


GIOVANI MOSER GIRARDI



**ESTUDO COMPUTACIONAL DA ONDA GERADA PELA RUPTURA
DE UMA BARRAGEM**

Dissertação apresentada ao Curso de Pós-Graduação em Engenharia de Recursos Hídricos e Ambiental do Setor de Tecnologia da Universidade Federal do Paraná como requisito parcial à obtenção do grau de Mestre.

Orientador: Prof. José Junji Ota

Co-orientador: Prof. André Luiz T. Fabiani

CURITIBA

2002

GIOVANI MOSER GIRARDI

**ESTUDO COMPUTACIONAL DA ONDA GERADA PELA RUPTURA
DE UMA BARRAGEM**

Dissertação apresentada ao Curso de Pós-Graduação em Engenharia de Recursos Hídricos e Ambiental do Setor de Tecnologia da Universidade Federal do Paraná como requisito parcial à obtenção do grau de Mestre.

Orientador: Prof. José Junji Ota

Co-orientador: Prof. André Luiz T. Fabiani

CURITIBA

2002

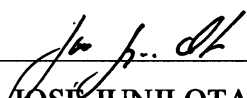
ESTUDO COMPUTACIONAL DA ONDA GERADA PELA RUPTURA DE UMA
BARRAGEM

por

GIOVANI MOSER GIRARDI


Dissertação aprovada como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre no Programa de Pós-graduação em Engenharia de Recursos Hídricos e Ambiental do Setor de Tecnologia da Universidade Federal do Paraná, pela comissão formada pelos professores:

PRESIDENTE:

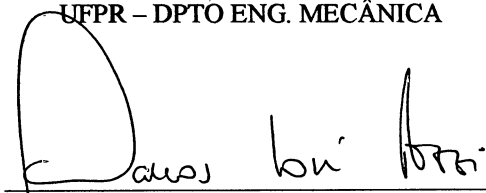


JOSÉ JUNJI OTA
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
UFPR

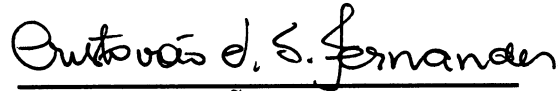
MEMBROS:



CARLOS HENRIQUE MARCHI
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
UFPR – DPTO ENG. MECÂNICA



MARCOS JOSÉ TOZZI
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
UFPR



CRISTOVÃO VICENTE S.
FERNANDES
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
UFPR

Curitiba, 05 de dezembro de 2002.

Dedico este trabalho
à minha noiva Karina e
à minha família

AGRADECIMENTO

Gostaria de agradecer aos professores do CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE RECURSOS HÍDRICOS E AMBIENTAL pelos ensinamentos transmitidos durante o curso e, em especial, aos professores José Junji Ota e André Fabiani (respectivamente, orientador e co-orientador deste trabalho).

Devo agradecer também a todos os meus familiares e minha noiva pelo incentivo recebido ao longo do curso e pela compreensão da importância deste trabalho para mim.

SUMÁRIO

| | |
|---|------|
| LISTA DE FIGURAS | v |
| LISTA DE TABELAS | viii |
| LISTA DE SÍMBOLOS | ix |
| RESUMO | xii |
| ABSTRACT | xiii |
| 1. INTRODUÇÃO | 1 |
| 2. ASPECTOS CONCEITUAIS RELATIVOS À MODELAGEM DA RUPTURA DE BARRAGEM | 4 |
| 3. DESCRIÇÃO DO PROBLEMA | 8 |
| 4. MECANISMOS DE RUPTURAS DE BARRAGENS | 16 |
| 4.1 Barragens a Gravidade..... | 19 |
| 4.2 Barragens de Contraforte..... | 25 |
| 4.3 Barragens em Arco..... | 27 |
| 4.4 Barragem de Terra e Enrocamento..... | 29 |
| 4.5 Acidentes em Barragens..... | 44 |
| 5. ESCOAMENTO NÃO PERMANENTE EM CANAIS | 57 |
| 5.1 Equações de Saint-Venant..... | 58 |
| 5.2 Métodos Numéricos para a Resolução das Equações de Saint-Venant..... | 60 |
| 5.2.1 Método das Características..... | 60 |
| 5.2.2 Método das Diferenças Finitas..... | 65 |
| 5.2.2.1 Esquema Explícito..... | 66 |
| 5.2.2.2 Esquema Implícito..... | 70 |
| 6. ONDA DE CHOQUE | 75 |
| 6.1 Modelos Analíticos..... | 77 |
| 6.1.1 Método de Ritter – Leito do Rio Seco a Jusante..... | 78 |
| 6.1.2 Método de Stoker – Leito do Rio Submerso a Jusante..... | 80 |
| 6.2 Método Numérico: Onda de Choque Provocada pela Ruptura de uma Barragem..... | 82 |
| 7. PROGRAMA COMPUTACIONAL PROPOSTO | 84 |
| 7.1 Modelo Computacional Adotado..... | 84 |

| | | |
|-----------|---|------------|
| 7.1.1 | Primeiro Intervalo..... | 85 |
| 7.1.2 | Ajuste do Choque..... | 85 |
| 7.1.3 | Escoamento não-permanente..... | 87 |
| 7.2 | Programa Computacional Proposto (ROTBAR)..... | 89 |
| 8. | APLICAÇÕES..... | 95 |
| 8.1 | Aplicação 1..... | 95 |
| 8.2 | Aplicação 2..... | 99 |
| 8.3 | Aplicação 3..... | 105 |
| 9. | CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES..... | 108 |
| 9.1 | Conclusões..... | 108 |
| 9.2 | Recomendações..... | 109 |
| | REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS..... | 111 |
| | ANEXOS..... | 117 |
| ANEXO A | – Discretização do primeiro intervalo de tempo; Discretização das equações de hugoniot-rankine; Discretização das equações de saint-venant e Esquema de solução dos sistemas de equações não lineares..... | 118 |
| ANEXO B | – Listagens dos dados dos exemplos de aplicação..... | 148 |

LISTA DE FIGURAS

| | | |
|-------------|---|----|
| Figura 3.1 | – Número de rupturas ocorridas classificadas pela idade da barragem..... | 13 |
| Figura 3.2 | – Número de rupturas ocorridas classificadas pela altura da barragem..... | 13 |
| Figura 3.3 | – Número de rupturas ocorridas classificadas pelo ano da construção da barragem..... | 14 |
| Figura 3.4 | – Porcentagem de ruptura por tipo de barragem e porcentagem de barragens existentes..... | 14 |
| Figura 3.5 | – Principais números de rupturas ocorridas nas barragens de concreto classificadas pela sua causa..... | 15 |
| Figura 3.6 | – Principais números de rupturas ocorridas nas barragens de terra e enrocamento classificadas pela sua causa..... | 15 |
| Figura 4.1 | – Esforços atuantes em uma barragem a gravidade..... | 20 |
| Figura 4.2 | – Seção transversal de uma barragem de contraforte..... | 25 |
| Figura 4.3 | – Escorregamento causado por camada fraca na fundação..... | 32 |
| Figura 4.4 | – Escorregamento guiado por núcleo inclinado (final de construção)..... | 32 |
| Figura 4.5 | – Escorregamento causado por núcleo espesso e poropressões criadas pelas infiltrações..... | 33 |
| Figura 4.6 | – Ruptura do talude de uma barragem de terra..... | 33 |
| Figura 4.7 | – Rede de fluxo após um abaixamento rápido do nível do reservatório..... | 36 |
| Figura 4.8 | – Escorregamentos causados por defeito da fundação..... | 37 |
| Figura 4.9 | – Erosão interna..... | 38 |
| Figura 4.10 | – Açude Orós após a conclusão..... | 47 |
| Figura 4.11 | – Erosão a jusante do vertedouro..... | 48 |
| Figura 4.12 | – Barragem de Euclides da Cunha..... | 50 |
| Figura 4.13 | – Brecha de ruptura da barragem de Euclides da Cunha após a ruptura..... | 51 |

| | | |
|-------------|---|----|
| Figura 4.14 | – Barragem de Teton aproximadamente às 11:20h do dia 5 de junho de 1976..... | 53 |
| Figura 4.15 | – Barragem de Teton aproximadamente às 11:30h..... | 53 |
| Figura 4.16 | – Barragem de Teton às 11:50 hs..... | 53 |
| Figura 4.17 | – Brecha abrindo na crista da barragem de Teton – 11:55h..... | 54 |
| Figura 4.18 | – Brecha aberta na crista da barragem de Teton..... | 54 |
| Figura 4.19 | – Barragem de Teton - Início da tarde..... | 55 |
| Figura 4.20 | – Barragem de Teton - Final da tarde..... | 55 |
| Figura 4.21 | – Barragem de Teton após a ruptura..... | 56 |
| Figura 4.22 | – Barragem de Shih-Kang após o terremoto..... | 56 |
| Figura 5.1 | – Características do escoamento..... | 63 |
| Figura 5.2 | – Malha de diferenças finitas..... | 66 |
| Figura 5.3 | – Esquema de discretização <i>Leap-frog</i> | 69 |
| Figura 5.4 | – Esquema de discretização Preissmann..... | 71 |
| Figura 5.5 | – Esquema de discretização Vasiliev..... | 73 |
| Figura 6.1 | – Geração de ondas por variação brusca de vazão..... | 76 |
| Figura 6.2 | – Solução de Ritter para a remoção total de uma parede retangular..... | 79 |
| Figura 6.3 | – Solução de Stoker..... | 81 |
| Figura 7.1 | – Representação da onda de ruptura no plano real x-h..... | 86 |
| Figura 7.2 | – Representação da onda de ruptura no plano x-t..... | 88 |
| Figura 7.3 | – Representação da relação de dependência do esquema implícito Preissman..... | 89 |
| Figura 7.4 | – Tela inicial do programa ROTBAR..... | 90 |
| Figura 7.5 | – Fluxograma do programa ROTBAR..... | 91 |
| Figura 7.6 | – Mensagem do programa ROTBAR após a leitura dos dados.... | 93 |
| Figura 7.7 | – Apresentação dos resultados pelo programa ROTBAR..... | 94 |
| Figura 7.8 | – Mensagem do programa ROTBAR após o término dos cálculos..... | 94 |

| | | |
|------------|--|-----|
| Figura 8.1 | – Aplicação 1: comparação dos resultados obtidos pelo programa ROTBAR com os resultados obtidos por ON E LICH[1990]. | 97 |
| Figura 8.2 | – Aplicação 1: comparação dos resultados obtidos pelo programa ROTBAR com os resultados obtidos pelo programa ANALITIC apresentado por FABIANI[1995]. | 98 |
| Figura 8.3 | – Aplicação 1: comparação dos resultados obtidos pelo programa ROTBAR com os resultados obtidos pelo programa ROTRET apresentado por FABIANI[1995]. | 98 |
| Figura 8.4 | – Aplicação 2: comparação dos resultados obtidos pelo programa ROTBAR com os resultados obtidos pelo programa ANALITIC apresentado por FABIANI[1995]. | 101 |
| Figura 8.5 | – Aplicação 2: comparação dos resultados obtidos pelo programa ROTBAR com os resultados obtidos por ON E LICH[1990]. | 101 |
| Figura 8.6 | – Aplicação 2: comparação dos resultados obtidos pelo programa ROTBAR com os resultados obtidos pelo programa ROTRET apresentado por FABIANI[1995]. | 102 |
| Figura 8.7 | – Aplicação 2: comparação dos resultados obtidos pelo programa ROTBAR (com e sem a utilização do coeficiente) com os resultados obtidos pelo programa ROTRET apresentado por FABIANI[1995]. | 104 |
| Figura 8.8 | – Aplicação 2: comparação dos resultados obtidos pelo programa ROTBAR na seção onde está localizada a barragem com os resultados obtidos pelo programa ROTRET apresentado por FABIANI[1995]. | 104 |
| Figura 8.9 | – Aplicação 3: comparação resultados obtidos pelo programa ROTBAR com os resultados teóricos apresentados por MARILES E ROMERO[1997]. | 106 |

LISTA DE TABELAS

| | | |
|------------|--|-----|
| Tabela 3.1 | – Rupturas ocorridas no Brasil..... | 12 |
| Tabela 7.1 | – Dados de entrada necessários para o programa ROTBAR..... | 92 |
| Tabela 8.1 | – Dados fornecidos ao programa - aplicação 1..... | 96 |
| Tabela 8.2 | – Dados fornecidos ao programa - aplicação 2..... | 99 |
| Tabela 8.3 | – Dados fornecidos ao programa - aplicação 3..... | 105 |
| Tabela 8.4 | – Resultados do programa ROTBAR para a aplicação 3..... | 106 |

LISTA DE SÍMBOLOS

| | |
|------------|--|
| γ | – Densidade aparente do solo compactado (t/m^3); |
| θ | – Parâmetro de ponderação do esquema Preissmann; |
| φ | – Ângulo de resistência ao cisalhamento ($^\circ$); parâmetro de ponderação do esquema Preissmann; |
| σ_v | – Tensões verticais efetivas (N/m); |
| Δ | – Largura da coluna de terra (m); |
| ΔQ | – Variação da vazão (m^3/s); |
| Δt | – Intervalo de tempo (s); |
| Δx | – Variação no espaço (m); |
| Δy | – Variação da profundidade (m); |
| α | – Inclinação do talude ($^\circ$); |
| ϕ | – Ângulo de atrito ($^\circ$); |
| ξ | – Coordenada espacial do choque em relação à posição inicial da barragem (m); |
| A | – Área da seção transversal (m^2); |
| A_s | – Área da seção de armazenamento (m^2); |
| A_x^h | – Variação da área com a abscissa, para uma profundidade constante; |
| B | – Largura da superfície livre de escoamento (m); |
| B_s | – Largura da superfície livre de armazenamento(m); |
| C^- | – Linha característica positiva; |
| C^+ | – Linha característica positiva; |
| c | – Celeridade da onda (m/s); coesão aparente (t/m^2); |
| c_1 | – Celeridade a montante da onda (m/s); |
| f | – Representa uma função genérica ($v, h, A, B, \text{etc.}$) |
| G | – Coeficiente de segurança; |
| g | – Aceleração da gravidade (m/s^2); |
| H | – Forças horizontais (t); |
| H_1 | – Pressão da água a montante (m.c.a); |

| | |
|----------------------|--|
| H_2 | – Pressão da água a jusante (m.c.a); |
| h | – Profundidade do escoamento (m); |
| \bar{h} | – Profundidade do centro de pressão em relação à superfície livre (m); |
| h_1 | – Profundidade a montante da barragem antes da ruptura (m); |
| h_3 | – Profundidade do escoamento a montante da onda de choque gerada (m); |
| h_4 | – Profundidade a jusante da barragem, antes da ruptura (m); |
| h_{choque} | – Nível de água na frente de onda (m); |
| h_{jusante} | – Nível de água a jusante da barragem (m); |
| $h(0,t)$ | – Profundidade na seção da barragem, ao longo do tempo (m); |
| $h(x,t)$ | – Profundidade num ponto do plano x, ao longo do tempo (m); |
| I | – Gradiente hidráulico (t/m^2); |
| IP | – Índice de plasticidade |
| K | – Fator de conveniência do esquema VASILIEV; |
| L | – Comprimento (m); |
| Mr | – Momento resistente em relação ao pé de jusante da barragem (N.m); |
| Mt | – Momento tombador em relação ao pé de jusante da barragem (N.m); |
| $N.A.J.$ | – Nível d'água a jusante (m); |
| $N.A.M.$ | – Nível d'água a montante (m); |
| n | – Coeficiente de rugosidade ($m^{-1/3}.s$); |
| P | – Perímetro molhado (m). |
| P_{aj} | – Peso da água a jusante (t); |
| P_B | – Peso da barragem (t); |
| Q | – Vazão (m^3/s); |
| q_L | – Contribuição lateral ($m^3/s.m$); |
| R | – Raio do círculo (m); |
| R_h | – Raio hidráulico da seção (m); |
| S | – Comprimento de arco (m); |
| S_0 | – Declividade do fundo (m/m); |

- S_f – Declividade da linha de energia (m/m);
- t – Tempo a partir do início da retirada do obstáculo, ou da ruptura da barragem (s);
- U – Subpressão (t);
- V – Forças verticais (t);
- v – Velocidade média ou velocidade de deslocamento da frente de onda (m/s);
- v_3 – Velocidade do escoamento a montante da onda de choque (m/s);
- $v(0,t)$ – Velocidade na seção da barragem, ao longo do tempo (m/s);
- $v(x,t)$ – Velocidade num ponto do plano x , ao longo do tempo (m/s);
- w – Velocidade de retirada do obstáculo, ou velocidade de deslocamento da onda de choque (m/s);
- x – Coordenada espacial ou distância a partir da posição inicial da barragem (m);
- X_p – Abscissa da seção do choque a partir de uma origem qualquer (m);
- z – Cota da superfície livre da água (m).

RESUMO

Após a exposição de uma síntese do conhecimento atual sobre o tema, esta dissertação apresenta um panorama geral sobre rupturas de barragens, definindo o seu mecanismo essencial. Alguns casos reais são apresentados para mostrar a importância do tema. Em seguida, as equações básicas que definem o escoamento não permanente e o processo de formação de onda de ruptura de barragem são apresentados. As características da frente de onda são as maiores preocupações do primeiro estágio, desde a ruptura da barragem até a dissipação do choque. São estudadas no estágio seguinte as características do fluxo não permanente em seções pré-estabelecidas. Levando em conta que o programa ROTRET de FABIANI[1995], elaborado em linguagem Pascal, tinha muitas restrições, este foi reestruturado com a inclusão de várias melhorias sendo a nova versão renomeada ROTBAR. A versão anterior era limitada a seções retangulares mas o novo programa foi adaptado para seções naturais de rios. O uso de condições de contorno não permanentes e variações da declividade e rugosidade entre duas seções consecutivas são as melhorias feitas. Agora a variação da rugosidade para diferentes cotas é também possível levar em conta. Finalmente, a análise do programa ROTBAR foi feita com sua aplicação em três casos clássicos disponíveis na literatura.

ABSTRACT

After exposing a synthesis of the available knowlage about the subject, this dissertation presents a general outlook of dam break pattern, defining its essential mechanism. Some real cases are quoted to show the importance of the subject. Then the basic equations which define the unsteady flow and dam break wave fomation process are presented. The characteristics of the wave front is the main subject during the first stage, since the dam break until the dissipation of the chock. Then, disregarding the shock itself, the characteristics of the unsteady flow in determined sections are studied in the following stage. Taking into account that the ROTRET program by FABIANI[1955], prepared in Pascal language had many restrictions, it was re-structured with the inclusion of many improvements being this new vesion renamed ROTBAR. The previous version was limited to rectangular sections but the new program is appropriate for natural river sections. The use of unsteady boundary conditions and the variations of the slope and the roughness between two consecutive sections are the improvement made. Now the variation of roughness according to the level is also possible to be taken into account. Finally the analysis of ROTBAR was made by using it in three classic cases given in the literature.

1. Introdução

Ao mesmo tempo em que cresce o número de estruturas hidráulicas a serem construídas para atender a demanda de água e energia, as áreas expostas aos riscos provocados pela ruptura de uma barragem tomam-se maiores, e mais povoadas. Essa exposição está relacionada às incertezas ou riscos que são objetos de estudo da Engenharia Ambiental, responsável pelo estudo do impacto ambiental, que busca fornecer previsões para as mudanças esperadas no meio ambiente devido à ação humana.

A análise do escoamento provocado pela ruptura de uma barragem é um problema clássico da teoria da hidrodinâmica (regime não permanente com superfície livre) que, do ponto de vista prático, é um problema que se refere à segurança e à defesa contra cheias.

A água represada nas barragens dá origem a empuxos horizontais, efeitos de subpressão e percolação que podem constituir o agente principal, direto ou indireto, das dificuldades mais freqüentes encontradas nessas obras. Além disso, as barragens podem apresentar alterações diversas em suas características, com possíveis ocorrências de falhas, que têm sido amplamente discutidas devido aos efeitos catastróficos causados pela ruptura de uma barragem. Dessa forma, estabeleceu-se a elaboração de um Plano Geral de Emergência, visando minimizar os prejuízos econômicos e, prioritariamente, preservar as vidas da população ribeirinha. Para a sua elaboração são necessários os cálculos das cotas máximas de inundação, velocidades e descargas resultantes da ruptura da barragem para várias seções transversais do vale situado a jusante da barragem.

Este Plano Geral de Emergência representa, muitas vezes, uma etapa para a elaboração do Relatório de Impacto sobre o Meio Ambiente (RIMA). Em barragens de médio a grande porte, a sua apresentação é obrigatória para a liberação de financiamentos.

Através dos estudos teóricos e de casos, procura-se definir critérios de projeto que visam minimizar a probabilidade de ocorrência de rupturas, sendo que a quantificação das características do fenômeno é feita por meio de estudos computacionais.

Esta dissertação objetiva desenvolver um modelo computacional para o cálculo da onda de ruptura e aplicá-lo a casos apresentados na literatura. Para isso ela parte do trabalho apresentado por Fabiani[1995] que apresenta dois programas computacionais, elaborados em linguagem Pascal, para o cálculo da onda gerada pela ruptura de uma barragem. Um destes programas é denominado ROTRET e pode ser aplicado em canais retangulares de largura, declividade longitudinal e rugosidade constantes ao longo do desenvolvimento do canal.

Um dos primeiros trabalhos desenvolvido foi a reestruturação do programa ROTRET para a linguagem Delphi que é mais moderna e prática. O programa foi ajustado para ser aplicado em rios com seções transversais quaisquer, eliminando a limitação existente. Outras variáveis foram incluídas transformando o programa numa ferramenta prática e aplicável às barragens existentes, em projeto ou em construção. Por exemplo, introduziram-se as condições de contorno a montante e a jusante não permanentes, a variabilidade da declividade e da rugosidade entre as seções e para diferentes cotas.

Após a apresentação dos aspectos conceituais relativos à modelagem da ruptura de barragem faz-se uma descrição do problema a ser estudado, incluindo algumas estatísticas interessantes sobre catástrofes com barragens. Faz-se também uma análise dos riscos associados às diferentes formas de ruptura e tipos de barragens.

Em seguida abordam-se os mecanismos que causam a ruptura dos diversos tipos de barragens. São citados alguns exemplos enfatizando os dados sobre a causa da ruptura e danos ocorridos.

Além disso, faz-se um apanhado geral sobre a teoria básica do escoamento não permanente e seus vários métodos de cálculo, para então abordar a onda de choque.

Os últimos capítulos apresentam uma descrição do programa elaborado para o estudo da onda gerada pela ruptura de uma barragem, além de apresentar a sua utilização para alguns casos existentes na literatura, podendo-se assim fazer uma avaliação dos resultados apresentados pelo programa.

2. Aspectos Conceituais Relativos à Modelagem da Ruptura de Barragem

O cálculo das características da onda gerada pela ruptura de uma barragem é um tema complexo, que envolve modelos numéricos complicados, que procuram quantificar as áreas de inundação e as velocidades do escoamento após a ruptura. Esses modelos podem ainda depender do tipo da barragem e da causa da ruptura. Alguns estudos os simplificam adotando uma ruptura instantânea num canal retangular, pois assim, desconsidera-se o transporte do material constituinte da barragem.

A linha de pesquisa mais antiga ainda em atividade foi iniciada por Danny Fread em 1971, que culminou com o modelo DAMBRK, com a última versão publicada em 1988 (FREAD[1988]). Este modelo é o mais difundido a nível mundial para análise de ruptura de barragens em canais com escoamentos sub ou supercríticos. Sua abordagem é euleriana, ou seja, preocupa-se com as condições em seções pré-definidas.

Outro modelo oriundo da pesquisa de Danny Fread é o modelo BREACH, publicado em 1998 (FREAD[1998]). Este modelo considera a conservação de massas entre o hidrograma afluente e o efluente além do transporte do material da barragem ao longo da brecha formada pela erosão. Ambos os modelos encontram-se disponíveis para *download* no site da *National Weather Service*.

Outros autores como XANTOPOULOS e KOUTITAS[1976], KATOPODES e STRELKOFF[1978], BELLOS et al.[1992], ELLIOT e CHAUDHRY[1992], MILLER e CHAUDHRY[1989], DAMULLER et al.[1989], TINGSANCHALI e RATTANAPITIKON[1993], FENNEMA e CHAUDHRY[1990] e ZHAO et al.[1994]; estudaram a ruptura de barragens em modelos bidimensionais e os aplicaram a canais curvos ou rupturas com brechas (rupturas que não abrangem a largura total do canal).

Um modelo misto em uma e duas dimensões foi aplicado por ALMEIDA e RODRIGUES[1986] a um canal com planície de inundação em seu trecho intermediário.

CHEN e ARMBRUSTER[1980] apresentaram uma solução utilizando o método das características e ajuste do choque, aplicando seu modelo a um canal de seção transversal qualquer (caso real).

ALAM e BHUIYAN[1995], KATOPODES[1984] e DZIEDZIC[1988] estudaram modelos de solução utilizando o método dos elementos finitos, aplicado a canais retangulares.

O confronto entre os métodos numéricos considerando isoladamente a frente de onda (ponto de vista Lagrangeano) com os métodos do ponto de vista Euleriano foi pesquisado por KORDAS e WITKOWSKA[1976]. Eles concluíram que o ponto de vista Euleriano apresenta bons resultados quando as seções transversais não apresentam grandes variações e a onda gerada não possui mais de dois metros de altura.

TONWSON e AL-SALIH[1989] estudaram a onda gerada pela ruptura instantânea de uma barragem em um sistema de coordenadas r-t (canal retangular com paredes laterais convergentes, paralelas ou divergentes). O método de solução utilizado é o das características.

ON e LICH[1990] desenvolveram um método de análise baseado no método das características e o aplicaram a dois casos, um canal retangular e um canal com seções com formato irregular. O método é fortemente iterativo.

WISEU e ALMEIDA[1995] fazem uma análise da influência da inércia local no escoamento de uma brecha formada pela ruptura de uma barragem. Para fazer esta análise eles utilizaram um modelo computacional que realiza simulações numéricas unidimensionais no espaço tendo como base às equações de Saint-Venant. O elemento computacional desenvolvido pelos autores corresponde à condição da

soleira espessa com altura variável decorrente da ruptura total ou parcial de uma barragem, tendo em conta o efeito da inércia local.

O termo inércia local se refere à variação de energia entre a seção da barragem e uma seção imediatamente a montante desta, em função da aceleração do fluxo, o que altera a relação da curva de descarga. Quando se trabalha com rupturas instantâneas e adota-se às equações do choque, pode-se dizer que já consideramos a inércia local.

BASCO[1989] comenta algumas limitações das equações de Saint-Venant quando aplicadas à ruptura de barragens e propõe a adoção das equações de Boussinesq, que contém uma derivada cruzada no espaço e no tempo (derivada segunda, nesse caso).

Entre os trabalhos realizados no Brasil, destacam-se: PASINATO e TUCCI[1992], MASCARENHAS e SILVA[1987], SILVA e MASCARENHAS[1989], MASCARENHAS[1990], COSTA[1978], NOGUEIRA[1984] e FABIANI[1995].

MASCARENHAS[1990] apresentou métodos de solução do problema da onda gerada pela ruptura de uma barragem, utilizando os pontos de vista Euleriano e/ou Lagrangeano. Os modelos apresentados por ele são aplicáveis a canais retangulares ou trapezoidais.

FABIANI[1995] apresenta dois modelos computacionais para cálculo da onda gerada pela ruptura de uma barragem: um para ruptura considerada ideal e outro para ruptura em canal retangular de largura, declividade longitudinal e rugosidade constantes ao longo do desenvolvimento do canal. Na aplicação dos modelos é avaliado o efeito que as alterações em diversas características do problema (rugosidade, velocidade inicial, largura do canal, entre outras) apresentam no resultado final da dissipação da onda.

O CBGB (Comitê Brasileiro de Grandes Barragens), seguindo a tendência mundial da década de 70, editou em 1979 e 1983 as "Diretrizes para a Inspeção e

Avaliação da Segurança de Barragens em Operação”. Este tipo de trabalho não visa o estudo do fenômeno da onda gerada pela ruptura de uma barragem, como os trabalhos citados anteriormente, e sim balizar os procedimentos de segurança para a prevenção deste tipo de acidente. Posteriormente, em 1986, seguindo esta linha de prevenção, o CBGB editou as “Recomendações para a Formulação e Verificação de Critérios e Procedimentos de Segurança de Barragens”, e em 1985 o “Cadastro Brasileiro de Barragens no Brasil”.

Mais recentemente, em outubro de 1998, o próprio CBGB através do seu Núcleo Regional de São Paulo, elaborou o “Guia Básico de Segurança de Barragens”.

Trabalhos abrangendo relatos sobre a ruptura de uma barragem auxiliam na compreensão do fenômeno. VARGAS et al.[1955] publicou um trabalho bastante completo sobre os mecanismos destas rupturas em terra, abordando o acidente ocorrido na barragem da Pampulha.

Durante o XII Seminário Nacional de Grandes Barragens, SIQUEIRA[1978] apresentou um artigo trazendo o relato da ruptura das barragens de Euclides da Cunha e Armando Salles de Oliveira, ocorrido em 1977 na região do Alto Rio Pardo.

Uma das rupturas mais comentadas é a da barragem de Teton, em 1976 nos Estados Unidos, abordada num *report* para o *U.S. Department of the Interior* e o *State of Idaho* que inclui fotos tiradas durante a ruptura.

3. Descrição do Problema

Um dos limites da engenharia civil é a impossibilidade de se atingir 100% de segurança, apesar das obras transmitirem uma sensação de segurança quase que total. Só se pode chegar a determinados níveis de segurança, em casos em que estejam envolvidas vidas humanas. Isto é imposto, essencialmente, por razões econômicas pela existência de limites ao custo de cada obra e aos meios humanos e materiais que podem ser disponibilizados para as tarefas de segurança.

Partindo desse princípio, as barragens não são 100% seguras. Sempre existe um risco, por menor que ele seja. Isto fica claro quando observamos os diversos acidentes com barragens que ocorrem em todo o planeta, com conseqüências trágicas para a população, uma vez que ela tende a se estabelecer nas proximidades de tais obras, para extrair os benefícios gerados após sua instalação.

Para os técnicos da área de engenharia hidráulica, a noção de segurança está associada ao tempo de recorrência de uma enchente, o qual, para grandes barragens, resulta igual a 10.000 anos. Isto significa que, estatisticamente, espera-se que a obra possa não resistir a fenômenos que tenha a possibilidade de ocorrer uma vez em 10.000 vezes em que ocorra. Nas últimas décadas tem sido bastante utilizado também, o conceito de vazão máxima provável (QMP), que pode ser associado ao conceito de precipitação máxima provável (PMP). Esses valores são obtidos por meio de maximização dos fatores determinantes da precipitação e do escoamento. O projeto do vertedouro das grandes obras hidráulicas é, normalmente, baseado no maior desses valores, decamilenar (via análise estatística) ou QMP. Essa noção de segurança, porém, só engloba fatores hidrológicos que os conduzem a ruptura por galgamento, sem que haja falha de operação, construção ou problemas geológicos não detectados previamente.

Durante o Congresso Internacional de Grandes Barragens, do ICOLD (*International Commission on Large Dams*) em 1979, em Nova Delhi, decidiu-se investir maiores esforços no âmbito de segurança por três razões principais: diversos

incidentes em barragens, com graves conseqüências ocorridas na época; aumento nas dimensões das novas barragens e envelhecimento de uma quantidade apreciável de outras; incremento na quantidade de barragens sendo construídas em países com pouca ou nenhuma experiência em engenharia de barragens.

Nos Estados Unidos da América, num intervalo de 5 anos, as rupturas das barragens de Buffalo Creek (1972, causando 125 mortes e enormes prejuízos materiais), Canyon Lake (1972), Kelly Barnes (1972, causando 39 mortes) e Teton (1976, causando 14 mortes e danos avaliados em 1 bilhão de dólares) contribuíram decisivamente para uma revisão geral da legislação de segurança e inspeção de barragens no país. Já a partir da ruptura de Buffalo Creek, o governo americano tomou algumas atitudes institucionais:

- a) lei autorizando o *U.S. Army Corps of Engineers* a inventariar e inspecionar barragens não federais, ainda no ano de 1972;
- b) revisão de critérios de segurança, coordenação centralizada de programas de segurança de barragens, revisão dos procedimentos adotados por agências federais (1977) por junta de consultores independentes;
- c) ordem presidencial para que o Guia de Segurança de Barragens fosse aplicado e que suas conclusões fossem encaminhadas à nova agência FEMA (*Federal Emergency Management Agency*), organizada em 1979;
- d) publicação do *Water Resources Development Act*, autorizando o financiamento federal a programas estaduais de segurança de barragens (1986);
- e) aprovação do *National Dam Safety Act* e respectivas ações orçamentárias (1997);
- f) além da FEMA, foram criados outros dois organismos encarregados de desenvolver, supervisionar e divulgar a segurança de barragens: o ICODS (*Interagency Committee on Dam Safety*) e a ASDSO (*Association of State Dam Safety Officials*). Um terceiro órgão, a FERC (*Federal Energy Regulatory Commission*) também atua na área, interagindo com a Defesa Civil, o ICODS e o proprietário da obra;
- g) constituição de um plano de observação e sua adaptação, quando necessário, obrigatoriamente a cada 20 anos;
- h) inspeções periódicas por meio da autoridade competente.

Este tipo de situação não ocorreu só nos Estados Unidos. A Inglaterra, França, Canadá, Noruega e Itália também elaboraram uma legislação específica.

O CBGB - Comitê Brasileiro de Grandes Barragens, seguindo a tendência mundial da década de 70, editou em 1979 e 1983 as "Diretrizes para a Inspeção e Avaliação da Segurança de Barragens em Operação". Posteriormente, em 1986, editou as "Recomendações para a formulação e verificação de critérios e procedimentos de segurança de barragens", em 1995 o "Cadastro brasileiro de deterioração de barragens e reservatórios" e, em 1996, "Auscultação e instrumentação de barragens no Brasil". Estas publicações, elaboradas por comissões do CBGB, têm servido para balizar os procedimentos de segurança adotados por algumas organizações brasileiras.

Em 1996 e 1997, o CBGB, através da Comissão de Deterioração e Reabilitação de Barragens, elaborou minuta de Portaria do Ministério de Minas e Energia para criação do Conselho Nacional de Segurança de Barragens, tendo encaminhado a mesma para a análise do DNAEE - Departamento Nacional de Águas e Energia Elétrica.

O Ministério de Minas e Energia, através da Portaria nº 739 de 1988, criou um grupo de trabalho com o objetivo de normalizar procedimentos preventivos e de manutenção voltados à segurança das diversas barragens existentes. Coordenado pela Eletrobrás, o grupo concluiu, em 1989, um relatório que abordou entre outros aspectos importantes: o estabelecimento de mecanismos de monitoração e da instrumentação; a definição da periodicidade de inspeção; os procedimentos gerais a serem seguidos em casos de acidentes; e a definição das responsabilidades pela execução das ações.

Ao final de 1998, o Núcleo São Paulo do CBGB finalizou o "Guia Básico de Segurança de Barragens", que orienta os seus proprietários de barragens quanto aos padrões e procedimentos de segurança a serem seguidos.

Abaixo são mostrados considerações e dados extraídos da publicação do - *International Commission On Large Dams – ICOLD "Dam Failure Statistical Analysis"* de 1995. A análise dos dados apresentada nesta publicação demonstra que:

- a) a porcentagem de rupturas de grandes barragens tem diminuído nas quatro últimas décadas. (2,2% das barragens construídas antes de 1950 romperam. A partir de 1951 este índice caiu para 0,5%);
- b) barragens de todas as alturas se rompem. Em termos absolutos, a maioria das rupturas envolve barragens pequenas, contudo elas são maioria;
- c) muitas das rupturas envolvem barragens novas. Uma grande proporção (70%) das rupturas ocorreu nos primeiros 10 anos, e mais especialmente no primeiro anos após a sua construção;
- d) a maior taxa de ruptura aconteceu com barragens construídas entre os anos de 1910 e 1920;
- e) problemas de fundação, como erosão e deslizamento, são a causa mais comum das rupturas nas barragens de concreto (21%);
- f) as barragens de terra e enrocamento são mais sujeitas a rompimentos do que outros tipos de barragens. Nelas o rompimento por galgamento ou *overtopping* (31%), seguido pelo efeito de erosão interna ou *piping* (15%) e problemas de fundação (12%) são os mais freqüentes;
- g) as ações pós-ruptura mais freqüentemente reportadas foram o abandono do local (36%), construção de uma barragem completamente nova (17%) e a reconstrução da mesma usina (16%).

A tabela 3.1 apresenta os incidentes ocorridos no Brasil que constam nesta estatística. Desta publicação também foi extraído as figuras que são descritas a abaixo.

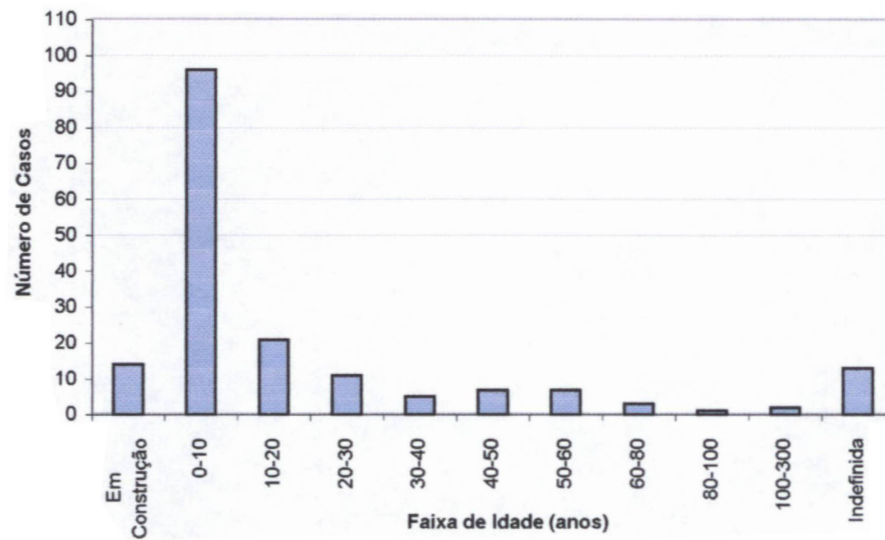
A figura 3.1 apresenta o número de rupturas ocorridas classificadas pela idade da barragem. A figura 3.2 traz o número de rupturas ocorridas classificadas pela altura da barragem. A figura 3.3 apresenta o número de rupturas ocorridas classificadas pelo ano da construção da barragem. A figura 3.4 traz a porcentagem de ruptura por tipo de barragem e porcentagem de barragens existentes. A figura 3.5 apresenta os principais números de rupturas ocorridas nas barragens de concreto classificadas pela sua causa. A figura 3.6 apresenta os principais números de rupturas ocorridas nas barragens de terra e enrocamento classificadas pela sua causa.

TABELA 3.1 – RUPTURAS OCORRIDAS NO BRASIL

| BARRAGEM | TIPO | ALTURA (m) | DATA | | CAUSA PRINCIPAL |
|-------------------------------|------------------------|---------------|------------|----------|--|
| | | | CONSTRUÇÃO | ACIDENTE | |
| Ema | Terra | 18,5 | 1932 | 1940 | Erosão interna (piping) |
| Pampulha | Terra | 18 | 1941 | 1954 | Erosão interna (piping) |
| Orós | Terra / Enrocamento | 35 | 1961 | 1960 | Cheia excepcional durante a construção da barragem |
| Armando de Salles Oliveira | Terra | 41 | 1958 | 1977 | Ruptura de barragem à montante |
| Boa Esperança | Terra | 17 | 1976 | 1977 | Deformação e recalque |
| Euclides da Cunha | Terra | 60 | 1960 | 1977 | Operação inadequada do vertedouro |
| Santa Helena | Enrocamento | 25 | 1979 | 1985 | Deformação e recalque |

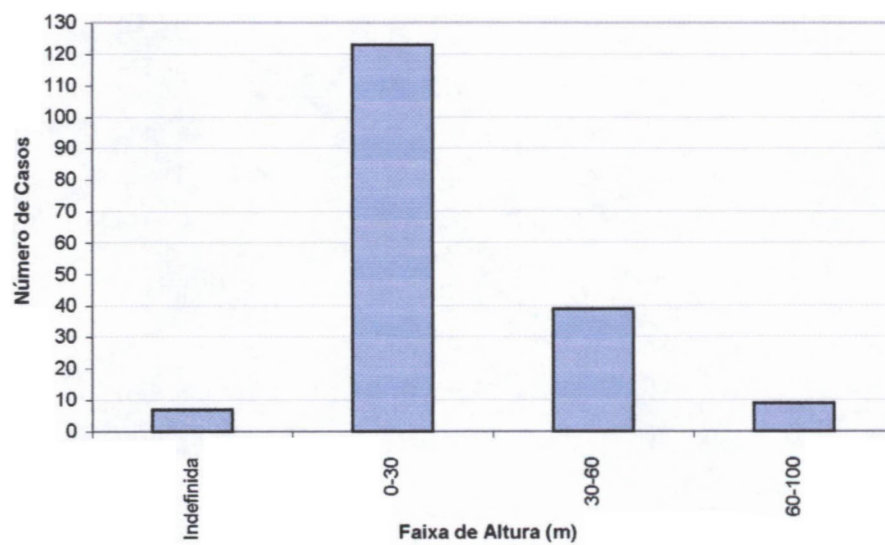
FONTE: ICOLD [1995].

FIGURA 3.1 – NÚMERO DE RUPTURAS OCORRIDAS CLASSIFICADAS PELA IDADE DA BARRAGEM



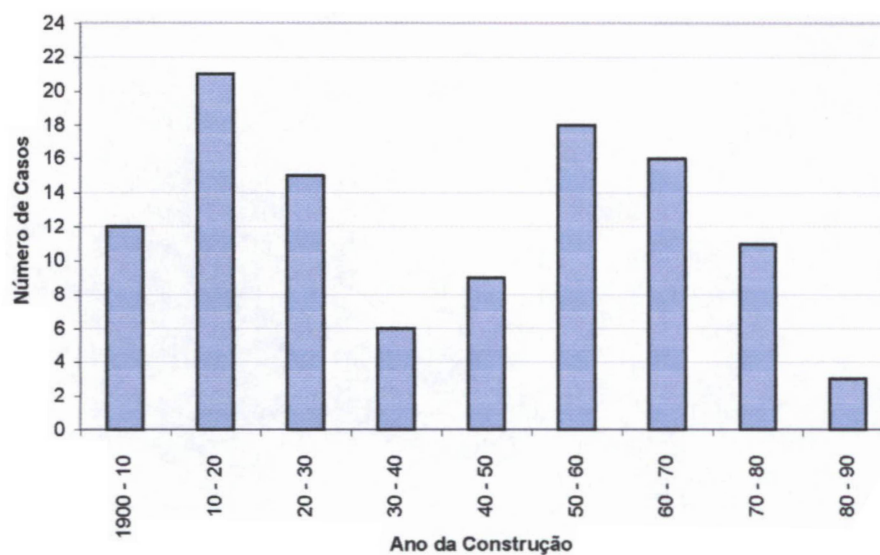
FONTE: ICOLD[1995]

FIGURA 3.2 – NÚMERO DE RUPTURAS OCORRIDAS CLASSIFICADAS PELA ALTURA DA BARRAGEM



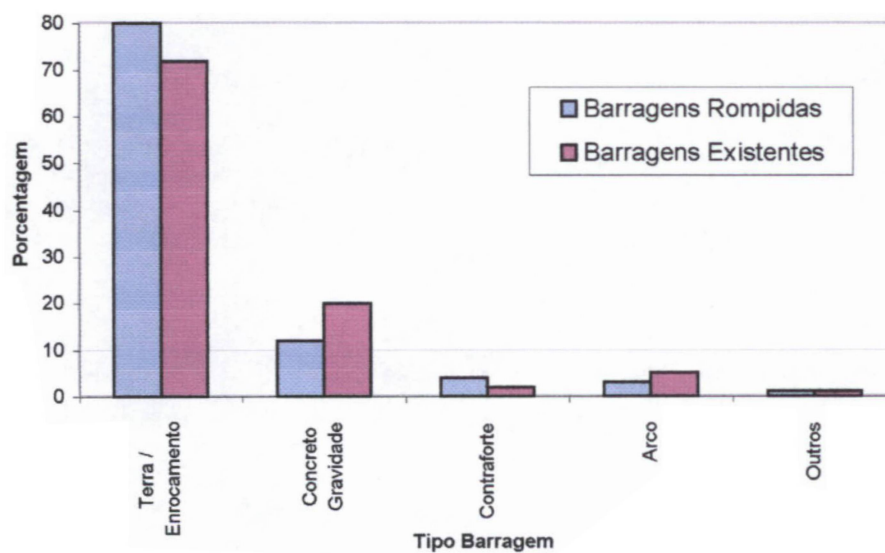
FONTE: ICOLD[1995]

FIGURA 3.3 – NÚMERO DE RUPTURAS OCORRIDAS CLASSIFICADAS PELO ANO DA CONSTRUÇÃO DA BARRAGEM



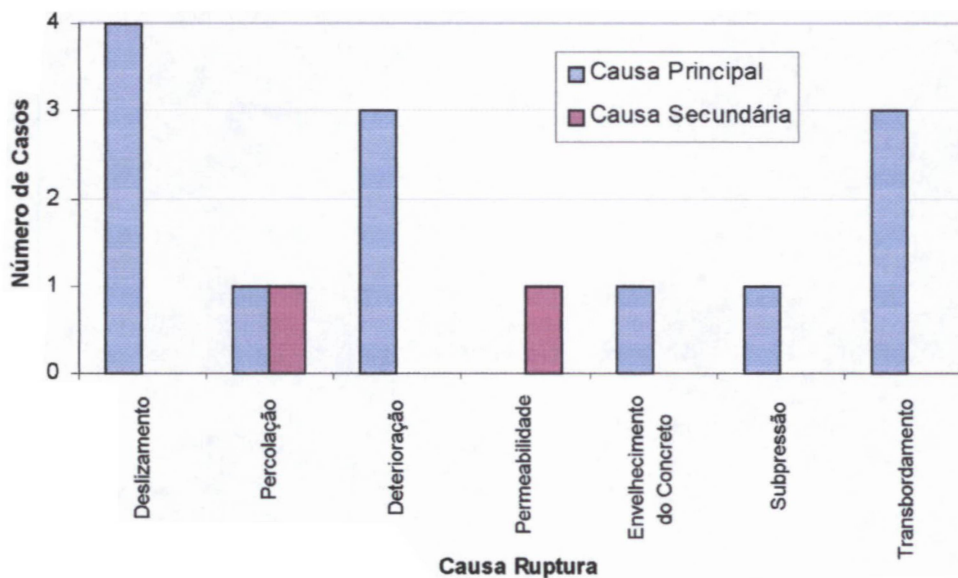
FONTE: ICOLD[1995]

FIGURA 3.4 – PORCENTAGEM DE RUPTURA POR TIPO DE BARRAGEM E PORCENTAGEM DE BARRAGENS EXISTENTES



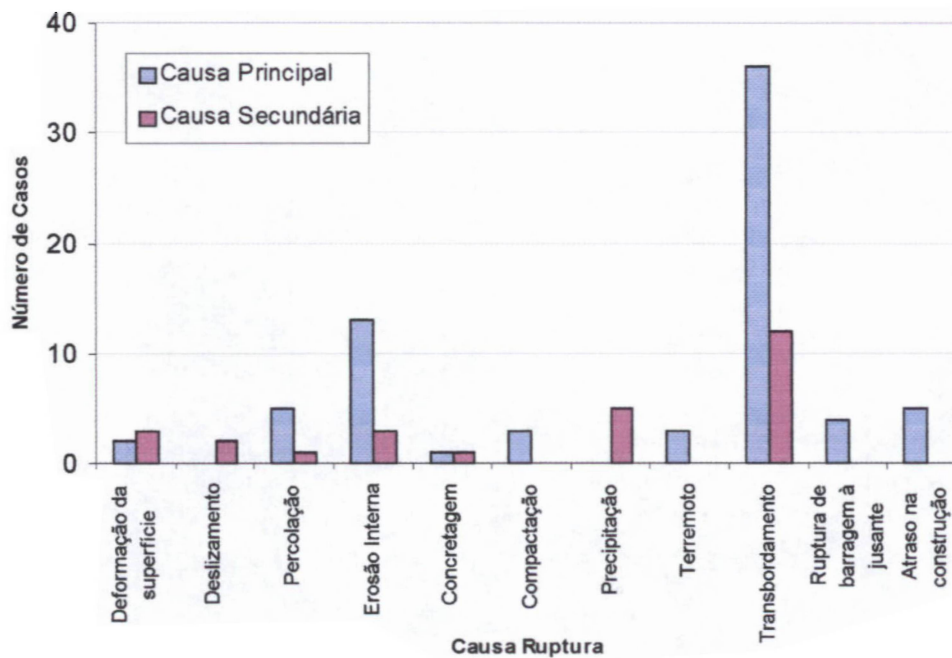
FONTE: ICOLD[1995]

FIGURA 3.5 – PRINCIPAIS NÚMEROS DE RUPTURAS OCORRIDAS NAS BARRAGENS DE CONCRETO CLASSIFICADAS PELA SUA CAUSA



FONTE: ICOLD[1995]

FIGURA 3.6 – PRINCIPAIS NÚMEROS DE RUPTURAS OCORRIDAS NAS BARRAGENS DE TERRA E ENROCAMENTO CLASSIFICADAS PELA SUA CAUSA



FONTE: ICOLD[1995]

4. Mecanismos de Ruptura de Barragens

Quando analisamos a segurança de uma barragem com uma visão global, observamos que ela pode romper devido a várias causas. MASCARENHAS[1990] as divide em causas materiais e/ou naturais; e causas induzidas pela ação humana, como é visto a seguir:

- a) causas materiais:
 - a.1) galgamento (*Overtopping*): É causado pela incapacidade do vertedouro de liberar grandes volumes de água, seja por subdimensionamento, enchente excepcional, acidente geológico (onda causada por deslizamento) ou problemas nas partes mecânicas. É particularmente importante para barragens de material solto (terra ou enrocamento);
 - a.2) problemas geológicos: Erosão interna (*piping*), infiltração através da barragem ou da fundação, deslizamento das fundações ou do enrocamento, acomodações geológicas e efeitos sísmicos ou terremotos são algumas das causas geológicas que podem levar a ruptura de uma barragem.

- b) causas humanas:
 - b.1) falhas de projeto e/ou construção: Apesar dos critérios bastante cuidadosos em relação ao seu projeto e construção, não pode ser descartada a hipótese de que determinados fatores da obra não tenham sido objeto de um estudo à altura da complexidade do funcionamento da mesma como, por exemplo, projetos ineficientes de vertedouros, análise não criteriosa dos materiais constituintes da obra, entre outros;
 - b.2) operação inadequada do reservatório: As falhas de operação são basicamente a demora na operação das comportas e a definição de volumes de amortecimento insuficientes;
 - b.3) ações de guerra: As barragens sempre são alvo de bombardeios durante as guerras devido as suas conseqüências catastróficas e a interrupção de recursos básicos para a população como energia e água. Conhecem-se os casos das barragens de Möehne e Eder na Alemanha, durante a Segunda Guerra Mundial, e a tentativa de destruição da barragem de Peruca pelos sérvios na Bósnia (ver REYNOLDS[1993], REINA[1993] e MEGLA[1993]);
 - b.4) terremotos induzidos: O impacto do homem no ambiente pode determinar a ocorrência de sismos de uma categoria especial, denominados sismos artificiais. Esses eventos são disparados através de explosões ou detonações, principalmente subterrâneas, injeção profunda de líquidos sob pressão no subsolo, extração de líquidos, escavações de minas ou pedreiras ou mesmo o enchimento de lagos artificiais na construção de represas.

Existe ainda a possibilidade de ruptura da barragem durante sua construção. Essa situação decorre em geral de atrasos nos cronogramas de execução de projetos de grande porte, que costumam fixar prazos de altura construída baseados nos regimes hidrológicos dos rios a serem represados. A ruptura das barragens de Orós, no Brasil, e de Sempor, na Indonésia, são casos típicos dessa combinação de causas de acidentes, que também deve merecer atenção especial.

A ruptura de uma barragem pode provocar a ruptura de uma outra barragem à jusante. Encontram-se descritos três casos com características catastróficas: Eigiau e Coedty, na Inglaterra em 1925, Poona e Panshet, em 1961 na Índia e Euclides da Cunha e Armando Salles Oliveira, no Brasil em 1977.

As rupturas mais significativas já ocorridas até a presente data foram a das seguintes barragens: South Fork (1989, EUA), Malpasset (1959, França), Orós (1960, Brasil), Vajont (1963, Itália), Baldwin Hills (1963, EUA), Buffalo Creek (1972, EUA), Teton (1976, EUA), Euclides da Cunha /Armando Salles de Oliveira (1977, Brasil) e Quail Creek Dike (1989, EUA).

Além da ruptura, estão descritos alguns acidentes graves resultantes de manobras inadequadas das compostas dos vertedouros, mas que nunca assumiram proporções catastróficas, como uma ruptura.. Existe apenas um único caso de catástrofe sem ocorrência de ruptura: o deslizamento um enorme bloco de uma encosta acima do reservatório de Vajont, Itália, 1963.

Causas Geológicas de Ruptura de Barragens

Através da análise de acidentes anteriores, podemos destacar as seguintes causas comuns:

- a) deslizamento de barragens ou estruturas hidráulicas sobre planos de fraqueza das fundações e ombreiras;
- b) erosão interna causada pela infiltração de água pela fundação ou corpo da barragem (*piping*). Normalmente, inicia-se na extremidade de jusante e regride rapidamente até a superfície de montante;

- c) deslizamento de taludes da barragem devido a problemas de fundação e outras causas;
- d) recalques da fundação ou no corpo da barragem, causando fissuras;
- e) erosão em bacias de dissipação ou fundação de vertedouros.

Outras causas menos comuns:

- a) enfraquecimento da fundação por saturação, causando recalques e deslizamento;
- b) deslizamento de ombreiras e encostas nas proximidades da obra, produzindo danos às estruturas ou ao reservatório;
- c) abalos sísmicos naturais ou induzidos, ocasionando deslizamento de taludes, recalques ou fissuras. Os terremotos induzidos são causados pelo peso próprio da água do reservatório, pela lubrificação proporcionada pela água nas falhas existentes na rocha da fundação, ou pela alteração das tensões intersticiais no maciço das barragens de terra;
- d) movimento de falha ativa sob barragem, produzindo fissuras e infiltrações.

Cada tipo de barragem apresenta mecanismos de ruptura e exigências de fundação mais ou menos característicos, que diferem de tipo para tipo. As probabilidades de acidentes variam com o tipo de barragem, porém as estatísticas não são muito conclusivas a este respeito.

As barragens de concreto-gravidade e as de enrocamento, particularmente as de enrocamento com face de concreto, são as mais seguras. Também as de arco tem um histórico positivo a este respeito, porém são mais sujeitas a surpresas e requerem, as vezes, tratamentos muito extensos de fundação. As de contraforte são mais suscetíveis a problemas. As barragens de terra, de acordo com as estatísticas, são mais sujeitas a acidentes, mas convém lembrar que elas são freqüentemente construídas em locais de fundação precária, ou então consistem de obras baixas e de pequeno custo, onde os estudos são, às vezes, insuficientes. Por outro lado, as barragens de concreto apresentam um potencial de dano maior do que as de terra ou enrocamento, relacionado com o seu modo brusco de ruptura, em comparação com as rupturas mais lentas apresentadas, em geral, pela barragem de terra, que permite diminuir o número de vítimas humanas.

4.1. Barragem a Gravidade

Barragens a gravidade são aquelas que têm sua estabilidade garantida principalmente pelo seu peso próprio. Obras desse tipo eram muito usuais no início da construção de barragens. Em alguns casos, desastres ocorreram em barragens cujos projetistas e construtores eram reconhecidos como mestres em suas profissões. As falhas ocorreram tanto porque o conhecimento naquela época era incompleto quanto porque não foi possível reconhecer fraquezas potenciais a tempo de se tomar medidas corretivas.

Na primeira metade do século XIX, as barragens eram estruturas de seção aproximadamente retangular, em cujos projetos estavam presentes apenas conceitos elementares de segurança ao tombamento e ao deslizamento na base. Desde então, os critérios propostos por engenheiros, muitas vezes baseados na análise de acidentes, evoluíram consideravelmente até o estágio de conhecimento atual.

As barragens a gravidade podem ser construídas em concreto convencional, concreto compactado a rolo, concreto ciclópico ou mesmo alvenaria, esta última muito comum no início do século. Elas são preferencialmente construídas sobre fundação de rocha dura, em locais de cobertura de solos e saprolitos, relativamente delgada. Mesmo que nas barragens requeira-se rocha de boa qualidade, obras menores têm sido construídas sobre rochas sedimentares fracas, rochas muito fraturadas e fragmentadas, rochas alteradas e até mesmo sobre fundações de cascalho, saprolitos ou solos compactados, desde que não existam soluções melhores e sejam tomadas precauções de projeto adequadas. Tirando estes casos, onde estão mais sujeitas a riscos, as barragens a gravidade, em especial as de concreto, tem fatores favoráveis à estabilidade devido ao peso muito grande e a largura considerável da base.

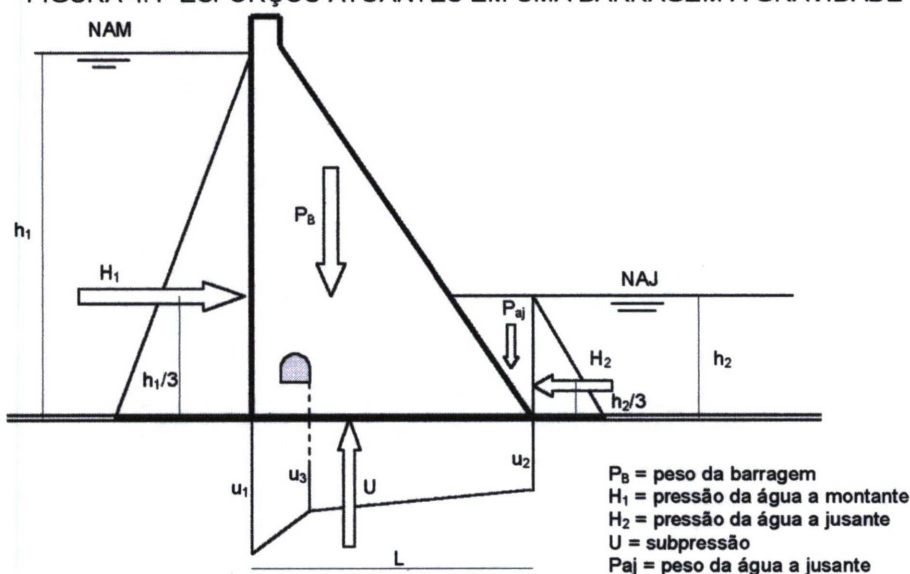
Mecanismos de Ruptura de Barragens a Gravidade

Para MARQUES FILHO[1986] os mecanismos mais comuns de ruptura de barragens a gravidade são os seguintes:

- deslizamento;
- tombamento;
- esmagamento e recalque diferencial;
- deterioração do corpo da barragem.

A figura 4.1 ilustra os principais esforços atuantes em uma barragem a gravidade.

FIGURA 4.1- ESFORÇOS ATUANTES EM UMA BARRAGEM A GRAVIDADE



Na seqüência, são apresentados os mecanismos envolvidos em cada tipo de falha.

a) deslizamento

Os deslizamentos podem ocorrer em planos de fraqueza horizontais ou pouco inclinados, no corpo da barragem, na fundação ou no contato entre ambos.

As probabilidades de deslizamento são maiores em defeitos geológicos, como fraturas e falhas sub-horizontais alteradas ou pré-cisalhadas, planos de

estratificação, contatos de derrame decompostos, camadas de materiais fracos como a bentonita, folhelhos brandos, argilas, filitos micáceos, etc.

A segurança ao deslizamento é apresentada por MARQUES FILHO[1986] através da expressão:

$$FS_d = (c.L + \Sigma V . \operatorname{tg} \phi) / \Sigma H \quad (4.1.)$$

onde:

c = coesão no plano considerado;

L = comprimento (direção montante / jusante) do bloco considerado para o deslizamento (1 metro de largura);

V = forças verticais atuantes no plano;

H = forças horizontais atuantes no plano;

ϕ = ângulo de atrito no plano;

Um fator de segurança ao deslizamento (*shear friction factor*) maior que a unidade indica condição favorável à estabilidade da barragem. Num projeto, costuma-se buscar para esse fator valores acima de 3 ou 4, como forma de garantir a segurança ao deslizamento.

Os coeficientes de atrito e de coesão variam dependendo dos materiais em contato no plano de fraqueza. O ângulo de atrito, em geral, pode ser avaliado com razoável precisão, com valores variando entre 15° para rochas muito fracas e 45° para rochas muito resistentes e concreto. Por outro lado, a coesão é de avaliação mais difícil, variando desde zero para fraturas com preenchimentos argilosos até 10 kgf/cm² para contato concreto-rocha. Em virtude dessa incerteza na determinação da coesão, é comum adotar fatores de segurança diferenciados para a coesão e para o ângulo de atrito. Assim, MARQUES FILHO[1986] apresenta a fórmula do *shear friction factor* como:

$$FS_d = (c.L) / (3,0 . \Sigma H) + (\Sigma V . \operatorname{tg} \phi) / (1,5 . \Sigma H) \quad (4.2.)$$

Na expressão 4.2 os coeficientes de segurança adotados para a coesão e para o ângulo de atrito são, respectivamente, 3,0 e 1,5. Dessa forma, a segurança estará garantida para qualquer resultado superior a unidade.

Dois aspectos têm grande influência sobre o risco de ruptura por deslizamento: a subpressão e a liberdade de movimento dos planos de fraqueza ou descontinuidades.

A subpressão está intimamente relacionada às características geológicas do local: grau de fraturação da rocha, presença de materiais permeáveis na fundação, descontinuidades sub-horizontais, etc. Caso haja fissuras no concreto, a subpressão também pode atuar em um plano horizontal do corpo da barragem. A subpressão atua, em geral, como um fator desestabilizante da barragem, tanto por aliviar o peso da barragem quanto por aumentar o momento tombador. É prática muito aconselhável a utilização de cortinas de injeção e de drenos próximos à face de montante, como forma de atenuar os efeitos indesejáveis da subpressão. Da eficiência dos drenos depende o alívio da subpressão esperada abaixo da galeria de drenagem, considerado no cálculo do valor de u_2 (ver figura 4.1).

b) tombamento

O tombamento ocorre quando a direção da resultante das forças atuantes não passa pela base da barragem. À medida que a resultante desloca-se para fora do núcleo central de inércia da base, aproximando-se do pé de jusante da barragem, as forças de compressão aumentam substancialmente nessa região e surgem tensões de tração no trecho de montante da base. Pode haver o esmagamento do material da barragem ou da fundação nas áreas comprimidas, acelerando o processo de tombamento. Nas áreas tracionadas, pode haver fissuração no corpo da barragem, na fundação ou no contato entre ambos, propiciando um aumento da subpressão.

A preocupação com a presença de esforços de tração no corpo da barragem surgiu com Rankine, em 1872, e foi confirmada pela falha da barragem Bouzey

(França, 1895), atribuída às grandes tensões de tração na face de montante e à subpressão.

O fator de segurança ao tombamento é apresentado por MARQUES FILHO[1986] como:

$$FS_t = \Sigma Mr / \Sigma Mt \quad (4.3.)$$

Onde Mr e Mt são, respectivamente, os momentos resistentes e tombadores em relação ao pé de jusante da barragem. A segurança ao tombamento verifica-se quando FS_t é maior que a unidade. No projeto de uma barragem deve-se estabelecer o valor mínimo admissível para esse fator, que contemple a margem de segurança desejável.

c) esmagamento e recalque diferencial

As cargas na fundação de uma barragem a gravidade não são, em geral, muito elevadas, de modo que os problemas de esmagamento e recalque surgem quando a fundação é formada por rochas brandas, alteradas ou muito fraturadas, ou quando há descontinuidades em posições desfavoráveis.

De acordo com MARQUES FILHO[1986] um fator importante a ser verificado é o módulo de deformabilidade da fundação, índice que relaciona a tensão a que a fundação está submetida com a deformação necessária para o surgimento dessa tensão. Nos cascalhos e saprolitos, o módulo é da ordem de 2.500 kgf/cm² a 5.000 kgf/cm². Em rochas de boa qualidade esse valor ultrapassa 100.000 kgf/cm². A deformabilidade da fundação é mais problemática quando a relação entre o módulo da rocha e o módulo do concreto (~210.000 kgf/cm²) é menor do que ¼.

Barragens a gravidade são relativamente pouco sensíveis a recalques homogêneos. Por outro lado, recalques diferenciais causados por fundações heterogêneas podem ocasionar fissuras e concentrações de tensão no corpo da barragem.

Rachaduras visíveis em uma barragem podem ser o indicio de acomodação das fundações. Afundamentos locais podem ser resultado do carregamento excessivo ou da ação da percolação da água. Esta percolação pode causar a remoção de materiais formando vazios no corpo da barragem ou na sua fundação, até que a parte remanescente do material sem apoio desabe, ocasionando a falha de uma seção da fundação. Muitos desses processos podem ser identificados pelo exame visual das cercanias da fundação, durante uma vistoria do local. O indicio visual de erosão interna, tal como sedimentos na água de percolação, pode ser evidente ao olho treinado; entretanto, a lavagem do material solúvel na solução, pode ser identificada por análises químicas. Um aumento na percolação pode indicar processos de dissolução ou erosão interna.

d) deterioração do corpo da barragem

Materiais de qualidade inferior ou defeituosos utilizados na construção de uma barragem de concreto poderão resultar na deterioração e possível falha da estrutura.

O agregado reativo utilizado na mistura do concreto é uma das causas principais de deterioração. Se um agregado altamente reativo é usado sem um cimento adequado de baixa alcalinidade, a reação entre o agregado e o cimento poderá causar a expansão da massa do concreto, criando rachaduras superficiais e deterioração. A dilatação do concreto pode causar também o emperramento das comportas, válvulas e equipamentos de operação, e a deterioração do concreto junto às estruturas embutidas.

Agregados de baixa resistência ou cimento com características pobres de ligação podem produzir um concreto de baixa resistência, que causará rachaduras ou áreas de perigo na barragem. Os agregados com características de alta absorção são muito suscetíveis a avarias pelo congelamento-degelo. O agregado que tenha sido contaminado por silte, argila, mica, carvão, fragmentos de madeira, matérias orgânicas, sais químicos ou revestimentos superficiais produzirá concreto de baixa

resistência e durabilidade. Minerais contidos na água usada no traço do concreto também podem impedir a produção de um concreto satisfatório.

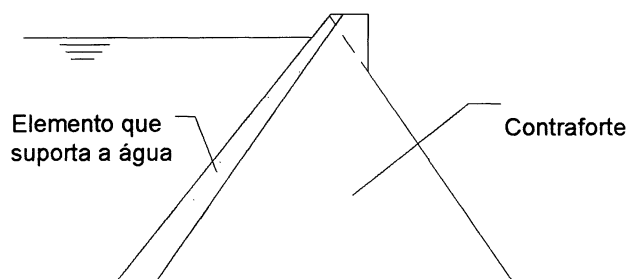
4.2. Barragens de Contraforte

Os principais elementos estruturais de uma barragem de contrafortes são a face de suporte de montante e o contraforte (figura 4.2).

Muitos tipos de barragens de contrafortes têm sido construídos, mas são principalmente os elementos que suportam a água que apresentam diferentes formas, enquanto os contrafortes mostram poucas diferenças. Essas barragens podem ser subdivididas em: barragem de contraforte com laje plana; barragem de contraforte com laje em balanço; barragem de contraforte de cabeça maciça; barragens de arcos múltiplos com contraforte.

Outros tipos são a barragem de domos múltiplos e a barragem a gravidade aliviada. A de domos múltiplos difere da de arcos por ter um espaçamento maior entre contrafortes e pela face de montante ter forma de cúpula. Ela é, no entanto, pouco usual. A barragem a gravidade aliviada é, em princípio, uma combinação da barragem a gravidade com a de contraforte com cabeça maciça.

FIGURA 4.2 – SEÇÃO TRANSVERSAL DE UMA BARRAGEM DE CONTRAFORTE



Mecanismos de Ruptura de Barragens de Contrafortes

Segundo MARQUES FILHO[1986] nas barragens de contraforte, a subpressão na base passa a ter menor significação, face à sua área reduzida, enquanto o peso da água e a forma inclinada do paramento de montante praticamente eliminam a possibilidade de tombamento. Os aspectos principais a considerar nestas barragens são as concentrações de esforços sob os contrafortes, que podem chegar, eventualmente, até valores de 70 kgf/cm² ou algo dessa ordem, e a sua maior suscetibilidade a problemas de deslizamento causados por defeitos da fundação.

a) esmagamento e recalque diferencial

Os maiores esforços transmitidos pelos contrafortes às fundações no pé de jusante, quando o reservatório está cheio, aumentam os riscos de recalques e até mesmo problemas de esmagamento ou de ruptura e basculamento localizado de lajes de rocha menos estáveis. Isso ocorre particularmente quando os contrafortes são relativamente afastados uns dos outros, podendo desenvolver alguma subpressão sob camadas superficiais de rocha. Alguns tipos de barragens de contraforte, de concepção mais monolítica, são mais sensíveis a efeitos de recalques, os quais podem causar concentrações de esforços consideráveis e fissuras no concreto. Como nesse tipo de barragem os esforços se concentram em determinadas áreas da fundação, a ocorrência de trechos limitados alterados passa a ter maior importância, quando eles coincidem com os contrafortes. Camadas aflorantes mais brandas, falhas espessas alteradas e outros tipos de defeitos geológicos e heterogeneidades litológicas podem influir prejudicialmente a este respeito.

b) deslizamento

A maior suscetibilidade destas barragens ao deslizamento resulta principalmente do seu menor peso, em comparação a obras a gravidade não aliviada. As probabilidades de deslizamento no contato concreto-rocha são em geral

pouco significativas, devido à subpressão pequena e aos esforços verticais mais elevados que os contrafortes transmitem às fundações. Em descontinuidades e camadas fracas existentes na fundação, entretanto, os esforços podem distribuir-se mais homoganeamente nas lajes superiores de rocha e a subpressão pode ser novamente considerável, quando não existe drenagem ou ela é deficiente. Em barragens deste tipo, não é incomum a necessidade de atirantamento, ou de tratamentos para melhorar a resistência ao cisalhamento nas descontinuidades das fundações.

Uma medida para mitigar os efeitos da subpressão em descontinuidades da fundação é construir furos de drenagem entre os contrafortes. A barragem em arcos múltiplos Gleno, na Itália, de 44 metros de altura, tinha uma estrutura sólida de fundação através da parte mais profunda do vale. Esta estrutura estava sujeita a subpressão total e, poucos meses depois da conclusão da obra, a barragem rompeu (ano de 1923). Essa ruptura teve grande influência nas questões de subpressão em projetos de barragens.

c) deterioração do concreto

Uma objeção às barragens de contrafortes, principalmente as mais esbeltas, é a sua alta sensibilidade à deterioração do concreto, mesmo a níveis moderados. Assim, estas barragens precisam ter uma maior quantidade de cimento por metro cúbico de concreto do que as barragens a gravidade simples. Além disso, elas requerem uma construção muito cuidadosa e mão-de-obra mais qualificada.

4.3. Barragem em Arco

O desenvolvimento das barragens em arco foi impulsionado a partir do século XX, em virtude dos avanços nas análises de projetos estruturais, dos melhoramentos na tecnologia do concreto e do notável progresso havido na indústria da construção, permitindo a construção de barragens em arco econômica e diligentemente.

Juntamente com a evolução da técnica de projeto e de construção das barragens em arco, expandiu-se também o conhecimento sobre as propriedades das rochas de fundação, proporcionado, em grande parte, pelo número de acidentes com barragens de concreto no século XX, cada um atribuído não a falhas nas barragens propriamente dita, mas à falta de investigações satisfatórias sobre o maciço rochoso do vale.

Nas barragens em arco, a maior parte da pressão da água é transmitida às ombreiras pela ação de arco dos elementos horizontais e uma parte menor para as fundações, por efeito da deformação dos consolos e do peso próprio destes elementos verticais.

Mecanismos de Ruptura de Barragens em Arco

De acordo com MARQUES FILHO[1986] as barragens em arcos são as que mais solicitam as fundações, com esforços da ordem de 70 a 100 Kgf/cm², em obras altas e delgadas, de dupla curvatura. Como são bastante sensíveis a defeitos do maciço rochoso, as falhas mais comuns nas barragens em arco são as seguintes:

a) deslizamento em defeitos da fundação

Os riscos de deslizamento são em geral menores no contato do concreto com a rocha, onde são tomadas precauções especiais com a conformação da ombreira que a subpressão é muito pequena, do que em defeitos da fundação. Neste caso, tanto falhas sub-horizontais como verticais ou inclinadas podem constituir problemas sérios, devido à pequena largura da base e à inclinação geralmente forte das ombreiras. É relativamente comum a conjugação de diversos planos de fraqueza para compor cunhas de rochas em condições de instabilidade sob o esforço transmitido pela barragem. Nestes casos, as subpressões que podem se desenvolver no interior das ombreiras, seja contra superfícies menos permeáveis, seja em função da formação de zonas mais estanques como decorrência dos esforços transmitidos pela barragem às ombreiras, podem exercer um papel crítico. A influência destas pressões hidráulicas no interior das ombreiras faz com que sejam

tomados cuidados minuciosos a esse respeito, com injeção nas fundações e encostas, e, principalmente, drenagem por meio de galerias e poços.

b) rompimento do concreto por recalque diferencial

Os recalques de fundação ocorrem quando a rocha possui um módulo de compressibilidade baixo, incompatível com as tensões de compressão impostas pelo arco. Os recalques diferenciais surgem quando a fundação é heterogênea e existem zonas de baixa resistência intercaladas com zonas de alta resistência, embora trechos fracos menores, que 1,5 vez a espessura da barragem, possam ser vencidos por efeito de ponte-arco.

4.4. Barragem de Terra e Enrocamento

Já se foi o tempo em que barragens de terra e enrocamento eram consideradas estruturas perigosas. Com o desenvolvimento da mecânica dos solos, esclareceram-se os problemas envolvendo este tipo de barragem.

A confiança que se adquiriu no projeto e construção desse tipo de barragem permite que as barragens de enrocamento possam ser construídas sobre fundação relativamente fraca, como saprolitos ou cascalhos-densos, embora seja comum situá-las inteiramente sobre rocha. Já as barragens de terra podem ser construídas virtualmente sobre quaisquer fundações, desde rocha dura até solos de baixa capacidade de suporte, adaptando-se os taludes e demais características de projeto às condições disponíveis. As barragens de terra compactada requerem fundações um pouco melhores, em geral removendo-se solos mais fracos. As barragens de aterro hidráulico, em face de seus taludes naturalmente muito suaves, são menos exigentes, podendo ser construídas até mesmo sobre aluviões moles.

Mecanismos de Ruptura de Barragens de Terra e Enrocamento

O emprego de materiais incoerente ou pouco coerente é a principal causa das rupturas nas barragens de terra e enrocamento, que não permitem a construção de taludes muito íngremes sem risco de escorregamentos, mais suscetíveis a recalques e fissuras, e de bem menor resistência aos efeitos erosivos da água.

Os mecanismos de ruptura e acidentes mais frequentes nestas obras, segundo MARQUES FILHO[1986], são:

- a) transbordamento;
- b) deslizamento de taludes:
 - b.1) deslizamentos durante ou no final da construção;
 - b.2) escorregamentos no talude de jusante por efeito de infiltrações;
 - b.3) escorregamentos no talude de montante por deplecionamento do reservatório;
 - b.4) escorregamentos causados por defeitos da fundação;
 - b.5) deslizamentos provocados por abalos sísmicos.
- c) fenômeno de erosão interna na barragem ou fundação;
- d) problemas de fissuramento:
 - d.1) por recalque da fundação;
 - d.2) por recalque diferencial no corpo da barragem;
 - d.3) por ruptura hidráulica.

- a) transbordamento (*overtopping*)

Raras são as barragens de terra e de enrocamento capazes de suportar a ação erosiva da água, quando ocorre o transbordamento, e é mesmo antieconômico construí-las de forma a suportar tal emergência. Desta forma, o que se faz é projetar sangradouros e vertedouros mais que suficientes para darem vazão a qualquer cheia, sem que haja perigo de transbordamento.

Em geral, o transbordamento resulta da incapacidade na liberação de grandes volumes de água pelos vertedouros da obra. A ação erosiva de um galgamento tem origem em local onde a crista tenha um ponto mais baixo, isto é onde é maior a lâmina d'água e portanto as força erosivas são maiores, quando a crista não possui materiais de diferentes resistências à erosão.

Assim é criado um corte pela crista, que com o aumento na profundidade acelera a velocidade do fluxo, provocando um aumento rápido na velocidade de erosão. Assim que é iniciado este corte na crista do maciço, o mesmo é seguido inevitável e rapidamente de uma brecha localizada na posição inicial do corte. Nos solos argilosos, que apresentam grandes resistências à erosão, a forma com que a brecha se desenvolve é notavelmente estreita e com paredes quase verticais. Dessa forma à medida que o reservatório vai se esvaziando, as paredes da brecha vão se tornando instáveis e desmoronam. Os materiais vão, então, sendo removidos pelo fluxo, o que causa um aumento considerável na largura do topo da brecha. Após o esvaziamento do reservatório, um estreito canal por onde o rio continua a correr, define claramente a localização da primeira brecha na crista.

O transbordamento pode também ocorrer devido a uma onda de grandes proporções dentro do reservatório, causada pelo deslizamento de uma grande massa de terra no mesmo.

b) deslizamento de taludes

Nas barragens de enrocamento, os deslizamentos de taludes são pouco comuns. Raros são os escorregamentos do enrocamento devido ao conservadorismo dos taludes adotados (1,3H: 1,0V, que corresponde mais ou menos ao talude de repouso de rocha de pedra lançada em ponta de aterro, sem compactação).

O mecanismo de ruptura mais provável em barragens de enrocamento é o escorregamento guiado por materiais fracos deixados na fundação, como por exemplo, camadas de aluviões ou saprolitos brandos, ou então, no caso de barragens de núcleo, guiado pelo material de menor resistência desta estrutura.

FIGURA 4.3 - ESCORREGAMENTO CAUSADO POR CAMADA FRACA NA FUNDAÇÃO

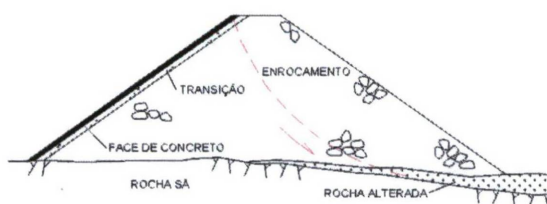


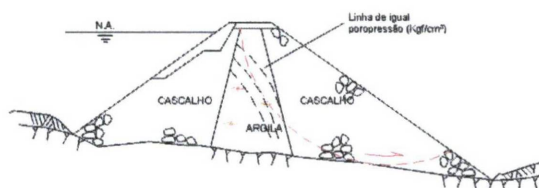
FIGURA 4.4 - ESCORREGAMENTO GUIADO POR NÚCLEO INCLINADO (FINAL DE CONSTRUÇÃO)



Nas barragens de terra, os deslizamentos são bem mais comuns, devido à menor resistência ao cisalhamento dos materiais usualmente utilizados.

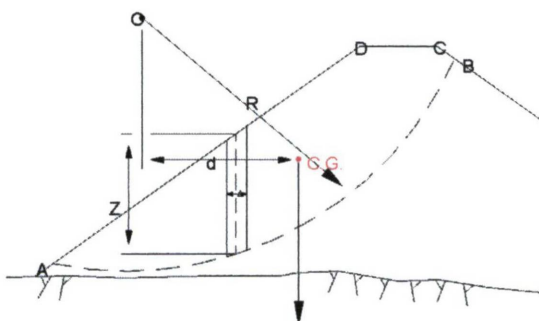
Segundo VARGAS et al.[1955] as rupturas são sempre sob forma cilíndrica, passando pelo pé do talude ou tangenciando uma camada firme da fundação. As tensões cisalhantes do talude ultrapassam a resistência média do material ou dos materiais afetados, ao longo de uma superfície potencial de ruptura. Para verificar a estabilidade de um talude deve-se comparar o momento do peso da massa de terra que se move, com o momento das forças resistentes ao longo da superfície de ruptura. A superfície de ruptura provável será aquela correspondente à mínima relação entre os dois momentos. Se essa mínima relação for maior que um, então, o talude é estável.

FIGURA 4.5 - ESCORREGAMENTO CAUSADO POR NÚCLEO ESPESSE E POROPRESSÕES CRIADAS PELAS INFILTRAÇÕES



O momento das forças resistentes em relação ao ponto O, dividido pelo momento das forças atuantes nos dará o coeficiente de segurança à ruptura ao longo da superfície AB.

FIGURA 4.6 – RUPTURA DO TALUDE DE UMA BARRAGEM DE TERRA.



$$G = \frac{R \cdot [c \cdot S + \sum (\Delta z \cdot \gamma \cdot \cos \alpha - U) \cdot \operatorname{tg} \phi]}{Qd} \quad (4.4.)$$

onde:

R = raio do círculo AB (m);

c = coesão aparente (t/m^2);

S = comprimento do arco AB (m);

Δz = largura da coluna de terra (m);

z = altura desta coluna de terra (m);

γ = densidade aparente do solo compactado (t/m^3);

α = inclinação do talude ($^{\circ}$);

U = pressão neutra multiplicada pelo comprimento do arco elementar que forma a base da coluna (t/m^2);

φ = ângulo de resistência ao cisalhamento ($^{\circ}$);

Q = peso da massa compreendida na área ABCD (t);

d = distância horizontal do centro de gravidade na área ABCD até o centro O do círculo AB (m);

Para analisar a estabilidade de um talude basta então determinar, por tentativas sucessivas, a superfície de ruptura AB de menor coeficiente de segurança G . Se este for superior a 1, haverá equilíbrio. O valor do coeficiente de segurança mínimo geralmente admitido na prática é de 1,2.

Uma grande parte dos deslizamentos em barragens de terra desenvolve-se sob influência das infiltrações, de modo que os projetos dão sempre muita atenção não apenas à resistência do material de fundação, como também ao controle das percolações. Uma das soluções utilizadas nos projetos é a remoção das argilas orgânicas superficiais e a previsão de um diafragma para a diminuição das infiltrações, além de um tapete drenante na metade de jusante da barragem.

Deslizamentos Durante ou no Final da Construção

Durante a construção, mais freqüentemente na fase final dos trabalhos ou após o término da construção e ainda com o reservatório vazio, o peso do maciço da barragem está atuando ainda sobre a água existente nos poros do solo compactado e, em cada ponto da barragem, aparece uma pressão neutra u proveniente do adensamento do aterro sob seu peso próprio.

Este adensamento pode causar rupturas guiadas por camadas fracas existentes no corpo da barragem ou da fundação.

Escorregamentos no Talude de Jusante por Efeito de Infiltrações

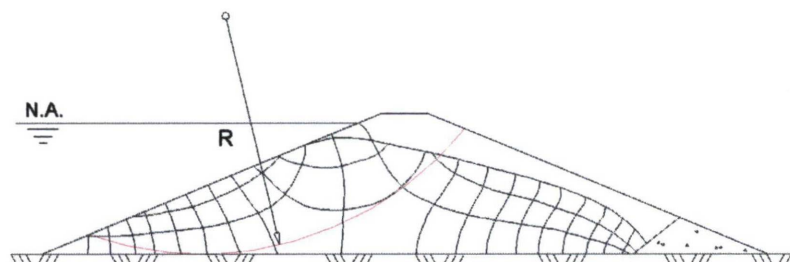
Com o preenchimento do reservatório as possibilidades de escorregamento aumentam e desenvolve-se a rede de fluxo para condições de operação, com natural aumento de poropressões e desenvolvimento de pressões de percolação, tanto nas fundações como no corpo da barragem. Em barragens pequenas, construídas sem drenos internos, podem ocorrer deslizamentos do talude de jusante causados pelo fluxo de água através da barragem, ou em barragens zoneadas, escorregamentos mais profundos causados por poropressão no núcleo. Também as pressões causadas por infiltração ao longo de fundações permeáveis podem dar origem a deslizamentos na porção de jusante das barragens.

Escorregamentos no Talude de Montante por Deplecionamento do Reservatório

No caso de um abaixamento rápido do nível d'água do reservatório, a água que percola no interior da barragem não pode acompanhar o abaixamento. Então o nível da água de percolação permanece no corpo da barragem como mostra a figura 4.7. Haverá uma parte do corpo submersa, mas, o peso da água atua sobre o esqueleto sólido do solo.

O efeito da água do reservatório no talude de montante é geralmente estabilizador. Com a depleção este efeito de percolação desaparece, enquanto que o peso do solo aumenta de submerso a saturado e surgem efeitos de percolação pelo movimento da água que satura o maciço em direção ao talude.

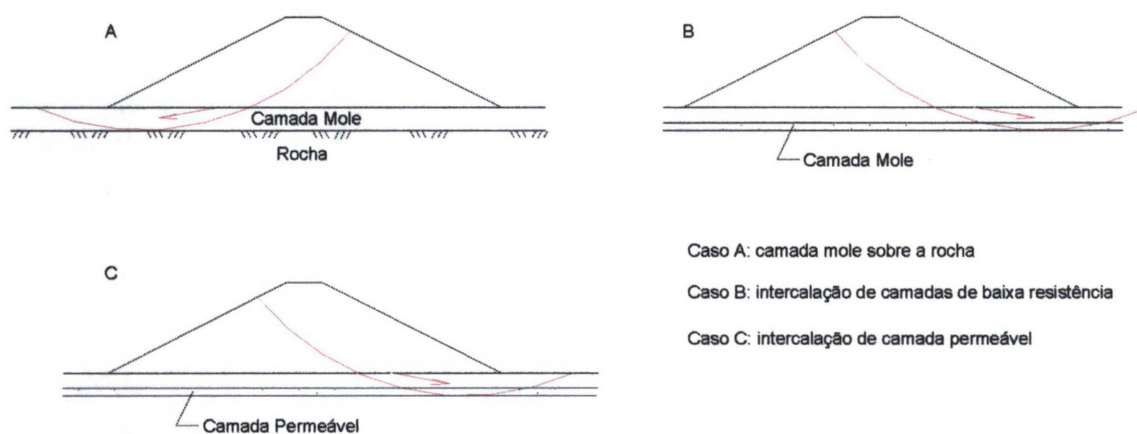
FIGURA 4.7 - REDE DE FLUXO APÓS UM ABAIXAMENTO RÁPIDO DO NÍVEL DO RESERVATÓRIO.



Escorregamentos Causados por Defeitos da Fundação

Os escorregamentos causados por defeitos da fundação são dos mais comuns, sendo alguns tipos mostrados na figura 4.8. Os mais frequentes relacionam-se com fundações de argilas fracas, mas também podem envolver solos mais resistentes com camadas finas preenchidas com argilas moles, materiais que podem enfraquecer por saturação ou desenvolvimento de poropressões, solos contendo camadas de areias permeáveis, etc. Fundações espessas de argilas de baixa resistência rompem, em geral, através de círculos profundos, que atingem toda a crista da barragem, e as velocidades do escoamento são moderadas, algo da ordem de 1 m por dia, no início. Escorregamentos provocados por camadas fracas delgadas podem assumir outras formas, porém são todos profundos.

FIGURA 4.8 – ESCORREGAMENTOS CAUSADOS POR DEFEITO DA FUNDAÇÃO.



Caso A: camada mole sobre a rocha

Caso B: intercalação de camadas de baixa resistência

Caso C: intercalação de camada permeável

Deslizamentos Provocados por Abalos Sísmicos

Os abalos sísmicos também podem causar deslizamentos dos taludes, embora mais comumente provoquem fissuras longitudinais e recalques da crista.

Durante os terremotos, as forças atuantes são adicionadas de forças de inércia alternada e, como decorrência, variações nas poropressões, esforços de tração pela alternância dos movimentos e efeitos de compactação.

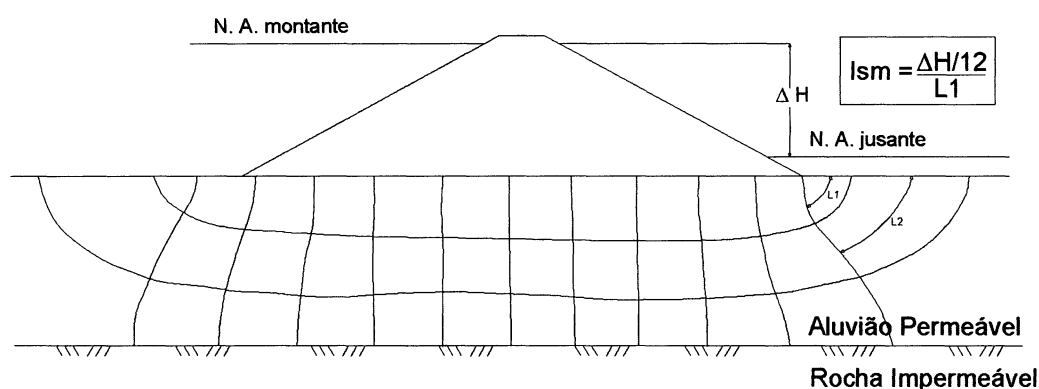
c) entubamento (*piping*)

Uma das formas mais comuns de acidentes com barragens é o fenômeno de erosão interna denominado *piping*, seja ele através do corpo da barragem ou através da fundação. Este fenômeno é mais comum nas barragens de terra, mas também podem ocorrer em barragens de enrocamento com núcleo de terra e até mesmo em barragens de enrocamento com paramentos impermeáveis ou estruturas de concreto, através das zonas alteradas e erodíveis da fundação.

Segundo VARGAS et al.[1955] o fenômeno se desenvolve principalmente em solos finos, sem coesão. Começa onde a água, que se infiltra ao longo de

caminhos permeáveis, emerge à superfície, no lado de jusante, ou, o que é mais sério, em alguma superfície interna de contato entre solo erodível e materiais permeáveis, que não atuem como filtro. Ele depende do gradiente hidráulico no ponto de emergência, o gradiente máximo de saída (i_{sm} , dado em t/m^2), e ocorre quando este gradiente é maior que o peso submerso do solo, $i_{crit} > \gamma_{sub} \cong 1$. À medida que a erosão progride, diminui o caminho de percolação e aumenta o gradiente hidráulico, resultando num processo regressivo que pode acabar por estabelecer fluxos violentos e destrutivos.

FIGURA 4.9 - EROSÃO INTERNA.



Os solos mais suscetíveis à erosão interna são os finamente arenosos e siltosos, não coesivos. A presença da argila cria coesão entre as partículas e aumenta a resistência. Assim, são resistentes ao *piping* os solos argilosos com índice de plasticidade (IP) maiores do que 15%; areias grossas, bem graduadas ou com pedregulhos, com alguma argila e com IP maior do que 6%, têm resistência medianamente alta. Misturas de areia, cascalho e silte, sem coesão com IP menor do que 6%, têm resistência baixa. A resistência é mínima com areias finas, uniformes, não coesivas, de baixa compactidade. Todavia, convém lembrar que até mesmo rochas fragmentadas e alteradas ou os preenchimentos de areia e rocha moída de falhas e discontinuidades também podem sofrer fenômenos deste tipo, desde que os gradientes hidráulicos sejam suficientemente elevados.

Em barragens de enrocamento com núcleo de terra, os riscos de *piping* podem ocorrer em fissuras de núcleo ou no seu contato com fundações ou ombreiras que apresentam fraturas abertas e grande permeabilidade. Nas barragens de enrocamento com face de concreto este tipo de risco é praticamente inexistente, já que não existem núcleos erodíveis no seu interior. Todavia, os gradientes são muito elevados na base do plinto, tornando possível a erosão de zonas alteradas ou em preenchimentos terrosos de falhas e fraturas que eventualmente ocorram na fundação. O problema não compromete a estabilidade da barragem, mas pode originar perdas de água consideráveis.

Nas barragens de terra, os métodos de controle consistem na construção de drenos chaminé e tapetes drenantes no lado de jusante, assim como de *cut-offs* ou drenos de pé e poços de alívio quando elas são construídas sobre solos erodíveis.

d) fissuramento

As barragens de terra e enrocamento com núcleos argilosos, construídos com materiais fracamente coesivos, podem sofrer fissuramento com relativa frequência. Isto acontece sempre que as tensões de tração se desenvolvem no material, como resultado de recalques diferenciais, efeitos de poropressões elevadas ao longo de determinados planos e abalos sísmicos entre outros fatores. Fissuras constituem um aspecto relativamente comum em obras deste tipo e podem surgir até mesmo em barragens construídas com as melhores técnicas. Elas raramente levam a acidentes muito sérios, desde que, prevista a possibilidade desta ocorrência, sejam adotadas medidas de proteção adequadas, com o uso de filtros bem dimensionados e cuidados de compactação. Em alguns casos, entretanto, quando as fissuras permitem escoamentos de água no sentido montante - jusante, e particularmente quando do uso de filtros inadequados, podem ocorrer problemas de erosão interna em locais de difícil tratamento.

As fissuras podem ser transversais ou longitudinais ao eixo da barragem, e também verticais, inclinadas ou horizontais. Algumas são externas, visíveis nos taludes ou crista, outras são internas e mais difíceis de perceber e tratar.

Alguns fatores que levam à formação de fissuras:

- a) deformações devidas ao peso próprio dos materiais na barragem ou recalques da fundação;
- b) mudanças abruptas na inclinação das ombreiras;
- c) grandes deformações causadas por saturação dos materiais da barragem;
- d) velocidades de deformação elevadas provocadas pelo enchimento rápido do reservatório, especialmente com materiais que recalcam por saturação;
- e) esforços transitórios causados por sismo ou outros tipos de carga dinâmica;
- f) diferenças importantes nas propriedades mecânicas dos materiais das zonas adjacentes da barragem, com desenvolvimento de fissuras subverticais, ou efeitos de fraturação hidráulica.

As fissuras mais perigosas são as transversais e horizontais, que dão origem a caminhos de infiltração no sentido montante – jusante. As de tipo vertical são em geral causadas por recalque da fundação ou por variações bruscas na inclinação de ombreiras, enquanto que as horizontais resultam principalmente de ruptura hidráulica.

Ruptura Hidráulica

As rupturas hidráulicas são aquelas que ocorrem não por uma deficiência de resistência do material, mas por excesso das forças de percolação d'água, as quais produzem condições hidráulicas desfavoráveis à estabilidade ou permitir fenômenos intensos de erosão.

Quando as pressões da água no talude de montante de um núcleo ultrapassam o valor das tensões verticais efetivas, σ_v' , que vigoram no solo, pode ocorrer a ruptura hidráulica. Como o peso específico do solo é maior que o da água, isto só acontece quando σ_v' se torna menor do que $z \cdot \gamma_s$ por efeito de transferência de carga, ou seja, quando o solo, mais compressível, fica impedido de deformar livremente pelo atrito contra os espaldares, menos compressíveis.

Este problema foi cuidadosamente estudado na barragem de Salto Osório, tendo resultado no emprego de um núcleo inclinado ao invés de vertical, onde o problema tem menor possibilidade de acontecer. Os problemas de ruptura hidráulica acontecem mais comumente em solos relativamente compressíveis, de baixa resistência à tração, enquanto que outros tipos de fissuras ocorrem mais freqüentemente em solos siltosos ou argilosos de baixa plasticidade, ou solos siltico-arenosos de baixa compressibilidade. As rupturas hidráulicas das barragens podem ser divididas em três grupos:

a) liquefação

Em barragens que, ocasionalmente, tenham seções de areia, como ocorre comumente nas barragens de construção hidráulica ou semi-hidráulica, verificou-se a ruptura sob um aspecto peculiar. A areia flui como se fosse um líquido, isto é, como se sua resistência ao cisalhamento fosse nula.

Quando estudamos a resistência ao cisalhamento das areias, observamos que quando estão no estado fofo e saturado qualquer tendência de ruptura corresponde a uma tendência de diminuição dos respectivos índices de vazios, e, portanto há o aparecimento de pressões neutras que podem anular a resistência ao cisalhamento da areia. Este fenômeno é denominado liquefação.

Sabe-se empiricamente que a liquefação é mais provável em areias finas e uniformes do que em areias grossas. A liquefação não depende simplesmente do seu estado de compactação, isto é, da sua porosidade; depende também da intensidade das forças atuantes e confinantes no depósito de areia. Pequenas tensões poderão produzir liquefações de solos muito sensíveis a esse tipo de fenômeno, entretanto, somente grandes esforços farão entrar em liquefação areias médias, grossas ou argilosas. Nos solos muito sensíveis à liquefação, o fenômeno se dá rapidamente, quer sob esforços pequenos ou grandes, enquanto, que nos solos pouco sensíveis, o fenômeno é progressivo, iniciando-se num ponto da massa e desenvolvendo-se lentamente até que toda ela entre em fluxo.

b) levitação

A ruptura hidráulica é iniciada pelo levantamento de uma grande parte de solo, provocada por uma percolação. Isto ocorre comumente na zona a jusante das barragens, quando há uma percolação de água no sentido vertical e a pressão de percolação torna-se maior que o peso efetivo do solo.

c) erosão tubular

Observaram-se muitas rupturas em barragens as quais originaram um canal ou túnel de descarga em forma de tubo ligando a parte de montante com a de jusante da barragem. Através desse tubo estabelecia-se uma descarga violenta fazendo com que o diâmetro do tubo aumentasse gradativamente até gerar a ruptura por colapso da parte da barragem superior a ele. Tal tubo pode formar-se tanto no corpo da barragem como na sua fundação, embora ele se forme preferencialmente ao longo da superfície de estratificação.

O que acontece neste tipo de ruptura é que surge uma erosão subterrânea, numa emergência eventual de água, junto ao pé do talude de jusante ou na ponta de uma eventual tubulação embutida na barragem. Esta erosão regride para montante ao longo de um caminho de erosão mais fácil ou de uma linha de percolação mais intensa, até atingir a superfície molhada.

A medida que a água percola através do tubo, a sua largura e profundidade vão aumentando até que a estrutura se rompa, privada de parte de sua fundação ou quebrada em fragmentos.

Uma das causas de ocorrências de erosão tubular é a falta de homogeneidade quanto à compressibilidade do material da barragem ou de sua fundação, a qual pode levar ao aparecimento de fendas internas pelas quais a erosão pode se iniciar. Uma argila compactada na umidade ótima, por exemplo,

estará próxima do seu limite de plasticidade e, portanto, não será capaz de sofrer recalques diferenciais sem fender-se.

Outro fator que pode ser origem de erosão tubular é o da introdução, no interior das barragens de condutos ou tubulações para fins diversos, desde drenagem até para servirem de vertedouros ou sangradouros. Numa seção quebrada, por um motivo qualquer, poderá ocorrer uma fuga de água com velocidade excessiva.

4.5. Acidentes em Barragens

Barragem da Pampulha

A barragem da Pampulha, construída em 1938, localiza-se em Belo Horizonte e é uma barragem de terra de seção uniforme com 16,5 metros de altura, acima da cota média do terreno, no fundo do vale, com talude de montante 1V:2H e de jusante variando de 1V:2,5H a 1V:3H. O talude de montante é recoberto por uma placa de concreto armado. Esta, ao que se constatou, é uma cortina monolítica, sem juntas de dilatação nem furos de drenagem, prolongada na fundação da barragem por um muro interceptador de concreto armado de 30 cm de espessura e com profundidade de 3 a 5 metros na parte mais alta da barragem. Este muro foi concretado em vala aberta, a qual foi, depois, preenchida com argila.

Segundo relato apresentado por VARGAS et al.[1955], no dia 16 de maio de 1954 começou a ser visível um jorro d'água localizado a jusante da barragem, junto ao pé do muro. A água jorrava com muita força como se viesse de um tubo sob pressão. Dias antes havia sido observado por várias pessoas, um aumento no volume de água do córrego a jusante da barragem e havia uma percolação d'água através da barragem. Essas infiltrações não eram de natureza alarmante.

No dia 17, o furo de onde emergia água apresentava um diâmetro de quase dois metros. Iniciaram-se, então, as providências para esvaziamento da barragem. Localizou-se uma fenda na placa de concreto armado que revestia o talude de montante a 6,5 metros abaixo da crista da barragem e no ponto onde, posteriormente, rompeu-se a placa de concreto para deixar passar água do reservatório.

Para o esvaziamento da barragem abriu-se um sangradouro de emergência na ombreira direita da barragem. A comporta de fundo do vertedouro não funcionou. Com a ajuda de explosivos foram feitas duas aberturas na torre do vertedouro. Com essas medidas, esvaziou-se cerca de 30% do reservatório e a água baixou até 1 metro acima da fenda.

No dia 20 houve subsidência da parte central da barragem, quebra da placa de concreto e formação de um canal em forma de S ligando o ponto da placa onde havia a ruptura com o ponto onde se notava a emergência de água. A vazão aproximada do fluxo de água era de 500 m³/s.

A ruptura da barragem da Pampulha se deu por erosão subterrânea do tipo entubamento (*piping*) através do corpo da barragem. Esse entubamento se deveu à quebra da placa de concreto armado que revestia o talude de montante.

O rompimento dessa placa não é a única causa do colapso da barragem. Se a percolação d'água fosse feita através da barragem, sem que os gradientes atingissem valores tão grandes como o calculados ou se existissem filtros que protegessem a barragem, deixando passar a água e impedindo o carregamento de terra, a barragem provavelmente não se romperia por entubamento.

O que provocou o aparecimento de gradientes hidráulicos tão altos no corpo de montante da barragem, quando a placa perdeu a sua estanqueidade, foi a posição inadequada dos drenos existentes. Se o sistema de drenagem tivesse sido convencionalmente projetado e disposto de forma a poder drenar a água de infiltração sem provocar forças de percolação tão elevadas, a barragem seria estável, independentemente da estanqueidade da cortina de concreto armado de montante. Essa placa de concreto armado, que não foi projetada como placa impermeabilizadora, funcionou como tal, mantendo a barragem estável por 13 anos. Porém não pôde suportar todas as deformações do corpo da barragem nem a influência dos agentes naturais e rompeu-se.

Barragem de Orós

A barragem do Açude Orós está localizada no município de Orós, estado do Ceará, aproximadamente a 450 km de Fortaleza. Barra o rio Jaguaribe, uma das mais importantes bacias hidrográficas da região, drenando uma área de 25.000 km².

A barragem consiste de um maciço zoneado, com núcleo impermeável argiloso, seguindo-se para montante e para jusante seções de areia recobertas por enrocamento. Em todo o seu desenvolvimento a barragem consiste de um aterro cuja crista está na cota 209, com a largura no coroamento de 10 m. O talude de montante é de 1V:2,5H até a cota 180 e prossegue com 1V:3H até a base. O talude de jusante é de 1V:2H até a cota 180, sendo 1V:2,5H até o terreno natural. A barragem foi idealizada de forma a empregar materiais disponíveis, utilizando-se, porém, diferentes métodos de colocação no maciço.

De acordo com MASCARENHAS[1990], em 1960, as chuvas que chegaram bastante tardias e fracas no início do ano, intensificaram-se em março de maneira violenta e passaram a comprometer o maciço em construção, pois o túnel, previsto para o desvio do rio, não dava vazão suficiente àquela cheia excepcional. Entre os dias 21 e 25 de março, as chuvas incrementaram a vazão do Rio Jaguaribe em cerca de 2.265 m³/s, da qual apenas um quinto pôde ser efetivamente descarregado através das obras de desvio.

Por volta da meia-noite do dia 25 de março de 1960 a barragem sofreu um transbordamento com ocorrência de brecha na estrutura. Os diques de proteção da barragem encontravam-se em estágio vulnerável quando os efeitos da tormenta atingiram a obra.

Com o início da extravasão das águas, julgou-se mais recomendável controlar o acidente. Para tanto, iniciou-se a abertura de uma vala no maciço, por onde a água passou a fluir em catarata, erodindo seu próprio vertedouro até a fundação da barragem e levando seu coroamento.

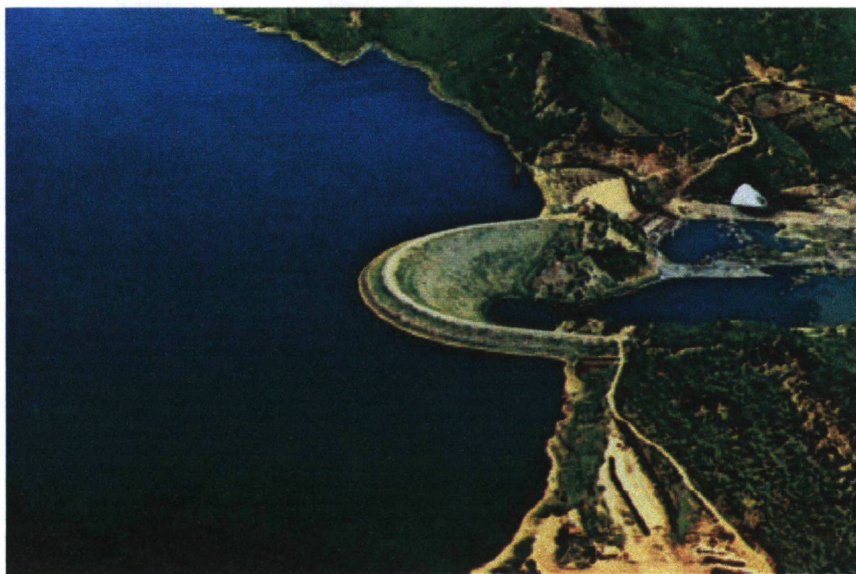
As estruturas de proteção não foram capazes de ser erguidas em tempo necessário para evitar-se o transbordamento. As conseqüências hidráulicas resultantes refletiram-se na formação de uma brecha de 201 metros de largura, submetida a uma vazão de pico da ordem de 9.630 m³/s. A onda de enchente associada teve ação fortemente destrutiva ao longo do Vale do Rio Jaguaribe em seu caminho até o oceano Atlântico, o que corresponde a um percurso de

aproximadamente 338 quilômetros. Segundo THOMAS[1976] cerca de 50 pessoas morreram e 100.000 pessoas tiveram que ser evacuadas.

O desgaste do topo da barragem recoberto pelas águas foi pequeno, como limitada foi a erosão na fenda central, onde a correnteza formou um canal bem definido, de paredes quase verticais. Tinham sido destruídos 877.500 m³ do maciço que, na ocasião, já alcançara 2.000.000 m³.

O bom desempenho na execução da obra fez com que, tão logo o tempo permitisse o início de sua reconstrução, fosse aproveitado, total e seguramente, o que restou da barragem, cujo coroamento foi atingido em novembro do mesmo ano, sendo inaugurada em 11 de janeiro de 1961 pelo então Presidente da República, Juscelino Kubitschek de Oliveira.

FIGURA 4.10 – AÇUDE ORÓS APÓS A CONCLUSÃO



Barragem de Lake Waco

A barragem de Lake Waco foi completada em 1930 no Texas (EUA) com uma estrutura de terra compactada e com medidas iguais a 21 metros de altura e 1.980 metros de comprimento da crista. O vertedouro possui seis comportas com 4,57 metros de altura e 7,62 metros de largura.

Em 1947, segundo registro apresentado pelo ICOLD[1973], o escoamento com velocidades altas sobre o vertedouro causou erosão logo abaixo do paramento externo do vertedouro, o qual foi destruído, comprometendo a estabilidade da barragem. A água erodiu um grande volume de folhelho laminado, imediatamente a jusante do vertedouro. Muito embora o paramento externo tenha alcançado 5,2 metros abaixo da superfície do folhelho no canal de descarga, a erosão removeu o equivalente a 6,7 metros de folhelho verticalmente abaixo do paramento original. É provável que um total de 38.000 m³ de concreto e de folhelho tenham sido perdidos neste processo. A erosão da fundação procedeu-se em um ponto onde a falha estrutural do vertedouro por tombamento ou por deslizamento foi iminente.

FIGURA 4.11 - EROSÃO A JUSANTE DO VERTEDOIRO.



Barragem de Malpasset

A barragem Malpasset, em arco esbelto, curvatura dupla, 61 metros de altura, na França junto ao rio Le Reyan, rompeu em 2 de dezembro de 1959. O desastre trouxe abaixo um dos mais avançados exemplos da arte de construção de barragens. Com apenas 5 anos de idade, Malpasset representava a mais recente fase da evolução das barragens em arco. Na época de sua construção, era a mais esbelta barragem em arco já construída. A barragem colapsou sem avisos após 5 dias de tempestades sem precedentes. Os 49,3 milhões de metros cúbicos de água

liberados pela ruptura varreram o estreito vale do rio Le Reyas até o Mediterrâneo, destruindo praticamente tudo em seu caminho, proporcionando um saldo de 421 mortos.

Conforme apresentado por THOMAS[1976] por volta do meio dia da data da ruptura o nível da água no reservatório encontrava-se na elevação de 100 metros e subiu para 100,12 metros, quando então foram abertas comportas de descarga o que, no entanto só causou um abaixamento de 0,03 metro no nível d'água. Mais tarde, a barragem rompeu-se.

Em seu último relatório, o comitê investigador concluiu que a causa da ruptura deve ser atribuída exclusivamente à fundação. A mais provável causa do desastre deve ser atribuída tanto à presença de um plano de escorregamento, ou à falha de montante mais alta, que por uma distância considerável corre paralelamente e próxima às fundações do arco na parte mais alta da margem esquerda.

Barragem de Vajont

A barragem de Vajont localizava-se no norte da Itália com 265 metros de altura. Na época classificada como a maior barragem em arco existente, concluída em 1960.

Segundo STAPLENDON[1976], em 9 de outubro de 1963, um enorme bloco de uma encosta acima do reservatório com 115.000.000 m³ rompeu-se, mergulhando na água e causando uma onda gigantesca que acabou galgando a estrutura da barragem. Esta onda gigantesca percorreu o vale a jusante causando uma terrível perda de vidas e o arrasamento de uma vila inteira, mas a barragem, uma estrutura em arco de casca fina não falhou. O número de vítimas foi estimado em cerca de 3.000 mortos.

Barragens de Euclides da Cunha e Armando Salles de Oliveira

No dia 19 de janeiro de 1977, ocorreu, na região do Alto Rio Pardo, abrangendo o triângulo formado pelas cidades de Caconde, São José do Rio Pardo e Mococa, uma violenta chuva, que superou os 230 mm em 24 horas, considerada uma das mais intensas chuvas registrada no planalto paulista. O centro dessa tempestade atingiu, diretamente, o pequeno reservatório de Euclides da Cunha, com 1 km² de superfície a cerca de 6 km a jusante da cidade de São José do Rio Pardo, contido por uma barragem de terra de 56 m de altura máxima e volume total de 2,2 milhões de metros cúbicos, equipada com vertedouro capaz de descarregar 2.040 m³/s.

FIGURA 4.12 - BARRAGEM DE EUCLIDES DA CUNHA

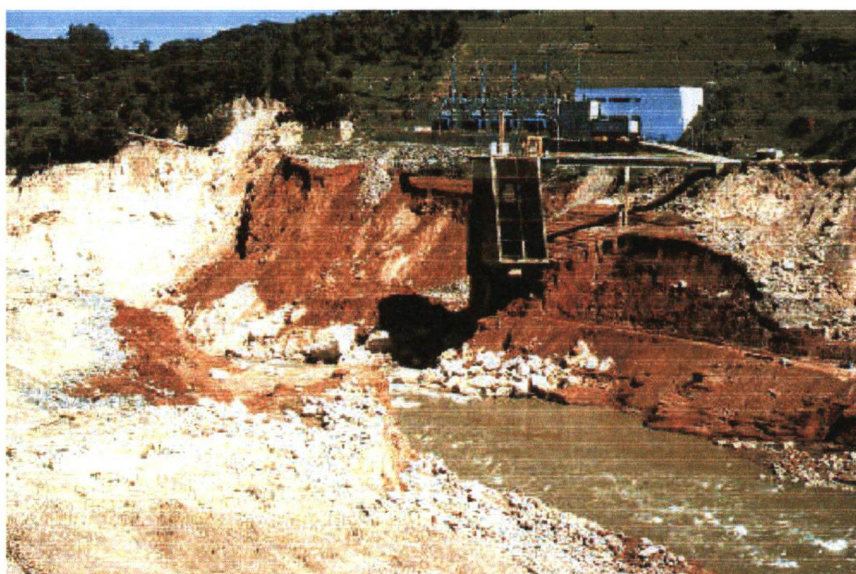


Para SIQUEIRA[1978], o rápido enchimento do lago, acompanhado de uma série de desencontros de informações e de comandos, situação esta agravada pela preocupação com restrições a jusante, acarretou o transbordamento do reservatório e, após cerca de 7 horas, o rompimento da barragem. A onda de choque daí originada propagou-se a uma velocidade de cerca de 20 km/h, indo atingir 10 km abaixo o reservatório de Armando Salles Oliveira, contido igualmente por uma barragem de terra com seção homogênea de argila residual de 35 m de altura, tendo

sido empregado no seu maciço, cerca de 600.000 m³ de solo, que, transbordando, rompeu-se 20 minutos mais tarde.

Os reservatórios atingidos correspondiam a cerca de 0,5% da produção total de acumulação as CESP e, em termos de contribuição energética, as usinas atingidas geravam cerca de 2% da produção total da Empresa. Entretanto, pelo imprevisto e rápido desfecho do evento, ele trouxe à tona, de imediato, a necessidade de um re-exame das rotinas e procedimentos operacionais, enfocando-se com o devido destaque, para os aspectos ligados à segurança.

FIGURA 4.13 – BRECHA DE RUPTURA DA BARRAGEM DE EUCLIDES DA CUNHA APÓS A RUPTURA.



Barragem de Teton

A barragem de Teton está situada no rio Teton a 5 quilômetros a nordeste da cidade de Newdale, Estado de Idaho. A estrutura da obra era de terra, com uma altura de 93 metros e um volume de 7,6 milhões metros cúbicos de terra.

No dia 5 de junho de 1976, durante a fase final de enchimento do reservatório que encontrava-se quase que totalmente cheio (6,89 m abaixo do nível máximo do reservatório e 1 m abaixo da soleira do vertedouro) ocorreu a ruptura da barragem devido a efeito denominado entubamento ou *piping*.

A inundação à jusante foi desastrosa e causou a perda de 14 vidas. Os danos causados pela ruptura foram estimados em U\$ 1 bilhão. Devido ao porte da barragem e aos danos causados, esta ruptura tornou-se uma das mais conhecidas no mundo. Os dados apresentados a seguir foram retirados do relatório da ruptura da barragem de Teton apresentado em 1976 por consultores internacionais ao *Department of Interior* dos Estados Unidos.

Os registros indicam que o risco eminente de ruptura da barragem de Teton foi observada às 7hs do dia 5 de junho de 1976 e a brecha estava completa antes do meio dia conforme está ilustrado pelas figuras a seguir.

A causa fundamental para a ruptura pelo efeito *piping* foi atribuída a uma combinação de fatores geológicos e decisões de arranjo que, juntos, permitiram que a ruptura se desenvolvesse. Os principais fatores geológicos: 1) número de fraturas abertas no maciço rochoso; 2) carência de materiais aplicáveis para o núcleo (zona de vedação). As decisões de arranjo incluem entre outras: 1) completa dependência do controle da percolação, feita através de uma trincheira de vedação, preenchida por solos de origem eólica, e uma cortina de injeção; 2) seleção de uma configuração geométrica para as trincheiras de vedação que encorajaram a curvatura, quebra e fraturas hidráulicas no solo quebradiço e erodível; 3) dependência de uma compactação especial dos materiais impermeáveis como única proteção contra *piping* e erosão do material ao longo e dentro das fraturas abertas, com exceção das fraturas mais largas na face das ombreiras da barragem a jusante da trincheira de vedação onde o concreto dental foi usado; e 4) provisões inadequadas para a coleta e segura evacuação das infiltrações a qual inevitavelmente ocorreria através do maciço de fundação e sistemas de *cutoff*.

**FIGURA 4.14 - BARRAGEM DE TETON APROXIMADAMENTE
ÀS 11:20H DO DIA 5 DE JUNHO DE 1976**



FIGURA 4.15 - BARRAGEM DE TETON APROXIMADAMENTE ÀS 11:30H

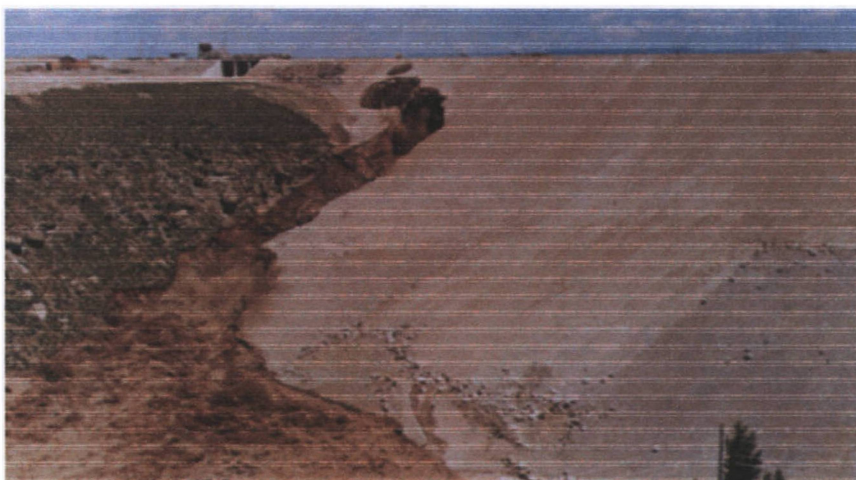


FIGURA 4.16 - BARRAGEM DE TETON ÀS 11:50 HS



FIGURA 4.17 – BRECHA ABRINDO NA CRISTA DA BARRAGEM DE TETON - 11:55H



FIGURA 4.18 – BRECHA ABERTA NA CRISTA DA BARRAGEM DE TETON



FIGURA 4.19 – BARRAGEM DE TETON - INÍCIO DA TARDE



FIGURA 4.20 - BARRAGEM DE TETON - FINAL DA TARDE



FIGURA 4.21 – BARRAGEM DE TETON APÓS A RUPTURA



Barragem de Shih-Kang

Um terremoto de 7.6 MW atingiu Taiwan em 21 de setembro de 1999 às 1:47 hs da manhã. Este terremoto foi o responsável pela ruptura da barragem de concreto gravidade que se estende através do rio Tachita, próximo à cidade de Shih-Kang, aproximadamente 50 km ao norte do epicentro. Ele passou diretamente abaixo de uma das extremidades da barragem e causou diversos danos. As falhas abertas pelo terremoto tinham 10 m na vertical e 2 m na horizontal.

4.22 – BARRAGEM DE SHIH-KANG APÓS O TERREMOTO



5. Escoamento Não Permanente em Canais

O escoamento em canais abertos e em outros corpos de água pode ser classificado como permanente e não permanente, sendo que em rios, canais, reservatórios, onde a velocidade e a profundidade variam com o tempo, ele é definido como escoamento não permanente. Em canais naturais, ele geralmente também é não permanente, mas por vezes, aproxima-se ao escoamento permanente, devido à mudança de descarga ser muito gradual (por exemplo em estiagens).

No caso de variações lentas, como ocorre com as marés e com as cheias naturais em rios com declividade moderada, o movimento é gradualmente variado. Caso contrário, como ocorrem com as águas após o rompimento de uma barragem, o movimento é rapidamente variado.

O tratamento matemático de um escoamento não permanente é importante, porém relativamente difícil. Basicamente, a dificuldade existe porque diferentes equações não podem ser integradas em formas fechadas, exceto sob condições muito simplificadas.

Fórmulas desenvolvidas para escoamento não permanente, sejam baseadas na matemática ou em experimentos, são aproximações, e os usuários devem estar cientes das suposições e simplificações feitas em suas derivações, conforme afirma HENDERSON[1966]. Assim, a veracidade dos resultados computados para escoamentos não permanentes deve ser avaliada usando-se a teoria dos erros e a análise sensível das soluções, baseado em erros estimados das variáveis individuais que compõem as equações.

As velocidades de escoamento em grandes reservatórios e grandes lagos são muito menores que na maioria dos canais e as aproximações para escoamentos não permanentes geralmente diferem nestes dois casos. Como geralmente é difícil distinguir entre um reservatório e um canal, a diferenciação é baseada no julgamento e não na aplicação de critérios objetivos.

Nos itens subseqüentes são descritas as equações que governam o escoamento não permanente, conhecidas como equações de Saint-Venant, e os métodos utilizados para sua solução numérica.

5.1. Equações de Saint-Venant

O comportamento da água em rios e canais é representado matematicamente por duas equações diferenciais que controlam a conservação da massa e da quantidade de movimento linear do escoamento. Essas equações são chamadas de equações de Saint-Venant e foram deduzidas em 1871, partindo das equações de Navier-Stokes com as seguintes hipóteses simplificadoras apresentadas por PORTO[2000]:

- a) distribuição hidrostática de pressões na vertical, desprezando-se eventuais efeitos de componentes de aceleração vertical;
- b) escoamento unidimensional, no qual a velocidade média é representativa da variação espacial na seção e o sentido predominante do escoamento é longitudinal;
- c) fluido incompressível e homogêneo;
- d) declividade média do leito do rio suficientemente pequena para que possamos considerar igual a tangente e o seno do ângulo formado pelo fundo do canal e a horizontal;
- e) perdas de carga por atrito que ocorrem no escoamento não permanente são consideradas semelhantes as que ocorrem em escoamento permanentes.

Existem várias maneiras de escrever estas equações, de acordo principalmente com as variáveis dependentes escolhidas. Uma forma freqüentemente utilizada para estas equações, em função das variáveis profundidade de escoamento h e velocidade média na seção v , foi apresentada por MASCARENHAS [1990]:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial h}{\partial t} + v \cdot \frac{B}{B_s} \cdot \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{A}{B_s} \cdot \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{q_L}{B_s} - \frac{v}{B_s} \cdot A_x^h \\ \frac{\partial v}{\partial t} + v \cdot \frac{\partial v}{\partial x} + g \cdot \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{q_L \cdot v}{A} = g \cdot (S_0 - S_f) \end{array} \right. \quad (5.1.a)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial h}{\partial t} + v \cdot \frac{B}{B_s} \cdot \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{A}{B_s} \cdot \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{q_L}{B_s} - \frac{v}{B_s} \cdot A_x^h \\ \frac{\partial v}{\partial t} + v \cdot \frac{\partial v}{\partial x} + g \cdot \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{q_L \cdot v}{A} = g \cdot (S_0 - S_f) \end{array} \right. \quad (5.1.b)$$

onde:

h - profundidade do escoamento (m);

v - velocidade média (m/s);

x - coordenada espacial (m);

t - tempo a partir do início da retirada do obstáculo(s);

A - área da seção transversal (m²);

A_x^h - variação da área com a abscissa, para uma profundidade constante, ou

$$\text{seja } \left(\frac{\partial A}{\partial x} \right)_h = \text{constante};$$

B - largura da superfície livre de escoamento (m);

B_s - largura da superfície livre de armazenamento(m);

g - aceleração da gravidade (m/s²);

q_L - contribuição lateral (m³/s.m);

S_0 - declividade do fundo (m/m);

S_f - declividade da linha de energia (m/m).

A declividade da linha da energia (S_f) pode ser expressa sob a forma proposta por Manning-Strickler:

$$S_f = \frac{n^2 \cdot v \cdot |v|}{R_h^{4/3}} \quad (5.2)$$

onde:

n - coeficiente de rugosidade (m^{-1/3}.s);

R_h - raio hidráulico da seção (m).

O raio hidráulico para uma seção transversal do escoamento é definido como:

$$R_h = \frac{A}{P} \quad (5.3)$$

onde:

A - área molhada da seção (m^2);

P - perímetro molhado da seção (m).

5.2. Métodos Numéricos para a Resolução das Equações de Saint-Venant

As equações 5.1.a e 5.1.b formam um conjunto de equações diferenciais parciais de 1ª ordem do tipo hiperbólico, que, devido à presença de termos não lineares, só admite soluções analíticas em problemas muito simplificados. Por isso, normalmente recorre-se a métodos simplificados para a solução das equações, os quais podem fazer uso apenas da equação da continuidade, o que significa desprezar os efeitos dinâmicos do escoamento. Os métodos mais frequentemente utilizados são: das diferenças finitas e dos elementos finitos.

5.2.1. Método das Características

O método das características, segundo PONTES[2000], relaciona as derivadas com a celeridade e é um dos métodos mais eficientes para o cálculo de um escoamento transitório em canais de seção constante. O método está embasado no conceito da propagação das ondas dinâmicas, expressada pela celeridade relativa c .

As equações diferenciais formadas por derivadas parciais são transformadas em um sistema de equações diferenciais ordinárias, por meio da associação entre as variáveis independentes x e t e a celeridade relativa de propagação das ondas.

A equação da continuidade 5.1.a, considerando a derivada parcial da área A em relação à variável x , pode ser escrita na forma:

$$\frac{\partial A}{\partial x} = \frac{\partial A}{\partial h} \cdot \frac{\partial h}{\partial x} = B \cdot \frac{\partial h}{\partial x} \quad (5.4)$$

Partindo do princípio de que B é a largura do canal na superfície livre, temos:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + v \cdot \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{A}{B} \cdot \frac{\partial v}{\partial x} = 0 \quad (5.5)$$

Uma combinação linear das equações 5.1.b e 5.5 pode ser obtida multiplicando-se a equação 5.5 por um número desconhecido $\lambda \neq 0$ e somando-se a equação 5.1.B, resultando em:

$$\lambda \cdot \frac{\partial h}{\partial t} + \lambda v \cdot \frac{\partial h}{\partial x} + \lambda \cdot \frac{A}{B} + v \cdot \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial t} + g \frac{\partial h}{\partial x} = g \cdot (I_0 - I_f) \quad (5.6)$$

que, desenvolvida, fica:

$$\left[\frac{\partial v}{\partial t} + \left(v + \lambda \cdot \frac{A}{B} \right) \cdot \frac{\partial v}{\partial x} \right] + \lambda \left[\frac{\partial h}{\partial t} + \left(v + \frac{g}{\lambda} \right) \frac{\partial h}{\partial x} \right] = g \cdot (I_0 - I_f) \quad (5.7)$$

Os dois termos entre colchetes da equação anterior correspondem às derivadas de dv/dt e dh/dt (derivadas totais), as quais são:

$$\frac{dv}{dt} = \frac{\partial v}{\partial x} \cdot \frac{dx}{dt} + \frac{\partial v}{\partial t} \quad (5.8)$$

$$\frac{dh}{dt} = \frac{\partial h}{\partial x} \cdot \frac{dx}{dt} + \frac{\partial h}{\partial t} \quad (5.9)$$

Comparando-se as equações 5.7, 5.8 e 5.9, observa-se que:

$$\frac{dx}{dt} = v + \lambda \frac{A}{B} = v + \frac{g}{\lambda} \longrightarrow \lambda = \pm \sqrt{g \cdot \frac{B}{A}} \quad (5.10)$$

A celeridade relativa de uma onda é dada pela equação :

$$c = \sqrt{g \cdot \frac{A}{B}} \quad (5.11)$$

A velocidade de deslocamento da onda de choque, w , também denominada variável de Escofier é determinada pela equação:

$$w = \int_0^h \sqrt{\frac{g \cdot B}{A}} dh \quad (5.12)$$

Multiplicando-se as equações 5.10 e 5.11; e 5.10 e 5.12, obtém-se a relação entre o multiplicador desconhecido λ , a celeridade da onda c e a velocidade de deslocamento da onda de choque w .

$$\lambda = \pm \frac{g}{c} \quad (5.13)$$

$$\lambda = \frac{2 \cdot g}{w} \quad (5.14)$$

Substituindo-se a equação 5.13 na equação 5.10, temos:

$$\frac{dx}{dt} = v_{\omega} = v \pm c \quad (5.15)$$

Substituindo-se a equação 5.14 na equação 5.07, temos:

$$\frac{\partial(v \pm w)}{\partial t} = g \cdot (I_o - I_f) \quad (5.16)$$

As equações características resultantes são, portanto:

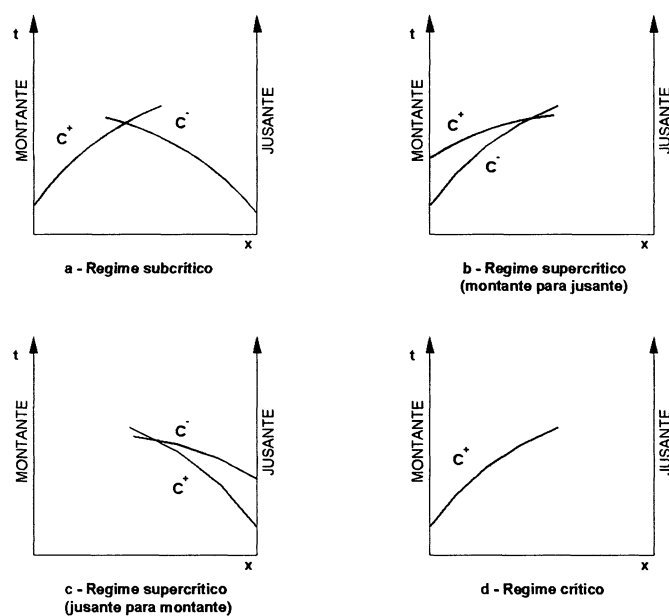
$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial(v + w)}{\partial t} &= g(I_o - I_f) \\ \frac{dx}{dt} &= v + c \end{aligned} \right\} C^+ \quad (5.17.a)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial(v - w)}{\partial t} &= g(I_o - I_f) \\ \frac{dx}{dt} &= v - c \end{aligned} \right\} C^- \quad (5.17.b)$$

Para o caso de um canal retangular podemos simplificar para $w = 2.c$.

Os dois pares de equações diferenciais ordinárias 5.17.a e 5.17.b, representam as linhas características (C), aquelas que através das quais as perturbações se deslocam. Para o escoamento subcrítico a característica positiva (C^+) propaga as perturbações de montante para jusante e a característica negativa (C^-), as perturbações de jusante para montante (figura 5.1.a), exigindo duas condições de contorno, uma a montante e outra a jusante. No escoamento supercrítico, as duas características se propagam no mesmo sentido, exigindo também duas condições de contorno onde se originam as perturbações em montante (figura 5.1.b e 5.1.c). Quando o escoamento é crítico a característica negativa (C^-) é nula (figura 5.1.d) exigindo apenas uma condição de contorno.

FIGURA 5.1. – CARACTERÍSTICAS DO ESCOAMENTO



Fonte: TUCCI[1988]

MASCARENHAS[1990] (baseado em CHEN E ARMBRUSTER[1980]) apresenta este método aplicado às equações de Saint-Venant (equações 5.1.a e 5.1.b) de uma forma mais completa, podendo ser utilizados em canais de seção qualquer, declividade e rugosidade variável, o que resulta nas equações 5.18.a e 5.18.b.

Sendo:

$$\alpha = \frac{B}{B_s}, \quad \text{e} \quad D = \frac{A}{B}$$

Temos:

$$\left(\frac{dx}{dt} \right)_{\pm} = \frac{1}{2} \cdot (1 + \alpha) \cdot v \pm \frac{1}{2} \cdot \left[(1 - \alpha)^2 \cdot v^2 + 4 \cdot g \cdot \alpha \cdot D \right]^{\frac{1}{2}} \quad (5.18.a)$$

$$\left\{ -\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1 - \alpha}{\alpha} \right) \cdot \frac{v}{D} \pm \left[\left(\frac{1}{2} \cdot \frac{1 - \alpha}{\alpha} \cdot \frac{v}{D} \right)^2 + \frac{g}{\alpha \cdot D} \right]^{\frac{1}{2}} \right\} \cdot \frac{dh}{dt} + \frac{dv}{dt} = g(S_0 - S_f) + \dots$$

$$\dots + \left\{ -\frac{v}{\alpha \cdot D} - \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1 - \alpha}{\alpha} \right) \cdot \frac{v}{D} \pm \left[\left(\frac{1}{2} \cdot \frac{1 - \alpha}{\alpha} \cdot \frac{v}{D} \right)^2 + \frac{g}{\alpha \cdot D} \right]^{\frac{1}{2}} \right\} \cdot \alpha \cdot \frac{q_L}{B} + \dots \quad (5.18.b)$$

$$\dots - \left\{ -\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1 - \alpha}{\alpha} \right) \cdot \frac{v}{D} \pm \left[\left(\frac{1}{2} \cdot \frac{1 - \alpha}{\alpha} \cdot \frac{v}{D} \right)^2 + \frac{g}{\alpha \cdot D} \right]^{\frac{1}{2}} \right\} \cdot \frac{\alpha \cdot v}{B} \cdot A_x^h$$

As equações acima podem ser escritas de forma simplificada:

$$\left(\frac{dx}{dt} \right)_{\pm} = \left(v + \lambda^{\pm} \cdot \alpha \cdot D \right) \quad (5.19.a)$$

$$\frac{dv}{dt} + \lambda^{\pm} \cdot \frac{dh}{dt} = F^{\pm} \quad (5.19.b)$$

onde são utilizadas as funções abaixo definidas:

$$\lambda^{\pm} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{1 - \alpha}{\alpha} \cdot \frac{v}{D} \pm \sqrt{\left(\frac{1}{2} \cdot \frac{1 - \alpha}{\alpha} \cdot \frac{v}{D} \right)^2 + \frac{g}{\alpha \cdot D}} \quad (5.20.a)$$

$$F^{\pm} = g \cdot (S_0 - S_f) + \frac{\alpha \cdot q_L}{B} \cdot \left(\lambda^{\pm} - \frac{v}{\alpha \cdot D} \right) - \alpha \cdot \lambda^{\pm} \cdot \frac{v}{B} \cdot A_x^h \quad (5.20.b)$$

A aplicação de qualquer método numérico para a modelação de escoamento não permanente em um canal exige o conhecimento das condições iniciais, que

descrevem a altura do escoamento, velocidade ou vazão em todos os pontos do canal no instante de tempo inicial ($t = 0$). Também são necessárias condições de contorno que se referem à altura, velocidade ou vazão nas extremidades de montante e jusante do trecho de canal para todo tempo $t > 0$.

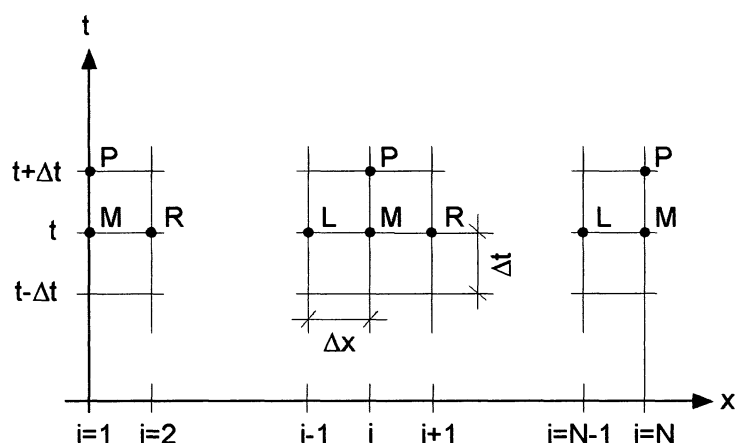
Dividindo o trecho do canal em N trechos de comprimento Δx , as equações características desenvolvidas podem ser aplicadas a três pontos, um em cada linha característica localizado na linha de tempo anterior, e um ponto único na interseção das duas linhas, localizado no tempo posterior.

5.2.2. Método das Diferenças Finitas

O processo numérico de resolução deste método consiste em substituir os termos que contenham derivadas por aproximações de diferenças finitas e resolver as equações algébricas resultantes. Nesta aproximação, normalmente o plano $x-t$ é discretizado através de uma malha retangular de dimensões finitas Δx e Δt , como mostrado na figura 5.2. Com isto, pode-se calcular os valores das variáveis nos pontos selecionados para cada instante de tempo desejado.

Existem inúmeros esquemas que utilizam o método das diferenças finitas, conforme a aproximação das variáveis dependentes e suas derivadas parciais em relação ao espaço e ao tempo. Os métodos das diferenças finitas são classificados em explícitos e implícitos. Se a aproximação por diferença finita da derivada parcial em relação à x for expressa em termos de valores das variáveis no nível de tempo conhecido (t), as equações resultantes podem ser resolvidas diretamente, para cada nó em cada tempo. Este esquema é chamado de esquema explícito. Se a aproximação for expressa em termos de valores das variáveis no nível de tempo desconhecido $t + \Delta t$, as equações algébricas do sistema inteiro são resolvidas simultaneamente e o esquema é dito implícito.

FIGURA 5.2. - MALHA DE DIFERENÇAS FINITAS



Fonte: PORTO[2000]

Segundo MASCARENHAS[1990], para os casos de propagação de ondas, os métodos baseados em diferenças finitas têm apresentado soluções satisfatórias.

5.2.2.1. Esquema Explícito

Há vários métodos que seguem esquemas explícitos de aproximação, entre eles destacam-se os esquemas Difusivo, *Leap-frog*, Lax-Wendroff (de 2º ordem) e o de Dronkers. Todos estes esquemas são apresentados por MAHMOOD e YEVJEVICH[1975].

A principal limitação deste método é quanto a sua estabilidade numérica. A condição necessária para haver estabilidade é dada pela relação chamada de condição de estabilidade de Courant, que fornece uma relação entre os intervalos de espaço e de tempo, a qual é:

$$\Delta t \leq \frac{\Delta x}{|v \pm c|_{\text{máx}}} \quad (5.21)$$

onde $|v \pm c|_{\text{máx}}$ é o maior valor absoluto previsto para a velocidade absoluta da onda.

Um esquema numérico é dito estável se um erro introduzido na solução não se desenvolve no processo computacional ao longo do tempo, a ponto de perder as condições físicas impostas e comprometer a solução. O esquema é dito instável se o erro é rapidamente amplificado com o tempo, mascarando a solução em poucos intervalos.

A vantagem dos esquemas explícitos é a facilidade de formulação e programação em computador, apesar de consumir mais tempo de processamento, em função do menor intervalo de tempo permitido para garantir a sua estabilidade numérica.

A solução de um problema de escoamento não permanente em canais com a utilização de um método de diferenças finitas explícito é realizada isoladamente para cada ponto na linha de tempo posterior, baseado nas propriedades do mesmo ponto na linha de tempo e dos pontos vizinhos (um a montante e um a jusante), também na linha de tempo anterior.

a) esquema difusivo

No esquema difusivo, cuja malha está representada na figura 5.2, as seguintes aproximações são adotadas:

$$\frac{\partial f}{\partial x} \approx \frac{f_{i+1}^t - f_{i-1}^t}{2 \cdot \Delta x} \quad (5.22)$$

$$\frac{\partial f}{\partial t} \approx \frac{f_i^{t+\Delta t} - \left[\alpha \cdot f_i^t + \frac{1-\alpha}{2} (f_{i+1}^t + f_{i-1}^t) \right]}{\Delta t} \quad (5.23)$$

onde f representa uma função contínua qualquer (v , h , A , B , etc...), i é um contador dos passos no espaço, e α é um parâmetro de ponderação chamado fator de relaxação (número - adimensional definido entre 0 e 1).

Quando $\alpha = 0$ o esquema é chamado de *Difusivo Puro* e se $\alpha = 1$ o esquema é chamado de *Instável*.

Substituindo estas aproximações nas equações de Saint-Venant (equações 5.1.a e 5.1.b) para os trechos genéricos entre $i-1$ e $i+1$ e isolando as variáveis desconhecidas, têm-se:

Equação da continuidade

$$h_i^{t+\Delta t} = \frac{h_{i+1}^t + h_{i-1}^t}{2} - \frac{\Delta t}{2 \cdot \Delta x \cdot B_i^t} \left(Q_{i+1}^t + Q_{i-1}^t \right) + \frac{\Delta t}{B_i^t} q_i^t \quad (5.24)$$

Equação dinâmica

$$Q_i^{t+\Delta t} = \frac{Q_{i+1}^t - Q_{i-1}^t}{2\Delta x} + g \cdot \Delta t \cdot A_i^t \left(S_0 - S_{f(i)}^t \right) + \Delta t \cdot \left(v_i^t \right)^2 \left(\frac{\partial A}{\partial x_{h=cte}} \right)_i^t - \dots \quad (5.25)$$

$$\dots - \frac{\Delta t}{\Delta x} \cdot v_i^t \left(Q_{i+1}^t - Q_{i-1}^t \right) - g \cdot \frac{\Delta t}{2 \cdot \Delta x} \cdot A_i^t \left(1 - F^2 \right)_i^t \left(h_{i+1}^t - h_{i-1}^t \right)$$

As equações são aplicadas para produzir os valores das variáveis dependentes somente nos nós interiores, isto é, $i = 2, 3, \dots, N-1$. Os nós de fronteira, $i = 1$ e $i = N$, são dependentes das condições de contorno nas extremidades do canal.

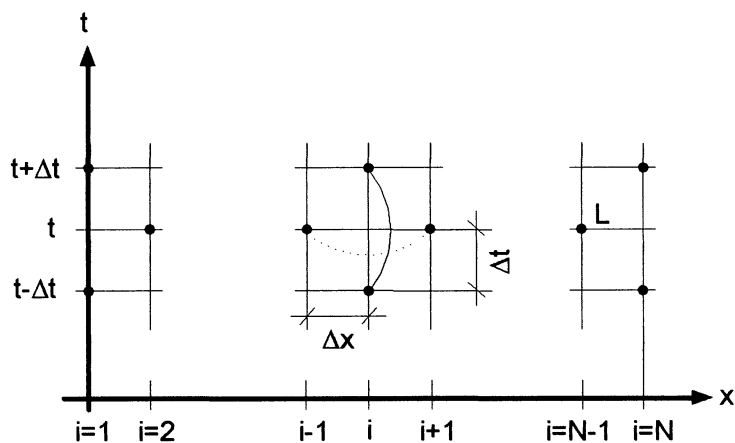
b) esquema *leap-frog*

Este é um esquema que utiliza diferenças centradas em ambas as dimensões, distância e tempo. Assume uma discretização conforme a figura 5.3. Há diversas formas de aproximar a função $f(x,t)$, por exemplo:

$$\frac{\partial f}{\partial x} \approx \frac{f_{i+1}^t - f_{i-1}^t}{2.\Delta x} \quad (5.26)$$

$$\frac{\partial f}{\partial t} \approx \frac{f_i^{t+\Delta t} - f_i^{t-\Delta t}}{2.\Delta t} \quad (5.27)$$

FIGURA 5.3. – ESQUEMA DE DISCRETIZAÇÃO LEAP-FROG



Fonte: MAHMOOD e YEVJEVICH[1975]

O seguinte esquema aplicado na equação de Saint-Venant resulta na fórmula para $Q_i^{t+\Delta t}$ e $z_i^{t+\Delta t}$:

$$\frac{\partial z}{\partial t} + \frac{1}{B} \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad (5.28)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} - \frac{2.Q}{A} \cdot \frac{\partial Q}{\partial x} - \left(\frac{Q^2.B - g.A^3}{A^2} \right) \cdot \frac{\partial z}{\partial x} - \frac{Q^2}{A^2} \left(\frac{\partial A}{\partial x} \right)_z + g.A \cdot \frac{Q|Q|}{K^2} = 0 \quad (5.29)$$

onde z é a elevação da superfície da água, h é a profundidade da água e S_0 a declividade.

A discretização para o esquema *leap-frog* de acordo com as equações 5.26 e 5.27 é:

$$z_i^{t+\Delta t} = z_i^{t-\Delta t} - \frac{\Delta t}{\Delta x} \cdot \frac{1}{B_i^t} \left(Q_{i+1}^t - Q_{i-1}^t \right) \quad (5.30)$$

$$Q_i^{t+\Delta t} = Q_i^{t-\Delta t} + 2 \cdot \frac{\Delta t}{\Delta x} \cdot \left(\frac{Q}{A} \right)_i \left(Q_{i+1}^t - Q_{i-1}^t \right) - 2 \cdot g \cdot \Delta t \cdot \left(\frac{A \cdot Q |Q|}{K^2} \right)_i + \dots \quad (5.31)$$

$$\dots + \frac{\Delta t}{\Delta x} \cdot \left(\frac{Q^2}{A^2} \right)_i \left(A_{i+1} \cdot z_i^t - A_{i-1} \cdot z_i^t \right) + \frac{\Delta t}{\Delta x} \cdot \left(\frac{Q^2 \cdot B - g \cdot A^3}{A^2} \right)_i \left(z_{i+1}^t - z_{i-1}^t \right)$$

5.2.2.2. Esquema Implícito

Nos métodos implícitos a solução para um dado instante de tempo depende de seu resultado em função dos valores nos pontos vizinhos e daquele já obtido para o instante de tempo anterior, o que conduz a modelos mais complexos porém mais estáveis.

Os esquemas implícitos mais utilizados para a análise do escoamento não permanente com superfície livre são os de Vasiliev e o de Preissmann (ver MAHMOOD e YEVJEVICH[1975]).

Um esquema de diferenças finitas do tipo explícito só será estável se os passos de tempo e espaço, Δt e Δx , forem tais que, ao longo do processo numérico, satisfaçam a condição de Courant. Isto leva, muitas vezes, à necessidade de adoção de passos de tempo muito pequenos. Para fugir desta condição de estabilidade, pode-se utilizar um esquema de diferenças finitas implícito.

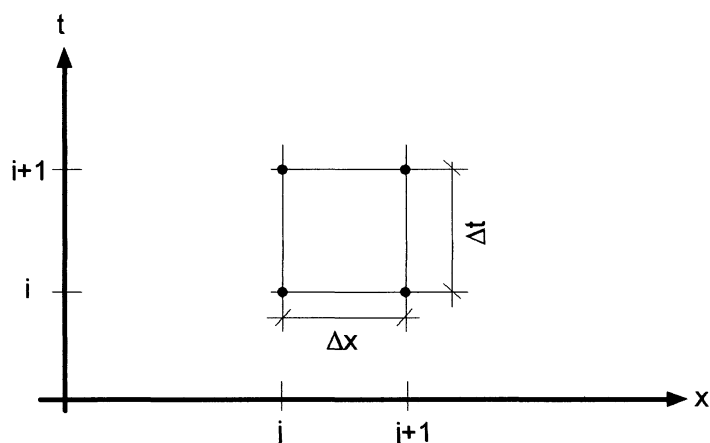
a) esquema de Preissmann

PORTO[2000] apresenta uma análise para o esquema de Preissmann generalizado, com ponderação no espaço e no tempo. As funções de aproximação para o esquema de Preissmann generalizado, aplicados ao esquema representado na figura 5.4, são:

$$\begin{cases} f = \theta [\varphi \cdot f_{j+1}^{i+1} + (1-\varphi) \cdot f_j^{i+1}] + (1-\theta) \cdot [\varphi \cdot f_{j+1}^i + (1-\varphi) \cdot f_j^i] & (5.32.a) \\ \frac{\partial f}{\partial t} = \frac{1}{\Delta t} [\varphi \cdot (f_{j+1}^{i+1} - f_{j+1}^i) + (1-\varphi) \cdot (f_j^{i+1} - f_j^i)] & (5.32.b) \\ \frac{\partial f}{\partial x} = \frac{1}{\Delta x} [\theta \cdot (f_{j+1}^{i+1} - f_j^{i+1}) + (1-\theta) \cdot (f_{j+1}^i - f_j^i)] & (5.32.c) \end{cases}$$

onde f representa uma função contínua qualquer (v , h , A , B , etc...), i e j são contadores dos passos de tempo e espaço, respectivamente, e φ e θ são parâmetros de ponderação (números adimensionais definidos entre 0 e 1).

FIGURA 5.4. – ESQUEMA DE DISCRETIZAÇÃO PREISSMANN



Fonte: MAHMOOD e YEVJEVICH[1975]

Para $\theta = 0,50$, as equações 5.32.a, 5.32.b e 5.32.c constituem o esquema clássico de Preissmann, o que resulta em:

- a) se $\varphi = 0$, o esquema é completamente explícito;
- b) se $\varphi = 1$, o esquema é completamente implícito;
- c) se $\varphi = 0,5$, o esquema é implícito centrado em quatro pontos.

Para assegurar que o esquema seja numericamente preciso e estável, LIN e GOODWIN[1987] recomendam usar um coeficiente de ponderação entre $0,50 \leq \theta \leq 1$, com melhores resultados com o valor de θ superior a 0,60. MUSKATIROVIK e

KAPOR[1985] propõem a utilização de um valor mais elevado de θ (em torno de 0,80) nos primeiros instantes de tempo após a ruptura.

MAHMOOD e YEVJEVICH[1975] apresentam uma análise para o esquema de Preissmann clássico que diferencia-se do generalizado pois só há ponderação no espaço.

No Anexo A.3 apresenta-se o desenvolvimento da discretização do esquema Preissmann.

b) esquema de Vasiliev

Este esquema foi elaborado por Vasiliev, na Rússia, em 1963. MAHMOOD e YEVJEVICH[1975] apresentam o esquema ilustrado na figura 5.5 sendo as funções de aproximação:

$$\frac{\partial f}{\partial t} \approx \frac{f_j^{i+1} - f_j^i}{\Delta t} \quad (5.33)$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} \approx \frac{f_{j+1}^{i+1} - f_{j-1}^{i+1}}{2.\Delta x} \quad (5.34)$$

Este método tem as equações do escoamento não permanente escritas da seguinte forma:

$$B.\frac{\partial z}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = q_L \quad (5.35)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + 2.U.\frac{\partial Q}{\partial x} + \left(c^2 - u^2\right).B.\frac{\partial z}{\partial x} = \phi \quad (5.36)$$

sendo:

$$U = \frac{Q}{A} \quad (5.37)$$

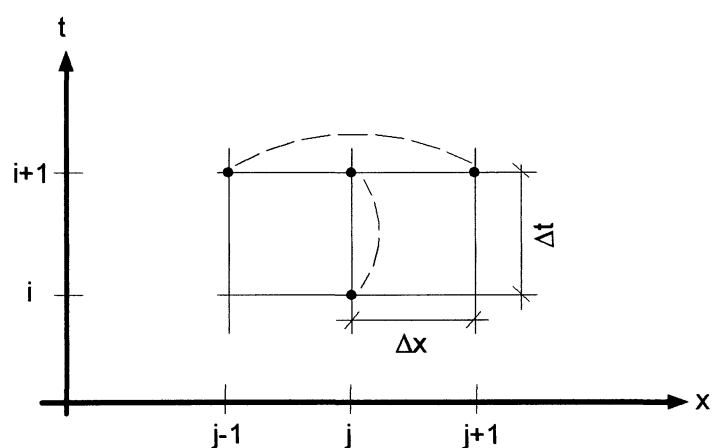
$$B = \frac{\partial A}{\partial z} \quad (5.38)$$

$$c = \sqrt{g \cdot \frac{A}{B}} \quad (5.39)$$

$$\phi = \left[B \cdot S_0 + \left(\frac{\partial A}{\partial x} \right)_{h_0} \right] U^2 - \frac{g \cdot A}{K^2} \cdot Q |Q| \quad (5.40)$$

onde K é um fator de conveniência, S_0 é a declividade longitudinal, A é a área da seção transversal, Q é a vazão e q_L é a contribuição lateral.

FIGURA 5.5. – ESQUEMA DE DISCRETIZAÇÃO VASILIEV



Fonte: MAHMOOD e YEVJEVICH[1975]

O sistema formado pelas equações 5.35 e 5.36 é discretizado como segue:

$$B_j^i \cdot \frac{z_j^{i+1} - z_j^i}{\Delta t} + \frac{Q_{j+1}^{i+1} - Q_{j-1}^{i+1}}{2 \cdot \Delta x} = q_{Lj}^{i+1} \quad (5.41)$$

$$\frac{Q_j^{i+1} - Q_j^i}{\Delta t} + 2U_j^i \cdot \frac{Q_{j+1}^{i+1} - Q_{j-1}^{i+1}}{2 \cdot \Delta x} + B_j^i \cdot \left(c^2 - U^2 \right)_j^i \cdot \frac{z_{j+1}^{i+1} - z_{j-1}^{i+1}}{2 \cdot \Delta x} = \dots \quad (5.42)$$

$$\dots = \phi_j^i + 2 \cdot g \cdot \left(\frac{A}{K^2} |Q| \right)_j^i \cdot \left[\left(Q_j^{i+1} - Q_j^i \right) - \left(\frac{Q}{K} \cdot \frac{\partial K}{\partial z} \right)_j^i \cdot \left(z_j^{i+1} - z_j^i \right) \right]$$

As condições de contorno são impostas com a ajuda do sistema formado pelas equações 5.35 e 5.36 as quais podem ser escritas da seguinte forma:

$$\left[\frac{\partial Q}{\partial t} + (U \pm c) \frac{\partial Q}{\partial x} \right] + B(-U \pm c) \left[\frac{\partial z}{\partial t} + (U \pm c) \frac{\partial z}{\partial x} \right] = \phi + (-U \pm c) q_L \quad (5.43)$$

onde os sinais positivos correspondem às características aplicadas aos pontos de jusante e os sinais negativos às características aplicadas aos pontos de montante.

O sistema formado pelas equações 5.41 e 5.42 escritas para todos os pontos de alcance torna-se um sistema fechado de equações algébricas não-lineares (além do valor da profundidade, a área, a largura e a rugosidade são funções de h , além da existência de um termo $Q \cdot |Q|$) quando a condição de contorno é adicionada. Este sistema, com o de Preissmann, é resolvido pelo método da dupla varredura sendo incondicionalmente estável, e do ponto de vista da estabilidade numérica, o tempo Δt pode ser arbitrariamente escolhido.

Para o caso de ondas de ruptura, este ganho em se adotar um método implícito devido a possibilidade de adotar Δt 's maiores não é útil, pois estas ondas são muito abruptas, necessitando de intervalos de tempo muito pequenos. Depois que a onda é dissipada, o escoamento passa a apresentar vantagens quando se adota métodos implícitos.

6. Onda de Choque

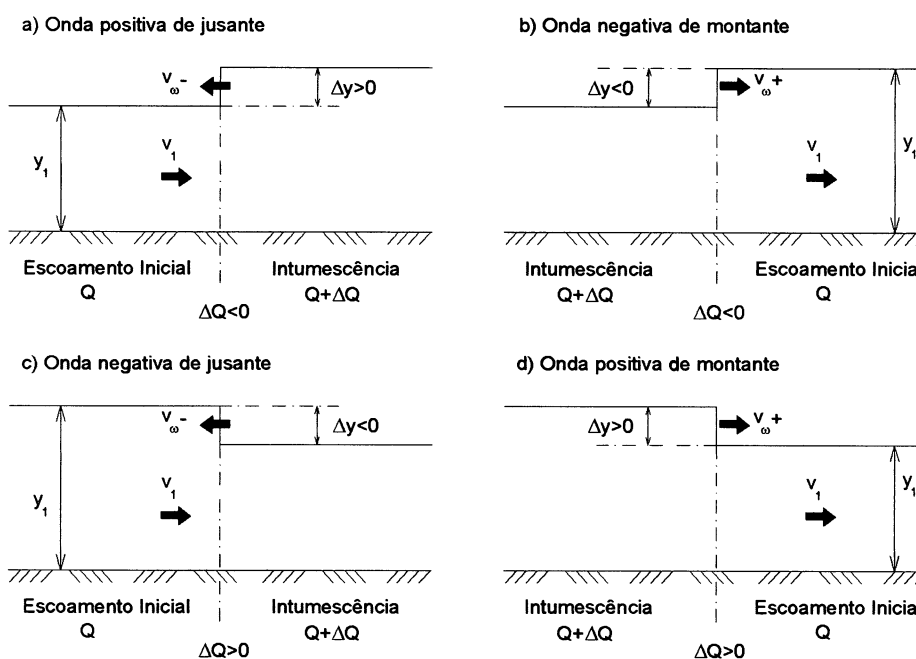
Uma onda é definida como uma variação temporal e espacial da altura do escoamento e da taxa de vazão. Seu comprimento é a distância entre duas cristas sucessivas e sua amplitude é a altura entre o nível máximo da superfície livre e o nível de água mínimo em metros.

As ondas podem ser classificadas de várias maneiras, como ondas capilares, nas quais o fator preponderante na propagação é a tensão superficial, e ondas de gravidade, cuja ação predominante é a atração gravitacional. Elas podem ser chamadas de onda oscilatória, se não existir transporte de massa na direção de propagação. São em geral ondas provocadas pelos ventos e sua importância se dá para a Hidráulica Marítima. Há ainda as ondas de translação, que envolvem deslocamento de massas líquidas da sua posição original, como ondas de cheias em rios e canais. Estas podem ser classificadas como onda solitária, que tem um tramo de ascensão e outro de depleção e um único pico, e trem ou sistema de ondas, composto por um grupo de ondas sucessivas. Uma onda de translação que tenha um tramo de depleção (frente de onda) de modo íngreme é chamado de surto. Em relação às ondas em canais, estas são ditas positivas quando a altura d'água atrás da onda é maior que a do escoamento não perturbado no canal e negativas se a altura d'água atrás da onda (intumescência) é menor que a do escoamento não perturbado no canal (ver figura 6.1).

Conforme foi apresentado no item 5.2.1, a celeridade da onda, c , é definida como a velocidade relativa de propagação em relação ao meio líquido e expressada pela fórmula 5.11, enquanto a velocidade ou celeridade absoluta da onda V_{ω} é a velocidade medida em relação as margens do canal. A relação entre as duas velocidades no escoamento unidimensional é dada pela equação 5.15.

A onda gerada pela ruptura de uma barragem é uma onda solitária de grandes dimensões (celeridade, velocidade e profundidade).

FIGURA 6.1. – GERAÇÃO DE ONDAS POR VARIAÇÃO BRUSCA DE VAZÃO



FONTE: PORTO[2000]

CUNGE et al.[1980] apresenta a descrição matemática para a ocorrência de choques em escoamentos de fluidos, onde a demonstração conduz as equações de Saint-Venant. Na região onde ocorre o choque, as equações não mais admitem uma solução única. Assim, na região vizinha ao choque, as hipóteses básicas utilizadas na dedução das equações de Saint-Venant não são mais válidas, principalmente a hipótese de distribuição hidrostática de pressões, e deve-se utilizar outras equações que melhor representem o fenômeno e que façam a conexão entre as soluções descontínuas no espaço obtidas pelas equações de Saint-Venant aplicadas separadamente a montante e a jusante do choque.

O cálculo da onda de choque pode ser realizado com dois enfoques distintos:

- a) ajuste do choque: esse enfoque busca encontrar as características da frente de onda e, a seguir, obter as características dos demais pontos do canal. O ponto de vista adotado é o Lagrangeano;
- b) captura do choque (ou cálculo continuado): nesse enfoque do cálculo, o choque em si não é considerado, importando apenas as características do escoamento em pontos fixos no espaço. Nesse caso, o ponto de vista é o Euleriano.

O presente trabalho utiliza o enfoque do ajuste do choque onde as equações de Saint-Venant, segundo CUNGE et al.[1980], não necessitam ser escritas sob a forma conservativa, podendo-se utilizar as formas convencionais ou não divergentes empregadas no cálculo da propagação de cheias naturais.

6.1. Modelos Analíticos

O estudo da formação e desenvolvimento da onda gerada pela ruptura de uma barragem pode ser realizado através de métodos analíticos ou numéricos, os quais diferem basicamente pela ocorrência de ruptura em leito seco ou submerso a jusante.

Na forma mais simples do problema, supõe-se que o leito do rio e a resistência estejam negligenciados e que o canal tenha uma seção retangular, sendo fechado por uma seção vertical (barragem) ainda contendo água à sua direita e apresentando o leito do rio seco à esquerda. A seção será removida repentinamente e a ação subsequente estudada. A melhor forma de se aproximar do problema é considerar primeiramente a situação criada pela remoção da seção para a esquerda numa velocidade finita: se a seção estiver alcançando uma velocidade alta muito rápido, teremos, então, o caso de uma remoção completa da seção.

Dentre os modelos para leito seco a jusante podemos destacar os propostos por Ritter, em 1892, Whitham, em 1955 e Sakkas e Strelkoff, em 1973.

O modelo proposto por Ritter, abordado no próximo item, é o mais antigo método para o cálculo da onda de ruptura de uma barragem. Dele derivou os outros dois métodos, sendo que o de Sakkas e Strelkoff amplia o campo de aplicação do método de Ritter para canais que possuam variação da largura em relação à profundidade. Já o método de Whitham analisa o efeito da rugosidade do fundo no deslocamento e do formato da frente de onda, sendo restrito a uma pequena região chamada frontal.

6.1.1. Método de Ritter - Leito do Rio Seco a Jusante

Considerando que a barragem esteja sendo acelerada gradativamente a uma velocidade de retirada w em um canal retangular com fundo horizontal, sem resistência e contribuição lateral, a frente de onda avança no rio com velocidade igual ao dobro da celeridade inicial e a onda negativa, a que se desloca para montante, possui velocidade igual a celeridade, conforme representado na figura 6.2. A velocidade de retirada, para canais retangulares, deve ser assumida maior ou igual a duas vezes a celeridade da onda, isto é:

$$w \geq 2 \cdot \sqrt{g \cdot h_1} \quad (6.1)$$

No caso de ruptura de uma barragem, o obstáculo é retirado com grande velocidade, sem interferir no escoamento, sendo possível obter a velocidade e a profundidade em qualquer lugar do plano x aplicando as equações 6.2.A e 6.2.

$$\left\{ \begin{array}{l} v(x, t) = \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{x}{t} + \sqrt{g \cdot h_1} \right) \end{array} \right. \quad (6.2.A)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} h(x, t) = \frac{1}{9 \cdot g} \cdot \left(2 \cdot \sqrt{g \cdot h_1} - \frac{x}{t} \right)^2 \end{array} \right. \quad (6.2.B)$$

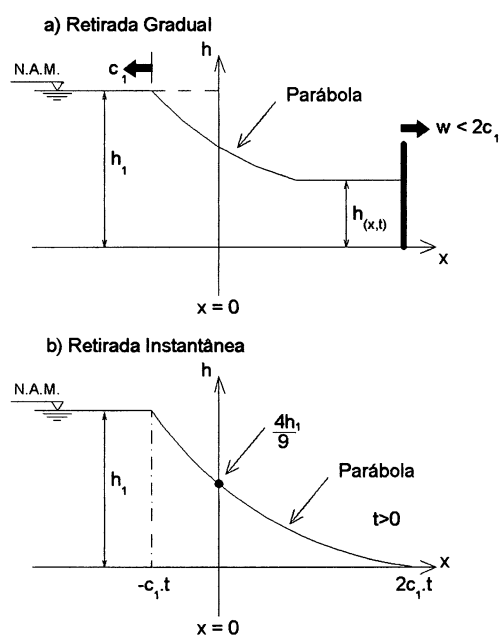
A qualquer momento, o perfil da superfície da água é uma parábola, tangencial ao leito do canal determinada pela equação 6.3.

$$\frac{x}{t} = 3 \cdot \sqrt{g \cdot h} + v_1 - 2 \cdot \sqrt{g \cdot h_1} \quad (6.3)$$

Em sua posição original ($x = 0$) teremos escoamento permanente com profundidade e velocidade constantes ao longo do tempo, determinadas pelas equações 6.4.A e 6.4.B, respectivamente.

$$\begin{cases} h(0, t) = \frac{4}{9} \cdot h_1 & (6.4.A) \\ v(0, t) = \frac{2}{3} \cdot \sqrt{g \cdot h_1} & (6.4.B) \end{cases}$$

FIGURA 6.2 - SOLUÇÃO DE RITTER PARA A REMOÇÃO TOTAL DE UMA PAREDE RETANGULAR



FUNTE: HENDERSON[1966]

Como podemos observar na figura 6.2.b, a parábola em uma determinada posição do plano x atinge o fundo e a partir deste ponto consideramos a retirada da barragem instantânea pois ela não influencia mais o escoamento. Então temos $w = 2 \cdot c_1$ que resulta em $h_b = 0$ sendo:

$$h_b = \frac{\left(c_1 - \frac{w}{2}\right)^2}{g} \quad (6.5)$$

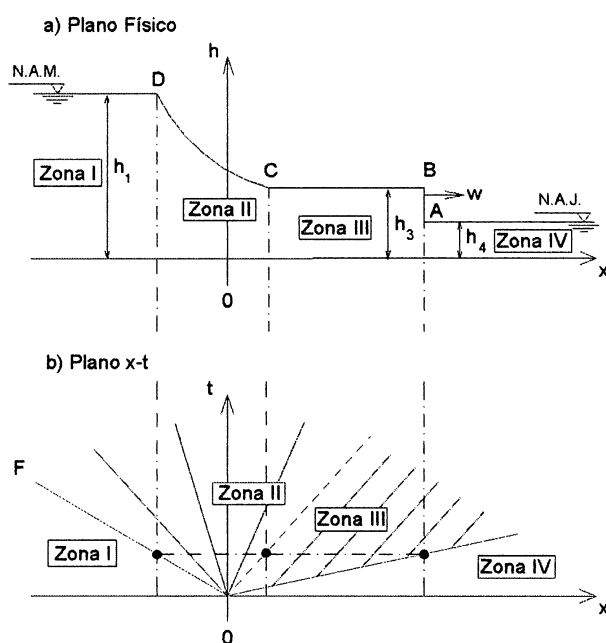
6.1.2. Método de Stoker - Leito do Rio Submerso a Jusante

O caso do leito do rio a jusante seco é de interesse prático limitado, pois não é usual para o leito de um rio ou canal estar completamente seco. Se o leito do rio a jusante não está inicialmente seco, mas contém uma camada de água parada, o problema não muda muito.

Para leitos submersos a jusante, o método mais tradicional é o proposto por STOKER[1957], também derivado do método de Ritter, com a diferença de que ele admite escoamento (profundidade a jusante da barragem) no instante inicial da ruptura, conforme figura 6.3, formando uma onda semelhante a um ressalto hidráulico móvel cujas características são calculadas pelo sistema de equações não lineares 6.6.A, 6.6.B e 6.6.C, sendo a equação 6.6.A uma representação da conservação da quantidade de movimento, a 6.6.B a conservação da massa e a 6.6.C a equação da característica positiva.

Segundo HENDERSON[1966], uma vez a onda formada, ela percorre o perfil de uma onda negativa porque a velocidade da frente da onda B é maior que a velocidade da onda na sessão C. Há porém a região BC, ou Zona III, a qual tem um comprimento em constante crescimento. Esta região no plano x-t, mostrado na figura 6.3.b, contém uma família de características paralelas. A região de águas paradas a jusante pode ser descritas como Zona IV; sendo que sua correspondente no plano x-t será preenchida com a família de características paralelas, de uma declividade c_4^+ . É importante notar que o perfil CD é apenas uma parte do perfil completo mostrado na figura 6.2.b e a junção dos perfis AB e CD forma então um ponto anguloso no perfil de água na posição B. Na verdadeira situação de alagamento é possível que esta esquina seja arredondada pelo princípio da distribuição da pressão hidrostática.

FIGURA 6.3 - SOLUÇÃO DE STOKER



FONTE: HENDERSON[1966]

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{(w - v_4)^2}{g \cdot h_4} = \frac{1}{2} \cdot \frac{h_3}{h_4} \cdot \left(\frac{h_3}{h_4} + 1 \right) \\ (w - v_4) \cdot h_4 = (w - v_3) \cdot h_3 \\ v_3 = -2 \cdot \sqrt{g \cdot h_3} + v_1 + 2 \cdot \sqrt{g \cdot h_1} \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} (6.6.A) \\ (6.6.B) \\ (6.6.C) \end{array}$$

Se na seção inicial da barragem ocorrer $h_4 \leq 0,138 \cdot h_1$ teremos então um escoamento permanente, sendo que a profundidade e a velocidade podem ser obtidas através das equações de Ritter aplicadas à seção da barragem (equações 6.3.A e 6.3.B). Caso $h_4 > 0,138 \cdot h_1$ obteremos um escoamento não permanente, com a velocidade e a profundidade em função de h_4 .

6.2. Método Numérico: Onda de Choque Provocada pela Ruptura de uma Barragem

Para o método do ajuste do choque é necessária a aplicação das leis da conservação da massa e de quantidade de movimento de modo a estabelecer as suas condições, denominadas equações de Hugoniot-Rankine, apresentadas por MASCARENHAS[1990], válidas apenas na estreita região na frente de onda de choque. Sua aplicação conduz às seguintes expressões:

$$\left\{ \begin{array}{l} w = \frac{A_1 \cdot v_1 - A_2 \cdot v_2}{A_1 - A_2} \quad (6.7.A) \\ \left(v_1 - v_2 \right)^2 = \left(A_1 - A_2 \right)^2 \left[\frac{g}{A_1 \cdot A_2} \cdot \frac{A_1 \cdot \bar{h}_1 - A_2 \cdot \bar{h}_2}{A_1 - A_2} \right] \quad (6.7.B) \end{array} \right.$$

onde:

h - profundidade do centro de pressão em relação à superfície livre (m);

ξ - coordenada espacial do choque em relação à posição inicial da barragem (m);

$w = \frac{d\xi}{dt}$ - variação da posição do choque no tempo (m/s).

Os índices 1 e 2 referem-se às seções transversais a montante e a jusante do choque, respectivamente. O sistema acima (equações 6.7.A e 6.7.B) possui 2 equações e 5 incógnitas (v_1 , v_2 , h_1 , h_2 e ξ).

Neste método a propagação da descontinuidade é tratada separadamente, já que na região do choque as tradicionais equações de Saint-Venant não são válidas principalmente pela presença de fortes acelerações verticais, o que faz com que a distribuição de pressões não siga mais a lei hidrostática. A localização da frente de choque pode ser efetuada através da seguinte expressão:

$$\xi = \frac{dX_p}{dt} \quad (6.8.)$$

onde X_p é a abscissa da seção do choque a partir de uma origem qualquer.

TOWNSON e AL-SAHILI[1989] propõem uma outra abordagem para esse problema, que é apresentada no próximo capítulo, sendo que às duas equações acima descritas é acrescentado uma equação característica positiva, para transportar as condições de montante do choque e duas características a jusante, uma positiva e outra negativa. Deve-se adicionar, ainda, as equações de interpolação linear dos valores da velocidade e da profundidade conduzindo a dois sistemas de equações não lineares: um de 8 equações e 8 incógnitas e outro de 6 equações e 6 incógnitas.

7. Programa Computacional Proposto

O modelo computacional adotado para a análise da onda gerada pela ruptura instantânea de uma barragem permite que o programa ROTBAR possa ser aplicado em rios com seções transversais quaisquer, condições de contorno a montante e a jusante não permanentes e declividade e rugosidade variável entre as seções e para diferentes cotas, sendo desta forma uma ferramenta prática e aplicável às barragens existentes, em projeto ou em construção.

Este estudo desprezou fatores que apresentam incertezas tais como: taxa de erosão e transporte de sedimentos, bem como características geológicas e geotécnicas, adotando uma ruptura instantânea, que aparece apenas nas barragens em arco, deixando o modelo computacional conservador.

O mecanismo da ruptura não é pré-estabelecido, supondo-se que o fenômeno do galgamento seja o responsável direto pelo colapso da barragem.

7.1. Modelo Computacional Adotado

O modelo computacional adotado consiste no desenvolvimento do ajuste do choque. Segundo MASCARENHAS[1990], este método possui como vantagens a maior proximidade com a realidade física e a não necessidade de criação e indução de características matemáticas artificiais (rugosidade artificial, alteração do expoente do raio hidráulico). Sua desvantagem é a maior complexibilidade inerente ao tratamento de problemas com fronteiras móveis. O método de cálculo encontra-se detalhado em MASCARENHAS[1990], AMEIN[1977] e ON e LICH[1990].

O método do ajuste de choque é unidimensional e aborda as equações de Saint-Venant sem serem escritas sob a forma conservativa, podendo-se utilizar as formas convencionais empregadas no cálculo da propagação de cheias naturais. Isto é de se esperar desde que, ao isolar-se o choque, toda a região do escoamento até imediatamente antes do mesmo constitua um domínio com variações mais ou menos contínuas das propriedades do escoamento.

7.1.1. Primeiro Intervalo

O primeiro intervalo de tempo necessita tratamento matemático especial, pois o movimento está se iniciando e possui uma descontinuidade muito grande. Segundo KORDAS e WITKOWSKA[1976], nos segundos iniciais a resistência do contorno não é importante e a análise pode ser feita como se o fluido fosse ideal (isto é, sem viscosidade). Por isso, o modelo analítico representa muito bem o primeiro intervalo para um escoamento ideal.

Como o modelo computacional será adotado para barragens e nelas normalmente existe escoamento a jusante quando da ruptura, seja pelo vertedouro ou pelas turbinas, podemos considerar a ruptura como se esta ocorresse em leito molhado a jusante, o que é resolvido de forma analítica pelo método de Stoker, descrito no item 6.1.2., e apresentado no Anexo A.1.

A velocidade de deslocamento da onda de choque, w , determinada pela equação 5.12, é resolvida através de uma integração numérica aplicando o teorema de Simpson.

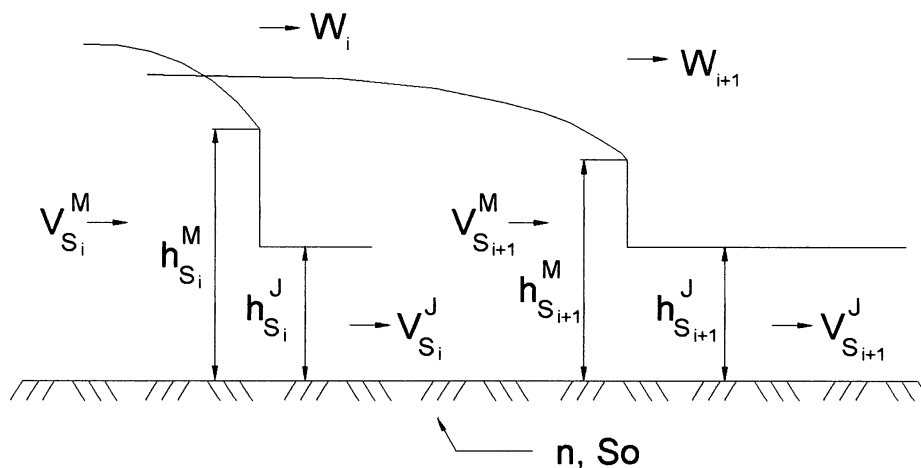
7.1.2. Ajuste do Choque

Embasado pela teoria apresentada no item 6.2, o próximo passo do modelo será a determinação da posição da frente de choque no instante seguinte de cálculo, utilizando-se a metodologia proposta por TOWNSON e AL-SAHILI[1989], que enquadra-se nos esquemas da figura 7.1. e 7.2. Os superíndices a e p indicam que a variável é calculada no ponto anterior ou posterior do intervalo que contém o ponto indicado no sub-índice. Os superíndices J e M indicam que a variável é calculada a jusante ou a montante do choque.

Para este processo são adotados três pares de equações características (duas a jusante e uma a montante), seis equações de interpolação (velocidade e profundidade em cada um dos três pontos de onde partem as características - M a montante e L e R a jusante, interpoladas linearmente) e as duas equações de

Hugoniot-Rankine, que conduzem a um sistema de equações não lineares cuja solução será iterativa em duas etapas: primeiro resolve-se o escoamento a jusante e depois a montante do choque. Esta solução está discretizada no Anexo A.2.

FIGURA 7.1 - REPRESENTAÇÃO DA ONDA DE RUPTURA NO PLANO REAL X-H



FONTE: CHEN e ARMBRUSTER[1980]

O sistema de equações não lineares encontra-se discretizado no Anexo A.2. O valor obtido para a velocidade de deslocamento da onda de choque, w , na última iteração da etapa a montante é comparado com o valor inicialmente adotado para a etapa a jusante (e que determina a posição do choque, através da equação 7.1). Repetindo-se os cálculos, com os novos valores, até que uma tolerância previamente arbitrada seja atingida.

$$x_{s_{i+1}}^{(n+1)} = x_{s_i} + w^{(n)} \cdot \Delta t \quad (7.1)$$

Após a ruptura existe o estabelecimento de escoamento supercrítico a montante da onda de ruptura e que pode ser comprovado calculando-se o número de Froude a montante do choque utilizando a equação 7.2.

$$Fr = \frac{v}{\sqrt{g \cdot \frac{A}{B}}} \geq 1. \quad (7.2)$$

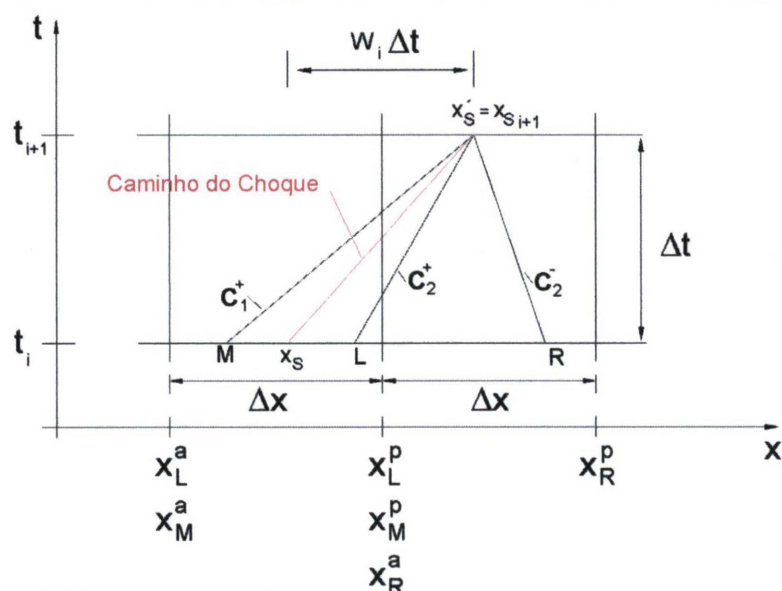
Como temos no reservatório um escoamento não perturbado (escoamento subcrítico), nesta passagem para o escoamento supercrítico ocorrerá o escoamento crítico. Na figura 7.2, C^+ indica as características positivas e C^- as características negativas. ABBOTT[1975] mostra que as características negativas invertem suas declividades nessa transição de escoamento subcrítico para supercrítico.

7.1.3. Escoamento não-permanente

Estando o choque isolado, o processo torna-se um problema normal de escoamento não-permanente a montante do choque. Para esta rotina, o modelo utiliza o esquema implícito de diferenças finitas Preissman apresentado no item 5.2.2.2. A aproximação inicial será realizada com o sistema de equações linearizadas proposto por MAHMOOD[1975] e apresentado no Anexo A.3.

Neste modelo, as incógnitas correspondentes a uma linha de tempo de ordem "i+1" dependem dos seus valores tanto na linha de tempo anterior "i" como também de valores da própria linha seguinte, conforme está representado na figura 7.3., o que conduz a um modelo mais complexo, porém mais estável. Isto é devido tanto às expressões que aproximam as derivadas parciais em relação ao espaço e ao tempo como também à maneira de aproximação das variáveis isoladas nas equações de Saint-Venant.

FIGURA 7.2 - REPRESENTAÇÃO DA ONDA DE RUPTURA NO PLANO X-T

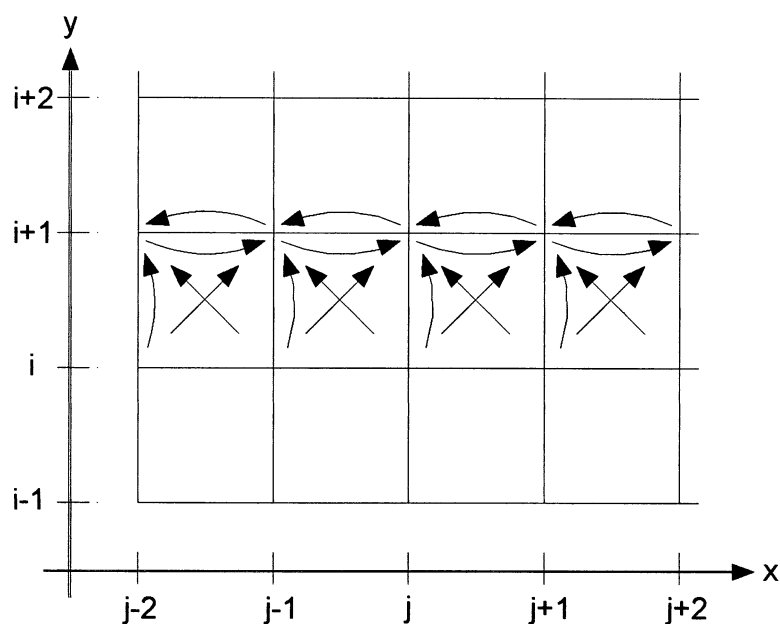


FONTE: CHEN e ARMBRUSTER[1980]

Conforme já apresentado no item 5.2.2.2, este método utiliza dois parâmetros de ponderação do esquema em relação às linhas de tempos adjacentes, θ e ϕ . Segundo LIGGETT e CUNGE[1975] a estabilidade apresenta melhores resultados com θ superior a 0,60. LIN e GOODWIN[1987] propõem a utilização destes parâmetros com valores entre 0,5 e 1,0.

Com os valores de velocidade e profundidade calculados em todos os pontos, parte-se para um novo instante de tempo.

FIGURA 7.3 - REPRESENTAÇÃO DA RELAÇÃO DE DEPENDÊNCIA DO ESQUEMA IMPLÍCITO PREISSMAN.



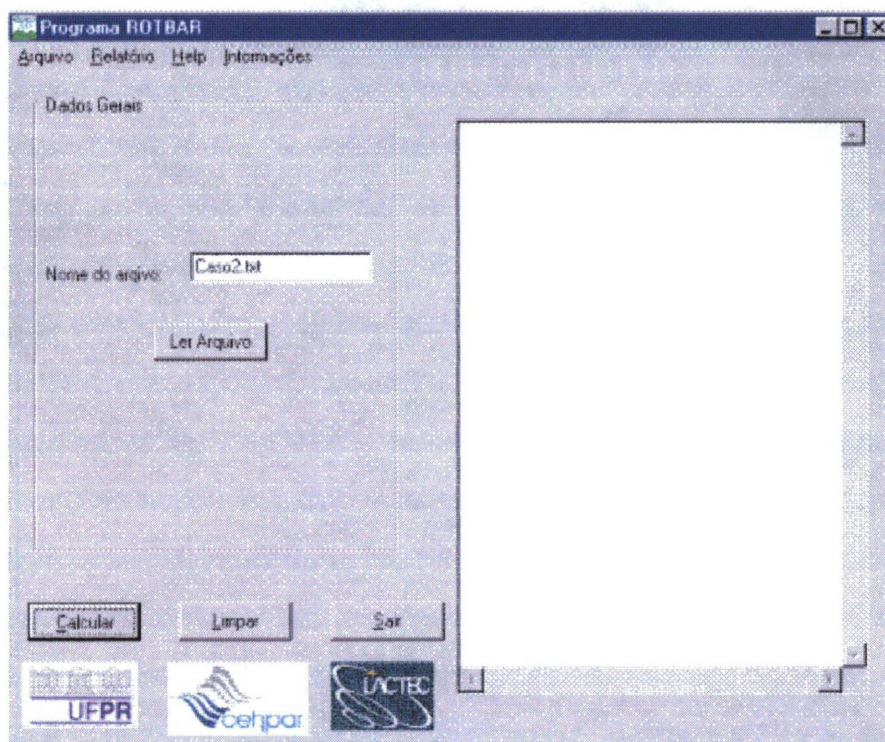
7.2. Programa Computacional Proposto (ROTBAR)

Este programa partiu do programa ROTRET, apresentado por FABIANI[1995], em linguagem Pascal, sendo reestruturado para a linguagem Delphi, mais moderna e prática. Além disso, foi ajustado para ser aplicado em rios com seções transversais quaisquer, já que estava limitado a seções retangulares. Outras variáveis foram incluídas como condições de contorno a montante e a jusante não permanentes, declividade e rugosidade variável entre as seções e para diferentes cotas.

A estrutura básica do programa encontra-se identificada no fluxograma da figura 7.5.

O programa divide-se em 4 unidades de programação que totalizam 47 *procedures* e 15 *functions*.

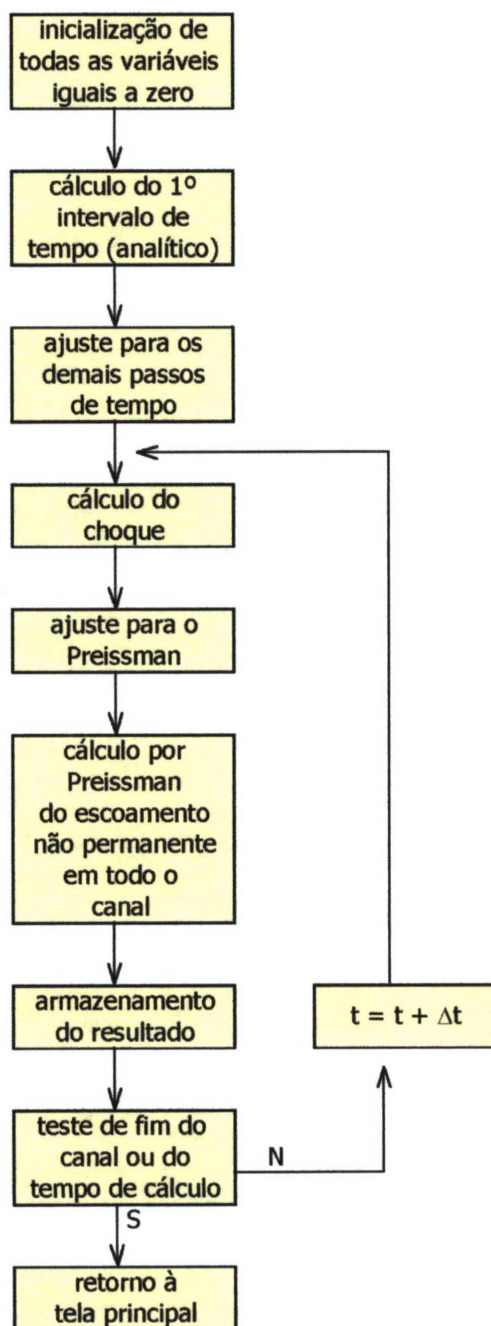
FIGURA 7.4 – TELA INICIAL DO PROGRAMA ROTBAR.



A unidade denominada *unit principal* contém a estrutura principal do programa através de 4 *procedures*. É através dela que é feita a interface com o usuário (leitura dos dados de entrada e apresentação do resultados). A *unit proce* processa a análise da onda para o primeiro instante de tempo. Além disso, ela contém a *procedure* denominada *tabula_geometria*, uma das mais importantes, sendo responsável pelas definições geométricas (área, perímetro molhado, raio hidráulico, etc.) das seções transversais em função da profundidade h .

O cálculo do choque está programado na *unit choque*, que inclui ainda funções matemáticas simples para elaboração da rotina de cálculos. Já a *unit naoperm* é utilizada para o cálculo do escoamento não permanente através do método de Preissman.

FIGURA 7.5 - FLUXOGRAMA DO PROGRAMA ROTBAR



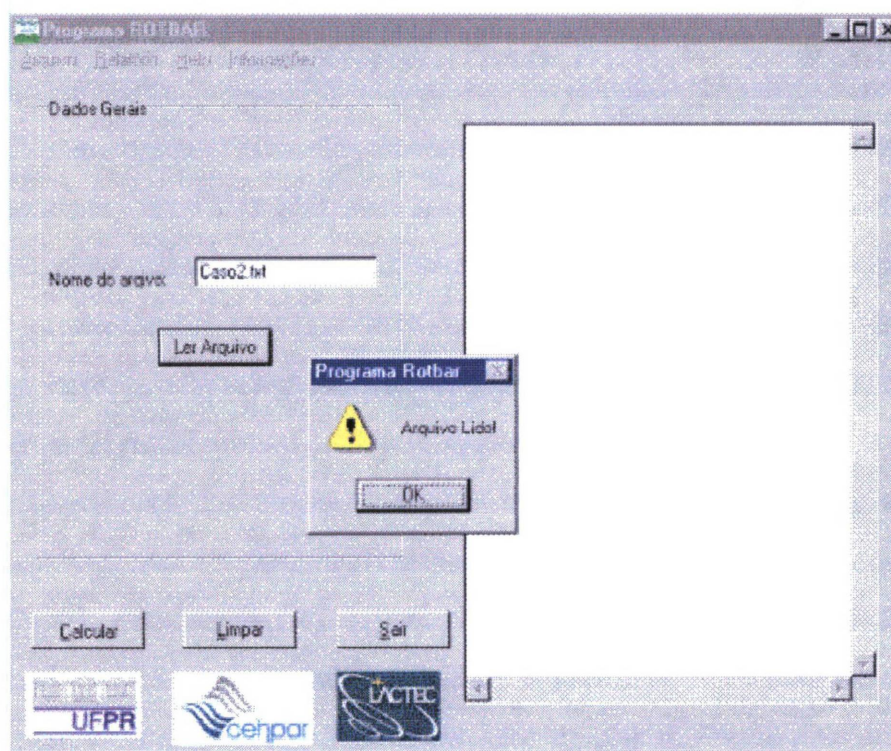
O programa é muito simples, sendo necessário apenas 4 passos para a sua utilização. Inicialmente deve-se criar um arquivo texto com os dados de entrada do programa. No Anexo B encontra-se um modelo para este arquivo de entrada que deve ter as informações que constam na tabela 7.1.

TABELA 7.1 - DADOS DE ENTRADA NECESSÁRIOS PARA O PROGRAMA ROTBAR

| | |
|------------------------------------|--|
| Dados gerais | Parâmetro Theta |
| | Parâmetro Phi |
| | Intervalo de tempo |
| | Variação no espaço |
| | Contribuição lateral |
| | Abcissa do início do canal |
| | Abcissa do final do canal |
| | Profundidade a montante da barragem |
| | Velocidade a montante da barragem |
| Profundidade a jusante da barragem | |
| Condições iniciais | Número de pontos x e h para cada um dos pontos |
| Condições naturais | Número de pontos x , h e v para cada um dos pontos |
| Condições de contorno a montante | Número de pontos h , v e t para cada um dos pontos |
| Condições de contorno a jusante | Número de pontos h , v e t para cada um dos pontos |
| Dados das seções transversais | Número de seções Tipo das seções Dados geométricos das seções Declividade longitudinal do canal Coeficiente de rugosidade de Manning |

Com o arquivo de entrada estabelecido, basta abrir o programa ROTBAR, escrever o nome deste arquivo, inclusive com sua extensão, na caixa *Nome do arquivo* e apertar o botão *Ler Arquivo*. Assim que o programa terminar a leitura dos dados, aparecerá na tela uma caixa de diálogo contendo a seguinte frase: *Arquivo Lido !*, como está mostrado na figura 7.6.

FIGURA 7.6 – MENSAGEM DO PROGRAMA ROTBAR APÓS A LEITURA DOS DADOS



O próximo passo é apertar o botão *Calcular*. A partir deste momento o programa começará a realizar os cálculos tendo seus resultados apresentados na tela (figura 7.7). Quando o programa terminar de calcular ele mostrará uma caixa de diálogo que conterà a seguinte frase: *Cálculo Finalizado !*, como está mostrado na figura 7.8.

Para encerrar o programa basta apertar no botão *Sair*.

FIGURA 7.7 – APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS PELO PROGRAMA ROTBAR

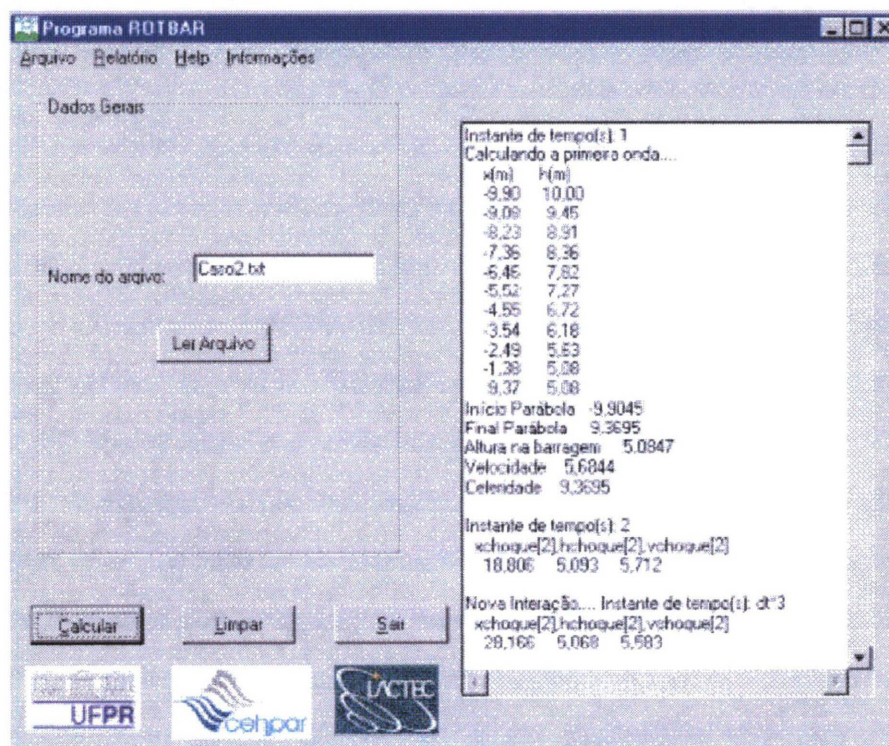
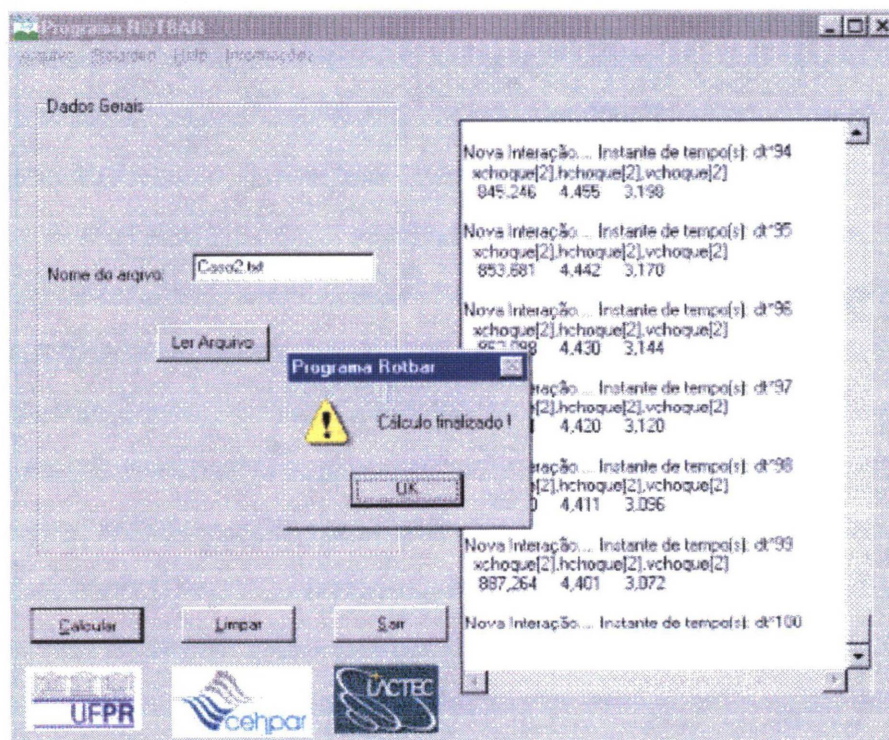


FIGURA 7.8 – MENSAGEM DO PROGRAMA ROTBAR APÓS O TÉRMINO DOS CÁLCULOS



8. Aplicações

O programa computacional ROTBAR foi aplicado a três casos conhecidos na literatura.

As aplicações deste estudo têm por objetivo a constatação da precisão do programa, já que utilizamos exemplos com resultados apresentados por outros autores.

A premissa básica adotada para todos os casos estudados corresponde à hipótese de ruptura instantânea, em função não apenas do favorecimento da segurança (por ser um caso limite), mas também das incertezas já mencionadas neste trabalho. Fatores associados à taxa de erosão, transporte de sedimentos e características geológicas e geotécnicas não serão abordados na presente dissertação.

8.1. Aplicação 1

Um caso comum na literatura é a de uma barragem construída em um canal horizontal com seção retangular sem vazão antes da ruptura.

ON e LICH[1990] apresentam o seu modelo aplicado a este canal propondo o estudo da onda de ruptura pelo método das características.

FABIANI[1995] apresenta dois programas que são aplicados a este canal. O programa ANALITIC, que faz uma análise analítica do escoamento no instante imediatamente após a ocorrência da ruptura, e o programa ROTRET, que utiliza o método das características para o estudo da onda.

A barragem estudada possui 10 metros de altura, com uma lâmina de água a jusante de 2 m, sendo o canal retangular com 2 m de base e rugosidade nula. A desconsideração da rugosidade conduz ao escoamento chamado ideal. Os dados de entrada utilizados nesse estudo encontram-se na tabela 8.1.

TABELA 8.1 - DADOS FORNECIDOS AO PROGRAMA - APLICAÇÃO 1

| VARIÁVEL | | VALOR |
|-----------------------------------|--------------------------------------|-------------------------------------|
| Dados das seções transversais | Número de seções | 10 |
| | Tipo da seção | Retangular |
| | Largura da base | 20 m |
| | Declividade longitudinal do canal | 0 m/m |
| | Coeficiente de rugosidade de Manning | $0 \text{ m}^{-1/3} \cdot \text{s}$ |
| Dados gerais | Parâmetro Theta | 0,5 |
| | Parâmetro Phi | 0,667 |
| | Intervalo de tempo | 1 s |
| | Variação no espaço | 2.000 m |
| | Contribuição lateral | $0 \text{ m}^3/\text{s}$ |
| | Abscissa do início do canal | -14000 m |
| | Abscissa do final do canal | 4000 m |
| | Profundidade a montante da barragem | 10 m |
| | Profundidade a jusante da barragem | 2 m |
| Velocidade a montante da barragem | 0 m/s | |
| Condições iniciais | Número de pontos | 4 |
| | Ponto 1 (x e h) | -14.000 m e 10 m |
| | Ponto 2 (x e h) | 0 m e 10 m |
| | Ponto 3 (x e h) | 0,01 m e 2 m |
| | Ponto 4 (x e h) | 4.000 m e 2 m |
| Condições naturais | Número de pontos | 2 |
| | Ponto 1 (x , h e v) | -14.000 m, 2 m e 0 m/s |
| | Ponto 2 (x , h e v) | 4.000 m, 2 m e 0 m/s |
| Condições de contorno de montante | Número de pontos | 2 |
| | Ponto 1 (h , v e t) | 10 m, 0 m/s e 0 s |
| | Ponto 2 (h , v e t) | 10 m, 0 m/s e 1.000 s |
| Condições de contorno de jusante | Número de pontos | 2 |
| | Ponto 1 (h , v e t) | 2 m, 0 m/s e 0 s |
| | Ponto 2 (h , v e t) | 2 m, 0 m/s e 1.000 s |

A figura 8.1 apresenta os resultados de ON e LICH[1990] comparados aos resultados do programa ROTBAR. Na figura 8.2 comparam-se os resultados do

programa ROTBAR com os teóricos (analíticos), obtidos pelo programa ANALITIC e apresentado por FABIANI[1995]. A figura 8.3 confronta as soluções do programa ROTBAR e do programa ROTRET também apresentado por FABIANI[1995].

Observa-se que o programa ROTBAR alcança resultados praticamente idênticos aos analíticos e àqueles obtidos pelo programa ROTRET, enquanto os resultados de ON e LICH[1990] mostram uma variação da altura da onda e uma inversão na concavidade do perfil longitudinal.

FIGURA 8.1 – APLICAÇÃO 1: COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS OBTIDOS PELO PROGRAMA ROTBAR COM OS RESULTADOS OBTIDOS POR ON E LICH[1990]

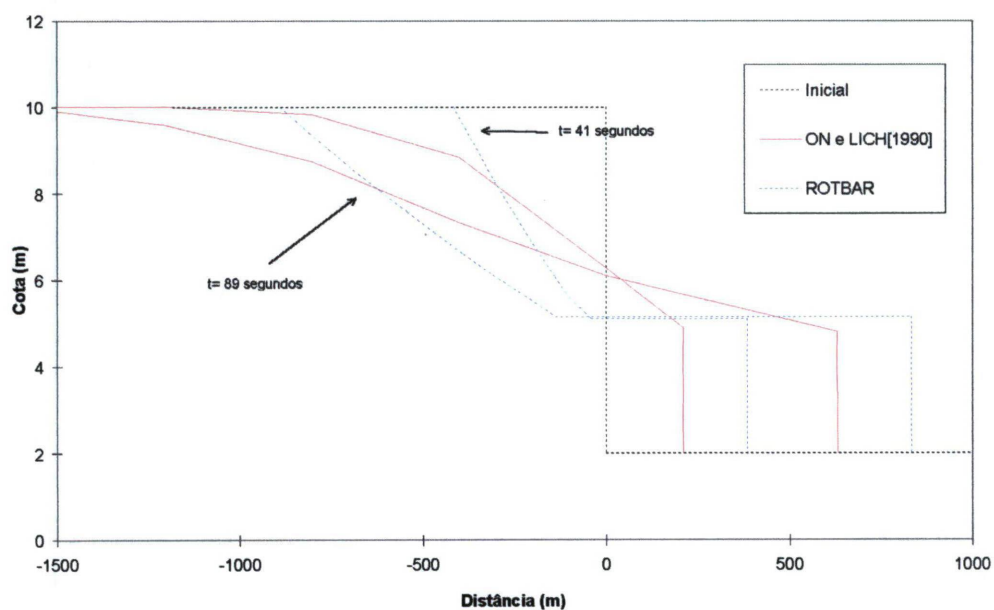


FIGURA 8.2 – APLICAÇÃO 1: COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS OBTIDOS PELO PROGRAMA ROTBAR COM OS RESULTADOS OBTIDOS PELO PROGRAMA ANALITIC APRESENTADO POR FABIANI[1995]

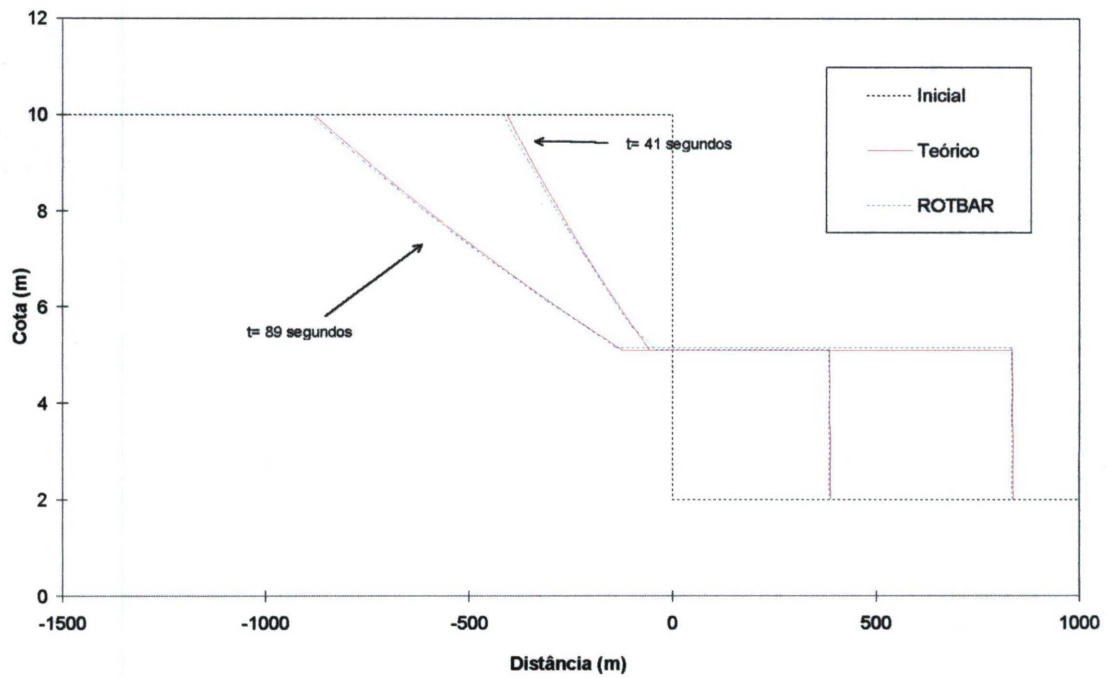
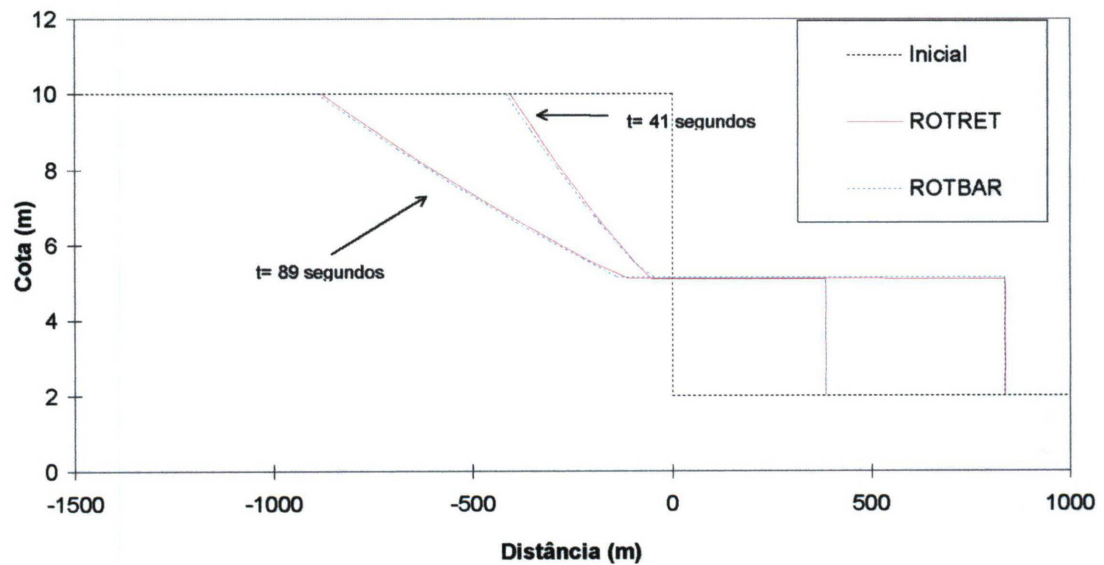


FIGURA 8.3 – APLICAÇÃO 1: COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS OBTIDOS PELO PROGRAMA ROTBAR COM OS RESULTADOS OBTIDOS PELO PROGRAMA ROTRET APRESENTADO POR FABIANI[1995]



8.2. Aplicação 2

Nesta aplicação utiliza-se o mesmo canal da aplicação anterior, alterando-se o coeficiente de rugosidade de Manning para $0,012 \text{ m}^{-1/3} \cdot \text{s}$, deixando assim de ser um escoamento ideal (sem rugosidade) para ser um escoamento com resistência. Os dados de entrada utilizados nesse estudo encontram-se na tabela 8.2.

TABELA 8.2 - DADOS FORNECIDOS AO PROGRAMA - APLICAÇÃO 2

| VARIÁVEL | | VALOR |
|-----------------------------------|--------------------------------------|---|
| Dados das seções transversais | Número de seções | 10 |
| | Tipo da seção | Retangular |
| | Largura da base | 20 m |
| | Declividade longitudinal do canal | 0 m/m |
| | Coeficiente de rugosidade de Manning | $0,012 \text{ m}^{-1/3} \cdot \text{s}$ |
| Dados gerais | Parâmetro Theta | 0,5 |
| | Parâmetro Phi | 0,667 |
| | Intervalo de tempo | 1 s |
| | Variação no espaço | 2.000 m |
| | Contribuição lateral | $0 \text{ m}^3/\text{s}$ |
| | Abscissa do início do canal | -14000 m |
| | Abscissa do final do canal | 4000 m |
| | Profundidade a montante da barragem | 10 m |
| | Profundidade a jusante da barragem | 2 m |
| Velocidade a montante da barragem | 0 m/s | |
| Condições iniciais | Número de pontos | 4 |
| | Ponto 1 (x e h) | -14.000 m e 10 m |
| | Ponto 2 (x e h) | 0 m e 10 m |
| | Ponto 3 (x e h) | 0,01 m e 2 m |
| | Ponto 4 (x e h) | 4.000 m e 2 m |
| Condições naturais | Número de pontos | 2 |
| | Ponto 1 (x , h e v) | -14.000 m, 2 m e 0 m/s |
| | Ponto 2 (x , h e v) | 4.000 m, 2 m e 0 m/s |
| Condições de contorno de montante | Número de pontos | 2 |
| | Ponto 1 (h , v e t) | 10 m, 0 m/s e 0 s |
| | Ponto 2 (h , v e t) | 10 m, 0 m/s e 1.000 s |
| Condições de contorno de jusante | Número de pontos | 2 |
| | Ponto 1 (h , v e t) | 2 m, 0 m/s e 0 s |
| | Ponto 2 (h , v e t) | 2 m, 0 m/s e 1.000 s |

A figura 8.4 compara os resultados obtidos pelo programa ROTBAR, para o escoamento com resistência (n igual a $0,012 \text{ m}^{-1/3}\cdot\text{s}$) com os resultados obtidos com o programa ANALITIC, apresentado por FABIANI[1995], para o escoamento ideal (sem resistência).

Observa-se, como esperado, que a presença de rugosidade no escoamento causa uma diminuição do nível de água na frente de onda, bem como em um retardo na sua chegada, devido a maior perda de energia.

A figura 8.5 apresenta os resultados de ON e LICH[1990] comparados aos resultados dos programas ROTBAR, e a figura 8.6 compara estes resultados com aqueles obtidos pelo programa ROTRET apresentado por FABIANI[1995].

Observa-se que o programa ROTBAR alcança resultados praticamente idênticos de deslocamento da onda no espaço em relação aos obtidos pelo programa ROTRET, mas fica abaixo do esperado em relação à altura do escoamento, enquanto os resultados de ON e LICH[1990] mostram novamente uma variação da altura da onda e do deslocamento.

FIGURA 8.4 – APLICAÇÃO 2: COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS OBTIDOS PELO PROGRAMA ROTBAR COM OS RESULTADOS OBTIDOS PELO PROGRAMA ANALITIC APRESENTADO POR FABIANI[1995]

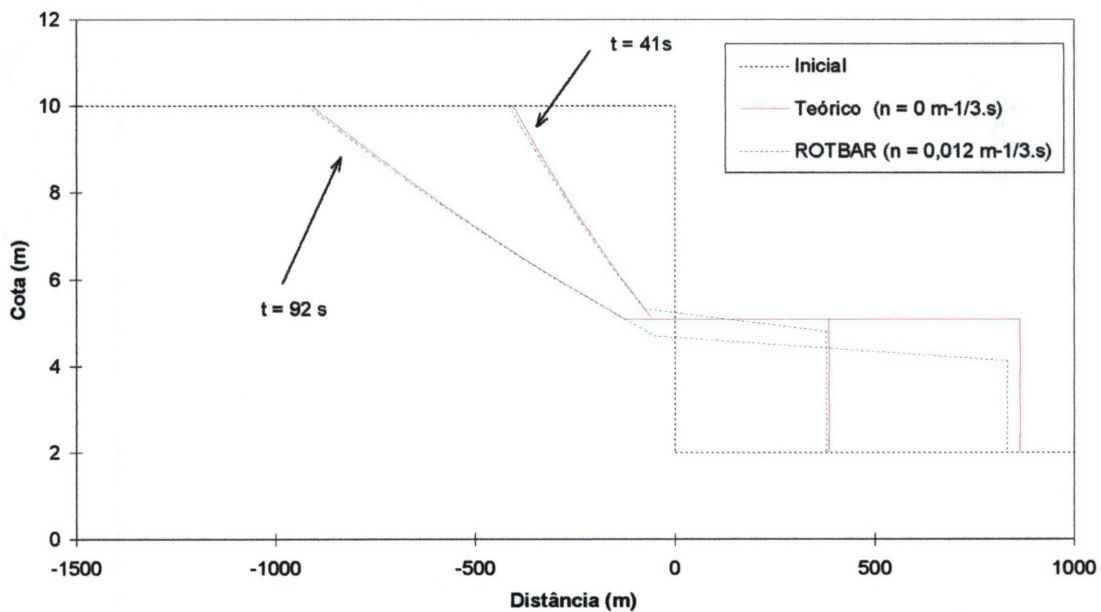


FIGURA 8.5 – APLICAÇÃO 2: COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS OBTIDOS PELO PROGRAMA ROTBAR COM OS RESULTADOS OBTIDOS POR ON E LICH[1990]

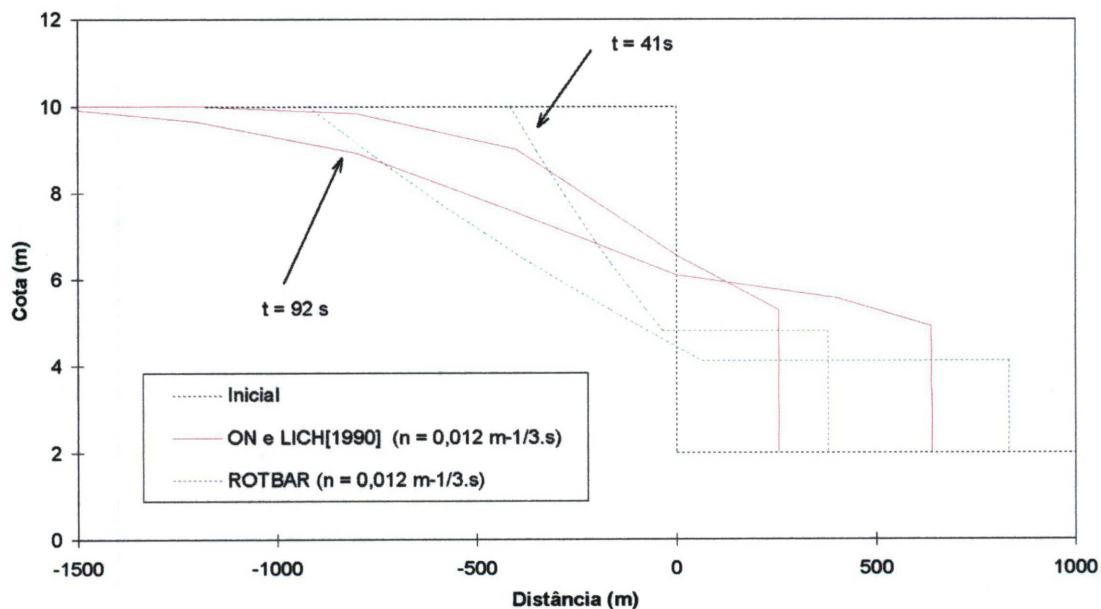
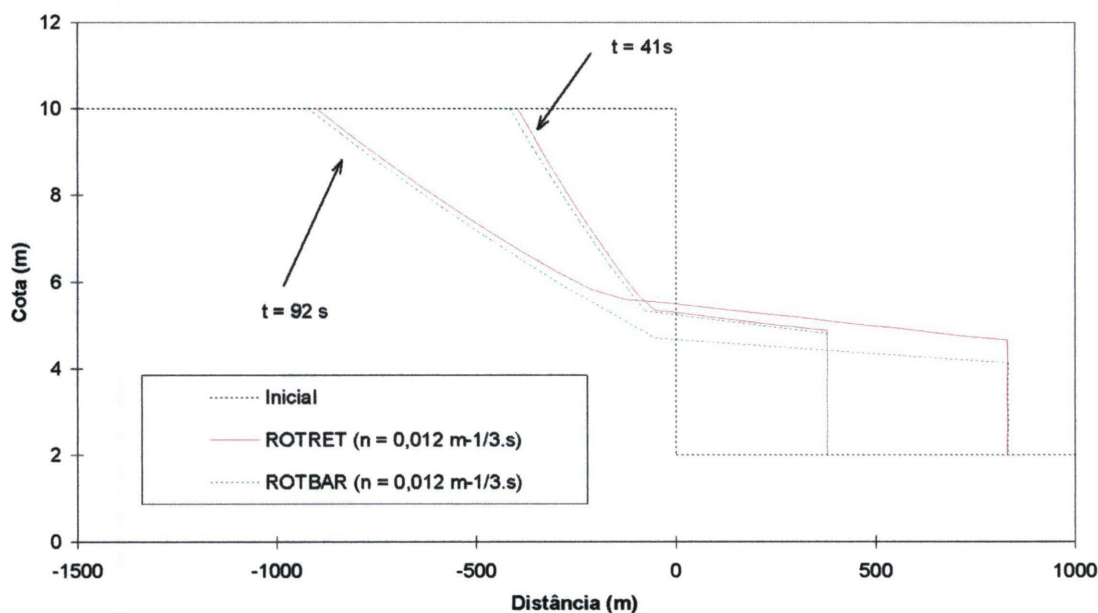


FIGURA 8.6 – APLICAÇÃO 2: COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS OBTIDOS PELO PROGRAMA ROTBAR COM OS RESULTADOS OBTIDOS PELO PROGRAMA ROTRET APRESENTADO POR FABIANI[1995]



Esta diferença na altura do escoamento vai crescendo com o passar do tempo. Para instantes de tempos pequenos ela é insignificante, mas para tempos maiores que 80 segundos esta diferença ultrapassa os 10%.

Alguns testes foram realizados na tentativa de solucionar esta diferença:

- alteração na tolerância (diferença entre a entrada e a saída nas interações) adotada no programa de 0,01 para 0,001. Esta alteração tornou o cálculo mais refinado mas o número de interações aumentou muito rapidamente, muitas vezes não sendo atingido a precisão desejada após 50 iterações;
- mudança das variáveis programadas como definidas como *reais* (aceita 12 casas decimais) para *double* (aceita 16 casas decimais) tomando com isso os números mais precisos; mas não houve qualquer mudança no resultado;
- utilização de uma variação no tempo diferente ($\Delta t = 0,5s$ e $\Delta t = 2s$): esta alteração também não apresentou diferença nos resultados;
- refino da malha no espaço (diminuição do valor de Δx de 2.000 m para 1.000 m); ao contrário do esperado, tal refino piorou o resultado.

Para tentar contornar este problema, adotou-se um coeficiente que multiplica a altura do choque do instante de tempo anterior e divide a velocidade, mantendo assim a vazão. A adoção deste coeficiente foi feita apenas na inicialização do sistema de equações não-lineares no cálculo do choque, e não no seu cálculo final. Este artifício produziu um resultado mais próximo da realidade, conforme podemos observar na figura 8.7.

O programa ROTRET não apresentou tal instabilidade numérica provavelmente porque suas equações foram inicialmente simplificadas para canal retangular.

A figura 8.8 apresenta a variação do nível d'água ao longo do tempo na seção onde está localizada a barragem. Como o nível d'água está a montante do choque, e portanto, com este já isolado, conforme está apresentado no item 7.1.3, o processo para sua obtenção é um problema normal de escoamento não-permanente, com o agravante do escoamento ser com fronteira móvel. Para o programa ROTRET, a solução destas equações é encontrada através do método das características convencional. Já para o programa ROTBAR ela é realizada pelo método de Preissmann.

Observa-se que mesmo utilizando métodos diferentes para sua obtenção, os níveis d'água ao longo do tempo são similares.

FIGURA 8.7 – APLICAÇÃO 2: COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS OBTIDOS PELO PROGRAMA ROTBAR (COM E SEM A UTILIZAÇÃO DO COEFICIENTE) COM OS RESULTADOS OBTIDOS PELO PROGRAMA ROTRET APRESENTADO POR FABIANI[1995]

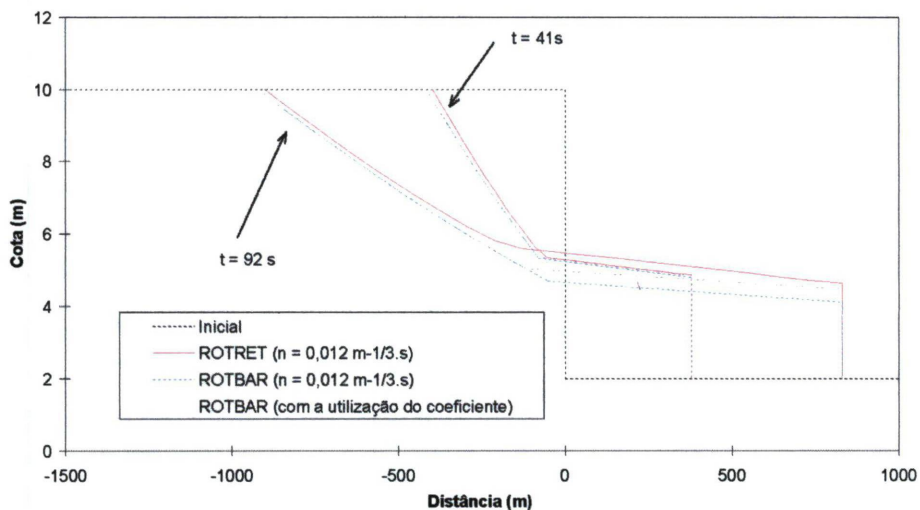
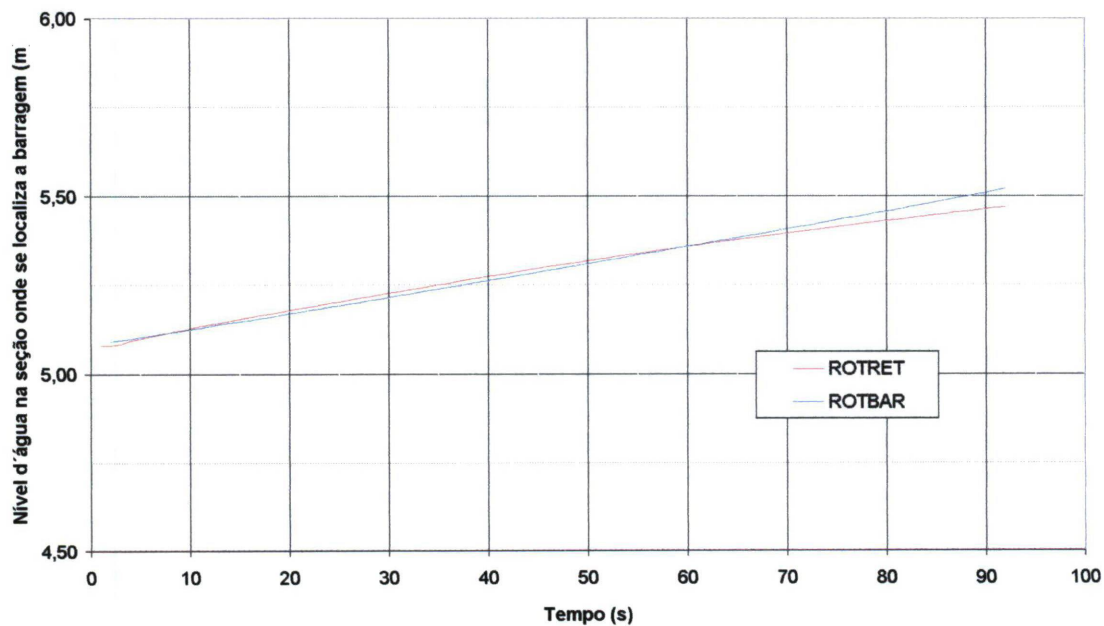


FIGURA 8.8 – APLICAÇÃO 2: COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS OBTIDOS PELO PROGRAMA ROTBAR NA SEÇÃO ONDE ESTÁ LOCALIZADA A BARRAGEM COM OS RESULTADOS OBTIDOS PELO PROGRAMA ROTRET APRESENTADO POR FABIANI[1995]



8.3. Aplicação 3

Neste caso foi analisado o comportamento do programa ROTBAR para um caso de canal com seção triangular. Utilizou-se o mesmo canal da aplicação anterior, apenas alterando a seção para triangular e variando o nível de água a jusante. Os dados de entrada utilizados nesse estudo encontram-se na tabela 8.3.

TABELA 8.3 - DADOS FORNECIDOS AO PROGRAMA - APLICAÇÃO 3

| VARIÁVEL | | VALOR |
|-----------------------------------|--------------------------------------|------------------------|
| Dados das seções transversais | Número de seções | 10 |
| | Tipo da seção | Triangular |
| | Inclinação taludes | 1h:1v |
| | Declividade longitudinal do canal | 0 m/m |
| | Coeficiente de rugosidade de Manning | 0 m ^{-1/3} .s |
| Dados gerais | Parâmetro Theta | 0,5 |
| | Parâmetro Phi | 0,667 |
| | Intervalo de tempo | 1 s |
| | Varição no espaço | 2.000 m |
| | Contribuição lateral | 0 m ³ /s |
| | Abcissa do início do canal | -14000 m |
| | Abcissa do final do canal | 4000 m |
| | Profundidade a montante da barragem | 10 m |
| | Profundidade a jusante da barragem | Var (2,3,4 e 5 m) |
| Velocidade a montante da barragem | 0 m/s | |
| Condições Iniciais | Número de pontos | 4 |
| | Ponto 1 (x e h) | -14.000 m e 10 m |
| | Ponto 2 (x e h) | 0 m e 10 m |
| | Ponto 3 (x e h) | 0,01 m e 2 m |
| | Ponto 4 (x e h) | 4.000 m e 2 m |
| Condições naturais | Número de pontos | 2 |
| | Ponto 1 (x , h e v) | -14.000 m, 2 m e 0 m/s |
| | Ponto 2 (x , h e v) | 4.000 m, 2 m e 0 m/s |
| Condições de contorno de montante | Número de pontos | 2 |
| | Ponto 1 (h , v e t) | 10 m, 0 m/s e 0 s |
| | Ponto 2 (h , v e t) | 10 m, 0 m/s e 1.000 s |
| Condições de contorno de jusante | Número de pontos | 2 |
| | Ponto 1 (h , v e t) | 2 m, 0 m/s e 0 s |
| | Ponto 2 (h , v e t) | 2 m, 0 m/s e 1.000 s |

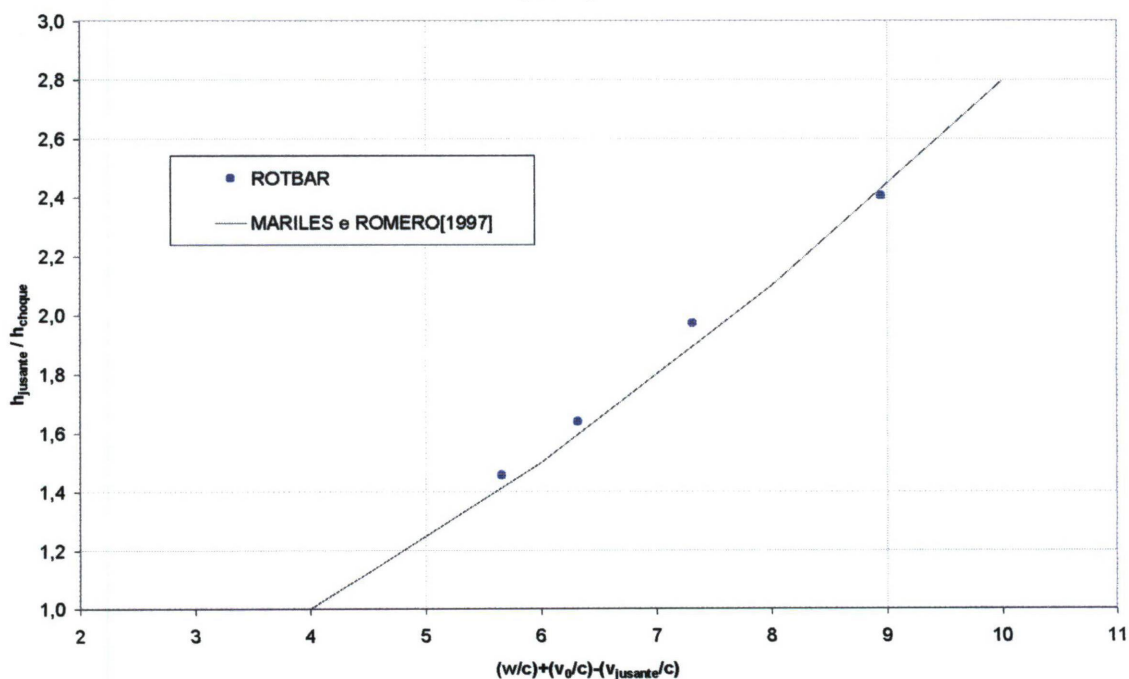
A tabela 8.4 mostra os resultados obtidos pelo programa ROTBAR, sendo h_{jusante} o nível de água a jusante da barragem; c a celeridade da onda; h_{choque} o nível de água na frente de onda e w_0 a velocidade da onda.

TABELA 8.4 – RESULTADOS DO PROGRAMA ROTBAR PARA A APLICAÇÃO 3

| h_{jusante} (m) | c (m/s) | h_{choque} (m) | w_0 (m/s) |
|-----------------------------|--------------|----------------------------|----------------|
| 2 | 3,13 | 4,81 | 28,01 |
| 3 | 3,83 | 5,92 | 28,01 |
| 4 | 4,43 | 6,55 | 28,01 |
| 5 | 4,95 | 7,28 | 28,01 |

Na figura 8.9 compara-se os resultados obtidos pelo programa ROTBAR com os resultados teóricos apresentados por MARILES E ROMERO[1997] através de um gráfico adimensional. É importante observar que o termo da abscissa é simplificado nesta aplicação, já que v_0 , velocidade a montante da barragem, e v_{jusante} , velocidade a jusante do choque, são iguais a zero.

FIGURA 8.9 – APLICAÇÃO 3: COMPARAÇÃO RESULTADOS OBTIDOS PELO PROGRAMA ROTBAR COM OS RESULTADOS TEÓRICOS APRESENTADOS POR MARILES E ROMERO [1997].



Observa-se que os resultados do programa ROTBAR estão muito próximos aos apresentados por MARILES E ROMERO[1997], que são obtidos analiticamente.

9. Conclusões e Recomendações

9.1 Conclusões

O modelo proposto, ROTBAR, adapta-se muito bem ao caso ideal (rugosidade igual a zero). Para os demais casos (rugosidade diferente de zero) observa-se que o modelo alcança resultados praticamente idênticos de deslocamento da onda no espaço em relação aos obtidos pelo programa ROTRET, mas fica abaixo do esperado em relação à altura do escoamento.

A existência da rugosidade influi de maneira significativa na dissipação do choque que ocorre de uma maneira mais rápida e conduz também a uma onda de menor altura em relação a que ocorre quando se considera a rugosidade nula.

Algumas evoluções do programa ROTBAR em relação ao ROTRET, elaborado por FABIANI[1995]; são:

- a) O canal pode apresentar seção qualquer;
- b) As condições de contorno a montante e a jusante podem ser não permanentes;
- c) A declividade e a rugosidade entre as seções podem ser variáveis para diferentes cotas;
- d) A velocidade a montante da barragem pode ser igual a zero sem a necessidade de alterá-la artificialmente para 1×10^{-11} m/s como acontecia no programa ROTRET.

Apesar de implantado computacionalmente, todas elas não foram testadas na totalidade.

O programa ROTBAR apresentou uma sensível redução no tempo de processamento das informações em relação ao programa ROTRET. Isto ocorre devido à adoção de um método de diferenças finitas implícito, ou seja, a utilização do esquema de Preissmann em lugar do método das características, até a

dissipação do choque (no programa ROTRET o cálculo era por características). A linguagem computacional utilizada (Delphi) é mais rápida que a Pascal.

Mesmo com esta alteração os resultados dos níveis de água ao longo do tempo na seção da barragem são similares como podemos observar na aplicação 2.

9.2. Recomendações

A diferença na altura do escoamento apresentado no caso 2 pode estar acontecendo devido ao amortecimento numérico ou dissipação numérica, que está diretamente ligado à forma de discretização do problema em questão. A procura de uma solução para este problema seria a primeira e mais importante recomendação para os trabalhos futuros.

O programa ROTRET não apresentou tal instabilidade numérica provavelmente porque suas equações foram inicialmente simplificadas para canal retangular.

Com o problema do amortecimento resolvido, deve-se observar se o programa garante a conservação da massa, já que o programa ROTRET apresentava este problema. Tal estudo é importante, pois a forma usual da equação de Saint-Venant é dita não conservativa devido à troca do termo inercial da equação da conservação da quantidade de movimento original por uma forma de mais fácil solução em função da consideração da velocidade como incógnita. Esta substituição, apesar de matematicamente correta, introduz no cálculo do balanço de massa uma variação no volume escoado.

Caso o problema da não conservação da massa se mantenha, propõe-se a troca das equações de Saint-Venant escritas na forma não conservativa pelas equações escritas na forma conservativa. Isto deve conduzir, também, a sistemas de equações mais complexos.

De qualquer forma, a variação da massa é um problema mesmo em programas que calculam a onda de ruptura. O modelo mais utilizado, o DAMBRK do *National Weather Service* (FREAD[1988]) e que faz uso das equações na forma não conservativa, também apresenta variação da massa, mesmo para casos de escoamento não-permanente convencional. A solução é obtida com um esquema de discretização implícito, de quatro pontos. As diferenças nesse caso são pequenas, e o manual do DAMBRK recomenda a sua minimização através de coeficientes disponíveis.

O modelo computacional adotado necessita de evoluções no que se refere à possibilidade de cálculo para rupturas não instantâneas, importante no que se refere as barragens brasileiras, já que apenas nas barragens em arco, não comuns no Brasil, pode-se considerar a ruptura como instantânea.

A inclusão de controles internos (outras barragens, ressaltos hidráulicos móveis, armazenamentos, corredeiras, etc...) no modelo, pode ampliar a faixa de utilização do programa.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABBOTT, M. B. Method of characteristics. In: MAHMOOD, K., YEVJEVICH, V. (Ed). **Unsteady flow in open channels**. Fort Collins : Water Resources Publ., 1975. v. 1, cap. 3.

ALAM, M. M.; BHUIYAN, M. A. Collocation finite element simulation of dam-break flows. **Journal of Hydraulic Engineering**, New York, v. 121, n. 2, p. 118-128, Feb. 1995.

ALMEIDA, A. B. de; RODRIGUES, D. A. Modelos matemáticos mistos 1-D/2-D para simulação de cheias provocadas por roturas de barragens. In : SIMPÓSIO LUSO-BRASILEIRO DE HIDRÁULICA E RECURSOS HÍDRICOS, 2., 1986, Lisboa. **Anais**. Lisboa : APRH, 1986. v. 1, p. 281-289.

AMEIN, Michael. The dam-break wave and the bore collapse on a beach. In: DAM-BREAK FLOOD ROUTING MODEL WORKSHOP (1977 : Bethesda). **Proceedings**, Washington, D. C. : Water Resources Council, 1977, p.1-17.

AMEIN, M. et al. Directed computation of dam-break waves. In : CONFERENCE ON FRONTIERS IN HYDRAULIC ENGINEERING, 1983, Cambridge. **Frontiers in hydraulic engineering: proceedings**, New York : ASCE, 1983. p. 331-336.

BASCO, D. R. Limitations of de Saint-Venant equation in dam-break analysis. **Journal of Hydraulic Engineering**, New York, v. 115, n. 7, p. 950-965, July 1989.

BELL, F. G. **Engineering geology and geotechnics**. London: Newnes-Butterworth, 1980. 497 p.

BELLOS, C. V. et al. Experimental investigation of two-dimensional dam-break induced flows, **Journal of Hydraulic Research**, Delft, v. 30, n.1, p. 47-63, 1992.

BICUDO, R. I.; LEME, C. R. M.; BOURDEAUX, G. **A reconstrução da barragem de Euclides da Cunha**: principais aspectos geotécnicos. In : SEMINÁRIO NACIONAL DE GRANDES BARRAGENS, 13., 1980, Rio de Janeiro. **Anais**. Rio de Janeiro, CBGB, 1980. v. 2, p. 183-204.

BREBBIA, C. A.; FERRANTE, A. J. **Computational methods for the solution of engineering problems**. London : Pentech Press, 1979. 354 p.

BURDEN, R. L. et al. **Numerical analysis**. Boston : Weber and Schimdt, 1980. 579 p.

CHEN, C.-I.; ARMBRUSTER, J. T. Dam-break wave model : formulation and verification. **Journal of the Hydraulics Division**, New York, v. 106, n. 5, p. 747-767, May 1980.

- CHOW, V. T. **Open-channel hydraulics**. New York : Mc Graw-Hill, 1959. 680 p.
- COMITÊ BRASILEIRO DE GRANDES BARRAGENS. Núcleo Regional de São Paulo. Comissão Regional de Segurança de Barragens. **Guia básico de segurança de barragens**. São Paulo : CBGB, 1998. 77 p.
- COMITÊ BRASILEIRO DE GRANDES BARRAGENS. Comissão Técnica de Segurança de Barragens. **Segurança de barragens** : recomendações para a formulação e verificação de critérios e procedimentos. Rio de Janeiro : CBGB, 1986. 117 p.
- COSTA, J. C. E. Estimativa de onda de cheia proveniente de ruptura hipotética de barragem e sua propagação segundo metodologia do National Weather Service. In : SEMINÁRIO NACIONAL DE PRODUÇÃO E TRANSMISSÃO DE ENERGIA ELÉTRICA, 9., 1978, Belo Horizonte. **Anais**. Belo Horizonte : CEMIG, 1978.
- CUNGE, J. A. et al. **Practical aspects of computational river hydraulics**, London : Pitman, 1980. 420 p.
- DAMMULLER, D. C. et al. Modeling of unsteady flow in curved channel. **Journal of Hydraulic Engineering**, New York, v. 115, n. 11, 1479-1495, Nov. 1989.
- DZIEDZIC, M. **Investigação sobre a aplicabilidade de um esquema de elementos finitos para a solução das equações de Saint-Venant**. 1988. 166p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Hidráulica) - Universidade Federal do Paraná, Curitiba.
- ELETROBRÁS. **Avaliação da segurança de barragens existentes**. Rio de Janeiro, 1987. 169 p.
- ELLIOT, R. C.; CHAUDHRY, M. H. A wave propagation model for two-dimensional dam-break flows. **Journal of Hydraulic Research**, Delft, v. 30, n. 4, p.467-483, 1992.
- ESTADOS UNIDOS. Committee on Large Dams. **Lessons from dams incidents** : USA, New York : ASCE, 1975, 387 p.
- _____. **Lessons from dams incidents** : USA, II. New York : ASCE, 1988. 222 p.
- ESTADOS UNIDOS. Department of The Interior. **Report on failure of Teton Dam**. Idaho, 1976.
- FABIANI, A. L. T. **Contribuição ao estudo das ondas geradas pela ruptura de barragens**. 1995. 193 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Hidráulica) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba.

FENNEMA, R. J.; CHAUDHRY, M. H. Explicit methods for 2-D transient free-surface flows. **Journal of Hydraulic Engineering**, New York, v. 116, n. 8, p. 1013-1034, Aug. 1990.

FREAD, D. L. Technique for implicit dynamic routing in rivers with tributaries. **Water Resources Research**, Washington, v. 9, n. 4, p. 918-926, Sep. 1973.

FREAD, D. L. **The NWS DAMBRK model** : theoretical background / user documentation. Silver Spring : U. S. Department of Commerce, 1988. paginação irregular.

FREAD, D. L. **Breach** : an erosion model for earth dams failures. July. 1998. Disponível em <http://hsp.nws.noaa.gov/oh/hrl/rvemech/rvrmain.htm>. Acesso em 13 de março de 2002.

FRENCH, Richard H. **Open-channel hydraulics**. New York : McGraw-Hill, 1985. 705 p.

HENDERSON, F. M. **Open channel flow**. New York : MacMillan, 1966. 522 p.

INTERNATIONAL COMMISSION ON LARGE DAMS. **Lessons from dam incidents**. Abridged ed. Boston : USCOLD, 1973.

INTERNATIONAL COMMISSION ON LARGE DAMS. **Dam failures statistical analyses**. Abridged ed. Boston : USCOLD, 1995.

KATOPODES, N. A dissipative Galerkin scheme for open-channel flow. **Journal of Hydraulic Engineering**, New York, v.110, n.4, p. 450-466, Apr. 1984.

KATOPODES, N.; STRELKOFF, T. Computing two-dimensional dam-break flood waves. **Journal of Hydraulic Division**, New York, v. 104, n.9, p. 1269-1288, Sept. 1978.

KORDAS, B.; WITKOWSKA, H. Mathematical model of a dam-break wave. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON UNSTEADY FLOW IN OPEN CHANNELS, 1976, Newcastle-Upon-Tyne. **Proceedings**. Cranfield: BHRA Fluid Engineering, 1976. p. C2-19.

LIGGETT, J. A.; CUNGE, J. A. Numerical methods of solution of the unsteady flow equations. In: MAHMOOD, K.; YEVJEVICH, V. (Ed.) **Unsteady flow in open channels**. Collins : Water Resources Publ., 1975, v. 1, cap. 4.

LYN, D. A.; GOODWIN, P. Stability of a general Preissmann scheme. **Journal of Hydraulic Engineering**, New York, v. 113, n. 1, p. 16-28, Jan. 1987.

MALISKA, C. R. **Transferência de calor e mecânica dos fluidos computacional**. Rio de Janeiro : LTC, 1995. 424 p.

MARILES, Ó. A. F.; ROMERO, J. O. **Rotura de embalses** : capítulo 25 del Manual de Ingeniería de Ríos. México : Instituto de Ingeniería – UNAM, Dic. 1997. 92 p. (Series Del Instituto de Ingeniería, nº 596)

MAHMOOD, K., YEVJEVICH, V. (Ed). **Unsteady flow in open channels**. Fort Collins : Water Resources Publ., 1975. v. 1.

MARQUES FILHO, P. L. (Org.) **Geologia de barragens**: notas de aula. Curitiba : Universidade Federal do Paraná. 1986.

MARTINS, R.; VISEU T. **Legislação sobre segurança de barragens**. Lisboa : LENEC, 1999. 181 p.

MASCARENHAS, F. C. B. **Modelação matemática de ondas provocadas por ruptura de barragens**. 1990, 291 p. Tese (Doutorado) - COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro.

MASCARENHAS, F. C. B.; SILVA, R. C. V. da. Alternativas da metodologia para a propagação de ondas de ruptura de barragens. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE HIDROLOGIA E RECURSOS HÍDRICOS, 7., 1987, Salvador. **Anais**. São Paulo : ABRH, 1987, v. 3, p. 34-42.

MEGLA, T. The effect on Peruca dam of the war in Croatia. **International Water Power & Dam Construction**, Sutton – UK, v. 45, n. 1, p. 15-16, Jan. 1993.

MILLER, S.; CHAUDHRY, M. H. Dam-break flows in curved channel. **Journal of Hydraulic Engineering**, New York, v. 115, n. 11, p. 1465-1478, Nov. 1989.

MUSKATIROVIC, J.; KAPOR, R. Analysis of the control of floods caused by the failure of a cascade system of dams. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON THE HYDRAULIC OF FLOODS AND FLOOD CONTROL, 2., 1985, Cambridge. **Proceedings**, Cranfield : BHRA Fluid Engineering, 1985. p. 49-61.

NOGUEIRA, V. de P. Q. **A mathematical model of progressive earth dam failure**. 1984. 137 p. Tese (Doutorado) - Colorado State University, Fort Collins.

ON. HOANG QUOC; LICH, TRANGIA. Ecoulement en rivière après une rupture de barrage. Calcul par la méthode des différences finies associées avec des caractéristiques. **La Houille Blanche**. Paris, n. 6, p. 433-439, 1990.

PASINATO, H.; TUCCI, C. E. M. Modelo matemático para ondas abruptas em rios e canais. **RBE. Caderno de Recursos Hídricos**, Rio de Janeiro, vol. 10, n. 2, p. 131-152, Dez. 1992.

PORTO, R. de M. **Hidráulica Básica**. São Carlos : EESC – USP, 2000. 2ª Edição, 540 p.

REINA, P. Threat appears to ease in Croatia. **Engineering News Record**, New York, v. 230, n. 6, p. 8, Feb. 8, 1993.

REYNOLDS, P. Race on to save sabotaged Peruca Dam. **World Water and Environmental Engineer**, p. 4-5, Jan./Feb. 1993.

SAKKAS, J. G.; STRELKOFF, T. Dam-break flood in a prismatic dry channel. **Journal of the Hydraulics Division**, New York, v. 99, n. 12, p. 2195-2216, Dec. 1973.

SILVA, R. C. de V. da, MASCARENHAS, F. B. Estudo de onda provocada por ruptura eventual de barragem durante a sua construção. In: SIMPÓSIO LUSO-BRASILEIRO DE HIDRÁULICA E RECURSOS HÍDRICOS (4. : 1989 : Lisboa). **Anais** : SILUSB. Lisboa : APRH, 1989, v. 2, p.350-358.

SIQUEIRA, G. Q. As lições do Rio Pardo. In: XII SEMINÁRIO NACIONAL DE GRANDES BARRAGEM, 12., 1978, São Paulo. **Anais**. Rio de Janeiro, CBGB, 1978. v. 2, p. 137-170.

STAGG, K. G. Rock Mechanics in Arch Dam Engineering, In:_____. **Theory of Arch Dams**. London, Pergamain Press, 1965.

STAPLENDON, D. H. Geological hazards and water storage. **Bulletin of the International Association of Engineering Geology**, n. 14, p.249-262, 1976.

STOKER, J. J. **Water waves** : the mathematical theory with applications. New York : Interscience, 1957. cap. 2, 10 e 12.

TINGSANCHALI, T.; RATTANAPITIKON, W. 2-D mathematical modelling for dam break wave propagation in supercritical and subcritical flows. In: CONGRESS IAHR, 25., 1993; Tokio. **Proceedings**. Tokio : IAHR, 1993, v. 1, p. 25-32.

THOMAS, H. H. **The engineering of large dams**. London : John Wiley & Sons, 1976. v. 1. 376 p

TOWNSON, J. M.; AL-SAHILI, A. H. Models of dam-break flow in R-T space. **Journal of Hydraulic Engineering**, New York, v. 115, n. 5, p. 561-575, May 1989.

TUCCI, C. E. M. **Modelos hidrológicos**. Rio de Janeiro : RBE, 1988. v. 2.

VARGAS, M.; NUNES, A. J. da C.; LOPES, J. de C.; CONTINENTINO, L.; DANTE, F. **A ruptura da barragem da Pampulha**. São Paulo: IPT, 1955. 109 p.

WISEU, T.; ALMEIDA, A. B. Análise da influência da inércia no escoamento de barragens em rotura. In: SIMPÓSIO DE HIDRÁULICA E RECURSOS HÍDRICOS DOS PAÍSES DE LÍNGUA OFICAL PORTUGUESA, 2., 1995, Recife. **Anais**. Recife: ABRH, 1995. v. 4, p. 1-8.

WISEU, T.; MARTINS, R. Optimização de recursos nas ações de segurança de barragens. In: SIMPÓSIO DE HIDRÁULICA E RECURSOS HÍDRICOS DOS PAÍSES DE LÍNGUA OFICAL PORTUGUESA, 3., 1997, Maputo. **Anais**. Maputo: AMCT, APRH, 1997. V.2, 9 p. (Trabalho n. 41).

XANTOPOULOS, T.; KOUTITAS, C. Numerical simulation of two dimensional flood wave propagation due to dam failure. **Journal of Hydraulic Research**, Delft, v. 14, n. 4, p. 321-331, 1976.

YEVJEVICH, V. Sudden water release. In: MAHMOOD, K., YEVJEVICH, V. (Ed). **Unsteady flow in open channels**. Fort Collins : Water Resources Publ., 1975. v. 2, cap. 15.

ZHAO, D. H. et al. Finite-volume two-dimensional unsteady-flow model for river basins. **Journal of Hydraulic Engineering**, New York, v. 120, n. 7, p. 863-883, July 1994.

ANEXOS

ANEXO A

- Discretização do primeiro intervalo de tempo;
- Discretização das equações de Hugoniot-Rankine;
- Discretização das equações de Saint-Venant e
- Esquema de solução dos sistemas de equações não lineares.

ANEXO B

- Listagens dos dados dos exemplos de aplicação.

ANEXO A

DISCRETIZAÇÃO DO PRIMEIRO INTERVALO DE TEMPO;
DISCRETIZAÇÃO DAS EQUAÇÕES DE HUGONOT-RANKINE;
DISCRETIZAÇÃO DAS EQUAÇÕES DE SAINT-VENANT E
ESQUEMA DE SOLUÇÃO DOS SISTEMAS DE EQUAÇÕES NÃO LINEARES.

ANEXO A

A.1 - DISCRETIZAÇÃO DO PRIMEIRO INTERVALO DE TEMPO

No primeiro intervalo de tempo, assumimos que a ruptura ocorre com escoamento ideal, isto é, sem rugosidade e viscosidade e é utilizado o método de Stoker para a solução. Assim, o cálculo é realizado como descrito no item 6.1.2. As equações utilizadas são as 6.2.A e 6.2.B, reproduzidas abaixo.

$$\begin{cases} v(x, t) = \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{x}{t} + \sqrt{g \cdot h_1} \right) & \text{(A.1.1)} \\ h(x, t) = \frac{1}{9 \cdot g} \cdot \left(2 \cdot \sqrt{g \cdot h_1} - \frac{x}{t} \right)^2 & \text{(A.1.2)} \end{cases}$$

O ressalto hidráulico móvel que se forma após a ruptura é representado pela figura 6.3 e calculado pelo sistema de equações não-lineares 6.6.A a 6.6.C, reproduzidos na seqüência:

$$\begin{cases} \left(\frac{(w - v_4)^2}{g \cdot h_4} - \frac{1}{2} \cdot \frac{h_3}{h_4} \cdot \left(\frac{h_3}{h_4} + 1 \right) \right) = F_1 = 0 & \text{(A.1.3)} \\ (w - v_4) \cdot h_4 - (w - v_3) \cdot h_3 = F_2 = 0 & \text{(A.1.4)} \\ (v_3 + 2 \cdot \sqrt{g \cdot h_3}) - (v_1 + 2 \cdot \sqrt{g \cdot h_1}) = F_3 = 0 & \text{(A.1.5)} \end{cases}$$

O sistema matricial:

$$\underset{\sim}{M} \cdot \underset{\sim}{x} = \underset{\sim}{b} \quad \text{(A.1.6)}$$

é composto por:

$$\tilde{\mathbf{M}} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial w} & \frac{\partial F_1}{\partial h_3} & \frac{\partial F_1}{\partial v_3} \\ \frac{\partial F_2}{\partial w} & \frac{\partial F_2}{\partial h_3} & \frac{\partial F_2}{\partial v_3} \\ \frac{\partial F_3}{\partial w} & \frac{\partial F_3}{\partial h_3} & \frac{\partial F_3}{\partial v_3} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{Bmatrix} \quad (\text{A.1.7})$$

$$\mathbf{x}^T = \{\Delta w \quad \Delta h_3 \quad \Delta v_3\} \quad (\text{A.1.8})$$

$$\mathbf{b}^T = \{-F_1 \quad -F_2 \quad -F_3\} \quad (\text{A.1.9})$$

Onde Δ representa o incremento na solução em cada iteração ($\Delta f = f_i - f_{i-1}$) e os coeficientes não nulos são:

$$a_{11} = 1$$

$$a_{12} = - \frac{\left[\left(\frac{\partial A_3}{\partial h_3} \cdot v_3 \right) (A_3 - A_4) \right] - \left[\frac{\partial A_3}{\partial h_3} \cdot (A_3 \cdot v_3 - A_4 \cdot v_4) \right]}{(A_3 - A_4)^2}$$

$$a_{13} = - \frac{A_3}{(A_3 - A_4)}$$

$$a_{22} = - \frac{1}{2} \cdot \left[\frac{(A_3 - A_4) \cdot (g \cdot (\bar{h}_3 \cdot A_3 - \bar{h}_4 \cdot A_4))}{A_3 \cdot A_4} \right]^{\frac{1}{2}} \times \dots \quad (\text{A.1.10})$$

$$\dots \times \left\{ \left[\frac{(m'n) - (n'm)}{n^2} \cdot o' \right] + \left[\frac{(o'n) - (n'o)}{n^2} \cdot m' \right] \right\}$$

$$a_{23} = 1$$

$$a_{32} = \frac{\partial w}{\partial h}$$

$$a_{33} = 1$$

a
(A.1.16)

Sendo:

$$m = (A_3 - A_4) \quad (\text{A.1.17})$$

$$m' = \frac{\partial A_3}{\partial h_3} \quad (\text{A.1.18})$$

$$n = (A_3, A_4) \quad (\text{A.1.19})$$

$$n' = \frac{\partial A_3}{\partial v_3} \cdot A_4 \quad (\text{A.1.20})$$

$$o = g \cdot (\bar{h}_3 A_3 - \bar{h}_4 A_4) \quad (\text{A.1.21})$$

$$o' = g \cdot \left[\left(\frac{\partial \bar{h}_3}{\partial h_3} \cdot A_3 \right) + \left(\frac{\partial A_3}{\partial h_3} \cdot \bar{h}_3 \right) \right] \quad (\text{A.1.22})$$

A solução é obtida empregando-se o método de Newton (ver anexo A.4).

A.2 - DISCRETIZAÇÃO DAS EQUAÇÕES DE HUGONIOT-RANKINE

As equações de Hugoniot-Rankine são aplicáveis à região próxima ao choque sendo sua solução iterativa, e em duas etapas: primeiro resolve-se o escoamento de jusante e depois o de montante do choque.

A.2.1 - A jusante

A jusante são utilizadas as características positiva (que parte do ponto L) e negativa (que parte do ponto R), conforme as equações 5.19.A e 5.19.B, o que fornece quatro equações (duas equações de inclinação das linhas características e outras duas dos 'invariantes'), como mostra a figura 7.2. A interpolação dos valores de v e h nos pontos L e R fornecem mais quatro equações. As incógnitas deste sistema de equações são x_L e x_R (ordenadas dos pontos L e R), v_L e v_R (velocidades

nos pontos L e R), h_L e h_R (profundidades dos pontos L e R), $v_{S_{i+1}}^J$ e $h_{S_{i+1}}^J$ (velocidade e profundidade do escoamento a jusante do choque), conduzindo a um sistema não linear de 8 equações a 8 incógnitas.

$$\begin{cases} x_L - x_{S'} - \Delta t \cdot (v_L + \alpha_L \cdot \lambda_L^+ \cdot D_L) = 0 \\ (v_{S_2} + h_{S_2} \cdot \lambda_{S_2}^+) - (v_L + h_L \cdot \lambda_L^+) - F_L^+ \cdot \Delta t = 0 \\ x_R - x_{S'} - \Delta t \cdot (v_R + \alpha_R \cdot \lambda_R^- \cdot D_R) = 0 \\ (v_{S_2} + h_{S_2} \cdot \lambda_{S_2}^-) - (v_R + h_R \cdot \lambda_R^-) - F_R^- \cdot \Delta t = 0 \\ (v_L - v_L^a) \cdot (x_L^p - x_L^a) - (x_L - x_L^a) \cdot (v_L^p - v_L^a) = 0 \\ (h_L - h_L^a) \cdot (x_L^p - x_L^a) - (x_L - x_L^a) \cdot (h_L^p - h_L^a) = 0 \\ (v_R - v_R^a) \cdot (x_R^p - x_R^a) - (x_R - x_R^a) \cdot (v_R^p - v_R^a) = 0 \\ (h_R - h_R^a) \cdot (x_R^p - x_R^a) - (x_R - x_R^a) \cdot (h_R^p - h_R^a) = 0 \end{cases} \quad \begin{matrix} \text{(A.2.1)} \\ \\ \text{a} \\ \text{(A.2.8)} \end{matrix}$$

Sendo:

$$\lambda^\pm = -\frac{1}{2} \cdot \frac{1-\alpha}{\alpha} \cdot \frac{v}{D} \pm \sqrt{\left(\frac{1}{2} \cdot \frac{1-\alpha}{\alpha} \cdot \frac{v}{D}\right)^2 + \frac{g}{\alpha D}} \quad \text{(A.2.9)}$$

$$F^\pm = g \cdot (S_0 - S_f) + \frac{\alpha \cdot q_L}{B} \cdot \left(\lambda^\pm - \frac{v}{\alpha D}\right) - \alpha \cdot \lambda^\pm \cdot \frac{v}{B} \cdot A_x^h \quad \text{(A.2.10)}$$

O sistema matricial:

$$\underset{\sim}{M} \cdot \underset{\sim}{x} = \underset{\sim}{b} \quad \text{(A.2.11)}$$

é composto por:

$$\underset{\sim}{x}^T = \left\{ \Delta x_L \quad \Delta v_L \quad \Delta h_L \quad \Delta x_R \quad \Delta v_R \quad \Delta h_R \quad \Delta v_{S_2} \quad \Delta h_{S_2} \right\} \quad \text{(A.2.12)}$$

$$\underset{\sim}{b}^T = \left\{ -F_1 \quad -F_5 \quad -F_6 \quad -F_3 \quad -F_7 \quad -F_8 \quad -F_4 \quad -F_2 \right\} \quad \text{(A.2.13)}$$

$$M = \begin{pmatrix} \frac{\partial E_1}{\partial x_L} & \frac{\partial E_1}{\partial v_L} & \frac{\partial E_1}{\partial h_L} & \frac{\partial E_1}{\partial x_R} & \frac{\partial E_1}{\partial v_R} & \frac{\partial E_1}{\partial h_R} & \frac{\partial E_1}{\partial v_{S+1}^J} & \frac{\partial E_1}{\partial h_{S+1}^J} \\ \frac{\partial E_2}{\partial x_L} & \frac{\partial E_2}{\partial v_L} & \frac{\partial E_2}{\partial h_L} & \frac{\partial E_2}{\partial x_R} & \frac{\partial E_2}{\partial v_R} & \frac{\partial E_2}{\partial h_R} & \frac{\partial E_2}{\partial v_{S+1}^J} & \frac{\partial E_2}{\partial h_{S+1}^J} \\ \frac{\partial E_3}{\partial x_L} & \frac{\partial E_3}{\partial v_L} & \frac{\partial E_3}{\partial h_L} & \frac{\partial E_3}{\partial x_R} & \frac{\partial E_3}{\partial v_R} & \frac{\partial E_3}{\partial h_R} & \frac{\partial E_3}{\partial v_{S+1}^J} & \frac{\partial E_3}{\partial h_{S+1}^J} \\ \frac{\partial E_4}{\partial x_L} & \frac{\partial E_4}{\partial v_L} & \frac{\partial E_4}{\partial h_L} & \frac{\partial E_4}{\partial x_R} & \frac{\partial E_4}{\partial v_R} & \frac{\partial E_4}{\partial h_R} & \frac{\partial E_4}{\partial v_{S+1}^J} & \frac{\partial E_4}{\partial h_{S+1}^J} \\ \frac{\partial E_5}{\partial x_L} & \frac{\partial E_5}{\partial v_L} & \frac{\partial E_5}{\partial h_L} & \frac{\partial E_5}{\partial x_R} & \frac{\partial E_5}{\partial v_R} & \frac{\partial E_5}{\partial h_R} & \frac{\partial E_5}{\partial v_{S+1}^J} & \frac{\partial E_5}{\partial h_{S+1}^J} \\ \frac{\partial E_6}{\partial x_L} & \frac{\partial E_6}{\partial v_L} & \frac{\partial E_6}{\partial h_L} & \frac{\partial E_6}{\partial x_R} & \frac{\partial E_6}{\partial v_R} & \frac{\partial E_6}{\partial h_R} & \frac{\partial E_6}{\partial v_{S+1}^J} & \frac{\partial E_6}{\partial h_{S+1}^J} \\ \frac{\partial E_7}{\partial x_L} & \frac{\partial E_7}{\partial v_L} & \frac{\partial E_7}{\partial h_L} & \frac{\partial E_7}{\partial x_R} & \frac{\partial E_7}{\partial v_R} & \frac{\partial E_7}{\partial h_R} & \frac{\partial E_7}{\partial v_{S+1}^J} & \frac{\partial E_7}{\partial h_{S+1}^J} \\ \frac{\partial E_8}{\partial x_L} & \frac{\partial E_8}{\partial v_L} & \frac{\partial E_8}{\partial h_L} & \frac{\partial E_8}{\partial x_R} & \frac{\partial E_8}{\partial v_R} & \frac{\partial E_8}{\partial h_R} & \frac{\partial E_8}{\partial v_{S+1}^J} & \frac{\partial E_8}{\partial h_{S+1}^J} \\ \frac{\partial E_9}{\partial x_L} & \frac{\partial E_9}{\partial v_L} & \frac{\partial E_9}{\partial h_L} & \frac{\partial E_9}{\partial x_R} & \frac{\partial E_9}{\partial v_R} & \frac{\partial E_9}{\partial h_R} & \frac{\partial E_9}{\partial v_{S+1}^J} & \frac{\partial E_9}{\partial h_{S+1}^J} \\ \frac{\partial E_{10}}{\partial x_L} & \frac{\partial E_{10}}{\partial v_L} & \frac{\partial E_{10}}{\partial h_L} & \frac{\partial E_{10}}{\partial x_R} & \frac{\partial E_{10}}{\partial v_R} & \frac{\partial E_{10}}{\partial h_R} & \frac{\partial E_{10}}{\partial v_{S+1}^J} & \frac{\partial E_{10}}{\partial h_{S+1}^J} \\ \frac{\partial E_{11}}{\partial x_L} & \frac{\partial E_{11}}{\partial v_L} & \frac{\partial E_{11}}{\partial h_L} & \frac{\partial E_{11}}{\partial x_R} & \frac{\partial E_{11}}{\partial v_R} & \frac{\partial E_{11}}{\partial h_R} & \frac{\partial E_{11}}{\partial v_{S+1}^J} & \frac{\partial E_{11}}{\partial h_{S+1}^J} \\ \frac{\partial E_{12}}{\partial x_L} & \frac{\partial E_{12}}{\partial v_L} & \frac{\partial E_{12}}{\partial h_L} & \frac{\partial E_{12}}{\partial x_R} & \frac{\partial E_{12}}{\partial v_R} & \frac{\partial E_{12}}{\partial h_R} & \frac{\partial E_{12}}{\partial v_{S+1}^J} & \frac{\partial E_{12}}{\partial h_{S+1}^J} \\ \frac{\partial E_{13}}{\partial x_L} & \frac{\partial E_{13}}{\partial v_L} & \frac{\partial E_{13}}{\partial h_L} & \frac{\partial E_{13}}{\partial x_R} & \frac{\partial E_{13}}{\partial v_R} & \frac{\partial E_{13}}{\partial h_R} & \frac{\partial E_{13}}{\partial v_{S+1}^J} & \frac{\partial E_{13}}{\partial h_{S+1}^J} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{18} \\ \dots & \dots & \dots \\ a_{81} & \dots & a_{88} \end{pmatrix} \quad (\text{A.2.14})$$

Onde Δ representa o incremento na solução em cada iteração ($\Delta f = f_i - f_{i-1}$).

Os coeficientes não nulos são:

$$a_{11} = 1 \quad (\text{A.2.15})$$

$$a_{12} = \frac{-(1-\alpha_L)}{2\alpha_L \cdot D_L} + \frac{0,25(1-\alpha_L)^2 \cdot v_L}{\alpha_L^2 \cdot D_L^2 \sqrt{\frac{g}{\alpha_L \cdot D_L} + \frac{(1-\alpha_L)^2 \cdot v_L^2}{4\alpha_L^2 \cdot D_L^2}}} \quad (\text{A.2.16})$$

$$a_{13} = \left\{ \frac{\alpha_L \cdot \Delta f \cdot \frac{\partial A_L}{\partial h_L} \left[\frac{-(1-\alpha_L)v_L \cdot B_L}{2\alpha_L \cdot A_L} + \sqrt{\frac{g \cdot B_L}{\alpha_L \cdot A_L} + \frac{(1-\alpha_L)^2 \cdot v_L^2 \cdot B_L^2}{4\alpha_L^2 \cdot A_L^2}} \right]}{B_L} \right\} + \dots \quad (\text{A.2.17})$$

$$\begin{aligned}
& \dots + \left\{ \frac{\alpha_L \cdot \Delta t \cdot A_L \frac{\partial B_L}{\partial h_L} \left[\frac{-(1-\alpha_L)v_L \cdot B_L}{2\alpha_L \cdot A_L} + \sqrt{\frac{g \cdot B_L}{\alpha_L \cdot A_L} + \frac{(1-\alpha_L)^2 \cdot v_L^2 \cdot B_L^2}{4\alpha_L^2 \cdot A_L^2}} \right]}{B_L} / \dots \right. \\
& \dots / \left[-\alpha_L \cdot \Delta t \cdot A_L \cdot \left(\frac{-(1-\alpha_L)v_L \cdot B_L \cdot \frac{\partial A_L}{\partial h_L}}{2\alpha_L \cdot A_L^2} - \frac{(1-\alpha_L)v_L \cdot \frac{\partial B_L}{\partial h_L}}{2\alpha_L \cdot A_L} + \dots \right. \right. \\
& \left. \left. \frac{g \cdot \frac{\partial B_L}{\partial h_L}}{\alpha_L \cdot A_L} - \frac{(1-\alpha_L)^2 \cdot v_L^2 \cdot B_L^2 \cdot \frac{\partial A_L}{\partial h_L}}{2\alpha_L^2 \cdot A_L^3} - \frac{g \cdot B_L \cdot \frac{\partial A_L}{\partial h_L}}{\alpha_L \cdot A_L^2} + \frac{(1-\alpha_L)^2 \cdot v_L^2 \cdot B_L^2 \cdot \frac{\partial B_L}{\partial h_L}}{2\alpha_L^2 \cdot A_L^2} \right) \right. \\
& \left. \left. \frac{2 \cdot \sqrt{\frac{g \cdot B_L}{\alpha_L \cdot A_L} + \frac{(1-\alpha_L)^2 \cdot v_L^2 \cdot B_L^2}{4\alpha_L^2 \cdot A_L^2}}}{2\alpha_L^2 \cdot A_L^2} \right] \right\}
\end{aligned}$$

$$a_{21} = -(v_{P_L} - v_{A_L}) \tag{A.2.18}$$

$$a_{22} = x_{P_L} - x_{A_L} \tag{A.2.18}$$

$$a_{31} = -(h_{P_L} - h_{A_L}) \tag{a}$$

$$a_{33} = x_{P_L} - x_{A_L} \tag{A.2.22}$$

$$a_{44} = 1$$

$$a_{45} = \frac{-(1-\alpha_R)}{2\alpha_R \cdot D_R} - \frac{0,25(1-\alpha_R)^2 \cdot v_R}{\alpha_R^2 \cdot D_R^2 \cdot \sqrt{\frac{g}{\alpha_R \cdot D_R} + \frac{(1-\alpha_R)^2 \cdot v_R^2}{4\alpha_R^2 \cdot D_R^2}}} \tag{A.2.23}$$

$$a_{46} = \left\{ \frac{\alpha_R \cdot \Delta t \cdot \frac{\partial A_R}{\partial h_R} \left[\frac{-(1-\alpha_R)v_R \cdot B_R}{2\alpha_R \cdot A_R} - \sqrt{\frac{g \cdot B_R}{\alpha_R \cdot A_R} + \frac{(1-\alpha_R)^2 \cdot v_R^2 \cdot B_R^2}{4\alpha_R^2 \cdot A_R^2}} \right]}{B_R} \right\} + \dots \tag{A.2.24}$$

$$\begin{aligned}
& \dots + \left\{ \frac{\alpha_R \cdot \Delta t \cdot A_R \frac{\partial B_R}{\partial h_R} \left[\frac{-(1-\alpha_R)v_R \cdot B_R}{2\alpha_R \cdot A_R} - \sqrt{\frac{g \cdot B_R}{\alpha_R \cdot A_R} + \frac{(1-\alpha_R)^2 \cdot v_R^2 \cdot B_R^2}{4\alpha_R^2 \cdot A_R^2}} \right]}{B_R} \right\} / \dots \\
& \dots / \left[-\alpha_R \cdot \Delta t \cdot A_R \cdot \left(\frac{-(1-\alpha_R)v_R \cdot B_R \cdot \frac{\partial A_R}{\partial h_R}}{2\alpha_R \cdot A_R^2} - \frac{(1-\alpha_R)v_R \cdot \frac{\partial B_R}{\partial h_R}}{2\alpha_R \cdot A_R} - \dots \right. \right. \\
& \left. \left. \dots - \frac{\frac{g \cdot \frac{\partial B_R}{\partial h_R}}{\alpha_R \cdot A_R} - \frac{(1-\alpha_R)^2 \cdot v_R^2 \cdot B_R^2 \cdot \frac{\partial A_R}{\partial h_R}}{2\alpha_R^2 \cdot A_R^3} - \frac{g \cdot B_R \cdot \frac{\partial A_R}{\partial h_R}}{\alpha_R \cdot A_R^2} + \frac{(1-\alpha_R)^2 \cdot v_R^2 \cdot B_R^2 \cdot \frac{\partial B_R}{\partial h_R}}{2\alpha_R^2 \cdot A_R^2}}{2 \cdot \sqrt{\frac{g \cdot B_R}{\alpha_R \cdot A_R} + \frac{(1-\alpha_R)^2 \cdot v_R^2 \cdot B_R^2}{4\alpha_R^2 \cdot A_R^2}}} \right) \right]
\end{aligned}$$

$$a_{54} = -(v_{P_R} - v_{A_R}) \tag{A.2.25}$$

$$a_{55} = x_{P_R} - x_{A_R} \tag{a}$$

$$a_{64} = -(h_{P_R} - h_{A_R}) \tag{A.2.28}$$

$$a_{65} = x_{P_R} - x_{A_R} \tag{A.2.28}$$

$$a_{75} = \frac{1}{\alpha_R \cdot D_R} + \frac{2 \cdot \Delta t \cdot g \cdot n_R^2 \cdot v_R}{Rh_R^{\frac{4}{3}}} + \left[\left(\frac{\alpha_R \cdot A_{X_R} \cdot \Delta t}{B_R} \right) \left(\frac{-(1-\alpha_R)v_R}{2\alpha_R \cdot D_R} - \sqrt{\frac{g}{\alpha_R \cdot D_R} + \frac{(1-\alpha_R)^2 \cdot v_R^2}{4\alpha_R^2 \cdot D_R^2}} \right) \right] + \dots$$

(A.2.29)

$$\dots + \left\{ -h_R + \left[\left(\frac{\alpha_R \cdot \Delta t}{B_R} \right) \cdot (q_R + (A_{X_R} \cdot v_R)) \right] \right\} \left\{ \frac{-(1-\alpha_R)}{2\alpha_R \cdot D_R} - \frac{0,25 \cdot (1-\alpha_R)^2 \cdot v_R}{\alpha_R^2 \cdot D_R^2 \cdot \sqrt{\frac{g}{\alpha_R \cdot D_R} + \frac{(1-\alpha_R)^2 \cdot v_R^2}{4\alpha_R^2 \cdot D_R^2}}} \right\}$$

$$\begin{aligned}
a_{76} &= \frac{(1-\alpha_R)v_R \cdot B_R}{2\alpha_R \cdot A_R} + \sqrt{\frac{g \cdot B_R}{\alpha_R \cdot A_R} + \frac{(1-\alpha_R)^2 \cdot v_R^2 \cdot B_R^2}{4\alpha_R^2 \cdot A_R^2}} - \frac{v_R \cdot B_R \cdot \frac{\partial A_R}{\partial h_R}}{\alpha_R \cdot A_R^2} + \dots \\
&\dots + \frac{v_R \cdot \frac{\partial B_R}{\partial h_R}}{\alpha_R \cdot A_R} + \left\{ \left(\frac{\alpha_R \cdot \Delta t}{B_R} \right) \left(v_R \cdot \frac{\partial A_{X_R}}{\partial h_R} \right) - \frac{q_R \cdot \frac{\partial B_R}{\partial h_R}}{B_R} - \frac{A_{X_R} \cdot v_R \cdot \frac{\partial B_R}{\partial h_R}}{B_R} \right\} \times \dots
\end{aligned} \tag{A.2.30}$$

$$\begin{aligned}
&\dots \times \left[\frac{-(1-\alpha_R)v_R \cdot B_R}{2\alpha_R \cdot A_R} - \sqrt{\frac{g \cdot B_R}{\alpha_R \cdot A_R} + \frac{(1-\alpha_R)^2 \cdot v_R^2 \cdot B_R^2}{4\alpha_R^2 \cdot A_R^2}} \right] + \dots \\
&\dots + \left\{ \frac{\frac{g \cdot B_R \cdot \frac{\partial A_R}{\partial h_R}}{\alpha_R \cdot A_R^2} + \frac{(1-\alpha_R)^2 \cdot v_R^2 \cdot B_R^2 \cdot \frac{\partial A_R}{\partial h_R}}{2\alpha_R^2 \cdot A_R^3} - \frac{g \cdot \frac{\partial B_R}{\partial h_R}}{\alpha_R \cdot A_R} - \frac{(1-\alpha_R)^2 \cdot v_R^2 \cdot B_R \cdot \frac{\partial B_R}{\partial h_R}}{2\alpha_R^2 \cdot A_R^2}}{2 \cdot \sqrt{\frac{g \cdot B_R}{\alpha_R \cdot A_R} + \frac{(1-\alpha_R)^2 \cdot v_R^2 \cdot B_R^2}{4\alpha_R^2 \cdot A_R^2}}} + \dots \right. \\
&\dots + \left. \frac{(1-\alpha_R)v_R \cdot B_R \cdot \frac{\partial A_R}{\partial h_R}}{2\alpha_R \cdot A_R^2} - \frac{(1-\alpha_R)v_R \cdot \frac{\partial B_R}{\partial h_R}}{2\alpha_R \cdot A_R} \left[-h_R + \frac{\alpha_R \cdot \Delta t \cdot q_R}{B_R} + \frac{\alpha_R \cdot \Delta t \cdot v_R \cdot A_{X_R}}{B_R} \right] \right\} - \dots \\
&\dots - \Delta t \cdot g \cdot \left(\frac{4 \cdot v_R^2 \cdot n_R^2 \cdot \frac{\partial n_R}{\partial h_R}}{3 \cdot R h_R^3} - \frac{2 \cdot v_R^2 \cdot n_R \cdot \frac{\partial n_R}{\partial h_R}}{R h_R^3} \right)
\end{aligned}$$

$$a_{77} = h_{S_{i+1}}^J \cdot \left(\frac{-(1-\alpha_{S_{i+1}}^J)}{2\alpha_{S_{i+1}}^J \cdot D_{S_{i+1}}^J} - \frac{0,25 \cdot (1-\alpha_{S_{i+1}}^J)^2 \cdot v_{S_{i+1}}^J}{\alpha_{S_{i+1}}^J \cdot D_{S_{i+1}}^J \cdot \sqrt{\frac{g}{\alpha_{S_{i+1}}^J \cdot D_{S_{i+1}}^J} + \frac{(1-\alpha_{S_{i+1}}^J)^2 \cdot v_{S_{i+1}}^J{}^2}{4\alpha_{S_{i+1}}^J{}^2 \cdot D_{S_{i+1}}^J{}^2}}} \right) \tag{A.2.31}$$

$$a_{78} = \left\{ \frac{\frac{g \cdot B_{S_{i+1}}^J \cdot \frac{\partial A_{S_{i+1}}^J}{\partial h_{S_{i+1}}^J} (1 - \alpha_{S_{i+1}}^J)^2 \cdot v_{S_{i+1}}^J \cdot B_{S_{i+1}}^J \cdot \frac{\partial A_{S_{i+1}}^J}{\partial h_{S_{i+1}}^J}}{\alpha_{S_{i+1}}^J \cdot A_{S_{i+1}}^J \cdot 2} + \frac{g \cdot \frac{\partial B_{S_{i+1}}^J}{\partial h_{S_{i+1}}^J} (1 - \alpha_{S_{i+1}}^J)^2 \cdot v_{S_{i+1}}^J \cdot B_{S_{i+1}}^J \cdot \frac{\partial B_{S_{i+1}}^J}{\partial h_{S_{i+1}}^J}}{\alpha_{S_{i+1}}^J \cdot A_{S_{i+1}}^J \cdot 2} + \dots}{2 \cdot \sqrt{\frac{g \cdot B_{S_{i+1}}^J}{\alpha_{S_{i+1}}^J \cdot A_{S_{i+1}}^J} + \frac{(1 - \alpha_{S_{i+1}}^J)^2 \cdot v_{S_{i+1}}^J \cdot B_{S_{i+1}}^J}{4 \alpha_{S_{i+1}}^J \cdot A_{S_{i+1}}^J}}}} \right.$$

$$\left. \dots + \frac{\left[\frac{(1 - \alpha_{S_{i+1}}^J) v_{S_{i+1}}^J \cdot B_{S_{i+1}}^J \cdot \frac{\partial A_{S_{i+1}}^J}{\partial h_{S_{i+1}}^J}}{2 \alpha_{S_{i+1}}^J \cdot A_{S_{i+1}}^J} - \frac{(1 - \alpha_{S_{i+1}}^J) v_{S_{i+1}}^J \cdot \frac{\partial B_{S_{i+1}}^J}{\partial h_{S_{i+1}}^J}}{2 \alpha_{S_{i+1}}^J \cdot A_{S_{i+1}}^J} \right] \cdot [h_{S_{i+1}}^J]}{\dots} \right\} \dots \quad (\text{A.2.32})$$

$$\dots - \frac{(1 - \alpha_{S_{i+1}}^J) v_{S_{i+1}}^J \cdot B_{S_{i+1}}^J}{2 \alpha_{S_{i+1}}^J \cdot A_{S_{i+1}}^J} - \sqrt{\frac{g \cdot B_{S_{i+1}}^J}{\alpha_{S_{i+1}}^J \cdot A_{S_{i+1}}^J} + \frac{(1 - \alpha_{S_{i+1}}^J)^2 \cdot v_{S_{i+1}}^J \cdot B_{S_{i+1}}^J}{4 \alpha_{S_{i+1}}^J \cdot A_{S_{i+1}}^J}}$$

$$a_{82} = \frac{1}{\alpha_L \cdot D_L} + \frac{2 \Delta t \cdot g \cdot n_L^2 \cdot v_L}{R h_L^3} + \left[\left(\frac{\alpha_L \cdot A_{X_L} \Delta t}{B_L} \right) \left(\frac{-(1 - \alpha_L) v_L}{2 \alpha_L \cdot D_L} + \sqrt{\frac{g}{\alpha_L \cdot D_L} + \frac{(1 - \alpha_L)^2 \cdot v_L^2}{4 \alpha_L^2 \cdot D_L^2}} \right) \right] + \dots$$

(A.2.33)

$$\dots + \left\{ -h_L + \left[\left(\frac{\alpha_L \cdot \Delta t}{B_L} \right) \cdot (q_L + (A_{X_L} \cdot v_L)) \right] \right\} \left\{ \frac{-(1 - \alpha_L)}{2 \alpha_L \cdot D_L} + \frac{0,25 \cdot (1 - \alpha_L)^2 \cdot v_L}{\alpha_L^2 \cdot D_L^2 \cdot \sqrt{\frac{g}{\alpha_L \cdot D_L} + \frac{(1 - \alpha_L)^2 \cdot v_L^2}{4 \alpha_L^2 \cdot D_L^2}}} \right\}$$

$$a_{83} = \frac{(1 - \alpha_L) v_L \cdot B_L}{2 \alpha_L \cdot A_L} - \sqrt{\frac{g \cdot B_L}{\alpha_L \cdot A_L} + \frac{(1 - \alpha_L)^2 \cdot v_L^2 \cdot B_L^2}{4 \alpha_L^2 \cdot A_L^2}} - \frac{v_L \cdot B_L \cdot \frac{\partial A_L}{\partial h_L}}{\alpha_L \cdot A_L^2} + \dots \quad (\text{A.2.34})$$

$$\begin{aligned}
& \dots + \frac{v_L \cdot \frac{\partial B_L}{\partial h_L}}{\alpha_L \cdot A_L} + \left\{ \left(\frac{\alpha_L \cdot \Delta t}{B_L} \right) \left(v_L \cdot \frac{\partial A_{X_L}}{\partial h_L} \right) - \frac{q_L \cdot \frac{\partial B_L}{\partial h_L}}{B_L} - \frac{A_{X_L} \cdot v_L \cdot \frac{\partial B_L}{\partial h_L}}{B_L} \right\} \times \dots \\
& \dots \times \left[\frac{-(1-\alpha_L)v_L \cdot B_L}{2\alpha_L \cdot A_L} + \sqrt{\frac{g \cdot B_L}{\alpha_L \cdot A_L} + \frac{(1-\alpha_L)^2 \cdot v_L^2 \cdot B_L^2}{4\alpha_L^2 \cdot A_L^2}} \right] + \dots \\
& \dots + \left\{ \frac{\frac{g \cdot B_L \cdot \frac{\partial A_L}{\partial h_L}}{\alpha_L \cdot A_L^2} - \frac{(1-\alpha_L)^2 \cdot v_L^2 \cdot B_L^2 \cdot \frac{\partial A_L}{\partial h_L}}{2\alpha_L^2 \cdot A_L^3} + \frac{g \cdot \frac{\partial B_L}{\partial h_L}}{\alpha_L \cdot A_L} + \frac{(1-\alpha_L)^2 \cdot v_L^2 \cdot B_L \cdot \frac{\partial B_L}{\partial h_L}}{2\alpha_L^2 \cdot A_L^2}}{2 \cdot \sqrt{\frac{g \cdot B_L}{\alpha_L \cdot A_L} + \frac{(1-\alpha_L)^2 \cdot v_L^2 \cdot B_L^2}{4\alpha_L^2 \cdot A_L^2}}} + \dots \right. \\
& \left. \dots + \frac{(1-\alpha_L)v_L \cdot B_L \cdot \frac{\partial A_L}{\partial h_L}}{2\alpha_L \cdot A_L^2} - \frac{(1-\alpha_L)v_L \cdot \frac{\partial B_L}{\partial h_L}}{2\alpha_L \cdot A_L} \left[-h_L + \frac{\alpha_L \cdot \Delta t \cdot q_L}{B_L} + \frac{\alpha_R \cdot \Delta t \cdot v_L \cdot A_{X_L}}{B_L} \right] \right\} - \dots \\
& \dots - \Delta t \cdot g \cdot \left(\frac{4 \cdot v_L^2 \cdot n_L^2 \cdot \frac{\partial n_L}{\partial h_L}}{3 \cdot R h_L^{\frac{7}{3}}} - \frac{2 \cdot v_L^2 \cdot n_L \cdot \frac{\partial n_L}{\partial h_L}}{R h_L^{\frac{4}{3}}} \right) \\
& a_{87} = h_{S_{i+1}}^J \cdot \left(\frac{-(1-\alpha_{S_{i+1}}^J)}{2\alpha_{S_{i+1}}^J \cdot D_{S_{i+1}}^J} + \frac{0.25(1-\alpha_{S_{i+1}}^J)^2 \cdot v_{S_{i+1}}^J}{\alpha_{S_{i+1}}^J \cdot D_{S_{i+1}}^J \cdot \sqrt{\frac{g}{\alpha_{S_{i+1}}^J \cdot D_{S_{i+1}}^J} + \frac{(1-\alpha_{S_{i+1}}^J)^2 \cdot v_{S_{i+1}}^J{}^2}{4\alpha_{S_{i+1}}^J{}^2 \cdot D_{S_{i+1}}^J{}^2}}} \right) \tag{A.2.35}
\end{aligned}$$

$$a_{88} = \left[\frac{g \cdot B_{S_{i+1}}^J \cdot \frac{\partial A_{S_{i+1}}^J}{\partial h_{S_{i+1}}^J} (1 - \alpha_{S_{i+1}}^J)^2 \cdot v_{S_{i+1}}^{J^2} \cdot B_{S_{i+1}}^{J^2} \cdot \frac{\partial A_{S_{i+1}}^J}{\partial h_{S_{i+1}}^J} + g \cdot \frac{\partial B_{S_{i+1}}^J}{\partial h_{S_{i+1}}^J} (1 - \alpha_{S_{i+1}}^J)^2 \cdot v_{S_{i+1}}^{J^2} \cdot B_{S_{i+1}}^J \cdot \frac{\partial B_{S_{i+1}}^J}{\partial h_{S_{i+1}}^J}}{\alpha_{S_{i+1}}^J \cdot A_{S_{i+1}}^{J^2} \cdot 2 \alpha_{S_{i+1}}^{J^2} \cdot A_{S_{i+1}}^{J^3} + \alpha_{S_{i+1}}^J \cdot A_{S_{i+1}}^J + 2 \alpha_{S_{i+1}}^{J^2} \cdot A_{S_{i+1}}^{J^2}} + \dots \right. \\ \left. 2 \cdot \sqrt{\frac{g \cdot B_{S_{i+1}}^J}{\alpha_{S_{i+1}}^J \cdot A_{S_{i+1}}^J} + \frac{(1 - \alpha_{S_{i+1}}^J)^2 \cdot v_{S_{i+1}}^{J^2} \cdot B_{S_{i+1}}^{J^2}}{4 \alpha_{S_{i+1}}^{J^2} \cdot A_{S_{i+1}}^{J^2}}} \right] \quad (\text{A.2.36})$$

$$\dots + \left[\frac{(1 - \alpha_{S_{i+1}}^J) v_{S_{i+1}}^J \cdot B_{S_{i+1}}^J \cdot \frac{\partial A_{S_{i+1}}^J}{\partial h_{S_{i+1}}^J} - (1 - \alpha_{S_{i+1}}^J) v_{S_{i+1}}^J \cdot \frac{\partial B_{S_{i+1}}^J}{\partial h_{S_{i+1}}^J}}{2 \alpha_{S_{i+1}}^J \cdot A_{S_{i+1}}^{J^2} - 2 \alpha_{S_{i+1}}^J \cdot A_{S_{i+1}}^J} \cdot [h_{S_{i+1}}^J] \right] - \dots \\ \dots - \frac{(1 - \alpha_{S_{i+1}}^J) v_{S_{i+1}}^J \cdot B_{S_{i+1}}^J}{2 \alpha_{S_{i+1}}^J \cdot A_{S_{i+1}}^J} + \sqrt{\frac{g \cdot B_{S_{i+1}}^J}{\alpha_{S_{i+1}}^J \cdot A_{S_{i+1}}^J} + \frac{(1 - \alpha_{S_{i+1}}^J)^2 \cdot v_{S_{i+1}}^{J^2} \cdot B_{S_{i+1}}^{J^2}}{4 \alpha_{S_{i+1}}^{J^2} \cdot A_{S_{i+1}}^{J^2}}}$$

A inversão das equações se fez necessária para garantir a inexistência de coeficientes nulos na diagonal principal da matriz de solução.

Utiliza-se o método de Newton para solução do sistema de equações não lineares (ver anexo A.4).

A.2.2 - A montante

A montante é utilizada a característica positiva (equações 5.18.A a 5.20.B para a equação característica) que parte do ponto M (a equação da inclinação e a do invariante correspondente), como mostrado na figura 7.2, as equações de interpolação de v_M e h_M (duas equações) e as duas equações de Hugoniot-Rankine, que descrevem o choque. O sistema é escrito na seqüência.

$$\left\{ \begin{array}{l} x_M - x_{S_1} - \Delta t \cdot (v_M + \alpha_M \cdot \lambda_M^+ \cdot D_M) = 0 \end{array} \right. \quad (\text{A.2.37})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (v_{S_1} + h_{S_1} \cdot \lambda_{S_1}^+) - (v_M + h_M \cdot \lambda_M^+) - F_M^+ \cdot \Delta t = 0 \end{array} \right. \quad (\text{A.2.38})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (v_M - v_M^a) \cdot (x_M^p - x_M^a) - (x_M - x_M^a) \cdot (v_M^p - v_M^a) = 0 \end{array} \right. \quad (\text{A.2.39})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (h_M - h_M^a) \cdot (x_M^p - x_M^a) - (x_M - x_M^a) \cdot (h_M^p - h_M^a) = 0 \end{array} \right. \quad (\text{A.2.40})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} w \cdot (A_{S_1} - A_{S_2}) - (A_{S_1} \cdot v_{S_1} - A_{S_2} \cdot v_{S_2}) = 0 \end{array} \right. \quad (\text{A.2.41})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} w - v_{S_2} - \sqrt{g \cdot \frac{A_{S_1}}{A_{S_2}} \cdot \frac{A_{S_1} \cdot \bar{h}_{S_1} - A_{S_2} \cdot \bar{h}_{S_2}}{A_{S_1} - A_{S_2}}} = 0 \end{array} \right. \quad (\text{A.2.42})$$

As incógnitas deste sistema de equações são x_M , v_M , h_M (características do ponto M), $h_{S_{i+1}}^M$ e $v_{S_{i+1}}^M$ (profundidade e velocidade a montante do choque) e w (celeridade do choque).

$$\tilde{M} = \begin{pmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial x_M} & \frac{\partial F_1}{\partial v_M} & \frac{\partial F_1}{\partial h_M} & \frac{\partial F_1}{\partial v_{S_{i+1}}^M} & \frac{\partial F_1}{\partial h_{S_{i+1}}^M} & \frac{\partial F_1}{\partial w} \\ \frac{\partial F_3}{\partial x_M} & \frac{\partial F_3}{\partial v_M} & \frac{\partial F_3}{\partial h_M} & \frac{\partial F_3}{\partial v_{S_{i+1}}^M} & \frac{\partial F_3}{\partial h_{S_{i+1}}^M} & \frac{\partial F_3}{\partial w} \\ \frac{\partial F_4}{\partial x_M} & \frac{\partial F_4}{\partial v_M} & \frac{\partial F_4}{\partial h_M} & \frac{\partial F_4}{\partial v_{S_{i+1}}^M} & \frac{\partial F_4}{\partial h_{S_{i+1}}^M} & \frac{\partial F_4}{\partial w} \\ \frac{\partial F_2}{\partial x_M} & \frac{\partial F_2}{\partial v_M} & \frac{\partial F_2}{\partial h_M} & \frac{\partial F_2}{\partial v_{S_{i+1}}^M} & \frac{\partial F_2}{\partial h_{S_{i+1}}^M} & \frac{\partial F_2}{\partial w} \\ \frac{\partial F_6}{\partial x_M} & \frac{\partial F_6}{\partial v_M} & \frac{\partial F_6}{\partial h_M} & \frac{\partial F_6}{\partial v_{S_{i+1}}^M} & \frac{\partial F_6}{\partial h_{S_{i+1}}^M} & \frac{\partial F_6}{\partial w} \\ \frac{\partial F_5}{\partial x_M} & \frac{\partial F_5}{\partial v_M} & \frac{\partial F_5}{\partial h_M} & \frac{\partial F_5}{\partial v_{S_{i+1}}^M} & \frac{\partial F_5}{\partial h_{S_{i+1}}^M} & \frac{\partial F_5}{\partial w} \end{pmatrix} = \begin{Bmatrix} a_{11} & \dots & a_{16} \\ \dots & \dots & \dots \\ a_{61} & \dots & a_{66} \end{Bmatrix} \quad (\text{A.2.43})$$

$$\tilde{x}^T = \left\{ \Delta x_M \quad \Delta v_M \quad \Delta h_M \quad \Delta v_{S_{i+1}}^M \quad \Delta h_{S_{i+1}}^M \quad \Delta w \right\} \quad (\text{A.2.44})$$

$$\tilde{b}^T = \left\{ -F_1 - F_3 - F_4 - F_2 - F_6 - F_5 \right\} \quad (\text{A.2.45})$$

Onde Δ representa o incremento na solução em cada iteração ($\Delta f = f_i - f_{i-1}$), x_{S_1} representa a ordenada do choque no instante de tempo conhecido (anterior) e

$x_{S_{i+1}}$ representa a ordenada do choque no instante de tempo desconhecido (assumido como sendo igual para a posição de montante e de jusante do choque). Os coeficientes não nulos são:

$$a_{11} = 1 \quad (\text{A.2.46})$$

$$a_{12} = -\alpha_M \cdot D_M \cdot \Delta t \left(\frac{-(1-\alpha_M)}{2\alpha_M \cdot D_M} + \frac{0,25 \cdot (1-\alpha_M)^2 \cdot v_M}{\alpha_M^2 \cdot D_M^2 \cdot \sqrt{\frac{g}{\alpha_M \cdot D_M} + \frac{(1-\alpha_M)^2 \cdot v_M^2}{4\alpha_M^2 \cdot D_M^2}}} \right) \quad (\text{A.2.47})$$

$$a_{13} = \left\{ \frac{\alpha_M \cdot \Delta t \cdot \frac{\partial A_M}{\partial h_M} \left[\frac{-(1-\alpha_M) \cdot v_M \cdot B_M}{2\alpha_M \cdot A_M} + \sqrt{\frac{g \cdot B_M}{\alpha_M \cdot A_M} + \frac{(1-\alpha_M)^2 \cdot v_M^2 \cdot B_M^2}{4\alpha_M^2 \cdot A_M^2}} \right]}{B_M} \right\} + \dots \quad (\text{A.2.48})$$

$$\dots + \left\{ \frac{\alpha_M \cdot \Delta t \cdot A_M \cdot \frac{\partial B_M}{\partial h_M} \left[\frac{-(1-\alpha_M) \cdot v_M \cdot B_M}{2\alpha_M \cdot A_M} + \sqrt{\frac{g \cdot B_M}{\alpha_M \cdot A_M} + \frac{(1-\alpha_M)^2 \cdot v_M^2 \cdot B_M^2}{4\alpha_M^2 \cdot A_M^2}} \right]}{B_M} \right\} / \dots$$

$$\dots / \left[-\alpha_M \cdot \Delta t \cdot A_M \cdot \left(\frac{-(1-\alpha_M) \cdot v_M \cdot B_M \cdot \frac{\partial A_M}{\partial h_M}}{2\alpha_M \cdot A_M^2} - \frac{(1-\alpha_M) \cdot v_M \cdot \frac{\partial B_M}{\partial h_M}}{2\alpha_M \cdot A_M} + \dots \right) \right]$$

$$\dots + \left. \frac{\frac{g \cdot \frac{\partial B_M}{\partial h_M}}{\alpha_M \cdot A_M} - \frac{(1-\alpha_M)^2 \cdot v_M^2 \cdot B_M^2 \cdot \frac{\partial A_M}{\partial h_M}}{2\alpha_M^2 \cdot A_M^3} - \frac{g \cdot B_M \cdot \frac{\partial A_M}{\partial h_M}}{\alpha_M \cdot A_M^2} + \frac{(1-\alpha_M)^2 \cdot v_M^2 \cdot B_M^2 \cdot \frac{\partial B_M}{\partial h_M}}{2\alpha_M^2 \cdot A_M^2}}{2 \cdot \sqrt{\frac{g \cdot B_M}{\alpha_M \cdot A_M} + \frac{(1-\alpha_M)^2 \cdot v_M^2 \cdot B_M^2}{4\alpha_M^2 \cdot A_M^2}}} \right]$$

$$a_{14} = -\Delta t + \frac{(1 - \alpha_{S_{i+1}}^M) \Delta t}{2} - \frac{0,25 \cdot \Delta t \cdot (1 - \alpha_{S_{i+1}}^M) v_{S_{i+1}}^M}{\alpha_{S_{i+1}}^M \cdot D_{S_{i+1}}^M \cdot \sqrt{\frac{g}{\alpha_{S_{i+1}}^M \cdot D_{S_{i+1}}^M} + \frac{(1 - \alpha_{S_{i+1}}^M)^2 \cdot v_{S_{i+1}}^{M^2}}{4 \cdot \alpha_{S_{i+1}}^{M^2} \cdot D_{S_{i+1}}^{M^2}}}} \quad (\text{A.2.49})$$

$$a_{15} = - \left[\left(\frac{\alpha_{S_{i+1}}^M \cdot \Delta t \cdot \frac{\partial A_{S_{i+1}}^M}{\partial h_{S_{i+1}}^M}}{B_{S_{i+1}}^M} \right) \left(\sqrt{\frac{g \cdot B_{S_{i+1}}^M}{\alpha_{S_{i+1}}^M \cdot A_{S_{i+1}}^M} + \frac{(1 - \alpha_{S_{i+1}}^M)^2 \cdot v_{S_{i+1}}^{M^2} \cdot B_{S_{i+1}}^{M^2}}{4 \cdot \alpha_{S_{i+1}}^{M^2} \cdot A_{S_{i+1}}^{M^2}}} - \frac{(1 - \alpha_{S_{i+1}}^M) v_{S_{i+1}}^M \cdot B_{S_{i+1}}^M}{2 \cdot \alpha_{S_{i+1}}^M \cdot A_{S_{i+1}}^M}} \right) \right] \dots \quad (\text{A.2.50})$$

$$\dots - \left[\alpha_{S_{i+1}}^M \cdot \Delta t \cdot A_M \cdot \left(\frac{(1 - \alpha_M) v_M \cdot B_M \cdot \frac{\partial A_{S_{i+1}}^M}{\partial h_{S_{i+1}}^M}}{2 \cdot \alpha_M \cdot A_M^2} + \frac{\frac{(1 - \alpha_{S_{i+1}}^M)^2 \cdot v_{S_{i+1}}^{M^2} \cdot B_{S_{i+1}}^{M^2} \cdot \frac{\partial A_{S_{i+1}}^M}{\partial h_{S_{i+1}}^M}}{2 \cdot \alpha_{S_{i+1}}^{M^2} \cdot A_{S_{i+1}}^3} - \frac{g \cdot B_{S_{i+1}}^M \cdot \frac{\partial A_{S_{i+1}}^M}{\partial h_{S_{i+1}}^M}}{\alpha_{S_{i+1}}^M \cdot A_{S_{i+1}}^{M^2}}}{2 \cdot \sqrt{\frac{g \cdot B_{S_{i+1}}^M}{\alpha_{S_{i+1}}^M \cdot A_{S_{i+1}}^M} + \frac{(1 - \alpha_{S_{i+1}}^M)^2 \cdot v_{S_{i+1}}^{M^2} \cdot B_{S_{i+1}}^{M^2}}{4 \cdot \alpha_{S_{i+1}}^{M^2} \cdot A_{S_{i+1}}^{M^2}}}} \right) \right]$$

$$a_{21} = -(v_{P_M} - v_{A_M}) \quad (\text{A.2.51})$$

$$a_{22} = x_{P_M} - x_{A_M}$$

$$a_{31} = -(h_{P_M} - h_{A_M})$$

$$a_{33} = x_{P_M} - x_{A_M}$$

a

$$(\text{A.2.54})$$

$$a_{43} = \frac{(1 - \alpha_M) v_M \cdot B_M}{2 \cdot \alpha_M \cdot A_M} - \sqrt{\frac{g \cdot B_M}{\alpha_M \cdot A_M} + \frac{(1 - \alpha_M)^2 \cdot v_M^2 \cdot B_M^2}{4 \cdot \alpha_M^2 \cdot A_M^2}} - \dots \quad (\text{A.2.55})$$

$$\begin{aligned}
& \dots - \left\{ h_M + \left(\frac{\alpha_M \cdot \Delta t \cdot v_M \cdot A_{X_M}}{B_M} \right) \right\} \left[\frac{(1-\alpha_M) \cdot v_M \cdot B_M \cdot \frac{\partial A_M}{\partial h_M}}{2 \cdot \alpha_M \cdot A_M^2} - \frac{(1-\alpha_M) \cdot v_M \cdot \frac{\partial B_M}{\partial h_M}}{2 \cdot \alpha_M \cdot A_M} + \dots \right. \\
& \left. \dots + \frac{\frac{g \cdot \frac{\partial B_M}{\partial h_M}}{\alpha_M \cdot A_M} + \frac{(1-\alpha_M)^2 \cdot v_M^2 \cdot B_M^2 \cdot \frac{\partial B_M}{\partial h_M}}{2 \cdot \alpha_M^2 \cdot A_M^2} - \frac{g \cdot B_M \cdot \frac{\partial A_M}{\partial h_M}}{\alpha_M \cdot A_M^2} - \frac{(1-\alpha_M)^2 \cdot v_M^2 \cdot B_M^2 \cdot \frac{\partial A_M}{\partial h_M}}{2 \cdot \alpha_M^2 \cdot A_M^3}}{2 \cdot \sqrt{\frac{g \cdot B_M}{\alpha_M \cdot A_M} + \frac{(1-\alpha_M)^2 \cdot v_M^2 \cdot B_M^2}{4 \cdot \alpha_M^2 \cdot A_M^2}}} \right\} + \dots \\
& \dots + \left\{ \left[\left(\frac{A_{X_M} \cdot \frac{\partial B_M}{\partial h_M}}{B_M} - \frac{\partial A_{X_M}}{\partial h_M} \right) \cdot \left(\frac{\alpha_M \cdot \Delta t \cdot v_M}{B_M} \right) \right] \left[- \frac{(1-\alpha_M) \cdot v_M \cdot B_M}{2 \cdot \alpha_M \cdot A_M} - \sqrt{\frac{g \cdot B_M}{\alpha_M \cdot A_M} + \frac{(1-\alpha_M)^2 \cdot v_M^2 \cdot B_M^2}{4 \cdot \alpha_M^2 \cdot A_M^2}} \right] \right\} + \dots \\
& \dots + \left\{ - \frac{\alpha_M \cdot q_M \cdot \Delta t \cdot \frac{\partial B_M}{\partial h_M}}{B_M^2} \left[- \frac{v_M \cdot B_M}{\alpha_M \cdot A_M} - \frac{(1-\alpha_M) \cdot v_M \cdot B_M}{2 \cdot \alpha_M \cdot A_M} + \sqrt{\frac{g \cdot B_M}{\alpha_M \cdot A_M} + \frac{(1-\alpha_M)^2 \cdot v_M^2 \cdot B_M^2}{4 \cdot \alpha_M^2 \cdot A_M^2}} \right] \right\} + \dots \\
& \dots + \left\{ \frac{\alpha_M \cdot q_M \cdot \Delta t}{B_M} \left[\frac{(1-\alpha_M) \cdot v_M \cdot B_M \cdot \frac{\partial A_M}{\partial h_M}}{2 \cdot \alpha_M \cdot A_M^2} - \frac{(1-\alpha_M) \cdot v_M \cdot \frac{\partial B_M}{\partial h_M}}{2 \cdot \alpha_M \cdot A_M} - \frac{v_M \cdot \frac{\partial B_M}{\partial h_M}}{\alpha_M \cdot A_M} + \frac{v_M \cdot B_M \cdot \frac{\partial A_M}{\partial h_M}}{\alpha_M \cdot A_M^2} + \dots \right. \right. \\
& \left. \left. \dots + \frac{\frac{g \cdot \frac{\partial B_M}{\partial h_M}}{\alpha_M \cdot A_M} + \frac{(1-\alpha_M)^2 \cdot v_M^2 \cdot B_M^2 \cdot \frac{\partial B_M}{\partial h_M}}{2 \cdot \alpha_M^2 \cdot A_M^2} - \frac{g \cdot B_M \cdot \frac{\partial A_M}{\partial h_M}}{\alpha_M \cdot A_M^2} - \frac{(1-\alpha_M)^2 \cdot v_M^2 \cdot B_M^2 \cdot \frac{\partial A_M}{\partial h_M}}{2 \cdot \alpha_M^2 \cdot A_M^3}}{2 \cdot \sqrt{\frac{g \cdot B_M}{\alpha_M \cdot A_M} + \frac{(1-\alpha_M)^2 \cdot v_M^2 \cdot B_M^2}{4 \cdot \alpha_M^2 \cdot A_M^2}}} \right] \right\}
\end{aligned}$$

$$a_{44} = 1 + \left[h_{S_{i+1}}^M \cdot \left(\frac{-(1-\alpha_{S_{i+1}}^M)}{2\alpha_{S_{i+1}}^M \cdot D_{S_{i+1}}^M} + \frac{0,25(1-\alpha_{S_{i+1}}^M)^2 \cdot v_{S_{i+1}}^M}{\alpha_{S_{i+1}}^{M^2} \cdot D_{S_{i+1}}^{M^2} \sqrt{\frac{g}{\alpha_{S_{i+1}}^M \cdot D_{S_{i+1}}^M} + \frac{(1-\alpha_{S_{i+1}}^M)^2 \cdot v_{S_{i+1}}^{M^2}}{4\alpha_{S_{i+1}}^{M^2} \cdot D_{S_{i+1}}^{M^2}}}} \right) \right] \quad (\text{A.2.56})$$

$$a_{45} = \sqrt{\frac{g \cdot B_{S_{i+1}}^M}{\alpha_{S_{i+1}}^M \cdot A_{S_{i+1}}^M} + \frac{(1-\alpha_{S_{i+1}}^M)^2 \cdot v_{S_{i+1}}^{M^2} \cdot B_{S_{i+1}}^{M^2}}{4\alpha_{S_{i+1}}^{M^2} \cdot A_{S_{i+1}}^{M^2}} - \frac{(1-\alpha_{S_{i+1}}^M) v_{S_{i+1}}^M \cdot B_{S_{i+1}}^M}{2\alpha_{S_{i+1}}^M \cdot A_{S_{i+1}}^M} + \dots} \quad (\text{A.2.57})$$

$$\dots + \left[h_{S_{i+1}}^M \cdot \left(\frac{(1-\alpha_{S_{i+1}}^M) v_{S_{i+1}}^M \cdot B_{S_{i+1}}^M \cdot \frac{\partial A_{S_{i+1}}^M}{\partial h_{S_{i+1}}^M}}{2\alpha_{S_{i+1}}^M \cdot A_{S_{i+1}}^{M^2}} + \frac{\frac{(1-\alpha_{S_{i+1}}^M)^2 \cdot v_{S_{i+1}}^{M^2} \cdot B_{S_{i+1}}^{M^2} \cdot \frac{\partial A_{S_{i+1}}^M}{\partial h_{S_{i+1}}^M}}{2\alpha_{S_{i+1}}^{M^2} \cdot A_{S_{i+1}}^{M^3}} - \frac{g \cdot B_{S_{i+1}}^M \cdot \frac{\partial A_{S_{i+1}}^M}{\partial h_{S_{i+1}}^M}}{\alpha_{S_{i+1}}^M \cdot A_{S_{i+1}}^{M^2}}}{2 \cdot \sqrt{\frac{g \cdot B_{S_{i+1}}^M}{\alpha_{S_{i+1}}^M \cdot A_{S_{i+1}}^M} + \frac{(1-\alpha_{S_{i+1}}^M)^2 \cdot v_{S_{i+1}}^{M^2} \cdot B_{S_{i+1}}^{M^2}}{4\alpha_{S_{i+1}}^{M^2} \cdot A_{S_{i+1}}^{M^2}}}} \right) \right]$$

$$a_{55} = \left\{ \frac{\left[(A_{S_{i+1}}^M \cdot h_{S_{i+1}}^M) - (A_{S_{i+1}}^J \cdot h_{S_{i+1}}^J) \right] g \cdot \frac{\partial A_{S_{i+1}}^M}{\partial h_{S_{i+1}}^M}}{(A_{S_{i+1}}^M - A_{S_{i+1}}^J) A_{S_{i+1}}^J} \right\} - \left\{ \frac{\left[(A_{S_{i+1}}^M \cdot h_{S_{i+1}}^M) - (A_{S_{i+1}}^J \cdot h_{S_{i+1}}^J) \right] g \cdot A_{S_{i+1}}^M \cdot \frac{\partial A_{S_{i+1}}^M}{\partial h_{S_{i+1}}^M}}{(A_{S_{i+1}}^M - A_{S_{i+1}}^J)^2 \cdot A_{S_{i+1}}^J} \right\} + \dots$$

(A.2.58)

$$\dots + \left[\frac{\left[\left(h_{S_{i+1}}^J \cdot \frac{\partial A_{S_{i+1}}^M}{\partial h_{S_{i+1}}^M} \right) - \left(A_{S_{i+1}}^M \cdot \frac{\partial h_{S_{i+1}}^J}{\partial h_{S_{i+1}}^M} \right) \right] g \cdot A_{S_{i+1}}^M}{(A_{S_{i+1}}^M - A_{S_{i+1}}^J) A_{S_{i+1}}^J} \right] \left\{ \frac{1}{2 \cdot \sqrt{\frac{\left[(A_{S_{i+1}}^M \cdot h_{S_{i+1}}^M) - (A_{S_{i+1}}^J \cdot h_{S_{i+1}}^J) \right] g \cdot A_{S_{i+1}}^M}{(A_{S_{i+1}}^M - A_{S_{i+1}}^J) A_{S_{i+1}}^J}}} \right\}$$

$$a_{56} = 1 \quad (A.2.59)$$

$$a_{64} = -A_{S_{i+1}}^M \quad \mathbf{a}$$

$$a_{65} = \left(w \frac{\partial A_{S_{i+1}}^M}{\partial h_{S_{i+1}}^M} \right) - \left(v_{S_{i+1}}^M \frac{\partial A_{S_{i+1}}^M}{\partial h_{S_{i+1}}^M} \right) \quad (A.2.62)$$

$$a_{66} = -A_{S_{i+1}}^M - A_{S_{i+1}}^J$$

O sistema é resolvido pelo método de Newton (ver anexo A.4). O valor obtido para w na última iteração da etapa de montante é comparado com o valor inicialmente adotado para a etapa de jusante, repetindo-se os cálculos, se necessário, com os novos valores.

A.3 - DISCRETIZAÇÃO DAS EQUAÇÕES DE SAINT-VENANT

As equações de Saint-Venant utilizadas neste trabalho possuem a forma já mostrada pelas equações 5.1.A e 5.1.B.

Este par de equações pode ser resolvido com a utilização do método das características ou pelo método das diferenças finitas. A seguir, são apresentados detalhes desta aplicação.

- Método das diferenças finitas

As equações 5.1.A e 5.1.B podem ser aproximadas pelo esquema de Preissmann generalizado, apresentado por LIN e GOODWIN[1987], com a utilização das equações 5.32.A a 5.32.C, reproduzidas na seqüência:

$$f = \theta \cdot [\phi \cdot f_{i+1}^{j+1} + (1 - \phi) \cdot f_{i+1}^j] + (1 - \theta) \cdot [\phi \cdot f_i^{j+1} + (1 - \phi) \cdot f_i^j] \quad (\text{A.3.1})$$

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{1}{\Delta t} [\phi \cdot (f_{i+1}^{j+1} - f_{i+1}^j) + (1 - \phi) \cdot (f_{i+1}^j - f_i^j)] \quad (\text{A.3.2})$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{1}{\Delta x} [\theta \cdot (f_{i+1}^{j+1} - f_{i+1}^j) + (1 - \theta) \cdot (f_i^{j+1} - f_i^j)] \quad (\text{A.3.3})$$

Onde f pode representar v ou h (variáveis dependentes); i e j representam os instantes de tempo e posição no espaço em questão (' i ' varia entre 1 e o número total de intervalos de tempo do estudo e ' j ' varia de 1 até o penúltimo nó do canal).

As equações 5.1.A e 5.1.B, discretizadas pelas equações A.3.1 a A.3.3, nos fornecem duas funções igualadas a zero (equação A.3.4), para cada intervalo entre as seções j e $j+1$, expressadas pelas equações A.3.5 e A.3.6. Estas equações formam a base do esquema implícito de Preissmann e são utilizadas para aproximar as variáveis dependentes e suas derivadas.

$$\begin{cases} F_1 = 0 \\ F_2 = 0 \end{cases} \quad (\text{A.3.4})$$

$$\begin{aligned}
F_1 &= \frac{1}{\Delta \mathbf{x}} \left[\phi \left(h_{i,1}^{j-1} - h_i^j \right) + (1-\phi) \left(h_{i,1}^j - h_i^j \right) \right] + \dots \\
&\dots + \left\{ \theta \left[\phi v_{i,1}^{j-1} + (1-\phi) v_{i,1}^j \right] + (1-\theta) \left[\phi v_i^{j-1} + (1-\phi) v_i^j \right] \right\} \times \dots \\
&\dots \times \frac{1}{\Delta \mathbf{x}} \left[\theta \left(h_{i,1}^{j-1} - h_i^j \right) + (1-\theta) \left(h_i^{j-1} - h_i^j \right) \right] \times \dots \\
&\quad \left\{ \theta \left[\phi B_{i,1}^{j-1} + (1-\phi) B_{i,1}^j \right] + (1-\theta) \left[\phi B_i^{j-1} + (1-\phi) B_i^j \right] \right\} \\
&\dots \times \frac{\left\{ \theta \left[\phi B_{i,1}^{j-1} + (1-\phi) B_{i,1}^j \right] + (1-\theta) \left[\phi B_i^{j-1} + (1-\phi) B_i^j \right] \right\}}{\left\{ \theta \left[\phi B_{i,1}^{j-1} + (1-\phi) B_{i,1}^j \right] + (1-\theta) \left[\phi B_i^{j-1} + (1-\phi) B_i^j \right] \right\}} + \dots \\
&\quad \left\{ \theta \left[\phi A_{i,1}^{j-1} + (1-\phi) A_{i,1}^j \right] + (1-\theta) \left[\phi A_i^{j-1} + (1-\phi) A_i^j \right] \right\} \\
&\dots + \frac{\left\{ \theta \left[\phi A_{i,1}^{j-1} + (1-\phi) A_{i,1}^j \right] + (1-\theta) \left[\phi A_i^{j-1} + (1-\phi) A_i^j \right] \right\}}{\left\{ \theta \left[\phi B_{i,1}^{j-1} + (1-\phi) B_{i,1}^j \right] + (1-\theta) \left[\phi B_i^{j-1} + (1-\phi) B_i^j \right] \right\}} \times \dots \\
&\dots \times \frac{1}{\Delta \mathbf{x}} \left[\theta \left(v_{i,1}^{j-1} - v_i^j \right) + (1-\theta) \left(v_i^{j-1} - v_i^j \right) \right] - \dots \\
&\quad \left\{ \theta \left[\phi q_{Li,1}^{j-1} + (1-\phi) q_{Li,1}^j \right] + (1-\theta) \left[\phi q_{Li}^{j-1} + (1-\phi) q_{Li}^j \right] \right\} \\
&\dots - \frac{\left\{ \theta \left[\phi q_{Li,1}^{j-1} + (1-\phi) q_{Li,1}^j \right] + (1-\theta) \left[\phi q_{Li}^{j-1} + (1-\phi) q_{Li}^j \right] \right\}}{\left\{ \theta \left[\phi B_{i,1}^{j-1} + (1-\phi) B_{i,1}^j \right] + (1-\theta) \left[\phi B_i^{j-1} + (1-\phi) B_i^j \right] \right\}} + \dots \\
&\quad \left\{ \theta \left[\phi v_{i,1}^{j-1} + (1-\phi) v_{i,1}^j \right] + (1-\theta) \left[\phi v_i^{j-1} + (1-\phi) v_i^j \right] \right\} \\
&\dots + \frac{\left\{ \theta \left[\phi v_{i,1}^{j-1} + (1-\phi) v_{i,1}^j \right] + (1-\theta) \left[\phi v_i^{j-1} + (1-\phi) v_i^j \right] \right\}}{\left\{ \theta \left[\phi B_{i,1}^{j-1} + (1-\phi) B_{i,1}^j \right] + (1-\theta) \left[\phi B_i^{j-1} + (1-\phi) B_i^j \right] \right\}} \times \dots \\
&\dots \times \left\{ \theta \left[\phi A_{Xi,1}^{j-1} + (1-\phi) A_{Xi,1}^j \right] + (1-\theta) \left[\phi A_{Xi}^{j-1} + (1-\phi) A_{Xi}^j \right] \right\} = 0
\end{aligned} \tag{A.3.5}$$

$$\begin{aligned}
F_2 &= \frac{1}{\Delta \mathbf{v}} \left[\phi \left(\mathbf{v}_{i+1}^{j+1} - \mathbf{v}_i^{j+1} \right) + (1-\phi) \left(\mathbf{v}_{i+1}^j - \mathbf{v}_i^j \right) \right] + \dots \\
&\dots + \frac{\mathbf{g}}{\Delta \mathbf{x}} \left[\theta \left(\mathbf{h}_{i+1}^{j+1} - \mathbf{h}_{i+1}^j \right) + (1-\theta) \left(\mathbf{h}_i^{j+1} - \mathbf{h}_i^j \right) \right] + \dots \\
&\dots + \left\{ \theta \left[\phi \mathbf{v}_{i+1}^{j+1} + (1-\phi) \mathbf{v}_{i+1}^j \right] + (1-\theta) \left[\phi \mathbf{v}_i^{j+1} + (1-\phi) \mathbf{v}_i^j \right] \right\} \times \dots \\
&\dots \times \frac{1}{\Delta \mathbf{x}} \left[\theta \left(\mathbf{v}_{i+1}^{j+1} - \mathbf{v}_{i+1}^j \right) + (1-\theta) \left(\mathbf{v}_i^{j+1} - \mathbf{v}_i^j \right) \right] + \dots \\
&\dots + \left\{ \frac{\theta \left[\phi \mathbf{q}_{Li+1}^{j+1} + (1-\phi) \mathbf{q}_{Li+1}^j \right] + (1-\theta) \left[\phi \mathbf{q}_{Li}^{j+1} + (1-\phi) \mathbf{q}_{Li}^j \right]}{\theta \left[\phi \mathbf{A}_{i+1}^{j+1} + (1-\phi) \mathbf{A}_{i+1}^j \right] + (1-\theta) \left[\phi \mathbf{A}_i^{j+1} + (1-\phi) \mathbf{A}_i^j \right]} \right\} \times \dots \tag{A.3.6} \\
&\dots \times \left\{ \frac{\theta \left[\phi \mathbf{q}_{Li+1}^{j+1} + (1-\phi) \mathbf{q}_{Li+1}^j \right] + (1-\theta) \left[\phi \mathbf{q}_{Li}^{j+1} + (1-\phi) \mathbf{q}_{Li}^j \right]}{\theta \left[\phi \mathbf{A}_{i+1}^{j+1} + (1-\phi) \mathbf{A}_{i+1}^j \right] + (1-\theta) \left[\phi \mathbf{A}_i^{j+1} + (1-\phi) \mathbf{A}_i^j \right]} \right\} - \dots \\
&\dots - \mathbf{g} \left\{ \mathbf{S}_0 \left[\theta \left[\phi \mathbf{S}_{f_{i+1}}^{j+1} + (1-\phi) \mathbf{S}_{f_{i+1}}^j \right] + (1-\theta) \left[\phi \mathbf{S}_{f_i}^{j+1} + (1-\phi) \mathbf{S}_{f_i}^j \right] \right] \right\} = 0
\end{aligned}$$

Estas equações serão aplicadas a cada par contíguo de seções transversais e irão compor um sistema de equações não-lineares de (2N-2) equações a (2N) incógnitas, que será resolvido pelo método de Newton. Este método é apresentado por BURDEN[1981], e encontra-se no anexo A.4. O sistema matricial para cada conjunto de ponto resultando:

$$\underset{\sim}{M} \cdot \underset{\sim}{x} = \underset{\sim}{b} \quad (\text{A.3.7})$$

é composto por:

$$\underset{\sim}{M} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial h_j} & \frac{\partial F_1}{\partial v_j} & \frac{\partial F_1}{\partial h_{j+1}} & \frac{\partial F_1}{\partial v_{j+1}} \\ \frac{\partial F_2}{\partial h_j} & \frac{\partial F_2}{\partial v_j} & \frac{\partial F_2}{\partial h_{j+1}} & \frac{\partial F_2}{\partial v_{j+1}} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} a_{11}^j & a_{12}^j & a_{13}^j & a_{14}^j \\ a_{21}^j & a_{22}^j & a_{23}^j & a_{24}^j \end{Bmatrix} \quad (\text{A.3.8})$$

$$\underset{\sim}{x}^T = \{ \Delta h_j \quad \Delta v_j \} = \{ x_1^j \quad x_2^j \} \quad (\text{A.3.9})$$

$$\underset{\sim}{b}^T = \{ -F_1 \quad -F_2 \} = \{ -F_1^j \quad -F_2^j \} \quad (\text{A.3.10})$$

Onde Δ representa o incremento na solução em cada iteração ($\Delta f = f^i - f^{i-1}$) e os coeficientes não nulos são:

$$a_{11} = \frac{\left\{ \left\{ \theta \left[\phi v_{j+1}^{i+1} + (1-\phi) v_j^{i+1} \right] + (1-\theta) \left[\phi v_{j+1}^i + (1-\phi) v_j^i \right] \right\} \left\{ \theta \left[h_{j+1}^{i+1} - h_j^{i+1} \right] + (1-\theta) \left[h_{j+1}^i - h_j^i \right] \right\} \right\}}{\Delta x} \times \dots$$

$$\dots \times \left[\theta (1-\phi) \frac{\partial B_j^{i+1}}{\partial h_j} \right] \times \left[\theta \left[\phi B_{j+1}^{i+1} + (1-\phi) B_j^{i+1} \right] + (1-\theta) \left[\phi B_{j+1}^i + (1-\phi) B_j^i \right] - \dots \right]$$

(A.3.11)

$$\begin{aligned}
& \dots - \theta \left[\phi B_{j+1}^{i+1} + (1-\phi) B_j^{i+1} \right] + (1-\theta) \left[\phi B_{j+1}^i + (1-\phi) B_j^i \right] \Big\} + (1-\phi) \times \dots \\
& \dots \times \left\{ \frac{\theta \left[\begin{matrix} 2 \\ v_{j+1}^{i+1} - v_j^{i+1} \end{matrix} \right] + (\theta - \theta^2) \left[\begin{matrix} i \\ v_{j+1}^i + v_j^i \end{matrix} \right]}{\Delta x} \left[\frac{\partial A_j^{i+1}}{\partial t_j^{i+1}} \left(\theta \left[\phi B_{j+1}^{i+1} + (1-\phi) B_j^{i+1} \right] + (1-\theta) \left[\phi B_{j+1}^i + (1-\phi) B_j^i \right] \right) - \dots \right. \right. \\
& \dots - \left. \frac{\partial B_j^{i+1}}{\partial t_j^{i+1}} \left(\theta \left[\phi A_{j+1}^{i+1} + (1-\phi) A_j^{i+1} \right] + (1-\theta) \left[\phi A_{j+1}^i + (1-\phi) A_j^i \right] \right) \right] \Big\} + \dots \\
& \dots + q_L (1-\phi) \theta \frac{\partial B_j^{i+1}}{\partial t_j^{i+1}} + \left\{ \left(\theta \left[\phi v_{j+1}^{i+1} + (1-\phi) v_j^{i+1} \right] + (1-\theta) \left[\phi v_{j+1}^i + (1-\phi) v_j^i \right] \right) \times \dots \right. \\
& \dots \times \left((1-\phi) \theta \frac{\partial A_j^{i+1}}{\partial t_j^{i+1}} \left[\theta \left[\phi B_{j+1}^{i+1} + (1-\phi) B_j^{i+1} \right] + (1-\theta) \left[\phi B_{j+1}^i + (1-\phi) B_j^i \right] \right) - \dots \right. \\
& \dots - \left. \left. (1-\phi) \theta \frac{\partial S_j^{i+1}}{\partial t_j^{i+1}} \left[\theta \left[\phi A_{j+1}^{i+1} + (1-\phi) A_j^{i+1} \right] + (1-\theta) \left[\phi A_{j+1}^i + (1-\phi) A_j^i \right] \right] \right) \right\} - \dots \\
& \dots - \left\{ \frac{\theta}{\Delta x} \left[\theta \left[\phi v_{j+1}^{i+1} + (1-\phi) v_j^{i+1} \right] + (1-\theta) \left[\phi v_{j+1}^i + (1-\phi) v_j^i \right] \right] \times \dots \right. \\
& \dots \times \left. \left[\theta \left[\phi B_{j+1}^{i+1} + (1-\phi) B_j^{i+1} \right] + (1-\theta) \left[\phi B_{j+1}^i + (1-\phi) B_j^i \right] \right] \left[\theta \left[\phi B_{j+1}^{i+1} + (1-\phi) B_j^{i+1} \right] + (1-\theta) \left[\phi B_{j+1}^i + (1-\phi) B_j^i \right] \right] \right\} \times \dots \\
& \dots \times \left\{ \frac{(1-\phi)}{\Delta x} \left[\theta \left[\phi B_{j+1}^{i+1} + (1-\phi) B_j^{i+1} \right] + (1-\theta) \left[\phi B_{j+1}^i + (1-\phi) B_j^i \right] \right]^2 \right\}
\end{aligned}$$

$$a_{12} = \left\{ \frac{\theta}{\Delta x} \right\} \left\{ \frac{\theta \left[\phi A_{j+1}^{i+1} + (1-\phi) A_j^{i+1} \right] + (1-\theta) \left[\phi A_{j+1}^i + (1-\phi) A_j^i \right]}{\theta \left[\phi B_{j+1}^{i+1} + (1-\phi) B_j^{i+1} \right] + (1-\theta) \left[\phi B_{j+1}^i + (1-\phi) B_j^i \right]} + \dots \right\} \quad (\text{A.3.12})$$

$$\dots + \left\{ \frac{(1-\phi) \left[\theta \left[h_{j+1}^{i+1} - h_j^{i+1} \right] + (1-\theta) \left[h_{j+1}^i - h_j^i \right] \right] \left[\theta \left[\phi B_{j+1}^{i+1} + (1-\phi) B_j^{i+1} \right] + (1-\theta) \left[\phi B_{j+1}^i + (1-\phi) B_j^i \right] \right]}{\theta \left[\phi B_{j+1}^{i+1} + (1-\phi) B_j^{i+1} \right] + (1-\theta) \left[\phi B_{j+1}^i + (1-\phi) B_j^i \right]} \right\} + \dots$$

$$\dots + \left\{ \theta \left[\phi A_{j+1}^{i+1} + (1-\phi) A_j^{i+1} \right] + (1-\theta) \left[\phi A_{j+1}^i + (1-\phi) A_j^i \right] (1-\phi) \theta \right\}$$

$$a_{13} = \left\{ \theta \left[\phi v_{j+1}^{i+1} + (1-\phi) v_j^{i+1} \right] + (1-\theta) \left[\phi v_{j+1}^i + (1-\phi) v_j^i \right] \right\} \left\{ \theta \left[h_{j+1}^{i+1} - h_j^{i+1} \right] + (1-\theta) \left[h_{j+1}^i - h_j^i \right] \right\} \times \dots$$

$$\dots \times \left[\theta \phi \frac{\partial B_{j+1}^{i+1}}{\partial h_{j+1}^{i+1}} \right] \times \left[\theta \left[\phi B_{j+1}^{i+1} + (1-\phi) B_j^{i+1} \right] + (1-\theta) \left[\phi B_{j+1}^i + (1-\phi) B_j^i \right] \right] - \dots$$

(A.3.13)

$$\dots - \theta \left[\phi B_{j+1}^{i+1} + (1-\phi) B_j^{i+1} \right] + (1-\theta) \left[\phi B_{j+1}^i + (1-\phi) B_j^i \right] \right\} + \dots$$

$$\dots + \left\{ \theta^2 \left[\phi v_{j+1}^{i+1} - v_j^{i+1} \right] + \left(\theta - \theta^2 \right) \left[\phi v_{j+1}^i + v_j^i \right] \right\} \left[\frac{\partial A_{j+1}^{i+1}}{\partial h_{j+1}^{i+1}} \left(\theta \left[\phi B_{j+1}^{i+1} + (1-\phi) B_j^{i+1} \right] + (1-\theta) \left[\phi B_{j+1}^i + (1-\phi) B_j^i \right] \right) \right] - \dots$$

$$\begin{aligned}
& \left. \left. \dots - \frac{\frac{\partial B_s^{i+1}}{\partial h^{i+1}} \left(\theta \left[\phi A_{j+1}^{i+1} + (1-\phi) A_j^{i+1} \right] + (1-\theta) \left[\phi A_{j+1}^i + (1-\phi) A_j^i \right] \right)}{\Delta x} \right\} + \dots \right. \\
& \dots + q_L \phi \theta \frac{\partial B_s^{i+1}}{\partial h^{i+1}} + \left\{ \left(\theta \left[\phi v_{j+1}^{i+1} + (1-\phi) v_j^{i+1} \right] + (1-\theta) \left[\phi v_{j+1}^i + (1-\phi) v_j^i \right] \right) \times \dots \right. \\
& \dots \times \left(\phi \theta \frac{\partial A_x^{i+1}}{\partial h^{i+1}} \left[\theta \left[\phi B_{s_{j+1}}^{i+1} + (1-\phi) B_s^j \right] + (1-\theta) \left[\phi B_{s_{j+1}}^i + (1-\phi) B_s^j \right] \right] - \dots \right. \\
& \left. \dots - \phi \theta \frac{\partial B_s^{i+1}}{\partial h^{i+1}} \left[\theta \left[\phi A_{j+1}^{i+1} + (1-\phi) A_j^{i+1} \right] + (1-\theta) \left[\phi A_{j+1}^i + (1-\phi) A_j^i \right] \right] \right\} - \dots \\
& \dots - \left\{ \left[\frac{\theta}{\Delta x} \right] \left[\theta \left[\phi v_{j+1}^{i+1} + (1-\phi) v_j^{i+1} \right] + (1-\theta) \left[\phi v_{j+1}^i + (1-\phi) v_j^i \right] \right] \times \dots \right. \\
& \left. \dots \times \left[\theta \left[\phi B_{j+1}^{i+1} + (1-\phi) B_j^{i+1} \right] + (1-\theta) \left[\phi B_{j+1}^i + (1-\phi) B_j^i \right] \right] \left[\theta \left[\phi B_{s_{j+1}}^{i+1} + (1-\phi) B_s^j \right] + (1-\theta) \left[\phi B_{s_{j+1}}^i + (1-\phi) B_s^j \right] \right] \right\} \times \dots \\
& \dots \times \left\{ \frac{\phi}{\Delta x} \right. \\
& \left. \left[\theta \left[\phi B_{s_{j+1}}^{i+1} + (1-\phi) B_s^j \right] + (1-\theta) \left[\phi B_{s_{j+1}}^i + (1-\phi) B_s^j \right] \right]^2 \right\}
\end{aligned}$$

$$a_{14} = \left\{ \frac{\theta}{\Delta x} \right\} \left\{ \frac{\theta \left[\phi A_{j+1}^{i+1} + (1-\phi) A_j^{i+1} \right] + (1-\theta) \left[\phi A_{j+1}^i + (1-\phi) A_j^i \right]}{\theta \left[\phi B_{j+1}^{i+1} + (1-\phi) B_j^{i+1} \right] + (1-\theta) \left[\phi B_{j+1}^i + (1-\phi) B_j^i \right]} + \dots \right. \quad (\text{A.3.14})$$

$$\dots + \left. \frac{\left\{ \theta \left[h_{j+1}^{i+1} - h_j^{i+1} \right] + (1-\theta) \left[h_{j+1}^i - h_j^i \right] \right\} \left\{ \theta \left[\phi B_{j+1}^{i+1} + (1-\phi) B_j^{i+1} \right] + (1-\theta) \left[\phi B_{j+1}^i + (1-\phi) B_j^i \right] \right\}}{\theta \left[\phi B_{j+1}^{i+1} + (1-\phi) B_j^{i+1} \right] + (1-\theta) \left[\phi B_{j+1}^i + (1-\phi) B_j^i \right]} \right\} + \dots$$

$$\dots + \left\{ \theta \left[\phi A_{j+1}^{i+1} + (1-\phi) A_j^{i+1} \right] + (1-\theta) \left[\phi A_{j+1}^i + (1-\phi) A_j^i \right] \right\} (1-\phi) \theta$$

$$a_{21} = \frac{-g\theta}{\Delta x} + g(1-\phi)\theta \left(v_j^{i+1} \right)^2 \left(\frac{\left(2n_j^{i+1} \left(Rh_j^{i+1} \right)^{\frac{4}{3}} \right) - \left(\frac{4}{3} \left(n_j^{i+1} \right)^2 \left(Rh_j^{i+1} \right)^{\frac{1}{3}} \frac{\partial Rh_j^{i+1}}{\partial h_j^{i+1}} \right)}{\left(Rh_j^{i+1} \right)^{\frac{8}{3}}} \right) + \dots$$

(A.3.15)

$$\dots + \frac{q_L (1-\theta) \phi \frac{\partial A_j^{i+1}}{\partial h_j^{i+1}} \left\{ \theta \left[\phi v_{j+1}^{i+1} + (1-\phi) v_j^{i+1} \right] + (1-\theta) \left[\phi v_{j+1}^i + (1-\phi) v_j^i \right] \right\}}{\left\{ \theta \left[\phi A_{j+1}^{i+1} + (1-\phi) A_j^{i+1} \right] + (1-\theta) \left[\phi A_{j+1}^i + (1-\phi) A_j^i \right] \right\}^2}$$

$$a_{22} = \frac{1-\phi}{\Delta x} + 2g\theta(1-\phi)v_j^{i+1} \cdot \frac{\left(\frac{n_j^{i+1}}{Rh_j}\right)^2}{\left(\frac{Rh_j^{i+1}}{3}\right)^4} + \frac{q_L(1-\phi)\theta}{\theta\left[\phi A_{j+1}^{i+1} + (1-\phi)A_j^{i+1}\right] + (1-\theta)\left[\phi A_{j+1}^i + (1-\phi)A_j^i\right]} + \dots$$

(A.3.16)

$$\dots + \frac{(1-\phi)\theta\left\{\theta\left[v_{j+1}^{i+1} - v_j^{i+1}\right] + (1-\theta)\left[v_{j+1}^i - v_j^i\right]\right\} - \theta\left\{\theta\left[\phi v_{j+1}^{i+1} + (1-\phi)v_j^{i+1}\right] + (1-\theta)\left[\phi v_{j+1}^i + (1-\phi)v_j^i\right]\right\}}{\Delta x}$$

$$a_{21} = \frac{g\theta}{\Delta x} + g\phi\theta\left(v_{j+1}^{i+1}\right)^2 \left(\frac{\left(2n_{j+1}^{i+1}\left(\frac{Rh_{j+1}^{i+1}}{3}\right)^{\frac{4}{3}}\right) - \left(\frac{4}{3}\left(n_{j+1}^{i+1}\right)^2\left(\frac{Rh_{j+1}^{i+1}}{3}\right)^{\frac{1}{3}}\frac{\partial Rh_{j+1}^{i+1}}{\partial h_{j+1}^{i+1}}\right)}{\left(Rh_{j+1}^{i+1}\right)^{\frac{8}{3}}}\right) + \dots$$

(A.3.17)

$$\dots + \frac{q_L\theta\phi\frac{\partial A_{j+1}^{i+1}}{\partial h_{j+1}^{i+1}}\left\{\theta\left[\phi v_{j+1}^{i+1} + (1-\phi)v_j^{i+1}\right] + (1-\theta)\left[\phi v_{j+1}^i + (1-\phi)v_j^i\right]\right\}}{\left\{\theta\left[\phi A_{j+1}^{i+1} + (1-\phi)A_j^{i+1}\right] + (1-\theta)\left[\phi A_{j+1}^i + (1-\phi)A_j^i\right]\right\}^2}$$

$$a_{24} = \frac{\phi}{\Delta x} + 2g\theta\phi v_{j+1}^{i+1} \cdot \frac{\left(\frac{n_{j+1}^{i+1}}{Rh_{j+1}}\right)^2}{\left(\frac{Rh_{j+1}^{i+1}}{3}\right)^4} + \frac{q_L\phi\theta}{\theta\left[\phi A_{j+1}^{i+1} + (1-\phi)A_j^{i+1}\right] + (1-\theta)\left[\phi A_{j+1}^i + (1-\phi)A_j^i\right]} + \dots$$

(A.3.18)

$$\dots + \frac{\phi\left\{\theta\left[v_{j+1}^{i+1} - v_j^{i+1}\right] + (1-\theta)\left[v_{j+1}^i - v_j^i\right]\right\} + \theta\left\{\theta\left[\phi v_{j+1}^{i+1} + (1-\phi)v_j^{i+1}\right] + (1-\theta)\left[\phi v_{j+1}^i + (1-\phi)v_j^i\right]\right\}}{\Delta x}$$

O sistema para todo o desenvolvimento do rio resulta:

$$\tilde{M} = \begin{Bmatrix} a_{11}^1 & a_{12}^1 & a_{13}^1 & a_{14}^1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ a_{21}^1 & a_{22}^1 & a_{23}^1 & a_{24}^1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & a_{11}^2 & a_{12}^2 & a_{13}^2 & a_{14}^2 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & a_{21}^2 & a_{22}^2 & a_{23}^2 & a_{24}^2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & a_{14}^{N-1} \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & a_{23}^{N-1} & a_{24}^{N-1} \end{Bmatrix} \quad (\text{A.3.19})$$

$$\tilde{b}^T = -\{F_1^1 \quad F_2^1 \quad F_1^2 \quad F_2^2 \quad \dots \quad F_1^{N-1} \quad F_2^{N-1}\} \quad (\text{A.3.20})$$

$$\tilde{X}^T = \{\Delta h_1 \quad \Delta v_1 \quad \Delta h_2 \quad \Delta v_2 \quad \dots \quad \Delta h_{N-1} \quad \Delta v_{N-1}\} \quad (\text{A.3.21})$$

A matriz \tilde{M} é conhecida como matriz banda assimétrica, e podemos economizar tempo de processamento e memória do computador fazendo um armazenamento em banda não simétrica, com a transformação da matriz \tilde{M} para \tilde{M}_b . O sistema é resolvido por um método de solução apresentado por BREBBIA e FERRANTE[1979].

$$\tilde{M}_b = \begin{Bmatrix} 0 & 0 & 0 & a_{11}^1 & a_{12}^1 & a_{13}^1 & a_{14}^1 \\ 0 & 0 & a_{21}^1 & a_{22}^1 & a_{23}^1 & a_{24}^1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{11}^2 & a_{12}^2 & a_{13}^2 & a_{14}^2 \\ 0 & 0 & a_{21}^2 & a_{22}^2 & a_{23}^2 & a_{24}^2 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & a_{11}^{N-1} & a_{12}^{N-1} & a_{13}^{N-1} & a_{14}^{N-1} \\ 0 & 0 & a_{21}^{N-1} & a_{22}^{N-1} & a_{23}^{N-1} & a_{24}^{N-1} & 0 \end{Bmatrix} \quad (\text{A.3.22})$$

Para resolver este sistema necessita-se conhecer os valores de h_N ou v_N , o que significa incluir uma das duas equações abaixo:

$$\left\{ \begin{array}{l} 1. \Delta h_N = 0 \end{array} \right. \quad (\text{A.3.23})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 1. \Delta v_N = 0 \end{array} \right. \quad (\text{A.3.24})$$

Nos escoamentos normais em rios e canais, o(s) valor(es) de profundidade (h) e/ou velocidade (v) é (são) conhecido(s) na seção inicial do canal em estudo. Com isto, as primeiras equações do sistema são transformadas nas equações A.3.25 e A.3.26 apresentadas na seqüência (caso somente um valor de condição de contorno seja conhecido, apenas uma das equações será utilizada):

$$\left\{ \begin{array}{l} 1. \Delta h_1 = 0 \\ 1. \Delta v_1 = 0 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{(A.3.25)} \\ \text{(A.3.26)} \end{array}$$

A solução da equação matricial A.3.6, com a substituição da matriz \tilde{M} pela matriz \tilde{M}_b , juntamente com as condições de contorno, fornece os valores de v_j e h_j no tempo até então desconhecido (i+1).

Este método de cálculo necessita de uma aproximação inicial que deve ser realizada por um sistema de equações linearizado. Esta aproximação é apresentada por MAHMOOD e YEVJEVICH[1975].

A.4 - MÉTODO DE NEWTON PARA SOLUÇÃO DE SISTEMA DE EQUAÇÕES NÃO- LINEARES

O método, exposto em detalhes em BURDEN[1980], é resumido a seguir.

Dado um sistema de equações não-lineares $F_i(\tilde{X}) = 0$, com i variando de 1 a N (número total de equações), o método consiste em procurar uma matriz $J(\tilde{X})$ tal que:

$$G(\tilde{\mathbf{X}}) = \tilde{\mathbf{X}} - J(\tilde{\mathbf{X}})^{-1} \cdot F(\tilde{\mathbf{X}}) \quad , \quad (\text{A.4.1})$$

conduza a uma aproximação de 2ª ordem nos pontos \mathbf{x}_i .

A matriz $J(\tilde{\mathbf{X}})$ é chamada de Jacobiano, e é composta como se segue:

$$J(\tilde{\mathbf{X}}) = \begin{pmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial x_1} & \frac{\partial F_1}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial F_1}{\partial x_N} \\ \frac{\partial F_2}{\partial x_1} & \frac{\partial F_2}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial F_2}{\partial x_N} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial F_N}{\partial x_1} & \frac{\partial F_N}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial F_N}{\partial x_N} \end{pmatrix} \quad (\text{A.4.2})$$

A solução para a iteração k é:

$$\tilde{\mathbf{X}}^k = G(\tilde{\mathbf{X}}^{k-1}) = \tilde{\mathbf{X}}^{k-1} - \left[J(\tilde{\mathbf{X}}^{k-1}) \right]^{-1} \cdot F(\tilde{\mathbf{X}}^{k-1}) \quad (\text{A.4.3})$$

O esquema computacional sofre uma pequena alteração na equação acima, do seguinte modo:

$$\Delta \tilde{\mathbf{X}}^k = \tilde{\mathbf{X}}^k - \tilde{\mathbf{X}}^{k-1} = \left[J(\tilde{\mathbf{X}}^{k-1}) \right]^{-1} \cdot \left[-F(\tilde{\mathbf{X}}^{k-1}) \right] \quad (\text{A.4.4})$$

A equação acima é resolvida até que o máximo do vetor $\Delta \tilde{\mathbf{X}}^k$ seja menor que uma tolerância pré-estabelecida. Este algoritmo de resolução encontra-se programado nesta dissertação apenas para matriz quadrada qualquer.

ANEXO B

LISTAGENS DOS DADOS DOS EXEMPLOS DE APLICAÇÃO

ANEXO B

Este anexo contém as listagens dos dados de entrada dos exemplos de aplicação do capítulo 8.

PROGRAMA ROTBAR - APLICAÇÃO 1
Ruptura de barragens - Canal qualquer
*Início em 11/08/1994, André Fabiani
*Finalização em 2002, Giovani Girardi

1. Dados Gerais
Parâmetro Theta:
0.5
Parâmetro Phi:
0.667
Intervalo de tempo:
1
Intervalo de tempo máximo:
20.000
Intervalo de tempo mínimo:
0.010
Num. de passos máximo:
20
Tempo limite máximo:
200
Variação no espaço:
2000.00
Contribuição lateral:
0.00
Posição do final do canal:
4000.00
Início do reservatório:
-14000.000
Profundidade a montante da barragem:
10.000
Velocidade a montante da barragem:
0.000
Profundidade a jusante da barragem:
2.00

2. Condições Iniciais

Numero de nos:

| | |
|--------------|----------|
| 4 | |
| X | Y |
| -14000.00000 | 10.00000 |
| 0.00000 | 10.00000 |

0.01000 2.00000
 4000.00000 2.00000

3. Condições Naturais

Numero de nos:

2

| X | H | V |
|-----------|------|------|
| -14000.00 | 2.00 | 0.00 |
| 4000.00 | 2.00 | 0.00 |

4. Condições de contorno

Montante - Numero de pontos:

2

| H(m) | V(m/s) | t(s) |
|-------|--------|---------|
| 10.00 | 0.00 | 0.00 |
| H(m) | V(m/s) | t(s) |
| 10.00 | 0.00 | 1000.00 |

Jusante - Numero de pontos:

2

| H(m) | V(m/s) | t(s) |
|------|--------|---------|
| 2.00 | 0.00 | 0.00 |
| H(m) | V(m/s) | t(s) |
| 2.00 | 0.00 | 1000.00 |

5. Dados das Seções Transversais

Numero de seções:

10

SECAO 1

-Posição(m):

-14000.00

1.00

0

-Tipo da seção: Retangular

-Largura da base(m):

20.00

-Cota máxima de inundação(m):

20.00

-Cota do fundo da seção(m):

10.00

-Rugosidade fixa:

0.00

SECAO 2

-Posição(m):

-12000.00

1.00

0

-Tipo da seção: Retangular

-Largura da base(m):

20.00

-Cota máxima de inundação(m):

```
20.00
-Cota do fundo da seção(m):
  10.00
-Rugosidade fixa:
  0.00
SECAO 3
-Posição(m):
  -10000.00
  1.00
  0
-Tipo da seção: Retangular
-Largura da base(m):
  20.00
-Cota máxima de inundação(m):
  20.00
-Cota do fundo da seção(m):
  10.00
-Rugosidade fixa:
  0.00
SECAO 4
-Posição(m):
  -8000.00
  1.00
  0
-Tipo da seção: Retangular
-Largura da base(m):
  20.00
-Cota máxima de inundação(m):
  20.00
-Cota do fundo da seção(m):
  10.00
-Rugosidade fixa:
  0.00
SECAO 5
-Posição(m):
  -6000.00
  1.00
  0
-Tipo da seção: Retangular
-Largura da base(m):
  20.00
-Cota máxima de inundação(m):
  20.00
-Cota do fundo da seção(m):
  10.00
-Rugosidade fixa:
  0.00
SECAO 6
-Posição(m):
  -4000.00
  1.00
  0
-Tipo da seção: Retangular
```

-Largura da base(m) :
20.00
-Cota máxima de inundação(m) :
20.00
-Cota do fundo da seção(m) :
10.00
-Rugosidade fixa:
0.00

SECAO 7
-Posição(m) :
-2000.00
1.00
0
-Tipo da seção: Retangular
-Largura da base(m) :
20.00
-Cota máxima de inundação(m) :
20.00
-Cota do fundo da seção(m) :
10.00
-Rugosidade fixa:
0.00

SECAO 8
-Posição(m) :
0.00
1.00
0
-Tipo da seção: Retangular
-Largura da base(m) :
20.00
-Cota máxima de inundação(m) :
20.00
-Cota do fundo da seção(m) :
10.00
-Rugosidade fixa:
0.00

SECAO 9
-Posição(m) :
2000.00
1.00
0
-Tipo da seção: Retangular
-Largura da base(m) :
20.00
-Cota máxima de inundação(m) :
20.00
-Cota do fundo da seção(m) :
10.00
-Rugosidade fixa:
0.00

SECAO 10
-Posição(m) :
4000.00

1.00
0
-Tipo da seção: Retangular
-Largura da base(m):
20.00
-Cota máxima de inundação(m):
20.00
-Cota do fundo da seção(m):
10.00
-Rugosidade fixa:
0.00

PROGRAMA ROTBAR - APLICAÇÃO 2
 Ruptura de barragens - Canal qualquer
 *Início em 11/08/1994, André Fabiani
 *Finalização em 2002, Giovani Girardi

1. Dados Gerais

Parâmetro Theta:
 0.5
 Parâmetro Phi:
 0.667
 Intervalo de tempo:
 1
 Intervalo de tempo máximo:
 20.000
 Intervalo de tempo mínimo:
 0.010
 Num. de passos máximo:
 20
 Tempo limite máximo:
 200
 Variação no espaço:
 2000.00
 Contribuição lateral:
 0.00
 Posição do final do canal:
 4000.00
 Início do reservatório:
 -14000.000
 Profundidade a montante da barragem:
 10.000
 Velocidade a montante da barragem:
 0.000
 Profundidade a jusante da barragem:
 2.00

2. Condições Iniciais

Numero de nos:

4

| X | Y |
|--------------|----------|
| -14000.00000 | 10.00000 |
| 0.00000 | 10.00000 |
| 0.01000 | 2.00000 |
| 4000.00000 | 2.00000 |

3. Condições Naturais

Numero de nos:

2

| X | H | V |
|-----------|------|------|
| -14000.00 | 2.00 | 0.00 |
| 4000.00 | 2.00 | 0.00 |

4. Condições de contorno

Montante - Numero de pontos:

```

2
  H(m)      V(m/s)    t(s)
10.00      0.00      0.00
  H(m)      V(m/s)    t(s)
10.00      0.00    1000.00

```

Jusante - Numero de pontos:

```

2
  H(m)      V(m/s)    t(s)
2.00       0.00      0.00
  H(m)      V(m/s)    t(s)
2.00       0.00    1000.00

```

5. Dados das Seções Transversais

Numero de seções:

10

SECAO 1

```

-Posição(m):
  -14000.00
    1.00
    0
-Tipo da seção: Retangular
-Largura da base(m):
  20.00
-Cota máxima de inundação(m):
  20.00
-Cota do fundo da seção(m):
  10.00
-Rugosidade fixa:
  0.012

```

SECAO 2

```

-Posição(m):
  -12000.00
    1.00
    0
-Tipo da seção: Retangular
-Largura da base(m):
  20.00
-Cota máxima de inundação(m):
  20.00
-Cota do fundo da seção(m):
  10.00
-Rugosidade fixa:
  0.012

```

SECAO 3

```

-Posição(m):
  -10000.00
    1.00
    0
-Tipo da seção: Retangular

```

-Largura da base(m) :
20.00
-Cota máxima de inundação(m) :
20.00
-Cota do fundo da seção(m) :
10.00
-Rugosidade fixa:
0.012
SECAO 4
-Posição(m) :
-8000.00
1.00
0
-Tipo da seção: Retangular
-Largura da base(m) :
20.00
-Cota máxima de inundação(m) :
20.00
-Cota do fundo da seção(m) :
10.00
-Rugosidade fixa:
0.012
SECAO 5
-Posição(m) :
-6000.00
1.00
0
-Tipo da seção: Retangular
-Largura da base(m) :
20.00
-Cota máxima de inundação(m) :
20.00
-Cota do fundo da seção(m) :
10.00
-Rugosidade fixa:
0.012
SECAO 6
-Posição(m) :
-4000.00
1.00
0
-Tipo da seção: Retangular
-Largura da base(m) :
20.00
-Cota máxima de inundação(m) :
20.00
-Cota do fundo da seção(m) :
10.00
-Rugosidade fixa:
0.012
SECAO 7
-Posição(m) :
-2000.00

```
1.00
0
-Tipo da seção: Retangular
-Largura da base(m):
20.00
-Cota máxima de inundação(m):
20.00
-Cota do fundo da seção(m):
10.00
-Rugosidade fixa:
0.012
SECAO 8
-Posição(m):
0.00
1.00
0
-Tipo da seção: Retangular
-Largura da base(m):
20.00
-Cota máxima de inundação(m):
20.00
-Cota do fundo da seção(m):
10.00
-Rugosidade fixa:
0.012
SECAO 9
-Posição(m):
2000.00
1.00
0
-Tipo da seção: Retangular
-Largura da base(m):
20.00
-Cota máxima de inundação(m):
20.00
-Cota do fundo da seção(m):
10.00
-Rugosidade fixa:
0.012
SECAO 10
-Posição(m):
4000.00
1.00
0
-Tipo da seção: Retangular
-Largura da base(m):
20.00
-Cota máxima de inundação(m):
20.00
-Cota do fundo da seção(m):
10.00
-Rugosidade fixa:
0.012
```

PROGRAMA ROTBAR - APLICAÇÃO 3
 Ruptura de barragens - Canal qualquer
 *Início em 11/08/1994, André Fabiani
 *Finalização em 2002, Giovani Girardi

1. Dados Gerais

Parâmetro Theta:
 0.5
 Parâmetro Phi:
 0.667
 Intervalo de tempo:
 1
 Intervalo de tempo máximo:
 20.000
 Intervalo de tempo mínimo:
 0.010
 Num. de passos máximo:
 20
 Tempo limite máximo:
 200
 Variação no espaço:
 2000.00
 Contribuição lateral:
 0.00
 Posição do final do canal:
 4000.00
 Início do reservatório:
 -14000.000
 Profundidade a montante da barragem:
 10.000
 Velocidade a montante da barragem:
 0.000
 Profundidade a jusante da barragem:
 2.00

2. Condições Iniciais

Numero de nos:

4

| X | Y |
|--------------|----------|
| -14000.00000 | 10.00000 |
| 0.00000 | 10.00000 |
| 0.01000 | 2.00000 |
| 4000.00000 | 2.00000 |

3. Condições Naturais

Numero de nos:

2

| X | H | V |
|-----------|------|------|
| -14000.00 | 2.00 | 0.00 |
| 4000.00 | 2.00 | 0.00 |

4. Condições de contorno

Montante - Numero de pontos:

2

| H(m) | V(m/s) | t(s) |
|-------|--------|---------|
| 10.00 | 0.00 | 0.00 |
| H(m) | V(m/s) | t(s) |
| 10.00 | 0.00 | 1000.00 |

Jusante - Numero de pontos:

2

| H(m) | V(m/s) | t(s) |
|------|--------|---------|
| 2.00 | 0.00 | 0.00 |
| H(m) | V(m/s) | t(s) |
| 2.00 | 0.00 | 1000.00 |

5. Dados das Seções Transversais

Numero de seções:

10

SECAO 1

-Posição(m):

-14000.00

2.00

0

-Tipo da seção: Triangular

-declividade lateral esq:

1.00

-declividade lateral dir:

1.00

-Cota máxima de inundação(m):

50.00

-Cota do fundo da seção(m):

10.00

-Rugosidade fixa:

0.00

SECAO 2

-Posição(m):

-12000.00

2.00

0

-Tipo da seção: Triangular

-declividade lateral esq:

1.00

-declividade lateral dir:

1.00

-Cota máxima de inundação(m):

50.00

-Cota do fundo da seção(m):

10.00

-Rugosidade fixa:

0.00

SECAO 3

-Posicao(m):

```
-10000.00
  2.00
  0
-Tipo da seção: Triangular
-declividade lateral esq:
  1.00
-declividade lateral dir:
  1.00
-Cota máxima de inundação(m):
  50.00
-Cota do fundo da seção(m):
  10.00
-Rugosidade fixa:
  0.00
SECAO    4
-Posição(m):
  -8000.00
  2.00
  0
-Tipo da seção: Triangular
-declividade lateral esq:
  1.00
-declividade lateral dir:
  1.00
-Cota máxima de inundação(m):
  50.00
-Cota do fundo da seção(m):
  10.00
-Rugosidade fixa:
  0.00
SECAO    5
-Posição(m):
  -6000.00
  2.00
  0
-Tipo da seção: Triangular
-declividade lateral esq:
  1.00
-declividade lateral dir:
  1.00
-Cota máxima de inundação(m):
  50.00
-Cota do fundo da seção(m):
  10.00
-Rugosidade fixa:
  0.00
SECAO    6
-Posicao(m):
  -4000.00
  2.00
  0
-Tipo da seção: Triangular
-declividade lateral esq:
```

```

      1.00
-declividade lateral dir:
      1.00
-Cota máxima de inundação(m):
      50.00
-Cota do fundo da seção(m):
      10.00
-Rugosidade fixa:
      0.00
SECAO      7
-Posição(m):
      -2000.00
      2.00
      0
-Tipo da seção: Triangular
-declividade lateral esq:
      1.00
-declividade lateral dir:
      1.00
-Cota máxima de inundação(m):
      50.00
-Cota do fundo da seção(m):
      10.00
-Rugosidade fixa:
      0.00
SECAO      8
-Posição(m):
      0.00
      2.00
      0
-Tipo da seção: Triangular
-declividade lateral esq:
      1.00
-declividade lateral dir:
      1.00
-Cota máxima de inundação(m):
      50.00
-Cota do fundo da seção(m):
      10.00
-Rugosidade fixa:
      0.00
SECAO      9
-Posição(m):
      2000.00
      2.00
      0
-Tipo da seção: Triangular
-declividade lateral esq:
      1.00
-declividade lateral dir:
      1.00
-Cota máxima de inundação(m):
      50.00
```

-Cota do fundo da seção(m):
10.00
-Rugosidade fixa:
0.00
SECAO 10
-Posição(m):
4000.00
2.00
0
-Tipo da seção: Triangular
-declividade lateral esq:
1.00
-declividade lateral dir:
1.00
-Cota máxima de inundação(m):
50.00
-Cota do fundo da seção(m):
10.00
-Rugosidade fixa:
0.00