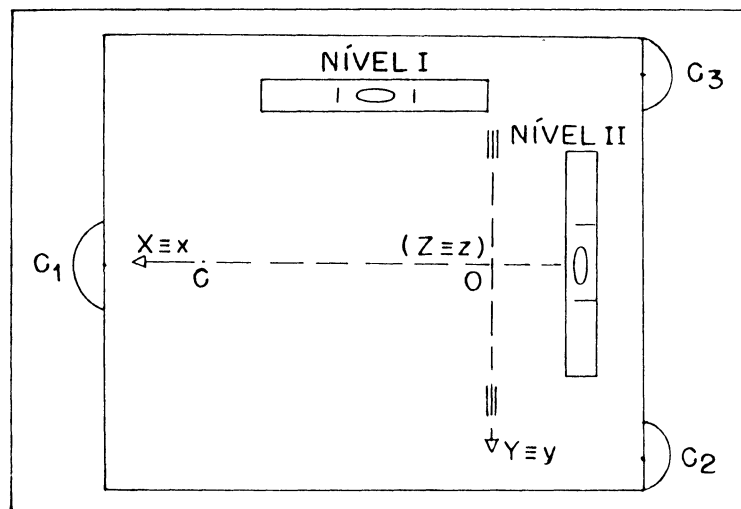


rotação da vigueta, um movimento de translação: o centro de rotação se desloca, e isso pode ser evitado com um sistema de realimentação ("feedback", instrumentos LaCoste & Romberg).

O nivelamento do aparelho se realiza por meio de parafusos calantes, instalados na base do corpo do gravímetro ou numa placa de sustentação (de modo particular, aquelas providas de dois parafusos, permitindo que o instrumento seja nivelado sem modificar a altura da origem dos sistemas em relação ao nível superior do pilar): um par de níveis de bolha ou eletrônicos possibilita a verticalização do eixo instrumental Oz , anulando os ângulos u , v , w (Fig. 02). Com efeito, o eixo de rotação da vigueta se encontra, então, paralelo ao plano horizontal de O (Fig. 03) e aos eixos local e instrumental OY e Oy , ora coincidentes. Nessa situação,

supõe-se que a vigueta não esteja ainda em posição horizontal.

FIGURA 03 - PAINEL SUPERIOR DO GRAVÍMETRO. O NÍVEL I É SITUADO PARALELAMENTE AOS EIXOS $OX \equiv O_x$ (NÍVEL LONGITUDINAL); O NÍVEL II É PARALELO A $OY \equiv O_y$ (NÍVEL TRANSVERSAL) E TAMBÉM AO EIXO DE ROTAÇÃO DA VIGUETA. NA BASE DO INSTRUMENTO, OS PARAFUSOS CALANTES C_1 , C_2 E C_3 .

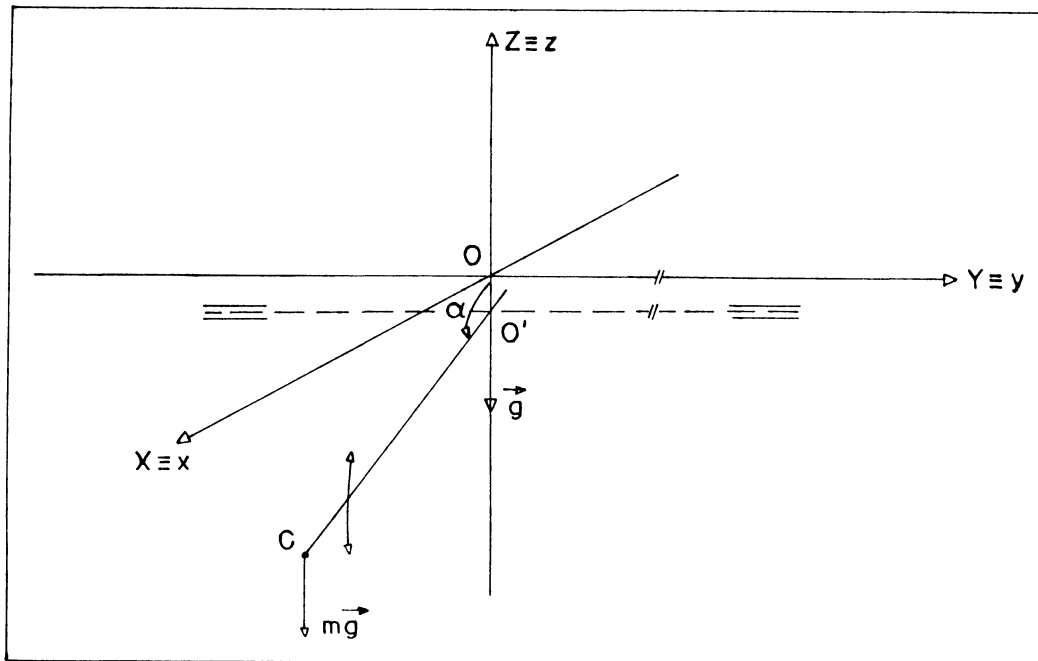


Se, num instante em que a componente vertical da força de maré for nula, a vigueta tiver sido instalada na sua posição horizontal ($\alpha = 90^\circ$, $O \equiv O'$), a situação representada na Figura 04 corresponde a um instante em que aquela componente é maior que zero (gravidade aparentemente aumentada). Quando a perturbação se anular, $O'C$ coincide com OX e, quando ela assumir um valor menor que zero (gravidade aparentemente diminuída), tanto O' como C se encontrarão acima do horizonte de O , sendo então o ângulo α menor que 90° .

A instalação da vigueta na posição horizontal pode geralmente ser feita de modo mecânico; os dispositivos com base em

forças de origem eletrostática ou eletromagnética se destinam a

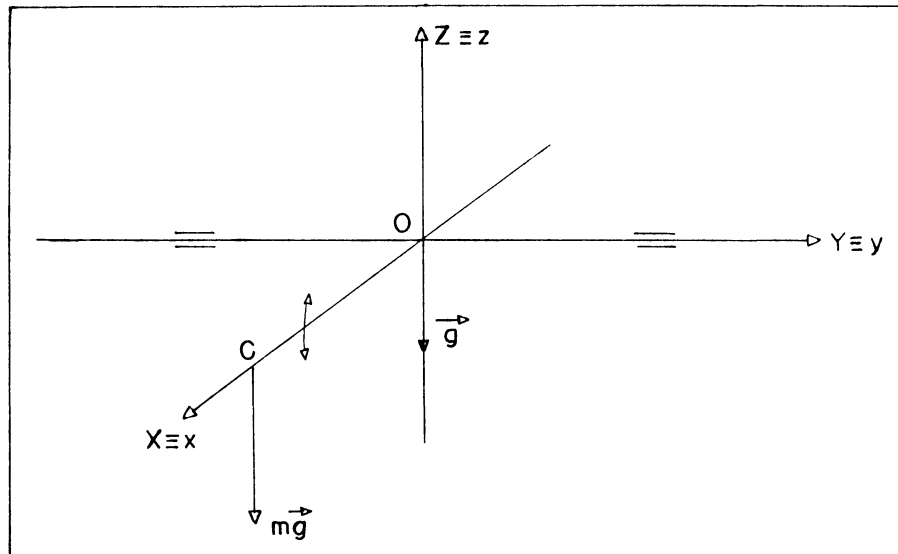
FIGURA 04 - O GRAVÍMETRO NIVELADO. A VIGUETA FORMA COM $OZ \equiv Oz$ UM ÂNGULO, NESSE ESQUEMA, MAIOR QUE 90° (C ESTÁ ABAIXO DO HORIZONTE DE O'). A DISTÂNCIA OO' É EXAGERADA PARA MAIOR CLAREZA.



alterar temporariamente a posição da vigueta. Atualmente, em atividades de campo, um ajuste preliminar é feito mecanicamente e um dispositivo desse tipo completa a instalação da vigueta no plano horizontal contendo o ponto O , permitindo assim a leitura. A disposição resultante é esquematizada na Figura 05.

O modo mecânico de ajuste da posição da haste do gravímetro se efetua pela ação sobre a mesma, seja através de molas

FIGURA 05 - O GRAVÍMETRO NIVELADO E A VIGUETA NA POSIÇÃO HORIZONTAL, SEU EIXO DE ROTAÇÃO COINCIDINDO COM $OY \equiv Oy$



auxiliares (Askania), seja indiretamente pelo deslocamento do vínculo superior da mola (LaCoste & Romberg). Pelo modo eletrostático, duas placas constituindo um capacitor são fixas, uma ao corpo de prova, outra a pequena distância da primeira, ao corpo do instrumento, de tal modo que, aplicando-se uma diferença de potencial às placas, a força eletrostática gerada entre as mesmas permita modificar a posição da vigueta com a variação da tensão diferencial aplicada. Esse dispositivo, no campo, permite a semi-automatização das leituras, substituindo os dispositivos óticos sujeitos a erros por parte do operador; mas em operação estacionária, esse método de controle da posição do corpo de prova é usado para verificar a linearidade do sinal de saída emitido pelo sensor e fornece um meio para se calibrar relativamente o aparelho.

Com o nivelamento do gravímetro e o ajuste da vigueta no plano horizontal $XOY \equiv xOy$, estão estabelecidas as condições exigidas para uma leitura, no campo; e para o registro das marés terrestres gravimétricas a partir do valor nulo para a componente vertical da atração luni-solar porque então a vigueta oscilará de modo aproximadamente simétrico em relação ao eixo $OX \equiv Ox$. Com o estabelecimento de um sistema realimentador, tal oscilação é eliminada e a vigueta permanece no horizonte de O .

2.1.3 A equação de equilíbrio do sensor

A medida efetuada com um gravímetro de mola se baseia no estado de equilíbrio do corpo de prova, solicitado, por um lado, pelo seu peso e, por outro lado, pela força exercida através da mola e que se contrapõe àquele. O estado de equilíbrio estático de tal sistema se pode descrever pela Equação (01):

$$M_g(\alpha, \dots) + M_f(\alpha, \dots) = 0 \quad (01)$$

onde M_g é o módulo do momento, em relação ao eixo de rotação da vigueta, devido ao peso do corpo de prova (momento gravitacional); M_f é o módulo do momento que a força de origem elástica exerce no sistema, em relação ao mesmo eixo (momento elástico). Trata-se aqui de um sensor rotacional: o ângulo α representa, como já se viu, a inclinação da vigueta relativamente à vertical; a deformação do sistema elástico corresponde basicamente a uma variação da

gravidade (operação de campo) ou a uma perturbação da mesma (operação estacionária). As reticências indicam a existência de outras variáveis independentes: os fatores de perturbação.

Sobre a grandeza M_g atuam fatores constituídos por perturbações de origem não-gravitacional. Variações na temperatura do meio que envolve o sensor alteram a distância OC (Fig. 05), que determina o valor do momento; variações da pressão atmosférica, causando variações na densidade do meio onde se encontra instalado o sensor, alteram o peso do corpo de prova (lei de Arquimedes); o desnivelamento do gravímetro, fazendo com que os sistemas local e instrumental não estejam mais em coincidência, é interpretado pelo sensor como uma perturbação da gravidade. Há também a considerar as variações na geometria do sensor, não devidas a causas térmicas mas inerentes à sua concepção, como a já mencionada mobilidade do eixo de rotação da vigueta, passíveis de provocar o surgimento de um sinal de saída perturbador.

A quantidade M_f também pode apresentar perturbações de origem térmica (vinculadas às propriedades termoelásticas do material que constitui a mola). Além disso, nos gravímetros de molas metálicas, caso em que os dois tipos de instrumentos aqui estudados se enquadram, surgem perturbações não-gravitacionais provocadas por variações na intensidade e direção do campo magnético, terrestre ou artificial, reinante. A isso se deve acrescentar o fenômeno conhecido como deriva instrumental ("**drift**"), variação do momento elástico com o tempo, relacionada ao envelhecimento da mola: suas propriedades sofrem alterações em

geral irreversíveis, traduzidas pelo sensor como perturbações gravitacionais. A deriva é influenciada por variações na temperatura: existe aí um efeito térmico indireto.

As perturbações propriamente gravitacionais não causadas pela atração luni-solar não serão tratadas aqui, mas convém mencionar a oscilação vertical da crosta terrestre sob o efeito das marés; a atração gravitacional variável da massa atmosférica na região onde o aparelho está instalado; a alteração da distribuição das massas nas vizinhanças do gravímetro, causadas, por exemplo, pelas mudanças no nível do lençol freático. A variação na velocidade angular de rotação da terra e o movimento do polo também constituem fatores que alteram a gravidade num determinado local.

De acordo com o tipo da função M_f , os gravímetros podem ser classificados em instrumentos a momento elástico linear ou não-linear, em relação ao ângulo de inclinação da vigueta.

2.1.4 A diferenciação da equação de equilíbrio

Pode-se então dizer que o momento gravitacional é função, além do ângulo α e do módulo da gravidade, perturbada ou não, g , da temperatura do meio imediato onde se encontra o sensor, θ ; da pressão atmosférica no mesmo meio, B ; da inclinação do instrumento, expressa pelo ângulo w (Figura 02) entre os eixos OZ e Oz (instrumento desnivelado). São considerados aqui somente os principais fatores de perturbação. Em resumo, a expressão de M_g é genericamente:

$$M_g(\alpha, g, \theta, B, w)$$

Por outro lado, o momento elástico, sendo gerado por u'a mola metálica, dependendo, além de α e θ , da intensidade do campo magnético no qual o gravímetro opera, H , e do tempo decorrido desde a produção da mola, T , tem por expressão geral, em módulo:

$$M_f(\alpha, \theta, H, T)$$

A equação fundamental do sistema elástico do gravímetro (MIRONÓV, 1977), ou equação geral de equilíbrio do sistema (SHOKIN, 1963) resulta da diferenciação da Equação (01):

$$dM_g + dM_f = 0$$

Levando-se em consideração as variáveis independentes mencionadas acima:

$$dM_g = \left[\frac{\partial M_g}{\partial \alpha} \frac{\partial M_g}{\partial g} \frac{\partial M_g}{\partial \theta} \frac{\partial M_g}{\partial B} \frac{\partial M_g}{\partial w} \right] \cdot [d\alpha \ dg \ d\theta \ dB \ dw]^T$$

$$dM_f = \left[\frac{\partial M_f}{\partial \alpha} \frac{\partial M_f}{\partial \theta} \frac{\partial M_f}{\partial H} \frac{\partial M_f}{\partial T} \right] \cdot [d\alpha \ d\theta \ dH \ dT]^T$$

Resulta então:

$$\left[\frac{\partial}{\partial \alpha} (M_g + M_f) \frac{\partial M_g}{\partial g} \frac{\partial}{\partial \theta} (M_g + M_f) \frac{\partial M_g}{\partial B} \frac{\partial M_g}{\partial w} \frac{\partial M_f}{\partial H} \frac{\partial M_f}{\partial T} \right] \cdot [d\alpha \ dg \ d\theta \ dB \ dw \ dH \ dT]^T = 0 \quad (02)$$

A taxa de variação do ângulo α em relação à gravidade recebe o nome de sensibilidade do gravímetro. Uma grande

sensibilidade indica o fato de uma pequena variação na gravidade acarretar uma variação relativamente grande no ângulo α , ou seja, uma grande (relativamente) deformação do sistema elástico; é uma condição favorável porque o que se observa num gravímetro de mola, direta ou indiretamente, é a posição da vigueta caracterizada pelo ângulo α . A manufatura de um instrumento tende portanto a torná-la o mais elevado possível. Quanto maior for o deslocamento da vigueta para uma dada variação da gravidade, maior será o deslocamento da placa móvel do transdutor capacitivo (ver Figura 06): a obtenção de uma elevada resolução instrumental é assim facilitada.

Na Equação (02), considerando num determinado instante somente as variações de g e de α :

$$\frac{\partial}{\partial \alpha} (M_g + M_f) d\alpha + \frac{\partial M_g}{\partial g} dg = 0$$

$$\frac{d\alpha}{dg} = - \frac{\frac{\partial M_g}{\partial g}}{\frac{\partial}{\partial \alpha} (M_g + M_f)} \quad (03)$$

Essa última igualdade é a **equação da sensibilidade** de um gravímetro de mola. Devido a contingências de ordem prática o numerador do segundo membro não pode ser elevado além de certos limites; os termos do denominador têm sinais opostos e, apresentando valores absolutos similares, pode ser atingida uma condição de sensibilidade muito elevada (astatização). Porém, se o denominador se anular, a sensibilidade se torna infinita o que torna impossível

um registro preciso ou a leitura: qualquer variação ou perturbação na gravidade tende a provocar um deslocamento excessivo da vigueta (equilíbrio indiferente), a qual não poderá atingir a sua estabilização.

A **astatização** é o resultado de um processo que torna muito elevada a sensibilidade de um gravímetro. Ela pode ser descrita sumariamente como a aproximação das curvas M_g e M_r para uma determinada variação de α , que assinala a **região de astatização** do instrumento (MELCHIOR, 1971; TORGE, 1989; MIRONOV, 1977; SHOKIN, 1963). A condição geral para que isso ocorra é que os momentos gravitacional e elástico sejam funções do mesmo tipo em relação a α (o momento ligado à gravidade, num sensor rotacional, é uma função senoidal). Num instrumento a momento elástico linear, se pode dizer que a região de astatização se reduz à vizinhança imediata do ponto de interseção das duas curvas, ou seja, na posição horizontal da vigueta.

A resolução de um gravímetro, dada uma determinada sensibilidade, se vincula à resolução do sistema que permite observar uma determinada variação de α .

2.1.5 Relação entre gravidade, inclinação da vigueta e saída do gravímetro; fatores de escala.

Em operação estacionária é feito o registro contínuo das variações da componente vertical da força de maré, que constituem as quantidades a serem observadas. O sistema de observação

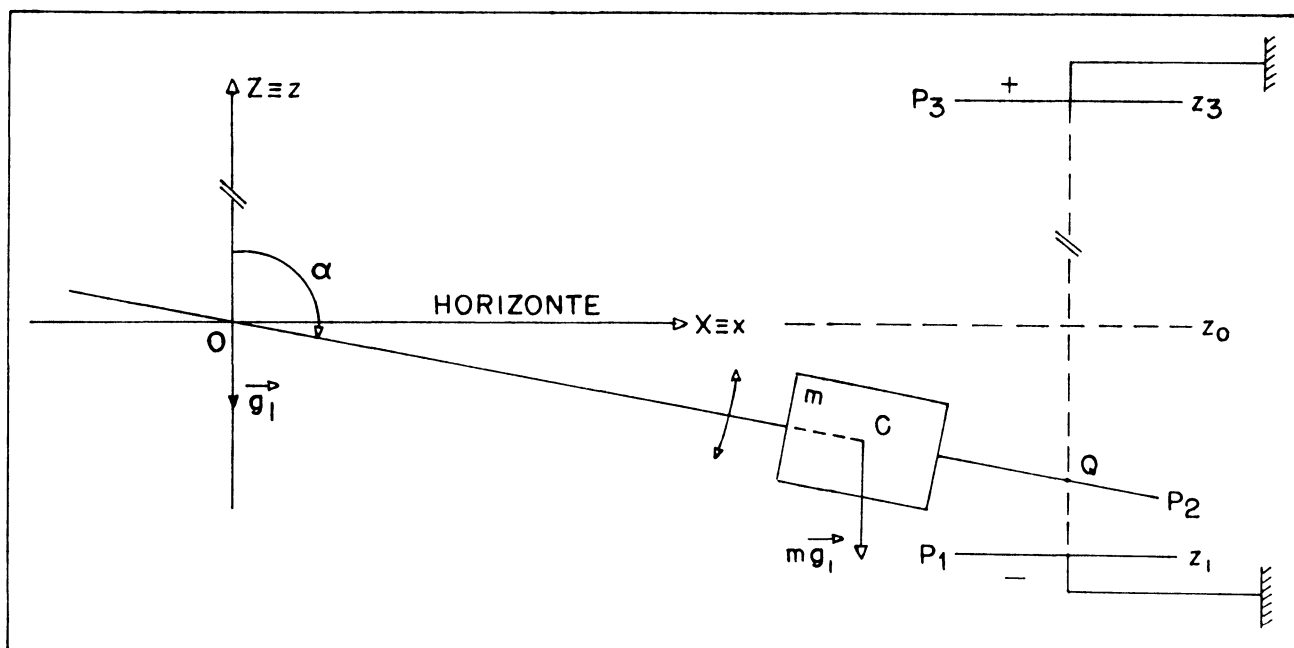
conhecido pelo nome de **transdutor capacitivo**, ou **indicator capacitivo de posição** (em inglês: **capacitive position indicator**, abreviadamente CPI) se baseia no registro das variações de tensão elétrica geradas por um capacitor de três placas: a placa intermediária é fixa ao corpo de prova e oscila livremente entre as placas extremas, presas ao corpo do gravímetro (assumindo, portanto, posições constantes no sistema instrumental). As variações da posição da placa intermediária geram variações na tensão de saída do sistema, o que permite obter uma elevada resolução na coleta (mecânica, através de um registrador analógico; eletrônica, mediante um conversor analógico-digital) das informações emitidas pelo sensor.

Num determinado instante, suponha-se que o módulo da gravidade, somado à perturbação luni-solar, conduza ao valor g_1 , diferente de g . A vigueta assume uma certa posição, que se traduz por um valor de α , diferente de 90° (assumindo-se que, quando a componente vertical é nula, a haste se encontra em posição horizontal). Suponha-se também que $O' \equiv O$, para simplificar o esquema da Figura 06, e que o nível z_0 esteja no horizonte de O . A

$$U = 2c \frac{z_0 - z_Q}{z_3 - z_1} \quad (04)$$

função genérica acima (MELCHIOR, 1983) descreve o processo; U é a diferença de tensão entre as placas do capacitor, c é um termo constante ou variável dependendo do circuito eletrônico adotado. Como a amplitude do deslocamento do ponto Q , sob o efeito das

FIGURA 06 - ESQUEMA GEOMÉTRICO DO TRANSDUTOR CAPACITIVO. P_1 E P_3 SÃO AS PLACAS FIXAS, P_2 A PLACA MÓVEL. O NÍVEL Z_0 CORRESPONDE À SEMI-DISTÂNCIA P_1P_3 , QUE É DA ORDEM DE GRANDEZA DE 1mm.



marés terrestres, é relativamente pequeno, pode-se considerar o arco descrito como sendo um segmento de reta, e que a placa P_2 permaneça em situação paralela às placas fixas. Como

$$dz_q \doteq \overline{OQ} \cdot d\alpha \quad (05)$$

subsiste uma relação teoricamente linear entre a cota do ponto Q e o ângulo α (a menos de possíveis variações na geometria do sensor).

Portanto, não sendo consideradas as perturbações de origem não-gravitacional, é possível escrever, levando-se em conta a existência de um registro analógico das variações de tensão:

$$\alpha = f_1(g) \quad (06)$$

para o ângulo de inclinação da vigueta;

$$z_Q = f_2(\alpha) \quad (07)$$

para a cota média da placa do transdutor capacitivo;

$$U = f_3(z_Q) \quad (08)$$

para a tensão de saída do transdutor capacitivo;

$$y = f_4(U) \quad (09)$$

para a ordenada no registro.

O Quadro 01 apresenta as derivadas das funções acima.

QUADRO 01 - DERIVADAS DAS FUNÇÕES RELACIONADAS À OPERAÇÃO DO SENSOR E À CAPTAÇÃO E REGISTRO DAS OBSERVAÇÕES.

| | g | α | z_Q | U | y |
|----------|--------------|----------------|-----------|---------|---|
| g | 1 | | | | |
| α | $d\alpha/dg$ | 1 | | | |
| z_Q | dz_Q/dg | $dz_Q/d\alpha$ | 1 | | |
| U | dU/dg | $dU/d\alpha$ | dU/dz_Q | 1 | |
| y | dy/dg | $dy/d\alpha$ | dy/dz_Q | dy/dU | 1 |

Os elementos da segunda diagonal são as derivadas das funções 06, 07, 08, 09. A função f_i é ligada à sensibilidade do instrumento, como já se viu:

$$\frac{d\alpha}{dg} = E_{\alpha g} \quad (10)$$

A função f_2 tem por derivada a distância entre o eixo de rotação da vigueta e o ponto Q pertencente à placa móvel do transdutor:

$$\frac{dz_Q}{d\alpha} = E_{z_Q\alpha} = \overline{OQ} \quad (11)$$

A função f_3 depende do circuito eletrônico concebido para o transdutor, correspondendo genericamente à Equação 04:

$$\frac{dU}{dz_Q} = E_{Uz_Q} = -\frac{2c}{z_3 - z_1} \quad (12)$$

A função f_4 é ligada ao registrador analógico, podendo ser regulada no mesmo, sendo em teoria linear mas devendo ser periodicamente verificada; ela depende de vários parâmetros mecânicos e eletrônicos:

$$\frac{dy}{dU} = E_{yU} \quad (13)$$

Os inversos das derivadas dU/dg e dy/dg constituem quantidades habitualmente denominadas **fatores de escala**. Pela regra da cadeia, a grandeza

$$\frac{dU}{dg} = \frac{dU}{dz_Q} \frac{dz_Q}{d\alpha} \frac{d\alpha}{dg}$$

fornece a taxa de variação da tensão de saída do transdutor em relação à gravidade e, de acordo com as Eq. (10), (11) e (12):

$$\frac{dU}{dg} = -\frac{2c}{z_3 - z_1} \cdot \overline{OQ} \cdot E_{\alpha g}$$

O fator de escala E_{gU} , que permite converter uma variação de tensão

diretamente observada numa variação de gravidade, é expresso

$$E_{gU} = \frac{dg}{dU}$$

convenientemente em microgal por milivolt; é constante se as funções f_1 , f_2 , f_3 forem lineares, o que só se pode considerar em oscilações muito pequenas da vigueta, e nesse caso

$$E_{gU} = \frac{\Delta g}{\Delta U}$$

Esse fator é empregado no registro digital da saída do gravímetro. Para o registro analógico,

$$\frac{dy}{dg} = \frac{dy}{dU} \frac{dU}{dz_0} \frac{dz_0}{d\alpha} \frac{d\alpha}{dg}$$

e o fator de escala E_{gy} transforma uma variação da ordenada no registro, medida diretamente (no modo manual ou com uma mesa digitalizadora), na correspondente variação da gravidade. Ele é expresso em microgal por milímetro e, sendo constante com a linearidade das funções $f_1 \dots f_4$, tem por valor:

$$E_{gy} = \frac{\Delta g}{\Delta y}$$

2.1.6 Principais perturbações de origem não-gravitacional.

As variações nos fatores perturbadores são responsáveis por variações na posição da vigueta, interpretadas pelo sensor como variações da gravidade. Uma das grandes dificuldades na utilização

dos gravímetros de mola reside na separação entre variações reais e aparentes no valor da aceleração da gravidade. Na prática, na concepção e na utilização dos instrumentos, é possível minimizar algumas dessas influências; elas podem ser incluídas como parâmetros em modelos matemáticos no tratamento dos dados.

A equação fundamental do sistema elástico de um gravímetro de mola ideal se reduz a:

$$\frac{\partial}{\partial \alpha} (M_g + M_f) d\alpha + \frac{\partial M_g}{\partial g} dg + \frac{\partial M_g}{\partial w} dw = 0$$

com a eliminação do terceiro termo pelo nivelamento do aparelho.

O fator que envolve simultaneamente os momentos gravitacional e elástico é o de temperatura. A taxa de variação do ângulo α relativamente à temperatura se obtém da Equação (02), admitindo-se variações somente de α e de θ :

$$\frac{d\alpha}{d\theta} = - \frac{\frac{\partial}{\partial \theta} (M_g + M_f)}{\frac{\partial}{\partial \alpha} (M_g + M_f)} \quad (14)$$

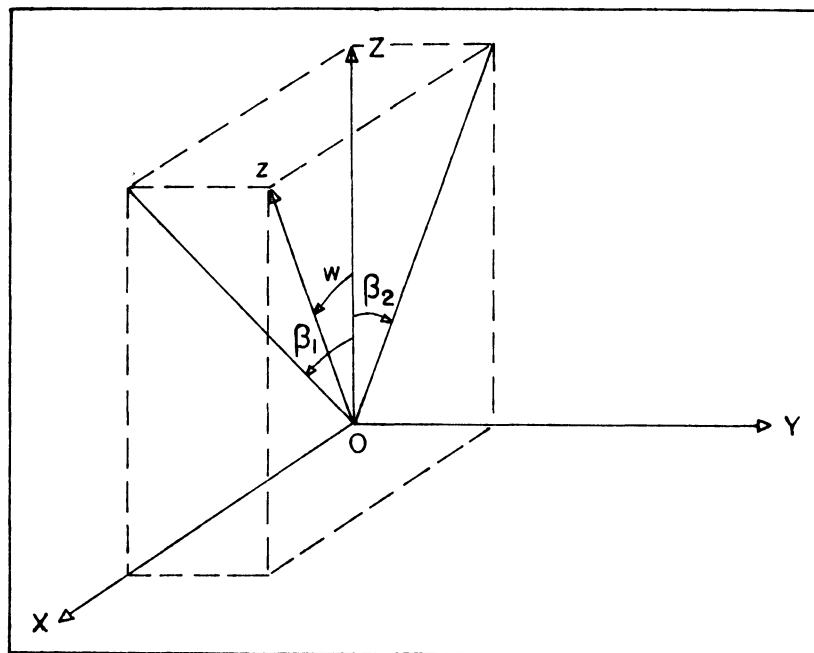
esse é o fator térmico.

As influências envolvendo o momento gravitacional são representadas pelos fatores barométrico e de inclinação. Para essa última, é conveniente projetar o eixo Oz do instrumento desnivelado sobre os planos locais XOZ e XOY (Fig. 07). Os ângulos que as projeções formam com o eixo local são designados por β_1 e β_2 . Com referência à Figura 03, vê-se que o parafuso calante C_1 elimina a inclinação β_1 com o auxílio do nível I (longitudinal); o ângulo β_2

é eliminado com os parafusos C_2 e C_3 e o nível II (transversal). Considerando-se somente variações de α , da pressão atmosférica B e da inclinação, da Equação (02) resulta:

$$\left[\frac{d\alpha}{dB} \quad \frac{d\alpha}{d\beta_1} \quad \frac{d\alpha}{d\beta_2} \right] = - \frac{1}{\frac{\partial}{\partial \alpha} (M_g + M_f)} \left[\frac{\partial M_g}{\partial B} \quad \frac{\partial M_g}{\partial \beta_1} \quad \frac{\partial M_g}{\partial \beta_2} \right] \quad (15)$$

FIGURA 07 - PROJEÇÃO DO EIXO INSTRUMENTAL Oz , COM O GRAVÍMETRO DESNIVELADO, SOBRE OS PLANOS LOCAIS XOz E YOz .



As derivadas do primeiro membro são os fatores barométrico e de inclinação.

Sobre o momento elástico atuam a influência magnética e a deriva. Com a presença, na Equação (02), somente dos termos diferenciais dH e dT , obtém-se a Equação (16).

As derivadas do primeiro membro são os fatores magnético

$$\left[\frac{d\alpha}{dH} \quad \frac{d\alpha}{dT} \right] = - \frac{1}{\frac{\partial}{\partial \alpha} (M_g + M_f)} \left[\frac{\partial M_f}{\partial H} \quad \frac{\partial M_f}{\partial T} \right] \quad (16)$$

e de deriva do instrumento.

O resultado da ação desses fatores pode ser avaliado em termos da unidade gravimétrica, sendo conhecida a sensibilidade do instrumento.

Alguns autores (SHOKIN, 1963; MAKAROV, 1972; MIRONOV, 1977) se referem diretamente a uma variação aparente da gravidade provocada pelos fatores citados e definem assim os coeficientes térmico, barométrico, etc. Nesse caso, simbolizando com $d\bar{g}$ uma pseudo-variação da gravidade, procedendo como indicado acima, de acordo com a Equação (02), as Equações (15) e (16) assumem as seguintes formas, respectivamente para os coeficientes térmico, barométrico e de inclinação, e magnético e de deriva:

$$\frac{d\bar{g}}{d\theta} = - \frac{\frac{\partial}{\partial \theta} (M_g + M_f)}{\frac{\partial M_g}{\partial g}} \quad (17)$$

$$\left[\frac{d\bar{g}}{dB} \quad \frac{d\bar{g}}{d\beta_1} \quad \frac{d\bar{g}}{d\beta_2} \right] = - \frac{1}{\frac{\partial M_g}{\partial g}} \left[\frac{\partial M_g}{\partial B} \quad \frac{\partial M_g}{\partial \beta_1} \quad \frac{\partial M_g}{\partial \beta_2} \right] \quad (18)$$

$$\left[\frac{d\bar{g}}{dH} \quad \frac{d\bar{g}}{dT} \right] = - \frac{1}{\frac{\partial M_g}{\partial g}} \left[\frac{\partial M_f}{\partial H} \quad \frac{\partial M_f}{\partial T} \right] \quad (19)$$

Comparando as Equações (14), (15) e (16) com a equação da sensibilidade (03), constata-se de imediato que a minimização do

termo

$$\frac{\partial}{\partial \alpha} (M_g + M_f)$$

aumenta a sensibilidade e os fatores térmico, barométrico, etc.; em outras palavras, o instrumento é tanto mais suscetível às perturbações quanto maior for a sua sensibilidade.

Fazendo-se a seleção dos materiais constituindo o sistema elástico de forma que os seus coeficientes de dilatação linear e termoelástico sejam os menores possíveis, o termo

$$\frac{\partial}{\partial \theta} (M_g + M_f)$$

da Equação (14) pode ser reduzido dentro de certos limites. Alguns instrumentos empregam um dispositivo de compensação térmica, mas a maneira mais eficiente de se eliminar as influências térmicas é o encerramento do sistema elástico num meio termicamente isolante, no qual se instala um dispositivo termostático que, idealmente, produzindo a condição

$$d\theta = 0$$

eliminará as variações aparentes da gravidade causadas por variações de temperatura.

Um aumento da pressão no meio contendo o sistema elástico, resultando num acréscimo na densidade desse meio, faz diminuir o peso do corpo de prova, o qual tenderá a se elevar: o sensor registra esse fato como sendo uma redução no valor da gravidade.

MIRONÓV, 1977, apresenta a seguinte expressão teórica geral:

$$\frac{d\bar{g}}{dB} = -\frac{g\rho_0}{760\sigma\left(1+\frac{\theta}{273}\right)}$$

sendo g o módulo da gravidade no local de observação; ρ_0 , a densidade do ar às condições normais de temperatura e pressão (0°C, 760mmHg), que tem por valor $12,93 \cdot 10^{-4} \text{g/cm}^3$; σ , a densidade efetiva do corpo de prova; θ , a temperatura do meio onde se encontra o sensor. Se o corpo de prova for constituído de aço ($\sigma = 8 \text{g/cm}^3$), à temperatura de 50°C, a taxa de variação aparente da gravidade em relação à pressão atmosférica é, para $g = 980 \text{Gal}$:

$$\frac{d\bar{g}}{dB} = -176,15 \mu \text{Gal/mmHg}$$

O coeficiente barométrico depende portanto, além de g e da temperatura, do material que compõe o corpo de prova.

A condição ideal para a anulação do efeito barométrico é o isolamento completo do recinto contendo o sensor em relação à atmosfera, mas isso é limitado pelo fato dos controles mecânicos do sistema estabelecerem contato com o exterior (parafusos, etc.). Alguns instrumentos, como o Askania, fazem uso de compensadores barométricos concebidos de forma que alterações da pressão atmosférica não provoquem alterações no ângulo de inclinação da vigueta.

A inclinação do gravímetro, fazendo com que o sensor reaja não à gravidade mas a uma componente da mesma, altera a saída do instrumento, registrando um valor menor que o real. Tal efeito é

removido pela operação de nivelamento do gravímetro, agindo-se sobre os parafusos calantes (do gravímetro ou da plataforma de sustentação sobre o qual o mesmo é instalado, situação usual em estações de marés terrestres). Por outro lado, o efeito da inclinação pode ser empregado num método absoluto de calibração de gravímetros, imprimindo-se ao mesmo uma série de inclinações mensuráveis e registrando-se a saída do instrumento correspondente a cada ângulo de inclinação.

Os gravímetros cujo momento elástico é gerado por molas metálicas são sujeitos a perturbações de caráter magnético, induzidos pelo campo terrestre, por anomalias locais do mesmo ou por estruturas artificiais. Para a integração da igualdade

$$\frac{d\bar{g}}{dH} = - \frac{\frac{\partial M_f}{\partial H}}{\frac{\partial M_g}{\partial g}} \quad (20)$$

MIRONÓV, 1977, apresenta a expressão

$$\Delta\bar{g}_M = K_Z Z + K_H H \cos A_M$$

onde K_Z e K_H são os coeficientes magnéticos vertical e horizontal do gravímetro; Z e H são as componentes vertical e horizontal do campo magnético terrestre; A_M é o azimute da direção materializada pela vigueta em relação ao meridiano magnético. Os coeficientes magnéticos podem ser determinados em laboratório mediante observações efetuadas com o gravímetro instalado no interior de uma bobina de Helmholtz; o efeito da componente horizontal do campo

pode ser eliminado orientando-se o eixo instrumental Ox normalmente ao meridiano magnético, com uma bússola por exemplo. A desmagnetização dos componentes do sensor e o isolamento do mesmo em relação a campos magnéticos exteriores constituem precauções inerentes ao projeto dos gravímetros com sistema elástico metálico; tanto nas medidas de campo como no registro permanente evita-se instalar o aparelho nas proximidades de elementos passíveis de gerar efeitos magnéticos consideráveis. Para os gravímetros em operação estacionária as perturbações são geradas por variações na intensidade e direção do campo externo, e efeitos eletromagnéticos provenientes dos componentes dos circuitos eletrônicos do sistema de observação (registradores, termostatos, transdutor, etc.).

A deriva (em inglês, **drift**) de um gravímetro pode ser definida como sendo uma pseudo-variação da gravidade resultante de uma variação na inclinação da vigueta, provocada exclusivamente pelas variações nas propriedades elásticas da mola do instrumento em relação ao tempo decorrido desde a sua fabricação ("envelhecimento" das molas). Ela é portanto inerente à geração do momento compensador nos gravímetros de mola. É influenciada por variações da temperatura, podendo aí ser considerada em parte como sendo um efeito térmico indireto; também acelerações surgindo por ocasião do transporte do aparelho a influenciam. Nos gravímetros de campo, constatam-se diferenças na deriva, estando os mesmos em repouso temporário (deriva **estática**) ou sendo transportados (deriva **dinâmica**). No uso estacionário só há a considerar a deriva

estática, e os efeitos térmicos são minimizados. Em casos ótimos ela pode apresentar um caráter linear mas é geralmente descrita como uma função polinomial do tempo (terceiro grau ou superior). A determinação teórica do numerador na Equação (19):

$$\frac{d\bar{g}}{dT} = - \frac{\frac{\partial M_f}{\partial T}}{\frac{\partial M_g}{\partial g}}$$

exigiria um conhecimento exato das propriedades reológicas do material constituindo as molas e da sua evolução com o tempo, de forma que a deriva, variando de instrumento para instrumento e conforme a época, somente pode ser avaliada de forma experimental.

2.1.7 Calibração de um gravímetro estacionário

Essencialmente, calibrar um gravímetro que opera no registro contínuo das marés gravimétricas consiste na determinação (calibração completa):

- (1) do fator \mathbf{E}_{gU} , ou seja da quantidade dg/dU , que relaciona uma alteração na gravidade à variação correspondente na tensão de saída do transdutor capacitivo; ou, alternativamente, do fator $\mathbf{E}_{gy} = dg/dy$ (taxa de variação da gravidade em relação ao deslocamento da pena no registro analógico); consultar, a esse respeito, o item 2.1.5. Essas quantidades transformam as observações,

expressas em unidades de tensão elétrica ou de comprimento, em grandezas expressas em unidades da gravimetria;

- (2) da distorção (ou amortecimento) em amplitude, $D(\omega)$, e da distorção em fase (ou defasamento) $\Psi(\omega)$ dependentes da frequência, provocados pelo sistema de medida sobre sinais de entrada de caráter periódico. Essas quantidades são vinculadas à função de transferência das frequências do sistema gravimétrico de observação.

A determinação de E_{ku} ou E_{ky} pode ser absoluta ou relativa e se baseia em provocar o deslocamento da vigueta e observar o correspondente efeito sobre o sinal de saída do instrumento. Quando a calibração parcial é absoluta, o fator é determinado diretamente; a calibração parcial relativa é a verificação da estabilidade do fator com o decorrer do tempo.

Os principais métodos absolutos (exclui-se aqui a calibração sobre linhas de base, pois as variações nos parâmetros ambientais atuando sobre o instrumento restringem esse método aos gravímetros usados no campo) são:

- a) bases de calibração vertical em laboratório (BONATZ 1965). O gravímetro é instalado sobre uma plataforma que se pode deslocar verticalmente e cuja posição em

referência a um determinado nível possa ser medida com precisão e acuracidade. Mas a avaliação do fator de escala é vinculada à avaliação independente do gradiente vertical do módulo da gravidade no laboratório;

- b) o emprego de forças inerciais. O gravímetro é instalado sobre uma plataforma sujeita a aceleração vertical com valor conhecido: a variação na saída do instrumento é associada à aparente variação do peso do corpo de prova e permite calcular o fator de escala. Mas o equipamento deve ser concebido de tal maneira que a plataforma se desloque paralelamente a si mesma, de modo a não surgirem inclinações diferenciais que determinariam a existência de um sinal perturbador;

- c) aproximação e afastamento de um corpo de massa conhecida e considerável à vizinhança do gravímetro (método gravitacional); a atração newtoniana exercida sobre o sensor, provocando uma variação na posição da vigueta, constitui um meio para se calcular o fator de escala. Os problemas ligados a esse método são a determinação exata da distância entre os centros de massa do corpo de atração e do corpo de prova, e a deformação do solo produzida quando o dispositivo de sustentação do corpo atraente se encontra nas

proximidades do gravímetro. Experimentos foram conduzidos com objetos de forma toroidal, na tentativa de situar seu centro de massa na vertical do centro de massa da vigueta;

- d) o método da inclinação do gravímetro, que induz no mesmo uma pseudo-variação da gravidade. Os problemas associados a esse método são devidos principalmente à precisão da medida da inclinação e a possíveis alterações na geometria do sensor (deslocamento do eixo de rotação da vigueta) por inclinação do sistema instrumental: a distribuição dos dados pode acusar uma forma não-parabólica, divergindo do modelo teórico;
- e) adição de massas suplementares conhecidas ao corpo de prova, ou alteração do centro de massa do mesmo por deslocamento da massa suplementar, com a conseqüente variação no momento da gravidade. Esse método foi empregado no gravímetros Askania para uso no campo; porém as massas suplementares originais foram concebidas para produzir uma deformação do sistema elástico equivalente a uma diferença de gravidade da ordem de $200000 \mu\text{Gal}$, enquanto que a faixa de operação de um gravímetro estacionário é da ordem de $300\mu\text{Gal}$;

- f) instalação e operação do gravímetro a ser calibrado numa estação de marés terrestres na qual os parâmetros da marés gravimétricas sejam conhecidos com exatidão (grande número de observações anteriores, realizadas com vários tipos de gravímetros), durante um certo período. Na análise das observações feitas com o instrumento, faz-se variar o fator de escala até que os parâmetros determinados coincidam com os conhecidos. Isso exige o transporte do aparelho para uma estação desse tipo e a conversão do fator de escala assim obtido para o local da operação habitual do gravímetro; sendo E_0 , g_0 o fator de calibração e a magnitude da gravidade na estação de referência, E e g os valores no local onde o instrumento opera,

$$\frac{E}{E_0} = \frac{g}{g_0} \rightarrow E = E_0 \frac{g}{g_0}$$

Na calibração relativa, atua-se sobre a posição da vigueta por meio do parafuso de medida, por meio de um dispositivo eletromagnético ou eletrostático, ou ainda pelo dispositivo de realimentação (TORGE, 1989). Se a variação da inclinação da vigueta e conseqüentemente do registro, sob a influência de algum desses meios em que a ação seja constante (em número de unidades do parafuso de medida, no valor da tensão aplicada), não variar significativamente com o decorrer do tempo, obtém-se uma indicação

acerca da estabilidade da calibração do aparelho.

Por outro lado, a função complexa de transferência das frequências (WENZEL, 1976) é:

$$H(\omega) = p(\omega) + jq(\omega) \quad (21)$$

Na igualdade acima, p e q são respectivamente as componentes real e imaginária da função. Ela expressa a distorção que o sistema de medida, considerado como um todo (componentes mecânicos do gravímetro e do registrador analógico, componentes eletrônicos do transdutor capacitivo, do sistema de realimentação e do registrador), provoca sobre o sinal de entrada. A quantidade ω é a frequência de um determinado sinal, correspondendo um valor a cada um dos componentes da força de maré (GEMAEL, 1986), por exemplo.

O amortecimento

$$D(\omega) = \frac{a(\omega)}{A(\omega)} = [p^2(\omega) + q^2(\omega)]^{1/2} \quad (22)$$

sendo $A(\omega)$ a amplitude do sinal de entrada, $a(\omega)$ aquela do sinal de saída, e o defasamento

$$\psi(\omega) = \Phi(\omega) - \phi(\omega) = \text{arctg} \frac{q(\omega)}{p(\omega)} \quad (23)$$

onde $\Phi(\omega)$ e $\phi(\omega)$ são respectivamente as fases dos sinais de entrada e saída, têm a sua determinação baseada naquela das componentes real e imaginária de $H(\omega)$ e são necessários à correção dos parâmetros da maré gravimétrica obtidos em função do registro feito pelo instrumento.

Um método conveniente para a determinação de $H(\omega)$ é comunicar à vigueta um impulso instantâneo (parafuso de medida, dispositivo eletrostático ou eletromagnético) e analisar, por exemplo no registro analógico, a resposta do instrumento a esse impulso, avaliando-se a função de peso, da qual a função de transferência é a transformada de Fourier (WENZEL, 1976; TORGE, 1989). Um outro método é a introdução no sistema de medida de um sinal de entrada periódico com espectro conhecido e comparar os espectros dos sinais de entrada e de saída: por exemplo, em instrumentos dotados do dispositivo eletromagnético. O primeiro método tem a vantagem de poder ser aplicado em qualquer gravímetro.

2.2 UM GRAVÍMETRO COM MOMENTO COMPENSADOR NÃO-LINEAR, ASTATIZADO: LaCoste & Romberg.

2.2.1 Generalidades

Na estação de Marés Terrestres da Universidade Federal do Paraná, em Curitiba (PR), está atualmente em operação um instrumento LaCoste & Romberg modelo D adaptado para o registro permanente das variações da componente vertical da força de maré de origem luni-solar. No mesmo local, no período 1987-1988, operou um exemplar do modelo ET do mesmo gravímetro (Proudman Oceanographic Laboratory, Reino Unido).

Produzido desde 1945 por LaCoste & Romberg Gravity Meters, Inc., Austin (Texas), E.U.A., esse tipo de instrumento se baseia no princípio da balança astatizada (MELCHIOR, 1971), com momento

compensador elástico não-linear exercido por u'a mola (dita de **comprimento zero**), atuando sobre a vigueta por tração. Existem atualmente 4 modelos para uso terrestre: G e D, concebidos para levantamentos de campo mas que podem ser adaptados para o registro permanente das perturbações luni-solares da gravidade; ET (**Earth Tides**), especialmente projetado para estações de marés; e **Borehole** (de poço), usado para o levantamento de perfis verticais da gravidade.

2.2.2 Esquema básico

Na Figura 08, supõe-se que o instrumento esteja nivelado (sistemas local e instrumental coincidentes), que a vigueta esteja ligeiramente inclinada em relação ao plano horizontal contendo a origem dos sistemas (0) e que seu eixo de rotação esteja contido no eixo $OY \equiv Oy$. Essa última suposição não é necessariamente verdadeira (o eixo de rotação não é fixo no sistema instrumental) mas contribui à clareza da exposição.

Os elementos A constituem um conjunto de alavancas, fixo ao corpo do instrumento pelas articulações em R_4 e R_6 , que permitem atuar sobre a vigueta com a ação sobre o botão de medida B. A linha P simboliza o parafuso de medida. Ele é ligado a B mediante um conjunto de engrenagens, e ao sistema de alavancas por uma articulação R_1 . Os parafusos calantes C_1 , C_2 e C_3 permitem efetuar o nivelamento do aparelho (ver Figura 03).

O elemento M_1 representa a mola de medida, ou mola

na absorção de microssismos) assegura a ligação da vigueta (vínculo V_3) ao corpo do instrumento (vínculo V_2). O eixo de rotação da vigueta, suposto situado em O (posição que ele ocupa realmente quando o ângulo α é reto) não é fixo no sistema instrumental. É importante constatar que nesse aparelho o momento antagônico e a suspensão da vigueta são assegurados por dois elementos distintos (molas M_1 e M_2).

O ângulo α é a inclinação da vigueta (mais precisamente, da direção OC) em relação ao eixo instrumental Oz. Com o instrumento nivelado, $OZ \equiv Oz$ e α é a distância zenital da direção OC. O ângulo δ (ângulo de astatização do instrumento) também se define em relação ao eixo Oz.

Os elementos P_1 e P_3 são as placas fixas do transdutor capacitivo (na figura a distância entre elas é exagerada, sendo da ordem de 1mm); P_2 é a placa móvel presa à vigueta.

O contorno da figura representa a câmara interna do instrumento, dentro da qual se encontra o dispositivo de termostatização; ela é separada do invólucro externo do gravímetro por uma camada de lã de vidro. O botão de medida e seus anexos (engrenagens) impedem o completo isolamento do interior da câmara em relação ao ar atmosférico.

2.2.3 Momentos da gravidade e compensador.

O valor absoluto do momento gravitacional do sensor com respeito ao eixo de rotação da vigueta tem por valor:

$$M_g = -mga \operatorname{sen}\alpha \quad (24)$$

onde m é a massa do corpo de prova, g é a magnitude da gravidade associada à perturbação de origem luni-solar, a é a distância entre o centro de massa e o eixo de rotação.

Por outro lado, conforme a lei de Hooke, o valor absoluto da tensão exercida pela mola sobre a vigueta no ponto C tem por expressão:

$$f = k(l-l_0) = \frac{\pi}{2} \frac{\mu \rho^4}{Lr^2} (l-l_0) \quad (25)$$

onde l é o comprimento da mola (distância CV_1), l_0 o seu comprimento na ausência de qualquer tração sobre a mesma (comprimento inicial); k , a constante da mola (MELCHIOR, 1983), depende de μ (módulo de torção ou de rigidez da substância que constitui a mola), ρ e L (raio da seção reta e comprimento do fio pelo qual a mola é formada), r (raio da seção reta da mola). Assim, o momento elástico (ou compensador, ou ainda antagonista) é, em módulo:

$$M_f = k(l-l_0)h \quad (26)$$

sendo h a distância do eixo ideal da mola à origem dos sistemas de coordenadas. Para a sua eliminação da igualdade acima se pode proceder como segue (ver Fig. 08):

$$h = a \operatorname{sen}\theta = ah'/l = ad \operatorname{sen}(\alpha-\delta)/l$$

Substituindo-se a expressão acima na Equação (26), o momento elástico pode ser descrito somente em função de quantidades

possuindo definição física precisa no projeto do instrumento:

$$M_f = k(l-l_0) \frac{ad}{I} \text{sen}(\alpha-\delta) \quad (27)$$

A Equação (01), com o uso das Eq.(24) e (27), permite escrever a equação de equilíbrio do corpo de prova no gravímetro LaCoste & Romberg:

$$- mg \text{sen}\alpha + k(l-l_0) \frac{ad}{I} \text{sen}(\alpha-\delta) = 0 \quad (28)$$

da qual o comprimento do braço de alavanca (OC) se vê eliminado graças à posição particular do centro de massa do corpo de prova.

M_f depende do seno do ângulo $(\alpha-\delta)$: o gravímetro LaCoste & Romberg se classifica como instrumento a momento elástico não-linear.

A astatização do gravímetro LaCoste & Romberg se realiza, além do caráter senoidal do momento antagonista, com duas condições adicionais:

- 1) a mola de medida M_f tem comprimento inicial l_0 nulo (em inglês, **zero-length spring**). Isso significa que, sem aplicação de tensão nenhuma, seu comprimento se reduz a zero. Tal se obtém na prática através de um modo particular de torção do fio metálico que constitui a mola: na produção da mesma, ele é torcido em sentido contrário ao do seu enrolamento para constituir a mola (MELCHIOR, 1983).
- 2) o ângulo de astatização δ é não-nulo e relativamente

pequeno (ângulo com vértice no eixo de rotação da vigueta, formado pelo eixo Oz e a direção do vínculo superior da mola; ver Fig. 08).

A assim chamada **posição de medida** da vigueta ocorre quando a direção OC é horizontal. No uso do gravímetro em campo, a leitura é efetuada após se atuar no botão de medida até que essa situação seja obtida; note-se que ela corresponde ao valor máximo do momento da gravidade em valor absoluto:

$$M_g(90^\circ) = -mga$$

Na operação estacionária, estando as placas fixas do transdutor capacitivo devidamente ajustadas, da Equação (04) resulta $U = 0$: a saída do gravímetro indica uma tensão nula, quando a vigueta se encontra no horizonte. Como são observadas as marés gravimétricas, a vigueta oscila permanentemente em torno dessa posição, a menos que o instrumento seja dotado do dispositivo de realimentação (por exemplo, eletrostática: ver HARRISON & SATO, 1984; MOORE & FARRELL, 1970; ou eletromagnética, ver SCHOTT & WENZEL, 1991; VAN RUYMBEKE, 1985). Com a deriva instrumental, a cota da posição média da oscilação tende a diminuir.

Com a condição (1) acima na Equação (27), resulta:

$$M_f = kad \operatorname{sen}(\alpha - \delta) \quad (29)$$

para o momento elástico, na expressão do qual foi eliminado assim o comprimento l da mola. A equação de equilíbrio se torna, mediante a Equação (28):

$$- mg \operatorname{sen} \alpha + kd \operatorname{sen}(\alpha - \delta) = 0 \quad (30)$$

2.2.4 Sensibilidade teórica

Do momento da gravidade se retira:

$$\frac{\partial M_g}{\partial g} = - m a \operatorname{sen} \alpha \quad (31)$$

e, levando-se em conta a Equação (30), da qual se obtém

$$kd = \frac{mg \operatorname{sen} \alpha}{\operatorname{sen}(\alpha - \delta)} \quad (32)$$

calcula-se a derivada da soma dos módulos dos momentos em relação ao ângulo α :

$$\frac{\partial}{\partial \alpha} (M_g + M_f) = mga [\operatorname{sen} \alpha \operatorname{cotg}(\alpha - \delta) - \operatorname{cos} \alpha] \quad (33)$$

A sensibilidade teórica do gravímetro, Equação (03), tem por expressão:

$$\frac{d\alpha}{dg} = E_{\alpha g} = \frac{1}{g [\operatorname{cotg}(\alpha - \delta) - \operatorname{cotg} \alpha]} \quad (34)$$

É uma função não-linear do ângulo de inclinação da vigueta. Se essa estiver no horizonte, $\alpha = 90^\circ$ e a sensibilidade assume o valor:

$$E_{\alpha g(90^\circ)} = \frac{\operatorname{cotg} \delta}{g} \quad (35)$$

Observe-se, na Equação (34), que um pequeno valor de δ conduz a uma elevada sensibilidade; no limite, para $\delta = 0$ (vínculo superior da mola na vertical da origem dos sistemas de coordenadas

local e instrumental, ver Figura 08) ela se torna infinita, levando o sistema elástico a uma condição de equilíbrio indiferente (TORGE, 1989). Em consequência a adoção de um valor pequeno para δ resulta (juntamente com $l_0 = 0$) na astatização do gravímetro: alta sensibilidade para o instrumento, sem contudo atingir um valor infinito que impossibilitaria o registro (ou as observações, no campo). O fator $E_{\alpha g}$ também é inversamente proporcional à gravidade do local onde o gravímetro está instalado.

2.2.5 Influência da temperatura e inclinação

Com base na Equação (17) é possível uma estimativa teórica da influência de uma variação da temperatura atuando no sensor do gravímetro (coeficiente térmico):

$$\frac{d\bar{g}}{d\theta} = - \frac{\frac{\partial}{\partial \theta} (M_g + M_f)}{\frac{\partial M_g}{\partial g}} \quad (36)$$

Do item anterior, com a posição horizontal da vigueta e o instrumento nivelado ($\alpha = 90^\circ$), e das Equações (24) e (29):

$$M_g = -mga \operatorname{sen} \alpha = -mga \quad (37)$$

$$M_f = kad \operatorname{sen}(\alpha - \delta) = kad \operatorname{cos} \delta \quad (38)$$

$$\frac{\partial M_g}{\partial g} = -ma \operatorname{sen} \alpha = -ma \quad (39)$$

Considerando-se somente a dilatação linear da vigueta e do fio constituindo a mola, além da variação do módulo de torção do

material compondo a mesma com a temperatura, se pode escrever:

$$\frac{\partial M_g}{\partial \theta} = -mg \frac{\partial a}{\partial \theta} \quad (40)$$

$$\frac{\partial M_f}{\partial \theta} = kd \cos \delta \frac{da}{d\theta} + ad \cos \delta \frac{dk}{d\theta} \quad (41)$$

Como a constante da mola, conforme a Equação (25), é dada por

$$k = \frac{\pi \mu \rho^4}{2 L r^2}$$

e é função do comprimento L do fio constituindo a mesma e do seu módulo de torção μ , considerando constantes os diâmetros do fio e da mola, sua diferencial total é:

$$dk = \frac{\partial k}{\partial L} dL + \frac{\partial k}{\partial \mu} d\mu$$

$$\frac{dk}{d\theta} = \frac{\partial k}{\partial L} \frac{dL}{d\theta} + \frac{\partial k}{\partial \mu} \frac{d\mu}{d\theta} \quad (42)$$

Por um lado,

$$\frac{\partial k}{\partial L} = -\frac{\pi \mu \rho^4}{2 r^2 L^2} = -\frac{k}{L} \quad (43)$$

$$\frac{\partial k}{\partial \mu} = \frac{\pi \rho^4}{2 r^2 L} = \frac{k}{\mu} \quad (44)$$

Por outro, com a dilatação linear da vigueta e do fio que constitui a mola, podem ser obtidas as duas expressões a seguir:

$$a = a_0 [1 + A_1 (\theta - \theta_0)] \quad (45)$$

$$L = L_0 [1 + A_2 (\theta - \theta_0)] \quad (46)$$

sendo A_1 , A_2 os coeficientes de dilatação linear dos materiais

compondo a vigueta e a mola; e, com a variação térmica do módulo de torção,

$$\mu = \mu_0 [1 + M(\theta - \theta_0)] \quad (47)$$

Sendo M o coeficiente termoelástico do metal da mola, resulta:

$$\frac{da}{d\theta} = A_1 a_0 \quad \frac{dL}{d\theta} = A_2 L_0 \quad \frac{d\mu}{d\theta} = M\mu_0$$

Então, a Equação (42) se torna:

$$\frac{dk}{d\theta} = -\frac{k}{L} A_2 L_0 + \frac{k}{\mu} M\mu_0$$

Adota-se aqui as aproximações:

$$a_0 = a ; \quad L_0 = L ; \quad \mu_0 = \mu$$

que se justificam pela ausência do conhecimento de valores exatos para essas quantidades, e pelo fato de se considerar uma pequena variação térmica. Então

$$\frac{dk}{d\theta} = -kA_2 + kM \quad (48)$$

E, com as Equações (36), (40) e (41):

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{g}}{d\theta} &= -\frac{-mgA_1 a + kdA_1 a \cos\delta + ad \cos\delta (-kA_2 + kM)}{-ma} = \\ &= -gA_1 + \frac{kdA_1 \cos\delta}{m} + \frac{kd \cos\delta}{m} (M - A_2) \end{aligned}$$

Da equação de equilíbrio, (29), para $\alpha = 90^\circ$:

$$kd \cos\delta = mg$$

de modo que

$$\frac{d\bar{g}}{d\theta} = g(M-A_2) \quad (49)$$

Esta expressão permite estimar a ordem de grandeza da variação aparente da gravidade causada por uma variação na temperatura do meio onde está instalado o sensor, ou seja, na câmara interna do instrumento; repousa na diferença entre os coeficientes de dilatação linear e termoelástico da mola.

Por outro lado, a Equação (18) permite calcular a variação aparente da gravidade que decorre de uma inclinação do instrumento. Se a inclinação for tal que o eixo instrumental Ox se desloque no plano XOZ (ver Figura 07),

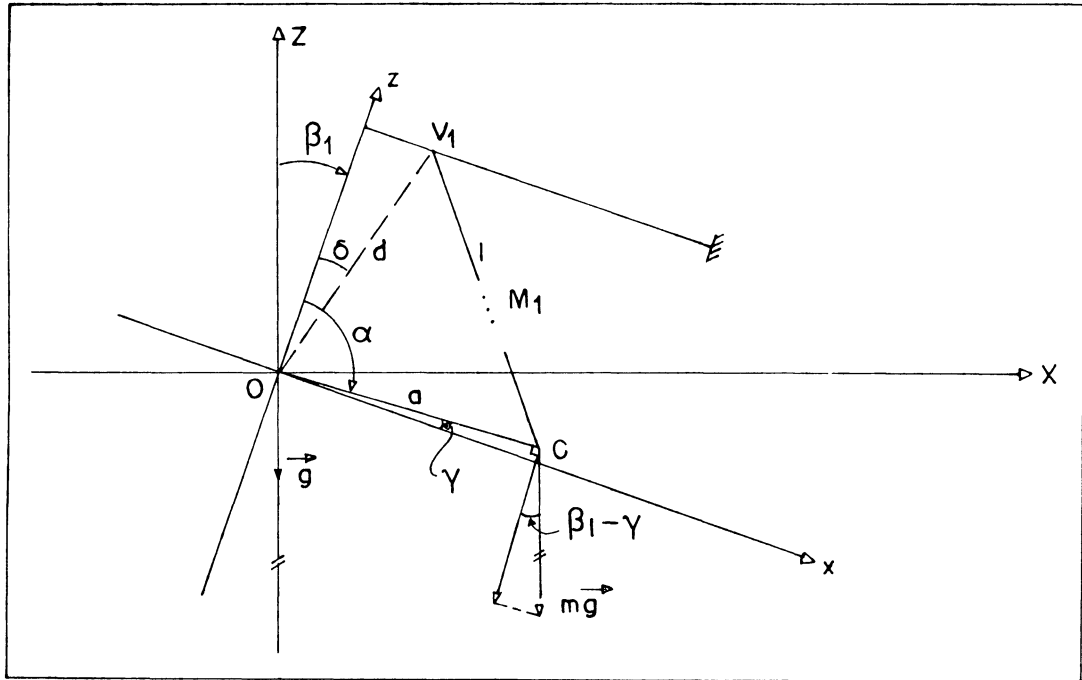
$$\frac{d\bar{g}}{d\beta_1} = -\frac{\frac{\partial M_g}{\partial \beta_1}}{\frac{\partial M_g}{\partial g}} \quad (50)$$

e, deslocando-se o eixo Oy no plano YOZ ,

$$\frac{d\bar{g}}{d\beta_2} = -\frac{\frac{\partial M_g}{\partial \beta_2}}{\frac{\partial M_g}{\partial g}} \quad (51)$$

Para o primeiro caso, seja a situação descrita na Figura 09, sendo β_1 um ângulo por convenção negativo (sentido horário). Como o sensor é solicitado não pelo seu peso, mg , mas por uma componente do mesmo, normal à vigueta, igual a aproximadamente

FIGURA 09 - GRAVÍMETRO INCLINADO DE MODO QUE A VIGUETA SE ENCONTRA NO PLANO XOZ; ÂNGULO β_1 NEGATIVO.



$$mg \cos \beta_1$$

a inclinação é interpretada pelo sensor como uma redução na gravidade. Nesse caso

$$M_g = -mga \operatorname{sen}(\alpha - \beta_1) \quad (52)$$

e a derivada parcial de M_g em relação a β_1 é

$$\frac{\partial M_g}{\partial \beta_1} = mga \cos(\alpha - \beta_1) \quad (53)$$

e, em relação a g

$$\frac{\partial M_g}{\partial g} = -ma \operatorname{sen}(\alpha - \beta_1)$$

então

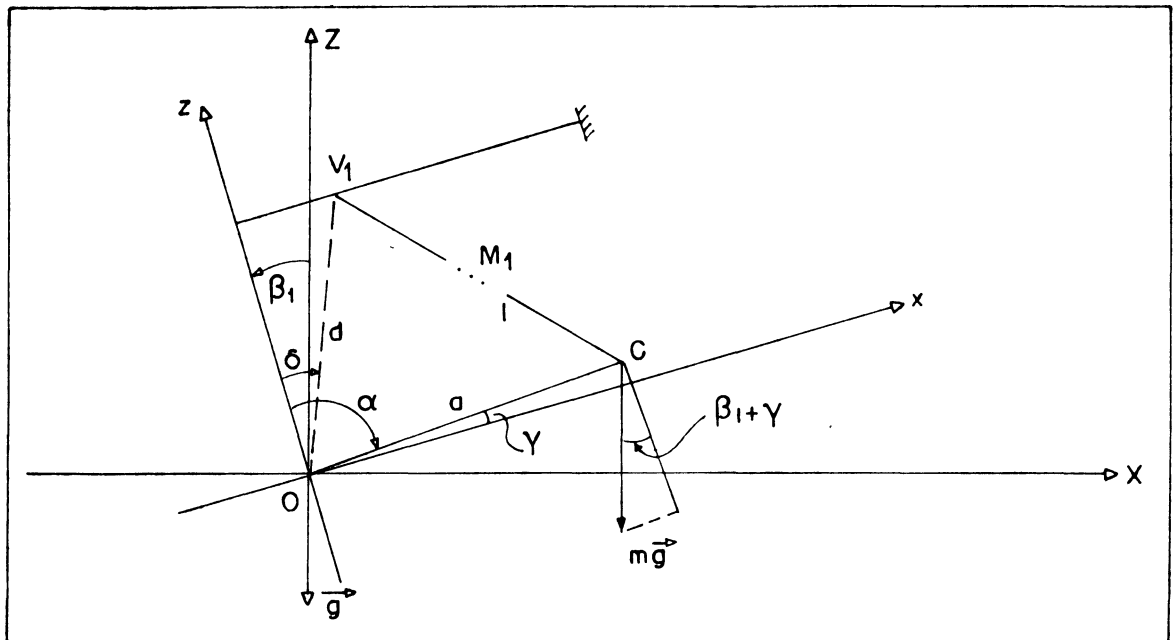
$$\frac{d\bar{g}}{d\beta_1} = -\frac{mga \cos(\alpha - \beta_1)}{-ma \operatorname{sen}(\alpha - \beta_1)} = g \operatorname{cotg}(\alpha - \beta_1) \quad (54)$$

e, considerando-se $\alpha = 90^\circ$:

$$\frac{d\bar{g}}{d\beta_1} = g \operatorname{tg}\beta_1 \quad (55)$$

Para uma inclinação β_1 positiva do eixo instrumental Oz (ver Fig. 10), ocorre do mesmo modo uma redução aparente da gravidade; ver Equação (54).

FIGURA 10 - GRAVÍMETRO INCLINADO COM ÂNGULO β_1 POSITIVO



O estudo da sensibilidade do gravímetro estando o mesmo inclinado, com a vigueta no plano XOZ, é feito como anteriormente,

a partir da Equação (03), repetida aqui para conveniência do leitor:

$$\frac{d\alpha}{dg} = - \frac{\frac{\partial M_g}{\partial g}}{\frac{\partial}{\partial \alpha} (M_g + M_f)}$$

A derivada parcial do momento da gravidade em relação à mesma é, como visto antes:

$$\frac{\partial M_g}{\partial g} = -ma \operatorname{sen}(\alpha - \beta_1)$$

E, por outro lado, como

$$M_f = kad \operatorname{sen}(\alpha - \delta)$$

$$\frac{\partial}{\partial \alpha} (M_g + M_f) = -mga \cos(\alpha - \beta_1) + kad \cos(\alpha - \delta)$$

A equação de equilíbrio do sensor com o gravímetro inclinado é

$$-mg \operatorname{sen}(\alpha - \beta_1) + kd \operatorname{sen}(\alpha - \delta) = 0 \quad (56)$$

de onde se retira

$$kd = \frac{mg \operatorname{sen}(\alpha - \beta)}{\operatorname{sen}(\alpha - \delta)}$$

portanto

$$\frac{d\alpha}{dg} = - \frac{-ma \operatorname{sen}(\alpha - \beta_1)}{-mga \cos(\alpha - \beta_1) + \frac{mg \operatorname{sen}(\alpha - \beta_1)}{\operatorname{sen}(\alpha - \delta)} a \cos(\alpha - \delta)}$$

ou

$$\frac{d\alpha}{dg} = \frac{\text{sen}(\alpha - \beta_1)}{-g \cos(\alpha - \beta_1) + g \text{sen}(\alpha - \beta_1) \cotg(\alpha - \delta)}$$

$$\frac{d\alpha}{dg} = \frac{1}{g[\cotg(\alpha - \delta) - \cotg(\alpha - \beta_1)]} \quad (57)$$

O exame da expressão acima mostra o valor infinito da sensibilidade quando $\beta_1 = \delta$. Se a vigueta for ajustada de forma que $\alpha = 90^\circ$,

$$\frac{d\alpha}{dg} = \frac{1}{g(\text{tg}\delta - \text{tg}\beta_1)} \quad (58)$$

Isso indica que se pode regular a sensibilidade do gravímetro pela sua inclinação no plano XOZ (por exemplo, ajuste da linha de leitura, para o uso em campo).

Quando o gravímetro é inclinado de forma que o eixo Oy, contendo o eixo de rotação da vigueta, se desloque no plano YOZ, a curva da sensibilidade é teoricamente simétrica em relação à inclinação nula.

A Figura 11 apresenta a situação correspondente, simplificada. O momento da gravidade em relação ao eixo Oy é:

$$M_g = -mg \cos\beta_2 a \text{sen}(90^\circ - s) \cos t$$

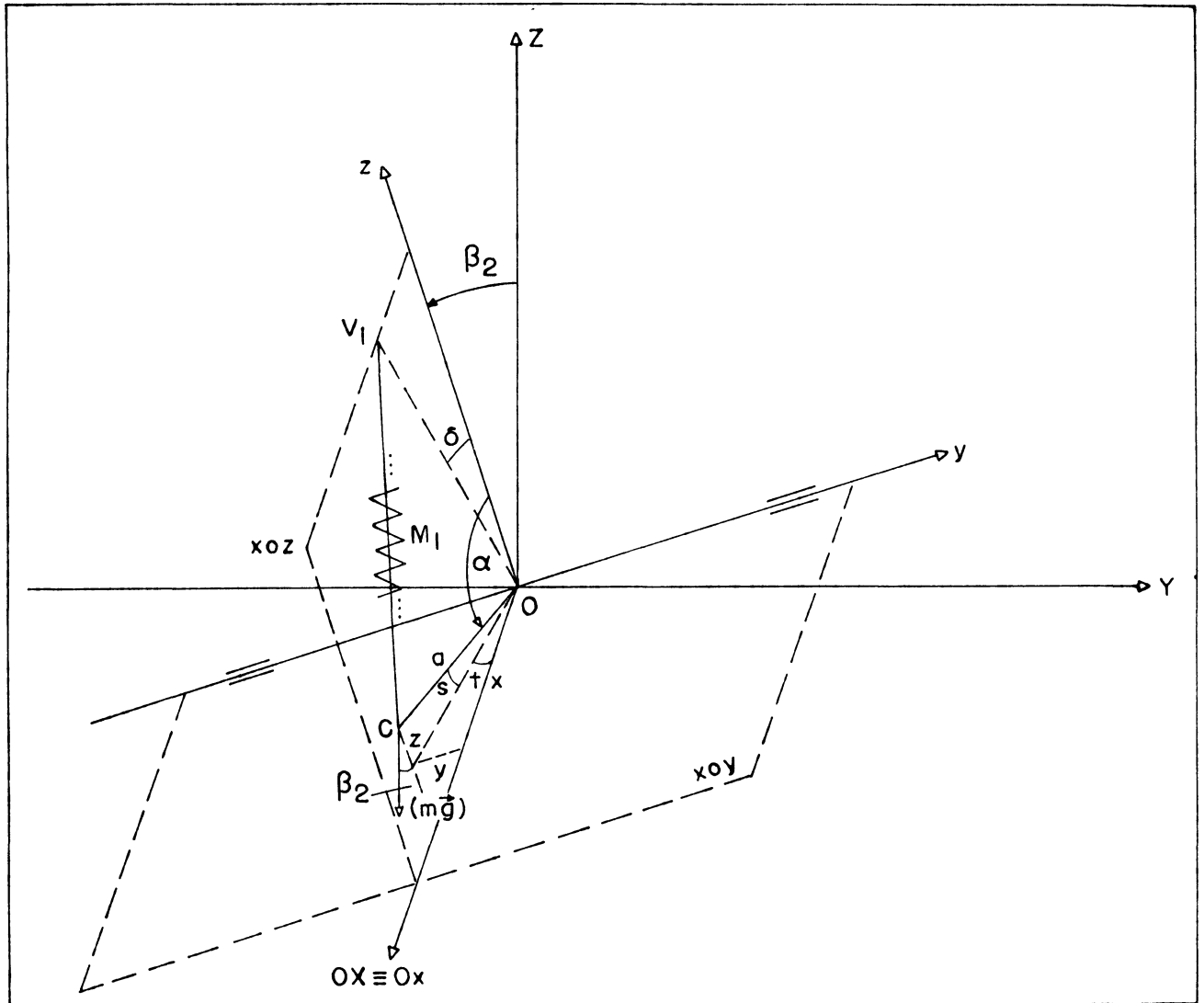
e

$$\frac{\partial M_g}{\partial \beta_2} = mga \text{sen}\beta_2 \cos s \cos t = mga \text{sen}\beta_2$$

$$\frac{\partial M_g}{\partial g} = -ma \cos\beta_2 \cos s \cos t = -ma \cos\beta_2$$

com o que

FIGURA 11 - GRAVÍMETRO INCLINADO SEGUNDO O NÍVEL II. O CENTRO DE MASSA C TEM COORDENADAS (x, y, z) NO SISTEMA INSTRUMENTAL. SUPÕE-SE NO ESQUEMA QUE A ALAVANCA DE SUSTENTAÇÃO DA MOLLA PRINCIPAL ESTEJA PARALELA A $Ox \equiv OX$.



$$\frac{d\bar{g}}{d\beta_2} = -\frac{mga \operatorname{sen}\beta_2}{-ma \operatorname{cos}\beta_2}$$

ou, simplesmente

$$\frac{d\bar{g}}{d\beta_2} = g \operatorname{tg}\beta_2$$

expressão teoricamente igual à Equação (55). Porém nesse caso se pode supor que o ângulo de inclinação do eixo instrumental em relação à vertical não seja igual à inclinação do eixo de rotação da vigueta em relação ao horizonte, pois esse depende da reação da mola M_2 (fig. 08) à inclinação; além disso, a alavanca A_4 é presa ao corpo do instrumento em R_6 e, com a inclinação, ela não permanece paralela ao eixo Ox .

A comprovação experimental pode ser efetuada inclinando o instrumento segundo as duas formas descritas e comparando as curvas resultantes; a curva teórica é a parábola que resulta da integração da Equação (54).

2.2.6 Algumas indicações numéricas

Com os seguintes valores associados a elementos do esquema básico do gravímetro LaCoste & Romberg é possível estabelecer aproximações concernentes à mecânica do instrumento (essas quantidades foram retiradas de TORGE, 1989; BECKER, 1984):

$$a \doteq 2,5\text{cm} \quad d \doteq 2,5\text{cm}$$

$$l \doteq 3,5\text{cm} \quad m \doteq 10\text{g}$$

O ângulo δ pode assumir dois valores: 60" ou 100". Nos cálculos a seguir adota-se para a gravidade o valor de 980Gal = 980cm.s⁻².

a) **momentos**

O módulo do momento da gravidade pode ser aproximado pela Equação (24):

$$M_g \doteq -24500 \operatorname{sen} \alpha \operatorname{g} . \operatorname{cm}^2 . \operatorname{s}^{-2}$$

Da equação de equilíbrio, (29), se pode estimar o valor da constante da mola. Com $\alpha = 90^\circ$

$$k = \frac{mg}{d \cos \delta} \doteq 3920 \operatorname{g} . \operatorname{s}^{-2}$$

com o que o momento compensador vale, em módulo; ver Eq. (29):

$$M_f = 24500 \operatorname{sen}(\alpha - \delta) \operatorname{g} . \operatorname{cm}^2 . \operatorname{s}^{-2}$$

b) **sensibilidade**

Para $\alpha = 90^\circ$, a Equação (35) fornece

$$E_{\alpha g(90^\circ)} \doteq 0,724'' / \mu \operatorname{Gal} (\delta = 60'') \doteq 0,434'' / \mu \operatorname{Gal} (\delta = 100'')$$

Pela Figura 06, calcula-se o deslocamento linear do ponto Q associado à variação de $1 \mu \operatorname{Gal}$; admitindo-se $OQ = 3,5 \operatorname{cm}$, resulta:

$$dz_Q \doteq 123 \operatorname{nm} (\delta = 60'') \doteq 74 \operatorname{nm} (\delta = 100'')$$

Estimando-se a amplitude total da variação da componente vertical da força de maré luni-solar como sendo de $300 \mu \operatorname{Gal}$, o deslocamento angular da vigueta que lhe corresponde é:

$$\Delta\alpha \doteq 217,2'' (\delta=60'') \doteq 130,2'' (\delta=100'')$$

Para o deslocamento linear do ponto Q da placa móvel do capacitor, obtém-se:

$$\Delta z_Q \doteq 36856nm (\delta=60'') \doteq 22093nm (\delta=100'')$$

c) influência da temperatura

Com a mola constituída de aço e, de acordo com MIRONOV, 1977, para um coeficiente de dilatação linear igual a

$$A_2 = 6.10^{-6}/^{\circ}C$$

E com o seu coeficiente termoelástico igual a

$$M = 20.10^{-6}/^{\circ}C$$

da Equação (49) resulta:

$$\frac{d\bar{g}}{d\theta} \doteq 13720\mu Gal/^{\circ}C$$

De acordo com esse cálculo, a temperatura no interior da câmara interna do instrumento deve permanecer constante a

$$72,9.10^{-6} \text{ } ^{\circ}C$$

a fim de se evitar uma perturbação da gravidade igual ou superior a $1\mu Gal$.

2.3 UM GRAVÍMETRO COM MOMENTO COMPENSADOR LINEAR, NÃO-ASTATIZADO: Askania.

2.3.1 Generalidades

Na Estação de Marés Terrestres da UFPR, o instrumento Askania V, da Universidade Renana Frederico-Guilherme, Bonn, República Federal da Alemanha, pertencente à série dotada de transdutores capacitivos (BONATZ, 1973) no Instituto de Geodésia Teórica daquela Universidade, coletou dados nos períodos 1983-1985 e 1987-1989.

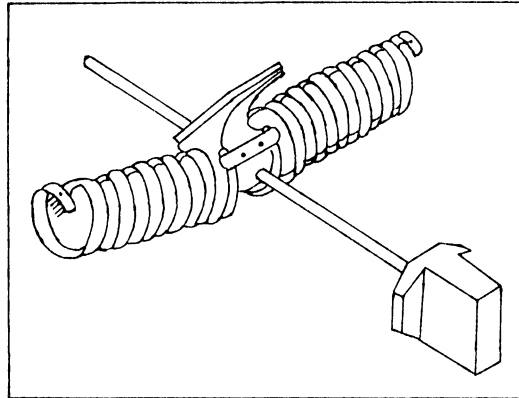
Produzido entre 1940 e 1970 pela empresa Askania-Werke A.G., Berlim-Friedenau, Alemanha, esse tipo de gravímetro tem como princípio a balança com mola de torção não-astatizada; seu momento compensador é linear e atua sobre a vigueta pela torção das duas molas principais, as quais se compõem de fitas metálicas. O sistema de registo foto-elétrico foi substituído pelo indicador capacitivo de posição, o que aumentou a precisão do registo em cerca de 50%.

2.3.2 Esquema básico.

A Figura 12 mostra a estrutura do sistema elástico do gravímetro Askania, com ênfase na forma e disposição das molas principais.

Na Figura 13, considera-se que o instrumento esteja nivelado: os sistemas local e instrumental estão em coincidência.

FIGURA 12 - MOLAS PRINCIPAIS E CORPO DE PROVA NO GRAVÍMETRO ASKANIA

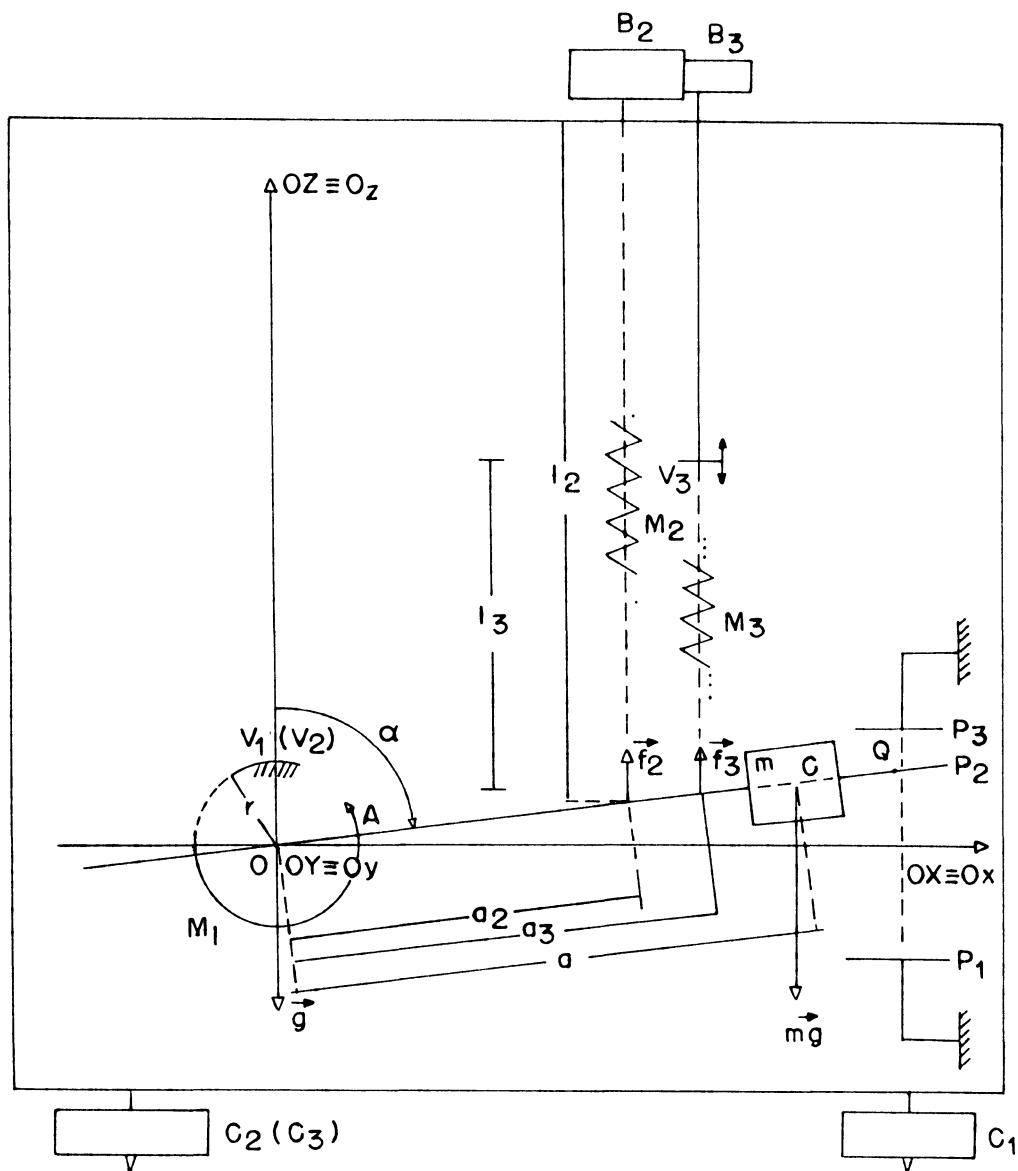


A vigueta não está em posição horizontal mas supõe-se, tendo em vista a clareza do esquema, que o seu eixo de rotação, que não é fixo no sistema xOy , esteja contido no eixo Oy do mesmo.

O símbolo M_1 representa as duas molas principais, cuja torção gera o momento das forças elásticas atuando sobre a vigueta. O ponto V_1 (V_2) é a projeção dos vínculos das molas ao corpo do instrumento sobre o plano XOZ (ver Figura 12). O ponto A é a projeção sobre o mesmo plano do vínculo que liga a vigueta às molas. O eixo de rotação é definido virtualmente pelas molas principais: no gravímetro Askania, tanto a suspensão da vigueta como o torque antagônico são efetuados por essas molas, que exercem assim uma dupla função, diferentemente do que ocorre no gravímetro LaCoste & Romberg. O eixo é passível de variar a sua posição no sistema de coordenadas instrumentais.

A mola M_2 controla a posição da vigueta através do botão micrométrico B_2 , cujo movimento permite levar o corpo de prova à posição de medida (eixo OC horizontal), no campo e, no registro permanente, compensar o efeito da deriva estática.

FIGURA 13 - ESQUEMA BÁSICO DO GRAVÍMETRO ASKANIA.



A mola M_3 é a mola de ajuste do domínio de medida, empregada no campo para a determinação de grandes variações da gravidade. Ela é presa à peça V_3 sobre a qual atua o botão B_3 através de um parafuso.

As molas M_2 e M_3 participam da geração do momento antagônico e o seu efeito só pode ser ignorado numa primeira

aproximação.

P_1 e P_3 são as placas fixas do indicador capacitivo de posição (a distância entre elas, de cerca de 0,2mm, é fortemente exagerada). P_2 é a placa móvel fixa ao corpo de prova.

A representação da vigueta é simplificada nesse estudo preliminar, desse não fazendo parte os dispositivos de compensação barométrica, de absorção de vibração e de calibração por deslocamento de massas suplementares, que serão abordados no Capítulo III.

O gravímetro é nivelado através dos parafusos calantes C_1 , C_2 e C_3 , com o auxílio dos níveis longitudinal e transversal situados no painel superior do instrumento.

O contorno da figura é a câmara interna do instrumento, onde é instalado um termostato. No espaço existente entre ela e o invólucro exterior do aparelho há um segundo termostato. Convém notar, como no caso do gravímetro LaCoste & Romberg, que o isolamento da câmara interna em relação à atmosfera ambiente não é completo (botões B_2 e B_3 , etc.).

2.3.3 Momentos da gravidade e compensador

O momento do peso do corpo de prova em relação ao eixo de rotação da vigueta tem por valor, em módulo

$$M_g = -mga \operatorname{sen}\alpha \quad (59)$$

A quantidade m é a massa total do corpo de prova, vigueta e

acessórios, suposta concentrada no ponto C, g é a gravidade perturbada pela atração luni-solar, a a distância entre o centro de massa C e o eixo de rotação.

Para o momento antagônico se pode escrever:

$$M_f = M_{f1} + M_{f2} + M_{f3} \quad (60)$$

sendo

$$M_{f1} = 2K(\alpha_0 + \alpha) \quad (61)$$

onde α_0 é o ângulo de torção inicial da mola; a constante de torção da mola é dada por:

$$K = \frac{\pi\mu (r^4 - r_i^4)}{2H} \quad (62)$$

Nessa expressão, H é o comprimento da mola, μ o módulo de torção do metal que a constitui, r é o raio externo da mola (de modo que a diferença $r - r_i$ representa a espessura da mola). Nesse caso se considera a torção da mola como sendo equivalente à torção de um fio cilíndrico oco, aproximação que se justifica para finalidades ilustrativas; como efeito, no caso da mola do gravímetro Askania o ângulo de passo não pode ser ignorado (MELCHIOR, 1983).

Os momentos elásticos devidos à tração das molas M_2 e M_3 , de conformidade com a lei de Hooke, têm por valor

$$M_{f2} = k_2(l_2 - l_{02}) a_2 \operatorname{sen}\alpha \quad (63)$$

$$M_{f3} = k_3(l_3 - l_{03}) a_3 \operatorname{sen}\alpha \quad (64)$$

Assim, a equação de equilíbrio do corpo de prova no gravímetro Askania tem por expressão:

$$M_g + M_f = 0$$

$$M_g + M_{f1} + M_{f2} + M_{f3} = 0$$

$$-mga \operatorname{sen} \alpha + 2K(\alpha_0 + \alpha) + [k_2 a_2 (l_2 - l_{02}) + k_3 a_3 (l_3 - l_{03})] \operatorname{sen} \alpha = 0 \quad (65)$$

As constantes k_2 e k_3 são muito menores que a constante de torção das molas principais K (TORGE, 1989). Num estudo simplificado do sensor, dividindo-se a Equação (65) pelo valor de K :

$$\begin{aligned} & -\frac{mga \operatorname{sen} \alpha}{K} + 2(\alpha_0 + \alpha) + \\ & + \left[\frac{k_2}{K} a_2 (l_2 - l_{02}) + \frac{k_3}{K} a_3 (l_3 - l_{03}) \right] \operatorname{sen} \alpha = 0 \end{aligned}$$

e considerando

$$\frac{k_2}{K} = \frac{k_3}{K} \doteq 0$$

pode-se escrever a equação de equilíbrio na forma:

$$-mga \operatorname{sen} \alpha + 2K(\alpha_0 + \alpha) = 0 \quad (66)$$

onde

$$-mga \operatorname{sen} \alpha = M_g \quad (67)$$

$$2K(\alpha_0 + \alpha) = M_f \quad (68)$$

Com a simplificação introduzida acima, é possível dizer que o momento de compensação é uma função linear do ângulo de inclinação da vigueta.

2.3.4 Sensibilidade teórica

Com

$$\frac{\partial M_g}{\partial g} = -ma \operatorname{sen} \alpha$$

e

$$\frac{\partial}{\partial \alpha} (M_g + M_f) = -mga \cos \alpha + 2K$$

ou, tendo-se em vista a equação de equilíbrio, (66), com

$$2K = \frac{mga \operatorname{sen} \alpha}{\alpha_0 + \alpha}$$

tem-se

$$\frac{\partial}{\partial \alpha} (M_g + M_f) = -mga \cos \alpha + \frac{mga \operatorname{sen} \alpha}{\alpha_0 + \alpha}$$

A sensibilidade teórica se exprime então por; ver Eq. (03):

$$\frac{d\alpha}{dg} = -\frac{-mas \operatorname{sen} \alpha}{-mg \cos \alpha + \frac{mga \operatorname{sen} \alpha}{\alpha_0 + \alpha}} = \frac{(\alpha_0 + \alpha) \operatorname{sen} \alpha}{g[\operatorname{sen} \alpha - \cos \alpha (\alpha_0 + \alpha)]}$$

$$\frac{d\alpha}{dg} = \frac{\alpha_0 + \alpha}{g[1 - \cot \alpha (\alpha_0 + \alpha)]} \quad (69)$$

Com a vigueta em posição de medida, horizontal e com o instrumento nivelado, $\alpha = 90^\circ$ e

$$\left(\frac{d\alpha}{dg}\right)_{\alpha=90^\circ} = E_{\alpha g(90^\circ)} = \frac{\alpha_0 + 90^\circ}{g} \quad (70)$$

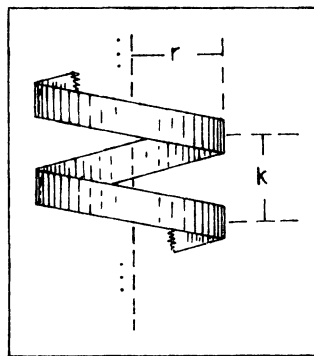
2.3.5 Fatores de perturbação

Com a expressão

$$H = nk$$

para o comprimento H da mola, sendo n o número de espiras que a constituem, e k o passo da mola (distância, paralelamente ao eixo da mola, entre duas posições consecutivas do eixo da fita: ver Figura 14)

FIGURA 14 - PASSO DA MOLA CONSTITUÍDA POR UMA FITA



e com

$$L = 2\pi nr$$

onde L é o comprimento da fita, obtém-se

$$H = \frac{kL}{2\pi r}$$

Substituindo-se o comprimento da mola assim obtido na expressão da constante de torção da mola, da Eq. (62), resulta:

$$K = \frac{\pi\mu (r^4 - r_i^4)}{\frac{2kL}{2\pi r}} = \frac{\pi^2\mu r (r^4 - r_i^4)}{kL} \quad (71)$$

Com isso a constante K é expressa em função do módulo μ e do comprimento total da fita que constitui a mola.

Procedendo como no item 2.2.5 obtém-se para a situação horizontal da vigueta:

$$M_g = -mga$$

$$M_f = 2K(\alpha_0 + 90^\circ)$$

Considera-se aqui somente a dilatação linear da vigueta e da fita, e a variação do módulo μ em relação à temperatura. Então

$$\frac{\partial M_g}{\partial \theta} = -mg \frac{da}{d\theta}$$

$$\frac{\partial M_f}{\partial \theta} = 2(\alpha_0 + \alpha) \frac{dK}{d\theta}$$

e, sendo

$$\frac{dK}{d\theta} = \frac{\partial K}{\partial L} \frac{dL}{d\theta} + \frac{\partial K}{\partial \mu} \frac{d\mu}{d\theta}$$

calcula-se, com auxílio da Equação (71):

$$\frac{\partial K}{\partial L} = -\frac{K}{L}$$

$$\frac{\partial K}{\partial \mu} = \frac{K}{\mu}$$

Das Equações (45), (46) e (47) resulta:

$$\frac{da}{d\theta} = A_1 a_0 \quad \frac{dL}{d\theta} = A_2 L_0 \quad \frac{d\mu}{d\theta} = M\mu_0$$

Portanto

$$\frac{dK}{d\theta} = -\frac{K}{L} A_2 L_0 + \frac{K}{\mu} M\mu_0$$

então, com

$$\frac{\partial M_g}{\partial g} = -ma$$

e adotando, como no item 2.2.5 e com as mesmas justificativas,

$$a_0 = a ; L_0 = L ; \mu_0 = \mu$$

obtém-se

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{g}}{d\theta} &= -\frac{-mgA_1 a + 2(\alpha_0 + 90^\circ)(-KA_2 + KM)}{-ma} = \\ &= -gA_1 + \frac{2K(\alpha_0 + 90^\circ)(-A_2 + M)}{-ma} \end{aligned}$$

Da equação de equilíbrio,

$$2K(\alpha_0 + 90^\circ) = mga$$

resultando portanto

$$\frac{d\bar{g}}{d\theta} = -gA_1 + \frac{mga(-A_2+M)}{ma}$$

$$\frac{d\bar{g}}{d\theta} = g[M - (A_1 + A_2)] \quad (72)$$

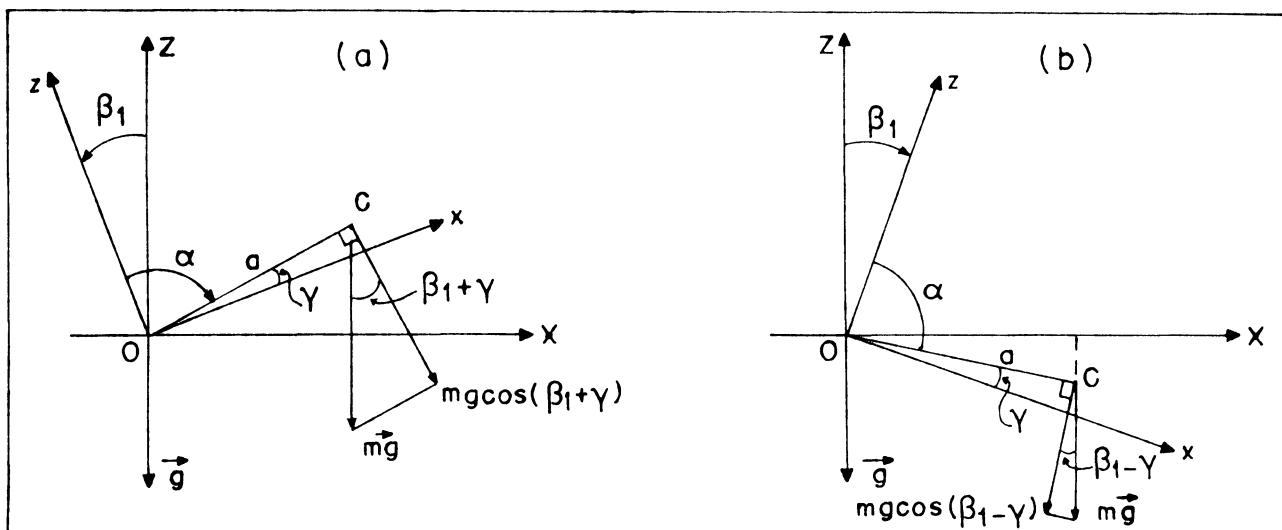
Nessa expressão figuram os coeficientes de dilatação linear da vigueta e da fita metálica, além do coeficiente termo-elástico dessa última. A seleção apropriada dos materiais compondo o sensor, tal que a soma entre colchetes se anule, reduziria a zero teoricamente o coeficiente térmico do gravímetro. Mas a equação acima ignora os outros efeitos térmicos que ocorrem na câmara interna do instrumento, como por exemplo aquele decorrente da distância entre os vínculos das molas principais.

A Figura 15 mostra as situações que ocorrem quando o gravímetro é inclinado de forma que o eixo instrumental Ox se desloque no plano XOZ. Assume-se aqui a permanência do eixo de rotação da vigueta no eixo OY = Oy, e uma descrição mais pormenorizada dos efeitos da inclinação sobre o sensor é dada no Capítulo III. O sinal do ângulo β_1 é positivo ou negativo conforme a inclinação do eixo Oz seja realizada no sentido anti-horário ou horário, respectivamente.

Em ambos os casos (centro de massa C acima e abaixo do horizonte), o momento da gravidade em relação ao eixo Oy é reduzido em valor absoluto, o mesmo ocorrendo com o momento antagônico: C permanece acima do plano instrumental xOY.

O momento da gravidade assume o valor, para a inclinação positiva:

FIGURA 15 - GRAVÍMETRO INCLINADO SEGUNDO O NÍVEL LONGITUDINAL. O ÂNGULO β_1 É POSITIVO EM (a) E NEGATIVO EM (b).



$$M_g = -mga \operatorname{sen}(\alpha - \beta_1) = -mga \operatorname{sen}[90^\circ - (\beta_1 - \gamma)] =$$

$$= -mga \cos(\beta_1 + \gamma) = -mga(\cos\beta_1 \cos\gamma - \operatorname{sen}\beta_1 \operatorname{sen}\gamma)$$

como o ângulo γ é pequeno,

$$\cos\gamma \doteq 1$$

$$\operatorname{sen}\beta_1 \operatorname{sen}\gamma \doteq 0$$

e

$$M_g = -mga \cos\beta_1$$

Para a inclinação negativa,

$$M_g = -mga \operatorname{sen}(\alpha - \beta_1) = -mga \operatorname{sen}[90^\circ + (\beta_1 - \gamma)] =$$

$$= -mga \cos(\beta_1 - \gamma) = -mga(\cos\beta_1 \cos\gamma + \operatorname{sen}\beta_1 \operatorname{sen}\gamma)$$

$$M_g = -mga \cos\beta_1$$

De modo que

$$\frac{\partial M_g}{\partial \beta_1} = mga \operatorname{sen}\beta_1$$

$$\frac{\partial M_g}{\partial g} = -ma \cos\beta_1$$

O coeficiente de inclinação é portanto, conforme a Equação (18):

$$\frac{d\bar{g}}{d\beta_1} = g \operatorname{tg}\beta_1 \quad (73)$$

como se verificou no item 2.2.5.

Para o estudo da sensibilidade com o gravímetro inclinado,

$$M_g = -mga \operatorname{sen}(\alpha - \beta_1) \quad \therefore \quad \frac{\partial M_g}{\partial g} = -ma \operatorname{sen}(\alpha - \beta_1)$$

$$\therefore \frac{\partial M_g}{\partial \alpha} = -mga \cos(\alpha - \beta_1)$$

$$M_f = 2K(\alpha_0 + \alpha) \quad \therefore \quad \frac{\partial M_f}{\partial \alpha} = 2K$$

Da equação de equilíbrio com o gravímetro inclinado:

$$-mga \operatorname{sen}(\alpha - \beta_1) + 2K(\alpha_0 + \alpha) = 0$$

$$2K = \frac{mga \operatorname{sen}(\alpha - \beta_1)}{\alpha_0 + \alpha}$$

então

$$\frac{\partial M_f}{\partial \alpha} = \frac{mga \operatorname{sen}(\alpha - \beta_1)}{\alpha_0 + \alpha}$$

Da equação geral da sensibilidade, decorre portanto:

$$\begin{aligned} \frac{d\alpha}{dg} &= - \frac{-masen(\alpha - \beta_1)}{-mgacos(\alpha - \beta_1) + \frac{mgasen(\alpha - \beta_1)}{\alpha_0 + \alpha}} = \\ &= \frac{(\alpha_0 + \alpha) \operatorname{sen}(\alpha - \beta_1)}{g \operatorname{sen}(\alpha - \beta_1) - g(\alpha_0 + \alpha) \operatorname{cos}(\alpha - \beta_1)} \\ \therefore \frac{d\alpha}{dg} &= \frac{\alpha_0 + \alpha}{g[1 - (\alpha_0 + \alpha) \operatorname{cotg}(\alpha - \beta_1)]} \end{aligned}$$

A inclinação tal que o eixo de rotação da vigueta se desloque no plano YOZ conduz teoricamente à mesma expressão para $dg/d\beta_2$, com as ressalvas expressas no item 2.2.5.

2.3.6 Algumas indicações numéricas

Com os valores abaixo (TORGE, 1989) se pode calcular aproximações inerentes à mecânica do instrumento. Adota-se $g = 980\text{Gal}$.

$$a \doteq 15,0\text{cm}$$

$$m = 200\text{g}$$

$$\alpha_0 = 270^\circ = -90^\circ$$

a) **momentos**

O momento da gravidade tem por valor

$$M_g = -2940000 \operatorname{sen} \alpha \text{ g.cm}^2 \cdot \text{s}^{-2}$$

Com o cálculo da constante de torção da mola principal pela equação de equilíbrio do sistema elástico, obtém-se para $\alpha = 90^\circ$:

$$K = \frac{mga}{2(\alpha_0 + 90^\circ)} = \frac{mga}{4\pi}$$

$$K = 233958 \text{ g.cm}^2 \cdot \text{s}^{-2}$$

Então, como

$$M_f = 2K(\alpha_0 + \alpha) = 2K\alpha_0 + 2K\alpha$$

resulta:

$$M_f = 2205000 + 467916 \alpha$$

com M_f sendo expresso em $\text{g.cm}^2 \cdot \text{s}^{-2}$ e α na unidade radiano.

b) **sensibilidade**

Com $\alpha = 90^\circ$, a Equação (70) fornece

$$E_{\alpha g} = \frac{2\pi}{g} \therefore E_{\alpha g} = 0,00132''/\mu\text{Gal} = 6,411 \cdot 10^{-9} \text{ rad}/\mu\text{Gal}$$

Calculando-se o deslocamento linear do ponto Q associado à variação de $1\mu\text{Gal}$, e admitindo-se $OQ = 16\text{cm}$, resulta (Fig. 06):

$$dz_Q = 1,026 \text{ nm}$$

Com a amplitude total da variação da componente vertical da maré gravimétrica sendo da ordem de $300\mu\text{Gal}$, o deslocamento angular da vigueta correspondente é:

$$\Delta\alpha = 0,396''$$

e o deslocamento linear do ponto Q da placa móvel do capacitor:

$$\Delta z_Q = 308\text{nm}$$

c) influência da temperatura

Supondo os coeficientes de dilatação linear da mola e da vigueta como sendo iguais

$$A_1 = A_2 = 6 \cdot 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$$

e o coeficiente termoelástico da mola sendo

$$M = 20 \cdot 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$$

da Equação (72) resulta:

$$\frac{d\bar{g}}{d\theta} = 7840\mu\text{Gal}/^{\circ}\text{C}$$

E, a fim de que não ocorra uma perturbação da gravidade superior a $1\mu\text{Gal}$, a temperatura na vizinhança imediata do sistema elástico deve permanecer constante ao nível de

$$0,000\ 128\ ^{\circ}\text{C}$$

2.4 COMENTÁRIOS

Os gravímetros de mola são extremamente sensíveis às influências ambientais; isso deve ser levado em conta no projeto e instalação de estações de marés terrestres, bem como na operação e manutenção do equipamento. Os instrumentos LaCoste & Romberg e Askania pertencem a concepções diferentes. O que se pode notar com base num estudo teórico simplificado é a maior sensibilidade dos instrumentos LaCoste & Romberg. As características de deriva dos aparelhos LaCoste & Romberg mostram uma evolução praticamente linear (da ordem de $1\mu\text{Gal}$ por dia; TORGE, 1989); nos aparelhos Askania a deriva não é linear e é da ordem de $100\mu\text{Gal}$ por dia, em geral. Por outro lado, os erros de fase são menores nos instrumentos Askania ($0,1^\circ$ para a componente M_2 da maré), os quais apresentam um amortecimento de 1,000; o mesmo desempenho por parte dos gravímetros LaCoste & Romberg, quanto à função de transferência das frequências, exige o uso do sistema de realimentação, sem o qual o defasamento é multiplicado por um fator de 10, e o amortecimento é em geral da ordem de 0,995.

A calibração relativa deve ser efetuada, para os gravímetros Askania, cerca de uma vez por mês; o mesmo é válido para os LaCoste & Romberg com o sistema de realimentação, sem o qual o valor da calibração deve ser verificado semanalmente (devido à extrema sensibilidade do aparelho relativamente à inclinação).

WENZEL, 1976, apresenta a dependência das indicações de diversos instrumentos com relação à temperatura interna, que parece

ser em geral equivalente para os dois tipos de instrumentos mencionados, um pouco menor para os instrumentos LaCoste & Romberg. Essa dependencia estudada empiricamente mostra que, ao contrário do expresso pelas Equações (49) e (72), ela é não-linear (MIRONÓV, 1977). Os instrumentos Askania exigem uma estabilidade térmica, exterior ao instrumento, maior que a exigida pelos gravímetros LaCoste & Romberg.

De um modo geral (TORGE, 1989) os gravímetros astatizados, fazendo uso do sistema de realimentação, conduzem a um erro médio quadrático, no valor horário de uma observação, da ordem de $\pm 0,5\mu\text{Gal}$ (sem realimentação, $\pm 1,0\mu\text{Gal}$); para os instrumentos Askania, o valor é da ordem de $\pm 1,0\mu\text{Gal}$, com o uso do transdutor capacitivo.

A combinação dos dois tipos de instrumentos em estações de marés terrestres e a observação contínua por intervalos de tempo extensos constituem provavelmente um meio para a obtenção de resultados confiáveis (observação do mesmo fenômeno por meio de sensores estruturalmente diversos).

CAPÍTULO III O GRAVÍMETRO ASKANIA E SUAS PARTICULARIDADES

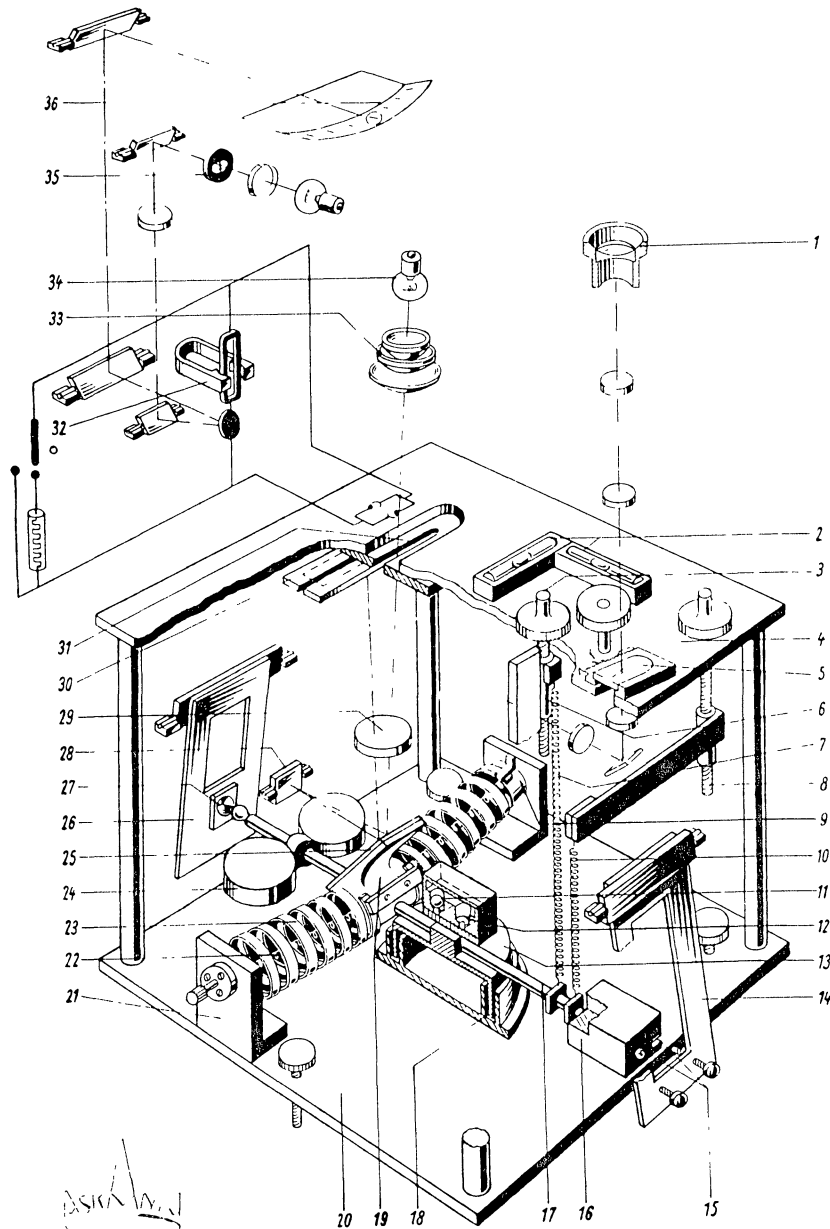
3.1 INTRODUÇÃO

Reproduz-se na Figura 16 (ASKANIA-WERKE A.G., 1956) o esquema do gravímetro Askania Gs-11 original, sem a adaptação do transdutor capacitivo: os instrumentos apresentando essa modificação exibem a sigla BN.

Os elementos indicados são:

- 1, ocular para a leitura ótica;
- 2, níveis longitudinal e transversal;
- 3, botão de controle do parafuso e da mola de medida;
- 4, botão do micrômetro;
- 5, placa da escala do micrômetro;
- 6, encaixe do parafuso de medida com escala de precisão, de vidro;
- 7, mola de medida;
- 8, parafuso de ajuste do alcance das medidas;
- 9, vínculo da mola principal ao corpo do instrumento;
- 10, mola para o ajuste do alcance das medidas;
- 11 e 12, esfera e cavidade do dispositivo de calibração;
- 13, campânula de amortecimento;
- 14, alavanca para travar o sistema;
- 15, cavidade para o bloqueio do sistema;
- 16, corpo de prova propriamente dito;

FIGURA 16 - GRAVÍMETRO ASKANIA GS-11 ORIGINAL.



17, vigueta;

18, câmara de amortecimento;

19, peça vinculando as molas principais à vigueta;

20, base da câmara interna do aparelho;

21, peça de sustentação da mola principal;

- 22, mola de compensação da temperatura;
- 23, mola principal;
- 24, dispositivo de compensação da pressão atmosférica;
- 25, espelho;
- 26, alavanca de bloqueio;
- 27, cavidade para o bloqueio;
- 28, espelho;
- 29, objetiva;
- 30, foto-elemento diferencial;
- 31, fenda;
- 32, galvanômetro;
- 33, condensador;
- 34, lâmpada para a iluminação das foto-células;
- 35, marca-índice;
- 36, escala do galvanômetro.

A seguir encontra-se a descrição sumária de alguns dos componentes e do modo de operação do sensor.

3.2 O CORPO DE PROVA E SEUS ANEXOS IMEDIATOS.

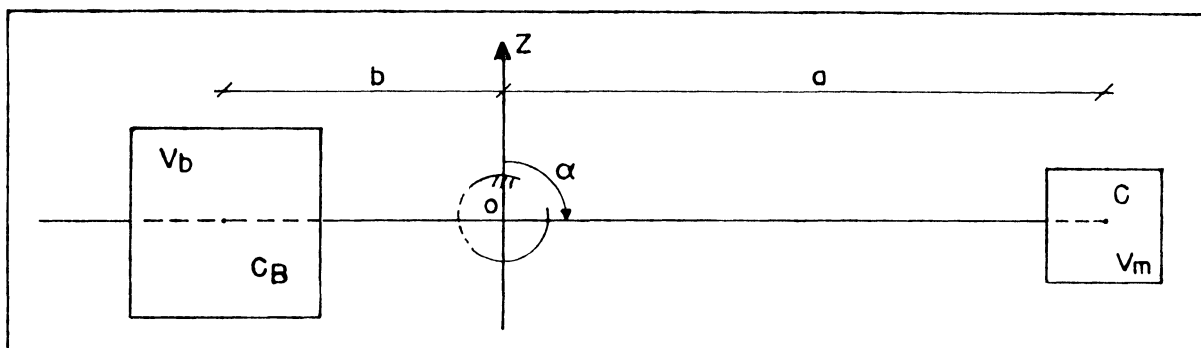
3.2.1 Dispositivo para compensar a pressão atmosférica.

É constituído por duas cápsulas vazias, hermeticamente fechadas, presas à vigueta (elemento 24, Figura 16), de massa e

volume total respectivamente inferior e superior aos do corpo de prova.

A densidade efetiva do sensor, mencionada no Capítulo II, é a relação entre o momento de inércia das massas que o constituem e o momento volumétrico total do mesmo; e a Figura 17 reproduz um esquema da vigueta, corpo de prova e cápsula barométrica; V_m é o volume do corpo de prova, V_b o volume total das duas cápsulas; C_B representa os centros geométricos das cápsulas projetados no plano da figura. O momento volumétrico

FIGURA 17 - ESQUEMA DA COMPENSAÇÃO BAROMÉTRICA.



total do sensor I_V é nulo se, em valor absoluto, forem iguais os momentos volumétricos do corpo de prova e do conjunto formado pelas cápsulas barométricas:

$$V_m a = -V_b b$$

Com isso, a densidade efetiva do sensor se torna infinita, o que teoricamente anula o coeficiente barométrico; ver Eq. (18).

O recipiente que encerra o sistema elástico não é hermeticamente fechado; uma variação repentina da pressão

atmosférica, devido à inércia do corpo de prova e apesar do tempo de transmissão pelos dutos, causa um efeito de retardo que se traduz numa variação do ângulo α e, portanto, na ocorrência de um sinal perturbador. A distância b é ajustada pelo deslocamento das cápsulas ao longo da vigueta; ASKANIA-WERKE A.G., 1956, assegura uma precisão de $\pm 50\mu\text{Gal}$ para uma diferença de 500m na altitude (o gravímetro foi concebido para uso em campo). Relativamente à operação estacionária é possível efetuar uma estimativa acerca da influência de uma variação da pressão interna do gravímetro. A fórmula barométrica (BREUER, 1987) estabelece que

$$B_h = B_0 e^{-h/H}$$

onde

B_h : é a pressão atmosférica à altitude h ;

B_0 : é a pressão atmosférica ao nível do mar (760mmHg);

H : é a constante barométrica (8005m);

h : é a altitude, em metros, acima do nível do mar

Assumindo-se dois pontos tais que

$$h_2 = h_1 + 500m$$

e calculando-se a diferença de pressão entre eles

$$\Delta B = B_{h_1} - B_{h_2} = B_0 [e^{-h_1/H} - e^{-(h_1+500m)/H}]$$

resultam os valores apresentados no Quadro 02, de forma que, em média, se pode estimar a precisão nominal assegurada pelo dispositivo de compensação barométrica, ajustado, como sendo da ordem de $\pm 1,2\mu\text{Gal/mmHg}$.

QUADRO 02 - PRECISÃO DO CONTROLE BAROMÉTRICO.

| h_1 (m) | ΔB (mmHg) | $\pm 50 \mu\text{Gal}/\Delta B$ ($\mu\text{Gal}/\text{mmHg}$) |
|-----------|-------------------|--|
| 0 | 46,02 | $\pm 1,086$ |
| 500 | 43,23 | $\pm 1,157$ |
| 1000 | 40,61 | $\pm 1,231$ |

Se esse dispositivo tende a impedir a rotação da vigueta, não tem a possibilidade de evitar a sua translação vertical, uma vez que o eixo de rotação do sensor não é fixo; dependendo do modo de captação dos movimentos da vigueta, esse fato pode ou não gerar um sinal perturbador (ver item 3.3).

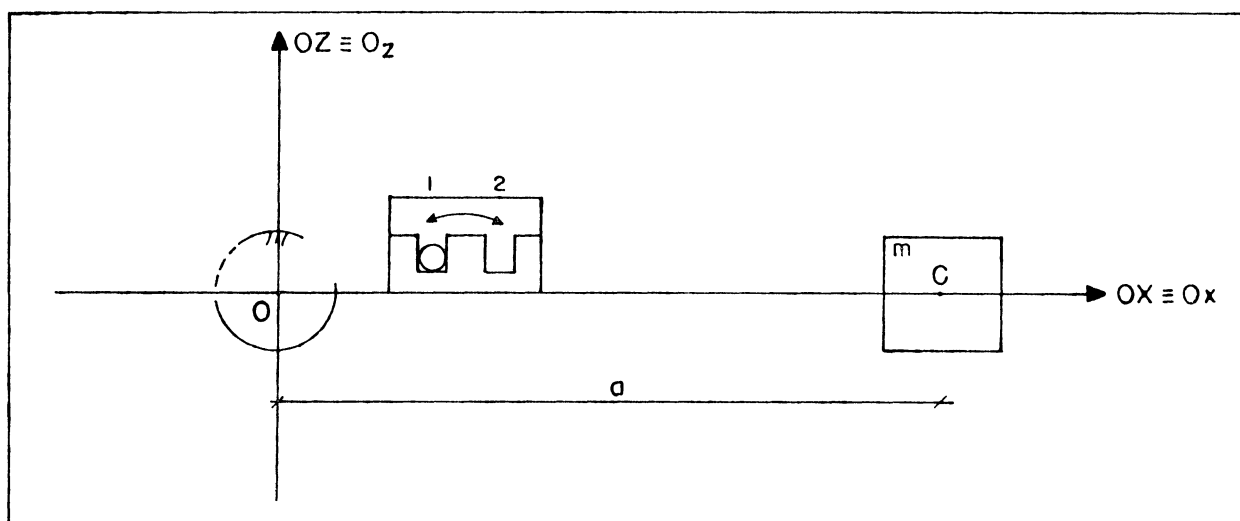
A forma experimental de se estudar a variação no registro causada por variações na pressão ambiente, e assim contar com a possibilidade de se efetuar correções no registro, é verificar o comportamento do gravímetro numa câmara barométrica. Se a deriva do instrumento for suficientemente conhecida, do registro efetuado por ocasião dos experimentos barométricos são subtraídos os seus efeitos e a maré teórica; a curva resultante permite corrigir as observações realizadas em operação normal desde que exista um registro paralelo da pressão atmosférica.

3.2.2 Mecanismo de calibração por esferas

No gravímetro Gs11 esse mecanismo consiste num receptáculo, contendo uma esfera móvel, preso á vigueta (Figuras 16 e 18). Tem por objetivo o controle do valor de escala do gravímetro

(relação entre uma diferença de gravidade e a correspondente diferença na leitura ótica) e a estimativa da dependência do valor de escala com relação ao trecho da escala de vidro graduada onde se realiza a leitura, em toda a extensão da mesma.

FIGURA 18 - DISPOSITIVO DE CALIBRAÇÃO POR ESFERA NO GRAVÍMETRO GS11.



Inclinando-se o gravímetro de 90 graus para a direita, de acordo com o esquema da Figura 18, a esfera passa da cavidade 1 para a segunda; o deslocamento angular da vigueta, após a reinstalação do aparelho na posição vertical e o seu renivelamento, corresponde a uma variação aparente da gravidade.

Tal deslocamento depende da gravidade local. A fórmula abaixo (GRAF, 1967; ASKANIA-WERKE A.G., 1956) permite realizar a calibração num dado local, considerando-se a proporção $e/e_0 = g/g_0$:

$$e = e_0 [1 + (g - g_0) / g_0]$$

Nessa fórmula, e representa a variação na leitura do instrumento (ou no registro do mesmo), expressa na unidade μGal , que resulta do deslocamento da esfera; e_0 , o valor determinado sobre uma linha de calibração; g_0 , a média dos valores da gravidade, na linha de calibração, que conduziram ao cálculo de e_0 ; g , a gravidade no local onde se efetua a determinação de e . Esse método é portanto relativo à base de aferição envolvida. O valor de e_0 é da ordem de 50000 μGal . A esfera é de bronze com diâmetro de 2,5mm; a distância d entre as suas duas posições possíveis é de 5mm.

Assim, para se determinar por exemplo o fator E_{gU} , calcula-se o valor de e pela expressão acima; inclina-se o gravímetro em ambos os sentidos, um certo número de vezes, deslocando a esfera; a média das diferenças das leituras assim obtidas, Δu , expressa em unidades instrumentais, permite calcular

$$E_{gU} = e / \Delta \bar{u} \text{ (}\mu\text{Gal/u)}$$

Essa quantidade é válida para a região da escala de vidro analisada, representada pela média das leituras feitas em cada uma das posições da esfera; essa operação pode ser estendida a uma porção maior da escala, sendo repetida por exemplo ao longo de um percurso com diferenças de altitude consideráveis (para o cálculo de e é suficiente um valor aproximado de g).

A aplicação desse método a um instrumento operando no modo

estacionário é restrita, já que nesse caso o mesmo deve ser submetido a transporte e condições ambientais diversas (determinação de e_0) e a manipulações extremas (determinação de E_{gU} ou, mais especificamente, de E_{gU} ou E_{gy}).

3.2.3 O controle da posição da vigueta

O controle mecânico, efetuado por meio de molas atuando diretamente sobre a vigueta, permite situá-la na posição desejada.

No campo, as leituras são feitas pelo método de zero, com a vigueta na posição horizontal: atua-se no parafuso de medida (elemento 3, Figura 16) até que o mostrador do galvanômetro indique uma corrente nula; ajusta-se o micrômetro ótico com o parafuso 4 e faz-se a leitura com o auxílio da ocular (elemento 1).

Uma considerável diferença de gravidade exige um ajuste prévio da vigueta com a mola de alcance de medida. Em operação estacionária, quando o gravímetro é transportado para uma estação onde irá funcionar durante um certo período, faz-se o ajuste prévio com o controle do alcance de medida, e o parafuso de medida é usado mormente para a compensação da deriva instrumental, a fim de que a posição média da vigueta na sua oscilação se mantenha aproximadamente no horizonte do eixo de rotação, e que a placa móvel do transdutor capacitivo permaneça, em média, em posição central com relação às placas fixas.

Outros meios de controle da vigueta, usados em pequenos

intervalos de tempo, são os métodos eletrostático e eletromagnético. O dispositivo eletrostático, objeto de alguns experimentos no Capítulo VI, foi instalado num certo número de gravímetros Askania pelo Prof. Bonatz.

3.2.4 Outros

O dispositivo para absorção de vibrações e microssismos é representado por uma campânula, presa à vigueta abaixo do dispositivo de calibração, e por uma câmara, fixa à base interna do compartimento do sensor (elementos 13 e 18, Figura 16). É um sistema pneumático de amortecimento: o diâmetro da campânula é muito próximo do diâmetro do encaixe da câmara, de modo que o ar contido na mesma opere como intermediário elástico entre a base do aparelho e a vigueta. As vibrações provocadas pelo tráfego, microssismos etc., transmitidos à vigueta pela sua suspensão, através das molas principais, têm a sua amplitude reduzida pelo dispositivo; sem o mesmo, a oscilação própria do sistema tem um período de cerca de 1,5 segundo.

Ao longo dos eixos das molas principais existem duas molas, mais finas, para a compensação das variações da temperatura.

A torção inicial das molas é ajustada por meio de dois parafusos laterais que atuam sobre os vínculos das mesmas ao corpo do instrumento.

3.3. OS DISPOSITIVOS PARA A DETECÇÃO DOS MOVIMENTOS DA VIGUETA

3.3.1 O dispositivo foto-elétrico original

O sistema foto-elétrico usado para as observações de campo, que se baseia na medida de uma variação angular na posição da vigueta, foi inicialmente adaptado ao registro contínuo das marés gravimétricas.

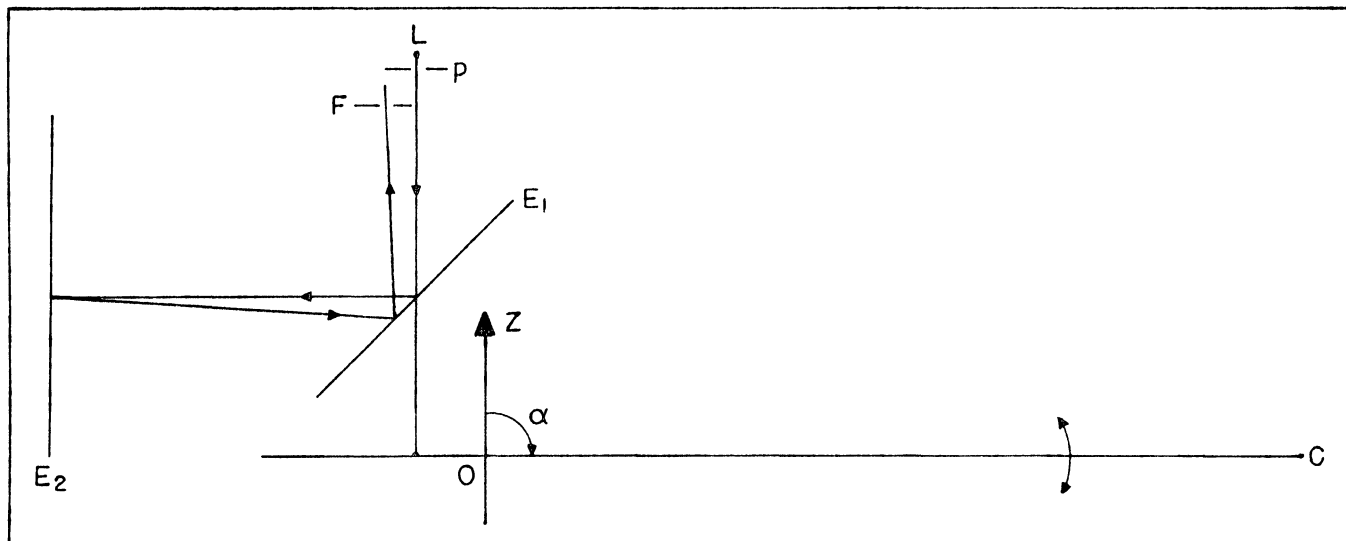
O esquema da Figura 19 permite descrever sumariamente esse dispositivo, empregado na observação das marés terrestres com os gravímetros Askania até meados da década de 1970.

A luz emitida por uma lâmpada (L) atravessa um condensador e atinge uma placa P, dotada de uma fenda, perpendicular ao plano do esquema, passando em seguida por uma objetiva. A imagem do retângulo luminoso assim formado é refletida no espelho plano E, solidário à vigueta (elemento 19, Figura 16), sendo novamente refletida pelo espelho E₂, fixo no corpo do instrumento; ela retorna a E₁ e é projetada no par de foto-elementos F.

O sistema é ajustado de forma que, estando a vigueta em posição horizontal, os dois foto-elementos recebam igual iluminação: nesse caso a diferença das correntes elétricas geradas por eles é nula (Fig. 20).

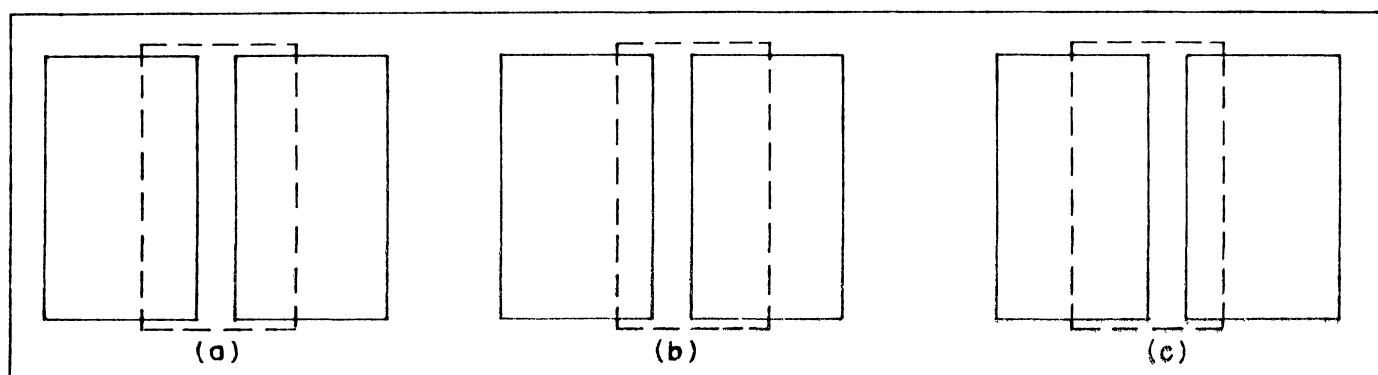
A diferença das correntes é coletada por um galvanômetro e apresenta a medida da posição da vigueta, relacionando-se dessa forma a variações da gravidade. A inclinação da vigueta sendo tal

FIGURA 19 - ESQUEMA DO DISPOSITIVO FOTO-ELÉTRICO ORIGINAL DO GRAVÍMETRO ASKANIA



que o ângulo α seja diferente de 90° , as áreas iluminadas dos dois elementos são desiguais e o galvanômetro acusa a presença de uma corrente diferencial, cuja intensidade é proporcional ao desvio de α em relação a 90° .

FIGURA 20 - IMAGEM DO RETÂNGULO LUMINOSO PROJETADA NO PAR DE FOTO-ELEMENTOS, SEGUNDO GRAF; (a) CORRESPONDE À SITUAÇÃO HORIZONTAL DA VIGUETA; EM (b) E (c) O ÂNGULO α É DIFERENTE DE 90° .



Na observação das marés gravimétricas faz-se então o

registro das variações da corrente diferencial emitida pelos foto-elementos.

O conjunto dos componentes fixos do sistema de medida (lâmpada, placa, condensador, espelho E_2 , foto-elementos) se vincula ao corpo do gravímetro; uma variação da inclinação do espelho fixo, por exemplo, resultaria num sinal perturbador erroneamente interpretado pelo sistema como uma variação da gravidade.

Esse sistema é extremamente delicado e instável; supõe a constância das propriedades foto-elétricas dos dois elementos e a igualdade das mesmas em ambos; a iluminação da lâmpada, que deve permanecer continuamente ativada (representando assim uma fonte de aquecimento), tende a diminuir com o tempo. O dispositivo deve ser calibrado com muita freqüência (deriva "elétrica").

3.3.2 O transdutor capacitivo

Baseia-se na medida de uma variação na posição do corpo de prova.

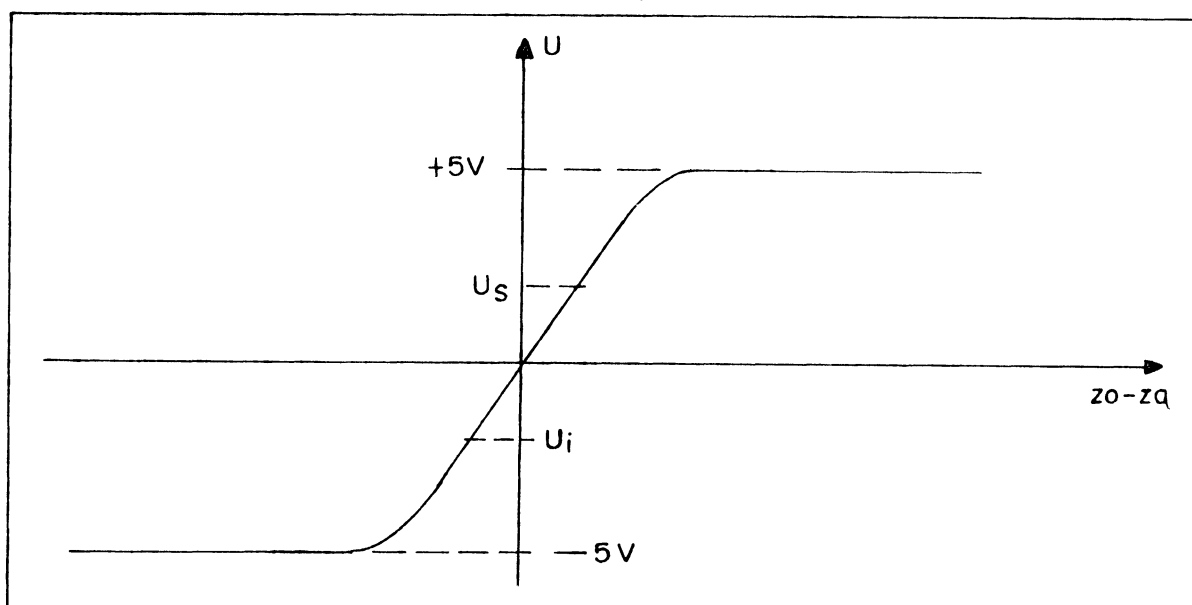
A substituição do método foto-elétrico pelo método capacitivo aumentou em cerca de 5 vezes a precisão das medidas no registro permanente das marés gravimétricas com os instrumentos Askania (WENZEL, 1976).

De acordo com MELCHIOR, 1983, o sistema adotado pelo Prof. Bonatz é tal que a Equação (04) assume a forma representada na igualdade mostrada em seguida:

$$U = -2U_0 \frac{z_0 - z_q}{z_3 - z_1} \text{sen} \omega t$$

onde $U_0 \text{sen} \omega t$ é a tensão alternada de frequência ω que alimenta o transdutor; U , tensão de saída, é uma função linear do deslocamento da vigueta, dentro de certos limites; a função, entre as posições extremas da placa intermediária (contato com as placas fixas), assume o aspecto indicado na Figura 21. A região em que ela pode ser considerada linear deve ser investigada experimentalmente em cada transdutor. A distância entre as placas fixas é da ordem de 1mm, sua área de aproximadamente 4cm^2 ; as

FIGURA 21 - TENSÃO DE SAÍDA EM FUNÇÃO DO DESLOCAMENTO DA PLACA INTERMEDIÁRIA. A REGIÃO DE LINEARIDADE DA FUNÇÃO É ASSINALADA POR U_s E U_i . AS ORDENADAS $\pm 5\text{V}$ INDICAM O CONTATO DA PLACA INTERMEDIÁRIA COM UMA DAS PLACAS FIXAS (SUPERIOR OU INFERIOR, DEPENDENDO DA POLARIDADE).



condições de paralelismo e de que as placas sejam perfeitamente

planas sendo só aproximadas na prática, além da existência de outras particularidades concernentes a cada circuito individual, impossibilitam uma avaliação teórica precisa.

Na posição da vigueta correspondente a $\alpha = 90^\circ$, estando as placas fixas devidamente ajustadas, o sistema apresenta uma tensão nula já que nesse caso $z_0 - z_Q = 0$. A constância da tensão de alimentação do transdutor é essencial: variações da mesma provocam o aparecimento de sinais perturbadores.

Esse sistema foi desenvolvido no Instituto de Geodésia Teórica da Universidade de Bonn. As exigências relativas à parte elétrica, entre outras a estabilização interna da fonte alimentadora, a saída para uma variação de $300\mu\text{Gal}$ na faixa de 100mV , constância do fator de calibração (E_{gU}) a cerca de $0,001$, foram satisfatoriamente cumpridas (BONATZ, 1973).

3.4 CONTROLE DA TEMPERATURA INTERNA

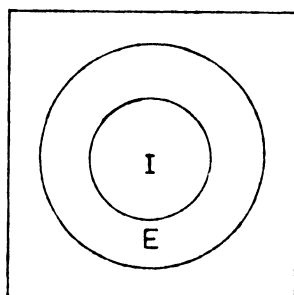
3.4.1 Termostatos

Oscilações da temperatura interna do instrumento, induzidas ou não por variações na temperatura da sala de observação, resultam no aparecimento de erros sistemáticos no registro.

O equipamento original para a estabilização térmica interna do gravímetro se compõe de dois termostatos. A câmara interna do instrumento, contendo o sensor (molas principais e corpo

de prova), e o espaço entre essa câmara e o invólucro exterior do instrumento formam dois ambientes termicamente controlados: o interno e o externo (Fig. 22).

FIGURA 22 - AMBIENTES TERMOSTATIZADOS DO GRAVÍMETRO ASKANIA: I, CÂMARA INTERNA CONTENDO O SENSOR; E, AMBIENTE EXTERNO.



Em cada ambiente, um termômetro de contato a mercúrio ativa e desativa a corrente de alimentação para o aquecimento; sua sensibilidade para a ativação ou desativação é de $\pm 0,01^{\circ}\text{C}$. A fim de se poder adaptar a temperatura do sensor às condições exteriores, as opções apresentadas no Quadro 03 são possíveis.

QUADRO 03 - TEMPERATURAS DE OPERAÇÃO DO GRAVÍMETRO

| AMBIENTE ($^{\circ}\text{C}$) | |
|---------------------------------|---------|
| INTERNO | EXTERNO |
| 25 | 23 |
| 35 | 33 |
| 40 | 38 |
| 45 | 43 |

O sistema é concebido de forma a manter a temperatura

interna maior que a externa, a fim de que o fluxo de calor se dirija constantemente no mesmo sentido. Um ajuste refinado das condições térmicas do aparelho se realiza com a seleção do nível de aquecimento, ou seja, da intensidade da corrente de alimentação (Quadro 04, com a intensidade da corrente apresentada em ampères).

QUADRO 04 - NÍVEIS DE AQUECIMENTO.

| NÍVEL | AMBIENTE (A) | |
|-------|--------------|---------|
| | INTERNO | EXTERNO |
| I | 0,6 | 1,0 |
| II | 1,1 | 1,6 |
| III | 1,6 | 2,4 |

A escolha da faixa da temperatura de operação dos termostatos é feita de acordo com a temperatura exterior, de modo que aquela se mantenha sempre superior a essa última em, pelo menos, 2°C. BONATZ, 1965, apresenta um estudo a respeito da melhor combinação da faixa de temperatura e nível de aquecimento, correspondente a uma dada temperatura média no local onde o instrumento opera (estação para registro permanente, campo), assumindo-se como **desideratum** a igualdade dos períodos de ativação e desativação dos termostatos: por exemplo, a temperatura média do compartimento de medida de uma estação sendo de 22°C ($\pm 2^\circ$), a faixa de temperatura de 45°C associada ao nível de aquecimento I

apresenta a combinação mais favorável.

3.4.2 Termistor

O equipamento termostático original, concebido para medidas no campo, não poderia preencher as condições extremas exigidas pelo registro das marés gravimétricas, ou seja, a manutenção da temperatura no ambiente interno a $\pm 0,0001^{\circ}\text{C}$, a fim de se obter a precisão de $\pm 1\mu\text{Gal}$ na medida de uma ordenada; oscilações periódicas da temperatura interna (entre semidiurnas e diurnas, causadas por variações periódicas da temperatura do recinto, na tensão de alimentação etc.) devem ser inferiores a $\pm 3 \cdot 10^{-6}^{\circ}\text{C}$, a fim de que se possa atingir a precisão de $\pm 0,03\mu\text{Gal}$ para as amplitudes das ondas principais da maré gravimétrica (WENZEL, 1976).

A estabilização eletrônica da temperatura, com o auxílio de um sensor térmico (termistor), de inércia muito menor que a dos termômetros de mercúrio, permite manter a temperatura constante a $\pm 10^{-4}^{\circ}\text{C}$ em pequenos intervalos de tempo (a frequência de ativação se reduz a 1 ou 2 ciclos por segundo); porém o sensor é sujeito a um efeito de deriva, que faz variar suas indicações com o tempo, o que compromete a estabilidade térmica em intervalos de tempo maiores, juntamente com as oscilações da temperatura do recinto. Essa deriva é da ordem, aproximadamente, de $0,001^{\circ}\text{C}$ por mês.

A respeito da influência das variações da temperatura

externa na temperatura interna, uma pesquisa (WENZEL, 1976) mostrou, para o gravímetro Askania BN-130, medindo a temperatura interna por meio de um termistor, para oscilações da temperatura no recinto de $0,1^{\circ}\text{C}$ de amplitude com período diário, oscilações periódicas da temperatura interna de $\pm 0,0015^{\circ}\text{C}$, com o termostato interno desligado; com o mesmo em atividade, a influência passa a ser de $\pm 0,00015^{\circ}\text{C}$.

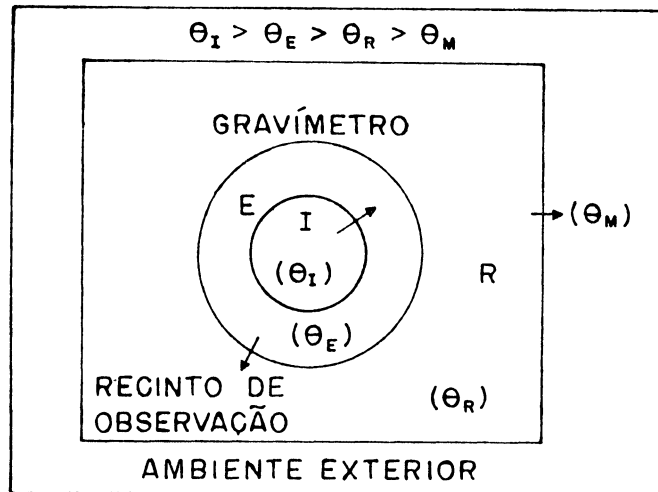
O termostato interno controlado pelo termômetro de contato, devido à inércia do mercúrio, é responsável por oscilações térmicas de curto período, da ordem de um minuto. Por essa razão, se as condições térmicas do local forem constantes, ele pode ser desativado.

Atualmente o ambiente de aquecimento interno do gravímetro é controlado por um termistor, o ambiente externo pelo termostato original.

A questão do regime térmico é de importância fundamental para se poder determinar a qualidade de uma estação de marés terrestres. As melhores condições se encontram no interior de minas (resultados fornecidos por um gravímetro Askania operando em Walferdange, Bélgica; BONATZ, 1992); porém, normalmente, as observações são conduzidas à superfície da terra.

O fluxo de calor entre dois meios depende da diferença de temperatura entre ambos: a situação mais favorável corresponde ao estabelecimento de um fluxo térmico com origem na câmara interna do gravímetro e evoluindo para o ambiente exterior à estação (Fig. 23).

FIGURA 23 - CONDIÇÕES FAVORÁVEIS PARA A ESTABILIZAÇÃO TÉRMICA DO GRAVÍMETRO, SOB O PONTO DE VISTA DO FLUXO TÉRMICO.



Como a temperatura θ_M é sujeita a variações consideráveis, é conveniente que a estação seja instalada num sub-solo; e, além disso, um termostato conectado a uma simples resistência elétrica pode ser instalado no próprio recinto onde as observações são coletadas.

Na estação de Curitiba a primeira série de observações com o gravímetro Askania V (1983-1985) foi realizada somente com o circuito de aquecimento externo; já na segunda série (1987-1989) o termostato interno, controlado por um termistor, foi ativado; o termistor foi instalado nas proximidades das molas principais. A análise mostrou que os resultados da segunda série foram sensivelmente melhores que os da primeira.

A estação de marés terrestres da Universidade de Hannover (República Federal da Alemanha) apresenta oscilações diárias da temperatura, no recinto de observação, da ordem de $\pm 0,01^\circ\text{C}$ por dia.

A variação diária resultante na temperatura do ambiente interno do gravímetro BN-130 é de cerca de $\pm 2 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}$, ordem de grandeza prescrita; isso indica que esse aparelho só pode operar eficientemente em recintos com elevadíssima estabilidade térmica.

Os experimentos mencionados em WENZEL, 1976, foram conduzidos com a introdução de um termistor na câmara interna do gravímetro, sendo registrada a saída do sensor, o qual exerce aí a função de termômetro. Devido às suas pequenas dimensões e à sua forma alongada, ele pode ser instalado praticamente em qualquer local nas vizinhanças do sistema elástico do gravímetro: um conjunto de termistores, situados em pontos estratégicos (junto às molas principais, à vigueta), permitiria uma análise pormenorizada dos fenômenos térmicos e das suas influências.

3.5 ALTERAÇÕES NA GEOMETRIA DO SENSOR

3.5.1 Deriva

No sensor gravimétrico dos aparelhos Askania a deriva instrumental propriamente dita, ou deriva mecânica, se manifesta de duas formas distintas, causadas pela variação secular do valor do módulo de torção μ do metal (aço) que constitui as molas principais: rotação da vigueta, e translação vertical do eixo em torno do qual se processam as oscilações da mesma.

Admitindo, em primeira aproximação, que a taxa de variação,

com respeito ao tempo, dos módulos de torção das duas molas principais sejam iguais, os dois movimentos ocorrem no plano vertical XOZ.

A rotação da vigueta resulta diretamente da variação do momento elástico do sensor; ver Equação (68):

$$M_f = 2K(\alpha_0 + \alpha)$$

com o que a equação do equilíbrio, Eq. (66), se escreve:

$$-mga \operatorname{sen} \alpha + 2K(\alpha_0 + \alpha) = 0$$

Com a alteração do coeficiente K , passando ele a assumir um valor K' ,

$$-mga \operatorname{sen} \alpha + 2K'(\alpha_0 + \alpha) \neq 0$$

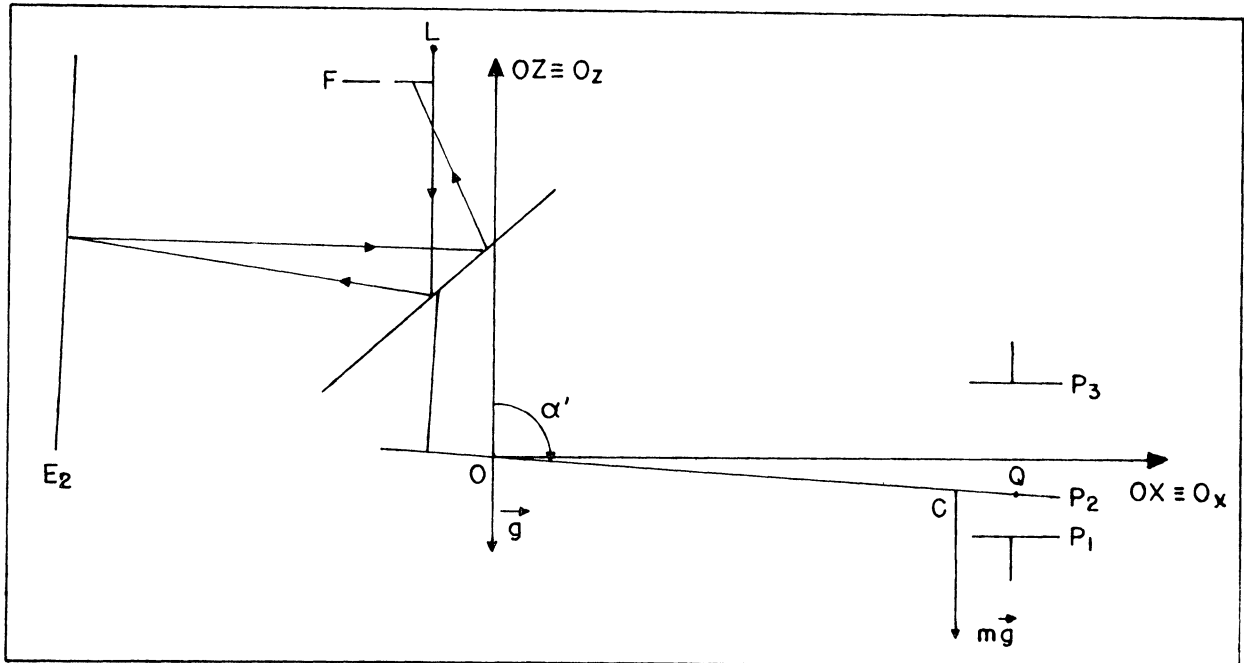
e a nova situação de equilíbrio se estabelece com um novo valor para o ângulo α :

$$mga \operatorname{sen} \alpha' + 2K'(\alpha_0 + \alpha') = 0$$

sendo, via de regra, $\alpha' > \alpha$. O deslocamento correspondente da vigueta resulta numa pseudo-variação da gravidade no registro (ou na observação ótica). Tanto no dispositivo foto-elétrico original como no transdutor capacitivo decorre desse efeito um sinal perturbador: ver Figura 24 (com referência às Figuras 19 e 06).

Ambos os sistemas observadores são representados em conexão ao mesmo sensor gravimétrico. Como resultado da rotação da vigueta em relação ao eixo O , o ponto Q da placa intermediária do transdutor se deslocou e gerou assim um sinal no capacitor. Por outro lado, o eixo do retângulo luminoso projetado nos foto-

FIGURA 24 - ROTAÇÃO DA VIGUETA: EFEITO NOS DETETORES CAPACITIVO E FOTO-ELÉTRICO. A SITUAÇÃO DE ORIGEM É PARA $\alpha = 90^\circ$, PLACA P_2 NO HORIZONTE DE O, EIXO CENTRAL DO FEIXE LUMINOSO NO CENTRO DO INTERVALO ENTRE OS FOTO-ELEMENTOS

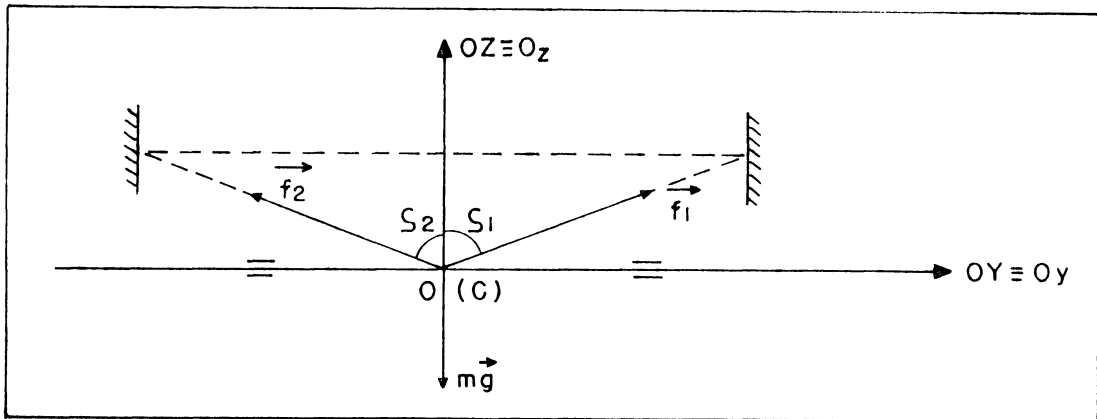


elementos não atinge a separação entre os mesmos, que se encontram desigualmente iluminados: o galvanômetro acusa a presença de uma corrente diferencial. O efeito é similar ao de uma variação da gravidade, já que ele se baseia no próprio princípio da medida.

A translação da vigueta pode ser ilustrada mediante o esquema da Figura 25, com a situação de equilíbrio estático criada pelas trações \vec{f}_1 e \vec{f}_2 e o peso do corpo de prova.

As quantidades k_1 e k_2 são funções, como K , do módulo de torção das molas principais; ver Equação (25). As trações das duas molas são:

FIGURA 25 - TRAÇÃO DAS MOLAS PRINCIPAIS E PESO DO CORPO DE PROVA; VIGUETA HORIZONTAL, CENTRO DE MASSA PROJETADO EM O.



$$f_1 = k_1(l_1 - l_{01}) \quad f_2 = k_2(l_2 - l_{02})$$

Aí, l_1 e l_2 são os comprimentos das molas tracionadas, l_{01} e l_{02} são os comprimentos iniciais das mesmas. Admitindo que o eixo da vigueta (projetado em O) esteja no meio da distância horizontal que separa os vínculos das molas, que os eixos das mesmas bem como suas propriedades sejam iguais, resulta:

$$f_1 = f_2 = k(l - l_0) = f$$

$$\delta_1 = \delta_2 = \delta$$

Logo, o equilíbrio do ponto O do eixo de rotação da vigueta é descrito por:

$$mg = 2f \cos\delta = 2k(l - l_0) \cos\delta$$

Com a variação dos módulos de torção e, conseqüentemente, de k , ocorre como regra geral o aumento do comprimento das molas e a diminuição dos ângulos δ . Para um novo valor de k :

$$mg \neq 2k'(l-l_0) \cos\delta$$

e o equilíbrio do eixo de rotação ocorre para

$$mg = 2k'(l'-l_0) \cos\delta'$$

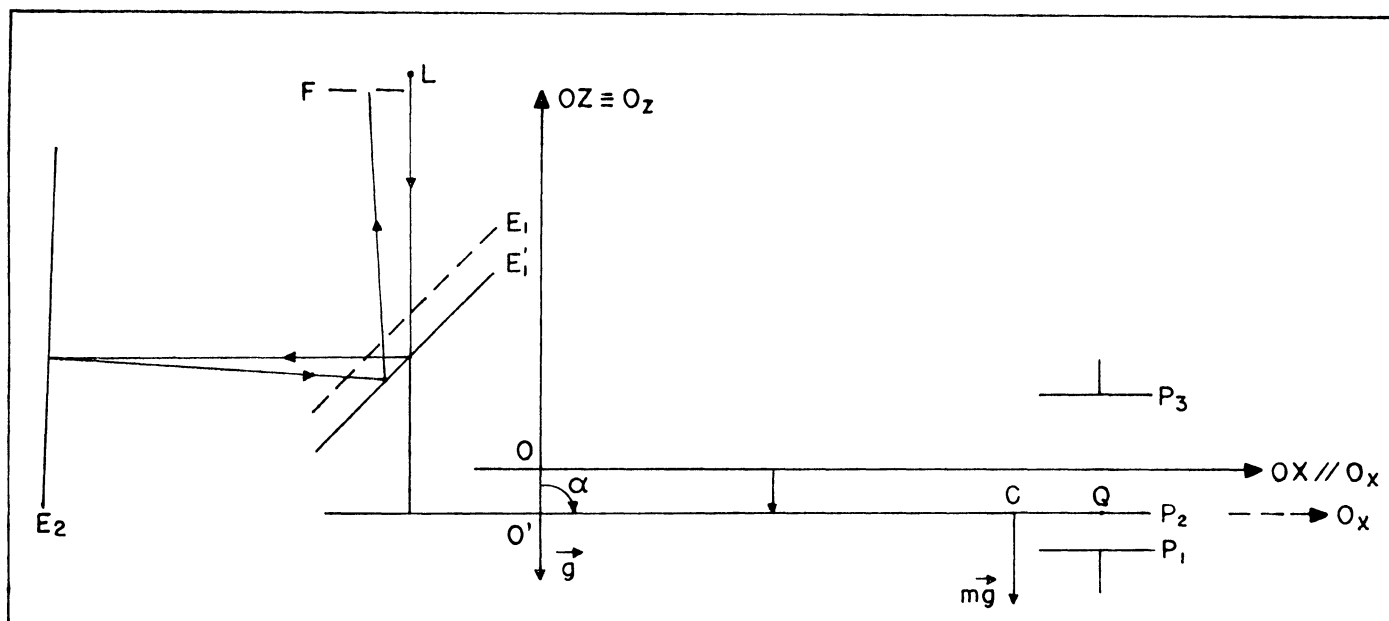
Esse efeito é responsável por uma translação vertical permanente da vigueta e do seu eixo de rotação, bem como do sistema instrumental, definido a partir desse último. O resultado é o aparecimento de um sinal espúrio no detetor capacitivo, o que não ocorre no dispositivo foto-elétrico (ver Fig. 26), uma vez que o espelho E_1 sofre nesse caso um deslocamento paralelo a si mesmo: o galvanômetro não registra a presença de uma corrente diferencial. Porém, isso é válido dentro de certos limites, devido à ligeira inclinação do plano do espelho E_2 em relação à vertical.

A deriva instrumental do gravímetro Askania se compõe então de duas parcelas, a de rotação e a de translação, que se verificam concomitantemente, uma vez que se devem à mesma causa: a variação irreversível do módulo de torção das molas principais. O transdutor capacitivo, detectando deslocamentos, é sensível às duas parcelas; o detector fotoelétrico, concebido para medir variações angulares, é mais sensível à rotação da vigueta.

As duas molas verticais do ajuste do alcance das medidas (elemento 10, fig. 16) e de medida (elemento 7, Fig. 16), que atuam diretamente sobre a vigueta, também contribuem à componente rotacional da deriva.

Uma observação deve ser registrada aqui. O dispositivo

FIGURA 26 - TRANSLAÇÃO DA VIGUETA: EFEITO NOS DETETORES.



compensador para a pressão atmosférica tende a impedir a rotação da vigueta sob o efeito de uma variação da densidade no meio em que opera o sensor; no entanto, ele é inoperante a respeito de uma translação vertical do conjunto formado pela vigueta, corpo de prova e anexos, resultante de alterações na pressão atmosférica; por isso o transdutor capacitivo é mais sensível a mudanças de pressão que o detetor foto-elétrico.

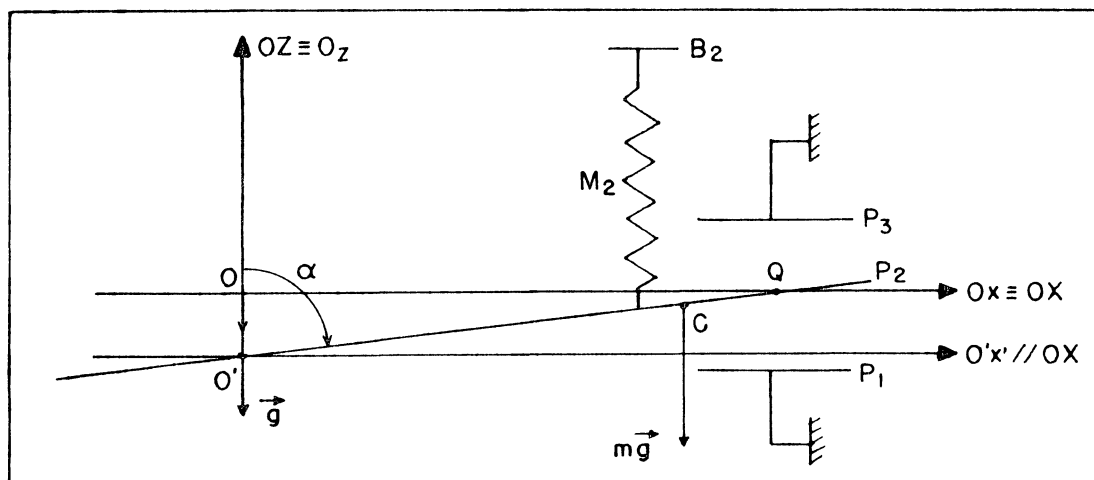
Alguns comentários são apresentados aqui a respeito dos resultados da compensação da deriva instrumental mecânica.

Com o dispositivo foto-elétrico, em princípio, só se faz necessária a compensação para o movimento rotatório da vigueta, com o uso do botão micrométrico de medida: atua-se no mesmo até se obter uma corrente diferencial nula, de preferência numa época em que a componente vertical da atração luni-solar seja

aproximadamente nula (para isso é suficiente o conhecimento da maré teórica). Desse modo é restabelecida a posição horizontal média para a vigueta; na prática não há limites para a translação da mesma, considerando-se a vida útil do instrumento; e a posição insensível à inclinação se mantém.

O transdutor capacitivo, a menos que seja dotado de um sistema de ajuste no sentido vertical, para o conjunto das duas placas fixas, estabelece um limite para a translação da placa intermediária, solidária ao corpo de prova. A compensação para a deriva com o botão micrométrico do modo descrito acima, buscando-se obter a saída nula com um valor próximo de zero para a componente vertical da maré gravimétrica, gera a situação descrita na Figura 27.

FIGURA 27 - COMPENSAÇÃO PARA A DERIVA COM O USO DO BOTÃO MICROMÉTRICO. O' REPRESENTA A ORIGEM ANTERIOR DO SISTEMA DE COORDENADAS, O A NOVA ORIGEM, CONTIDA NO EIXO DE ROTAÇÃO ATUAL DA VIGUETA.

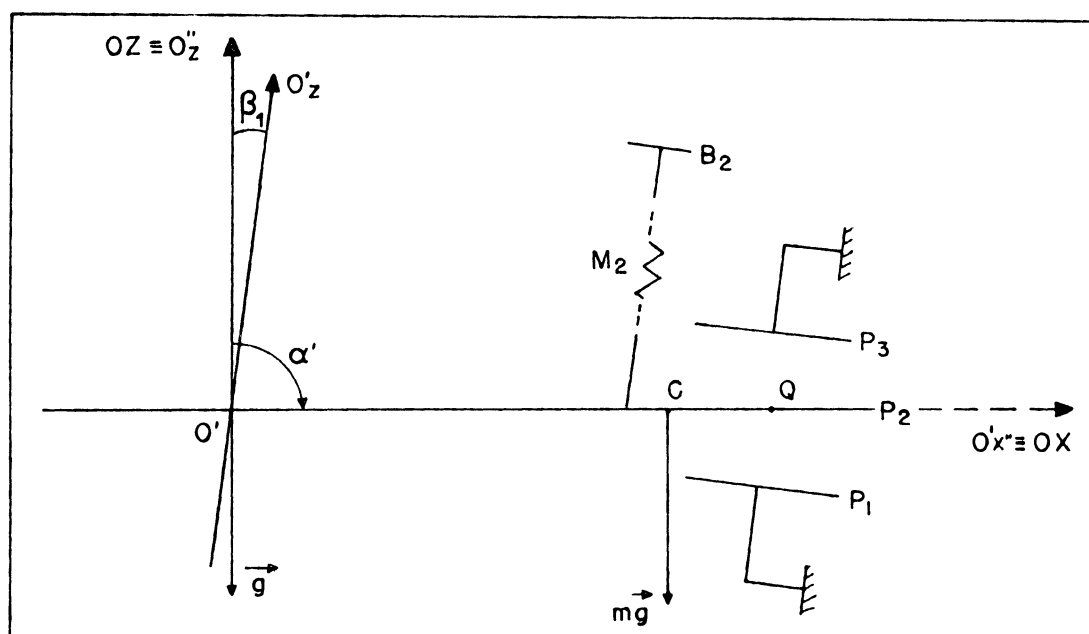


A vigueta oscila em torno de uma posição que indica uma

saída nula do transdutor, mas essa posição não corresponde à de medida: a inclinação da vigueta não é um ângulo reto. Além disso, a placa intermediária P_2 não é mais paralela a P_1 e P_3 , situação exigida para o funcionamento regular do transdutor capacitivo.

Esse efeito pode ser parcialmente compensado por uma inclinação longitudinal do instrumento (Fig. 28), uma vez que,

FIGURA 28 - COMPENSAÇÃO FINAL PARA A DERIVA COM UMA INCLINAÇÃO LONGITUDINAL DO INSTRUMENTO ($\alpha' = 90^\circ$).



nesse caso, a vigueta não se encontra na posição média da sensibilidade mínima à inclinação; existe uma componente do peso do corpo de prova perpendicular a OC e outra ao longo de OC, tendendo a deslocar o eixo de rotação; o momento da gravidade é reduzido, na posição média da oscilação.

A nova leitura do nível longitudinal I, correspondente à posição de sensibilidade mínima à inclinação, é determinada inclinando-se o instrumento e verificando a leitura do nível; define-se assim um novo sistema instrumental $O'x''y''z''$. No plano XOZ, o eixo da mola de medida M_2 e o eixo central das placas fixas do detetor capacitivo acham-se inclinados segundo um ângulo β_1 em relação à vertical, e o não-paralelismo da placa móvel em relação às fixas subsiste, o que, após um certo intervalo de tempo, exigirá a abertura do aparelho para um reajuste mecânico do sistema detetor. A "deriva" do ponto insensível à inclinação, ou taxa de variação da leitura do nível I que lhe corresponde em relação ao tempo, fornece uma indicação acerca da estabilidade do sistema relativamente à translação da vigueta.

Com a possibilidade de se reajustar verticalmente as placas fixas, é suficiente pela inclinação do gravímetro estudar a posição de sensibilidade mínima, com a situação expressa na Figura 28, nivelar o instrumento de acordo com esse estudo e obter a saída zero do transdutor movendo-lhe as placas P_1 e P_3 (admite-se que ambas sejam solidárias a uma peça única presa ao corpo do instrumento). Dessa forma é evitada uma rotação do sistema instrumental e o conseqüente afastamento da placa intermediária com respeito à situação paralela às placas fixas. Um botão micrométrico associado ao suporte das placas fixas forneceria uma indicação numérica aproximada acerca da translação da vigueta; para a rotação da mesma, tal indicação pode ser fornecida pela "deriva" da leitura do nível I associada ao ponto insensível à inclinação

(desde que esse nível não apresente ele mesmo uma deriva, o que, nas condições constantes de temperatura que reinam numa estação de marés, é pouco provável). Mas tal indicação teria, apenas, um caráter global, para um intervalo de tempo mais ou menos extenso, mascarando as possíveis componentes periódicas da deriva.

Um meio para se obter a deriva do gravímetro é a comparação da maré teórica calculada, com a maré observada expressa em unidades gravimétricas registrada pelo aparelho, numa estação onde os parâmetros da maré tenham sido previamente determinados, e com o conhecimento do fator de escala E_{gU} ou E_{gy} do instrumento e da sua função de transferência das frequências. As observações conduzidas pelo gravímetro são comparadas com as pseudo-observações realizadas pelo mesmo instrumento sem deriva, ou seja, com a maré teórica convertida em unidades do registro (mm) ou unidades elétricas de saída do transdutor capacitivo (mV) pelo fator de escala, e associada aos erros em amplitude e fase do aparelho. A seqüência de diferenças assim obtidas, repetidas periodicamente, permite corrigir as seqüências de observações realizadas entre os períodos de controle, mediante um processo qualquer de interpolação.

A influência das temperaturas interna (na câmara do sensor gravitacional) e externa (no recinto de observação) na deriva instrumental pode ser reduzida a um mínimo pelo controle térmico do instrumento e pela constância da temperatura na sala das observações. Conforme BONATZ, 1965, pode-se admitir a existência de uma deriva "pura", ocorrendo em condições de medida perfeitamente

constantes, e uma deriva "distorcida", afetada pelas condições ambientais, mormente relacionadas à temperatura. A deriva instrumental estática, objeto dessas linhas, se apresenta sob duas formas: uma variação contínua nas ordenadas da linha média do registro, interrompida (com períodos variáveis) por descontinuidades ou "saltos", quando ocorre num intervalo de tempo curto uma variação considerável das indicações dadas pelo instrumento.

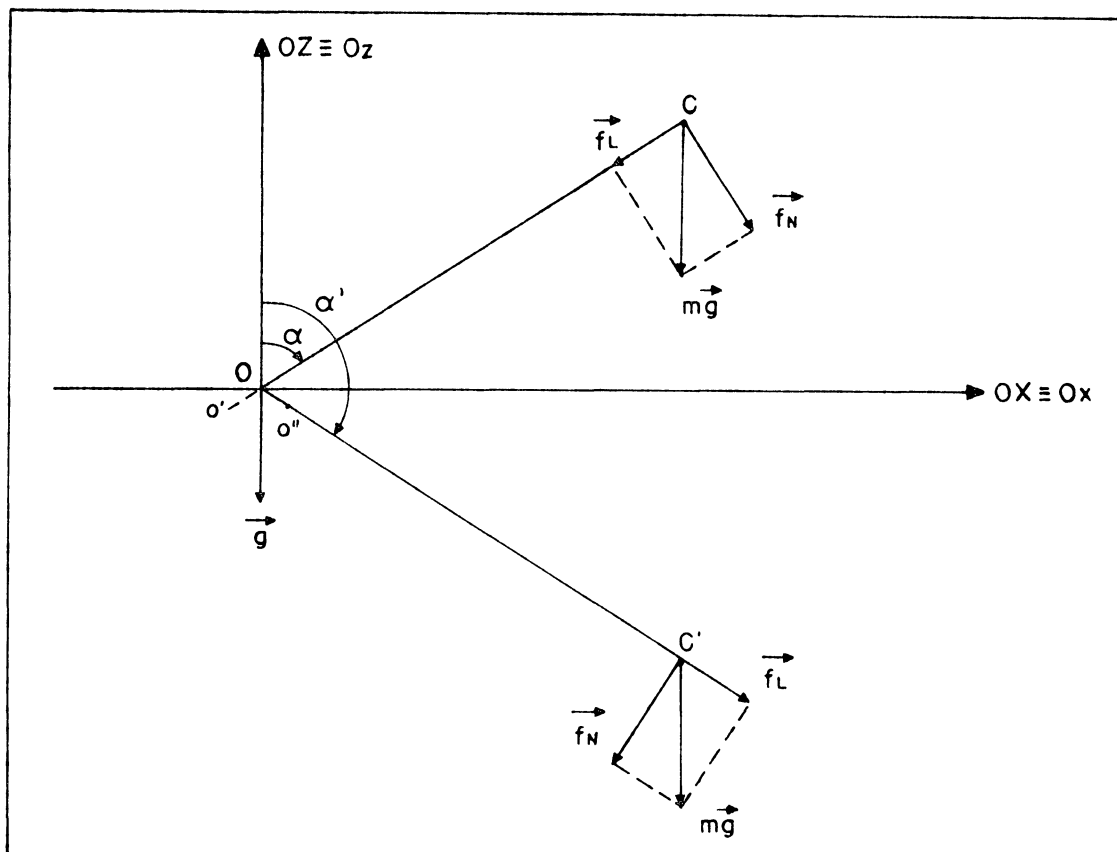
3.5.2 Operação, inclinação.

Tanto em operação normal como nos experimentos que envolvem a inclinação do gravímetro, a vigueta oscila relativamente a uma posição média; se essa última for horizontal, ela corresponde à situação de momento máximo da gravidade, ou de sensibilidade mínima à inclinação.

Quando a vigueta se encontra inclinada em relação ao horizonte do seu eixo de rotação, duas componentes da gravidade atuam sobre ela: uma, a componente normal, perpendicular ao eixo OC (definido pelo centro de massa do corpo de prova e pela origem do sistema instrumental); outra, a componente longitudinal, cuja direção é definida pelo próprio eixo da vigueta OC (Figura 29).

Para um ângulo de inclinação menor que 90 graus, a componente longitudinal tende a alterar a posição da origem do sistema instrumental, deslocando-o para a esquerda; o contrário

FIGURA 29 - COMPONENTES DO PESO DO CORPO DE PROVA ATUANDO SOBRE A VIGUETA.



ocorre quando a vigueta se encontra abaixo do horizonte de O . O modo particular de suspensão das molas principais do gravímetro provoca então, para o percurso CC' do centro de massa do corpo de prova, um deslocamento $O'O''$ do eixo de rotação da vigueta. Esse movimento não é livre, devido à reação das molas e de seus vínculos de sustentação (elementos 21, Fig. 16), mas o seu efeito é o de alterar a posição de C relativamente à origem comum dos sistemas local e instrumental; há uma variação do comprimento do braço de alavanca, e os momentos elásticos e da gravidade encontram-se alterados em princípio.

CAPÍTULO IV OS EXPERIMENTOS DE INCLINAÇÃO

4.1 DESCRIÇÃO DOS EXPERIMENTOS

É importante salientar que os instrumentos submetidos aos experimentos descritos aqui pertencem à série dos gravímetros modificados pela inclusão nos mesmos do transdutor capacitivo de posição: os modelos originais foram concebidos para a detecção de variações angulares, e não de distâncias (ver Capítulo III, item 3.3.1). O projeto básico desses aparelhos não é, assim, posto em causa.

As atividades em laboratório foram realizadas entre agosto e outubro de 1989, na estação de marés terrestres do Instituto de Geodésia Teórica da Universidade Renana Frederico-Guilherme, Bonn, com uma série de cinco gravímetros Askania.

O modelo matemático testado foi o da variação aparente da gravidade resultante da inclinação do instrumento:

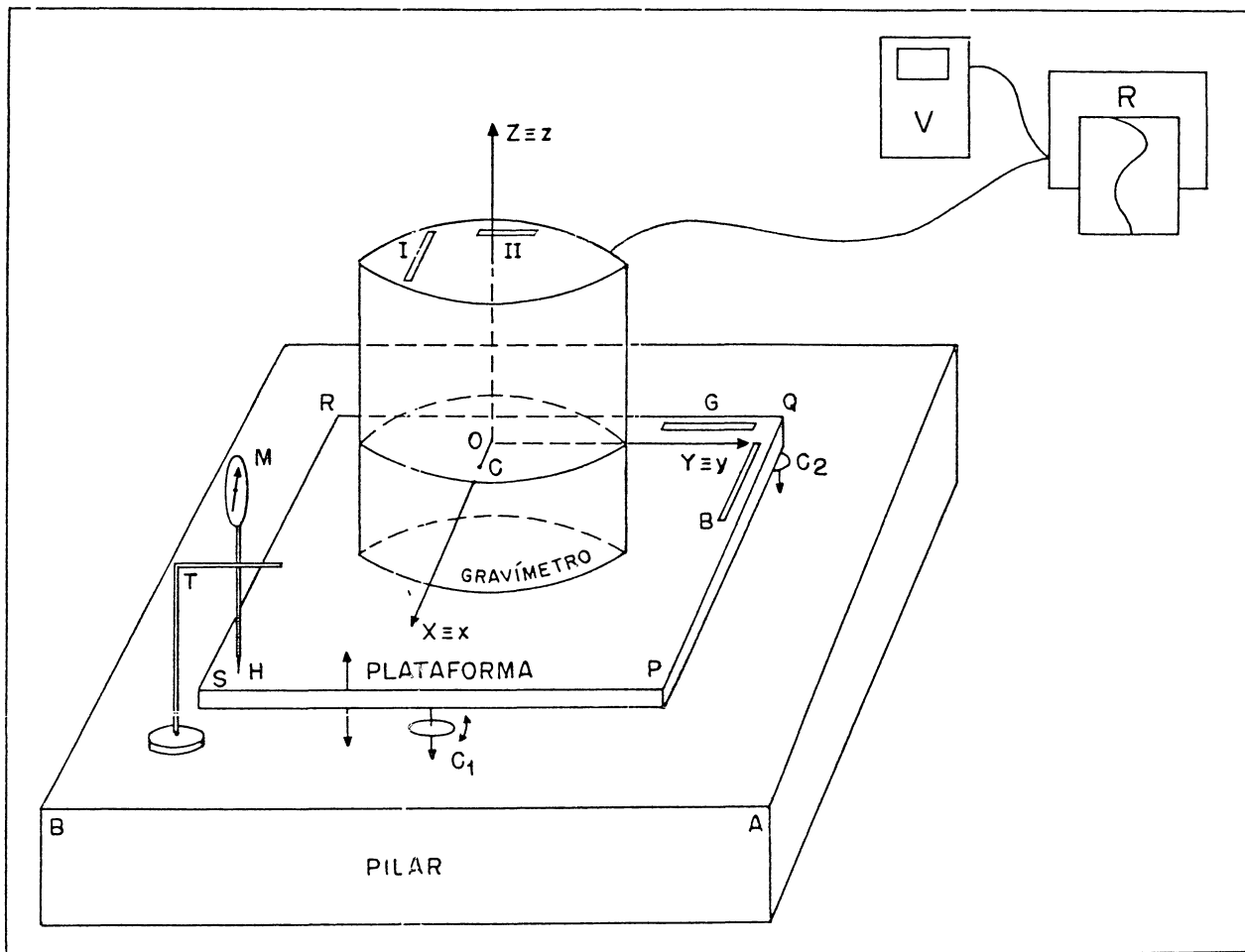
$$\Delta U = -\frac{g_0}{2E_{gU}} (\Delta\beta)^2 \quad (74)$$

onde ΔU é a variação do sinal de saída causada por uma variação $\Delta\beta$ da inclinação do instrumento; g_0 é a gravidade no local onde as medidas são efetuadas; E_{gU} é o fator de escala, que relaciona a variação do sinal com a variação (real ou aparente) da gravidade.

Os gravímetros foram instalados sobre o pilar da estação, sobre uma plataforma reclinável, conforme mostra a Figura

30 na qual o gravímetro está colocado de forma que o nível

FIGURA 30 - O GRAVÍMETRO INSTALADO NO PILAR, SOBRE A PLATAFORMA RECLINÁVEL, NIVELADO E COM A VIGUETA EM OX; A POSIÇÃO É A INICIAL ($OXYZ \equiv Oxyz$)



de bolha longitudinal I e o eixo local OX estejam paralelos à aresta PQ da plataforma. O parafuso calante C_1 é movido, inclinando o gravímetro em torno de um eixo paralelo ao nível transversal II ,

ao eixo local OY (eixo de rotação da vigueta) e à aresta QR da mesa. Os parafusos calantes C_2 e C_3 (esse último não é visível na figura, sendo situado abaixo do canto R da mesa) são mantidos fixos durante a série de inclinações.

A cada movimento de C_1 corresponde uma leitura no micrômetro de contato M, cuja haste móvel H é apoiada na placa. O dispositivo de sustentação T é regulado de forma que a haste permaneça em contato com a placa, em toda a amplitude correspondente a uma série de inclinações. A resolução do micrômetro é de $1\mu\text{m}$. A distância entre o ponto de apoio da haste e a aresta QR da plataforma, correspondente à linha unindo os eixos dos parafusos calantes C_2 e C_3 , é de 500mm.

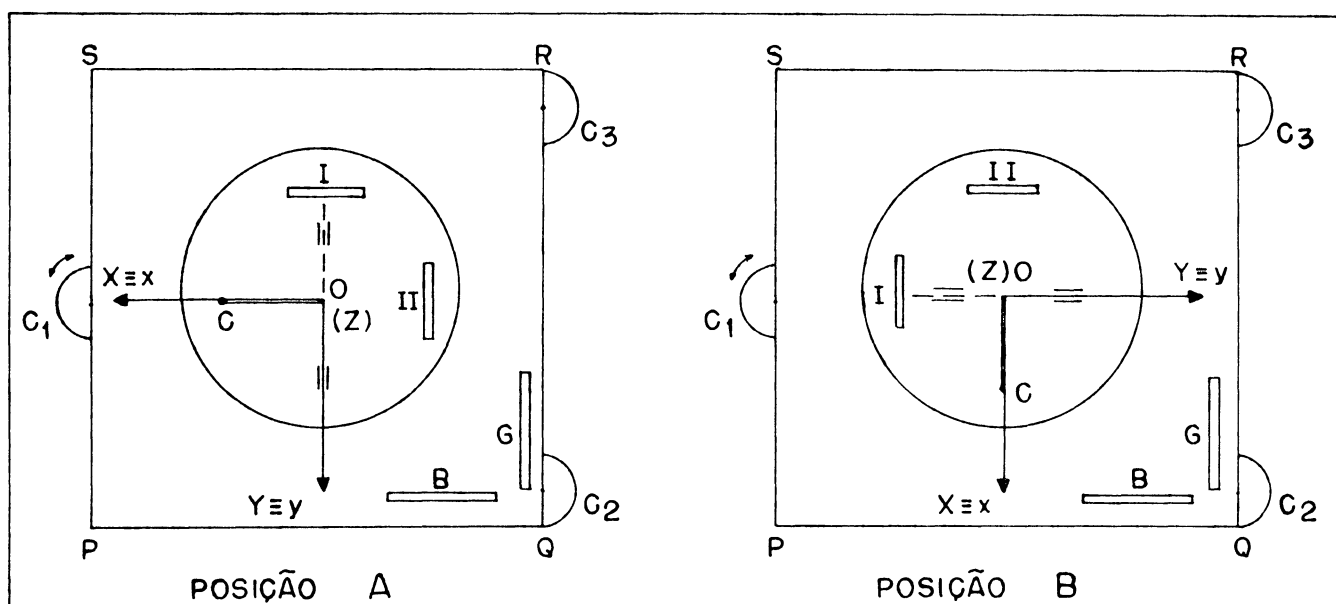
Ao mesmo movimento de C_1 se refere uma leitura no voltímetro V, correspondendo à saída do gravímetro: é a indicação do transdutor capacitivo relativa à posição da vigueta. Após a ação sobre C_1 , aguarda-se alguns instantes até a estabilização das indicações do voltímetro. A saída também é indicada no registrador analógico R. A resolução do voltímetro é de 1 mV.

Dois níveis de bolha, de precisão, G e B, graduados nominalmente de forma que uma divisão tenha um valor de 4", são colocados sobre a mesa, paralelamente às arestas QR e PQ. O nível G tem por função verificar a constância da posição da aresta PQ, ou seja, da leitura do nível II, durante uma série de inclinações do gravímetro, pois a resolução desse último nível é inferior à do nível G. O nível B fornece indicações aproximadas sobre a inclinação do nível I, sendo que os valores precisos dessa

inclinação são calculados a partir das leituras do micrômetro.

Cada gravímetro é submetido a dez séries de inclinações: cada série constitui um experimento. A Figura 31 define as duas posições, em azimute, assumidas pelo instrumento.

FIGURA 31 - POSIÇÕES A E B DO GRAVÍMETRO. NA POSIÇÃO A, O GRAVÍMETRO É INCLINADO DE TAL MANEIRA QUE ELE GIRA EM TORNO DE UM EIXO PARALELO AO NÍVEL II E AO EIXO DE ROTAÇÃO DA VIGUETA. NA POSIÇÃO B, O EIXO DE ROTAÇÃO DA VIGUETA GIRA NO PLANO VERTICAL YOZ.



Antes de iniciar a série de experimentos para um gravímetro, faz-se uma determinação aproximada das leituras dos níveis I e II que correspondem à mínima sensibilidade à inclinação. Na posição A, com o parafuso C_1 , efetua-se uma pequena série de inclinações (sete ou oito), lendo-se o nível I e a saída. À saída máxima corresponde a leitura do nível I correspondente à sensibilidade mínima. Em seguida, atua-se nos parafusos C_2 e C_3 , repete-se a operação para o nível II. As leituras assim

determinadas permitem nivelar o gravímetro de modo suficientemente preciso; essa operação preenche em parte as condições iniciais para cada experimento.

O Quadro 05 resume as condições em que são efetuados os experimentos na posição A de um gravímetro, ou seja, quando a série de inclinações se realiza de modo a fazer variar as indicações do

QUADRO 05 - CONDIÇÕES DOS EXPERIMENTOS NA POSIÇÃO A. O NÍVEL DE SAÍDA É REGULADO ANTES DO INÍCIO DE CADA EXPERIMENTO POR MEIO DO PARAFUSO DE MEDIDA DO GRAVÍMETRO. A INCLINAÇÃO DO NÍVEL II É LIDA NO NÍVEL G E É REFERIDA À POSIÇÃO DE SENSIBILIDADE MÍNIMA À INCLINAÇÃO.

| EXPERIMENTO | NÍVEL DE SAÍDA | INCLINAÇÃO CONSTANTE DO NÍVEL II |
|-------------|----------------|--|
| A1 | 0 V | 0 |
| A2 | +0,5V | 0 |
| A3 | -0,5V | 0 |
| A4 | 0 V | +40" |
| A5 | 0 V | -40" |

nível I.

Antes do início de cada experimento os níveis I e II são ajustados aos valores determinados previamente (o gravímetro é nivelado). Atua-se no parafuso de medida, sobre a vigueta, de forma a se obter o nível de saída desejado: esse é verificado pelas indicações do voltímetro. Em seguida, atuando-se em C_1 , diminui-se a leitura do micrômetro em cerca de $250\mu\text{m}$, abaixando-se a aresta PS da placa. A partir daí, imprime-se pequenas rotações a C_1 , de forma

a elevar a aresta PS com intervalos de cerca de 5 a $10\mu\text{m}$; lê-se o micrômetro, aguarda-se alguns segundos para a estabilização da vigueta, lê-se o voltímetro, a hora em tempo universal, o nível B e, de cinco em cinco conjuntos de leituras sucessivas, também os níveis I, II e G (esses dois últimos para verificar se as suas indicações permaneceram constantes). Após um deslocamento linear de cerca de $500\mu\text{m}$ indicado pelo micrômetro, o experimento está concluído. Atuando-se em C_1 , retorna-se à posição aproximada de sensibilidade mínima (o gravímetro, nessa ocasião, é renivelado).

Para os experimentos A4 e A5, a inclinação segundo o nível II é efetuada por meio dos parafusos calantes C_2 e C_3 e mantida constante durante a série de inclinações.

O Quadro 06 mostra as condições em que são realizados os experimentos na posição B (série de inclinações segundo o nível II).

QUADRO 06 - CONDIÇÕES PARA OS EXPERIMENTOS EM POSIÇÃO B.
OS ÂNGULOS CONSTANTES EM B4 E B5 SE REFEREM
À POSIÇÃO INSENSÍVEL À INCLINAÇÃO.

| EXPERIMENTO | NÍVEL DE SAÍDA | INCLINAÇÃO CONSTANTE DO NÍVEL II |
|-------------|----------------|--|
| B1 | 0 V | 0 |
| B2 | +0,5V | 0 |
| B3 | -0,5V | 0 |
| B4 | 0 V | +40" |
| B5 | 0 V | -40" |

Procede-se de maneira semelhante àquela descrita para a posição A. Para B4 e B5, inclina-se o instrumento segundo o nível I com os parafusos calantes C_2 e C_3 , mantendo-os fixos durante as séries de medidas.

Os Quadros 07 e 08 constituem extratos dos registros das observações nas posições A e B para o gravímetro I, para o qual se determinou previamente as seguintes leituras aproximadas dos níveis longitudinal e transversal, referentes ao estado de sensibilidade mínima à inclinação (o décimo é obtido por estima):

nível I: 6,5 divisões

nível II: 4,8 divisões

QUADRO 07 - EXTRATO DOS REGISTROS REFERENTES AO EXPERIMENTO IA1 (GRAVÍMETRO I, EXPERIMENTO A1) REALIZADO EM 17/09/89 ENTRE 12:09 E 13:42 (TEMPO UNIVERSAL).

| INSTANTE (TU) | MICRÔMETRO (μm) | SINAL (mV) | NÍVEIS DO GRAVÍMETRO (divisões) | | NÍVEIS DA PLATAFORMA (divisões) | |
|------------------|---------------------------------|---------------|---------------------------------------|-----|---------------------------------------|------|
| | | | I | II | G | B |
| . | . | . | . | . | . | . |
| . | . | . | . | . | . | . |
| 12:27 | 1902,5 | 21 | 7,0 | 4,8 | 4,0 | 9,8 |
| 12:29 | 1914,5 | 24 | | | | 10,5 |
| 12:30 | 1916,0 | 25 | | | | 12,0 |
| 12:31 | 1925,0 | 27 | | | | 12,2 |
| 12:33 | 1929,0 | 28 | | | | 17,0 |
| 12:35 | 1932,0 | 30 | 6,8 | 4,8 | 4,0 | 17,5 |
| . | . | . | . | . | . | . |
| . | . | . | . | . | . | . |

Pode-se verificar que, nesse experimento, as indicações dos níveis II e G permanecem constantes; na série IB1 (Quadro 08), as leituras dos níveis I e G são constantes, de acordo com as condições expressas nos Quadros 05 e 06).

QUADRO 08 - EXTRATO DOS REGISTROS PARA O EXPERIMENTO IB1 (GRAVÍMETRO I, EXPERIMENTO B1), REALIZADO EM 23/08/89 ENTRE 12:37 E 14:03 (TEMPO UNIVERSAL).

| INSTANTE (TU) | MICRÔMETRO (μm) | SINAL (mV) | NÍVEIS DO GRAVÍMETRO (divisões) | | NÍVEIS DA PLATAFORMA (divisões) | |
|---------------|------------------------------|------------|---------------------------------|-----|---------------------------------|------|
| | | | I | II | B | G |
| . | . | . | . | . | . | . |
| . | . | . | . | . | . | . |
| 12:54 | 1914,5 | -40 | 6,3 | 4,0 | 4,0 | 7,8 |
| 12:55 | 1921,0 | -35 | | | | 8,4 |
| 12:56 | 1930,0 | -33 | | | | 9,0 |
| 12:57 | 1935,0 | -32 | | | | 8,7 |
| 12:58 | 1939,5 | -30 | | | | 9,3 |
| 12:59 | 1945,0 | -27 | 6,3 | 4,3 | 4,0 | 10,2 |
| . | . | . | . | . | . | . |
| . | . | . | . | . | . | . |

As Figuras 32 e 33 esquematizam a situação dos sistemas instrumental (Oxyz) e local (OXYZ) e da vigueta, estando preenchidas as condições iniciais dos experimentos nas posições A e B, respectivamente.

A quantidade U_0 representa a tensão de saída do transdutor capacitivo, regulada pela ação sobre a vigueta do parafuso de medida do gravímetro: isso é parte da preparação de

FIGURA 32 - EXPERIMENTOS EM POSIÇÃO A: CONDIÇÕES INICIAIS

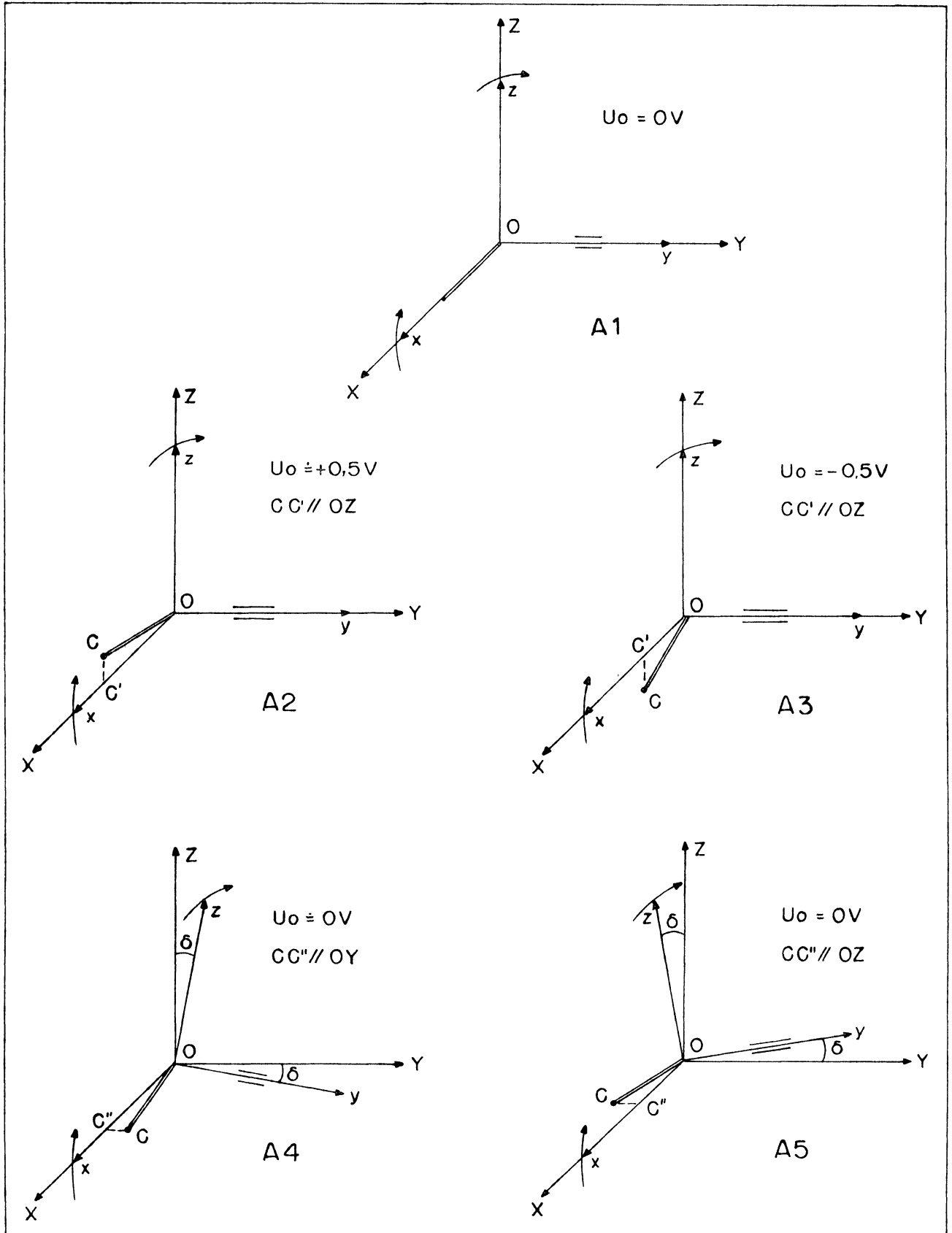
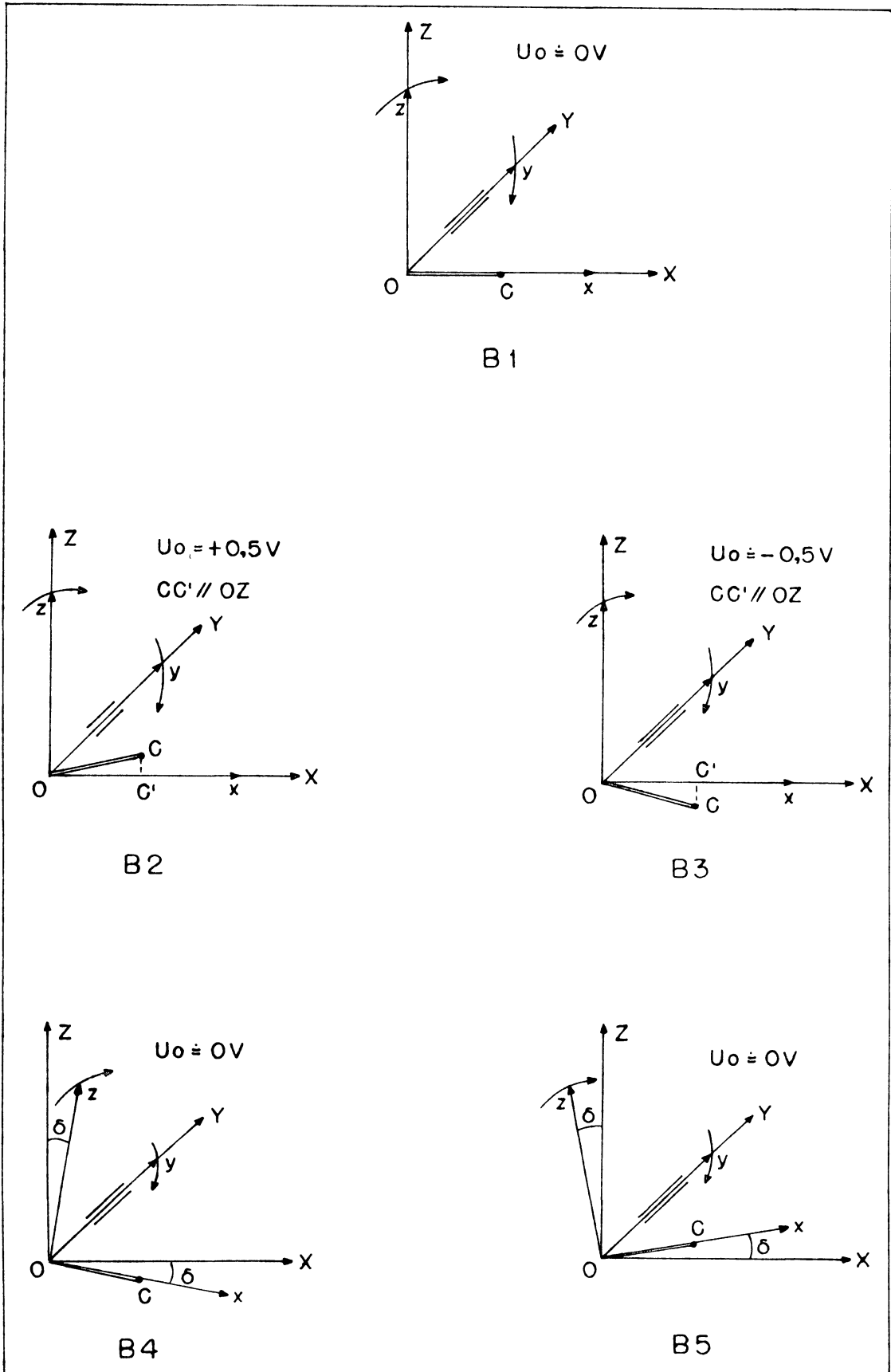


FIGURA 33 - EXPERIMENTOS EM POSIÇÃO B: CONDIÇÕES INICIAIS



cada experimento.

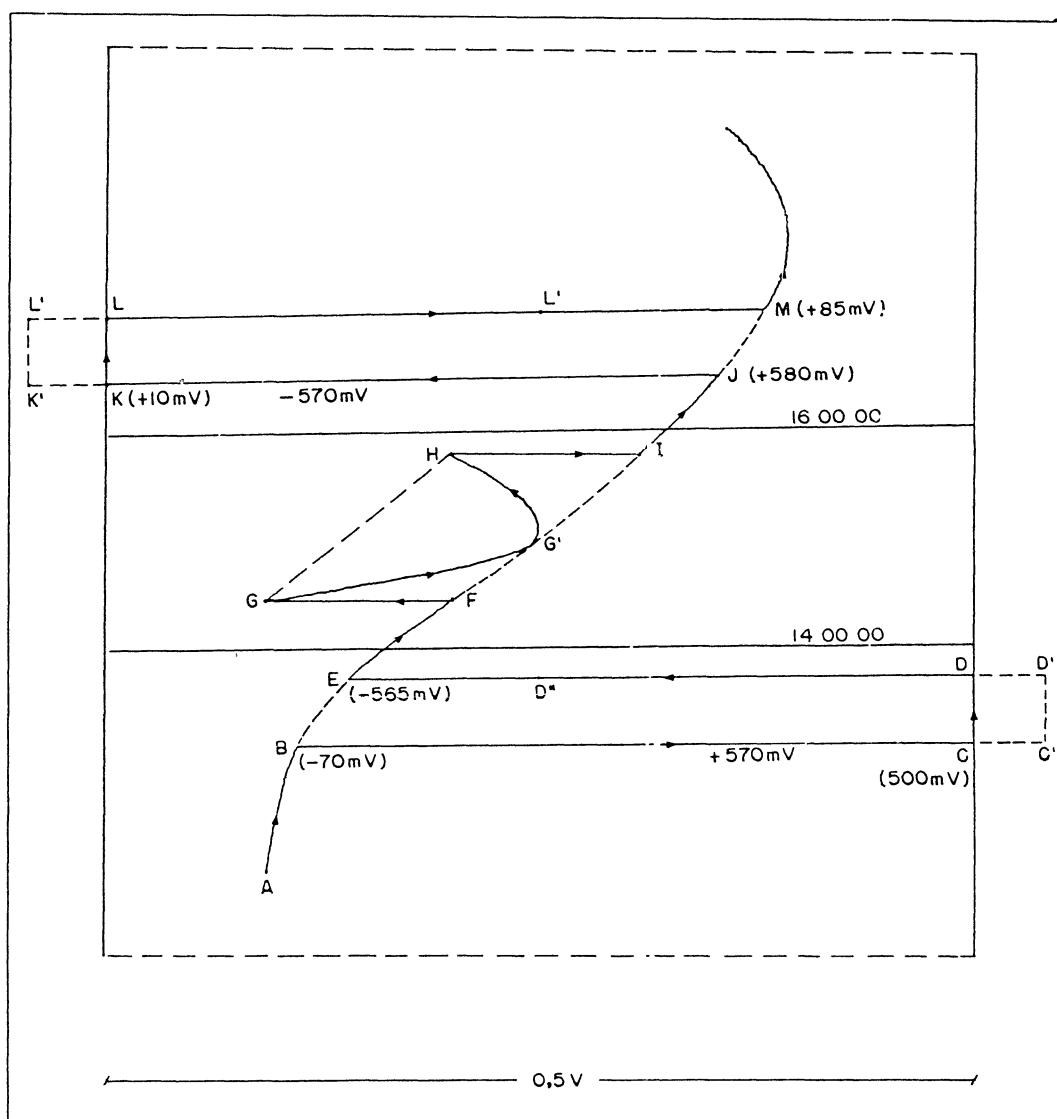
Nos experimentos A1, A2, A3 e B1, B2, B3, as condições iniciais são completadas pelo nivelamento do gravímetro, de acordo com as leituras dos níveis I e II determinadas para a posição de mínima sensibilidade à inclinação. Para os experimentos A4 e A5, tais condições prevêm uma inclinação, constante durante os mesmos, do eixo Oy, de 40" e -40" respectivamente. A vigueta, sob a ação do peso do corpo de prova, se desloca para a direita ou para a esquerda; a componente vertical desse deslocamento é removida com o parafuso de medida quando se introduz $U_0 = 0$ V. O eixo Ox é nivelado (nível I).

Nos experimentos B4 e B5 a inclinação de 40" e -40" (ângulo δ) é imposta ao eixo Ox. Como a inclinação se realiza em torno de um eixo paralelo a OY, não surge teoricamente componente horizontal do deslocamento da vigueta. A condição $U_0 = 0$ V se realiza com o parafuso de medida. O eixo Oy, que contém o eixo de rotação da vigueta, é nivelado para as condições iniciais com o nível II.

Não se considera nas Figuras 32 e 33 o deslocamento do eixo de rotação. Os arcos orientados simbolizam os deslocamentos dos eixos Ox e Oz (experimentos A), Oy e Oz (experimentos B) correspondentes às séries de leituras do micrômetro e do voltímetro.

Os experimentos foram realizados sem interromper o registro analógico, o que facilitou a execução dos mesmos e possibilitou uma redução preliminar das observações de tensão

FIGURA 34 - EXTRATO DA FOLHA DO REGISTRADOR ANALÓGICO POR OCASIÃO DO EXPERIMENTO IA2. O ALCANCE DE MEDIDA É DE 500 mV. AS QUANTIDADES ENTRE PARENTESIS FORAM OBSERVADAS NO VOLTÍMETRO.



elétrica da saída. A Figura 34 mostra o aspecto do registro por ocasião de um experimento (IA2).

Entre os pontos A e B a curva é registrada normalmente, com o gravímetro instalado de acordo com as condições iniciais (ver Figura 32). No ponto B, a leitura da saída indica aproximadamente - 70 mV.

O experimento IA2 deve ser efetuado com uma posição da vigueta tal que o nível de saída seja de cerca de +500mV. Para isso, estando a pena do registrador em B, atua-se no parafuso de medida do gravímetro (leitura inicial: 5121,2 unidades instrumentais), buscando, pela observação do voltímetro, o nível desejado. A pena se desloca até C (alcance máximo), o trecho CC' indicando o seu percurso se o alcance de medida do registrador fosse maior; o voltímetro indica cerca de +500mV, o parafuso 5115,0 unidades. Aguarda-se alguns minutos para a estabilização da vigueta.

Com o ajuste do zero do registrador, faz-se a pena percorrer o trecho DD", ou seja, a pena ocupará o centro da folha. Com o ajuste da pena do registrador, ela percorre o trecho D"E, de forma que ela se situe aproximadamente na seqüência da curva de maré. Aguarda-se alguns minutos para que se defina o trecho EF da curva, o que é necessário para a redução preliminar dos dados. Note-se que o trecho FI é aproximadamente linear.

Atua-se sobre o parafuso calante C_1 , inclinando o gravímetro, reduzindo a leitura do micrômetro em cerca de $250\mu\text{m}$. A pena percorre o segmento FG. Então tem início o experimento de

inclinação propriamente dito: os sucessivos deslocamentos do parafuso C_1 têm como resultado fazer com que a pena percorra a curva GG'H.

Com C_1 então o gravímetro é renivelado, a pena percorre HI. Aguarda-se pela definição do trecho IJ da curva que, juntamente com EF, permite a redução inicial das observações da tensão de saída; e restaura-se as condições prévias ao experimento, de modo que a curva de maré se desenvolva na seqüência do trecho AB. Em J, atua-se no parafuso de medida do gravímetro até diminuir a tensão de saída da quantidade acrescida no ponto B (cerca de 570mV). Devido à folga do parafuso de medida, a leitura do mesmo passa a ser 5122,0 unidades, e a saída +10mV.

Faz-se o ajuste do zero (a pena percorre LL) e o ajuste da pena, situando-a em M, no prolongamento aproximado de IJ. A partir daí a curva se desenvolve normalmente até a preparação para o experimento seguinte. Os ajustes da pena são aproximados, e existe uma descontinuidade entre B e M, o que não tem importância do ponto de vista dos experimentos de inclinação.

A redução preliminar dos dados tem a finalidade de eliminar, aproximadamente e de modo gráfico, o efeito combinado da maré e da deriva, das leituras do voltímetro. Na Figura 34, divide-se o trecho FI, traçado no registro, num certo número de pontos, suficiente para definir a sua forma; mede-se as ordenadas desses pontos diretamente no registro, converte-se esses valores em milivolts; com as marcas horários do registro, interpolam-se os instantes correspondentes aos pontos. Um gráfico em papel

milimetrado construído com esses dados permite retirar a redução para cada valor observado da saída, cujo instante faz parte do conjunto de leituras caracterizando cada uma das inclinações do gravímetro. Para diminuir a incerteza dessa redução, procurou-se sempre realizar os experimentos em períodos em que a curva de maré descreve aproximadamente uma linha reta (ramos ascendente ou descendente, evitando os períodos de inflexão); além disso, o período consagrado a cada série de medidas foi reduzido ao mínimo, ficando geralmente compreendido entre 1,5 e 2 horas.

4.2 TRATAMENTO INICIAL DOS DADOS: MODELO DA VARIAÇÃO APARENTE DA GRAVIDADE RESULTANTE DA INCLINAÇÃO DO INSTRUMENTO

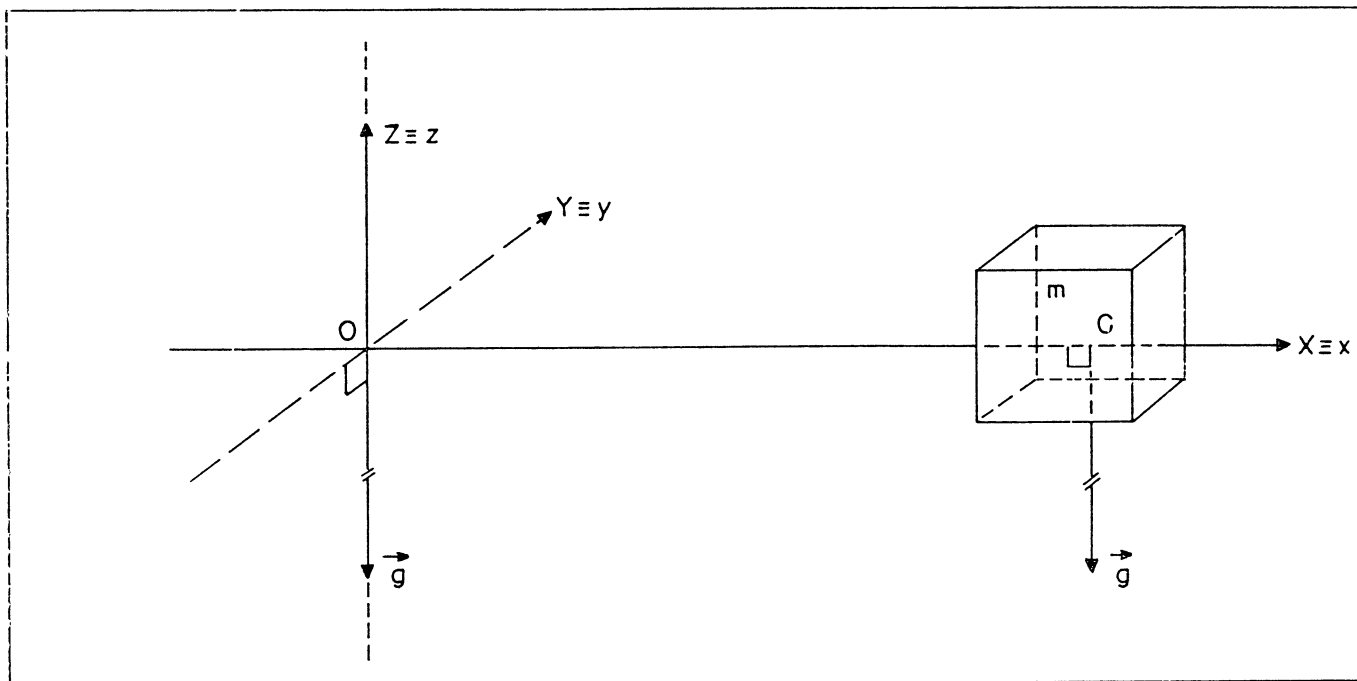
4.2.1. Ponto de sensibilidade mínima à inclinação.

Um gravímetro, seja a sua operação efetuada no campo ou em caráter estacionário, deve ser nivelado, o que já foi comentado no Capítulo II. A situação correspondente leva à definição ideal do ponto insensível à inclinação: o vetor da gravidade é perpendicular à vigueta (mais precisamente, ao segmento unindo o eixo de rotação ao centro de massa do sensor), e é também perpendicular ao eixo de rotação; ver Figura 35.

Nessa situação não existem componentes da gravidade atuando sobre a vigueta: nem sobre a mesma longitudinalmente ou normalmente, nem ao longo de seu eixo de rotação.

A equação relacionando uma inclinação do instrumento à variação aparente da gravidade, como foi visto no Capítulo II,

FIGURA 35 - GRAVÍMETRO NIVELADO. O VETOR g É NORMAL À VIGUETA E AO EIXO DE ROTAÇÃO. A LINHA INTERROMPIDA REPRESENTANDO O EIXO INDICA QUE A SUA REALIZAÇÃO NO GRAVÍMETRO ASKANIA É VIRTUAL.



é:

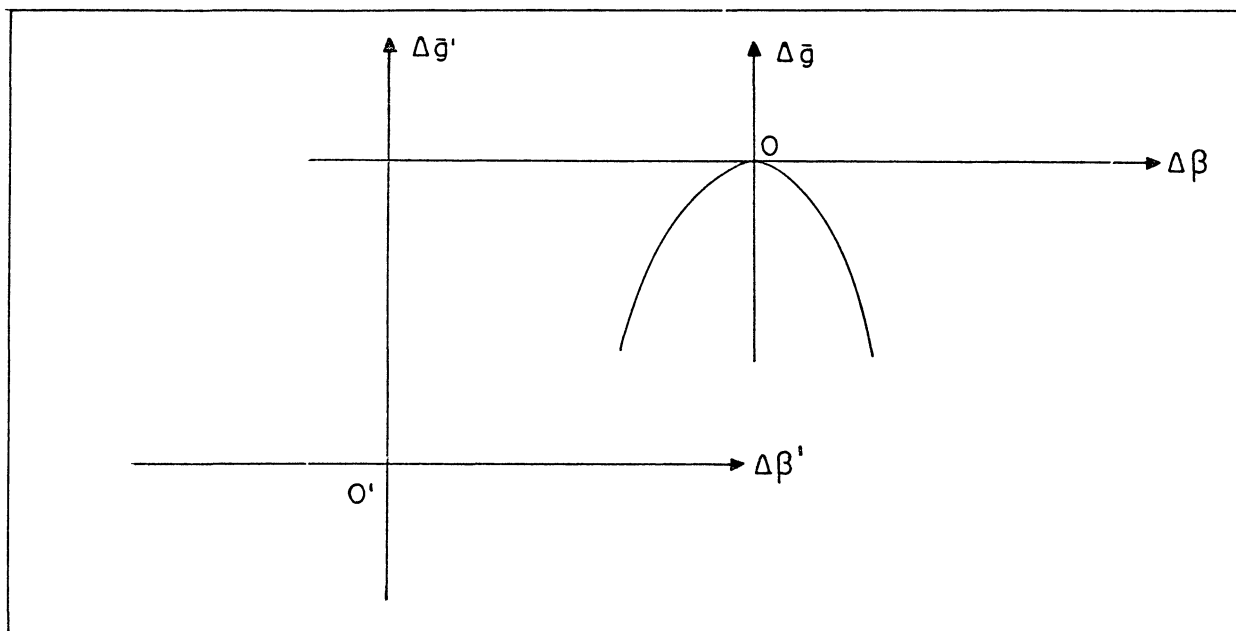
$$\Delta \bar{g} = -\frac{1}{2} g_0 (\Delta \beta)^2 \quad (75)$$

onde g_0 é a gravidade local; $\Delta \beta$, a inclinação do gravímetro; $\Delta \bar{g}$, a variação aparente da gravidade. É uma parábola cujo ápex define as coordenadas do ponto insensível à inclinação se ele não coincidir com a origem do sistema.

4.2.2 Fator de escala E_{gU}

Como foi mencionado no Capítulo II, o fator de escala

FIGURA 36 - O PONTO O É O PONTO INSENSÍVEL À INCLINAÇÃO (OU PONTO DE SENSIBILIDADE MÍNIMA À INCLINAÇÃO).



E_{gU} converte uma variação da saída do instrumento numa variação expressa em unidades gravimétricas:

$$E_{gU} = \frac{dg}{dU} \quad (76)$$

Se o valor de E_{gU} for constante, pode-se escrever:

$$\Delta g = E_{gU} \Delta U \quad (77)$$

e, considerando-se a variação aparente da gravidade provocada pela inclinação do instrumento como sendo uma variação real, ou seja:

$$\Delta \bar{g} = \Delta g \quad (78)$$

Com a substituição das Equações (77) e (78) na (75), resulta:

$$E_{gU} \Delta U = -\frac{1}{2} g_0 (\Delta \beta)^2 \quad (79)$$

o ângulo $\Delta \beta$ é aí expresso em radianos; expressando-o em segundos de arco, considerando outrossim as variações angular e de tensão elétrica como sendo referidas ao ponto de sensibilidade mínima à inclinação (U_0, β_0) , pode-se escrever:

$$U - U_0 = -\frac{g_0}{2E_{gU}\rho^2} (\beta - \beta_0)^2 \quad (80)$$

com $\rho = 648\,000''/\pi$ (ou seja, o inverso do seno de um segundo de arco). Pelo método dos mínimos quadrados, é possível então determinar os três parâmetros E_{gU} , U_0 e β_0 com os dados provenientes dos experimentos de inclinação (WENZEL, 1976). A Figura 37 ilustra a situação. Notar que β representa o ângulo de inclinação do gravímetro, seja segundo o nível I, seja segundo o nível II.

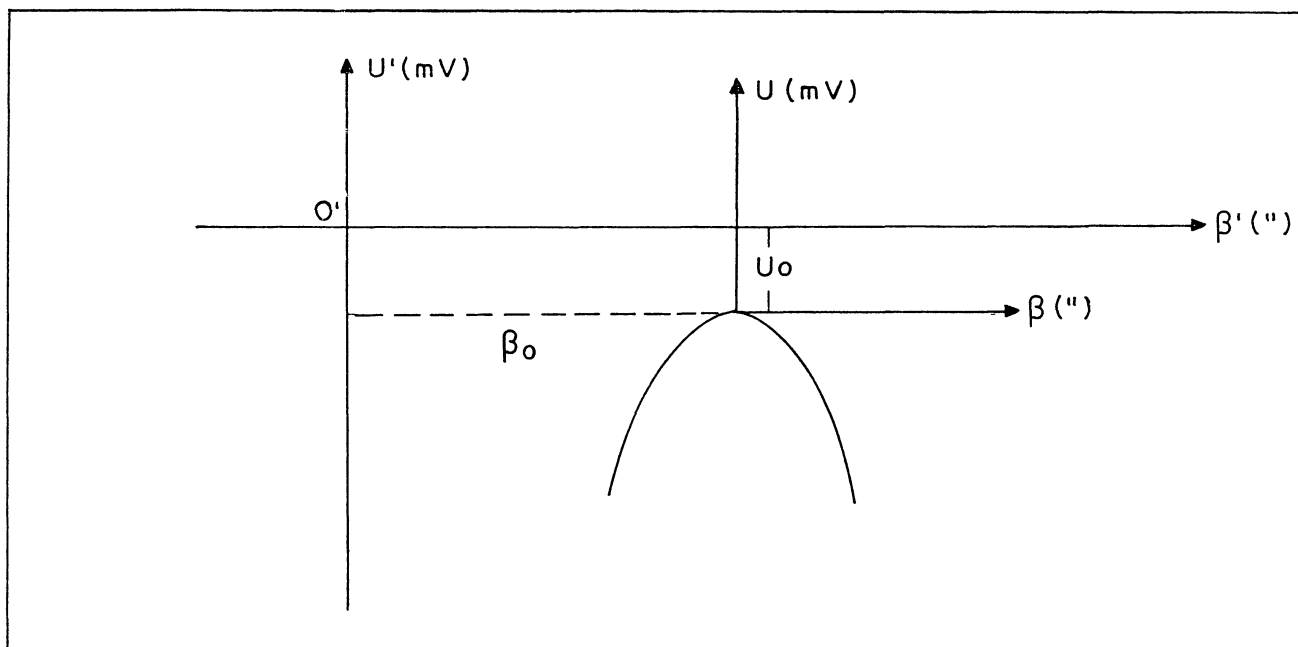
4.2.3 Modelo matemático.

Uma vez que tanto as inclinações β como os valores de saída U foram observados, a Equação (80), reescrita, corresponde ao método combinado (GEMAEL, 1974), ou implícito, de ajustamento pelo método dos mínimos quadrados:

$$\bar{F}(\bar{I}_a, \bar{X}_a) = 0 \quad (81)$$

sendo \bar{l}_a o vetor dos valores observados ajustados e \bar{x}_a o dos parâmetros ajustados. Nesse caso,

FIGURA 37 - PARÁBOLA $U=F(\beta)$; U , SAÍDA DO GRAVÍMETRO EXPRESSA EM mV; β , ÂNGULO DE INCLINAÇÃO DO INSTRUMENTO, EXPRESSO EM SEGUNDOS DE ARCO. OS VALORES U_0 e β_0 DEFINEM AS COORDENADAS DO PONTO INSENSÍVEL À INCLINAÇÃO



$$I_a = [(U_1, \beta_1)_a \dots (U_n, \beta_n)_a]^T \quad (82)$$

$$\bar{x}_a = [U_0 \quad \beta_0 \quad E_{gU}]^T \quad (83)$$

Com a adaptação da Equação 80 ao modelo citado acima, resulta, para uma equação de observação:

$$f_i = 2E_{gU}(U_i - U_0) + \frac{g_0}{\rho^2} (\beta_i - \beta_0)^2 = v_i \quad (84)$$

sendo v_i o i -ésimo resíduo.

As constantes do modelo são:

| | | | |
|------------------|-------|-----------|----------|
| | g_0 | ρ | |
| as observações, | U_i | β_i | |
| e os parâmetros, | U_0 | β_0 | E_{gU} |

4.2.4 Formulário.

Os parâmetros ajustados são dados por (GEMAEL, 1974):

$$\bar{\mathbf{x}}_a = \bar{\mathbf{x}}_0 + \bar{\mathbf{x}} \quad (85)$$

onde \mathbf{x}_0 é o vetor dos valores aproximados dos parâmetros, e \mathbf{x} é o vetor das correções aos mesmos.

Esse último vetor tem como expressão:

$$\bar{\mathbf{x}} = -(\mathbf{A}^T \mathbf{M}^{-1} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{M}^{-1} \bar{\mathbf{w}} \quad (86)$$

onde a matriz \mathbf{A} é constituída pelas derivadas das equações de observação em relação aos parâmetros:

$$A_{n3} = \begin{vmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial E_{gV}} & \frac{\partial f_1}{\partial U_0} & \frac{\partial f_1}{\partial \beta_0} \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \frac{\partial f_n}{\partial E_{gV}} & \frac{\partial f_n}{\partial U_0} & \frac{\partial f_n}{\partial \beta_0} \end{vmatrix} \quad (87)$$

o que no caso representa:

$$A_{n3} = \begin{vmatrix} 2(U_1 - U_0) & -2E_{gV} & -\frac{2g_0}{\rho^2}(\beta_1 - \beta_0) \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ 2(U_n - U_0) & -2E_{gV} & -\frac{2g_0}{\rho^2}(\beta_n - \beta_0) \end{vmatrix} \quad (88)$$

A matriz \mathbf{M} , por sua vez, é dada por:

$$M_{nn} = BP^{-1}B^T \quad (89)$$

onde a matriz B é a das derivadas das equações de observação em relação às quantidades observadas:

$$B_{n,2n} = \left| \begin{array}{ccc|ccc} \frac{\partial f_1}{\partial U_1} & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial U_n} & \frac{\partial f_1}{\partial \beta_1} & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial \beta_n} \\ \cdot & & \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & & \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & & \cdot & \cdot & & \cdot \\ \frac{\partial f_n}{\partial U_1} & \cdots & \frac{\partial f_n}{\partial U_n} & \frac{\partial f_n}{\partial \beta_1} & \cdots & \frac{\partial f_n}{\partial \beta_n} \end{array} \right| \quad (90)$$

e, no caso, ela é assim constituída:

$$B_{n,2n} = \left| B_{n,n}^{(1)} \mid B_{n,n}^{(2)} \right| \quad (91)$$

com

$$B_{n,n}^{(1)} = \left| \begin{array}{cccc} 2E_{gU} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 2E_{gU} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 2E_{gU} \end{array} \right|$$

$$B_{n,n}^{(2)} = \left| \begin{array}{cccc} \frac{2g_0}{\rho^2} (\beta_1 - \beta_0) & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \frac{2g_0}{\rho^2} (\beta_2 - \beta_0) & \cdots & 0 \\ \vdots & \cdot & \cdots & \cdot \\ 0 & 0 & \cdots & \frac{2g_0}{\rho^2} (\beta_n - \beta_0) \end{array} \right|$$

A matriz P é a dos pesos das observações; elas são aí consideradas como sendo não-correlacionadas:

$$P_{2n,2n} = \sigma_0^2 \begin{vmatrix} (S_{\bar{u}_1}^2)^{-1} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \bar{0} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & (S_{\bar{u}_n}^2)^{-1} & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & (S_{\beta_1}^2)^{-1} & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \bar{0} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & (S_{\beta_n}^2)^{-1} \end{vmatrix} \quad (92)$$

Quanto ao vetor \mathbf{w} , ele é formado pelas equações de observação calculadas para as observações e os valores aproximados dos parâmetros:

$$\bar{\mathbf{w}} = \bar{f}(\bar{\mathbf{I}}_b, \bar{\mathbf{x}}_0) \quad (93)$$

Por sua vez, as observações ajustadas se calculam mediante a expressão:

$$\bar{\mathbf{I}}_a = \bar{\mathbf{I}}_b + \bar{\mathbf{v}} \quad (94)$$

sendo \mathbf{l}_b o vetor das quantidades observadas, e \mathbf{v} o vetor dos resíduos, o qual se calcula com:

$$\bar{\mathbf{v}} = P^{-1} B^T \bar{\mathbf{K}} \quad (95)$$

onde:

$$\bar{\mathbf{K}} = -M^{-1} (A\bar{\mathbf{X}} + \bar{\mathbf{w}}) \quad (96)$$

4.2.5 Considerações preliminares.

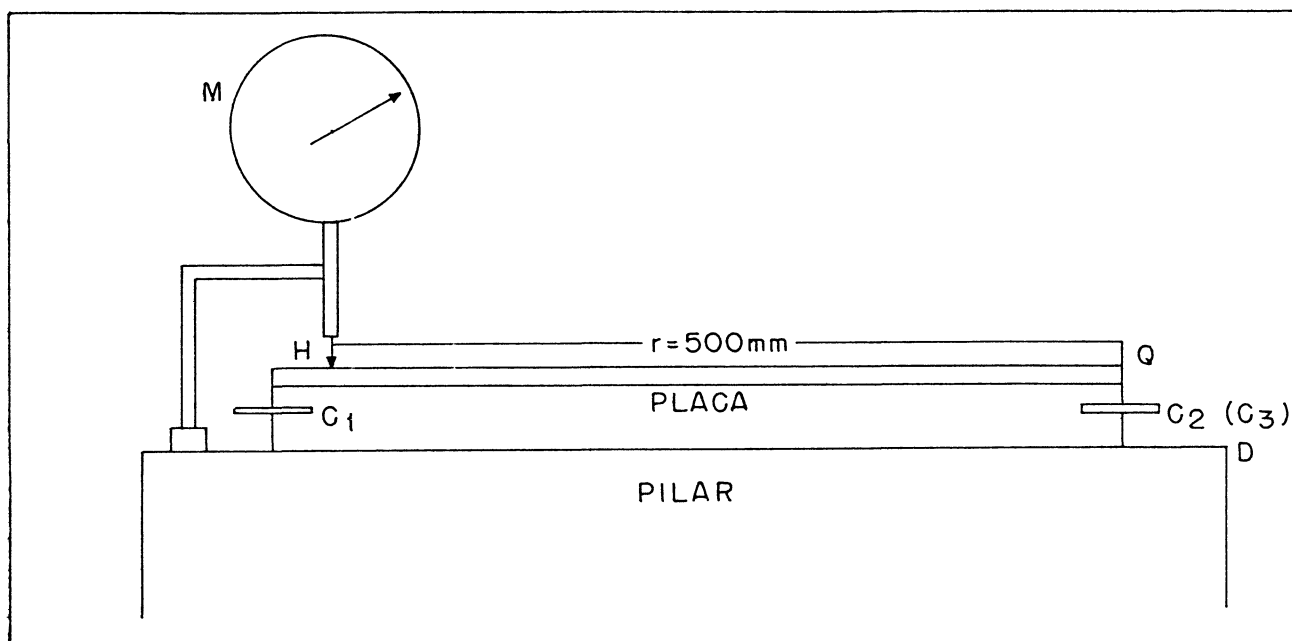
O valor de g_0 foi tomado como sendo o da gravidade normal calculada para o elipsóide do Sistema Geodésico de

Referência 1967, para a latitude $50^{\circ}44'$, retirada de um atlas para a cidade de Bonn, daí resultando:

$$g_0 = 981134700 \mu Gal$$

Os valores de β_i foram calculados a partir das leituras do micrômetro, correspondentes ao deslocamentos verticais da extremidade da placa de sustentação dos gravímetros (Figura 38) onde a haste móvel do mesmo foi apoiada.

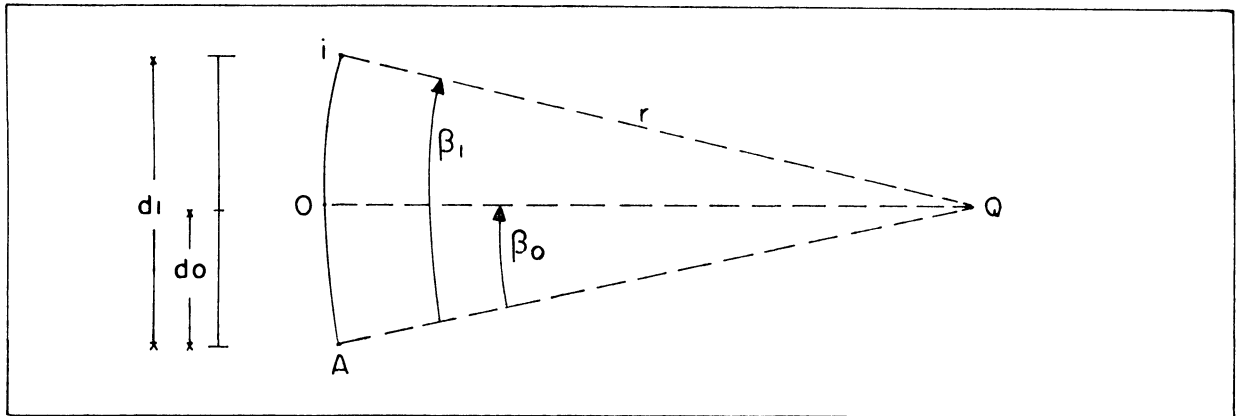
FIGURA 38 - VISTA LATERAL DA INSTALAÇÃO. C_1 , PARAFUSO CALANTE MOVIDO DURANTE OS EXPERIMENTOS; C_2 e C_3 , PARAFUSOS CALANTES MANTIDOS FIXOS DURANTE AS INCLINAÇÕES; H, HASTE MÓVEL DO MICRÔMETRO APOIADO NA PLACA.



Como o percurso máximo da ponta da haste do micrômetro não excedeu $0,7\text{mm}$ nos experimentos de inclinação, sendo portanto muito menor que a distância r , é assimilado a um arco de

circunferência com centro no bordo fixo da placa (Q) e com raio r .

FIGURA 39 - CONVERSÃO DAS LEITURAS DE DESLOCAMENTOS EM QUANTIDADES ANGULARES



Na Figura 39, a direção QA corresponde a uma leitura do micrômetro, inferior à menor inclinação da placa, e representa a origem para a definição dos ângulos; QO é a direção correspondente ao ponto de sensibilidade mínima à inclinação; Qi é a direção relativa a uma i -ésima leitura d_i . Então, com:

$$d_0 \doteq AO \quad d_i \doteq Ai$$

resulta:

$$\beta_i - \beta_0 = \frac{d_i - d_0}{r} \quad (97)$$

ou simplesmente

$$\beta_i = \frac{d_i}{r} \quad (98)$$

já que

$$\beta_0 = \frac{d_0}{r}$$

Assim uma leitura expressa em micrômetros é convertida no valor angular correspondente com a sua divisão pela distância r . Sua expressão em segundos de arco é obtida com o seu produto pela constante ρ .

A estimativa da precisão de uma observação convertida em unidades angulares se obtém com a lei da propagação das variâncias para a Equação (97), convertida em segundos de arco:

$$\beta_i = \beta_0 + \frac{d_i - d_0}{r} \rho \quad (99)$$

mediante a igualdade:

$$s_{\beta_i}^2 = \bar{a} \Sigma_{di,r} \bar{a}^T$$

com

$$\bar{a} = \left[\frac{\partial \beta_i}{\partial d_i} \quad \frac{\partial \beta_i}{\partial r} \right]$$

e a matriz das covariâncias das observações do micrômetro e da medida da distância r sendo:

$$\Sigma_{di,r} = \begin{vmatrix} s_{di}^2 & 0 \\ 0 & s_r^2 \end{vmatrix}$$

resulta então:

$$s_{\beta_i}^2 = \left(\frac{\rho}{r}\right)^2 s_{di}^2 + \frac{1}{r^2} (\beta_i - \beta_0)^2 s_r^2 \quad (100)$$

já que:

$$\frac{\partial \beta_i}{\partial d_i} = \frac{\rho}{r} \quad , \quad \frac{\partial \beta_i}{\partial r} = -\frac{\rho(d_i - d_0)}{r^2} = -\frac{\beta_i - \beta_0}{r}$$

Para os experimentos de inclinação, os seguintes valores numéricos foram adotados, levando-se em conta as condições em que as medidas foram feitas:

$$\begin{array}{ll} - \text{leituras do micrômetro:} & S_{d_i} = \pm 1 \mu\text{m} \\ - \text{medida direta de r:} & S_r = \pm 1000 \mu\text{m} \end{array}$$

Considere-se agora o estudo da propagação dos erros na redução preliminar dos dados. A resolução do voltímetro utilizado nas leituras da tensão de saída dos gravímetros é de 1mV. Estima-se então que uma leitura de tensão, não reduzida, tenha por erro médio quadrático:

$$S_{U'_i} = \pm 1 \text{mV}$$

A redução preliminar dos dados (maré e deriva instrumental no período durante o qual foi realizado cada experimento) foi feita com base em medidas realizadas no próprio registro analógico. Pode-se então escrever, para uma i -ésima observação da saída, reduzida:

$$U_i (\text{mV}) = U'_i (\text{mV}) + E_{Uy} (\text{mV/mm}) \cdot y_i (\text{mm})$$

onde U'_i é a leitura do voltímetro, y_i a ordenada medida para a redução, E_{Uy} o fator de escala relacionando a saída com o registro. A propagação dos erros é (admitindo-se que o valor de E_{Uy} seja exato):

$$s_{U_i}^2 = \bar{a} \Sigma_{U_i', y_i} \bar{a}^T$$

Com:

$$\bar{a} = \left[\frac{\partial U_i}{\partial U_i'} \quad \frac{\partial U_i}{\partial y_i} \right] = [1 \quad E_{Uy}]$$

$$\Sigma_{U_i', y_i} = \begin{vmatrix} s_{U_i'}^2 & 0 \\ 0 & s_{y_i}^2 \end{vmatrix}$$

obtém-se

$$s_{U_i}^2 = s_{U_i'}^2 + E_{Uy}^2 \cdot s_{y_i}^2 \quad (101)$$

Para s_{y_i} , se pode assumir o valor $\pm 0,7$ mm. Quando a amplitude do registro é de 500mV, o valor de E_{Uy} é de 2mV/mm; para a amplitude de 1000mV, E_{Uy} vale 4mV/mm. Com base nesses valores, obtém-se:

- amplitude 500mV: $s_{U_i}^2 = 2,96$ ou $s_{U_i} = \pm 1,7$ mV
- amplitude 1000mV: $s_{U_i}^2 = 8,84$ ou $s_{U_i} = \pm 3,0$ mV

Quanto ao fator de variância a-priori, foi tomado como sendo igual a 1.

Num processamento inicial, os valores aproximados de U_0 e β_0 foram retirados dos gráficos construídos para os experimentos, por inspeção visual (ponto de máximo aproximado da curva). Para o fator de escala E_{gU} , tomou-se sempre arbitrariamente o valor aproximado de $1\mu\text{Gal/mV}$. Nos processamentos ulteriores, foram tomados como valores iniciais os resultados do primeiro.

4.2.6 Resultados preliminares para o gravímetro V.

Os cálculos foram executados de acordo com o formulário apresentado no item 4.2.4 e as considerações expressas no item 4.2.5.

O modelo adotado, da Equação (84), não é linear em relação aos ângulos de inclinação e os resultados são obtidos através do cálculo iterativo, os critérios de convergência sendo aplicados às correções estimadas para os parâmetros. A solução se define geralmente após 4 ou 5 iterações terem sido realizadas.

O Quadro 09 apresenta um sumário dos resultados obtidos para o gravímetro V.

Os elevados valores para a forma quadrática $v^T P v$, constatados em todos os experimentos, parecem indicar, além de uma possível super-estimativa dos pesos das observações, a inadequação do modelo adotado, que representa uma curva do 2º grau. Efetivamente, o teste de qui-quadrado realizado sobre o fator de variância a-posteriori indica que o valor de $v^T P v$ não deve ser superior a cerca de 100 unidades, para que os ajustamentos possam ser considerados como aceitáveis, sob o ponto de vista do teste em questão. Por essa razão é lícito supor que os conjuntos de dados se adaptem com melhor adequação a um modelo constituído, por exemplo, por uma expressão polinomial de ordem superior a 2.

Pode-se observar também que, em geral, a forma quadrática $v^T P v$ apresenta um valor maior nos experimentos em que

QUADRO 09 - RESULTADOS PRELIMINARES DOS EXPERIMENTOS DE INCLINAÇÃO REALIZADOS COM O GRAVÍMETRO V; DADOS TRATADOS DE ACORDO COM O MODELO DA EQUAÇÃO (84). O EXPERIMENTO A11 É A REPETIÇÃO DO EXPERIMENTO A1.

| EXP. | FATOR DE ESCALA ($\mu\text{Gal}/\text{mV}$) | | | PONTO INSENSÍVEL À INCLINAÇÃO | | | | v'Pv |
|------|--|-------|-------|----------------------------------|------|---------------|------|------|
| | EgU | s | s/EgU | Uo (mV) | s | β_0 (") | s | |
| A1 | 0,902 | 0,014 | 0,016 | -17,69 | 1,14 | 889,71 | 0,50 | 2625 |
| A11 | 0,890 | 0,011 | 0,012 | -34,37 | 1,05 | 887,96 | 0,44 | 3173 |
| A2 | 0,879 | 0,012 | 0,013 | 558,29 | 1,15 | 887,40 | 0,46 | 3496 |
| A3 | 0,934 | 0,012 | 0,013 | -445,19 | 0,96 | 887,48 | 0,43 | 2396 |
| A4 | 0,950 | 0,012 | 0,013 | -24,92 | 0,98 | 904,96 | 0,43 | 1974 |
| A5 | 0,855 | 0,011 | 0,013 | 50,42 | 1,08 | 876,22 | 0,43 | 2715 |
| | | | | | | | | |
| B1 | 0,666 | 0,012 | 0,018 | 11,20 | 1,39 | 849,54 | 0,52 | 3934 |
| B2 | 0,676 | 0,012 | 0,018 | 544,29 | 1,31 | 848,84 | 0,50 | 2656 |
| B3 | 0,694 | 0,015 | 0,021 | -518,10 | 1,35 | 848,05 | 0,55 | 2670 |
| B4 | 0,704 | 0,015 | 0,021 | 50,41 | 1,48 | 870,28 | 0,59 | 3763 |
| B5 | 0,698 | 0,012 | 0,018 | -30,60 | 1,32 | 822,65 | 0,50 | 3435 |

as inclinações foram realizadas segundo o nível II (isto é, inclinando-se o eixo de rotação da vigueta), do que nos experimentos comportando inclinações segundo o nível I. Isso parece indicar a ocorrência de maiores perturbações instrumentais naquele caso.

O fator de escala E_{gU} mostra um valor médio sistematicamente maior, quando é extraído das inclinações do nível I, do que ocorre a partir das inclinações do nível transversal.

4.3 TRATAMENTO DOS DADOS ATRAVÉS DE POLINÔMIOS ORTOGONAIS

4.3.1 Introdução

Investiga-se aqui a questão do modelo polinomial para a representação das séries de dados de modo estatisticamente aceitável. Com essa finalidade adota-se a seguir o emprego dos polinômios ortogonais, adequados quando se trata de ajustar curvas de grau elevado às observações.

A expressão da variável dependente em termos dessas funções, de acordo com as notações previamente estabelecidas, se escreve:

$$U - U_0 = \sum_{p=1}^m a_p T_p(\beta - \beta_0) \quad (102)$$

Nessa igualdade, m é o maior grau de função, a_p são os coeficientes dos polinômios

$$T_p(\beta - \beta_0) = \sum_{q=1}^p c_{pq} (\beta - \beta_0)^q \quad (103)$$

os quais são séries de potências de $(\beta - \beta_0)$. Os coeficientes c_{pq} são obtidos em função dos valores de $(\beta - \beta_0)$; a determinação dos coeficientes a_p envolve os valores da variável dependente $(U - U_0)$ e de $(\beta - \beta_0)$.

Os polinômios de Tchebychev de primeiro tipo constituem um caso particular dessas funções quando a variável $(\beta - \beta_0)$ é definida em intervalos constantes, o que não é o caso para os

experimentos tratados aqui.

Para se ilustrar a relação entre uma série de polinômios ortogonais representando uma seqüência de dados e a série de potências de $(\beta - \beta_0)$ também representando essa última, reescreve-se a Equação (102) inserindo-se-lhe a Equação (103); enfoca-se aqui o caso em que a curva passa pela origem do sistema, definida pelas coordenadas (β_0, U_0) :

$$U - U_0 = \sum_{p=1}^m a_p \sum_{q=1}^p c_{pq} (\beta - \beta_0)^q \quad (104)$$

Com o desenvolvimento das somatórias, obtém-se

$$\begin{aligned} U - U_0 = & a_1 [c_{11} (\beta - \beta_0)] + a_2 [c_{21} (\beta - \beta_0) + c_{22} (\beta - \beta_0)^2] + \dots \\ & + a_m [c_{m1} (\beta - \beta_0) + c_{m2} (\beta - \beta_0)^2 + \dots + c_{mm} (\beta - \beta_0)^m] \quad (105) \end{aligned}$$

Por outro lado a variável dependente $(U - U_0)$ em função de uma série de potências de $(\beta - \beta_0)$ se escreve:

$$U - U_0 = b_1 (\beta - \beta_0) + b_2 (\beta - \beta_0)^2 + \dots + b_m (\beta - \beta_0)^m \quad (106)$$

Comparando as Equações (105) e (106), resulta:

$$b_1 = [a_1 \ a_2 \ \dots \ a_m] \cdot [c_{11} \ c_{21} \ \dots \ c_{m1}]^T$$

$$b_2 = [a_2 \ \dots \ a_m] \cdot [c_{22} \ \dots \ c_{m2}]^T$$

:

$$b_m = a_m c_{mm}$$

ou, de forma um tanto mais compacta:

$$[b_1 \ b_2 \ \dots \ b_m] = [a_1 \ a_2 \ \dots \ a_m] \cdot \begin{vmatrix} c_{11} & 0 & \dots & 0 \\ c_{21} & c_{22} & \dots & 0 \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ c_{m1} & c_{m2} & \dots & c_{mm} \end{vmatrix} \quad (107)$$

$$\bar{b}_m = \bar{a}_m C_{mm} \quad (108)$$

O vetor dos coeficientes b_i ($i = 1, \dots, m$) se obtém pelo produto do vetor dos coeficientes a_i ($i = 1, \dots, m$) pela matriz quadrada triangular-inferior C dos coeficientes c_{ij} ($i, j = 1, \dots, m; i \geq j$). Isso mostra que, mediante os coeficientes c_{pq} e a_p , a obtenção dos coeficientes da série de potências de $(\beta - \beta_0)$ é imediata. O emprego dos polinômios ortogonais visa apenas evitar as questões que surgem no tratamento numérico convencional, no ajustamento de observações, lançando-se mão dos polinômios de potências, que não apresentam a propriedade da ortogonalidade. Aqui se transforma a série dada:

$$[(\beta_1 - \beta_0) \ (\beta_2 - \beta_0) \ \dots \ (\beta_n - \beta_0)]$$

no conjunto dos valores dos polinômios ortogonais sobre a série:

$$\begin{vmatrix} T_1(\beta_1 - \beta_0) & T_1(\beta_2 - \beta_0) & \dots & T_1(\beta_n - \beta_0) \\ T_2(\beta_1 - \beta_0) & T_2(\beta_2 - \beta_0) & \dots & T_2(\beta_n - \beta_0) \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ T_m(\beta_1 - \beta_0) & T_m(\beta_2 - \beta_0) & \dots & T_m(\beta_n - \beta_0) \end{vmatrix}$$

A fim de se mostrar a vantagem que decorre do uso dessa classe de funções no ajustamento polinomial de observações, suponha-se a aplicação do método paramétrico para uma função do tipo $y = f(x)$:

$$I_a = \bar{f}(\bar{x}_a)$$

com o fim de se determinar os coeficientes de uma série de potências, sendo esse o modelo matemático selecionado para se representar uma seqüência de valores discretos de y . As equações de observação são ($n > m$):

$$\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 & x_1^2 & \dots & x_1^m \\ x_2 & x_2^2 & \dots & x_2^m \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ x_n & x_n^2 & \dots & x_n^m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{pmatrix} \quad (109)$$

Nessa expressão, a matriz \mathbf{A}_{nm} pré-multiplica o vetor dos parâmetros constituídos pelos coeficientes \mathbf{b}_i . A matriz dos coeficientes das equações normais

$$N = \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A}$$

é matriz completa; considerando-se os pesos unitários ($\mathbf{P} = \mathbf{I}$), resulta a Equação (110) como expressão para essa última.

A inversão de \mathbf{N} , necessária à solução direta, quando $m > 6$, apresenta no resultado irregularidades de caráter numérico em consequência do seu mau-condicionamento (HAMILTON, 1964). A matriz das covariâncias dos parâmetros resulta em elevadas correlações entre os mesmos.

$$N_{mm} = \begin{vmatrix} \sum_{i=1}^n X_i^2 & \sum_{i=1}^n X_i^3 & \dots & \sum_{i=1}^n X_i^{m+1} \\ \sum_{i=1}^n X_i^3 & \sum_{i=1}^n X_i^4 & \dots & \sum_{i=1}^n X_i^{m+2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{i=1}^n X_i^{m+1} & \sum_{i=1}^n X_i^{m+2} & \dots & \sum_{i=1}^n X_i^{2m} \end{vmatrix} \quad (110)$$

Por outro lado, o ajustamento do mesmo modelo, com a expressão da variável dependente através de polinômios ortogonais:

$$\begin{vmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} T_1(x_1) & T_2(x_1) & \dots & T_m(x_1) \\ T_1(x_2) & T_2(x_2) & \dots & T_m(x_2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ T_1(x_n) & T_2(x_n) & \dots & T_m(x_n) \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_m \end{vmatrix} \quad (111)$$

apresenta a matriz **A** constituída pelos valores de **T** e a matriz dos coeficientes das equações normais é assim formada:

$$N_{mm} = \begin{vmatrix} \sum_{i=1}^n T_1^2(x_i) & \sum_{i=1}^n T_1(x_i) T_2(x_i) & \dots & \sum_{i=1}^n T_1(x_i) T_m(x_i) \\ \sum_{i=1}^n T_2(x_i) T_1(x_i) & \sum_{i=1}^n T_2^2(x_i) & \dots & \sum_{i=1}^n T_2(x_i) T_m(x_i) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{i=1}^n T_m(x_i) T_1(x_i) & \sum_{i=1}^n T_m(x_i) T_2(x_i) & \dots & \sum_{i=1}^n T_m^2(x_i) \end{vmatrix} \quad (112)$$

Mas a propriedade fundamental das funções em questão é a ortogonalidade:

$$\sum_{i=1}^n T_r(x_i) T_s(x_i) = 0 \quad (r \neq s), \neq 0 \quad (r=s)$$

Portanto, a matriz \mathbf{N} é diagonal, e a sua inversa é obtida simplesmente pela inversão de seus termos:

$$N_{mm}^{-1} = \begin{vmatrix} [\sum_{i=1}^n T_1^2(x_i)]^{-1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & [\sum_{i=1}^n T_2^2(x_i)]^{-1} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & [\sum_{i=1}^n T_m^2(x_i)]^{-1} \end{vmatrix}$$

A matriz das covariâncias dos parâmetros \mathbf{a}_i também é diagonal: os coeficientes dos polinômios ortogonais apresentam correlações nulas (são independentes). Uma consequência prática importante desse fato é que, os resultados do ajustamento mostrando a não-significância estatística de um coeficiente \mathbf{a}_j , ele é considerado igual a zero e não há necessidade de se recalcularem os demais, ao contrário do que ocorre com os coeficientes dos polinômios em séries de potências.

4.3.2 Algoritmo e aplicação

Emprega-se aqui a seqüência de cálculos para a determinação dos coeficientes \mathbf{a}_j dos polinômios ortogonais estabelecidos sobre os dados dos experimentos de inclinação, com base em GREEN & MARGERISON, 1978. As quantidades \mathbf{w}_i são os pesos das observações, ou seja, dos valores de tensão elétrica ($U_i - U_0$).

Com os índices (ver Equações 102, 103)

$$p = 1 \quad , \quad q = 1$$

obtêm-se os valores iniciais:

$$c_{11} = 1$$

$$\begin{vmatrix} T_1(\beta_1 - \beta_0) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ T_1(\beta_n - \beta_0) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \beta_1 - \beta_0 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \beta_n - \beta_0 \end{vmatrix}$$

Em seguida, para

$$p = 2 \quad , \quad q = 2$$

são calculadas as quantidades

$$c_{21} = -\{ [w_1 \dots w_n] \cdot [(\beta_1 - \beta_0)^3 \dots (\beta_n - \beta_0)^3]^T \} / \\ / \{ [w_1 \dots w_n] \cdot [(\beta_1 - \beta_0)^2 \dots (\beta_n - \beta_0)^2]^T \}$$

e

$$\begin{vmatrix} T_2(\beta_1 - \beta_0) \\ \vdots \\ T_2(\beta_n - \beta_0) \end{vmatrix} = c_{21} \begin{vmatrix} \beta_1 - \beta_0 \\ \vdots \\ \beta_n - \beta_0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} (\beta_1 - \beta_0)^2 \\ \vdots \\ (\beta_n - \beta_0)^2 \end{vmatrix}$$

O cálculo dos valores seguintes de T_p , quando p é maior que 2, se faz com a determinação prévia das quantidades g :

$$g_{p,p-1} = \{ [w_1 \dots w_n] \cdot [T_p^2(\beta_1 - \beta_0) \dots T_p^2(\beta_n - \beta_0)]^T \} / \\ / \{ [w_1 \dots w_n] \cdot [T_{p-1}^2(\beta_1 - \beta_0) \dots T_{p-1}^2(\beta_n - \beta_0)]^T \}$$

$$g_{pp} = \left([w_1 \dots w_n] \cdot [(\beta_1 - \beta_0) T_p^2(\beta_1 - \beta_0) \dots (\beta_n - \beta_0) T_p^2(\beta_n - \beta_0)]^T \right) / \\ / \left([w_1 \dots w_n] \cdot [T_p^2(\beta_1 - \beta_0) \dots T_p^2(\beta_n - \beta_0)]^T \right)$$

Para $p \geq 2$, então:

$$\begin{vmatrix} T_{p+1}(\beta_1 - \beta_0) \\ \vdots \\ T_{p+1}(\beta_n - \beta_0) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} (\beta_1 - \beta_0) T_p(\beta_1 - \beta_0) \\ \vdots \\ (\beta_n - \beta_0) T_p(\beta_n - \beta_0) \end{vmatrix} + \\ -g_{pp} \begin{vmatrix} T_p(\beta_1 - \beta_0) \\ \vdots \\ T_p(\beta_n - \beta_0) \end{vmatrix} - g_{p,p-1} \begin{vmatrix} T_{p-1}(\beta_1 - \beta_0) \\ \vdots \\ T_{p-1}(\beta_n - \beta_0) \end{vmatrix}$$

A obtenção dos coeficientes c_{pq} , das potências de $(\beta - \beta_0)$, conforme a Equação (103), quando $p > 2$, se faz também recursivamente a partir das quantidades g :

$$c_{p+1,q+1} = c_{pq} - g_{pp} c_{p,q+1} - g_{p,p-1} c_{p-1,q+1}$$

Essa última fórmula apresenta as seguintes restrições:

$$c_{p0} = 0$$

$$c_{pp} = 1$$

$$c_{pq} = 0 \quad \text{para } q > p$$

A determinação dos coeficientes dos polinômios, a_p , se faz de acordo com:

$$a_p = \{ [w_1 \dots w_n] \cdot [(U_1 - U_0) T_p(\beta_1 - \beta_0) \dots (U_n - U_0) T_p(\beta_n - \beta_0)]^T \} / \\ / \{ [w_1 \dots w_n] \cdot [T_p^2(\beta_1 - \beta_0) \dots T_p^2(\beta_n - \beta_0)]^T \}$$

enquanto as suas estimativas de precisão se obtêm com:

$$s^2(a_p) = s_0^2 / \{ [w_1 \dots w_n] \cdot [T_p^2(\beta_1 - \beta_0) \dots T_p^2(\beta_n - \beta_0)]^T \}$$

onde a constante s_0^2 é a variância da observação de peso unitário (fator de variância **a priori**). Devido à ortogonalidade, a matriz das covariâncias é diagonal e as covariâncias entre os coeficientes a_p são nulas.

Deve-se observar que este algoritmo corresponde ao ajustamento de uma seqüência de dados pelo método paramétrico, i.e.:

$$I_a = \bar{F}(\bar{X}_a)$$

onde l_a e x_a são os vetores dos valores observados e dos parâmetros, ajustados. No caso dos experimentos de inclinação, o vetor l_b (dos valores observados) é aqui considerado como sendo:

$$I_b = [(U_1 - U_0) \dots (U_n - U_0)]^T$$

onde U_i é uma leitura genérica do voltímetro e U_0 , a leitura que corresponde ao ponto de sensibilidade mínima à inclinação. O algoritmo empregado prevê que a curva ajustada contenha a origem do sistema de coordenadas (U_0, β_0) .

O vetor dos parâmetros ajustados é composto pelos coeficientes dos polinômios ortogonais:

$$\bar{x}_a = [a_1 \dots a_p]^T$$

onde p é o maior grau presente na série. Quanto ao vetor dos ângulos de inclinação do gravímetro em relação ao ponto de sensibilidade mínima à inclinação, embora seja formado por observações, ele é tratado no algoritmo como um conjunto de quantidades fixas:

$$[(\beta_1 - \beta_0) \dots (\beta_n - \beta_0)]^T$$

onde β_i é uma leitura d_i do micrômetro expressa em unidades angulares, β_0 o valor correspondente ao ponto insensível.

Pode-se notar, pela inspeção do algoritmo, que os coeficientes c_{pq} são calculados em função somente dos valores dos ângulos de inclinação $(\beta - \beta_0)$ e dos pesos w_i das observações de tensão elétrica; do cálculo de a_p participam as observações $(U_i - U_0)$, os ângulos $(\beta - \beta_0)$ e os pesos w_i .

Adotou-se aqui para as observações pesos unitários:

$$w_i = 1 \quad (i = 1, \dots, n)$$

A definição do peso de uma observação estabelece que:

$$w_i = \frac{s_0^2}{s_i^2}$$

sendo s_0^2 o fator de variância e s_i^2 a variância da i -ésima observação; como os pesos são unitários,

$$s_0^2 = s_i^2$$

pode-se estimar a variância comum às observações da saída do gravímetro, uma vez que

$$s_0^2 = \frac{\overline{V^T V}}{n-p}$$

onde $n - p$ é o número de graus de liberdade (gl) do ajustamento: n é o número de observações, p o número de parâmetros a_p , ou seja, o maior grau presente na série dos polinômios. Os resíduos se calculam simplesmente com

$$V_i = U_{bi} - U_{ai}$$

Os dados são preliminarmente tratados como descrito no item 4.2.5, ou seja, as leituras do micrômetro são transformadas em quantidades angulares. As grandezas β_0 e U_0 , coordenadas do ponto insensível à inclinação, são retiradas dos resultados do item 4.2. Os elementos $(\beta_i - \beta_0)$ são divididos por um fator de adequação de escala, de forma que no processamento seus valores sejam definidos para o intervalo $[-4, +4]$, para a minimização da influência dos erros de arredondamento, nos cálculos. No final do processamento, a desadequação de escala é realizada sobre os coeficientes c_{pq} :

$$C'_{pq} = \frac{C_{pq}}{f^q}$$

sendo f o fator selecionado como sendo igual a 50 para todos os experimentos.

Para a seleção do grau (i.e., do grau do polinômio T de maior ordem da série), faz-se a análise da redução na soma dos

quadrados dos resíduos que ocorre na passagem do grau $m - 1$ para o grau m :

$$R_m = (\bar{v}^T \bar{v})_{m-1} - (\bar{v}^T \bar{v})_m$$

A significância de R_m é testada através da quantidade (critério do teste)

$$T_m = \frac{R_m}{S_{0m}^2}$$

com as hipóteses

$$H_0: U - U_0 = \sum_{p=1}^m a_p T_p (\beta - \beta_0)$$

$$H_1: U - U_0 \neq \sum_{p=1}^m a_p T_p (\beta - \beta_0)$$

por meio da distribuição F de Snedecor, para $F_{1,gl}(1-\alpha)$. Se

$$T_m \geq F_{1,gl}(1-\alpha)$$

rejeita-se a hipótese H_0 ao nível de significância α (para o qual se empregou o valor 0,05) e se assume que a redução na forma quadrática seja significativa. Procede-se dessa forma, elevando o grau, até que se obtenha

$$T_r < F_{1,gl}(1-\alpha)$$

caso no qual se escolhe o grau $r - 1$ para representar a série dos dados: não é significativa a redução R_r . Porém é aconselhável (GREEN & MARGERISON, 1978) fixar o grau do desenvolvimento somente quando dois resultados não significativos sucessivos tiverem sido obtidos,

no mínimo.

Um exemplo torna mais clara a explanação desse procedimento. No Quadro 10, resume-se a análise preliminar do

QUADRO 10 - SELEÇÃO DO GRAU PARA A REPRESENTAÇÃO DOS DADOS REFERENTES AO EXPERIMENTO VB5 EM POLINÔMIOS ORTOGONAIS

| m | gl | R_m (mV) ² | S_{om}^2 (mV) ² | T_m | $F_{1,gl}$ (0,05) |
|----|----|----------------------------|---------------------------------|---------|----------------------|
| 1 | 70 | - | 8268,13 | - | - |
| 2 | 69 | 573132,30 | 81,69 | 7015,64 | 3,99 |
| 3 | 68 | 109,77 | 81,28 | 1,35 | 3,99 |
| 4 | 67 | 3841,37 | 25,16 | 152,68 | 3,99 |
| 5 | 66 | 202,76 | 22,47 | 9,02 | 3,99 |
| 6 | 65 | 97,37 | 21,32 | 4,57 | 3,99 |
| 7 | 64 | 33,63 | 21,12 | 1,59 N | 4,00 |
| 8 | 63 | 644,87 | 11,22 | 57,46 | 4,00 |
| 9 | 62 | 26,85 | 10,97 | 2,45 N | 4,00 |
| 10 | 61 | 183,71 | 8,14 | 22,57 | 4,00 |
| 11 | 60 | 0,78 | 8,26 | 0,09 N | 4,00 |
| 12 | 59 | 219,79 | 4,68 | 47,00 | 4,00 |
| 13 | 58 | 32,71 | 4,19 | 7,80 * | 4,01 |
| 14 | 57 | 0,72 | 4,25 | 0,17 N | 4,01 |
| 15 | 56 | 4,31 | 4,25 | 1,01 N | 4,02 |
| 16 | 55 | 3,30 | 4,27 | 0,77 N | 4,02 |
| . | . | . | . | . | . |
| . | . | . | . | . | . |
| . | . | . | . | . | . |
| 30 | 41 | 0,85 | 2,83 | 0,30 | 4,08 |

grau para a descrição aceitável do experimento VB5 (gravímetro V, posição B, ou seja, inclinação segundo o nível II e o eixo de rotação da vigueta; situação 5, ou seja, uma inclinação constante do eixo Ox, de 40"; ver Figura 33). A amplitude do registro analógico é de 1000mV. O símbolo N na coluna T_m designa "não-significativo"; o asterisco assinala um possível grau a ser

adotado.

Para os graus de 1 a 16, verifica-se que as reduções R_m na forma quadrática $v^T v$ não são significativas nas passagens:

| | | | |
|--------|--------|-----|------|
| do 2° | para o | 3° | grau |
| do 6° | " " | 7° | " |
| do 8° | " " | 9° | " |
| do 10° | " " | 11° | " |
| do 13° | " " | 14° | " |
| do 14° | " " | 15° | " |
| do 15° | " " | 16° | " |

Na coluna T_m , no sentido descendente, constata-se que o polinômio de grau 13 poderia ser escolhido, já que os dois resultados posteriores (graus 14 e 15) não são significativos sob o ponto de vista do valor de R_m .

Porém uma análise preliminar efetuada sobre os 53 experimentos de inclinação levou à suposição de que esse critério seja insuficiente (por exemplo, para um dado grau selecionado, s^2_0 conduz a um valor excessivamente elevado para a variância de uma observação de tensão elétrica, se for levada em conta a resolução do voltímetro; ou, numa série de experimentos levados a termo com o mesmo gravímetro, constata-se discrepâncias elevadas entre os valores de s^2_0 obtidos para cada uma delas). Por isso, a seleção do grau para os experimentos foi realizada com base no exposto abaixo, além do requisito básico de se estabelecer o menor grau possível.

Considera-se, para cada um dos gravímetros, os dois grupos formados pelos experimentos A e B. Analisa-se os dados de cada experimento individualmente, adotando-se no início para o grau do mesmo aquele indicado antes da obtenção de dois valores sucessivos

não-significativos para a quantidade R_m . Escolhe-se para o grau comum dos experimentos do tipo A o maior que se verificou no grupo, e procede-se da mesma forma para o grupo B. Os coeficientes não-significativos são sempre eliminados; pode ocorrer que aos polinômios de um determinado grupo tendo sido atribuído o grau 17, por exemplo, se verifique que para um deles os coeficientes a_{17} , a_{16} e a_{15} se apresentem estatisticamente não-significativos e sejam rejeitados - nesse caso o polinômio em questão é nominalmente do 17° grau e efetivamente do 14° grau.

4.3.3 Seleção do grau para os experimentos com o gravímetro V.

Apresenta-se aqui os resultados do tratamento dos dados provenientes dos experimentos de inclinação do gravímetro V, de acordo com o exposto no item 4.3.2, sob o ponto de vista da seleção do grau (Quadros 11 a 17).

QUADRO 11 - SELEÇÃO INICIAL DO GRAU

| EXPERIMENTOS | GRAU | s_{U_i} (mV) | |
|--------------|------|----------------|-----|
| A | 1 | 13 | 1,7 |
| | 11 | 12 | 1,9 |
| | 2 | 13 | 2,2 |
| | 3 | 17 | 1,6 |
| | 4 | 12 | 2,4 |
| | 5 | 15 | 1,9 |
| B | 1 | 11 | 2,7 |
| | 2 | 11 | 2,3 |
| | 3 | 10 | 2,0 |
| | 4 | 10 | 2,9 |
| | 5 | 13 | 2,0 |

Para os experimentos A, adota-se então o grau 17 e, para o grupo B, o grau 13 (Quadro 12).

QUADRO 12 - ADOÇÃO DOS GRAUS 17 E 13 PARA OS GRUPOS A E B

| EXPERIMENTOS | s_{U_i} (mV) | $v^T v$ (mV) ² |
|--------------|----------------|---------------------------|
| A (GRAU 17) | 1 | 1,7 |
| | 11 | 1,8 |
| | 2 | 2,0 |
| | 3 | 1,6 |
| | 4 | 2,2 |
| | 5 | 2,0 |
| B (GRAU 13) | 1 | 2,6 |
| | 2 | 2,3 |
| | 3 | 1,9 |
| | 4 | 3,0 |
| | 5 | 2,0 |
| | | |

Com a rejeição dos coeficientes **a** não-significativos, por intermédio do teste de Student, resultam as informações

QUADRO 13 - ADOÇÃO DOS GRAUS 17 E 13 PARA OS GRUPOS A E B, COM A REJEIÇÃO DOS COEFICIENTES **a** NÃO SIGNIFICATIVOS.

| EXPERIMENTOS | s_{U_i} (mV) | $v^T v$ (mV) ² |
|--------------|----------------|---------------------------|
| A | 1 | 1,7 |
| | 11 | 1,8 |
| | 2 | 2,0 |
| | 3 | 1,6 |
| | 4 | 2,4 |
| | 5 | 1,9 |
| B | 1 | 2,7 |
| | 2 | 2,3 |
| | 3 | 2,0 |
| | 4 | 2,9 |
| | 5 | 2,0 |
| | | |

apresentadas no Quadro 13.

Pode-se notar, como foi constatado no item 4.2.6, que o valor médio da forma quadrática $v^T v$ é sensivelmente maior nos experimentos na posição B do que na posição A.

Nos Quadros 14 a 17, apresenta-se a ordem dos coeficientes **a** significativos (I) e dos não-significativos (0)

QUADRO 14 - EXPERIMENTOS A: COEFICIENTES SIGNIFICATIVOS E NÃO-SIGNIFICATIVOS.

| a | EXPERIMENTOS A | | | | | |
|----|----------------|----|---|---|---|---|
| | 1 | 11 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 1 | I | I | I | I | I | I |
| 2 | I | I | I | I | I | I |
| 3 | I | I | I | I | I | I |
| 4 | I | 0 | I | I | I | 0 |
| 5 | I | I | I | I | 0 | I |
| 6 | I | I | I | I | I | I |
| 7 | I | I | I | I | I | I |
| 8 | I | I | I | I | I | I |
| 9 | I | I | I | I | I | I |
| 10 | 0 | I | I | I | I | I |
| 11 | I | I | I | I | 0 | I |
| 12 | 0 | I | I | 0 | I | I |
| 13 | I | 0 | I | I | 0 | I |
| 14 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | I |
| 15 | 0 | I | 0 | I | 0 | I |
| 16 | 0 | 0 | I | 0 | 0 | 0 |
| 17 | I | I | I | I | I | 0 |

QUADRO 15 - GRAU EFETIVO DOS POLINÔMIOS

| EXPERIMENTOS A | GRAU EFETIVO DO POLINÔMIO |
|----------------|---------------------------|
| 1 | 17 |
| 11 | 17 |
| 2 | 17 |
| 3 | 17 |
| 4 | 17 |
| 5 | 15 |

eliminados, bem como o grau efetivo do polinômio associado a cada experimento do tipo A e B.

QUADRO 16 - EXPERIMENTOS B: COEFICIENTES SIGNIFICATIVOS E NÃO-SIGNIFICATIVOS.

| a | EXPERIMENTOS B | | | | |
|----|----------------|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 1 | I | I | I | I | I |
| 2 | I | I | I | I | I |
| 3 | I | I | I | I | I |
| 4 | I | I | I | I | I |
| 5 | I | I | I | I | I |
| 6 | 0 | I | I | I | I |
| 7 | I | I | I | I | I |
| 8 | I | I | I | I | I |
| 9 | I | I | 0 | I | I |
| 10 | I | I | I | I | I |
| 11 | I | I | 0 | 0 | 0 |
| 12 | 0 | 0 | 0 | 0 | I |
| 13 | 0 | 0 | 0 | 0 | I |

QUADRO 17 - GRAU EFETIVO DOS POLINÔMIOS

| EXPERIMENTOS B | GRAU EFETIVO DO POLINÔMIO |
|----------------|---------------------------|
| 1 | 11 |
| 2 | 11 |
| 3 | 10 |
| 4 | 10 |
| 5 | 13 |

Finalmente, a título de exemplo, o Quadro 18 apresenta os coeficientes **a** para o experimento VB1, acompanhados das estimativas dos desvios-padrão. Os coeficientes não-significativos são simplesmente igualados a zero, o mesmo ocorrendo aos seus desvios-padrão.

QUADRO 18 - COEFICIENTES **a** PARA O EXPERIMENTO VB1.

| ORDEM | a | s |
|-------|-----------|-----------|
| 1 | -9,61609 | ± 0,24882 |
| 2 | -43,04508 | ± 0,15061 |
| 3 | 1,42641 | ± 0,20743 |
| 4 | -2,44197 | ± 0,15830 |
| 5 | -2,98689 | ± 0,17373 |
| 6 | 0 | 0 |
| 7 | -0,91745 | ± 0,14818 |
| 8 | 0,84764 | ± 0,13437 |
| 9 | 1,10209 | ± 0,12856 |
| 10 | -0,30530 | ± 0,11935 |
| 11 | 0,27159 | ± 0,11277 |
| 12 | 0 | 0 |
| 13 | 0 | 0 |

CAPÍTULO V RESULTADOS DOS EXPERIMENTOS DE INCLINAÇÃO

5.1 COM RELAÇÃO AOS FATORES DE ESCALA

5.1.1 Valores de referência para os fatores de escala

Dois conjuntos de valores para os fatores de escala E_{gt} foram determinados para os cinco gravímetros analisados, independentemente dos valores calculados através dos dados referentes à inclinação dos instrumentos.

O primeiro conjunto tem por base o cálculo da maré teórica para a estação de Bonn, realizado com o emprego dos parâmetros das marés gravimétricas previamente determinados para aquele local. Os resultados desse cálculo têm por unidade o microgal. Os máximos e mínimos relativos foram comparados com as ordenadas dos pontos correspondentes nos registros dos gravímetros estudados, efetuados na época em que os experimentos de inclinação foram realizados. Tomou-se, para obter cada valor individual do fator E_{gy} (unidade: $\mu\text{Gal}/\text{mm}$), de maneira sistemática, a mesma seqüência de medidas nos registros: um máximo, um mínimo, um máximo. A média aritmética dos valores individuais (obtidos em cada uma das seqüências) resulta num valor para E_{gy} tanto mais preciso quanto maior for o número das seqüências processadas.

O segundo conjunto de valores foi obtido pela análise harmônica dos mesmos registros, também mediante o conhecimento dos parâmetros das marés em Bonn. A análise foi repetida fazendo-se variar o fator de escala, até a obtenção dos parâmetros conhecidos.

O Quadro 19 apresenta os valores obtidos convertidos para a unidade $\mu\text{Gal/mV}$.

QUADRO 10 - VALORES DE REFERÊNCIA PARA OS FATORES DE ESCALA E_{gU} . CONJUNTO (A): COMPARAÇÃO DA MARÉ CALCULADA COM OS REGISTROS DOS GRAVÍMETROS. CONJUNTO (B): ATRAVÉS DA ANÁLISE HARMÔNICA.

| INSTRUMENTO | FATOR DE ESCALA E_{gU} ($\mu\text{Gal/mV}$) | | | |
|-------------|---|-------------|-----|--------------|
| | CONJUNTO (A) | | | CONJUNTO (B) |
| | FATOR | s (\pm) | % | |
| I | 1,1171 | 0,0056 | 0,5 | 1,0850 |
| II | 0,3616 | 0,0031 | 0,9 | 0,3735 |
| III | 0,6120 | 0,0128 | 2,1 | 0,5715 |
| IV | 1,5277 | 0,0882 | 5,8 | 1,5472 |
| V | 0,9142 | 0,0051 | 0,6 | 0,9120 |

A baixa precisão constatada para o gravímetro IV decorre do fato desse instrumento ter operado, em condições normais, durante um período bastante curto, na estação de Bonn, na época considerada (segundo semestre de 1989). Os valores do conjunto (A), de obtenção imediata e precisão conhecida, são considerados como sendo de referência nas comparações efetuadas em seguida. É preciso mencionar que os valores do conjunto (B) podem estar sujeitos a certos efeitos sistemáticos decorrentes do modelo terrestre adotado na análise harmônica efetuada.

5.1.2 Apresentação dos resultados

Cada conjunto de dados de inclinação foi processado

segundo o modelo descrito no Capítulo IV, item 4.2, primeiramente tomando-se os dados correspondentes a uma inclinação variando de -30" a 30", em seguida adotando-se múltiplos de 15" (ou seja, inclinações de -45" a 45", -60" a 60", etc.), e finalmente com a inclinação total observada (série completa dos dados para cada experimento). Os limites angulares adotados para cada processamento são aproximados.

Os Quadros 20 a 30 apresentam os resultados concernentes ao gravímetro V: fator de escala (E_{gU}), bem como a tensão de saída (U_0) e o ângulo (β_0) correspondentes ao ponto insensível à inclinação. Os erros médios quadráticos (s) também são indicados; n representa o número de pares de observações (micrômetro, voltímetro) envolvidos em cada processamento. A ordem de apresentação das tabelas é dada pela seqüência cronológica da realização dos experimentos.

QUADRO 20 - GRAVÍMETRO V: RESULTADOS PARA O EXPERIMENTO VA1 (NÍVEL DE SAÍDA, 0 V)

| INCL. (MIN, MAX) (") | n | F.E. ($\mu\text{Gal/mV}$) | | PONTO INSENSÍVEL À INCLINAÇÃO | | | |
|----------------------------|----|-----------------------------|--------|-------------------------------|------|---------------|------|
| | | E_{gU} | s | U_0 (mV) | s | β_0 (") | s |
| -30, 30 | 20 | 0,9304 | 0,0914 | -16,72 | 0,75 | 893,50 | 0,85 |
| -45, 45 | 30 | 0,8285 | 0,0308 | -16,00 | 0,58 | 893,99 | 0,44 |
| -60, 60 | 40 | 0,8317 | 0,0249 | -16,26 | 0,77 | 892,26 | 0,46 |
| -75, 75 | 48 | 0,8730 | 0,0262 | -17,14 | 1,10 | 889,50 | 0,61 |
| -90, 90 | 55 | 0,8940 | 0,0199 | -17,60 | 1,07 | 888,25 | 0,54 |
| -105, 105 | 63 | 0,9216 | 0,0148 | -18,36 | 1,00 | 888,15 | 0,46 |
| -122, 116 | 71 | 0,9036 | 0,0141 | -17,82 | 1,25 | 889,88 | 0,50 |

QUADRO 21 - GRAVÍMETRO V: RESULTADOS PARA O EXPERIMENTO VA11
(REPETIÇÃO DO ANTERIOR)

| INCL. (MIN, MAX) (") | n | F.E. ($\mu\text{Gal}/\text{mV}$) | | PONTO INSENSÍVEL À INCLINAÇÃO | | | |
|----------------------------|----|------------------------------------|--------|-------------------------------|------|---------------------|------|
| | | E_{gU} | s | $U_0(\text{mV})$ | s | $\beta_0(\text{"})$ | s |
| -30, 30 | 23 | 0,9587 | 0,0688 | -33,85 | 0,47 | 890,31 | 0,66 |
| -45, 45 | 33 | 0,8394 | 0,0293 | -33,13 | 0,53 | 892,08 | 0,45 |
| -60, 60 | 43 | 0,8111 | 0,0233 | -33,02 | 0,74 | 890,22 | 0,48 |
| -75, 75 | 51 | 0,8452 | 0,0224 | -33,59 | 0,96 | 887,81 | 0,55 |
| -90, 90 | 59 | 0,8872 | 0,0196 | -34,35 | 1,05 | 886,03 | 0,54 |
| -105,105 | 69 | 0,9057 | 0,0138 | -34,79 | 0,97 | 885,86 | 0,44 |
| -134,132 | 84 | 0,8916 | 0,0107 | -34,50 | 1,16 | 888,26 | 0,43 |

QUADRO 22 - GRAVÍMETRO V: RESULTADOS PARA O EXPERIMENTO VA2
(NÍVEL DE SAÍDA, +0,5V)

| INCL. (MIN, MAX) (") | n | F.E. ($\mu\text{Gal}/\text{mV}$) | | PONTO INSENSÍVEL À INCLINAÇÃO | | | |
|----------------------------|----|------------------------------------|--------|-------------------------------|------|---------------------|------|
| | | E_{gU} | s | $U_0(\text{mV})$ | s | $\beta_0(\text{"})$ | s |
| -30, 30 | 22 | 1,0808 | 0,1042 | 557,61 | 0,58 | 890,64 | 0,94 |
| -45, 45 | 31 | 0,9114 | 0,0370 | 558,39 | 0,56 | 891,97 | 0,54 |
| -60, 60 | 40 | 0,8935 | 0,0289 | 558,23 | 0,76 | 889,66 | 0,54 |
| -75, 75 | 49 | 0,8407 | 0,0237 | 558,86 | 1,05 | 887,04 | 0,58 |
| -90, 90 | 59 | 0,8912 | 0,0195 | 557,80 | 1,12 | 885,02 | 0,55 |
| -105,105 | 68 | 0,8894 | 0,0139 | 557,85 | 1,05 | 885,34 | 0,45 |
| -133,129 | 82 | 0,8798 | 0,0116 | 558,23 | 1,28 | 887,74 | 0,46 |

QUADRO 23 - GRAVÍMETRO V: RESULTADOS PARA O EXPERIMENTO VA3
(NÍVEL DE SAÍDA, -0,5V)

| INCL. (MIN, MAX) (") | n | F.E. ($\mu\text{Gal}/\text{mV}$) | | PONTO INSENSÍVEL À INCLINAÇÃO | | | |
|----------------------------|----|------------------------------------|--------|-------------------------------|------|---------------------|------|
| | | E_{gU} | s | $U_0(\text{mV})$ | s | $\beta_0(\text{"})$ | s |
| -30, 30 | 24 | 0,9636 | 0,0753 | -444,46 | 0,52 | 889,83 | 0,72 |
| -45, 45 | 32 | 0,9318 | 0,0413 | -444,21 | 0,53 | 891,90 | 0,54 |
| -60, 60 | 43 | 0,8823 | 0,0259 | -444,05 | 0,70 | 890,02 | 0,50 |
| -75, 75 | 51 | 0,8779 | 0,0221 | -444,05 | 0,86 | 887,98 | 0,52 |
| -90, 90 | 60 | 0,9192 | 0,0188 | -444,81 | 0,96 | 886,04 | 0,51 |
| -105,105 | 71 | 0,9357 | 0,0128 | -445,22 | 0,88 | 886,12 | 0,40 |
| -120,125 | 80 | 0,9373 | 0,0120 | -445,40 | 1,04 | 887,64 | 0,42 |

QUADRO 24 - GRAVÍMETRO V: RESULTADOS PARA O EXPERIMENTO VA4
(NÍVEL DE SAÍDA, 0V; INCLINAÇÃO SECUNDÁRIA DE +40")

| INCL. (MIN, MAX) (") | n | F.E. ($\mu\text{Gal}/\text{mV}$) | | PONTO INSENSÍVEL À INCLINAÇÃO | | | |
|----------------------------|----|------------------------------------|--------|-------------------------------|------|---------------------|------|
| | | E_{gU} | s | $U_0(\text{mV})$ | s | $\beta_0(\text{"})$ | s |
| -30, 30 | 19 | 1,2011 | 0,0949 | -22,39 | 0,42 | 901,46 | 0,77 |
| -45, 45 | 28 | 0,8560 | 0,0419 | -21,11 | 0,69 | 904,28 | 0,58 |
| -60, 60 | 39 | 0,7220 | 0,0176 | -19,59 | 0,74 | 906,02 | 0,40 |
| -75, 75 | 45 | 0,7958 | 0,0200 | -21,29 | 0,94 | 905,74 | 0,49 |
| -90, 90 | 55 | 0,8972 | 0,0187 | -23,69 | 1,04 | 905,29 | 0,51 |
| -105,105 | 62 | 0,9559 | 0,0172 | -25,27 | 1,08 | 904,99 | 0,50 |
| -121,124 | 72 | 0,9545 | 0,0120 | -25,13 | 1,02 | 904,88 | 0,41 |

QUADRO 25 - GRAVÍMETRO V: RESULTADOS PARA O EXPERIMENTO VA5
(NÍVEL DE SAÍDA, 0V; INCLINAÇÃO SECUNDÁRIA DE -40")

| INCL. (MIN, MAX) (") | n | F.E. ($\mu\text{Gal}/\text{mV}$) | | PONTO INSENSÍVEL À INCLINAÇÃO | | | |
|----------------------------|----|------------------------------------|--------|-------------------------------|------|---------------------|------|
| | | E_{gU} | s | $U_0(\text{mV})$ | s | $\beta_0(\text{"})$ | s |
| -30, 30 | 22 | 0,9011 | 0,0957 | 48,12 | 0,71 | 878,13 | 0,96 |
| -45, 45 | 28 | 1,1176 | 0,0731 | 47,40 | 0,66 | 879,45 | 0,86 |
| -60, 60 | 38 | 1,0472 | 0,0294 | 47,80 | 0,58 | 878,78 | 0,50 |
| -75, 75 | 47 | 0,9293 | 0,0282 | 49,02 | 1,04 | 875,90 | 0,63 |
| -90, 90 | 56 | 0,8659 | 0,0201 | 50,36 | 1,18 | 874,25 | 0,57 |
| -105,105 | 64 | 0,8407 | 0,0136 | 51,08 | 1,10 | 875,00 | 0,45 |
| -133,126 | 77 | 0,8578 | 0,0105 | 50,21 | 1,18 | 876,42 | 0,42 |

QUADRO 26 - GRAVÍMETRO V: RESULTADOS PARA O EXPERIMENTO VB1
(NÍVEL DE SAÍDA, 0 V)

| INCL. (MIN, MAX) (") | n | F.E. ($\mu\text{Gal}/\text{mV}$) | | PONTO INSENSÍVEL À INCLINAÇÃO | | | |
|----------------------------|----|------------------------------------|--------|-------------------------------|------|---------------------|------|
| | | E_{gU} | s | $U_0(\text{mV})$ | s | $\beta_0(\text{"})$ | s |
| -30, 30 | 24 | 0,6370 | 0,0442 | 10,08 | 0,67 | 845,57 | 0,63 |
| -45, 45 | 33 | 0,6873 | 0,0240 | 9,68 | 0,63 | 844,02 | 0,46 |
| -60, 60 | 42 | 0,7699 | 0,0197 | 8,46 | 0,68 | 844,45 | 0,45 |
| -75, 75 | 52 | 0,7280 | 0,0210 | 8,86 | 1,23 | 847,76 | 0,60 |
| -90, 90 | 62 | 0,7072 | 0,0170 | 9,44 | 1,49 | 850,23 | 0,60 |
| -99,112 | 72 | 0,6616 | 0,0115 | 11,57 | 1,51 | 849,75 | 0,50 |

QUADRO 27 - GRAVÍMETRO V: RESULTADOS PARA O EXPERIMENTO VB2
(NÍVEL DE SAÍDA, +0,5V)

| INCL. (MIN, MAX) (") | n | F.E. ($\mu\text{Gal/mV}$) | | PONTO INSENSÍVEL À INCLINAÇÃO | | | |
|----------------------------|----|-----------------------------|--------|-------------------------------|------|---------------|------|
| | | E_{gU} | s | U_0 (mV) | s | β_0 (") | s |
| -30, 30 | 21 | 0,7396 | 0,0551 | 542,85 | 0,62 | 846,59 | 0,71 |
| -45, 45 | 30 | 0,6996 | 0,0284 | 543,15 | 0,69 | 843,90 | 0,49 |
| -60, 60 | 39 | 0,7531 | 0,0169 | 542,34 | 0,63 | 844,43 | 0,40 |
| -75, 75 | 47 | 0,7324 | 0,0208 | 542,35 | 1,19 | 847,20 | 0,59 |
| -90, 90 | 57 | 0,6999 | 0,0156 | 543,27 | 1,40 | 849,36 | 0,55 |
| -95,108 | 63 | 0,6723 | 0,0120 | 544,54 | 1,41 | 849,05 | 0,49 |

QUADRO 28 - GRAVÍMETRO V: RESULTADOS PARA O EXPERIMENTO VB3
(NÍVEL DE SAÍDA, -0,5V)

| INCL. (MIN, MAX) (") | n | F.E. ($\mu\text{Gal/mV}$) | | PONTO INSENSÍVEL À INCLINAÇÃO | | | |
|----------------------------|----|-----------------------------|--------|-------------------------------|------|---------------|------|
| | | E_{gU} | s | U_0 (mV) | s | β_0 (") | s |
| -30, 30 | 21 | 0,6373 | 0,0429 | -517,80 | 0,65 | 843,85 | 0,59 |
| -45, 45 | 30 | 0,6862 | 0,0252 | -518,10 | 0,64 | 842,26 | 0,45 |
| -60, 60 | 39 | 0,7685 | 0,0184 | -519,47 | 0,65 | 843,05 | 0,43 |
| -75, 75 | 49 | 0,7277 | 0,0213 | -519,21 | 1,29 | 846,54 | 0,61 |
| -90, 90 | 58 | 0,7004 | 0,0167 | -518,40 | 1,49 | 848,56 | 0,58 |
| -90,100 | 61 | 0,6910 | 0,0145 | -517,98 | 1,44 | 848,34 | 0,54 |

QUADRO 29 - GRAVÍMETRO V: RESULTADOS PARA O EXPERIMENTO VB4
(NÍVEL DE SAÍDA, 0V; INCLINAÇÃO SECUNDÁRIA DE +40")

| INCL. (MIN, MAX) (") | n | F.E. ($\mu\text{Gal/mV}$) | | PONTO INSENSÍVEL À INCLINAÇÃO | | | |
|----------------------------|----|-----------------------------|--------|-------------------------------|------|---------------|------|
| | | E_{gU} | s | U_0 (mV) | s | β_0 (") | s |
| -30, 30 | 22 | 0,5180 | 0,0279 | 49,61 | 0,60 | 875,67 | 0,48 |
| -45, 45 | 30 | 0,7254 | 0,0405 | 47,35 | 0,88 | 875,04 | 0,70 |
| -60, 60 | 41 | 0,8999 | 0,0366 | 45,47 | 0,90 | 873,22 | 0,65 |
| -75, 75 | 49 | 0,8720 | 0,0240 | 45,81 | 0,97 | 871,48 | 0,56 |
| -90, 90 | 62 | 0,7133 | 0,0176 | 50,15 | 1,63 | 870,58 | 0,62 |
| -98,106 | 66 | 0,6977 | 0,0146 | 50,82 | 1,59 | 870,16 | 0,58 |

QUADRO 30 - GRAVÍMETRO V: RESULTADOS PARA O EXPERIMENTO VB5
(NÍVEL DE SAÍDA, 0V; INCLINAÇÃO SECUNDÁRIA DE
-40")

| INCL. (MIN,MAX) (") | n | F.E. ($\mu\text{Gal/mV}$) | | PONTO INSENSÍVEL À INCLINAÇÃO | | | |
|---------------------------|----|-----------------------------|--------|-------------------------------|------|---------------|------|
| | | E_{gU} | s | U_0 (mV) | s | β_0 (") | s |
| -30, 30 | 22 | 0,8462 | 0,0540 | -26,76 | 0,51 | 826,45 | 0,62 |
| -45, 45 | 33 | 0,5761 | 0,0275 | -24,60 | 1,08 | 823,17 | 0,58 |
| -60, 60 | 44 | 0,5405 | 0,0125 | -23,83 | 0,91 | 822,60 | 0,37 |
| -75, 75 | 52 | 0,5830 | 0,0112 | -25,54 | 0,98 | 822,12 | 0,37 |
| -90, 90 | 62 | 0,6543 | 0,0123 | -28,80 | 1,24 | 822,24 | 0,46 |
| -112,106 | 71 | 0,7111 | 0,0121 | -31,58 | 1,40 | 822,78 | 0,49 |

As Figuras 40 a 49 mostram a comparação dos fatores de escala E_{gU} , obtidos nos experimentos de inclinação, com os valores adotados como sendo de referência (E_{gU}^*). O conjunto de barras verticais representa os erros médios quadráticos para cada nível de inclinação, obtidos pela média aritmética dos valores que se verificaram nos diversos experimentos.

5.1.3 Comentários

Por meio das figuras que representam a conclusão do item anterior, constata-se:

- que a dispersão diminui com o aumento da inclinação ;
- que a dispersão mantém uma relação de proporcionalidade direta com o valor da quantidade expressando o fator de escala do instrumento;
- que a dispersão é, em geral, maior nos experimentos A

FIGURA 40 -
GRAVÍMETRO I,
EXPERI-
MENTOS A

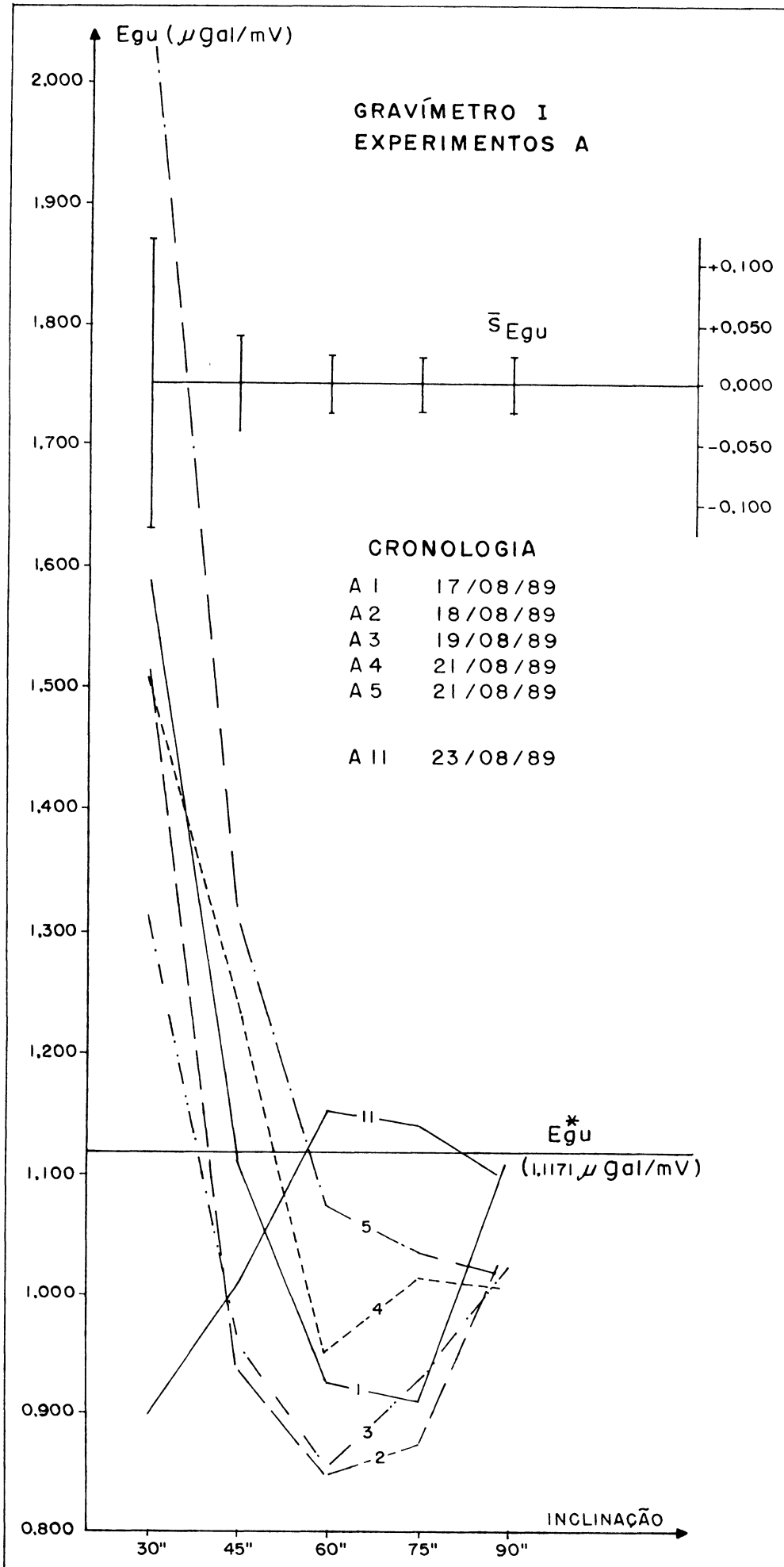


FIGURA 41 - GRAVÍMETRO I, EXPERIMENTOS B

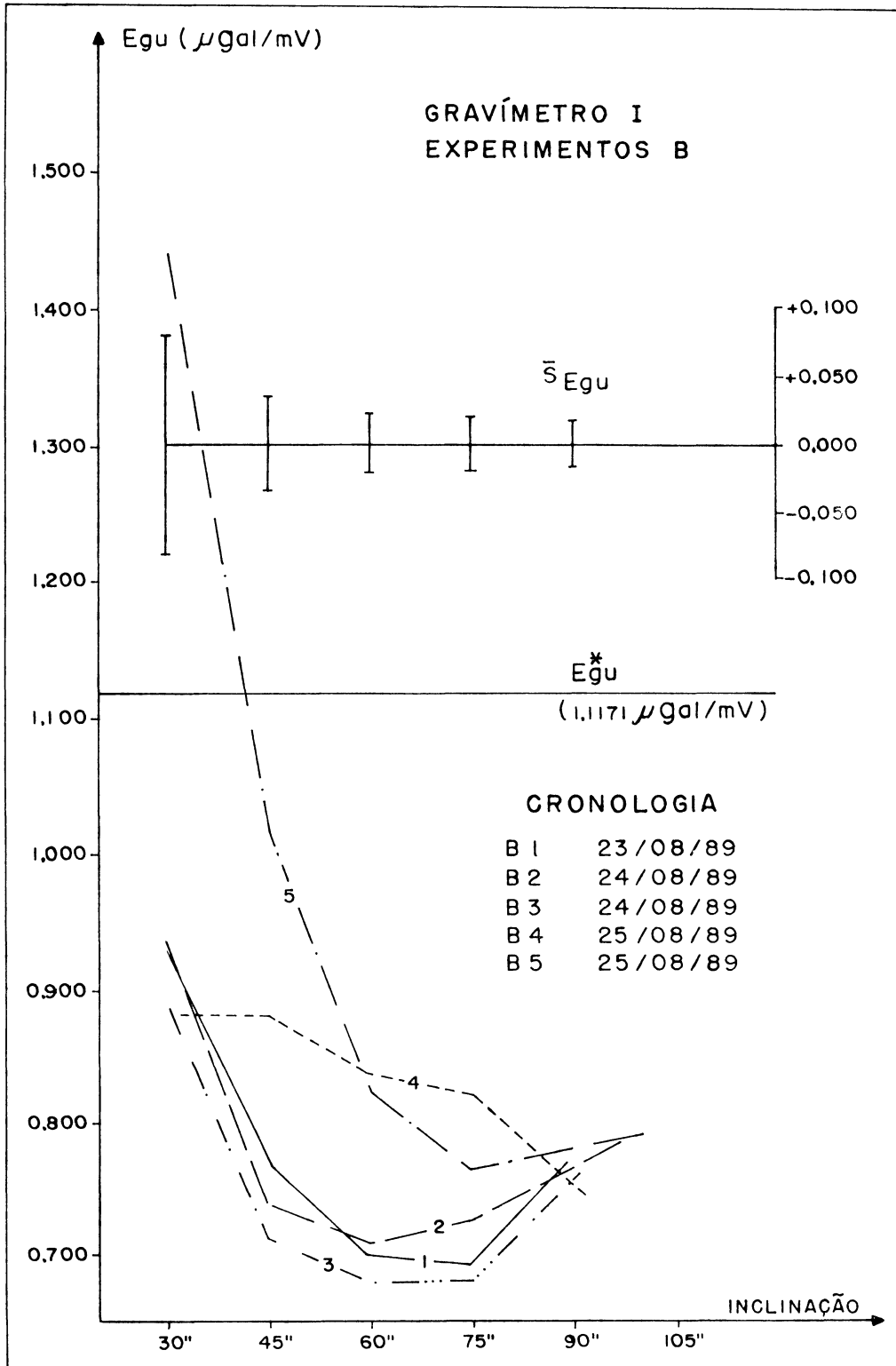


FIGURA 43 - GRAVÍMETRO II, EXPERIMENTOS B

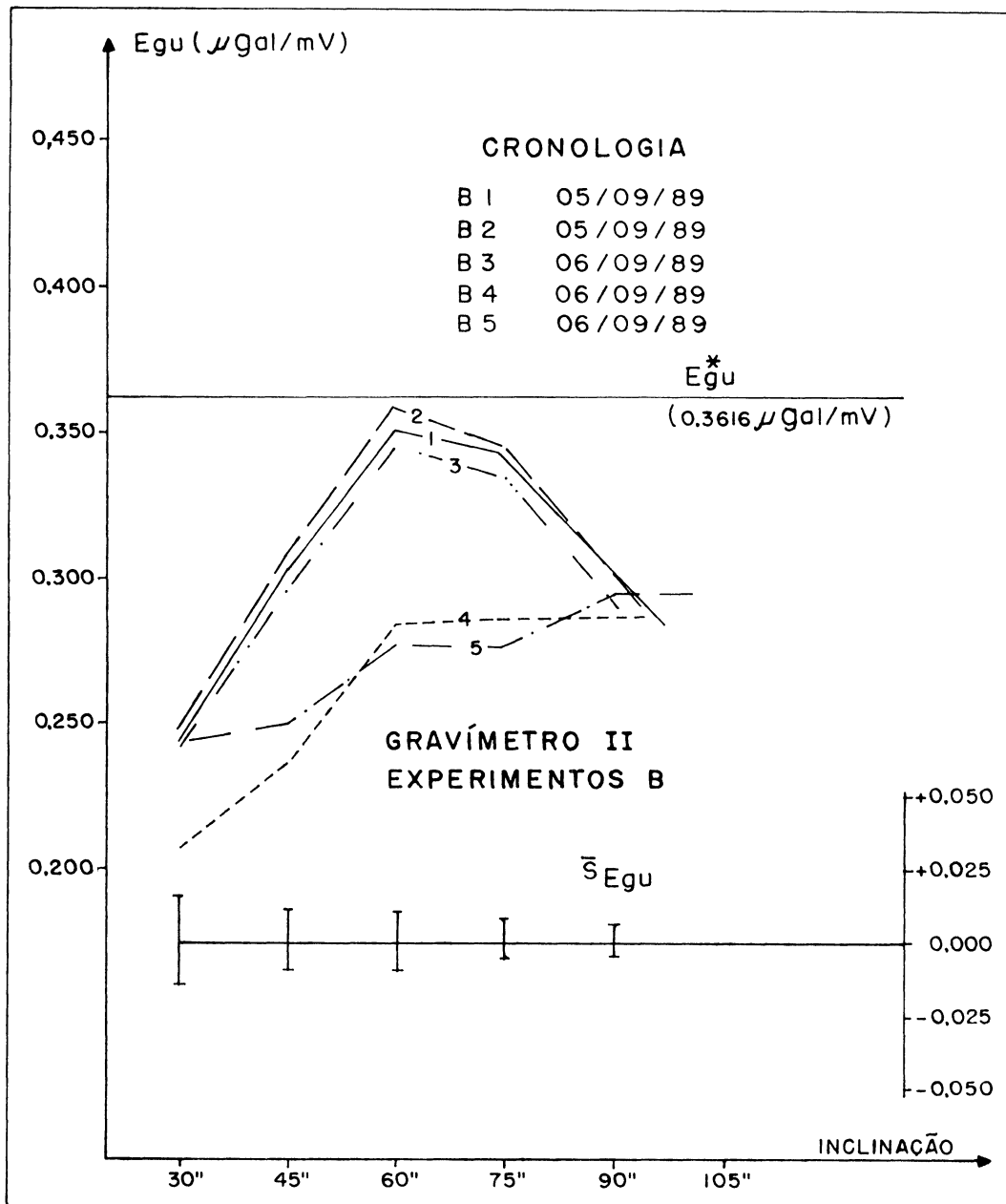


FIGURA 44 - GRAVÍMETRO III, EXPERIMENTOS A

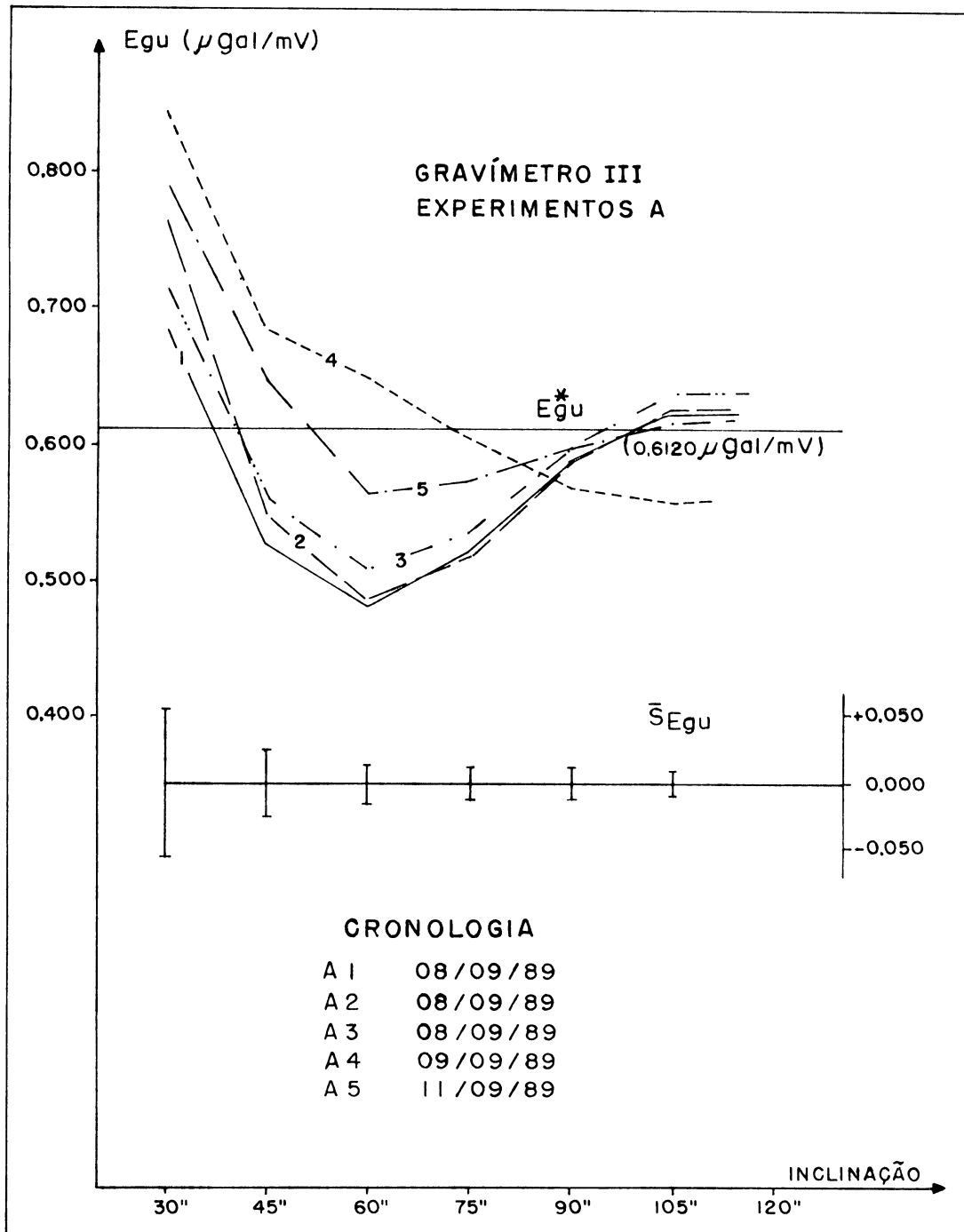


FIGURA 45 - GRAVÍMETRO III, EXPERIMENTOS B

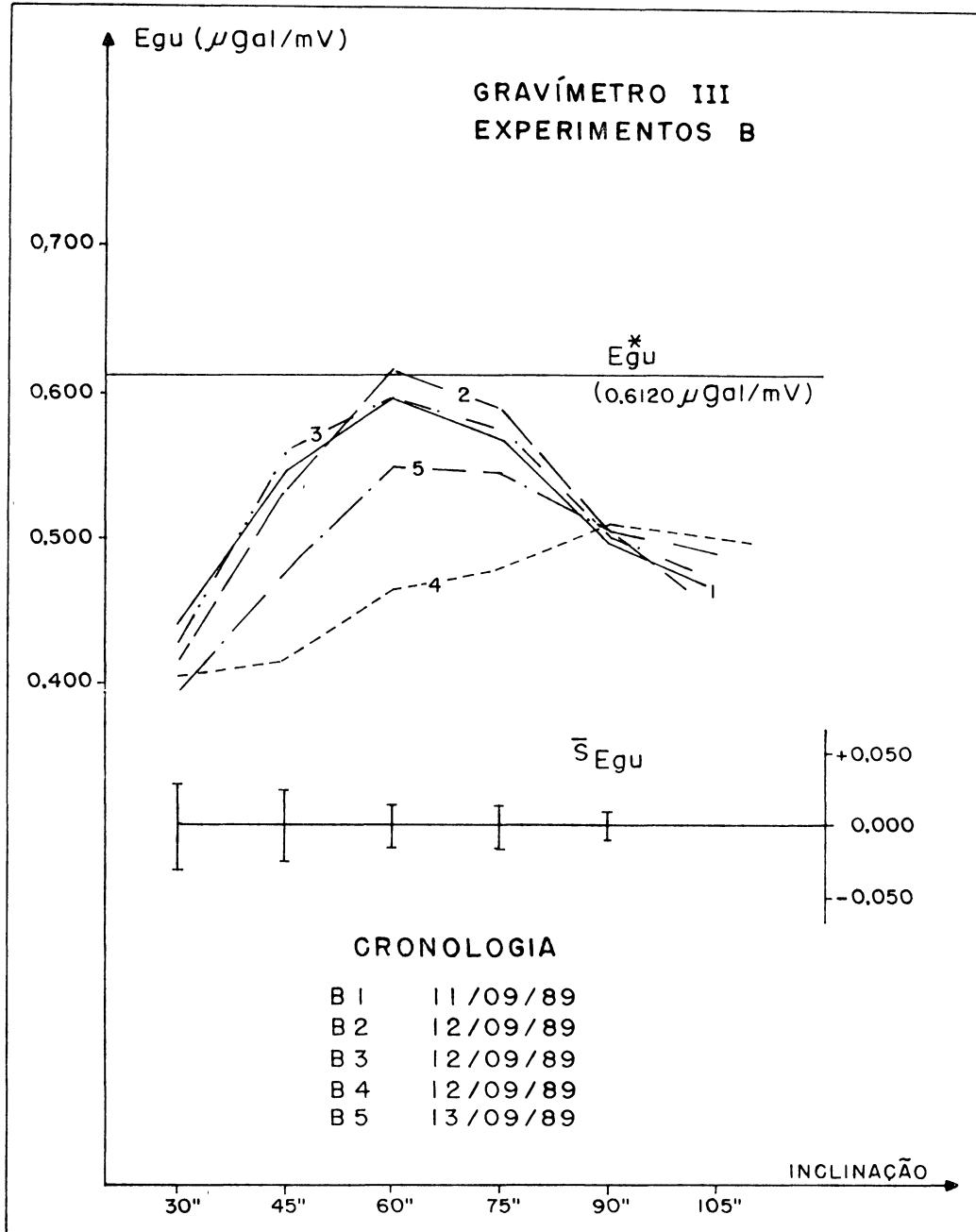


FIGURA 46 - GRAVÍMETRO IV, EXPERIMENTOS A

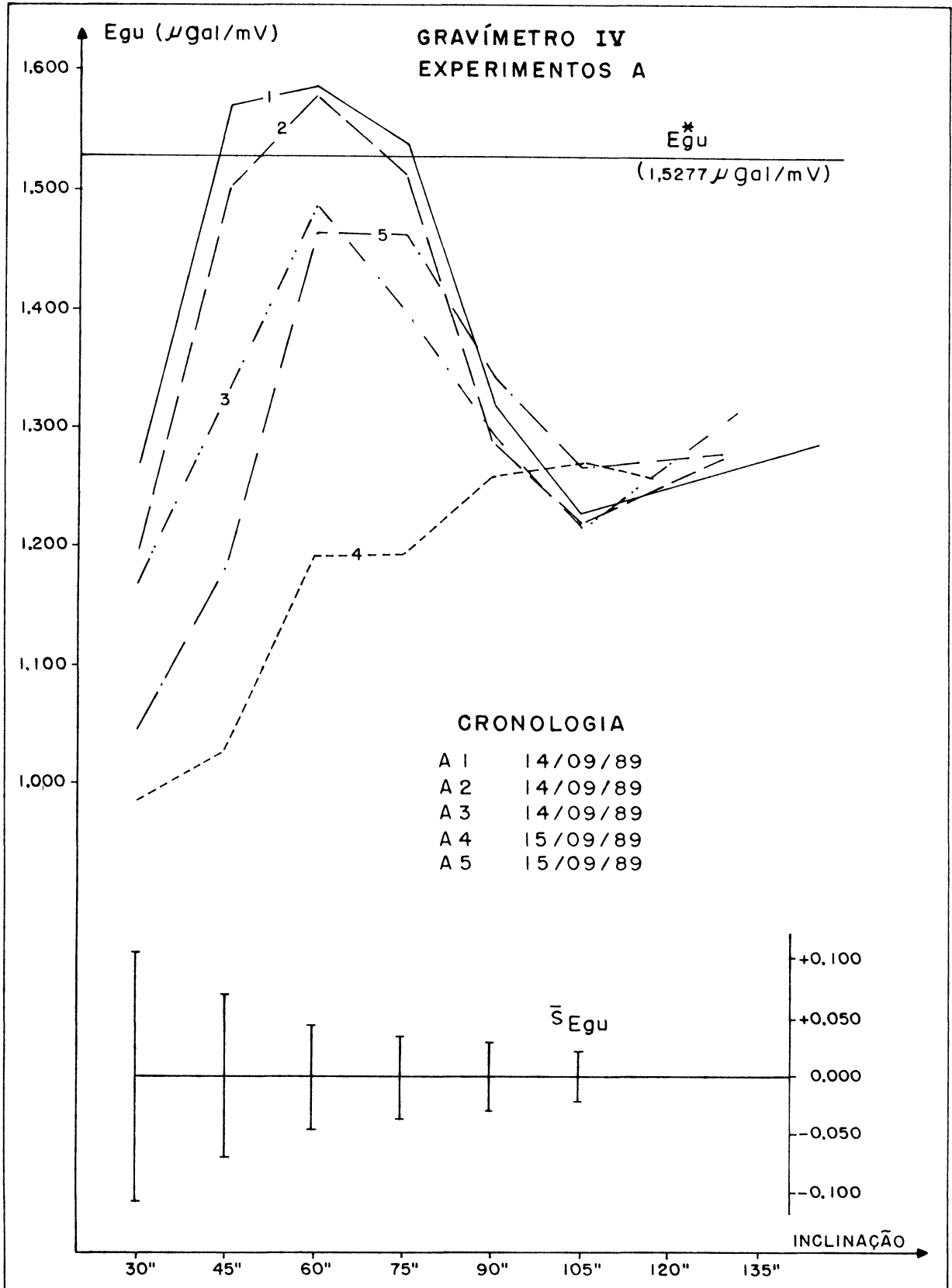


FIGURA 47 - GRAVÍMETRO IV, EXPERIMENTOS B

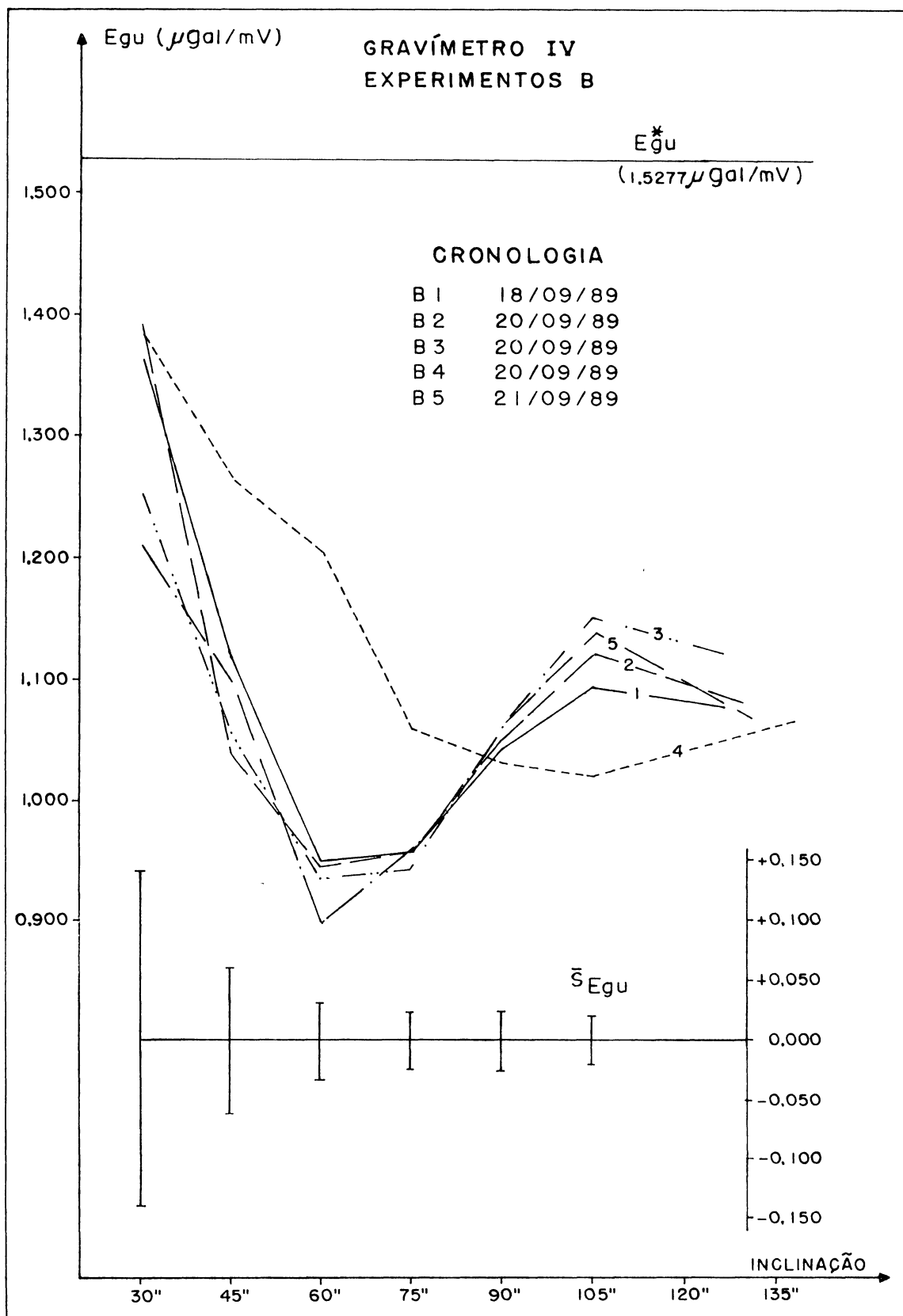
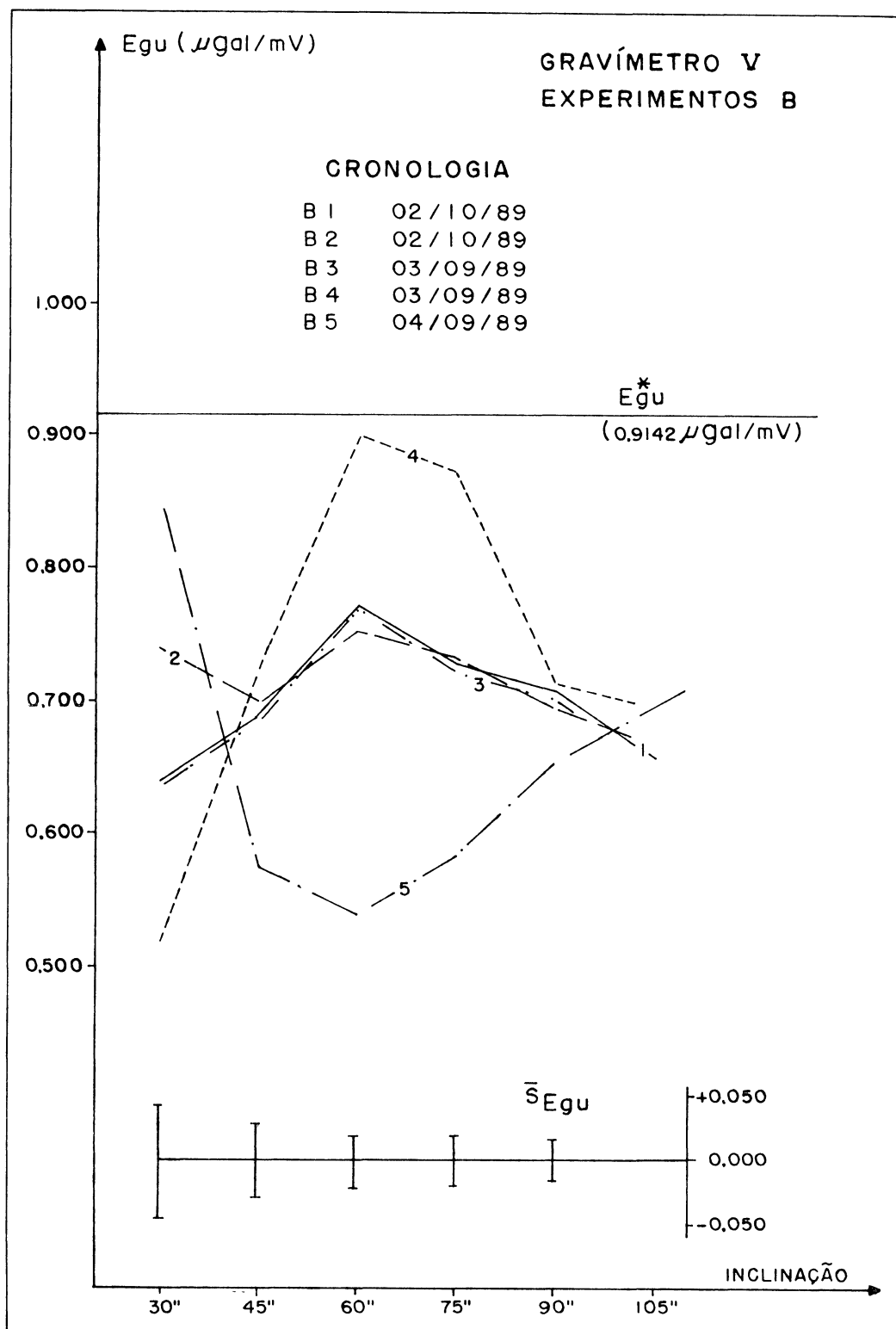


FIGURA 49 - GRAVÍMETRO V, EXPERIMENTOS B



do que nos experimentos B (exceção: gravímetro IV);

- que os valores de E_{gU} obtidos nos experimentos A são, em média, maiores que aqueles referentes aos experimentos B;

- que, em alguns casos, certos tipos de experimentos parecem favorecer a obtenção do valor de referência (Quadro 31).

Verifica-se também uma convergência dos valores dos fatores de escala, para todos os experimentos, quando a inclinação dos instrumentos é considerada entre $-90''$ e $90''$. Esse agrupamento dos valores de E_{gU} é mais acentuado nos experimentos do tipo B.

Essa última constatação sugere o cálculo da média ponderada dos valores do fator de escala obtidos nos cinco experimentos do tipo B, e a vinculação dessa média ao valor de referência por intermédio de um fator corretivo adimensional **a**:

$$E_{gU}^* = a E_{gU, B90}$$

Nessa expressão, E_{gU}^* é o valor de referência para o fator de escala de um determinado gravímetro, $E_{gU, B90}$ o valor médio estimado nos experimentos do tipo B para a inclinação de $-90''$ a $90''$, para o mesmo instrumento.

Os valores de **a** para os cinco gravímetros são apresentados no Quadro 32. No caso específico do gravímetro V o valor de E_{gU} referente ao experimento B5 não foi incluído no cálculo da média, uma vez que ele se afasta significativamente dos demais (ver Figura 49). Com a disposição dos valores de $E_{gU, B90}$ em ordem crescente, obtém-se a Figura 50.

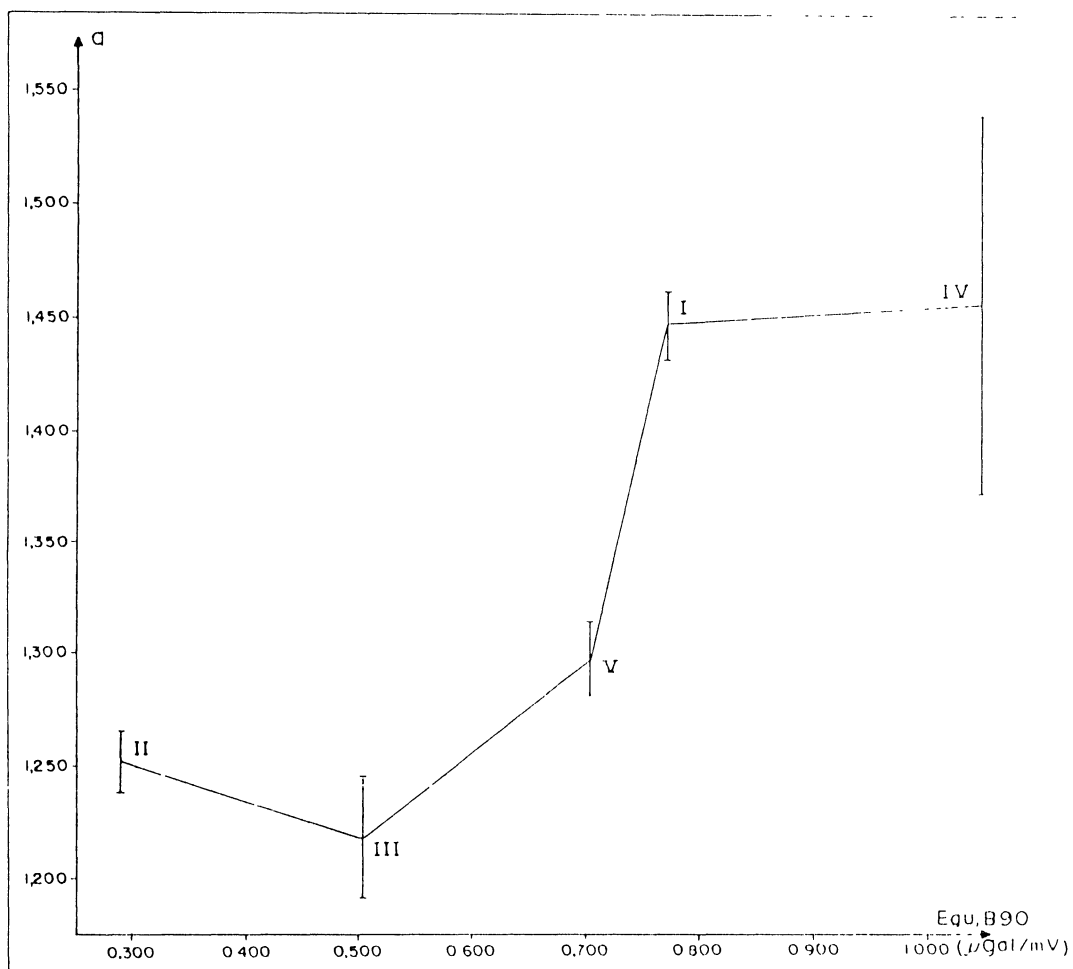
QUADRO 31 - EXPERIMENTOS RESULTANDO EM VALORES DE E_{gU} PRÓXIMOS DOS VALORES DE REFERÊNCIA.

| GRAV | EXP. | INCL. (") | $E_{gU} (\mu\text{Gal/mV})$ | $E_{gU}^* (\mu\text{Gal/mV})$ |
|------|------|-----------|-----------------------------|-------------------------------|
| I | A1 | -45, 45 | $1,1105 \pm 0,0463$ | $1,1171 \pm 0,0056$ |
| | A1 | -69,110 | $1,1098 \pm 0,0277$ | |
| | A11 | -77, 99 | $1,0981 \pm 0,0243$ | |
| II | A1 | -75, 75 | $0,3615 \pm 0,0068$ | $0,3616 \pm 0,0031$ |
| | A2 | -45, 45 | $0,3610 \pm 0,0134$ | |
| | A3 | -101,120 | $0,3669 \pm 0,0052$ | |
| | A11 | -96,118 | $0,3636 \pm 0,0058$ | |
| | B2 | -60, 60 | $0,3582 \pm 0,0088$ | |
| III | A5 | -105,105 | $0,6162 \pm 0,0091$ | $0,6120 \pm 0,0128$ |
| | A5 | -117,111 | $0,6180 \pm 0,0088$ | |
| | B2 | -60, 60 | $0,6163 \pm 0,0182$ | |
| IV | A1 | -75, 75 | $1,5369 \pm 0,0258$ | $1,5277 \pm 0,0882$ |
| | A2 | -75, 75 | $1,5130 \pm 0,0372$ | |
| V | A1 | -30, 30 | $0,9304 \pm 0,0914$ | $0,9142 \pm 0,0051$ |
| | A1 | -105,105 | $0,9216 \pm 0,0148$ | |
| | A11 | -105,105 | $0,9057 \pm 0,0138$ | |
| | A2 | -45, 45 | $0,9114 \pm 0,0370$ | |
| | A3 | -90, 90 | $0,9192 \pm 0,0189$ | |
| | A5 | -30, 30 | $0,9011 \pm 0,0957$ | |
| | A5 | -75, 75 | $0,9293 \pm 0,0182$ | |
| | B4 | -60, 60 | $0,8999 \pm 0,0336$ | |

QUADRO 32 - FATORES CORRETIVOS BASEADOS NOS EXPERIMENTOS B, COM INCLINAÇÃO DE $-90''$ A $90''$

| GRAV. | $E_{gU}^* (\mu\text{Gal/mV})$ | $E_{gU,B90} (\mu\text{Gal/mV})$ | a |
|-------|-------------------------------|---------------------------------|---------------------|
| I | $1,1171 \pm 0,0056$ | $0,7718 \pm 0,0076$ | $1,4474 \pm 0,0159$ |
| II | $0,3616 \pm 0,0031$ | $0,2889 \pm 0,0022$ | $1,2517 \pm 0,0145$ |
| III | $0,6120 \pm 0,0128$ | $0,5026 \pm 0,0048$ | $1,2176 \pm 0,0280$ |
| IV | $1,5277 \pm 0,0882$ | $1,0498 \pm 0,0105$ | $1,4553 \pm 0,0853$ |
| V | $0,9142 \pm 0,0051$ | $0,7048 \pm 0,0084$ | $1,2972 \pm 0,0170$ |

FIGURA 50 - FATORES CORRETIVOS E VALORES MÉDIOS DOS FATORES DE ESCALA OBTIDOS NOS EXPERIMENTOS B COM A INCLINAÇÃO DE $-90''$ A $90''$.



O gráfico dessa última figura parece sugerir a existência de algum tipo de correlação não-linear entre, por um lado, os fatores de escala calculados para os experimentos realizados na

posição B dos gravímetros (para uma inclinação compreendida entre $-90''$ e $90''$), e, por outro lado, o fator corretivo para os mesmos. As barras verticais indicam os erros médios quadráticos dos valores obtidos para a quantidade **a** (propagação das variâncias).

A análise de uma quantidade maior de instrumentos, densificando assim as informações mostradas na Figura 50, poderia sugerir a calibração dos instrumentos do gênero estudado mediante a realização dos cinco tipos de experimentos B, verificação da convergência para a inclinação indicada e adoção, para **a**, de um valor baseado numa função ajustada aos dados densificados.

Os gravímetros I e II mostraram durante a realização dos experimentos um gênero de perturbação mecânica, resultando numa oscilação da pena do registrador, com freqüência tal que a curva de maré se apresentava como uma faixa contínua de cerca de 1cm de espessura. Esse fenômeno foi eliminado por meio de leves sacudidelas nos instrumentos. Após isso, os experimentos A1 foram repetidos para os dois gravímetros em questão, sob a designação A11. Nas Figuras 40 e 42 constata-se uma inversão da curvatura das linhas representando os experimentos repetidos: para o gravímetro I, A1 tem sua concavidade voltada para cima, o contrário ocorrendo com A11; e, para o instrumento II, verifica-se uma situação inversa. Como todos os experimentos posteriores a A11 se referem à situação instrumental vigente após a perturbação (consultar a cronologia dos experimentos, apresentada nas figuras mencionadas), não foi possível efetuar comparações adicionais.

Para o gravímetro V repetiu-se o experimento A1 porque o mesmo incluiu a ativação e desativação do dispositivo eletrostático de controle da vigueta (ver Capítulo VI), o que aumentou em cerca de duas horas a duração das operações. A Figura 48 mostra a semelhança das linhas A1 e A11; mas a aproximação do fator de escala obtido, com respeito ao valor de referência, é melhor, considerando-se inclinações de 60" e maiores, para o experimento A1.

5.2 COM RELAÇÃO ÀS DIFERENÇAS ENTRE A PARÁBOLA TEÓRICA E AS CURVAS AJUSTADAS AOS DADOS.

5.2.1 Observações preliminares e apresentação dos resultados.

Efetuando-se a comparação entre a parábola teórica:

$$\Delta \bar{g}_T = -\frac{g_0}{2\rho^2} (\beta - \beta_0)^2$$

e a curva ajustada aos dados dos experimentos de inclinação por meio de conjuntos de polinômios ortogonais (Capítulo IV):

$$\Delta \bar{g}_S = E_{gU}^* (U - U_0) = E_{gU}^* \sum_{p=1}^m a_p T_p (\beta - \beta_0)$$

determina-se uma diferença

$$d = \Delta \bar{g}_S - \Delta \bar{g}_T$$

calculada em intervalos constantes do ângulo de inclinação (no caso, de 1"), e uma quantidade

$$d_g = \left| \left(\sum_1^n d_i^2 \right) / n \right|^{1/2} \quad (113)$$

que se denomina aqui a **diferença média quadrática** entre os valores observados ajustados e os valores teóricos da variação aparente da gravidade com a inclinação.

As quantidades U_0 e β_0 , que individualizam o ponto insensível à inclinação, foram retiradas dos ajustamentos dos dados que também forneceram os valores de E_{gU} (item 5.1). A cada faixa de inclinação correspondendo um par de valores, o par definido para a comparação descrita acima foi determinado com base num teste do qui-quadrado (MIKHAIL, 1976): o par selecionado corresponde ao ajustamento satisfazendo o critério do teste. O Quadro 33 apresenta um exemplo da seleção, para o experimento IA2. O nível de significância adotado é para $\alpha = 0,05$.

QUADRO 33 - EXEMPLO PARA A DETERMINAÇÃO DOS VALORES DE U_0 E β_0 USADOS NAS COMPARAÇÕES (EXPERIMENTO IA2).

| INCL. (") | U_0 (mV) | β_0 (") | X^2 | | |
|--------------|---------------|------------------|------------------|-----------|----------------|
| | | | gl, $1-\alpha/2$ | calculado | gl, $\alpha/2$ |
| -30, 30 | 523,56 | 823,09 | 6,91 | 4,24 | 28,85 |
| -45, 45 | 525,17 | 822,32 | 15,32 | 43,09 | 44,45 |
| -60, 60 | 525,89 | 822,73 | 22,89 | 64,71 | 56,88 |
| -70, 75 | 525,40 | 823,51 | 31,57 | 134,58 | 70,21 |
| -70,107 | 522,16 | 824,91 | 38,04 | 526,29 | 79,74 |

Nesse caso, os valores adotados foram

$$U_0 = 525,17\text{mV}$$

$$\beta_0 = 822,32''$$

uma vez que o ajustamento para a inclinação de $-45''$ a $45''$ conduziu a um valor de X^2 situado entre os valores extremos.

As Figuras 51 a 55 apresentam a comparação entre a curva teórica (linha cheia) com a curva observada ajustada (linha pontilhada), para os cinco instrumentos analisados, na posição A e para o nível de saída da ordem de 0V, sem inclinação secundária. Observar o fato dos pontos de máximo não coincidirem, o que constitui uma crítica do procedimento exposto no Quadro 26.

As Figuras 56 a 60 mostram os valores da diferença média quadrática para as diversas faixas de inclinação em que as séries de dados foram subdivididas ($-30''$ a $30''$, $-45''$ a $45''$, etc.), nos experimentos em posição A, em que se faz variar o nível de saída dos gravímetros.

As Figuras 61 a 65 apresentam os valores de d_q em função do nível de inclinação, ainda na posição A, para os experimentos em que se introduz a inclinação secundária. Os experimentos 1 (nível de saída de 0 V, sem inclinação secundária) são aí registrados para a comparação.

As Figuras 66 a 68 mostram os valores de d_q nas repetições dos experimentos 1, realizadas para os gravímetros I, II e V.

As Figuras 69 e 70 constituem um exemplo dos valores de d_q , para o gravímetro III, na posição B.

FIGURA 51 - EXPERIMENTO IA1

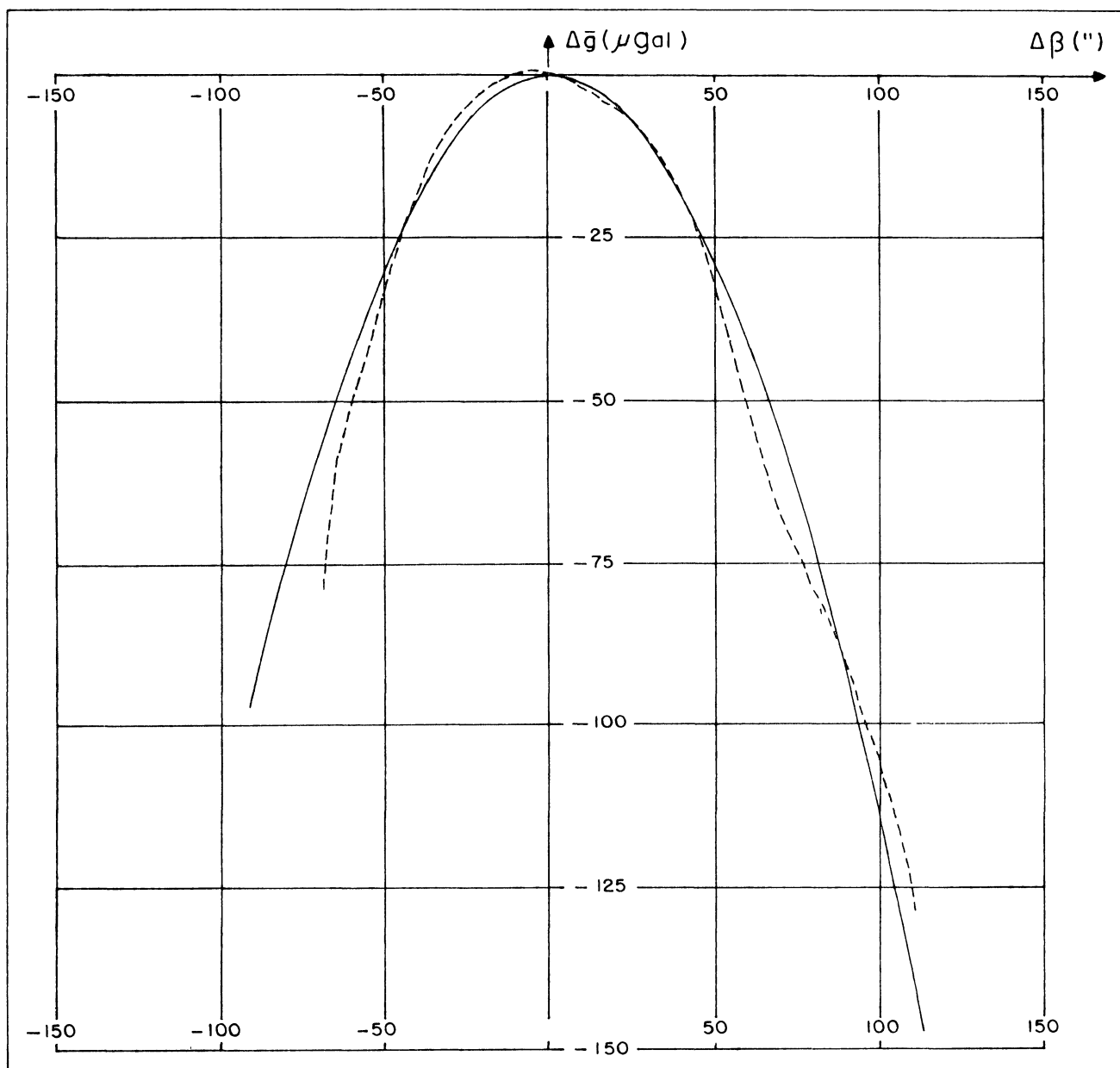


FIGURA 52 - EXPERIMENTO IIA1

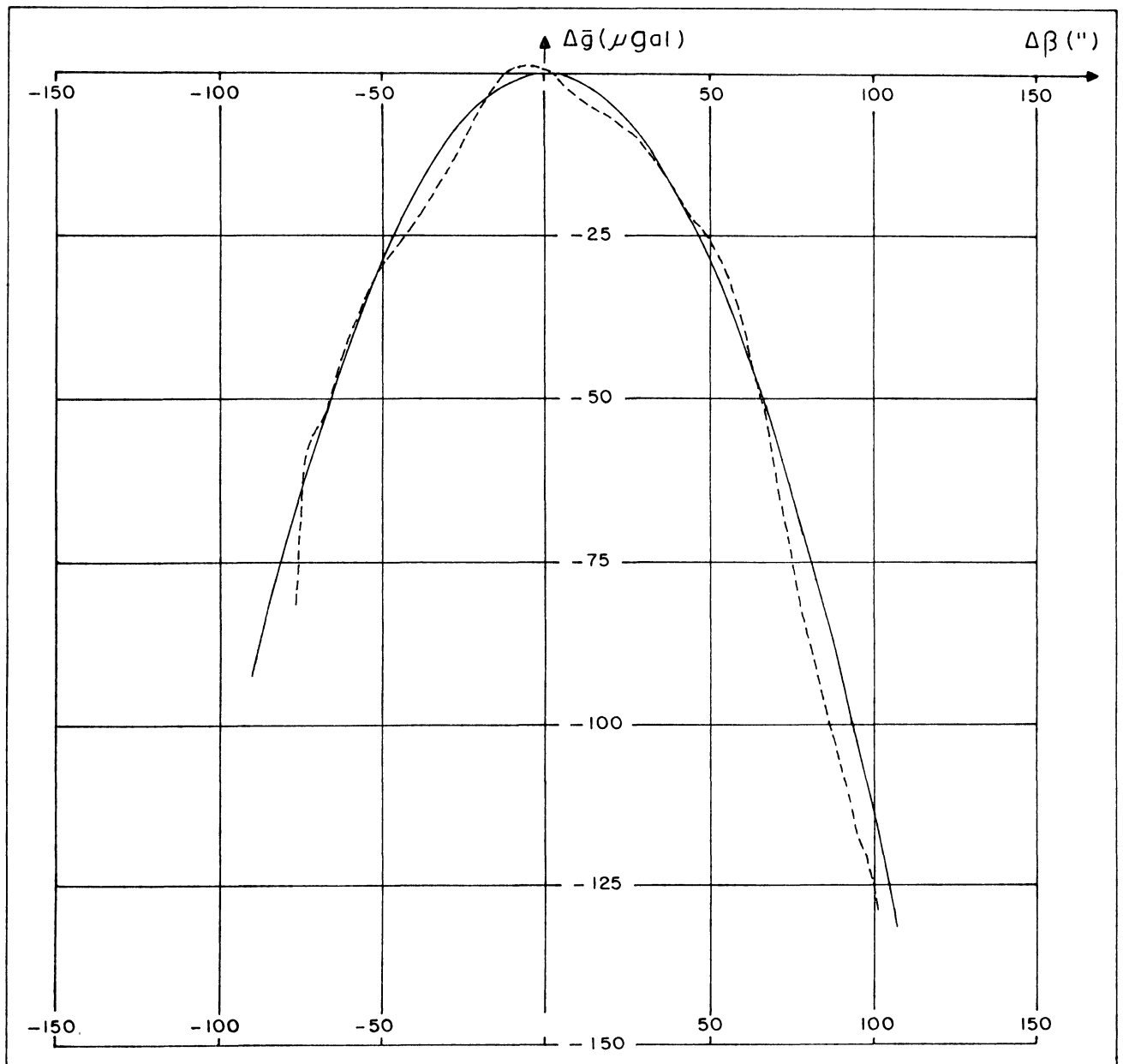


FIGURA 53 - EXPERIMENTO IIIA1

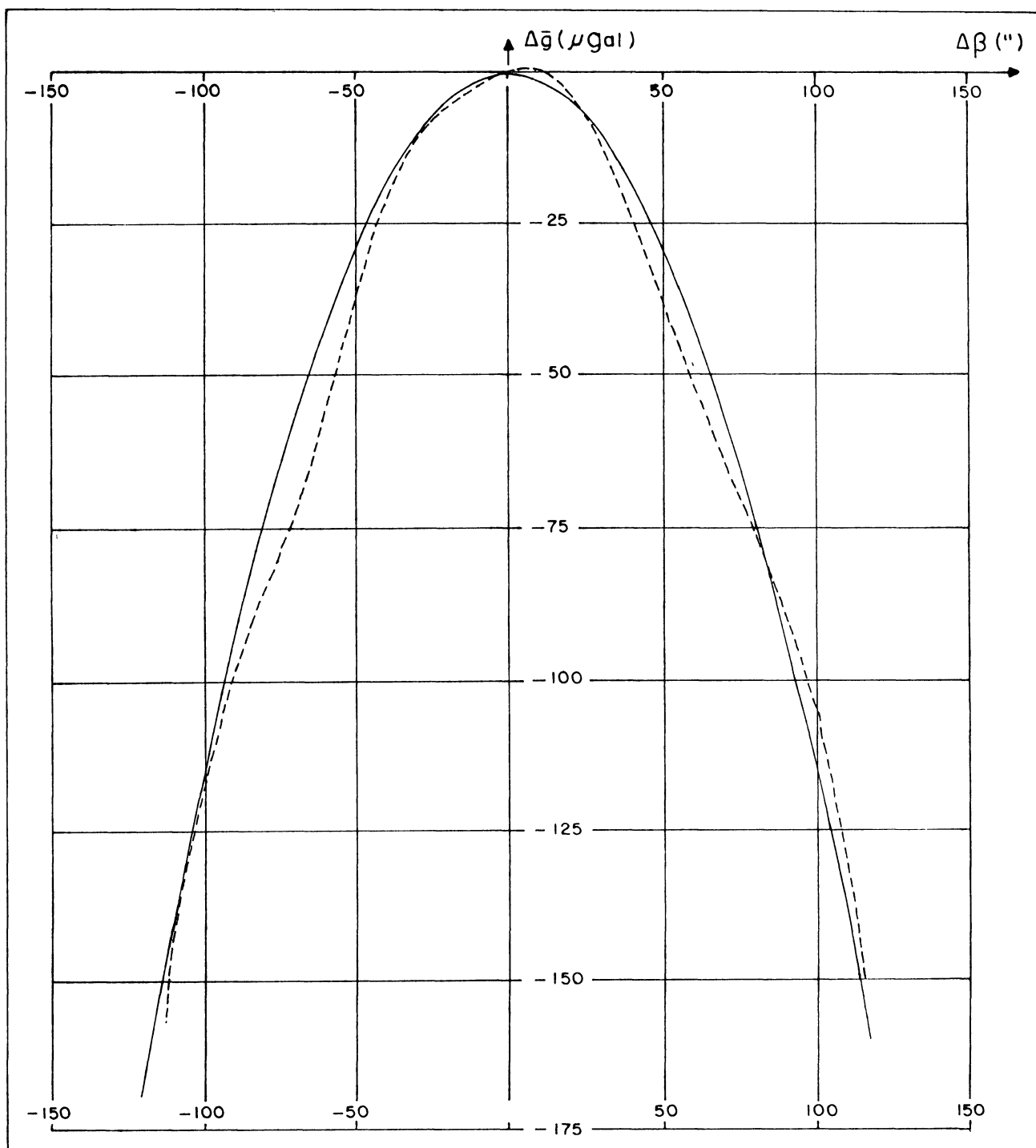


FIGURA 54
- EXPERIMENTO IVA1

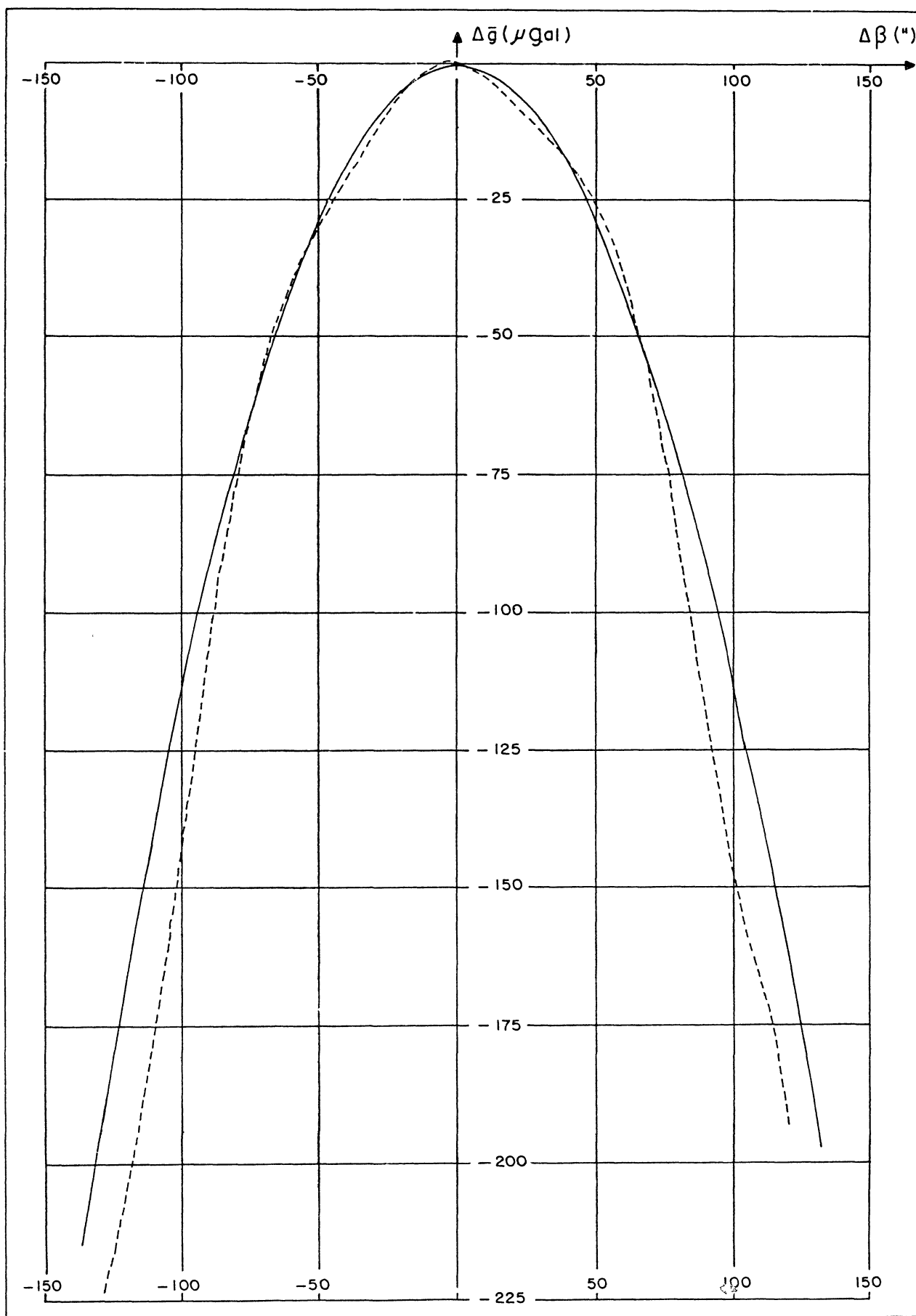


FIGURA 55 - EXPERIMENTO VA1

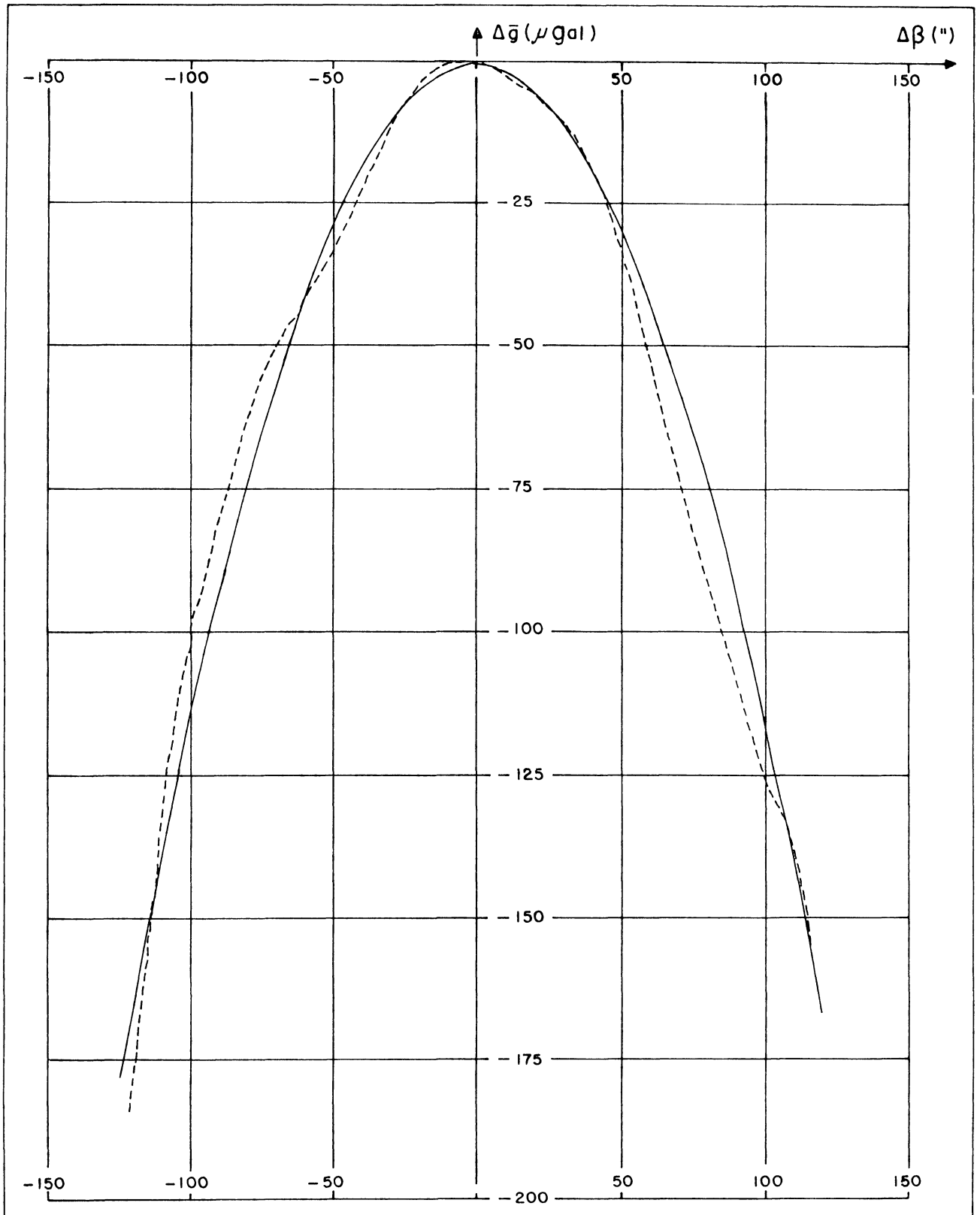


FIGURA 56 - EXPERIMENTOS IA (VARIAÇÃO NO NÍVEL DE SAÍDA)

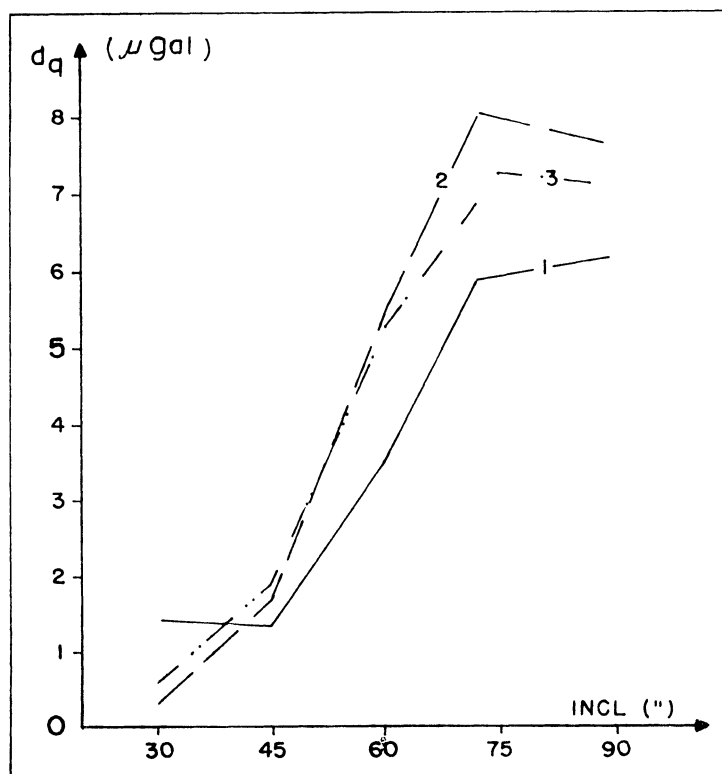


FIGURA 57 - EXPERIMENTOS IIA (VARIAÇÃO NO NÍVEL DE SAÍDA)

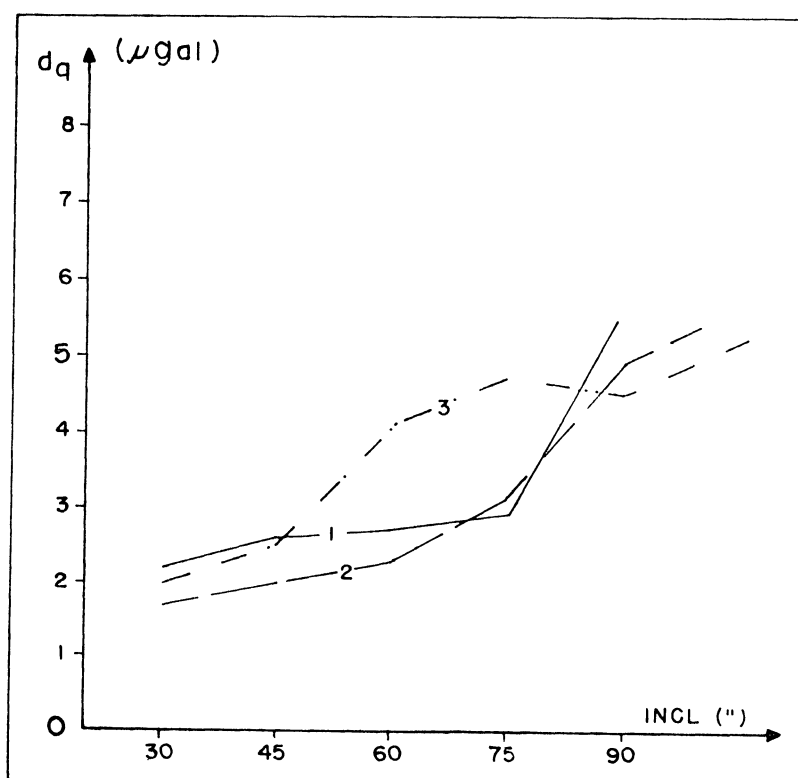


FIGURA 58 - EXPERIMENTOS IIIA (VARIAÇÃO NO NÍVEL DE SAÍDA)

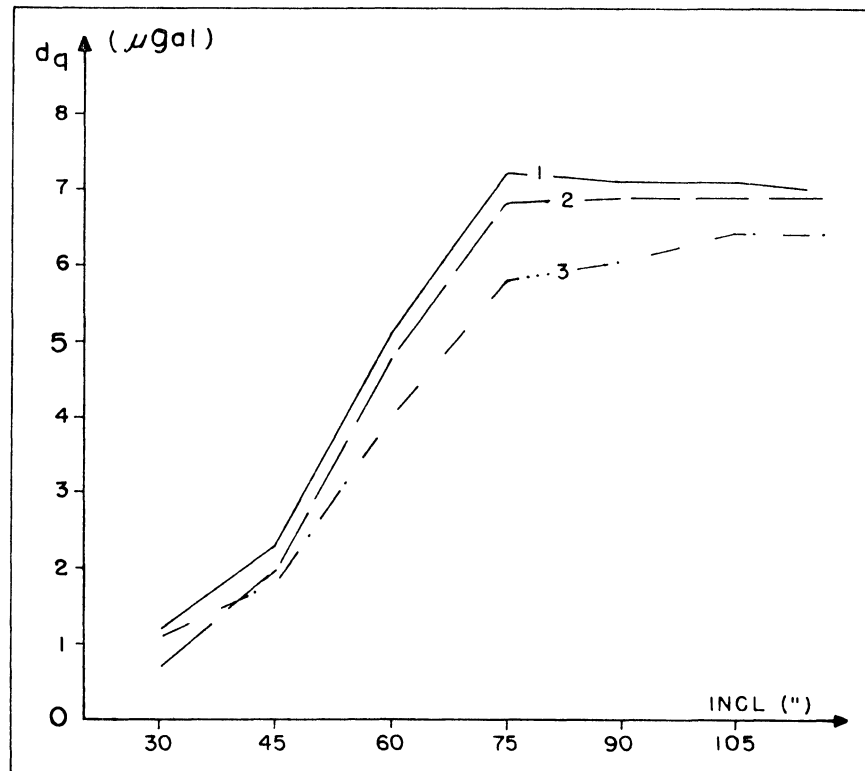
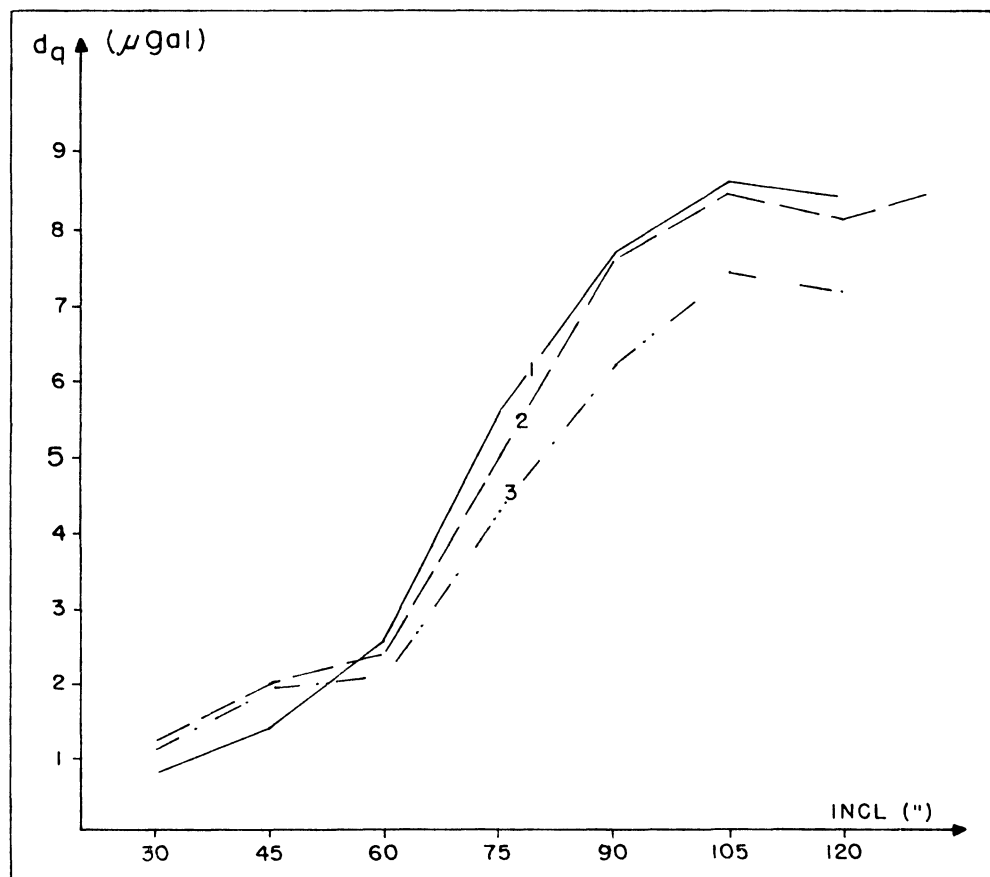
FIGURA 60 -
EXPERIMENTOS
VA (VARIAÇÃO
NO NÍVEL DE
SAÍDA)

FIGURA 59 - EXPERIMENTOS IVA (VARIACÃO NO NÍVEL DE SAÍDA)

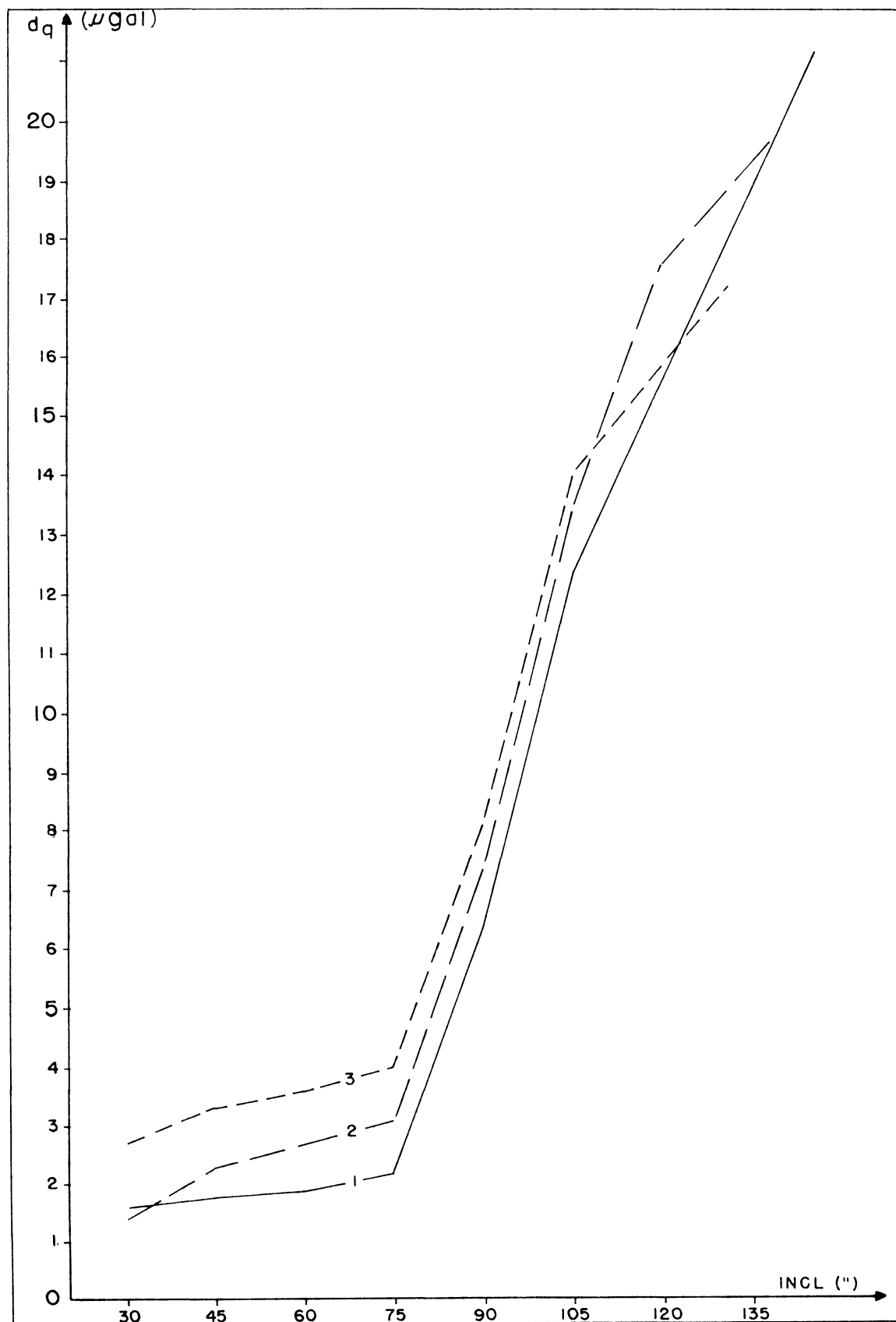


FIGURA 61 -
EXPERIMENTOS
IA (INCLINA-
ÇÃO SECUNDÁ-
RIA)

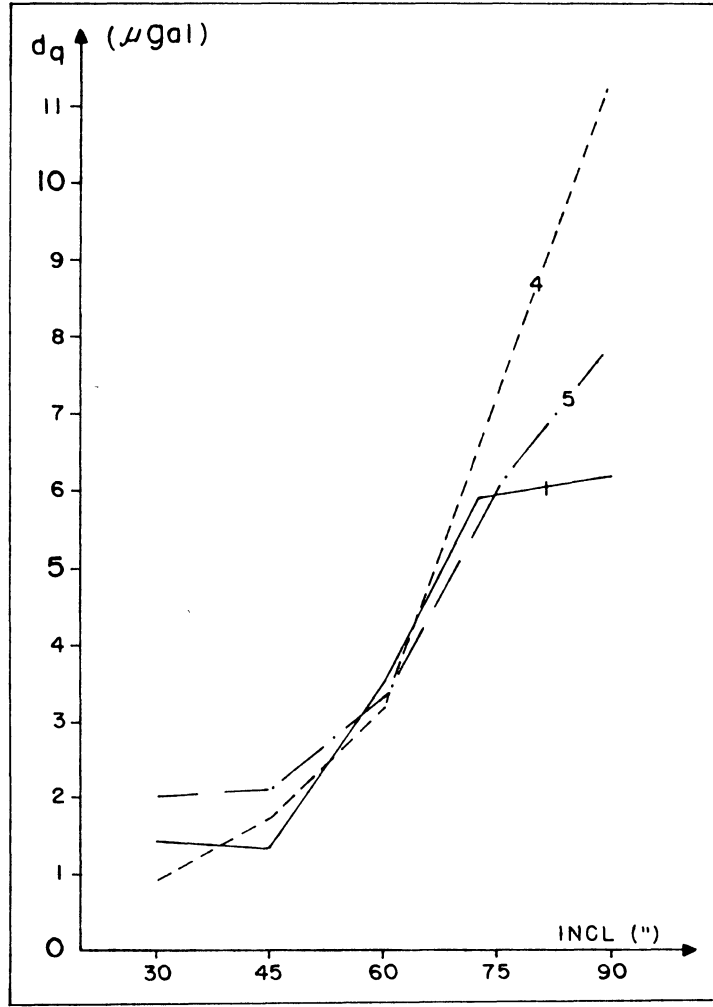


FIGURA 62 -
EXPERIMENTOS
IIA (INCLINA-
ÇÃO SECUNDÁ-
RIA)

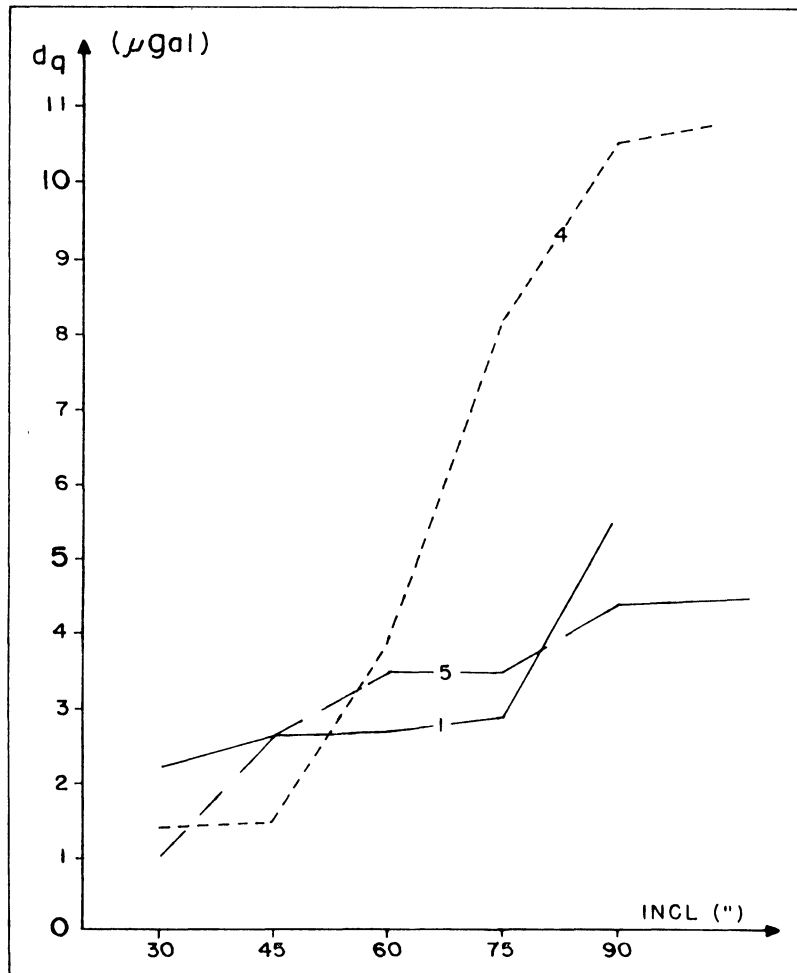


FIGURA 63 - EXPERIMENTOS IIIA (INCLINAÇÃO SECUNDÁRIA)

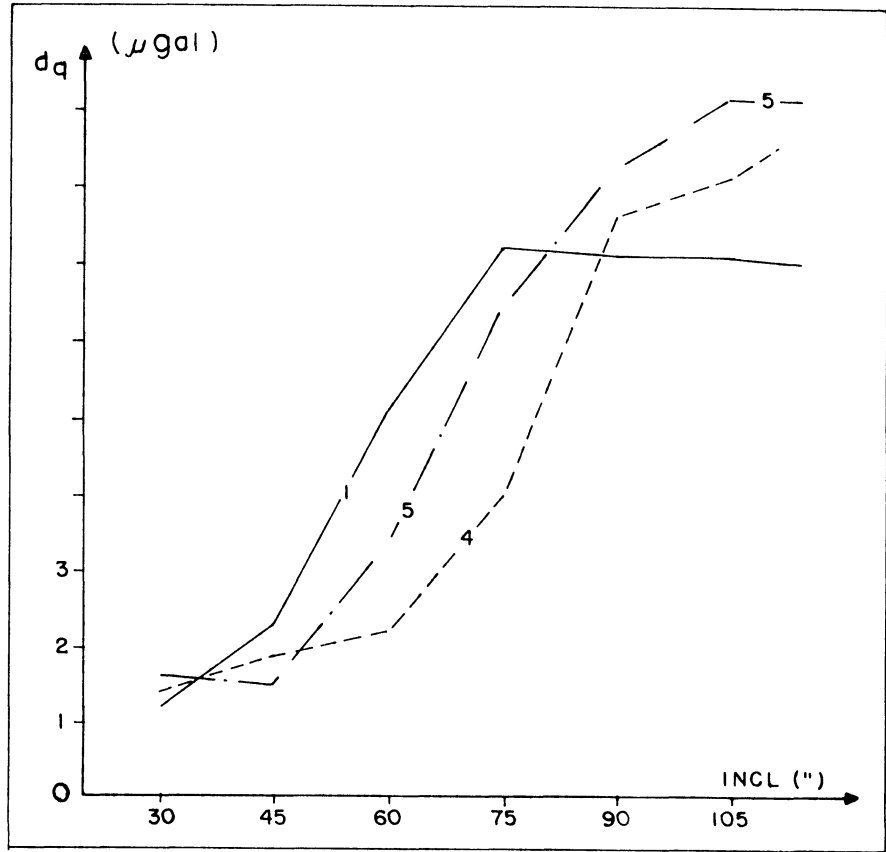


FIGURA 65 - EXPERIMENTOS VA (INCLINAÇÃO SECUNDÁRIA)

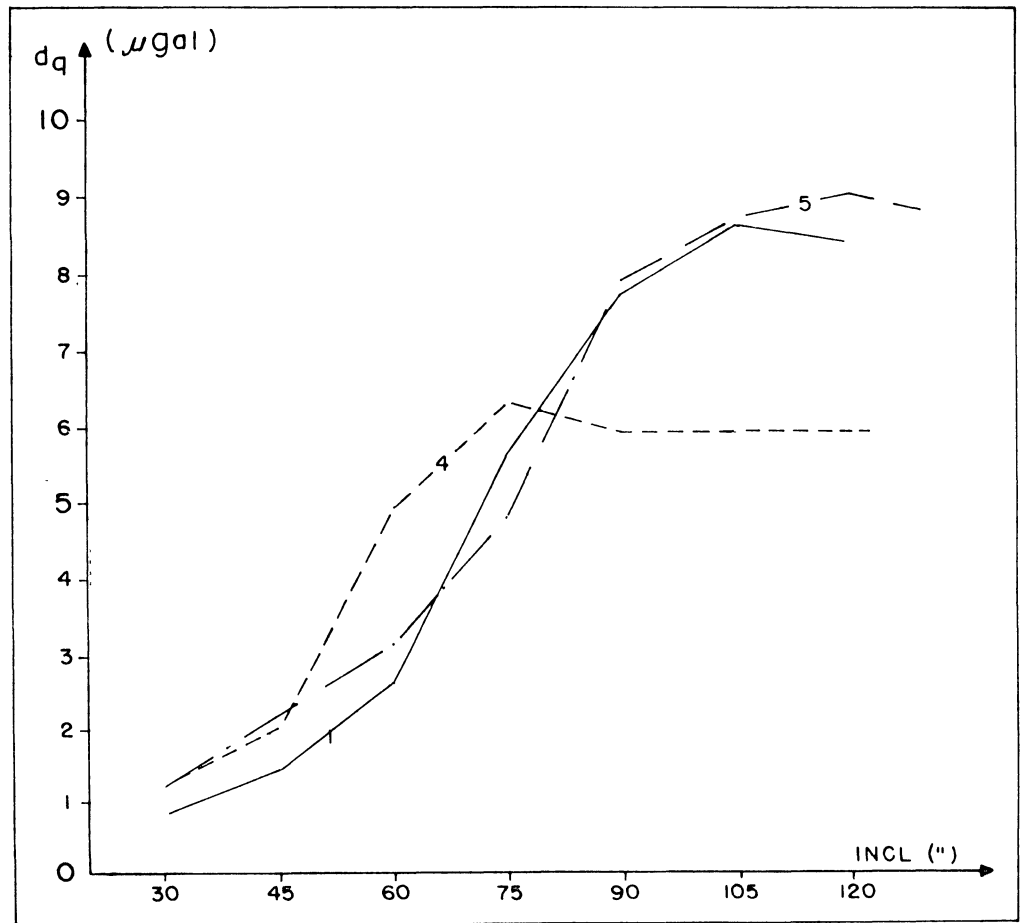


FIGURA 64 - EXPERIMENTOS IVA (INCLINAÇÃO SECUNDÁRIA)

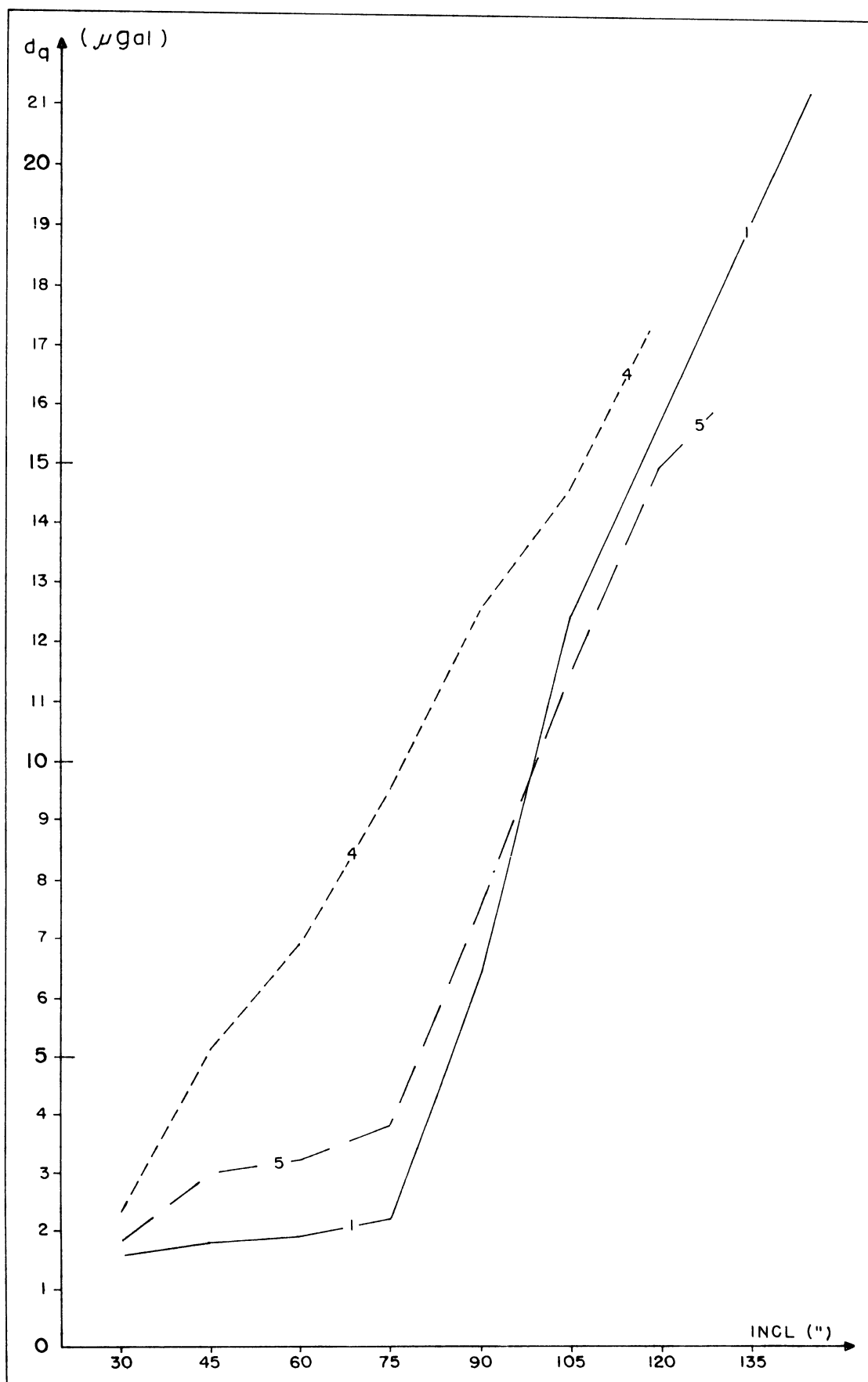


FIGURA 66 - EXPERIMENTO IA1 (REPETIÇÃO)

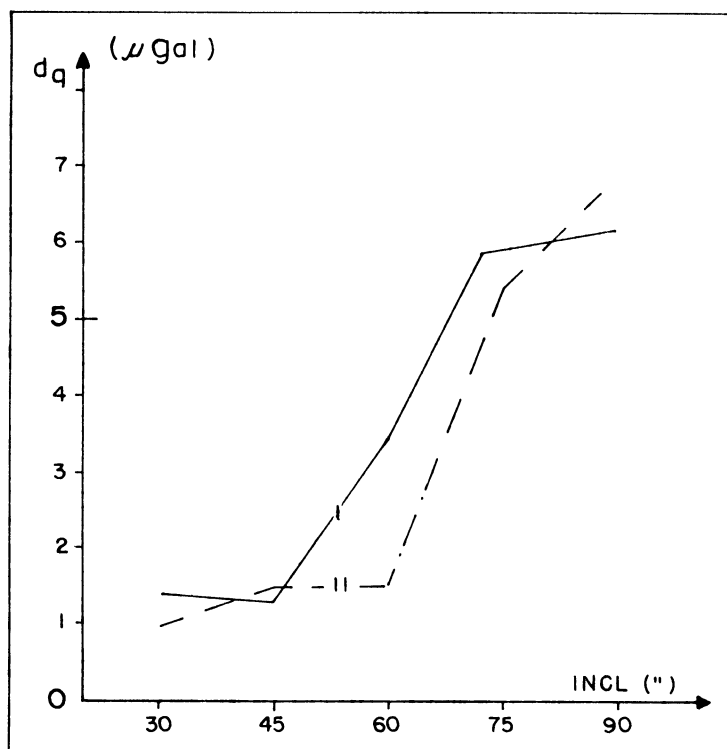


FIGURA 67 - EXPERIMENTO IIA1 (REPETIÇÃO)

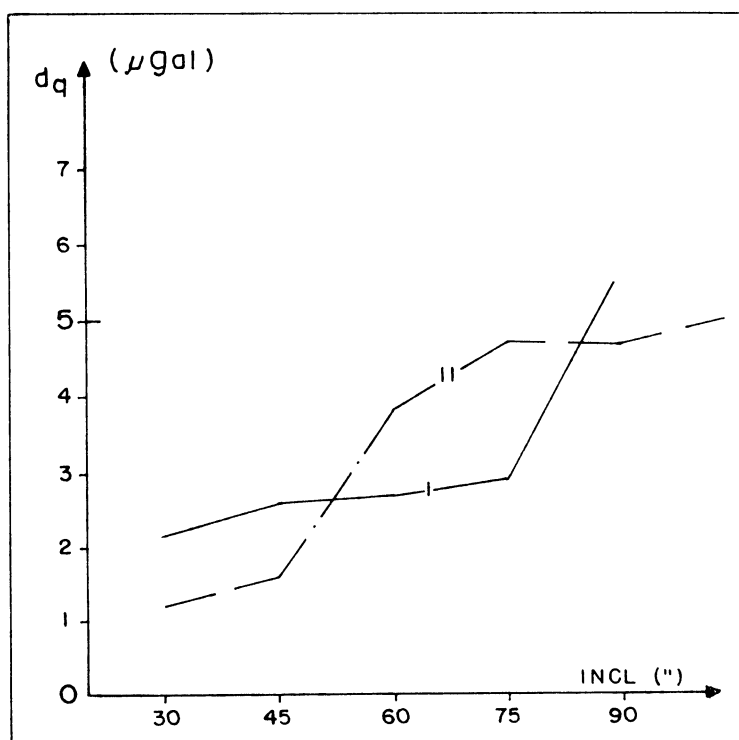


FIGURA 69 - EXPERIMENTOS IIIB (VARIAÇÃO DO NÍVEL DE SAÍDA)

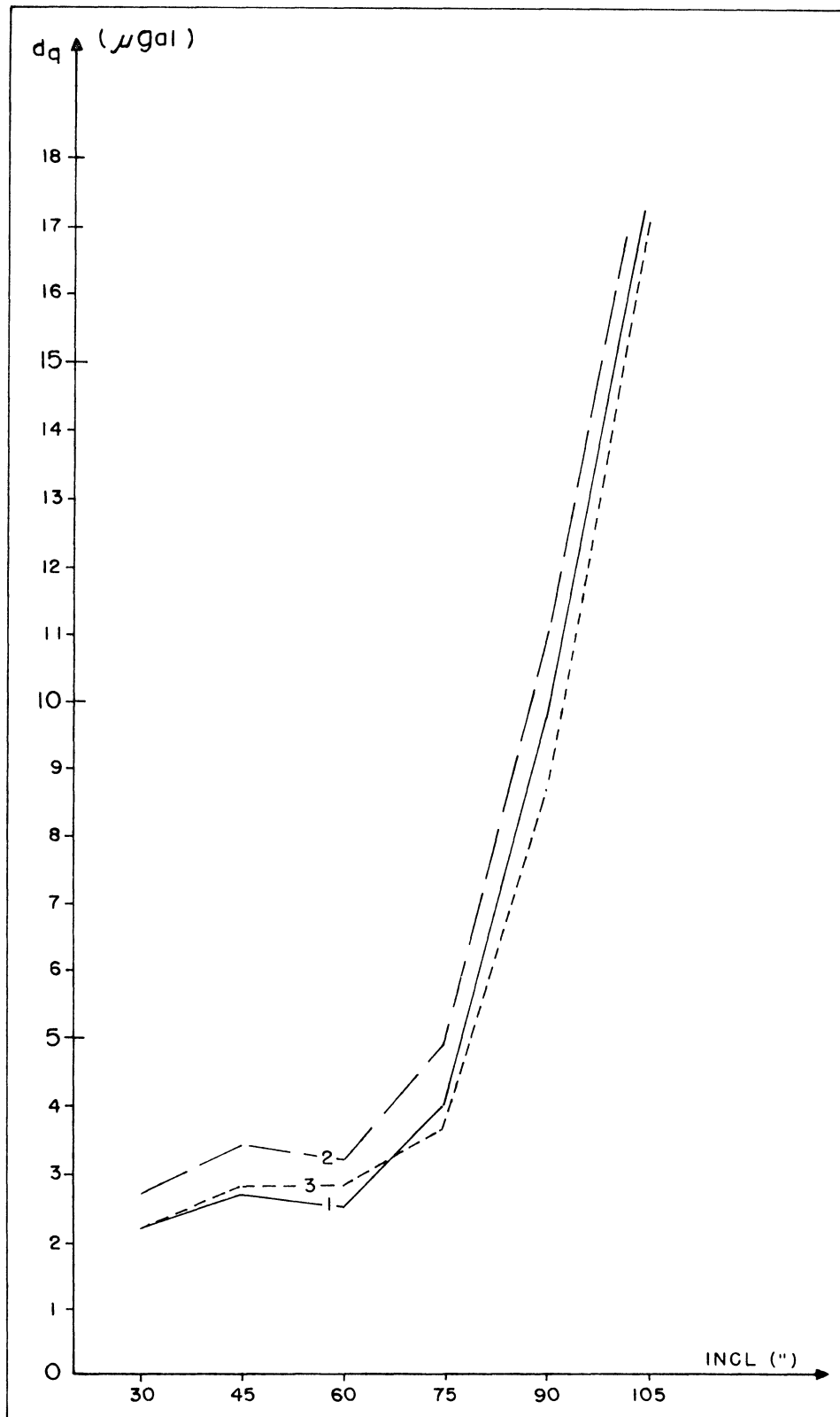


FIGURA 70 - EXPERIMENTOS IIIB (INCLINAÇÃO SECUNDÁRIA)

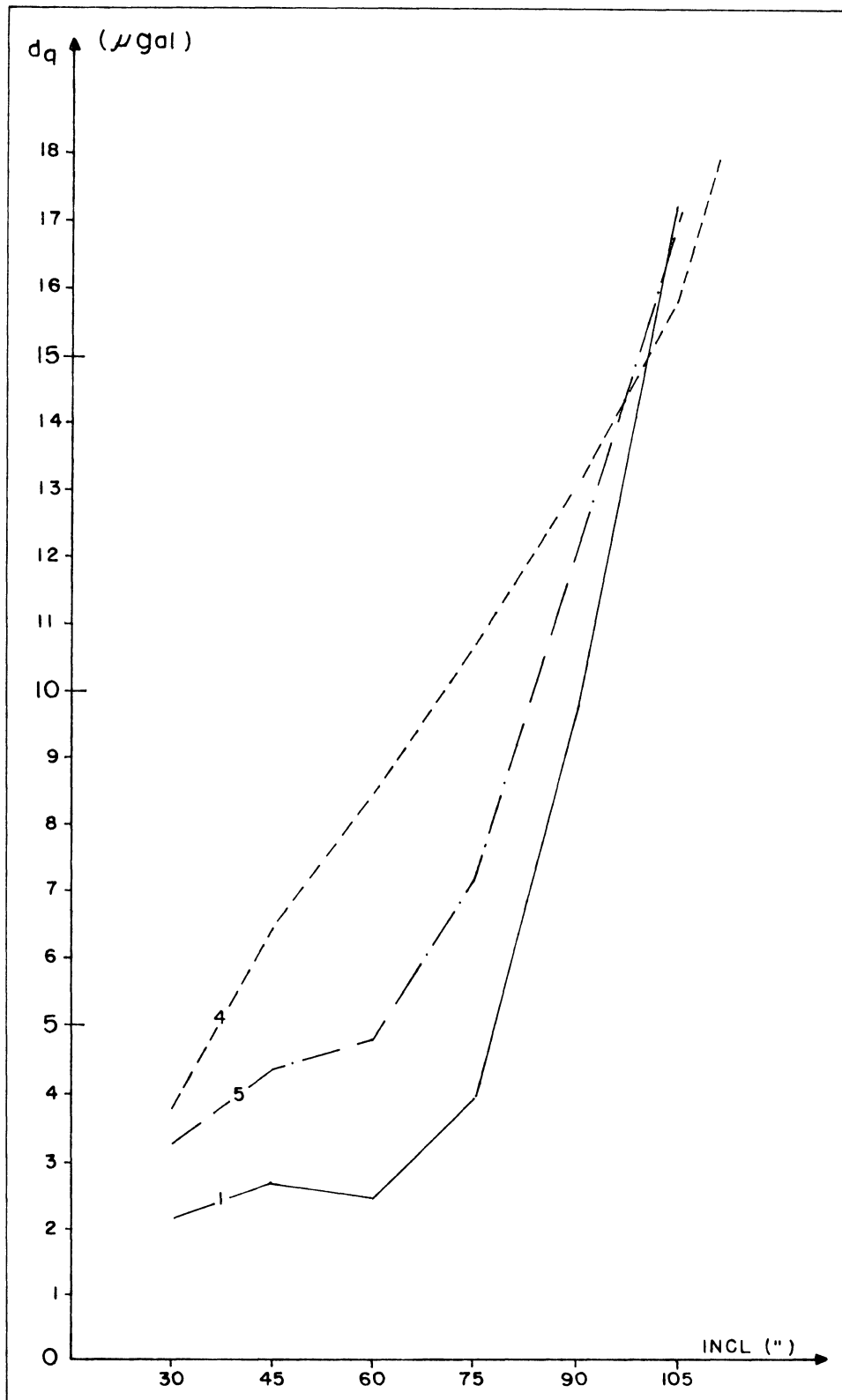
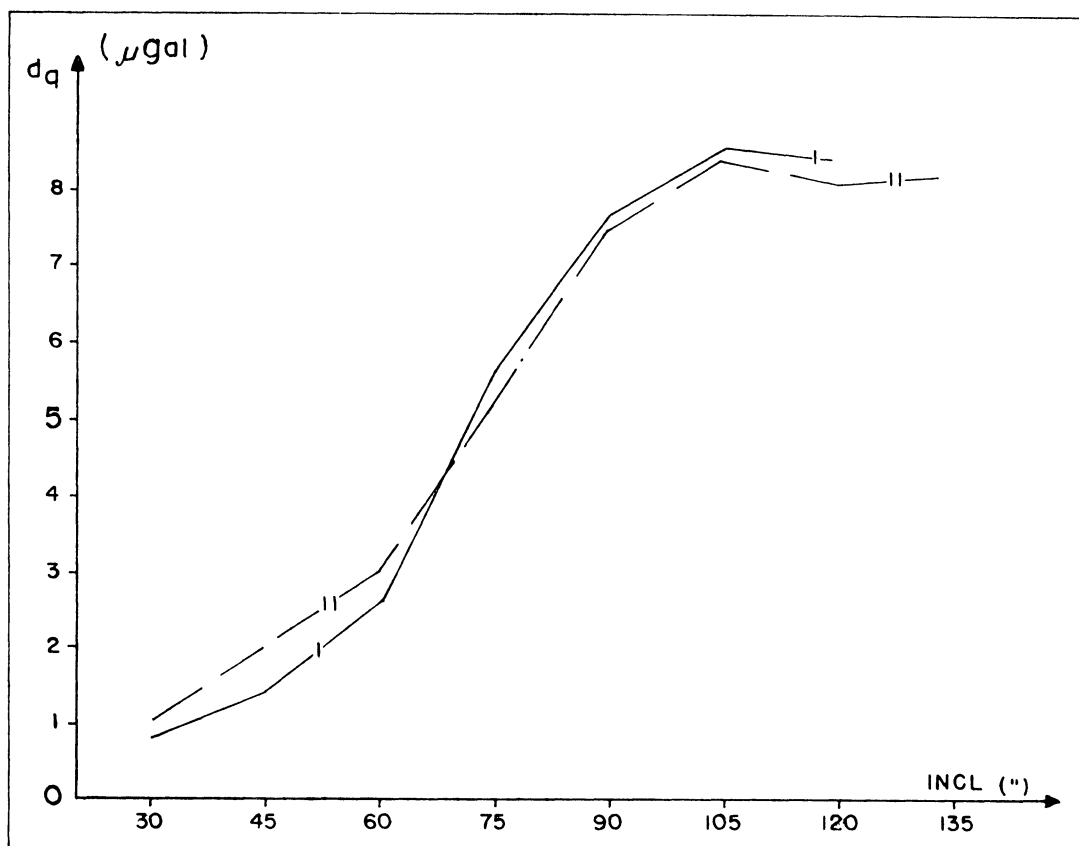


FIGURA 68 - EXPERIMENTO VA1 (REPETIÇÃO)



5.2.2 Comentários

Os experimentos do tipo A reproduzem as condições de funcionamento dos gravímetros e podem sugerir a instalação do nível de saída ou mesmo de uma inclinação secundária, resultando no mínimo valor da diferença média quadrática.

Toma-se aqui para fins comparativos a inclinação de $-90''$ a $90''$, que é a máxima comum aos cinco gravímetros, e corresponde a uma variação aparente da gravidade de cerca de $95\mu\text{Gal}$.

Sob o ponto de vista do nível de saída, ou seja, da

posição da vigueta que lhe corresponde, o Quadro 34 fornece as conclusões pertinentes.

QUADRO 34 - NÍVEIS DE SAÍDA CORRESPONDENTES AOS MENORES VALORES DA DIFERENÇA MÉDIA QUADRÁTICA (INCLINAÇÃO DE $-90''$ A $90''$)

| GRAVÍMETRO | d_q MÍNIMO (μGal) | NÍVEL DE SAÍDA (V) |
|------------|----------------------------------|--------------------|
| I | 6,2 | 0 |
| II | 4,5 | -0,5 |
| III | 6,0 | -0,5 |
| IV | 6,4 | 0 |
| V | 6,2 | -0,5 |

Sob o ponto de vista da inclinação secundária, o Quadro 35 mostra as inclinações que correspondem aos menores valores da diferença média quadrática, para uma saída da ordem de 0V.

QUADRO 35 - INCLINAÇÕES SECUNDÁRIAS CORRESPONDENTES AOS MENORES VALORES DA DIFERENÇA MÉDIA QUADRÁTICA (INCLINAÇÃO DE $-90''$ A $90''$)

| GRAVÍMETRO | d_q MÍNIMO (μGal) | INCLINAÇÃO SECUNDÁRIA ($''$) |
|------------|----------------------------------|--------------------------------|
| I | 6,2 | 0 |
| II | 4,4 | -40 |
| III | 7,1 | 0 |
| IV | 6,4 | 0 |
| V | 5,9 | +40 |

Combinando os resultados dos dois quadros acima, é

possível indicar as situações que correspondem à melhor adequação entre a parábola teórica e a curva observada (embora os experimentos variando o nível de saída, com o gravímetro submetido a uma inclinação secundária, não tenham sido realizados), conforme mostra o Quadro 36.

QUADRO 36 - SITUAÇÕES FAVORÁVEIS À OBTENÇÃO DO MÍNIMO VALOR DA DIFERENÇA MÉDIA QUADRÁTICA (INCLINAÇÃO DE -90" A 90")

| GRAVÍMETRO | d_q MIN. (μGal) | NIV.SAÍDA (V) | INCL.SEC. (") |
|------------|--------------------------------|---------------|---------------|
| I | 6,2 | 0 | 0 |
| II | 4,4 | -0,5 | -40 |
| III | 6,0 | -0,5 | 0 |
| IV | 6,4 | 0 | 0 |
| V | 5,9 | -0,5 | +40 |

A respeito do ponto insensível à inclinação, é preciso observar que não é possível afirmar a correspondência de algum dos resultados obtidos à definição expressa no item 4.2.1 e ilustrada na Figura 35: a qualquer posição média da vigueta (sobre a qual atuam as molas M_2 e M_3 , além das molas principais; ver Fig.13), induzida à vontade pelo parafuso micrométrico B_2 , vincula-se um ponto de máximo para a curva teórica ou para a curva empírica que se pode obter nos experimentos de inclinação (ver Quadros 20 a 30). Esse máximo pode então levar a uma definição prática para o ponto insensível à inclinação, admitindo a presença das componentes normal e longitudinal da gravidade atuando sobre a vigueta (item 3.5.2)

CAPÍTULO VI
OS EXPERIMENTOS ENVOLVENDO O DISPOSITIVO ELETROSTÁTICO DE
CONTROLE DA INCLINAÇÃO DA VIGUETA

6.1 DEFLEXÃO DA PENA DO REGISTRADOR COM A ATIVAÇÃO E DESATIVAÇÃO DA FONTE ALIMENTADORA DO DISPOSITIVO (TENSÃO CONSTANTE).

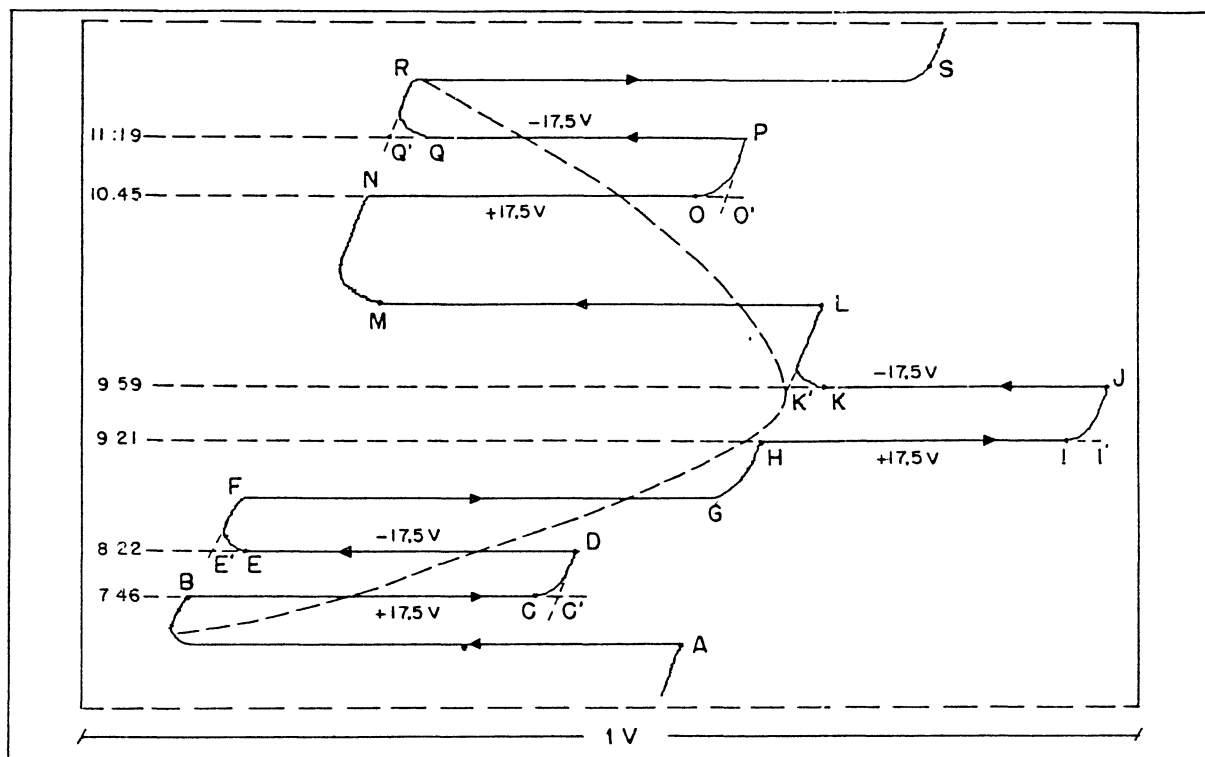
6.1.1 Com a inclinação do gravímetro

Esses experimentos tiveram por finalidade a verificação da estabilidade do dispositivo eletrostático anexo ao gravímetro V. Usou-se a estrutura dos experimentos de inclinação, e mediu-se no registro o deslocamento da pena resultante da aplicação de uma tensão constante de 17,50V ao dispositivo, nas situações descritas no item 4.1, sempre em três posições do instrumento: inclinação mínima, nula e máxima.

Antes do início de cada experimento, o gravímetro foi nivelado de acordo com as leituras dos níveis I e II correspondentes à mínima sensibilidade à inclinação. O nível de tensão de saída inicial foi mantido em 0V. De acordo com os Quadros 05 e 06, repetiu-se os experimentos A1, A4 e A5 (inclinação segundo o nível I) e B1, B4 e B5 (inclinação segundo o nível II), mas somente para as três posições indicadas acima.

Um extrato do registro mostra a seqüência das operações efetuadas em cada experimento (Figura 71). A pena estando em A, atua-se no parafuso calante C₁ da plataforma, baixando-a, de forma a deixar o micrômetro aproximadamente com a leitura inicial do correspondente experimento de inclinação, realizado anterior-

FIGURA 71 - EXTRATO DO REGISTRO PARA OS EXPERIMENTOS ENVOLVENDO A INCLINAÇÃO DO GRAVÍMETRO E A VARIÇÃO DA TENSÃO DE SAÍDA COM A APLICAÇÃO DE UMA TENSÃO DE 17,50V AO DISPOSITIVO ELETROSTÁTICO.



mente. Com a retomada da curva de maré, após o período de estabilização, estando a pena em B aplica-se a tensão de 17,50V ao dispositivo eletrostático: a pena se desloca para C. Em D, desliga-se a fonte. Em F, atua-se no parafuso calante C_1 até o micrômetro indicar aproximadamente a inclinação nula em relação ao ponto de mínima sensibilidade à inclinação (a leitura é fornecida pelo anterior experimento de inclinação). Em H, liga-se a fonte e, em J, ela é desligada: isso fornece o deslocamento da pena para a

inclinação nula do gravímetro. Em L, atua-se sobre C_1 de forma a obter, no micrômetro, a leitura correspondente à inclinação máxima. Com a pena em N, liga-se a fonte do dispositivo eletrostático; ela é desligada em P. Em R, atua-se sobre C_1 para restabelecer as condições iniciais do experimento (gravímetro nivelado). A pena em S prossegue no registro normal da maré gravimétrica.

Os três valores do deslocamento da pena se obtêm com a medida direta no registro dos segmentos BC' , DE' , HI' , etc. Para a inclinação mínima,

$$\Delta y = (BC' + DE') / 2$$

Para o gravímetro com o eixo Ox ou Oy horizontal (conforme o caso),

$$\Delta y' = (HI' + JK') / 2$$

e, para a inclinação máxima

$$\Delta y'' = (NO' + PQ') / 2$$

O Quadro 37 mostra os resultados para os experimentos

QUADRO 37 - RESULTADOS DOS EXPERIMENTOS DE INCLINAÇÃO RESUMIDOS COM A APLICAÇÃO DE UMA TENSÃO DE 17,50V AO DISPOSITIVO ELETROSTÁTICO EM 3 PONTOS DA CURVA (NÍVEL I).

| EXP. | NÍVEL SAÍDA | INCL. CTE. NÍVEL II | $\Delta\beta$ (") | | | Δy (mm) | | |
|---------|-------------|---------------------|-------------------|---|------|-----------------|-------------|--------------|
| | | | MIN | - | MAX | Δy | $\Delta y'$ | $\Delta y''$ |
| VA11-DE | 0V | 0" | -116 | 0 | +135 | 97,8 | 97,6 | 97,2 |
| VA4 -DE | 0V | +40" | -122 | 0 | +146 | 97,2 | 97,7 | 97,2 |
| VA5 -DE | 0V | -40" | -136 | 0 | +129 | 97,2 | 97,5 | 96,2 |

com a inclinação feita segundo o nível I (inclinação do gravímetro segundo um eixo paralelo a OY), e o Quadro 38 apresenta os resultados com a inclinação segundo o nível II (inclinação do instrumento segundo um eixo paralelo a OX).

QUADRO 38 - RESULTADOS DOS EXPERIMENTOS DE INCLINAÇÃO RESUMIDOS COM APLICAÇÃO DE UMA TENSÃO DE 17,50V AO DISPOSITIVO ELETROSTÁTICO EM 3 PONTOS DA CURVA (NÍVEL II).

| EXP. | NÍVEL SAÍDA | INCL.CTE. NÍVEL I | $\Delta \beta (")$ | | | $\Delta y (mm)$ | | |
|--------|-------------|-------------------|--------------------|---|------|-----------------|-------------|--------------|
| | | | MIN | - | MAX | Δy | $\Delta y'$ | $\Delta y''$ |
| VB1-DE | OV | 0" | -104 | 0 | +110 | 96,2 | 97,2 | 96,6 |
| VB4-DE | OV | +40" | -90 | 0 | +112 | 96,5 | 97,1 | 97,1 |
| VB5-DE | OV | -40" | -102 | 0 | +116 | 95,2 | 97,1 | 96,8 |

6.1.2 Com nível de saída variável

A finalidade desses experimentos, realizados com os gravímetros III, IV e V, é o estudo da função

$$\Delta y = f(U)$$

sendo que Δy é a deflexão da pena do registrador, provocada pela aplicação ao dispositivo eletrostático de uma tensão constante

$$U_e = 17,50V$$

estando a vigueta numa posição correspondente à saída U.

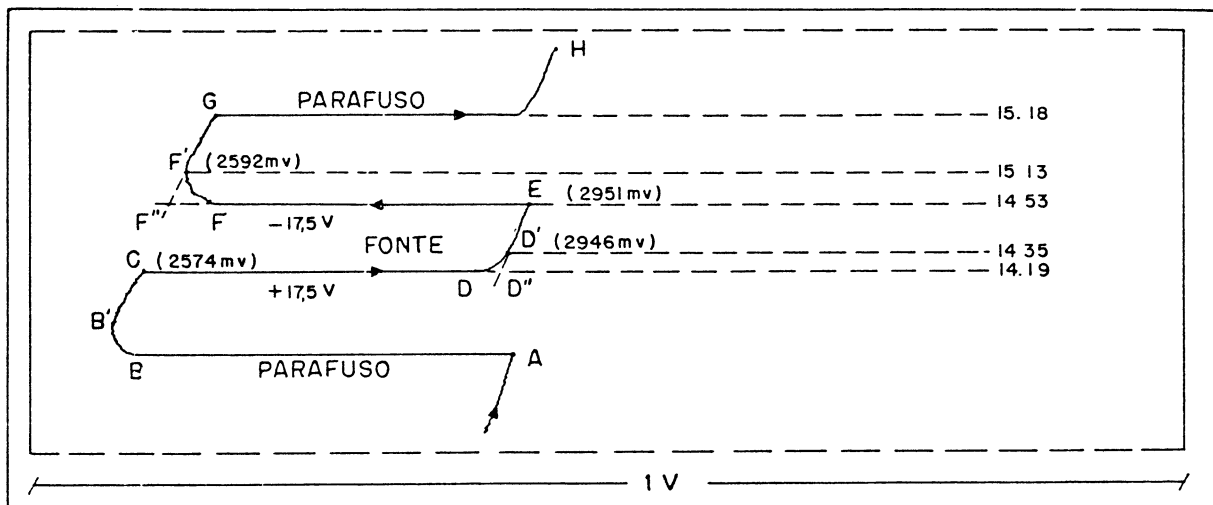
A questão a ser investigada aqui é o domínio de linearidade da função f. O nível de saída é determinado pela ação sobre o parafuso de medida do gravímetro. Os valores da deflexão

são medidos diretamente no registro analógico. O gravímetro é mantido na posição de sensibilidade mínima à inclinação, ou seja, ele permanece nivelado.

Atuando-se no parafuso de medida inclina-se a vigueta de modo que a tensão de saída seja próxima do limite superior escolhido para o experimento. Liga-se a fonte de tensão para o dispositivo: a pena se desloca e, cerca de 30 minutos depois, desliga-se a fonte. A pena retorna ao nível anterior (o qual se encontra modificado pela maré). Obtém-se assim um duplo valor para o deslocamento da pena, correspondente à variação da saída do gravímetro. A operação é repetida com intervalos de (aproximadamente) 250mV para o nível de saída.

Um trecho do registro analógico permite acompanhar a seqüência das operações (Figura 72). Em A a pena descreve a curva de maré; atua-se sobre o parafuso de medida do gravímetro e sobre o ajuste do zero do registrador, até obter no voltímetro o sinal aproximadamente igual ao limite superior escolhido para o experimento (no caso, trata-se de 2,5V); a pena se desloca até B. O trecho BB' mostra a estabilização do sensor, que dura cerca de 12 minutos. Entre B' e C a pena descreve a curva da maré gravimétrica, normalmente. Em C, liga-se a fonte do dispositivo eletrostático e, sob a ação do mesmo, a pena percorre o trecho CD; o arco DD' corresponde à estabilização do sensor, e D'E corresponde ao registro normal da maré. Lê-se o sinal com a pena em D'. De 20 a 30 minutos mais tarde, com a pena em E, desliga-se a fonte: a pena se desloca até F, se estabiliza em F'. Em G atua-se no parafuso

FIGURA 72 - TRECHO DO REGISTRO ANALÓGICO, MOSTRANDO UM EXEMPLO DAS OPERAÇÕES PARA O EXAME DA LINEARIDADE DA FUNÇÃO $\Delta y = f(U)$. O ALCANCE DE MEDIDA NO REGISTRO É DE 1V.



de medida do gravímetro até que a saída indique aproximadamente 2,25V e se repete a série de operações até se atingir o limite mínimo adotado para o experimento.

No exemplo,

$$U_1 = +2,50V$$

e, traçando-se no registro os segmentos $D'D''$ e $F'F''$, na continuidade dos arcos ED' e GF' , assimilados a retas (esses experimentos foram realizados em trechos aproximadamente lineares da curva de maré), define-se os pontos D'' e F'' . A medida direta no registro fornece os comprimentos CD'' e $F''E$, e a média:

$$\Delta y_1 = (CD'' + F''E) / 2$$

constitui o deslocamento da pena, correspondente a uma deflexão da vigueta submetida à força eletrostática gerada pela tensão de

17,50V, quando a vigueta se encontra numa posição tal que o nível de saída acuse aproximadamente o valor U_1 .

O Quadro 40 mostra os resultados obtidos, com os valores do deslocamento da pena (unidade: mm) convertidos para a unidade μGal de acordo com os valores de referência dos fatores de escala expressos em $\mu\text{Gal}/\text{mm}$ (Quadro 39). Uma indicação visual é fornecida pelas Figuras 73 a 75.

QUADRO 39 - VALORES DE REFERÊNCIA PARA OS FATORES DE ESCALA EXPRESSOS EM $\mu\text{Gal}/\text{mm}$.

| INSTRUMENTO | $E_{gy} (\mu\text{Gal}/\text{mm})$ |
|-------------|------------------------------------|
| III | 2,4479 |
| IV | 6,1108 |
| V | 1,8285 |

FIGURA 73 - GRAVÍMETRO III, $\Delta g = f(U)$

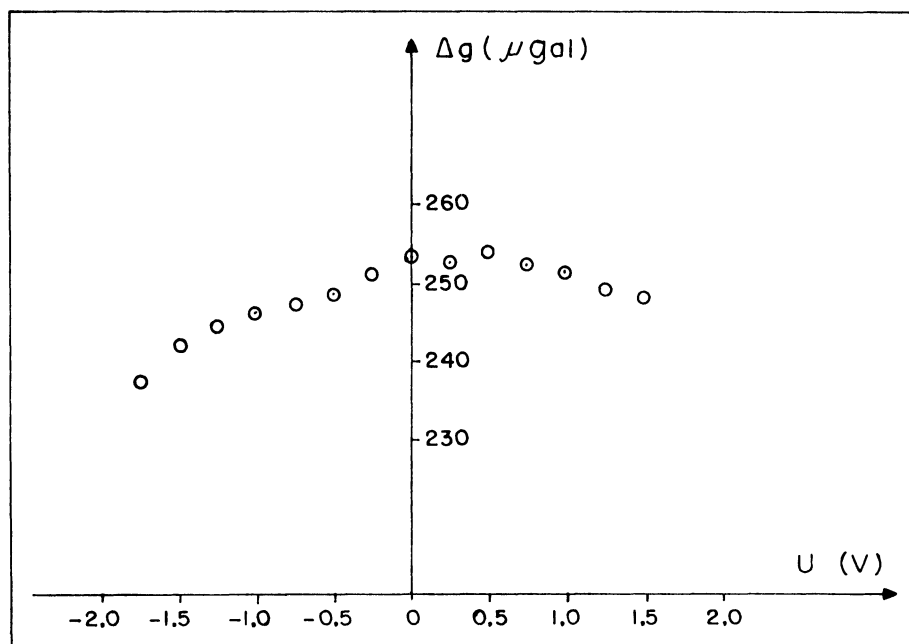


FIGURA 74 - GRAVÍMETRO IV, $\Delta g = f(U)$

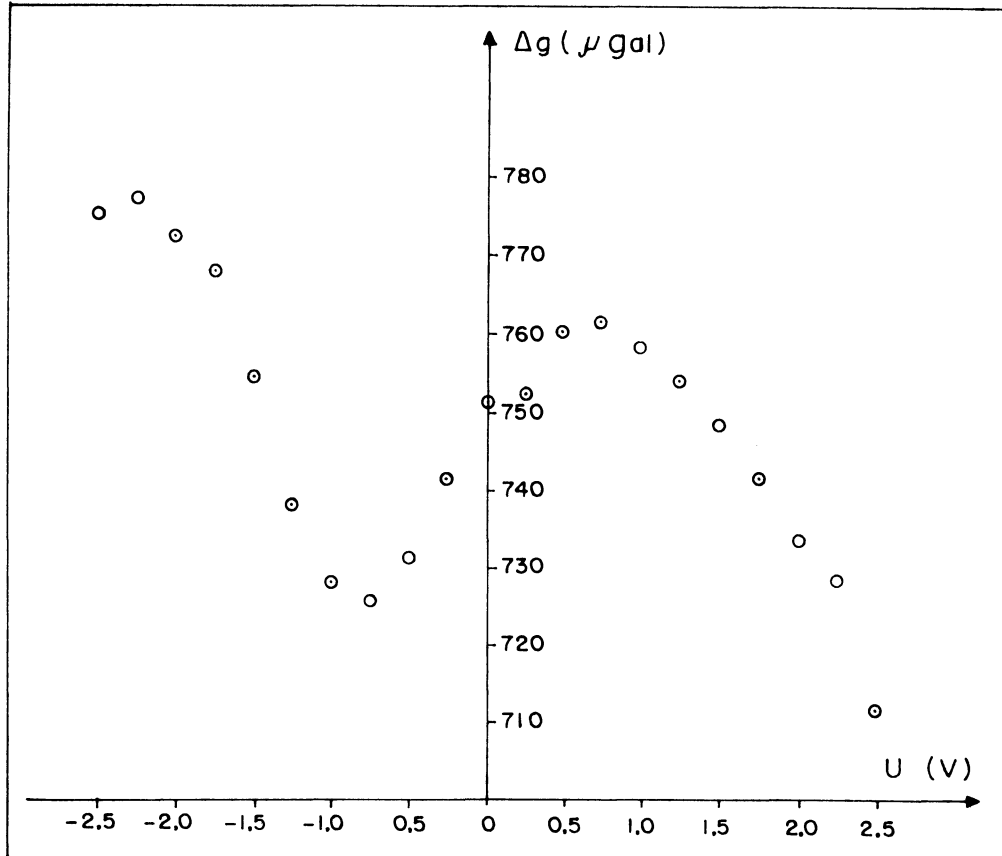
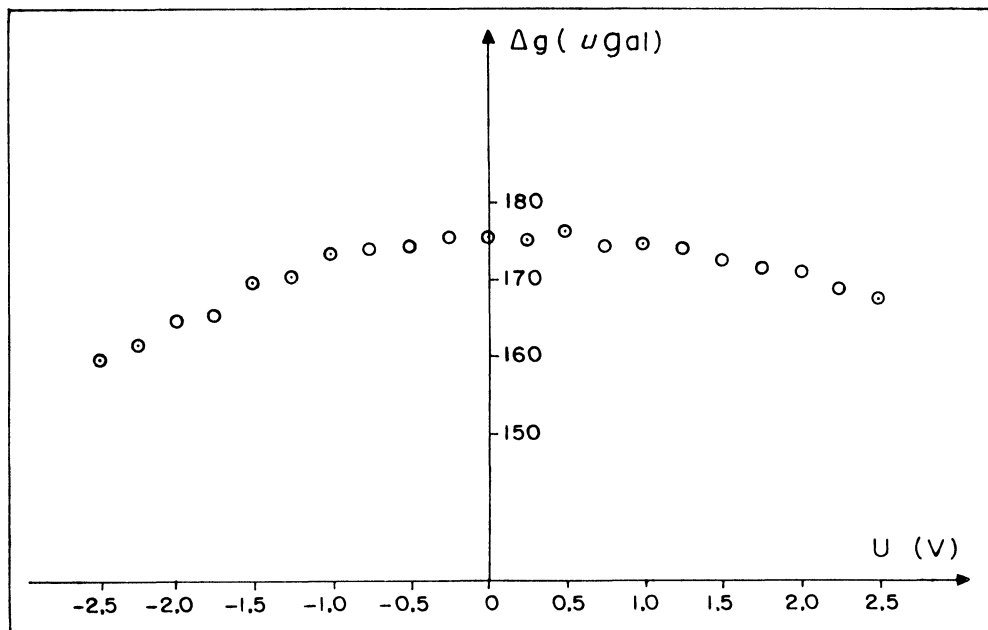


FIGURA 75 - GRAVÍMETRO V, $\Delta g = f(U)$



QUADRO 40 - DESLOCAMENTO DA PENA (EQUIVALENTE EM μGal) COM A APLICAÇÃO DE UMA TENSÃO CONSTANTE DE 17,5V AO DISPOSITIVO ELETROSTÁTICO.

| NÍVEL DE SAÍDA (V) | $\Delta g(\mu\text{Gal})$ | | |
|--------------------|---------------------------|----------|---------|
| | GRAV. III | GRAV. IV | GRAV. V |
| -2,50 | | 775,5 | 159,4 |
| -2,25 | | 777,3 | 161,6 |
| -2,00 | | 772,4 | 164,7 |
| -1,75 | 237,9 | 768,1 | 165,5 |
| -1,50 | 242,6 | 754,7 | 169,7 |
| -1,25 | 244,8 | 738,2 | 170,2 |
| -1,00 | 246,7 | 728,4 | 173,3 |
| -0,75 | 247,7 | 726,0 | 173,9 |
| -0,50 | 249,0 | 731,5 | 174,4 |
| -0,25 | 251,6 | 741,8 | 175,5 |
| 0,00 | 253,4 | 751,6 | 175,7 |
| 0,25 | 253,1 | 752,8 | 175,2 |
| 0,50 | 254,1 | 760,2 | 176,6 |
| 0,75 | 242,4 | 761,4 | 174,8 |
| 1,00 | 252,1 | 758,4 | 175,0 |
| 1,25 | 249,7 | 754,1 | 174,4 |
| 1,50 | 248,7 | 748,6 | 172,8 |
| 1,75 | | 741,8 | 171,9 |
| 2,00 | | 733,9 | 171,1 |
| 2,25 | | 728,4 | 169,1 |
| 2,50 | | 711,9 | 167,8 |

Concluiu-se que a função f , no âmbito dos níveis de saída analisados, não é linear, a situação menos favorável ocorrendo com o gravímetro IV. Na calibração eletrostática é necessário portanto medir diretamente o valor do nível de saída com um voltímetro, a conversão para a unidade μGal podendo ser feita com o auxílio do Quadro 40.

6.1.3 Observações para a função de transferência das frequências.

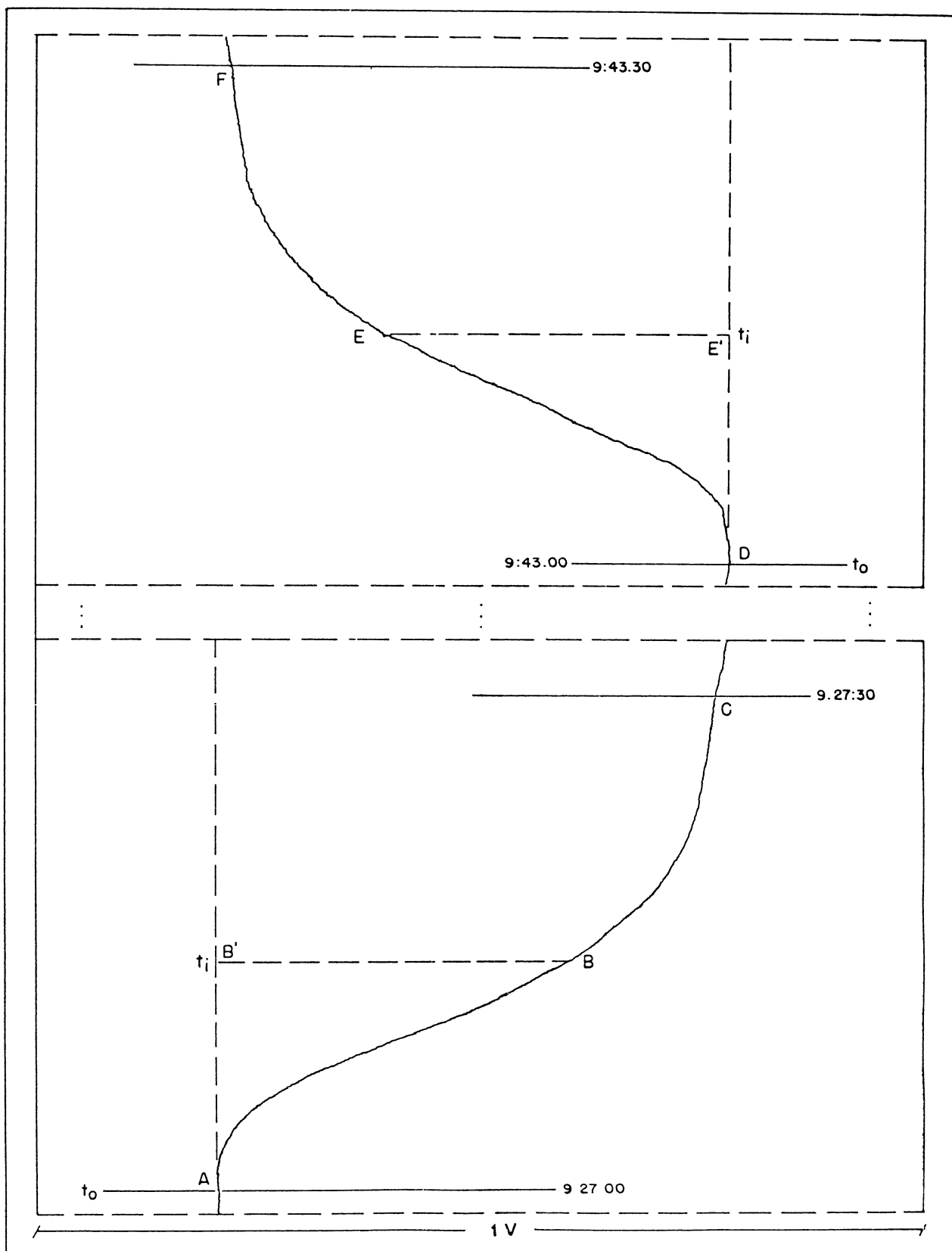
O dispositivo eletrostático é um meio para se provocar

uma função de salto sobre o sensor do gravímetro e daí, a partir da resposta ao salto traçada no registro, determinar a função de transferência das frequências do instrumento (ver item 2.1.7).

Os experimentos relacionados a essa função podem ser realizados da seguinte maneira. Aumenta-se a velocidade do registro para 20 cm/minuto. Em seguida, para cada um dos três gravímetros III, IV e V, estando os mesmos nivelados e com nível de saída próximo de 0V, aplica-se uma tensão de 17,50V ao dispositivo eletrostático. Depois de algum tempo (30 segundos a 1 minuto), quando a vigueta tende a se estabilizar, reduz-se a velocidade do papel e aguarda-se mais alguns minutos (15 a 20), desligando-se então a fonte do dispositivo: ocorre então um salto em sentido contrário. As ordenadas de pontos discretos da curva traçada pela pena, medidas no registro, fornecem os dados para a determinação da função de transferência das frequências.

A Figura 76 mostra um extrato do registro para o gravímetro III. Com a pena em A, a fonte de alimentação do dispositivo eletrostático é ligada; em C, estando o trecho inicial da curva definido, a velocidade do papel é reduzida. Antes da pena atingir D, quando então a vigueta se encontra estabilizada (a menos do efeito combinado da maré e da deriva), a velocidade de emissão do papel é novamente regulada em 20cm/minuto, e em D a fonte é desligada. A pena traça a imagem especular da curva AC invertida, até o ponto F onde se reduz novamente a velocidade do papel. O final do experimento ocorre cerca de 15 minutos após o início do mesmo.

FIGURA 76 - APLICAÇÃO E REMOÇÃO DO IMPULSO INSTANTÂNEO
(TENSÃO DE 17,50V APLICADA AO DISPOSITIVO
ELETROSTÁTICO).



Assim, por exemplo, o segmento B'B indica o valor da ordenada do ponto B da curva no instante t_1 , no seu ramo ascendente; o trecho E'E representa a ordenada do ponto E do ramo descendente da curva em t_1 .

Os Quadros 41 e 42 mostram os resultados do processamen-

QUADRO 41 - VALORES DO GANHO PARA OS TRÊS GRAVÍMETROS. OS INTERVALOS CORRESPONDENTES À RETIRADA DAS ORDENADAS SÃO REGISTRADOS ENTRE PARÊNTESES NO TOPO DAS COLUNAS.

| ONDA | FREQUÊNCIA (°/ HORA) | GRAVÍMETRO | | |
|------|-------------------------|------------|------------|----------|
| | | III (900s) | IV (1080s) | V (960s) |
| MM | 0,544375 | 1,000000 | 1,000000 | 1,000000 |
| MF | 1,098033 | 1,000000 | 1,000000 | 1,000000 |
| MTM | 1,642408 | 1,000000 | 1,000000 | 1,000000 |
| Q1 | 13,398661 | 0,999987 | 0,999980 | 0,999990 |
| O1 | 13,943036 | 0,999986 | 0,999979 | 0,999989 |
| M1 | 14,496694 | 0,999985 | 0,999977 | 0,999988 |
| P1 | 14,958931 | 0,999985 | 0,999975 | 0,999988 |
| S1 | 15,000002 | 0,999984 | 0,999975 | 0,999988 |
| K1 | 15,041069 | 0,999984 | 0,999974 | 0,999988 |
| PSI1 | 15,082135 | 0,999984 | 0,999974 | 0,999988 |
| PHI1 | 15,123206 | 0,999984 | 0,999974 | 0,999988 |
| J1 | 15,585443 | 0,999984 | 0,999972 | 0,999986 |
| OO1 | 16,139102 | 0,999981 | 0,999969 | 0,999985 |
| 2N2 | 27,895355 | 0,999941 | 0,999904 | 0,999956 |
| N2 | 28,439730 | 0,999939 | 0,999902 | 0,999953 |
| M2 | 28,984104 | 0,999938 | 0,999897 | 0,999951 |
| L2 | 29,528479 | 0,999934 | 0,999893 | 0,999949 |
| S2 | 30,000000 | 0,999932 | 0,999889 | 0,999948 |
| K2 | 30,082137 | 0,999932 | 0,999889 | 0,999947 |
| M3 | 43,476156 | 0,999855 | 0,999766 | 0,999890 |
| M4 | 57,968208 | 0,999740 | 0,999581 | 0,999805 |

to desses dados por meio do programa ETSTEP, de autoria do Prof. WENZEL; tomou-se as ordenadas posteriores à ativação do dispositivo eletrostático (passagem de 0V a 17,50V). Os intervalos de tempo indicados nos cabeçalhos, expressos em segundos, indicam a extensão

do registro em que foram medidas as ordenadas de pontos discretos das curvas.

QUADRO 42 - VALORES DO ÂNGULO DE FASE PARA OS TRÊS INSTRUMENTOS (UNIDADE: GRAU)

| ONDA | GRAVÍMETRO | | |
|------|------------|------------|----------|
| | III (900s) | IV (1080s) | V (960s) |
| MM | 0,004 | 0,005 | 0,004 |
| MF | 0,008 | 0,010 | 0,008 |
| MTM | 0,012 | 0,015 | 0,012 |
| Q1 | 0,097 | 0,120 | 0,095 |
| O1 | 0,101 | 0,125 | 0,098 |
| M1 | 0,105 | 0,130 | 0,102 |
| P1 | 0,108 | 0,134 | 0,106 |
| S1 | 0,108 | 0,135 | 0,106 |
| K1 | 0,108 | 0,135 | 0,106 |
| PSI1 | 0,109 | 0,135 | 0,106 |
| PHI1 | 0,109 | 0,136 | 0,107 |
| J1 | 0,112 | 0,140 | 0,110 |
| OO1 | 0,116 | 0,145 | 0,114 |
| 2N2 | 0,201 | 0,250 | 0,197 |
| N2 | 0,205 | 0,255 | 0,201 |
| M2 | 0,209 | 0,260 | 0,204 |
| L2 | 0,213 | 0,265 | 0,208 |
| S2 | 0,216 | 0,269 | 0,212 |
| K2 | 0,217 | 0,270 | 0,212 |
| M3 | 0,313 | 0,389 | 0,306 |
| M4 | 0,417 | 0,518 | 0,408 |

6.2 DEFLEXÃO DA PENA COM ATIVAÇÃO E DESATIVAÇÃO DA FONTE (TENSÃO VARIÁVEL).

Para os gravímetros Askania III, IV e V, coletou-se dados para a análise da função:

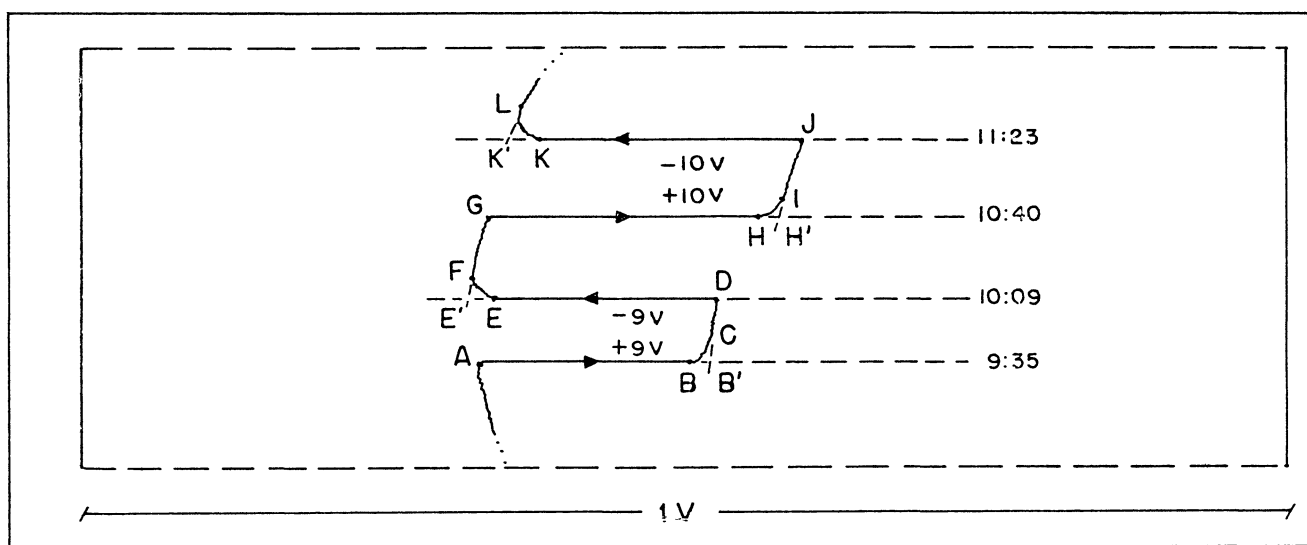
$$\Delta y = f(U_e)$$

onde Δy é a deflexão da pena provocada pela aplicação da tensão

elétrica variável U_e ao dispositivo eletrostático. Os experimentos são realizados com os instrumentos permanentemente nivelados; os resultados fornecem dados para a calibração eletrostática.

Um trecho do registro analógico correspondente a esse tipo de experimento é apresentado na Figura 77.

FIGURA 77 - TRECHO DO REGISTRO ANALÓGICO CORRESPONDENTE AO EXPERIMENTO COM A VARIAÇÃO DA TENSÃO DA FONTE DO DISPOSITIVO ELETROSTÁTICO DE CONTROLE DA POSIÇÃO DA VIGUETA.



Estando a pena em A e a fonte do dispositivo eletrostático regulada em 9,00V, liga-se a fonte; a pena se desloca de A a B. De C a D, o registro da maré é efetuado normalmente. Com a pena em D, desliga-se a fonte, a pena se movimenta para E. Regula-se a fonte para 10,00V. O trecho FG é o registro da maré, em G ativa-se a fonte, a pena se desloca até H. Em J desliga-se a fonte, e assim sucessivamente. A medida direta no registro fornece:

$$\text{para } U_e = 9,00V: \Delta y = (AB'+DE')/2$$

$$\text{para } U_e = 10,00V: \Delta y = (GH'+JK')/2$$

e, da mesma forma, são medidas as deflexões da pena para todos os valores de tensão selecionados na fonte do dispositivo.

O Quadro 43 apresenta os resultados, com as translações da pena convertidas para a unidade μGal .

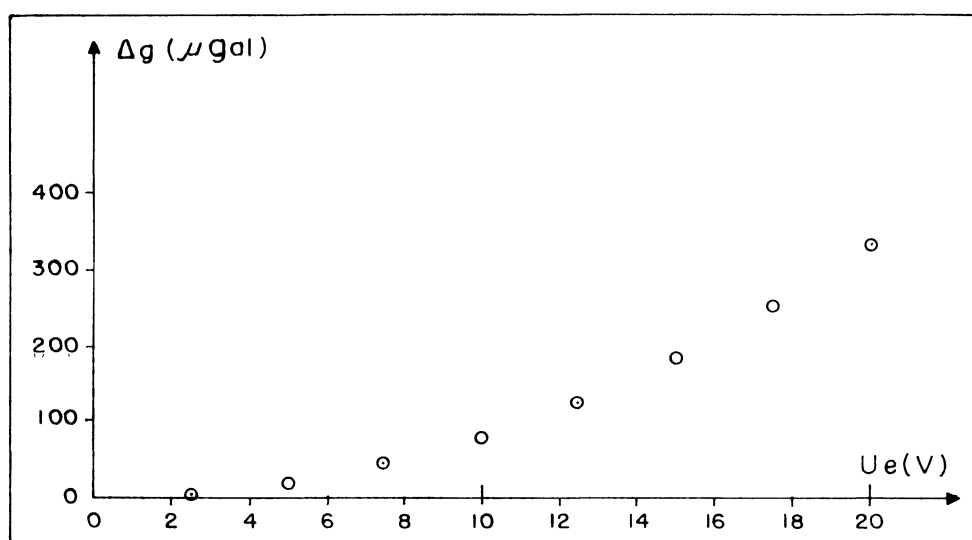
As Figuras 78 a 80 acusam um aspecto sensivelmente parabólico nos gráficos representando as seqüências dos dados.

Os resultados do ajustamento da função f aos dados, de acordo com a curva do segundo grau

$$\Delta g = aU_e + bU_e^2$$

são apresentados no Quadro 44 (coeficientes a e b , além dos respectivos erros médios quadráticos).

FIGURA 78 - GRAVÍMETRO III: $\Delta g = f(U_e)$



QUADRO 43 - VARIACES NO REGISTRO COM A ATIVAO E DESATIVAO DA FONTE ALIMENTADORA DO DISPOSITIVO ELETROSTÁTICO.

| U _c (V) | $\Delta g (\mu\text{Gal})$ | | |
|--------------------|----------------------------|-------|-------|
| | III | IV | V |
| 2,00 | | | 1,6 |
| 2,50 | 5,6 | 15,3 | |
| 3,00 | | | 4,6 |
| 3,50 | | | |
| 4,00 | | | 9,1 |
| 4,50 | | | |
| 5,00 | 20,6 | 56,8 | 14,3 |
| 5,50 | | | |
| 6,00 | | | 20,1 |
| 6,50 | | | |
| 7,00 | | | 27,4 |
| 7,53 | 46,3 | 128,3 | |
| 8,00 | | | 36,4 |
| 8,50 | | | |
| 9,00 | | | 46,6 |
| 9,50 | | | |
| 10,00 | 81,5 | 244,4 | 57,8 |
| 10,50 | | | |
| 11,00 | | | 69,5 |
| 11,50 | | | |
| 12,00 | | | 82,3 |
| 12,50 | 127,3 | 383,1 | |
| 13,00 | | | 97,1 |
| 13,50 | | | |
| 14,00 | | | 114,8 |
| 14,50 | | | |
| 15,00 | 184,8 | 546,3 | 130,0 |
| 15,50 | | | |
| 16,00 | | | 146,3 |
| 16,50 | | | |
| 17,00 | | | 166,2 |
| 17,50 | 254,3 | 751,6 | |
| 18,00 | | | 188,0 |
| 18,50 | | | |
| 19,00 | | | 207,0 |
| 19,50 | | | |
| 20,00 | 330,7 | 980,8 | 231,5 |

FIGURA 79 - GRAVÍMETRO IV: $\Delta g = f(U_e)$

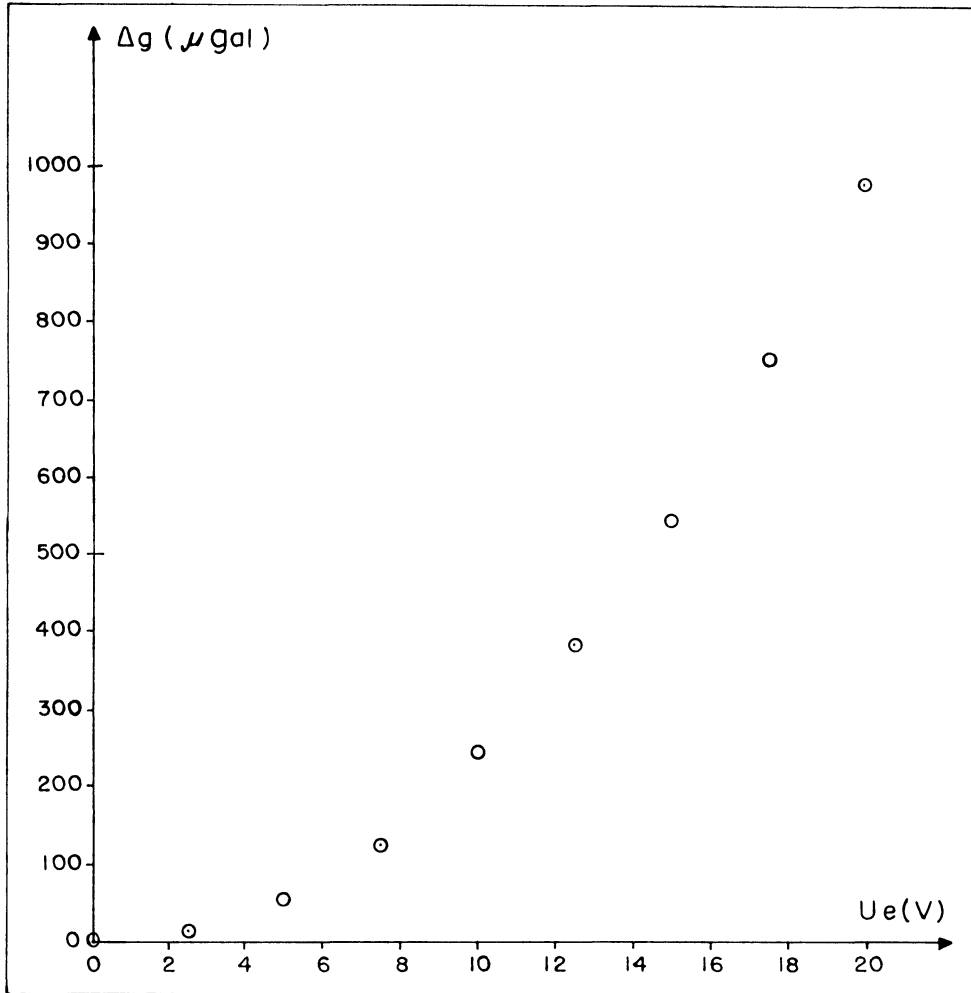
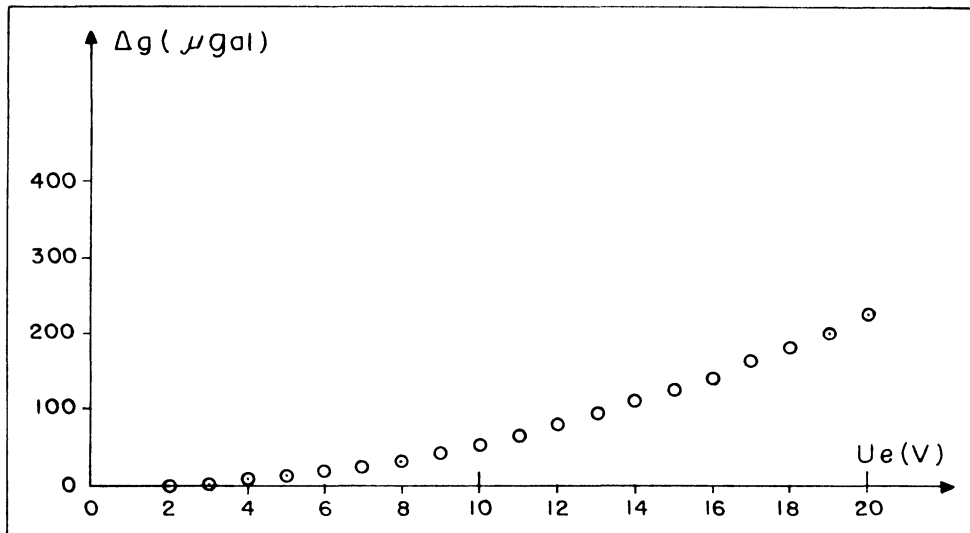


FIGURA 80 - GRAVÍMETRO V: $\Delta g = f(U_e)$



QUADRO 44 - COEFICIENTES PARA A FUNÇÃO f .

| GRAVÍMETRO | a | s | b | s |
|------------|----------|---------------|---------|---------------|
| III | -0,19684 | $\pm 0,10002$ | 0,83728 | $\pm 0,00610$ |
| IV | -0,94103 | $\pm 0,42958$ | 2,50233 | $\pm 0,02621$ |
| V | -0,07979 | $\pm 0,05903$ | 0,58141 | $\pm 0,00372$ |

CAPÍTULO VII CONCLUSÕES E SUGESTÕES

7.1 CONCLUSÕES E SUGESTÕES

A calibração dos gravímetros lineares estudados pelo método da inclinação apresenta-se problemática: somente em algumas posições ou níveis de saída, indeterminados **a priori**, são obtidos valores significativamente próximos dos valores de referência para os fatores de escala. É possível o estudo da relação entre o valor do fator de escala obtido em experimentos em que a inclinação se realiza num plano perpendicular à posição média da vigueta (posição B), de $-90''$ a $90''$, e um fator multiplicativo de correção do mesmo, para um número maior de gravímetros do tipo analisado; no entanto, a calibração **in situ** de um instrumento não analisado dessa forma, interpolando a função obtida para o fator corretivo, comportará inevitavelmente um elemento de incerteza, a menos que suas peculiaridades mecânicas tenham sido objeto de uma análise aprofundada, pondo em evidência semelhanças com aparelhos do mesmo tipo, com desempenho conhecido.

O meio mais seguro de se determinar o fator de escala de um gravímetro linear do tipo analisado parece ser a comparação do seu registro com a maré gravimétrica calculada, num local em que os parâmetros dessa última tenham sido determinados **a priori** - exigindo a remoção do instrumento do seu local de operação durante um certo período, não inferior a um ou dois meses. A questão de uma calibração **in situ**, podendo ser considerada como segura, permanece

ainda em aberto.

Inclinando-se os gravímetros com pequeno intervalo angular, constata-se que à parábola teórica se superpõe uma curva de grau superior: tal situação se verificou para os cinco gravímetros estudados. Os experimentos realizados podem levar a conclusões acerca da posição da vigueta (indicada, relativamente, pelo nível de saída do transdutor capacitivo), ou mesmo de um aparente desnivelamento do eixo de rotação do sistema elástico, podendo conduzir a melhorias na adequação entre a parábola teórica e a curva apresentada, mas não à coincidência dessas últimas.

Os resultados da comparação da curva de inclinação, parabólica no caso de um instrumento ideal, com as curvas observadas, podem induzir à necessidade e à possibilidade de se corrigir os registros efetuados na observação das marés gravimétricas, uma vez que o arco descrito pela vigueta nesse caso é reproduzido pelo movimento da mesma quando o instrumento é submetido à inclinação.

Pode-se aqui sugerir os seguintes desdobramentos ao presente trabalho: repetição dos experimentos descritos, em caráter periódico, verificando-se a estabilidade do sistema elástico dos gravímetros com o decorrer do tempo; a mesma operação, em gravímetros diversos, do mesmo tipo, a fim de se verificar a convergência dos valores obtidos para o fator de escala (posição B) para a inclinação de $-90''$ a $90''$; o emprego de um nível eletrônico, a fim de se medir diretamente os ângulos de inclinação; a instalação de níveis de bolha com resolução de leitura superior

àquela apresentada pelos equipamentos originais, a fim de se determinar mais acuradamente a posição insensível à inclinação. Sob o ponto de vista do tratamento dos dados, pode-se sugerir o método de ajustamento da colocação por mínimos quadrados, uma vez que os experimentos evidenciam a superposição à parábola teórica de um "sinal" e de um "ruído", a aplicação de tal método sendo condicionada à determinação de uma função covariância apropriada ao caráter dos dados envolvidos.

Os experimentos realizados com os gravímetros dotados do dispositivo eletrostático permitindo deslocar instantaneamente a vigueta mostraram que é necessário, por ocasião da calibração relativa eletrostática, determinar o nível de saída segundo o qual opera o gravímetro na época em que o dispositivo é acionado, a fim de que os resultados de uma série de testes desse tipo possam ser normalizados para um dado instrumento.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ASKANIA-WERKE A.G. **Schweremesser Gs11**. Manual técnico N° 1442cBD. Berlím-Friedenau, 1956. 40p.
- BECKER, M. **Analyse von hochpräzisen Schweremessungen**. Verlag der Bayerischen Akademie der Wissenschaften. München 1984. Tese. 99p.
- BONATZ, M. **Über die Eichung von Registriergravimetern mittels einer vertikalen Labor-Eichstrecke**. Verlag der Bayerischen Akademie der Wissenschaften, Reihe C: Dissertationen, Heft Nr. 84. München 1965. 115p.
- BONATZ, M. **Die günstigste Heiztemperatur- und Heizstufeneinstellung bei der Erdzeitenregistrierung mit dem Askania-Gravimeter Gs11 (12)**. Marées Terrestres - Bulletin d'Informations, no. 41. Observatoire Royal de Belgique, Bruxelles. 1965. pp. 1555 - 1565.
- BONATZ, M. **Der Einfluss der Aussentemperatur auf den Gang des Askania-Gravimeters Gs11 Nr.116**. Zeitung für Vermessungswesen, no. 12. 1965. pp.497-506.
- BONATZ, M. **Zum problem der Gravimeterfehler bei der Erdzeitenregistrierung**. Zeitschrift für Vermessungswesen, no. 4. 1966. pp. 130-136.
- BONATZ, M. **A transformed Askania gravimeter Gs12 with capacitive transducer system**. 7° Simpósio Internacional de Marés Terrestres. Akadémiai Kiadó, Budapeste, 1973. Proceedings. Separata. pp. 231-233
- BONATZ, M. **Comunicação pessoal**. 1992.
- BREUER, H. **Atlas zur Physik**. Volume 1 (Mechanik, Physik, Thermodynamik, Optik). Deutscher Taschenbuch Verlag, 1987, München. 205p.

- GEMAEL, C. **Aplicações do cálculo matricial em geodésia**. 2a. parte: ajustamento de observações. UFPR. Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, Curitiba, 1974. 103p.
- GEMAEL, C. **Introdução à gravimetria**. UFPR. Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, Curitiba, 1985. 109p.
- GEMAEL, C. **Marés terrestres: aplicações geodésicas**. UFPR. Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, Curitiba, 1986. 114p.
- GRAF, A. **Gravimetrische Instrumente und Messmethoden**. In.: JORDAN-EGGERT-KNEISSL. Handbuch der Vermessungskunde. Tomo Va. J.B.Metzlersche Verlagsbuchhandlung, Stuttgart, 1967. 308 p.
- GREEN, J.R. & MARGERISON, D. **Statistical treatment of experimental data**. Elsevier Scientific Publishing Company, Amsterdam. 1978. 382 p.
- HAMILTON, W.C. **Statistics in physical science**. The Ronald Press Company. New York, 1964. 229 p.
- HARRISON, J.C. & SATO, T. **Implementation of electro-static feedback with a LaCoste-Romberg Model G gravity meter**. Journal of Geophysical Research, vol. 89, 1984. pp. 7957-7961
- MAKAROV, N.P. **Geodetic gravimetry**. Defense Mapping Agency Aerospace Center. St. Louis, 1972. 566 p.
- MELCHIOR, P. **Physique et dynamique planétaires**. Vol. 2: Gravimétrie. Potentiel Gravitationnel de la terre et de la lune. Vander, Louvain. 1971. 311 pp.
- MELCHIOR, P. **The tides of the planet Earth**. Pergamon Press. Oxford, 1983. 2a. edição. 641 p.
- MIKHAIL, E. M. **Observations and least squares**. IEP-A Dun Donnelley Publisher, New-York, 1976. 497 p.
- MIRONÓV, V.S. **Curso de prospección gravimétrica**. Editorial Reverté, S.A. Barcelona, 1977. 525 p.

- MOORE, R.D. & FARRELL, W.E. **Linearization and calibration of electrostatically feedback gravity meters.** Journal of Geophysical Research, Vol 75, no. 5, 1970. pp. 928-932.
- SCHOTT, P. & WENZEL, H.-G. **A 10 ppm electromagnetic feedback for LaCoste & Romberg gravimeters.** In: Journées Luxembourgeoises de Géodynamique. Comptes-rendus, 72e session. Réseau européen du Conseil de l'Europe, 1991.
- SHOKIN, P. F. **Gravimetry.** National Science Foundation, Washington D.C., 1963. 322 p.
- TORGE, W. **Gravimetry.** Walter de Gruyter, Berlin-New York, 1989. 465 p.
- VAN RUYMBEKE, M. **Transformation of nine Lacoste Romberg Gravimeters in feedback systems.** In: Marées Terrestres - Bulletin d'informations, no. 93, 1985. Observatoire Royal de Belgique. pp. 6202-6228.
- WENZEL, H.G. **Zur Genauigkeit von gravimetrischen Erdgezeitenbeobachtungen.** Wissenschaftliche Arbeiten der Lehrstühle für Geodäsie, Photogrammetrie und Kartographie an der Technischen Universität Hannover, no. 67. Hannover, 1976.