

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

LEONARDO DE CASTRO FERREIRA DOS SANTOS

PROJETO ÓTIMO DE NEUTRALIZADOR DINÂMICO PENDULAR
INERTER-VISCOELÁSTICO APLICADO A TURBINAS EÓLICAS SUBMETIDAS A
ABALOS SÍSMICOS

CURITIBA

2023

LEONARDO DE CASTRO FERREIRA DOS SANTOS

PROJETO ÓTIMO DE NEUTRALIZADOR DINÂMICO PENDULAR
INERTER-VISCOELÁSTICO APLICADO A TURBINAS EÓLICAS SUBMETIDAS A
ABALOS SÍSMICOS

Trabalho apresentado como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica do Setor de Tecnologia da Universidade Federal do Paraná.

Orientador: Carlos Alberto Bavastri

CURITIBA

2023

DADOS INTERNACIONAIS DE CATALOGAÇÃO NA PUBLICAÇÃO (CIP)
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
SISTEMA DE BIBLIOTECAS – BIBLIOTECA DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA

Santos, Leonardo de Castro Ferreira dos
Projeto ótimo de neutralizador dinâmico pendular inerter-viscoelástico aplicado a turbinas eólicas submetidas a abalos sísmicos / Leonardo de Castro Ferreira dos Santos. – Curitiba, 2023.
1 recurso on-line : PDF.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Paraná, Setor de Tecnologia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica.

Orientador: Carlos Alberto Bavastri

1. Turbinas eólicas. 2. Abalos sísmicos. 3. Frequência de vibração. I. Universidade Federal do Paraná. II. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica. III. Bavastri, Carlos Alberto. IV. Título.

Bibliotecário: Elias Barbosa da Silva CRB-9/1894



TERMO DE APROVAÇÃO

Os membros da Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação ENGENHARIA MECÂNICA da Universidade Federal do Paraná foram convocados para realizar a arguição da Dissertação de Mestrado de **LEONARDO DE CASTRO FERREIRA DOS SANTOS** intitulada: **PROJETO ÓTIMO DE NEUTRALIZADOR DINÂMICO PENDULAR INERTER-VISCOELÁSTICO APLICADO A TURBINAS EÓLICAS SUBMETIDAS A ABALOS SÍSMICOS**, sob orientação do Prof. Dr. CARLOS ALBERTO BAVASTRI, que após terem inquirido o aluno e realizada a avaliação do trabalho, são de parecer pela sua APROVAÇÃO no rito de defesa.

A outorga do título de mestre está sujeita à homologação pelo colegiado, ao atendimento de todas as indicações e correções solicitadas pela banca e ao pleno atendimento das demandas regimentais do Programa de Pós-Graduação.

CURITIBA, 12 de Dezembro de 2023.

Assinatura Eletrônica

04/01/2024 09:34:59.0

CARLOS ALBERTO BAVASTRI

Presidente da Banca Examinadora

Assinatura Eletrônica

15/01/2024 15:26:28.0

PABLO YUGO YOSHIURA KUBO

Avaliador Externo (VOLVO DO BRASIL)

Assinatura Eletrônica

02/01/2024 11:53:35.0

JUCÉLIO TOMÁS PEREIRA

Avaliador Interno (UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ)

Assinatura Eletrônica

02/01/2024 11:21:20.0

MARCO ANTÔNIO LUERSEN

Avaliador Externo (UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ)

AGRADECIMENTOS

Ao meu orientador, Carlos Alberto Bavastri, por apoiar e direcionar o desenvolvimento desta dissertação. Sempre à disposição para aconselhar, além de estimular incondicionalmente a criatividade para resolver os grandes desafios que orbitam o tema proposto.

A todos os membros da banca examinadora, professor Jucélio, professor Marco Luersen e doutor Pablo Kubo, que dedicaram tempo e esforço para revisar esta dissertação e propor melhorias que, sem dúvida alguma, contribuíram muito para a obtenção de um trabalho de alto nível.

A minha mãe e mestre em educação, Sandra, e a minha tia-avó e mestre em teoria literária, Beatriz, pelas correções ortográficas e ótimas sugestões para tornar o texto mais claro e objetivo.

A minha noiva Laura, pelo incentivo, compreensão e companheirismo por todo esse período importante da minha carreira acadêmica.

Aos meus gestores da Volvo Caminhões, em especial ao Celso Cruz, pela compreensão e apoio nesse período de interseção entre academia e indústria.

Ao meu colega da Volvo Caminhões, Arthur Larocca, pelas ótimas discussões e sugestões, que ajudaram a fomentar a criatividade na condução deste trabalho.

Aos gestores e colegas da WEG, que contribuíram muito para a definição do tema e início dos estudos.

Aos meus pais, irmãos e todos familiares que participaram de alguma forma desse período de grande aprendizado.

RESUMO

Turbinas eólicas são estruturas esbeltas suscetíveis a excitações de baixa frequência, como abalos sísmicos. Com a alta na demanda pela produção de energias renováveis, a instalação de torres eólicas tem expandido para regiões com maiores propensões a sismos. O controle passivo de vibração utilizando neutralizadores dinâmicos se mostra uma alternativa interessante para reduzir os riscos em eventos sísmicos. O presente trabalho busca otimizar os parâmetros construtivos de um neutralizador dinâmico do tipo pendular *inertter*-viscoelástico para o controle passivo de turbinas eólicas submetidas a esse tipo de catástrofe natural. Estruturas pendulares contêm a flexibilidade necessária para a sintonização em frequências naturais abaixo de 1 Hz. Ademais, *inertters* são dispositivos que adicionam inércia ao sistema, o que permite a redução do comprimento requerido do pêndulo. Por fim, materiais viscoelásticos são largamente utilizados em controle de vibrações, devido às suas propriedades de rigidez e amortecimento histerético. Para este estudo, a turbina de 5 MW desenvolvida pela NREL¹ é utilizada como base. Primeiramente, a turbina é submetida às seguintes análises: análise modal, para a extração dos seus parâmetros modais; análise de resposta em frequência, para posterior verificação do algoritmo de otimização; e análise transiente não linear, na qual a estrutura é submetida a acelerações de um sinal temporal de abalo sísmico. Essa última considera as não linearidades provenientes de grandes deslocamentos e rotações da torre eólica, tendo como objetivo definir a(s) frequência(s) de controle. Com os parâmetros modais, um algoritmo híbrido de otimização é utilizado para encontrar os parâmetros construtivos ótimos do neutralizador dinâmico, a fim de minimizar a resposta do sistema nas suas duas primeiras frequências naturais, nas quais a energia de resposta ao sismo predomina. Com os dados ótimos do absorvedor, esse é modelado e acoplado ao sistema primário para a validação do projeto ótimo. Os resultados mostraram que, apesar do material viscoelástico apresentar baixo amortecimento no intervalo de frequências de controle, é possível reduzir a vibração do sistema primário em 72%, para ambas as direções horizontais. Além disso, observa-se um aumento considerável no amortecimento, com um maior decaimento na resposta do sistema composto. Entretanto, não foram observadas reduções expressivas na parcela transiente da resposta dada nos primeiros segundos do sinal. Outro estudo importante é o do acoplamento do *inertter*. Quando fixo na torre, e não em uma base rígida, se torna menos eficiente, pois a impedância mecânica inserida é reduzida com o aumento da sua inertância, o que não ocorre quando é fixo rigidamente.

Palavras-chave: controle passivo de vibrações; neutralizadores dinâmicos; *inertters*; turbinas eólicas; abalo sísmico.

¹ A *National Renewable Energy Laboratory (NREL)* é uma instituição governamental norte-americana criada para pesquisar e desenvolver novas tecnologias para o ramo de energia renovável.

ABSTRACT

Wind turbines are slender structures susceptible to low-frequency excitations, such as earthquakes. With the increased demand for renewable energy production, the installation of wind towers has expanded to regions with higher seismic propensities. Passive vibration control using dynamic absorbers proves to be an interesting alternative to minimize the risks of structural failures during seismic events. This work aims to optimize the constructive characteristics of a pendulum-type dynamic inerter-viscoelastic absorber for the passive control of wind turbines subjected to this type of natural catastrophe. Pendular structures provide the flexibility required for tuning at natural frequencies below 1 Hz. Inerters, additionally, are devices that add inertia to the system, allowing for the reduction of the required pendulum length. Finally, viscoelastic materials are widely used in vibration control due to their stiffness and hysteretic damping properties. For this study, the 5MW turbine developed by NREL² is used as a basis. Firstly, the turbine undergoes the following analyses: modal analysis, to extract its modal parameters; frequency response analysis, for subsequent verification of the optimization algorithm; and nonlinear transient analysis, in which the structure is subjected to accelerations of a seismic time series. In the latter, nonlinearities from large displacements and rotations of the wind tower are considered, aiming to define the control frequency(ies). With the modal parameters, a hybrid optimization algorithm is used to find the optimal constructive parameters of the dynamic neutralizer to minimize the system response at its first two natural frequencies, where seismic response energy predominates. With the optimal absorber parameters, it is modeled and coupled to the primary system for the validation of the optimal design. The results showed that, despite the viscoelastic material exhibiting low damping in the control frequency range, it is possible to reduce the primary system's vibration by 72% for both horizontal directions. Additionally, a considerable increase in damping is observed, with a greater decay in the response of the composite system. However, significant reductions in the transient portion of the response given in the first few seconds of the signal were not observed. Another important study is the inerter coupling. When fixed to the tower and not to a rigid base, it becomes less efficient because the inserted mechanical impedance is reduced with an increase in its inertia, which does not occur when it is rigidly fixed.

Keywords: passive control of vibration; dynamic absorbers; inerters; wind turbines; earthquakes.

² the NREL is a north american institute created to reseach and develop new technologies for the renewable energy sector.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

FIGURA 1 – Corpo no estado inicial (não deformado) e atual (deformado). . .	39
FIGURA 2 – Decomposição polar.	42
FIGURA 3 – Método iterativo de Newton-Raphson para solução de problemas não lineares.	47
FIGURA 4 – Método de Newmark- β para diferentes valores de β	48
FIGURA 5 – Raio espectral vs parâmetro de frequência para o método de Newmark- β e HHT- α	50
FIGURA 6 – Nomograma de frequência reduzida.	54
FIGURA 7 – Parâmetros equivalentes generalizados.	56
FIGURA 8 – Neutralizador pendular viscoelástico.	58
FIGURA 9 – Histórico encontrado na literatura de dispositivos com princípios similares ao do <i>inertor</i>	61
FIGURA 10 – <i>Inertor</i> de cremalheira-pinhão.	62
FIGURA 11 – <i>Inertor</i> de fuso-de-esferas.	63
FIGURA 12 – Modelo viscoso de um grau de liberdade com base móvel e <i>inertor</i>	63
FIGURA 13 – Resultados do PSHA.	64
FIGURA 14 – Definição do espectro de resposta elástica.	66
FIGURA 15 – Definição do espectro de resposta de acordo com a norma ASCE 7-10.	67
FIGURA 16 – Fluxograma da metodologia.	71
FIGURA 17 – Componentes típicos de uma turbina eólica.	74
FIGURA 18 – Diferentes aerofólios das pás da turbina de 5 MW.	75
FIGURA 19 – Ilustração esquemática da turbina de 5 MW.	75
FIGURA 20 – Modelo MEF das pás da turbina de 5 MW.	77
FIGURA 21 – Modelo MEF da nacele da turbina de 5 MW.	78
FIGURA 22 – Modelo global da turbina de 5 MW.	78
FIGURA 23 – Nomograma da borracha butílica BT-806/55.	80
FIGURA 24 – Resultados do ajuste do módulo de cisalhamento complexo escrito como uma lei de potência.	81
FIGURA 25 – Resultados do ajuste dos coeficientes da série de Prony.	82
FIGURA 26 – Equivalência entre amortecimento estrutural e viscoso.	83
FIGURA 27 – Neutralizador dinâmico pendular <i>inertor</i> -viscoelástico.	84
FIGURA 28 – Modelo numérico do neutralizador pendular <i>inertor</i> -viscoelástico.	91
FIGURA 29 – Sinal temporal e espectro de resposta do abalo sísmico de Northridge.	92

FIGURA 30 – Análise comparativa entre os espectros de resposta original, objetivo e ajustado.	92
FIGURA 31 – Sinal temporal do abalo sísmico.	93
FIGURA 32 – PSD do sinal temporal do abalo sísmico.	93
FIGURA 33 – Primeiro modo de vibrar da turbina de 5 MW da NREL (frente-trás).	96
FIGURA 34 – Primeiro modo de vibrar da turbina de 5 MW da NREL (lateral).	96
FIGURA 35 – Segundo modo de vibrar da turbina de 5 MW da NREL (frente-trás).	97
FIGURA 36 – Segundo modo de vibrar da turbina de 5 MW da NREL (lateral).	97
FIGURA 37 – FRF calculada no ANSYS Mechanical® - direção X.	99
FIGURA 38 – FRF calculada no ANSYS Mechanical® - direção Y.	99
FIGURA 39 – Resultados de deslocamento no topo do sistema primário.	100
FIGURA 40 – Resultados de aceleração no topo do sistema primário.	100
FIGURA 41 – PSD dos resultados de deslocamento no topo do sistema primário.	101
FIGURA 42 – Eficiência do <i>inertor</i> para $\varphi = 1.0$	102
FIGURA 43 – Eficiência do <i>inertor</i> para $\varphi = 0$	102
FIGURA 44 – Comparativo das FRFs dos sistemas primário e composto - direção X.	104
FIGURA 45 – Comparativo das FRFs dos sistemas primário e composto - direção Y.	104
FIGURA 46 – Comparativo das FRFs dos sistemas primário e composto calculadas via ANSYS Mechanical® - direção X.	105
FIGURA 47 – Comparativo das FRFs dos sistemas primário e composto calculadas via ANSYS Mechanical® - direção Y.	105
FIGURA 48 – Comparativo dos deslocamentos dos sistemas primário e composto submetidos ao abalo sísmico.	106
FIGURA 49 – Comparativo das acelerações dos sistemas primário e composto submetidos ao abalo sísmico.	107
FIGURA 50 – PSD dos resultados de deslocamento do sistema composto.	108
FIGURA 51 – Projeto de neutralizador pendular do edifício Taipei-101.	109
FIGURA 52 – Projeto conceitual de neutralizador dinâmico do tipo pendular <i>inertor</i> -viscoelástico	109
FIGURA 53 – Projeto conceitual do <i>inertor</i>	110
FIGURA 54 – Projeto conceitual da mola viscoelástica.	111

LISTA DE TABELAS

TABELA 1 – Dados Gerais da Turbina Eólica de 5 MW da NREL.	73
TABELA 2 – Propriedades Estruturais da Torre.	74
TABELA 3 – Configurações do subestruturamento das pás.	77
TABELA 4 – Parâmetros do modelo de ordem fracionária para o elastômero BT-806/55.	80
TABELA 5 – Coeficientes da Série de Prony para o elastômero BT-806/55. . .	82
TABELA 6 – Limites do vetor de projeto no processo de otimização.	89
TABELA 7 – Propriedades do Espectro de Resposta Elástica objetivo.	92
TABELA 8 – Frequências naturais e fatores de participação modal do sistema primário.	95
TABELA 9 – Resultados comparativos FAST® vs APDL.	98
TABELA 10 – Parâmetros ótimos do neutralizador dinâmico.	103
TABELA 11 – Resultados da otimização do neutralizador dinâmico.	103
TABELA 12 – Parâmetros do projeto conceitual do inerter.	110
TABELA 13 – Resultados do projeto conceitual da mola viscoelástica.	111

LISTA DE ABREVIATURAS E DE SIGLAS

AFSM	Algoritmo Baseado em Cardume de Peixes (do inglês Artificial Fish Swarm Algorithm)
APDL	ANSYS Parametric Design Language
BEM	Momento do Elemento de Lâmina (do inglês Blade Element Momentum)
CMS	Síntese Modal de Componentes (do inglês Component Mode Synthesis)
DMA	Análise Dinâmico-Mecânica (do inglês Dynamic Mechanical Analysis)
FRF	Função Resposta em Frequência
GA	Algoritmos Genéricos (do inglês Genetic Algorithm)
GDL	Graus de Liberdade
IBC	International Building Codes
MCK	Massa-mola-amortecedor
MEF	Método dos Elementos Finitos
NREL	National Renewable Energy Laboratory
NuMAD	Numerical Manufacturing And Design Tool
PEG	Parâmetros Equivalentes Generalizados
PGA	Pico de Aceleração do Solo (do inglês Peak Ground Acceleration)
PSD	Densidade Espectral de Potência (do inglês Power Spectral Density)
PSHA	Análise Probabilística de Segurança Sísmica (do inglês Probabilistic Seismic Hazard Analysis)
TDSM	Ajuste Temporal de Espectro (do inglês Time Domain Spectral Matching)
TONL	Técnica de Otimização Não Linear

a-set

Grupo de graus de liberdade utilizados na análise

o-set

Grupo de graus de liberdade omitidos da análise

LISTA DE SÍMBOLOS - ALFABETO LATINO

$a(t)$	Acelerograma do abalo sísmico
$A(\omega)$	Transformada de Fourier da aceleração
A	Matriz de amplificação
b	Inertância do <i>inertor</i>
b_r	Constante de relaxação
B	Matriz de inércia do <i>inertor</i>
c_{ii}	i -ésimo amortecimento modal
$c_{eq}(\omega)$	Amortecimento viscoso equivalente do neutralizador dinâmico
c_{visc}	Amortecimento viscoso equivalente do material
C	Matriz de amortecimento
$\hat{\mathbf{C}}$	Matriz de amortecimento do sistema composto
$\mathbf{C}_e(\omega)$	Matriz de amortecimento viscoso equivalente do sistema secundário
\mathbf{C}_{aa}	Matriz de amortecimento equivalente do <i>a-set</i>
CG	Tensor de deformações de Cauchy-Green
d_{eixo}	Diâmetro do eixo do <i>inertor</i> no projeto conceitual
d_{volante}	Diâmetro do volante do <i>inertor</i> no projeto conceitual
D	Tensor constitutivo de quarta ordem
D^{β_m}	Deformação de ordem fracionária β_m
$\hat{\mathbf{D}}(\omega)$	Matriz de rigidez dinâmica no subespaço modal
E	Módulo de elasticidade
\bar{E}	Módulo de elasticidade complexo
E'	Parcela imaginária do módulo de elasticidade
E	Tensor de deformações de Green-Lagrange

\mathcal{F}	Operador da transformada de Fourier
f	Frequência em Hz
f_a	Frequência natural do neutralizador dinâmico em Hz
f_i^{gen}	i -ésima força generalizada
F_v	Fator de localidade de acordo com ASCE (2010)
F_a	Fator de localidade de acordo com ASCE (2010)
$\mathbf{F}(\omega)$	Vetor de forças externas no domínio da frequência
\mathbf{f}	Vetor de forças externas
\mathbf{f}_a	Vetor de esforços externos nos graus de liberdade de análise
\mathbf{f}^b	Forças de corpo
\mathbf{f}^k	Vetor de forças de restauração na iteração k
\mathbf{F}	Gradiente de deformação
G_∞	Módulo de cisalhamento quando $\omega \rightarrow \infty$
G_0	Módulo de cisalhamento quando $\omega \rightarrow 0$
\bar{G}	Módulo de cisalhamento complexo
$G(t)$	Módulo de relaxação
$G_{t \rightarrow \infty}$	Módulo de equilíbrio
G_p	Componente elástica da Série de Prony
$G_{t \rightarrow 0}$	Módulo de relaxação instantâneo
g_p	Constante de cisalhamento da Série de Prony
\mathbf{G}_{oa}	Matriz de transformação de coordenada entre <i>o-set</i> e <i>a-set</i>
\mathbf{G}	Tensor esquerdo de deformações de Cauchy-Green
$h(t)$	Função resposta ao impulso
$\mathbf{H}(\omega)$	Matriz de receptância
I	Momento de inércia
I_a	Momento de inércia da haste do pêndulo

I_{volante}	Momento de inércia do volante do <i>inertor</i> no projeto conceitual
I	Matriz Identidade
J	Variação de volume entre o corpo deformado e não deformado
k_{ii}	i -ésima rigidez modal
\bar{k}	Rigidez equivalente complexa
k_{θ}	Rigidez torcional do material viscoelástico
$k_s(\omega)$	Rigidez dinâmica
k_g	Raio de giração
k_{eq}	Rigidez equivalente do <i>inertor</i>
K	Matriz de rigidez
\mathbf{K}_{aa}	Matriz de rigidez equivalente dos graus de liberdade de análise
\mathbf{K}_{oo}	Matriz de rigidez equivalente dos graus de liberdade omitidos
$\mathbf{K}_{oa}/\mathbf{K}_{ao}$	Termos de acoplamento dos graus de liberdade de análise e omitidos
\mathbf{K}_{aa}	Matriz de rigidez equivalente do a-set
\mathbf{K}_{bb}	Matriz de rigidez no contorno do superelemento
$\bar{\mathbf{K}}^k$	Matriz de rigidez tangencial na iteração k
L	Comprimento do pêndulo
l_{ij}	Resposta do modelo de 1 GDL a função de ajuste
L_{torre}	Comprimento da torre
$L_{adm}(R)$	Comprimento adimensional
$\bar{\mathbf{L}}$	Vetor de coeficientes modais
m_{ii}	i -ésima massa modal
m_a	Massa do neutralizador dinâmico
$m_{eq}(\omega)$	Massa equivalente do neutralizador dinâmico
m_{volante}	Massa do volante do <i>inertor</i> no projeto conceitual
M_b	Massa dinâmica na base do sistema primário

M	Matriz de massa
$\hat{\mathbf{M}}$	Matriz de massa do sistema composto
$\mathbf{M}_e(\omega)$	Matriz de massa equivalente do sistema secundário
\mathbf{M}_{aa}	Matriz de massa equivalente do a-set
\mathbf{M}_{bb}	Matriz de massa no contorno do superelemento
$\mathbf{M}_{aq}/\mathbf{M}_{qa}$	Matrizes de massa de acoplamento entre graus de liberdade modais e de contorno
n	Vetor normal unitário à área no estado deformado
\mathbf{n}_0	Vetor normal unitário à área no estado inicial
P_i	Polaridade do pico de resposta elástica
P	Primeiro tensor de tensões de Piola-Kirchhoff
Q_i	Espectro de resposta elástica desejado
q	Vetor de coordenadas modais
$\mathbf{Q}(\omega)$	Vetor de coordenadas modais no domínio da frequência
R	Razão de inércia
$r(\omega)$	Razão de cisalhamento
r_a	Razão entre os módulos de cisalhamento em função da frequência e na frequência de sintonização
R_i	Espectro de resposta elástica original
$\bar{\mathbf{r}}$	Vetor de influência
R	Tensor de rotação ou de corpo rígido
S_d	Resposta espectral de deslocamento
S_v	Resposta espectral de velocidade
S_a	Resposta espectral de aceleração
T_n	Período natural de um sistema de um grau de liberdade
S_{DS}	Parâmetro de espectro de resposta de projeto para períodos naturais curtos

S_{D1}	Parâmetro de espectro de resposta de projeto para um período natural igual a 1s
S_1	Parâmetro de abalo sísmico dos EUA para período natural de 1s
S_S	Parâmetro de abalo sísmico dos EUA para períodos naturais curtos
S	Segundo tensor de tensões de Piola-Kirchhoff
T	Temperatura
T_0	Temperatura de referência
T_{visco}	Torque aplicado no material viscoelástico
T_n	Período natural de um sistema de um grau de liberdade
T_e	Energia cinética
T_L	Período de transição
t_{volante}	Espessura do volante do <i>inertor</i> no projeto conceitual
t_{visco}	Espessura da manta viscoelástica
t	Vetor de tensões reais
\mathbf{t}_0	Vetor de tensões em relação ao estado inicial
T _{CB}	Matriz de transformação de Craig-Bampton
\ddot{u}_b	Aceleração da base em um modelo de um grau de liberdade
u	Vetor de deslocamentos nodais
\mathbf{u}_a	Vetor de deslocamentos nodais do grupo utilizado na análise
\mathbf{u}_o	Vetor de deslocamentos nodais do grupo omitido da análise
\mathbf{u}_b	Vetor de deslocamentos nodais nos graus de liberdade de contorno do superelemento
U	Tensor direito de alongamento de Cauchy
v	Avanço do fuso de esferas
$V(\omega)$	Transformada de Fourier da velocidade
V_e	Energia potencial
V	Tensor esquerdo de alongamento de Cauchy

$w_j(t)$	Funções de ajuste de acelerogramas
$W(\mathbf{E})$	Densidade de energia de deformação
x	Coordenada generalizada de translação
\ddot{x}_g	Aceleração vertical do solo causada pelo abalo sísmico
\mathbf{x}	Vetor posição no estado atual de deformação
\mathbf{X}	Vetor posição no estado inicial de deformação
$\bar{\mathbf{x}}$	Vetor de projeto no processo de otimização
$\bar{\mathbf{x}}^L$	Limite inferior para o vetor de projeto no processo de otimização
$\bar{\mathbf{x}}^U$	Limite superior para o vetor de projeto no processo de otimização
z_j	Coefficientes de ajuste de acelerogramas
Z_b	Impedância mecânica na base do sistema primário
$Z_{adm}(R)$	Impedância adimensional

LISTA DE SÍMBOLOS - ALFABETO GREGO

α	Fator de amortecimento numérico
α_T	Fator de deslocamento de Williams–Landel–Ferry
β	Segundo parâmetro de integração numérica do Método de Newmark
γ	Primeiro parâmetro de integração numérica do Método de Newmark
Γ_0	Contorno do corpo no estado inicial
δ_{ij}	Delta de Kronecker
$\delta a(t)$	Ajuste infinitesimal aplicado ao acelerograma
ΔS_x	Área do elemento diferencial no estado deformado
ΔS_0	Área do elemento diferencial no estado inicial
ΔR_i	Diferença entre o espectro desejado e o original
$\Delta \mathbf{f}$	Vetor de forças aplicadas no elemento diferencial
$\Delta \mathbf{u}^k$	Incremento de deslocamento na iteração k
ϵ	Deformação escalar
$\tilde{\epsilon}$	Transformada de Fourier da deformação
$\epsilon(\omega)$	Razão de frequências
ϵ_a	Razão entre a frequência e a frequência de sintonização
ϵ_0	Tensor de deformações de engenharia no estado inicial de deformação
ϵ_x	Tensor de deformações de engenharia no estado atual de deformação
ζ_i	i -ésima razão de amortecimento modal
η	Fator de perda
θ	Coordenada generalizada de rotação
θ_1	Primeira constante de Williams–Landel–Ferry
θ_2	Segunda constante de Williams–Landel–Ferry
ϑ	Fator geométrico da rigidez

λ	Primeira constante de Lamé
Λ	Matriz espectral ou diagonal dos autovalores
μ_i	Razão de massa do i -ésimo neutralizador dinâmico
μ_L	Segunda constante de Lamé
ξ^i	Fator de participação modal
$\Pi(\mathbf{u})$	Energia potencial
ρ	Raio espectral
ϱ	Parâmetro de relaxação do processo de convergência
σ	Tensão escalar
$\tilde{\sigma}$	Transformada de Fourier da tensão
ς	Parâmetro de eficiência do <i>inertor</i>
$\boldsymbol{\sigma}$	Tensor de tensões reais ou de Cauchy
τ_p	Período de relaxação
$\boldsymbol{\tau}$	Tensor de tensões de Kirchhoff
ν	Coeficiente de Poisson
φ	Razão entre o deslocamento da base do <i>inertor</i> em relação ao deslocamento da ponta da torre
ϕ^i	i -ésimo modo de vibrar do sistema
ϕ^m	Autovetores ortonormalizados pela massa
Φ	Matriz modal ou de autovetores
$\hat{\Phi}^m$	Matriz modal ortonormalizada truncada
Φ^R	Matriz de modos estáticos de ligação
χ	Coeficiente de proporcionalidade da massa
ψ	Coeficiente de proporcionalidade da rigidez
ω	Frequência circular
ω_i	i -ésima frequência natural do sistema

ω_a	Frequência natural do neutralizador dinâmico
ω_R	Frequência reduzida
ω_n	Frequência natural de um sistema de um grau de liberdade
ω_3	Frequência de equivalência entre amortecimento estrutural e viscoso
Ω_0	Estado de deformação inicial
Ω_x	Estado de deformação atual

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	23
1.1	JUSTIFICATIVA	23
1.2	ESTADO DA ARTE	24
1.2.1	Aplicação de neutralizadores dinâmicos em torres eólicas	24
1.2.2	Análise dinâmica de abalos sísmicos em aerogeradores	28
1.3	OBJETIVOS	31
1.3.1	Objetivo geral	31
1.3.2	Objetivos específicos	31
2	CONCEITOS MATEMÁTICOS	33
2.1	DINÂMICA ESTRUTURAL	33
2.1.1	Método da superposição modal	33
2.1.2	Redução por subestruturamento e superelementos	36
2.1.3	Não linearidade geométrica: grandes deslocamentos e rotações	38
2.1.4	Integração numérica: análise no domínio do tempo	47
2.2	PROJETO ÓTIMO DE NEUTRALIZADORES DINÂMICOS	51
2.2.1	Materiais viscoelásticos	52
2.2.2	Parâmetros equivalentes generalizados	55
2.2.3	Neutralizador pendular viscoelástico	58
2.2.4	Controle passivo de vibrações com <i>inerters</i>	60
2.3	ACELEROGRAMAS BASEADOS EM ESPECTROS DE RESPOSTA	63
2.3.1	Espectros de resposta elástica	64
2.3.2	Ajuste de acelerogramas	67
3	METODOLOGIA	71
3.1	HIPÓTESES	72
3.2	MODELO NUMÉRICO DA TURBINA EÓLICA	72
3.2.1	Turbina referência NREL 5 MW	72
3.2.2	Descrição do modelo numérico	75
3.2.3	Análises de dinâmica estrutural	79
3.3	MATERIAL VISCOELÁSTICO	79
3.3.1	Coeficientes da série de Prony	81
3.4	NEUTRALIZADOR PENDULAR INERTER-VISCOELÁSTICO	83
3.4.1	Dedução dos parâmetros equivalentes generalizados	83
3.4.2	Eficiência do <i>inerters</i>	87
3.4.3	Método híbrido de otimização	89
3.4.4	Modelo numérico do neutralizador dinâmico	89
3.5	SINAL TEMPORAL DO ABALO SÍSMICO	91
4	RESULTADOS E DISCUSSÕES	94
4.1	RESULTADOS SISTEMA PRIMÁRIO	94
4.1.1	Análise modal	94

4.1.2	Análise de resposta em frequência	98
4.1.3	Análise transiente não linear	100
4.2	PROJETO ÓTIMO DO NEUTRALIZADOR DINÂMICO	101
4.2.1	Eficiência do <i>inertor</i>	101
4.2.2	Parâmetros ótimos do neutralizador	103
4.3	RESULTADOS SISTEMA COMPOSTO	105
4.3.1	Análise de resposta em frequência	105
4.3.2	Análise transiente não linear	106
4.4	PROPOSTA CONCEITUAL DO NEUTRALIZADOR DINÂMICO	108
4.4.1	Projeto do <i>inertor</i>	110
4.4.2	Projeto da mola viscoelástica	110
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	112
5.1	CONCLUSÕES GERAIS	112
5.2	RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	113
	REFERÊNCIAS	115

1 INTRODUÇÃO

1.1 JUSTIFICATIVA

A aplicação de turbinas eólicas no cenário da geração de energia tem mostrado um crescimento expressivo nas últimas décadas. Estima-se que o crescimento da energia gerada com o auxílio do vento saltou de 7,5 GW, em 1997, para 564 GW, em 2018 (IRENA, 2019). Esses números deixam evidente a busca por fontes de energias renováveis, motivada principalmente pelos impactos do aquecimento global. As projeções mostram que a temperatura média global pode atingir valores de 2,9 a 3,2°C em 2100, se mantivermos as políticas de emissões atuais. Entretanto, com a implementação das medidas de zero emissão, discutidas no Acordo de Paris, as projeções se reduzem a valores entre 2 e 2,4°C (Höhne et al., 2021).

Acompanhado do crescimento do setor eólico, é possível observar uma expansão de mercados emergentes, como Ásia, América do Norte, sul da Europa, que contêm um longo histórico de abalos sísmicos (Katsanos et al., 2016). Como as turbinas eólicas são estruturas esbeltas, com frequências naturais baixas, existe uma grande preocupação por parte de órgãos certificadores a respeito dos efeitos que esse tipo de excitação pode causar na estrutura. Esse fato impulsionou a recente publicação de uma norma tratando especificamente do projeto de aerogeradores submetidos a abalos sísmicos (DNV-GL, 2021).

Além disso, visando eficiência e produção energética, existe uma tendência do aumento da altura das torres das turbinas, que busca reduzir os efeitos do escoamento viscoso e, conseqüentemente, tirar proveito de ventos com maiores potenciais energéticos. Por exemplo, nos anos 2000, a altura das turbinas chegava a 50 metros, enquanto em 2015 atingia valores de 125 metros. Entretanto, apesar de ser um avanço importante para o funcionamento do produto, isso torna a estrutura ainda mais vulnerável aos carregamentos externos (Sassi, 2016).

Segundo Hernandez-Estrada et al. (2021), as principais fontes de carregamento que devem ser levadas em consideração no projeto de torres de turbinas eólicas são: vento, ondas do mar (no caso de turbinas *offshore*) e eventos sísmicos. Todas elas contêm uma característica em comum: são processos estocásticos, ou seja, mesmo com as condições iniciais bem determinadas, não é possível prever exatamente qual será o seu comportamento nos instantes de tempo posteriores. Carregamentos do vento e ondas do mar têm características permanentes, o que permite modelagens considerando a estacionariedade do processo. Já sismos, de acordo com Muscolino e Alderucci (2017), são transientes e não estacionários por natureza, devido à variação da

média e do desvio padrão ao longo do tempo. Isso faz com que os esforços gerados na estrutura carreguem energia em determinada banda de frequências, geralmente baixas, que podem coincidir com as frequências naturais do sistema, causando ressonância e, conseqüentemente, níveis elevados de vibração. A vibração de baixa frequência, combinada a amplificações dinâmicas, pode levar à falha precoce de componentes por fadiga, ou até mesmo por sobrecarga.

Nesse caso, deslocar as frequências naturais da estrutura, por meio de alterações na rigidez e massa, não é uma solução viável, principalmente devido a restrições de projeto em relação à massa dos componentes e à inviabilidade de reforçar o sistema para atingir o aumento necessário de rigidez. Dessa forma, uma solução muito eficiente e relativamente barata é o controle passivo das vibrações da estrutura utilizando neutralizadores dinâmicos. Esses dispositivos têm a função de adicionar amortecimento ao sistema e promover uma redução das amplificações dinâmicas na(s) frequência(s) de sintonização.

Nesta dissertação é proposto um projeto conceitual ótimo de neutralizador dinâmico, utilizando algoritmos de otimização não linear, para a redução de vibrações de torres eólicas submetidas a abalos sísmicos.

1.2 ESTADO DA ARTE

1.2.1 Aplicação de neutralizadores dinâmicos em torres eólicas

Para a construção deste tópico do estado da arte foram considerados dois diferentes bancos de dados para pesquisa científica: a *Science Direct* e a Scielo, nos domínios <https://www.sciencedirect.com/> e <https://scielo.org/pt/>, respectivamente. Utilizando as palavras-chave *wind turbines*, *passive control*, *vibration*, *tower* e *tuned mass damper*, foram obtidos oitenta resultados na *Science Direct*. Já para a pesquisa na Scielo, os termos *wind turbines* e *vibration* foram utilizados, e apenas um artigo foi encontrado. Em ambos os casos, os artigos foram ordenados de acordo com as suas relevâncias para a comunidade científica, conforme o filtro de cada banco de dados.

Como critério de seleção, foram escolhidos os artigos publicados nos últimos 7 anos, ou seja, a partir do ano de 2017. Foram excluídos aqueles que tratavam do controle de vibração de outras partes da turbina eólica, como as pás. Assim, foram considerados vinte e oito artigos para compor a pesquisa desenvolvida neste tópico do estado da arte. Por fim, os estudos foram agrupados em cinco categorias, de acordo com o tipo de projeto de neutralizador utilizado: massa-mola-amortecedor, ou simplesmente MCK; múltiplos absorvedores MCK; hidráulico; pendular e projetos que incluem *inerters* ou *J-dampers*.

Lima et al. (2019), Yang et al. (2019a) e Chen et al. (2021b) realizaram a sintonização de neutralizadores dinâmicos MCK para reduzir os níveis de vibração de torres eólicas. No primeiro artigo mencionado, foi aplicado o Método dos Pontos Fixos¹ para a otimização dos parâmetros do absorvedor. A sua efetividade foi medida comparativamente à aplicação de um sinal harmônico permanente na base da torre. Já nos outros estudos citados, foram utilizadas metodologias de otimização inspiradas na natureza, como o Algoritmo Genético, ou *Generic Algorithm* (GA) , e o Algoritmo Baseado em Cardume de Peixes, ou *Artificial Fish Swarm Algorithm* (AFSM) para o projeto ótimo do neutralizador MCK. Além disso, para verificar a eficácia do dispositivo, as turbinas eólicas em estudo foram submetidas a carregamentos causados pelo escoamento do vento. Todos os artigos mencionados evidenciaram que o controle passivo, utilizando neutralizadores massa-mola-amortecedor, tem grande impacto na redução da vibração de torres eólicas.

O estudo conduzido por Yang et al. (2020) mostrou que a resposta do aerogerador, devido a múltiplos carregamentos (vento, onda e abalo sísmico), é dominada pela vibração induzida pelo sismo. Os autores concluíram que o neutralizador MCK atenuou consideravelmente os níveis de vibração provenientes de terremotos. Leng et al. (2020) avaliaram a possibilidade de utilizar os dispositivos MCK bidirecionais, devido ao efeito de assimetria causado pelo acoplamento entre as pás e a torre, para o controle passivo de torres submetidas a terremotos. Li et al. (2021) projetaram neutralizadores massa-mola-amortecedor com rigidez variável, utilizando elastômeros magneto-reológicos, para o controle semiativo da estrutura. Foi possível observar uma maior efetividade na atenuação de vibração com a utilização do controle semiativo, se comparado com o passivo. Lin et al. (2021) realizaram um estudo experimental para avaliar um neutralizador MCK aplicado a turbinas eólicas *offshore*, considerando o efeito da liquefação de um solo arenoso. Para isso, foi fabricado um protótipo físico com uma escala de 1:25, o qual foi submetido a sinais de abalos sísmicos com o auxílio de uma mesa vibratória. Os resultados mostraram que, apesar da liquefação do solo alterar as frequências naturais do sistema, não houve impacto significativo ao ponto de desintonizar o absorvedor dinâmico, que permaneceu atenuando a vibração da estrutura de forma satisfatória.

Um dos problemas relacionados à aplicação de um único neutralizador dinâmico MCK, para torres eólicas, é a definição das frequências de sintonização. Xie et al. (2020) mostraram os efeitos do solo na rigidez do aerogerador e como isso pode

¹ O Método dos Pontos Fixos, proposto por Hartog (1956), sugere que existem dois pontos invariantes na curva de resposta em frequência do sistema composto, formado por um sistema primário de um grau de liberdade e um secundário, dado pelo neutralizador dinâmico. Dessa forma, segundo essa metodologia, os parâmetros ótimos de sintonização são aqueles em que os pontos fixos têm a mesma altura e que os valores máximos da resposta coincidam (ou se aproximem) desses mesmos pontos.

alterar as suas frequências naturais. Devido a essa variação dos parâmetros modais, os autores optaram pelo projeto de múltiplos neutralizadores MCK, com diferentes frequências de sintonização, para que o controle passivo continue sendo efetivo, mesmo com variações nas frequências naturais. Zuo et al. (2017), Hussan et al. (2018), Wang et al. (2020) e Chen et al. (2021a) também desenvolveram estudos com a aplicação de múltiplos neutralizadores MCK, principalmente aplicados a abalos sísmicos. De acordo com os estudos desenvolvidos, sismos conseguem excitar a torre em frequências naturais mais elevadas, tornando menos efetiva a aplicação de um único dispositivo na extremidade da estrutura. Nesses casos, a distribuição de vários neutralizadores ao longo do comprimento da turbina se torna mais atrativa para o controle de modos de vibrar relacionados a frequências superiores.

Buckley et al. (2018) desenvolveram o projeto de um neutralizador hidráulico, ou de coluna d'água, considerando os efeitos de interação entre o solo e a torre eólica, os quais, segundo os autores, têm grande impacto no funcionamento adequado do dispositivo. Hemmati et al. (2019a) realizaram um projeto similar para turbinas submetidas a carregamentos mistos (vento, ondas e abalos sísmico). Para avaliar os benefícios estruturais provenientes do controle passivo de vibração, os autores utilizaram um modelo estatístico de fragilidade lognormal para representar a probabilidade acumulada de falha da torre. Os cálculos levaram em consideração eventos sísmicos com intensidades variadas, que são definidas pelo pico de aceleração do solo, ou *peak ground acceleration* (PGA). Hemmati et al. (2019b) compararam a redução de vibração proporcionada por um neutralizador hidráulico e um MCK em turbinas eólicas *offshore*. Os resultados mostraram que o neutralizador massa-mola-amortecedor tem maior eficiência para as condições operacionais da turbina, enquanto que o projeto de coluna d'água teve melhor performance quando o rotor está parado.

Um modelo de neutralizador interessante para o controle de frequências relativamente baixas é o pendular. Colherinhas et al. (2017) projetaram um dispositivo pendular para o controle passivo de aerogeradores utilizando GA. As variáveis de projeto definidas foram o comprimento do pêndulo e a razão de massa entre o sistema primário e secundário. De forma similar, Sun e Jahangiri (2018) e Sun e Jahangiri (2019) utilizaram esse tipo de neutralizador para o controle bidirecional da estrutura. Em 2018, os autores aplicaram os carregamentos aerodinâmicos, calculados com base na teoria do Momento do Elemento de Lâmina, do inglês *Blade Element Momentum* (BEM), além dos esforços gerados pelas ondas e abalos sísmicos em aerogeradores. Nesse caso, foi considerado que o pêndulo teria um amortecedor viscoso acoplado na sua extremidade, responsável por introduzir amortecimento no sistema. Já em 2019, os autores propuseram um dispositivo eletromagnético conectado ao pêndulo que teria a função de coletar a energia cinética de vibração e transformá-la em eletricidade. Dessa forma, o algoritmo de otimização contou com a maximização da geração de

energia elétrica e a minimização da vibração da nacela. Recentemente, Chapain e Aly (2021) e Jahangiri et al. (2021) estudaram uma proposta de neutralizador pendular com batente viscoelástico. A ideia é que o pêndulo, ao se movimentar, colida com uma manta viscoelástica, fixada nas paredes de um invólucro. Essa colisão causaria uma dissipação de energia e a introdução de amortecimento no sistema, que pode ser utilizado para reduzir as amplitudes de oscilação da estrutura. Os autores deduziram equações para o amortecimento, baseadas na deformação causada pelo impacto, que foi modelado utilizando a teoria do contato de Hertz. É importante destacar que, em ambos os estudos, a inclusão de um batente viscoelástico melhorou a performance de atenuação da vibração, se comparado com o MCK ou simplesmente pendular. Além disso, foi possível observar uma redução de pelo menos 25% no espaço necessário para a construção do dispositivo.

Outra tendência observada para absorvedores de vibração é a utilização de *inerters*² para o controle passivo de vibração em aerogeradores, principalmente quando submetidos a abalos sísmicos. Hu et al. (2018) mostraram que o projeto clássico de neutralizador MCK pode ser aprimorado com adição de *inerters*. Os autores estudaram três configurações distintas: mola, amortecedor e *inertor* em série; conjunto mola e amortecedor em paralelo, conectados em série com o *inertor*; e conjunto amortecedor e *inertor* em paralelo, conectados em série com uma mola. Em geral, a terceira configuração obteve a melhor performance na atenuação da vibração da torre eólica, quando submetida a carregamentos do vento e ondas. Zhang et al. (2019) também aplicaram essa última configuração de dispositivo para suprimir a vibração em turbinas submetidas a abalos sísmicos. Foi possível observar que o *inertor* permite uma redução da massa necessária para sintonizar o absorvedor dinâmico. Além disso, foi demonstrada uma grande robustez do dispositivo, que atenuou a vibração da torre para quatro diferentes sinais sísmicos. Segundo Sarkar e Fitzgerald (2019), o *inertor* promove um efeito de amplificação artificial na massa do neutralizador, causando uma melhor performance na redução da amplitude de movimentos oscilatórios. Villoslada et al. (2019) propuseram a introdução de batentes para um dispositivo formado por um conjunto MCK-*inertor*. Com essa configuração, foi possível observar uma redução de mais de 50% na vibração transversal da nacela. Zuo et al. (2021) desenvolveram equações explícitas para a otimização de neutralizadores MCK-*inertor*, levando em consideração parâmetros como movimento oscilatório do solo e amortecimento estrutural. Os autores realizaram diversos estudos paramétricos para avaliar a robustez na redução de vibração, causada por abalos sísmicos. Em geral, foram obtidos resultados mais eficientes do que a configuração MCK tradicional.

² *Inerters* são dispositivos que têm comportamento similar ao de uma mola ou de um amortecedor. Entretanto, a força de reação gerada é proporcional à diferença da aceleração de ambas as extremidades. Esse conceito foi desenvolvido por Smith (2002), para aprimorar o controle passivo de vibrações em sistemas automotivos.

1.2.2 Análise dinâmica de abalos sísmicos em aerogeradores

De forma similar à seção anterior, as plataformas *Science Direct* e Scielo foram utilizadas como base para a pesquisa de artigos científicos. Utilizando as palavras-chave *wind turbines, seismic, earthquake, vibration* e *tower*, foram obtidos duzentos e vinte e cinco resultados na *Science Direct*. Já na Scielo, nenhum artigo foi encontrado. Como já definido anteriormente, os artigos foram ordenados conforme a sua respectiva relevância. Como critério de seleção, assim como na seção anterior, foram escolhidos artigos publicados nos últimos 7 anos. Entre os duzentos e vinte e cinco artigos encontrados na *Science Direct*, foram excluídos aqueles que tratavam de outros tipos de carregamento, como vento, rajada, ondas, etc. Além disso, não foram consideradas as referências que avaliavam outras partes da turbina, como pás, ou estudos que englobavam a ótica geotécnica do abalo sísmico. Dessa forma, esse estado da arte contou apenas com artigos que tratavam especificamente de abalos sísmicos e seus efeitos dinâmicos nas torres de aerogeradores.

Com isso, foram selecionados nove artigos para compor a base científica desse tópico do estado da arte. Para uma melhor apresentação, os estudos são organizados em ordem cronológica.

Katsanos et al. (2017) avaliaram uma turbina eólica offshore de 5 MW, projeto disponibilizado pela NREL, submetida a abalos sísmicos reais, previamente medidos e registrados, como a de Northridge nos EUA, em 1994, e Tabas no Irã, em 1978. Os autores utilizaram um modelo não linear de grandes deslocamentos para analisar a resposta temporal da torre às acelerações do solo. Além disso, realizaram uma avaliação de fragilidade utilizando a probabilidade de falha acumulada, dada por uma função lognormal, em termos do espectro de resposta para um período natural de 1s. Os autores aplicaram sinais temporais com diferentes intensidades de aceleração e, para cada sinal, avaliaram a possibilidade de haver falha de geradores elétricos, inversores, transformadores e controladores elétricos. Essa falha, segundo o estudo desenvolvido, pode ocorrer se o nível de aceleração da nacelle ultrapassar certo limite previamente definido. A probabilidade de falha é dada pela razão da quantidade de sismos em que a falha ocorreu (ultrapassou o limite estipulado) e pelo número total de sinais avaliados, agrupados conforme a intensidade de aceleração estipulada. Risi et al. (2017) utilizaram três diferentes formas para modelar a interação entre a estrutura e o solo na fundação: viga não linear de Winkler; modelo de impedância; e simplesmente fixa. O primeiro modelo conta com uma série de molas não lineares conectadas à estrutura para representar o comportamento horizontal e vertical do solo, no qual há a presença de um amortecimento histerético. O segundo é um modelo mais simplificado,

no qual a rigidez da fundação é considerada linear e explicitamente modelada em função das suas dimensões, do Módulo de Elasticidade e Coeficiente de Poisson do solo. Já no terceiro, a fundação é considerada completamente rígida. Nesse artigo, de forma similar ao anterior, também foi realizada uma análise probabilista em termos da fragilidade. Os autores concluíram que a não representação da interação entre solo e estrutura pode levar a uma superestimação da resistência da estrutura ao abalo sísmico.

Ju e Huang (2019) também aplicaram o modelo de Winkler para representar a influência da interação entre solo e estrutura na análise dinâmica. Os autores utilizaram como referência o espectro de resposta definida pelo IBC³, considerando diferentes valores de PGA, para representar o abalo sísmico. Acelerogramas artificiais foram gerados a partir dessas respostas espectrais, para obter os sinais temporais e realizar a análise no domínio do tempo. Foi possível observar que, a partir de um valor de 0.52g de PGA, a resposta da estrutura é dominada pelo abalo sísmico, mesmo considerando os efeitos do vento e das ondas. Kaynia (2019), de forma similar a Risi et al. (2017), utilizou um modelo histerético não linear para representar a rigidez e amortecimento da fundação, considerando a interação entre estrutura e solo. A regra de Masing, descrita pelo autor, se baseia em princípios de encruamento cinemático para representar o comportamento cíclico de deformações da base. Nesse estudo, foi destacada a vulnerabilidade de torres eólicas a excitações sísmicas na direção vertical, causada pela presença de frequências naturais mais elevadas nessa direção. Yang et al. (2019b) investigaram a sensibilidade dos modelos de fundação flexíveis em torres eólicas submetidas a abalos sísmicos. Foram avaliados os seguintes modelos: fundação rígida; aparentemente fixa, que calcula a rigidez de uma viga equivalente para representar a fundação, considerando a interação com o solo; molas acopladas, nas quais são definidas molas translacionais e torcionais; e molas distribuídas ao longo da fundação, para representar a distribuição de rigidez ao longo do comprimento da estrutura em contato com o solo. Além disso, nesse artigo foram utilizados registros sísmicos existentes em bases de dados, porém as séries temporais dos sismos reais foram escalonadas para se ajustar a um espectro de resposta previamente definido, tanto em termos de banda de frequências, quanto em termos de amplitude. Os autores mostraram que o modelo aparentemente fixo e as molas distribuídas obtiveram maiores deslocamentos induzidos pelo abalo sísmico, mostrando maior sensibilidade a esse tipo de carregamento, se comparado com os modelos de molas acopladas e de fundação rígida.

Meng et al. (2020) avaliaram experimentalmente e numericamente os efeitos do amortecimento aerodinâmico, gerado pelo escoamento do vento na estrutura, na

³ *International Building Codes (IBC)* é uma série de códigos internacionais que tem como objetivo garantir a integridade e a saúde estrutural na construção civil.

resposta dinâmica de aerogeradores causada por sismos. Os autores construíram um modelo em escala de 1:100 de uma turbina eólica para uma avaliação experimental considerando o acoplamento entre o vento e o abalo sísmico, aplicado na base do protótipo utilizando uma mesa vibratória. Os valores encontrados experimentalmente para o amortecimento aerodinâmico obtiveram boas correlações com modelos analíticos encontrados na literatura. Segundo o estudo, é possível avaliar os efeitos do vento e do abalo sísmico separadamente, a fim de diminuir o custo computacional, uma vez que o amortecimento aerodinâmico pode ser incluído na análise de sismo. Com isso, pode-se combinar os resultados de ambas as análises utilizando a raiz quadrada da soma dos quadrados das respostas.

Ali et al. (2021) analisaram o impacto das diferentes formas de modelar a montagem do rotor e nacele nos resultados das simulações de abalos sísmicos em aerogeradores. Foram avaliados os seguintes modelos para representar o conjunto rotor e nacele: apenas massa, sem excentricidade e inércia rotacional; massa com inércia rotacional, porém sem excentricidade; massa, inércia rotacional e apenas excentricidade vertical; nacele e rotor não integrados, com excentricidade vertical e horizontal; e conjunto nacele e rotor não integrados, com as pás completamente modeladas. Para esse estudo, os autores optaram, assim como já comentado anteriormente, por uma avaliação probabilística fazendo uso da teoria da fragilidade. Foram utilizados diversos registros temporais de abalos sísmicos para compor a amostragem. Pode-se observar que a falta de representação da inércia rotacional pode subestimar a probabilidade de falha da estrutura quando submetida a abalos sísmicos, pois contribui para os resultados de períodos naturais, que têm ligação direta com a resposta dinâmica. Bhattacharya et al. (2021) definem três tipos de respostas espectrais que podem ser utilizadas no projeto de aerogeradores: espectro de resposta de apenas um registro histórico; espectro de resposta calculado a partir de uma análise probabilística de segurança sísmica, ou *probabilistic seismic hazard analysis* (PSHA) ; ou ainda um espectro de resposta de alguma norma específica e previamente definida. Os autores sugerem utilizar pelo menos um dos últimos dois métodos citados. A partir disso, é possível aplicar métodos para geração de sinais temporais para representar o espectro de resposta no domínio do tempo, tanto em termos de frequências de excitação, quanto em termos de amplitude.

Huang (2022) modelou uma turbina eólica de 10 MW, utilizando o Método dos Elementos Finitos (MEF), para obter a resposta dinâmica do sistema submetida a abalos sísmicos. Nesse artigo, acelerogramas artificiais foram gerados a partir de um espectro de resposta definido pelo órgão certificador europeu. Além disso, o autor sugeriu que, em caso de processo de certificação, um modelo numérico mais completo da turbina eólica deve ser construído. Deve-se incluir torre, nacele, rotor e pás, representados com elementos de casca, ao invés de elementos de viga. Os resultados sugerem que

a fundação tem papel primordial na resposta dinâmica do sistema e, portanto, deve ser incluída na simulação numérica.

O presente estado da arte mostra um crescimento expressivo na quantidade de estudos sobre turbinas eólicas, controle passivo de vibrações e abalos sísmicos. Grande parte dos artigos encontrados utilizam técnicas para dimensionamento de neutralizadores dinâmicos baseadas em modelos de um grau de liberdade, conforme a teoria proposta por (Hartog, 1956). *Inerters* têm sido cada vez mais explorados para controles passivos de vibrações de baixa frequência. Porém, são majoritariamente descritos apenas de forma teórica, não considerando aspectos construtivos. Ademais, absorvedores que utilizam *inerters* combinados a materiais viscoelásticos ainda não foram explorados. Com base nessas informações extraídas do estado da arte, definem-se os objetivos desta dissertação.

1.3 OBJETIVOS

1.3.1 Objetivo geral

O objetivo geral deste estudo é otimizar e avaliar numericamente um projeto conceitual de neutralizador dinâmico do tipo pendular *inerters*-viscoelástico, para a redução de vibração de turbinas eólicas submetidas a abalos sísmicos.

1.3.2 Objetivos específicos

Os objetivos específicos do trabalho são:

- a) Estudar os diferentes projetos de neutralizador dinâmico aplicados à aerogeradores, assim como as metodologias utilizadas para análise de abalo sísmico dessas estruturas.
- b) Definir o projeto padrão de turbina eólica, utilizado no desenvolvimento do projeto, entre aqueles disponibilizados gratuitamente por institutos de pesquisa do setor de energia eólica.
- c) Desenvolver o modelo numérico do aerogerador utilizando o Método dos Elementos Finitos.
- d) Criar um sinal temporal de abalo sísmico baseado em espectros de resposta.
- e) Deduzir as equações dos Parâmetros Equivalentes Generalizados (PEG) de um pêndulo *inerters*-viscoelástico, no qual o *inerters* conecta a extremidade do pêndulo e a torre.

- f) Realizar a otimização do neutralizador dinâmico pendular viscoelástico, com e sem *inerters*, utilizando uma técnica híbrida de otimização, e sintonizando-o conforme a faixa de frequências previamente definida pela resposta do sistema ao sismo.
- g) Propor, com base nos resultados da otimização, um projeto de absorvedor com *inerters*.
- h) Avaliar a efetividade do neutralizador dinâmico com simulações numéricas do abalo sísmico, comparando os resultados de resposta do sistema primário e do sistema composto. Além disso, verificar a contribuição e os benefícios da inclusão do *inertor* para o controle passivo de vibrações da estrutura.

2 CONCEITOS MATEMÁTICOS

No presente capítulo, são descritos os conceitos fundamentais e as equações matemáticas necessárias para o desenvolvimento deste estudo. O texto é dividido em três tópicos distintos: dinâmica estrutural, na qual são descritas as equações matemáticas do método da superposição modal, redução por superelementos, integração numérica no domínio do tempo e análise transiente não linear; projeto ótimo de neutralizadores dinâmicos, no qual são abordados temas como materiais viscoelásticos, parâmetros equivalentes generalizados, neutralizadores pendulares, uma breve descrição sobre o problema de otimização e o equacionamento relacionados aos *inerters*; e, por fim, exposição dos conceitos matemáticos necessários para a geração de sinais temporais baseados em espectros de resposta elástica.

2.1 DINÂMICA ESTRUTURAL

A dinâmica estrutural se baseia em modelos de múltiplos graus de liberdade, que são largamente utilizados para simular estruturas complexas e suas respostas dinâmicas a uma dada excitação. Esse modelo numérico permite calcular múltiplas frequências naturais e modos de vibrar do sistema, que são a base da dinâmica estrutural. No primeiro subcapítulo, é apresentado o Método da Superposição Modal, que é um modelo de ordem reduzida clássico aplicado a sistemas dinâmicos lineares. Já no subcapítulo posterior, é apresentada a redução por superelementos, que utiliza os conceitos da superposição modal para resumir o comportamento dinâmico em poucos graus de liberdade, reduzindo o custo computacional de modelos computacionalmente pesados. Na sequência, são discutidas as análises não lineares, com foco em grandes deslocamentos e rotações. Por fim, são abordados temas relacionados à integração numérica no domínio do tempo, para solução de problemas transientes implícitos.

2.1.1 Método da superposição modal

A equação de equilíbrio dinâmica para um modelo de múltiplos graus de liberdade pode ser definida como (Tadesco et al., 1999)

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{u}(t) = \mathbf{f}(t), \quad (2.1)$$

onde \mathbf{M} , \mathbf{C} e \mathbf{K} são as matrizes de massa, amortecimento e rigidez, respectivamente,

$\mathbf{u}(t)$ é o vetor de deslocamentos nodais e $\mathbf{f}(t)$ o vetor de forças externas. Para um estado de vibração livre $\mathbf{f}(t) = \mathbf{0}$, desconsiderando os efeitos do amortecimento,

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{u}(t) = \mathbf{0}. \quad (2.2)$$

Uma solução não trivial para a Equação (2.2) é a implicação de uma resposta harmônica do tipo $\mathbf{q}(t) = \boldsymbol{\phi} e^{i\omega t}$, dando origem a

$$\omega_i^2 \mathbf{M}\boldsymbol{\phi}^i = \mathbf{K}\boldsymbol{\phi}^i, \quad (2.3)$$

onde ω_i é a i -ésima frequência natural do sistema e $\boldsymbol{\phi}^i$ é o i -ésimo modo de vibrar. A solução do problema de autovalor da Equação (2.3) resulta nas n frequências naturais e modos de vibrar associados, onde n é o número de graus de liberdade do sistema.

Com a matriz modal Φ , na qual as colunas são formadas pelos modos de vibrar $\boldsymbol{\phi}^i$, pode-se realizar a seguinte transformação de coordenadas

$$\mathbf{u}(t) = \Phi \mathbf{q}(t), \quad (2.4)$$

onde $\mathbf{q}(t)$ é o vetor de coordenadas modais ou coordenadas generalizadas principais. Ao substituir a Equação (2.4) na (2.1) e pré-multiplicando ambos os lados por Φ^T , tem-se que

$$\Phi^T \mathbf{M} \Phi \ddot{\mathbf{q}}(t) + \Phi^T \mathbf{C} \Phi \dot{\mathbf{q}}(t) + \Phi^T \mathbf{K} \Phi \mathbf{q}(t) = \Phi^T \mathbf{f}(t). \quad (2.5)$$

A grande vantagem dessa transformação de coordenadas é fazer uso da propriedade de ortogonalidade entre a matriz modal e as matrizes de massa e de rigidez. Além disso, se o amortecimento for definido como viscoso proporcional, a matriz \mathbf{C} é dada por

$$\mathbf{C} = \chi \mathbf{M} + \psi \mathbf{K}, \quad (2.6)$$

onde χ e ψ são, respectivamente, os coeficientes de proporcionalidade em relação à massa e rigidez, a matriz modal também é ortogonal em relação a \mathbf{C} . Com isso, os

termos $\Phi^T \mathbf{M} \Phi$, $\Phi^T \mathbf{C} \Phi$ e $\Phi^T \mathbf{K} \Phi$ se resumem a matrizes diagonais, dando origem às equações de movimento desacopladas

$$\begin{bmatrix} m_{ii} \\ \\ \\ \end{bmatrix} \ddot{\mathbf{q}}(t) + \begin{bmatrix} c_{ii} \\ \\ \\ \end{bmatrix} \dot{\mathbf{q}}(t) + \begin{bmatrix} k_{ii} \\ \\ \\ \end{bmatrix} \mathbf{q}(t) = \Phi^T \mathbf{f}(t) \quad (2.7)$$

onde m_{ii} , c_{ii} e k_{ii} são a i -ésima massa modal, o i -ésimo amortecimento modal e a i -ésima rigidez modal, respectivamente.

Se, no momento da transformação de coordenadas, os autovetores ortonormalizados $\phi^m = \phi/m_{ii}$ forem utilizados para constituir a matriz modal, a Equação (2.7) se resume a

$$\ddot{q}_i(t) + 2\zeta_i \omega_i \dot{q}_i(t) + \omega_i^2 q_i(t) = \sum_{j=1}^n \Phi_{ji}^m \mathbf{f}(t), \quad (2.8)$$

onde ζ_i é a i -ésima razão de amortecimento modal. Essa transformação de coordenadas é a base do Método da Superposição Modal, no qual a resposta real do sistema é dada pela superposição das respostas no subespaço modal, em que as equações diferenciais podem ser resolvidas de forma desacoplada, similar a n sistemas de um grau de liberdade.

Além da vantagem de resolver equações diferenciais desacopladas, pode-se utilizar uma relação aproximada

$$\mathbf{u}(t) \approx \hat{\Phi}^m \mathbf{q}(t), \quad (2.9)$$

onde $\hat{\Phi}^m$ é a matriz ortonormalizada truncada, com dimensão $n \times k$, com k sendo a quantidade de modos de vibrar previamente selecionados para a superposição, de forma que $k \ll n$. Assim,

$$\ddot{\hat{q}}_i(t) + 2\zeta_i \omega_i \dot{\hat{q}}_i(t) + \omega_i^2 \hat{q}_i(t) = \sum_{j=1}^k \hat{\Phi}_{ji}^m \mathbf{f}(t). \quad (2.10)$$

Nesse caso, mostra-se que são obtidas k equações diferenciais desacopladas, ou seja, $j = 1, 2, \dots, k$. Como $k \ll n$, é necessário resolver uma quantidade reduzida de equações para se obter a resposta dinâmica aproximada, o que é extremamente vantajoso em termos de custo computacional, principalmente de sistemas com uma

grande quantidade de graus de liberdade. Em suma, o Método da Superposição Modal carrega características interessantes para resolver sistemas dinâmicos lineares de forma aproximada, como a solução de uma quantidade reduzida de equações diferenciais, que podem ser resolvidas de forma desacoplada.

2.1.2 Redução por subestrutamento e superelementos

Subestrutamento neste contexto é a terminologia utilizada para sintetizar a divisão de grandes modelos numéricos em subestruturas. Utilizando técnicas matemáticas, é possível reduzir a quantidade de graus de liberdade dessas subestruturas, aproximando seu comportamento dinâmico pelos seus modos de vibrar e pelos graus de liberdade dos nós de conexão com modelos externos. O conjunto de matrizes reduzidas são chamadas de superelementos, pois englobam o comportamento estrutural de um subsistema inteiro em poucos graus de liberdade.

As técnicas de redução de modelo numérico foram desenvolvidas inicialmente na indústria aeronáutica, a fim de conseguir simular o comportamento dinâmico de aeronaves completas utilizando MEF, levando em conta o poder computacional nos anos 1960. Guyan (1965) desenvolveu a chamada Condensação Estática. Considerando a equação de equilíbrio dinâmico da Equação (2.1), o autor dividiu o vetor de deslocamentos nodais em

$$\mathbf{u} = \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_a \\ \mathbf{u}_o \end{Bmatrix}, \quad (2.11)$$

onde \mathbf{u}_a é o vetor de deslocamentos nodais do grupo que será utilizado na análise, ou *a-set*, e \mathbf{u}_o o vetor de deslocamentos nodais do grupo que será omitido, ou *o-set*. Desconsiderando os termos de inércia e amortecimento e supondo que os esforços externos são nulos nos graus de liberdade omitidos, tem-se que

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_{aa} & \mathbf{K}_{ao} \\ \mathbf{K}_{oa} & \mathbf{K}_{oo} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_a \\ \mathbf{u}_o \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{f}_a \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix}, \quad (2.12)$$

onde \mathbf{K}_{aa} é a matriz de rigidez equivalente do *a-set*, \mathbf{K}_{oo} é a matriz de rigidez equivalente do *o-set*, $\mathbf{K}_{oa}/\mathbf{K}_{ao}$ são os termos de acoplamento entre eles e \mathbf{f}_a são os esforços externos aplicados no *a-set*.

Manipulando a Equação (2.12), é possível encontrar uma relação entre \mathbf{u}_o e \mathbf{u}_a

$$\mathbf{u}_o = \mathbf{G}_{oa} \mathbf{u}_a, \quad (2.13)$$

no qual $\mathbf{G}_{oa} \equiv -\mathbf{K}_{oo}^{-1}\mathbf{K}_{oa}$. Sendo assim, a Equação (2.11) pode ser reescrita apenas em função de \mathbf{u}_a , ou seja

$$\mathbf{u} = \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_a \\ \mathbf{u}_o \end{Bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ \mathbf{G}_{oa} \end{bmatrix} \mathbf{u}_a, \quad (2.14)$$

onde \mathbf{I} é a matriz identidade. Substituindo a Equação (2.14) na (2.1), mostra-se que

$$\mathbf{M}_{aa}\ddot{\mathbf{u}}_a + \mathbf{C}_{aa}\dot{\mathbf{u}}_a + \mathbf{K}_{aa}\mathbf{u}_a = \bar{\mathbf{f}}_a, \quad (2.15)$$

no qual $\mathbf{M}_{aa} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ \mathbf{G}_{oa} \end{bmatrix}^T \mathbf{M} \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ \mathbf{G}_{oa} \end{bmatrix}$, $\mathbf{C}_{aa} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ \mathbf{G}_{oa} \end{bmatrix}^T \mathbf{C} \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ \mathbf{G}_{oa} \end{bmatrix}$ e $\mathbf{K}_{aa} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ \mathbf{G}_{oa} \end{bmatrix}^T \mathbf{K} \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ \mathbf{G}_{oa} \end{bmatrix}$ são as matrizes equivalentes de massa, amortecimento e rigidez do a-set, respectivamente. Além disso, $\bar{\mathbf{f}}_a = \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ \mathbf{G}_{oa} \end{bmatrix}^T \mathbf{f}_a$.

Seja o a-set um grupo de Graus de Liberdade (GDL) tal que $n_a \ll n_o$, é possível observar uma grande redução nos GDL e, conseqüentemente, no custo computacional para realizar a análise numérica. Entretanto, observa-se que a redução de Guyan oferece bons resultados apenas para baixas frequências, quando existe um comportamento praticamente estático (Minnicino; Hopkins, 2004). Isso porque a matriz de transformação leva em consideração apenas os efeitos de rigidez, desconsiderando inércia e amortecimento.

Para resolver esse problema, alguns anos depois, Craig e Bampton (1968) propuseram a chamada Redução Dinâmica, ou mais conhecida como síntese modal de componentes, *component mode synthesis* (CMS). Nesse método, a Equação (2.14) é dada por

$$\mathbf{u} = \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_b \\ \mathbf{u}_o \end{Bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \Phi^R & \hat{\Phi} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_b \\ \mathbf{q} \end{Bmatrix}, \quad (2.16)$$

onde Φ^R é a matriz de modos estáticos de ligação, referente aos graus de liberdade de contorno do superelemento, e \mathbf{u}_b é o vetor de deslocamentos nodais nos graus de liberdade de contorno do superelemento. É importante notar que os nós de contorno serão aqueles que terão conexão com GDL externos à subestrutura. Além disso, os efeitos dinâmicos da estrutura são incluídos via matriz modal e coordenadas modais, que possibilitam uma melhor aproximação em frequências mais elevadas.

Seja $\mathbf{T}_{CB} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \Phi^R & \hat{\Phi} \end{bmatrix}$, substituindo a Equação (2.16) em (2.1), e pré-multiplicando por \mathbf{T}_{CB}^T

$$\mathbf{T}_{CB}^T \mathbf{M} \mathbf{T}_{CB} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{u}}_b \\ \ddot{\mathbf{q}} \end{Bmatrix} + \mathbf{T}_{CB}^T \mathbf{C} \mathbf{T}_{CB} \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{u}}_b \\ \dot{\mathbf{q}} \end{Bmatrix} + \mathbf{T}_{CB}^T \mathbf{K} \mathbf{T}_{CB} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_b \\ \mathbf{q} \end{Bmatrix} = \mathbf{T}_{CB}^T \begin{Bmatrix} \mathbf{f}_b \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix}. \quad (2.17)$$

Conforme descrito anteriormente, se a matriz modal for ortonormalizada pela massa, a Equação (2.17) pode ser reescrita como

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_{bb} & \mathbf{M}_{bq} \\ \mathbf{M}_{qb} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{u}}_b \\ \ddot{\mathbf{q}} \end{Bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & 2\zeta_i \omega_i \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{u}}_b \\ \dot{\mathbf{q}} \end{Bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{bb} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \omega_i^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_b \\ \mathbf{q} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \bar{\mathbf{f}}_b \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix}, \quad (2.18)$$

onde \mathbf{M}_{bb} é a matriz de massa no contorno do superelemento, $\mathbf{M}_{aq}/\mathbf{M}_{qa}$ são as matrizes de massa de acoplamento entre graus de liberdade modais e de contorno, e \mathbf{K}_{bb} é a matriz de rigidez no contorno do superelemento. E, de forma similar à redução de Guyan, $\bar{\mathbf{f}}_b = \mathbf{T}_{CB}^T \mathbf{f}_b$.

É importante mencionar que, de forma geral, \mathbf{M}_{bb} representa as propriedades de massa transformadas para os nós de contorno, enquanto que \mathbf{K}_{bb} está associada com a rigidez do contorno, quando uma translação unitária é aplicada a cada um dos seus graus de liberdade separadamente. Outro fator importante é que a análise modal para o cálculo de $\hat{\Phi}$ considera os GDL do contorno fixos.

De forma similar, $n_a + n_k \ll n_o$, na qual o índice a está relacionado aos graus de liberdade do contorno e k o número de modos de vibrar que compõe a matriz modal e o o número de GDL omitidos na redução para superelemento. Ao dividir uma estrutura complexa em subsistemas e realizar a redução dinâmica de cada subestrutura, é possível realizar uma análise dinâmica do sistema completo apenas conectando cada um dos superelementos, reduzindo drasticamente o custo computacional requerido.

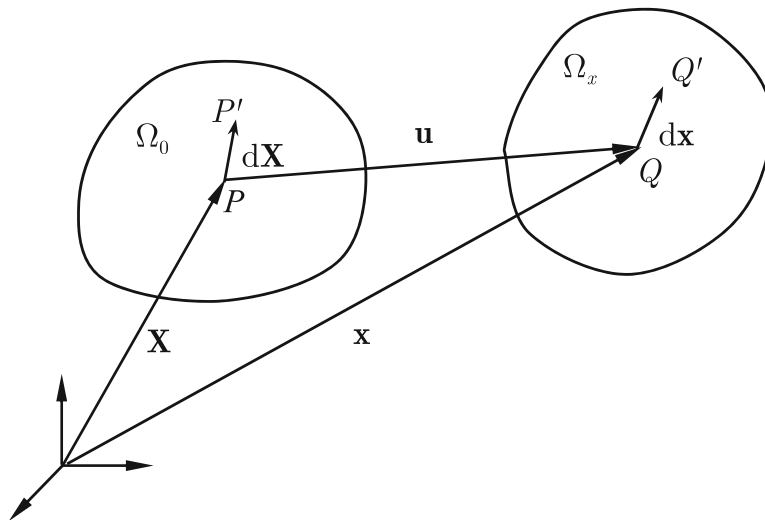
2.1.3 Não linearidade geométrica: grandes deslocamentos e rotações

As teorias apresentadas nas seções anteriores assumem um comportamento linear dos sistemas, ou seja, quando as deformações, deslocamentos e rotações são suficientemente pequenas. Nesses casos, a integração do modelo numérico em MEF é realizada no domínio do corpo não deformado, o que simplifica consideravelmente o processo matemático e produz resultados acurados para deformações infinitesimais.

Entretanto, um dilema ocorre quando os deslocamentos e rotações passam a ser finitos, e não mais infinitesimais. Nessas situações, as equações de equilíbrio devem ser escritas em relação ao domínio deformado do corpo, que, por sua vez, são utilizadas para calcular os deslocamentos, até então não conhecidos, que irão determinar o domínio deformado. Dessa forma, a dependência entre os deslocamentos e o domínio deformado tem grande importância para sistemas que carregam esse tipo de não linearidade (Kim, 2015).

Seja um sistema submetido a forças e deslocamentos arbitrários, de forma que a geometria parte do estado inicial Ω_0 (não deformado) para o estado atual Ω_x , como mostra a FIGURA 1.

FIGURA 1 – Corpo no estado inicial (não deformado) e atual (deformado).



FONTE: Kim (2015)

O ponto P em Ω_0 é mapeado no ponto Q em Ω_x , de forma que

$$\mathbf{x}(\mathbf{X}, t) = \mathbf{X} + \mathbf{u}(\mathbf{X}, t), \quad (2.19)$$

onde \mathbf{x} é o vetor posição do ponto Q em Ω_x , \mathbf{X} é o vetor posição do ponto P em Ω_0 e $\mathbf{u}(\mathbf{X}, t)$ é o vetor de deslocamentos entre ambos os pontos. A relação entre os filamentos materiais $d\mathbf{x}$ e $d\mathbf{X}$ é dada pelo gradiente de deformação \mathbf{F} , como

$$d\mathbf{x} = \mathbf{F}d\mathbf{X} \equiv F_{ij} = \frac{\partial x_i}{\partial X_j}. \quad (2.20)$$

Utilizando as definições da Equação (2.19), o gradiente de deformação também pode ser escrito em termos do deslocamento

$$\mathbf{F} = \mathbf{I} + \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{X}} = \mathbf{I} + \nabla_0 \mathbf{u}, \quad (2.21)$$

no qual ∇_0 representa o operador gradiente no domínio inicial ou não deformado.

É possível definir o tensor de deformações de Green-Lagrange, que utiliza como referência o estado não deformado, tomando a diferença entre os quadrados dos módulos de $d\mathbf{x}$ e $d\mathbf{X}$. O tensor de deformação \mathbf{E} mede a variação do quadrado dos comprimentos em relação à configuração inicial e é dado por

$$\mathbf{E} = \frac{1}{2} (\mathbf{F}^T \mathbf{F} - \mathbf{I}) = \frac{1}{2} (\mathbf{CG} - \mathbf{I}), \quad (2.22)$$

onde \mathbf{CG} é o tensor de deformações de Cauchy-Green. Nota-se que, se não ocorrer nenhuma deformação, $\mathbf{F} = \mathbf{I}$ e, portanto, $\mathbf{E} = \mathbf{0}$. Em termos do gradiente de deslocamento, o tensor de deformações de Lagrange pode ser escrito como

$$\mathbf{E} = \frac{1}{2} (\nabla_0 \mathbf{u} + \nabla_0 \mathbf{u}^T + \nabla_0 \mathbf{u} \nabla_0 \mathbf{u}^T). \quad (2.23)$$

Se o gradiente de deslocamento for pequeno o suficiente, pode-se desprezar a parcela quadrática da Equação (2.23), e então o tensor de deformações de Lagrange se resume ao tensor de deformações de engenharia, ϵ_0 , na forma

$$\epsilon_0 = \frac{1}{2} (\nabla_0 \mathbf{u} + \nabla_0 \mathbf{u}^T). \quad (2.24)$$

O tensor ϵ_0 mantém uma relação linear com o gradiente de deslocamento, o que é extremamente vantajoso computacionalmente. Entretanto, mostra-se que ϵ_0 não é um tensor nulo quando ocorre movimento de corpo rígido, isso faz com que a Equação (2.24) não seja adequada para medir deformação em casos de grandes deslocamentos e rotações. Além disso, o tensor de deformações de engenharia também pode ser escrito em termos do estado deformado do corpo ϵ_x , ou seja

$$\epsilon_x = \frac{1}{2} (\nabla_x \mathbf{u} + \nabla_x \mathbf{u}^T). \quad (2.25)$$

É importante notar que $\epsilon_x \neq \epsilon_0$ para casos não lineares.

Se o gradiente de deformação for não singular, por definição existe um único tensor ortogonal \mathbf{R} , além de outros dois tensores, simétricos e positivos definidos, \mathbf{U} e \mathbf{V} , tais que

$$\mathbf{F} = \mathbf{R}\mathbf{U} = \mathbf{V}\mathbf{R}. \quad (2.26)$$

O tensor \mathbf{R} é o tensor de rotação, movimento de corpo rígido, e \mathbf{U} e \mathbf{V} são os tensores direito e esquerdo de alongamento de Cauchy, respectivamente. Além disso, substituindo a Equação (2.26) na relação $\mathbf{C}\mathbf{G} = \mathbf{F}^T\mathbf{F}$, mostra-se que $\mathbf{C}\mathbf{G} = \mathbf{U}^2$. Dessa forma, os autovalores de \mathbf{U} são iguais à raiz quadrada dos autovalores de $\mathbf{C}\mathbf{G}$. Por outro lado, os seus autovetores são idênticos, fazendo com que \mathbf{U} possa ser calculado a partir dos autovalores e autovetores de $\mathbf{C}\mathbf{G}$. Seja $\mathbf{\Lambda}$ a matriz diagonal dos autovalores de $\mathbf{C}\mathbf{G}$,

$$\mathbf{\Lambda} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{bmatrix}, \quad (2.27)$$

e $\mathbf{\Phi}$ a matriz formada pelos autovetores ($\mathbf{E}_1, \mathbf{E}_2, \mathbf{E}_3$) de $\mathbf{C}\mathbf{G}$ em colunas. Com isso, tem-se que

$$\mathbf{C}\mathbf{G} = \mathbf{\Phi}\mathbf{\Lambda}\mathbf{\Phi}^T \quad (2.28)$$

e

$$\mathbf{U} = \mathbf{\Phi}\sqrt{\mathbf{\Lambda}}\mathbf{\Phi}^T. \quad (2.29)$$

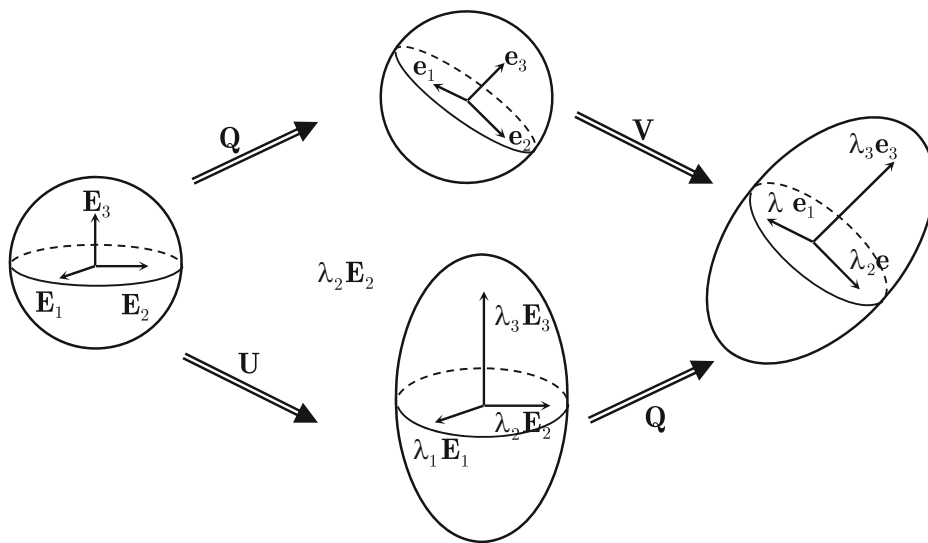
Essa relação entre \mathbf{F} , \mathbf{U} e \mathbf{V} é conhecida como Decomposição Polar, na qual a deformação de um corpo qualquer pode ser dividida entre rotações de corpo rígido, dado por \mathbf{R} , e alongamentos dados por \mathbf{U} ou \mathbf{V} , como ilustra a FIGURA 2.

Assim como para deformação, as tensões no caso de grandes deslocamentos e rotações dependem da configuração utilizada para referenciar a medida. Se a tensão é medida no estado deformado Ω_x , é definido o tensor de tensões reais ou de Cauchy σ , no qual

$$\mathbf{t} = \lim_{\Delta S_x \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{f}}{\Delta S_x} = \boldsymbol{\sigma} \mathbf{n}, \quad (2.30)$$

onde \mathbf{t} é o vetor de tensões reais, ΔS_x é a área do elemento diferencial no estado deformado, $\Delta \mathbf{f}$ é a força aplicada nele e \mathbf{n} é um vetor unitário normal a área considerada.

FIGURA 2 – Decomposição polar.



FONTE: Kim (2015)

Se o estado não deformado Ω_0 for utilizado como referência, pode-se definir o primeiro tensor de tensões de Piola-Kirchhoff \mathbf{P} , no qual

$$\mathbf{t}_0 = \lim_{\Delta S_0 \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{f}}{\Delta S_0} = \mathbf{T} \mathbf{n}_0, \quad (2.31)$$

onde \mathbf{t}_0 é o vetor de tensões em relação ao estado inicial, ΔS_0 é a área do elemento diferencial no estado não deformado e \mathbf{n}_0 é o vetor unitário normal a essa área. Mostra-se que \mathbf{P} não é um tensor simétrico, o que dificulta sua utilização matemática. Dessa forma, define-se o segundo tensor de tensões de Piola-Kirchhoff \mathbf{S} , dado por

$$\mathbf{S} = \mathbf{P} \mathbf{F}^{-T}. \quad (2.32)$$

A relação matemática entre esses três tensores de tensões pode ser escrita como

$$\mathbf{S} = \mathbf{P}\mathbf{F}^{-T} = J\mathbf{F}^{-1}\boldsymbol{\sigma}\mathbf{F}, \quad (2.33)$$

onde J está relacionado com a variação de volume entre o corpo não deformado e deformado. Porém, como J depende do estado deformado, pode ser mais conveniente definir as tensões sem a necessidade de calculá-lo, utilizando o tensor de tensões de Kirchhoff $\boldsymbol{\tau}$

$$\boldsymbol{\tau} = J\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{F}\mathbf{S}\mathbf{F}^T. \quad (2.34)$$

É importante notar que, no caso de pequenos deslocamentos, rotações e deformações infinitesimais, $\boldsymbol{\sigma} \approx \mathbf{P} \approx \mathbf{S} \approx \boldsymbol{\tau}$.

Dadas as diferentes definições de deformações e tensões, a densidade de energia de deformação $W(\mathbf{E})$ pode ser escrita como

$$W(\mathbf{E}) = \frac{1}{2} \mathbf{E} : \mathbf{D} : \mathbf{E}, \quad (2.35)$$

onde $:$ é o operador de contração de tensores, de forma que $\mathbf{a} : \mathbf{b} = a_{ij}b_{ij}$, considerando a soma dos índices repetidos, e \mathbf{D} , o tensor constitutivo de quarta ordem. Para materiais lineares e isotrópicos, esse tensor pode ser escrito, em notação indicial, como

$$D_{ijkl} = \lambda\delta_{ij}\delta_{kl} + \mu_L(\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk}), \quad (2.36)$$

no qual δ_{ij} é o delta de Kronecker, λ e μ_L são as constantes de Lamé, definidas em função do Módulo de Elasticidade do material, E , e do coeficiente de Poisson, ν , como

$$\lambda = \frac{\nu E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}, \quad \mu_L = \frac{E}{2(1 + \nu)}. \quad (2.37)$$

Além disso, diferenciando a Equação (2.35) em relação a \mathbf{E} , pode-se obter a relação constitutiva

$$\mathbf{S} = \frac{\partial W(\mathbf{E})}{\partial \mathbf{E}} = \mathbf{D} : \mathbf{E} = \lambda \text{tr}(\mathbf{E})\mathbf{I} + 2\mu\mathbf{E}. \quad (2.38)$$

A energia potencial do sistema $\Pi(\mathbf{u})$, considerando a energia de deformação e os trabalhos gerados pelas forças externas, é dada por

$$\Pi(\mathbf{u}) = \Pi^{\text{int}}(\mathbf{u}) - \Pi^{\text{ext}}(\mathbf{u}) = \iint_{\Omega_0} W(\mathbf{E})d\Omega - \iint_{\Omega_0} \mathbf{u}^T \mathbf{f}^b d\Omega - \int_{\Gamma_0} \mathbf{u}^T \mathbf{t} d\Gamma, \quad (2.39)$$

no qual a primeira parcela representa a energia potencial de deformação, a segunda, o trabalho realizado pelas forças de corpo, \mathbf{f}^b , e a última, o trabalho realizado pelas forças de superfície no contorno Γ_0 . Ao aplicar uma pequena perturbação $\tau \bar{\mathbf{u}}$ e tomando a variação de $\Pi(\mathbf{u})$ na direção de $\bar{\mathbf{u}}$, tem-se que

$$\bar{\Pi}(\mathbf{u}, \bar{\mathbf{u}}) = \frac{d}{d\tau} \Pi(\mathbf{u} + \tau \bar{\mathbf{u}})|_{\tau=0}. \quad (2.40)$$

Estendendo essa perturbação para a Equação (2.39), a seguinte equação variacional é obtida, conforme o princípio do trabalho virtual

$$\bar{\Pi}(\mathbf{u}, \bar{\mathbf{u}}) = \iint_{\Omega_0} \frac{\partial W(\mathbf{E})}{\partial \mathbf{E}} : \bar{\mathbf{E}} d\Omega - \iint_{\Omega_0} \bar{\mathbf{u}}^T \mathbf{f}^b d\Omega - \int_{\Gamma_0} \bar{\mathbf{u}}^T \mathbf{t} d\Gamma = 0, \quad (2.41)$$

onde, similar a definição da Equação (2.40), $\bar{\mathbf{E}} = \frac{d}{d\tau} \mathbf{E}(\mathbf{u} + \tau \bar{\mathbf{u}})|_{\tau=0}$. Para a posterior linearização da Equação (2.41), é adequada a separação em dois diferentes termos

$$a(\mathbf{u}, \bar{\mathbf{u}}) = \iint_{\Omega_0} \frac{\partial W(\mathbf{E})}{\partial \mathbf{E}} : \bar{\mathbf{E}} d\Omega = \iint_{\Omega_0} \mathbf{S} : \bar{\mathbf{E}} d\Omega \quad (2.42)$$

e

$$l(\bar{\mathbf{u}}) = \iint_{\Omega_0} \bar{\mathbf{u}}^T \mathbf{f}^b d\Omega + \int_{\Gamma_0} \bar{\mathbf{u}}^T \mathbf{t} d\Gamma = 0, \quad (2.43)$$

sendo assim,

$$a(\mathbf{u}, \bar{\mathbf{u}}) = l(\bar{\mathbf{u}}). \quad (2.44)$$

É importante notar a não linearidade da Equação (2.44) em relação a \mathbf{u} , por meio da parcela $a(\mathbf{u}, \bar{\mathbf{u}})$, que dá origem a uma matriz de rigidez dependente de \mathbf{u} .

Dessa forma, é necessário um processo iterativo, como o Método de Newton Raphson, para resolver esse sistema de equações, aplicando sucessivas linearizações durante o processo iterativo.

Como $l(\bar{\mathbf{u}})$ não depende de \mathbf{u} , é necessária apenas a linearização de $a(\mathbf{u}, \bar{\mathbf{u}})$, dada por

$$a^*(\mathbf{u}, \Delta\mathbf{u}, \bar{\mathbf{u}}) = \iint_{\Omega_0} (\Delta\mathbf{S} : \bar{\mathbf{E}} + \mathbf{S} : \Delta\bar{\mathbf{E}}) d\Omega, \quad (2.45)$$

onde $a^*(\mathbf{u}, \Delta\mathbf{u}, \bar{\mathbf{u}})$ é a linearização de $a(\mathbf{u}, \bar{\mathbf{u}})$, $\Delta\mathbf{S}$ é o incremento de tensão e $\Delta\bar{\mathbf{E}}$ o incremento de deformação. Como $\Delta\mathbf{S} = \mathbf{D} : \Delta\bar{\mathbf{E}}$, a Equação (2.45) pode ser reescrita como

$$a^*(\mathbf{u}, \Delta\mathbf{u}, \bar{\mathbf{u}}) = \iint_{\Omega_0} (\bar{\mathbf{E}} : \mathbf{D} : \Delta\bar{\mathbf{E}} + \mathbf{S} : \Delta\bar{\mathbf{E}}) d\Omega. \quad (2.46)$$

Dessa forma, supondo que os carregamentos não são dependentes do deslocamento, o seguinte sistema de equações pode ser resolvido de forma iterativa

$$a^*(\mathbf{u}^k, \Delta\mathbf{u}^k, \bar{\mathbf{u}}) = l(\bar{\mathbf{u}}) - a(\mathbf{u}^k, \bar{\mathbf{u}}) \quad (2.47)$$

$$\mathbf{u}^{k+1} = \mathbf{u}^k + \Delta\mathbf{u}^k. \quad (2.48)$$

Esse método é conhecido como Lagrangiano Total, pois toma como referência o estado não deformado do corpo Ω_0 . Entretanto, softwares comerciais, como o ANSYS®, geralmente utilizam o Lagrangiano Atualizado, no qual as equações são dadas em termos do estado deformado do corpo Ω_x (ANSYS, 2013). As equações para esse método são escritas em termos do tensor de tensões de Cauchy e em termos das deformações de engenharia no estado deformado. Dessa forma, a Equação (2.46) pode ser reescrita como

$$a^*(\mathbf{u}, \Delta\mathbf{u}, \bar{\mathbf{u}}) = \iint_{\Omega_x} (\bar{\boldsymbol{\epsilon}}_x : \mathbf{c} : \Delta\boldsymbol{\epsilon}_x + \boldsymbol{\sigma} : \Delta\bar{\boldsymbol{\eta}}) d\Omega, \quad (2.49)$$

onde

$$c_{ijkl} = \frac{1}{J} (\lambda G_{ij} G_{kl} + \mu [G_{ik} G_{jl} + G_{il} G_{jk}]) \quad (2.50)$$

sendo $\mathbf{G} = \mathbf{F}\mathbf{F}^T$ o tensor esquerdo de deformações de Cauchy-Green e

$$\Delta \bar{\boldsymbol{\eta}} = \text{sym}(\nabla_x \bar{\mathbf{u}}^T \nabla_x \mathbf{u}), \quad (2.51)$$

que surge a partir da transformação da parcela \mathbf{S} : $\Delta \bar{\mathbf{E}}$ para estado atual de deformação. O operador $\text{sym}()$ se refere à parcela simétrica de um tensor. Com isso, a Equação (2.47) pode ser resolvida iterativamente. É importante comentar que, após a discretização do domínio utilizando MEF, as Equações (2.46) e (2.49) dão origem aos termos de rigidez do sistema. As primeiras parcelas dão origem a matrizes de rigidez similares às encontradas em um sistema linear. Já as demais parcelas são características de sistemas não lineares e dão origem ao efeito de *stress stiffening*, que ocorre devido à influência do estado de tensões na rigidez da estrutura (ANSYS, 2013).

Com isso, as Equações (2.47) e (2.48) no Método de Newton Raphson se resumem a

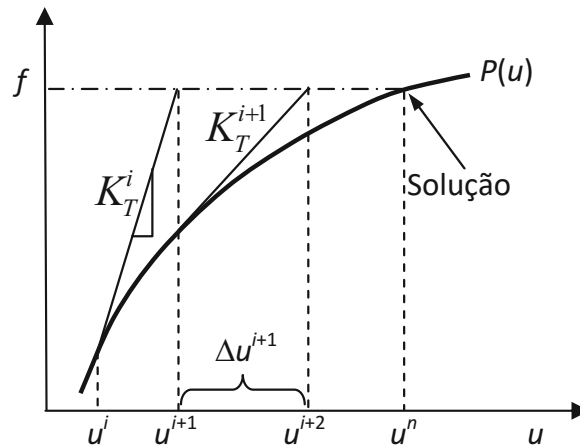
$$\bar{\mathbf{K}}^k \Delta \mathbf{u}^k = \mathbf{f} - \mathbf{f}^k \quad (2.52)$$

$$\mathbf{u}^{k+1} = \mathbf{u}^k + \Delta \mathbf{u}^k, \quad (2.53)$$

onde $\bar{\mathbf{K}}^k$ é a matriz de rigidez tangencial, dada pela soma da rigidez da estrutura com o efeito de *stress stiffening*, $\Delta \mathbf{u}^k$ é o incremento de deslocamentos nodais na iteração k , \mathbf{f} é o vetor de forças externas aplicadas e \mathbf{f}^k é o vetor de forças de restauração na iteração k .

O processo iterativo dado pelas Equações (2.52) e (2.53) é ilustrado na FIGURA 3.

FIGURA 3 – Método iterativo de Newton-Raphson para solução de problemas não lineares.



FONTE: Kim (2015)

2.1.4 Integração numérica: análise no domínio do tempo

Para sistemas que apresentam não linearidades, como as geométricas apresentadas na seção anterior, o Método da Superposição Modal não é aplicável, devido à variação da rigidez em função dos deslocamentos da estrutura. Nesse caso, é necessário utilizar métodos de solução chamados diretos, que utilizam as matrizes de massa, rigidez e amortecimento completas para a integração numérica. Os softwares comerciais de MEF geralmente utilizam como base a família de métodos de Newmark, que são largamente aplicados à integração numérica implícita no domínio do tempo (ANSYS, 2013).

Nesse trabalho, são descritos dois principais métodos, o Newmark- β , definido inicialmente por Newmark (1959), e o HHT- α , decorrente do estudo posterior desenvolvido por Hilber et al. (1977) como uma melhoria do método de Newmark- β para respostas em frequências mais elevadas.

A Equação (2.1) pode ser reescrita para sistemas não lineares, substituindo a matriz de rigidez \mathbf{K} pela matriz de rigidez tangencial $\bar{\mathbf{K}}$ (ANSYS, 2013)

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}_n + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}}_n + \bar{\mathbf{K}}\mathbf{u}_n = \mathbf{f}_n^a, \quad (2.54)$$

onde o subscrito n indica o instante de tempo t_n . É importante frisar que em cada instante de tempo haverá um processo iterativo para a solução numérica dos deslocamentos, velocidades e acelerações.

Existem diversos métodos de integração numérica baseados em Newmark, que consistem em variações dos parâmetros γ e β , os quais definem as relações entre deslocamentos, velocidades e acelerações nos instantes de tempo t_n e t_{n+1} . Essas relações são dadas por (Tadesco et al., 1999).

$$\dot{\mathbf{u}}_{n+1} = \dot{\mathbf{u}}_n + [(1 - \gamma)\ddot{\mathbf{u}}_n + \gamma\ddot{\mathbf{u}}_{n+1}]\Delta t \quad (2.55)$$

e

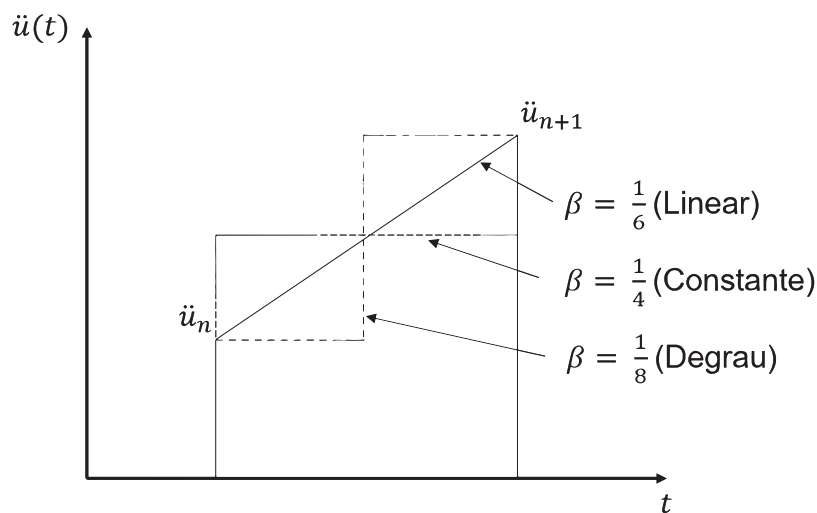
$$\mathbf{u}_{n+1} = \mathbf{u}_n + \dot{\mathbf{u}}_n\Delta t + [(\frac{1}{2} - \beta)\ddot{\mathbf{u}}_n + \beta\ddot{\mathbf{u}}_{n+1}]\Delta t^2. \quad (2.56)$$

A escolha dos parâmetros γ e β ditarão a estabilidade da solução em termos do intervalo de tempo Δt . Para os métodos implícitos de integração, busca-se uma estabilidade incondicional, que é satisfeita se (Tadesco et al., 1999)

$$\gamma \geq \frac{1}{2}, \beta \geq \frac{1}{4}(\frac{1}{2} + \gamma)^2. \quad (2.57)$$

A proposta do método de Newmark- β é de $\gamma = \frac{1}{2}$ e $\beta = \frac{1}{4}$, conhecido também como Método da Aceleração Média Constante. O método de Newmark- β para diferentes valores de β é ilustrado na FIGURA 4.

FIGURA 4 – Método de Newmark- β para diferentes valores de β .



FONTE: Zhou et al. (2021) (Modificado).

Para análises de dinâmica estrutural, é interessante utilizar algoritmos de integração numérica que insiram o chamado amortecimento numérico. Esse tipo de

amortecimento artificial é utilizado para excluir efeitos de frequências mais elevadas, nas quais os resultados de MEF podem apresentar erros elevados. Sem o amortecimento numérico, podem existir casos em que haja respostas não representativas em alta frequência, que podem prejudicar a qualidade dos resultados obtidos na simulação (Fung, 2003).

Para isso, Hilber et al. (1977) propuseram a seguinte modificação no método de Newmark- β , que ficou conhecido como método HHT- α ,

$$\gamma = \frac{1}{2} - \alpha, \quad \beta = \frac{(1 - \alpha)^2}{4}, \quad (2.58)$$

onde α é o fator de amortecimento numérico e deve estar entre $-0.34 \leq \alpha \leq 0$, para uma solução incondicionalmente estável e com acurácia de segunda ordem. Para $\alpha = 0$, o método de HHT- α se reduz ao clássico Newmark- β (ou também conhecido como trapezoidal) e, quanto menor α , maior o amortecimento numérico inserido no sistema.

Considerando as condições iniciais $\mathbf{u}(t = 0) = \mathbf{u}_0$ e $\dot{\mathbf{u}}(t = 0) = \dot{\mathbf{u}}_0$, as Equações (2.55) e (2.56) podem ser reescritas na forma compacta

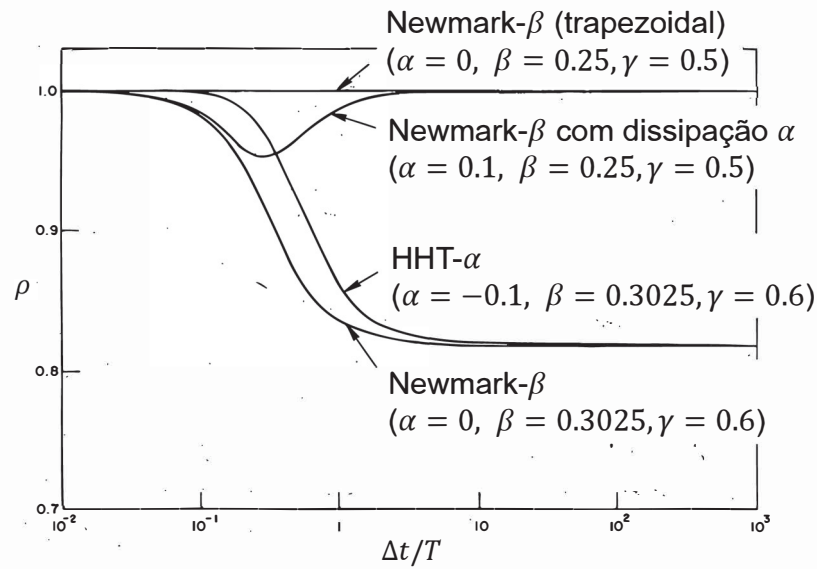
$$\mathbf{x}_{n+1} = \mathbf{A}\mathbf{x}_n, \quad (2.59)$$

onde $\mathbf{x}_n = \{\mathbf{u}_n, \Delta t \dot{\mathbf{u}}_n, \Delta t^2 \ddot{\mathbf{u}}_n\}^T$ e \mathbf{A} é a chamada matriz de amplificação (Chung; Hulbert, 1993). A estabilidade, dissipação numérica e dispersão do algoritmo depende dos autovalores da matriz de amplificação. O raio espectral ρ é definido como

$$\rho = \max(|\lambda_1|, |\lambda_2|, |\lambda_3|), \quad (2.60)$$

onde λ_i é o i -ésimo autovalor da matriz \mathbf{A} . Hilber et al. (1977) utilizaram o gráfico do raio espectral em função do parâmetro de frequência $\Delta t/T$, onde Δt é o incremento de tempo e T , o período natural relativo às raízes da matriz \mathbf{A} . Os gráficos de ρ vs $\Delta t/T$ para os métodos de Newmark- β e HHT- α são ilustrados na FIGURA 5.

É possível observar que no método de Newmark- β tradicional, ou integração trapezoidal, não há qualquer dissipação dos resultados em frequências mais elevadas. Para o método de Newmark- β com $\beta = 0.3025$ e $\gamma = 0.6$, existe o amortecimento numérico, porém não há controle sobre o seu valor. Utilizando os métodos que incluem o fator α , como o HHT- α , é possível controlar essa dissipação, buscando eliminar respostas em frequências indesejadas.

FIGURA 5 – Raio espectral vs parâmetro de frequência para o método de Newmark- β e HHT- α .

FONTE: Hilber et al. (1977) (Modificado).

No caso de equações de equilíbrio não lineares, como a apresentada na Equação (2.54), é mais conveniente defini-la na forma incremental. Por exemplo, entre os intervalos de tempo t_{n+1} e t_n existe um incremento Δt_n tal que $t_{n+1} = t_n + \Delta t_n$. De forma similar, tem-se $\Delta \mathbf{u}_n$, $\Delta \dot{\mathbf{u}}_n$ e $\Delta \ddot{\mathbf{u}}_n$. Com isso,

$$\mathbf{M}\Delta \ddot{\mathbf{u}}_n + \mathbf{C}\Delta \dot{\mathbf{u}}_n + \bar{\mathbf{K}}_n \Delta \mathbf{u}_n = \Delta \mathbf{f}_n^a, \quad (2.61)$$

onde $\Delta \mathbf{f}_n^a = \mathbf{f}_{n+1}^a - \mathbf{f}_n^a$. Para o caso de Newmark- β com integração trapezoidal, o incremento de aceleração $\Delta \ddot{\mathbf{u}}_n$ é dado por

$$\Delta \ddot{\mathbf{u}}_n = \frac{4}{\Delta t^2} \left[\Delta \mathbf{u}_n - \Delta t \dot{\mathbf{u}}_n - \frac{\Delta t^2}{2} \ddot{\mathbf{u}}_n \right]. \quad (2.62)$$

De forma similar, o incremento de velocidade $\Delta \dot{\mathbf{u}}_n$ é definido por

$$\Delta \dot{\mathbf{u}}_n = \frac{2\Delta \mathbf{u}_n}{\Delta t} - 2\dot{\mathbf{u}}_n. \quad (2.63)$$

Substituindo as Equações (2.62) e (2.63) na (2.61), tem-se que

$$\left(\frac{4}{\Delta t^2} \mathbf{M} + \frac{2}{\Delta t} \mathbf{C} + \bar{\mathbf{K}}_n \right) \Delta \mathbf{u}_n = \Delta \mathbf{f}_n + \mathbf{M} \left(\frac{4}{\Delta t} \dot{\mathbf{u}}_n + 2\ddot{\mathbf{u}}_n \right) + 2\mathbf{C}\dot{\mathbf{u}}_n. \quad (2.64)$$

A equação (2.64) é similar à Equação (2.52) apresentada para um caso estático genérico, e precisa ser resolvida de forma iterativa. Em geral, no caso dinâmico também é utilizado o Método de Newton Raphson para resolver iterativamente o sistema de equações não lineares. Portanto, incluindo o contador de iteração k na Equação (2.64), mostra-se que

$$\left(\frac{4}{\Delta t^2} \mathbf{M} + \frac{2}{\Delta t} \mathbf{C} + \bar{\mathbf{K}}_n^k \right) \Delta \mathbf{u}_n^k = \mathbf{R}_n^k, \quad (2.65)$$

onde o resíduo \mathbf{R}_n^k é dado por

$$\mathbf{R}_n^k = \Delta \mathbf{f}_n + \mathbf{M} \left(\frac{4}{\Delta t} \dot{\mathbf{u}}_n + 2\ddot{\mathbf{u}}_n \right) + 2\mathbf{C}\dot{\mathbf{u}}_n - \mathbf{f}_n^k, \quad (2.66)$$

onde \mathbf{f}_n^k é a força de restauração, assim como definido anteriormente. Dessa forma, a Equação (2.65) é resolvida até que o resíduo assuma um valor menor do que a tolerância previamente estipulada, confirmando a convergência da solução para $\Delta \mathbf{u}_n^k$. Com isso, basta aplicar o valor de $\Delta \mathbf{u}_n$ nas Equações (2.62) e (2.63) e então, finalmente, calcular os valores para o próximo instante de tempo

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_{n+1} &= \mathbf{u}_n + \Delta \mathbf{u}_n \\ \dot{\mathbf{u}}_{n+1} &= \dot{\mathbf{u}}_n + \Delta \dot{\mathbf{u}}_n \\ \ddot{\mathbf{u}}_{n+1} &= \ddot{\mathbf{u}}_n + \Delta \ddot{\mathbf{u}}_n \end{aligned} \quad (2.67)$$

e repetir o processo para os demais instantes de tempo.

2.2 PROJETO ÓTIMO DE NEUTRALIZADORES DINÂMICOS

Neutralizadores dinâmicos, ou sistemas secundários, são dispositivos projetados para reduzir as vibrações de estruturas, chamadas também de sistemas primários. No projeto, busca-se sintonizar os parâmetros físicos do sistema secundário a fim de minimizar as amplitudes oscilatórias do sistema primário. Para auxiliar na condução da dissertação, no primeiro subcapítulo são descritas as características dissipativas de materiais viscoelásticos, assim como o modelo matemático utilizado, baseado em derivadas fracionárias. No segundo subcapítulo são apresentados os Parâmetros Equivalentes Generalizados, utilizados para representar de forma equivalente o acoplamento entre o sistema primário e secundário. Nos últimos dois subcapítulos são descritas as equações referentes a neutralizadores pendulares viscoelásticos e aos *inerters*, que são os temas centrais de estudo deste trabalho.

2.2.1 Materiais viscoelásticos

Materiais viscoelásticos contêm uma importante propriedade: ao serem submetidos a carregamentos oscilatórios, tendem a dissipar energia e, conseqüentemente, inserir amortecimento ao sistema que está acoplado. Para modelar a relação constitutiva desse tipo de material, mostra-se conveniente a utilização de derivadas fracionárias. Para um estado uniaxial de tensões, tem-se que (Espíndola et al., 2008)

$$\sigma(t) + \sum_{m=1}^M b_m D^{\beta_m} [\sigma(t)] = E_0 \epsilon(t) + \sum_{n=1}^N E_n D^{\alpha_n} [\epsilon(t)], \quad (2.68)$$

onde $\sigma(t)$ é a tensão em função do tempo, $\epsilon(t)$ é a deformação em função do tempo, E_0 , E_n e b_m são constantes dependentes do material. Os operadores D^{β_m} e D^{α_n} são as derivadas de ordem fracionária β_m e α_n , respectivamente, também dependentes do material. Ao aplicar a transformada de Fourier nas derivadas fracionárias, tem-se que

$$\mathcal{F} (D^\alpha [f(t)]) = (i\omega)^\alpha \mathcal{F} ([f(t)]), \quad (2.69)$$

onde \mathcal{F} é o operador que representa a transformada de Fourier e ω é a frequência circular. Dessa forma, aplicando a transformada de Fourier na Equação (2.68), mostra-se que

$$\left[1 + \sum_{m=1}^M b_m (i\omega)^{\beta_m} \right] \tilde{\sigma}(\omega) = \left[E_0 + \sum_{n=1}^N E_n (i\omega)^{\alpha_n} \right] \tilde{\epsilon}(\omega), \quad (2.70)$$

onde $\tilde{\sigma}(\omega)$ e $\tilde{\epsilon}(\omega)$ são as Transformadas de Fourier da tensão e deformação, respectivamente. Como consequência da Equação (2.70), pode-se definir o módulo de elasticidade complexo \bar{E} , dado por

$$\bar{E}(\omega) = \frac{\tilde{\sigma}(\omega)}{\tilde{\epsilon}(\omega)} = E(\omega) + iE'(\omega) = E(\omega) [1 + \eta(\omega)], \quad (2.71)$$

onde $\eta(\omega) = E'(\omega)/E(\omega)$ é o fator de perda, $E(\omega)$ é a parcela real de $\bar{E}(\omega)$ e $E'(\omega)$ é a parcela imaginária. Apesar da Equação (2.70) poder assumir valores de M e N arbitrariamente grandes, mostra-se que com $M = N = 1$ já é possível obter resultados com boa acurácia, visto que as derivadas de ordem fracionária têm importantes correlações com as teorias moleculares de viscoelasticidade (Bagley; Torvik, 1983). Com as definições de M e N e fazendo $\alpha_1 = \beta_1 = \alpha$, chega-se no modelo de Zener. Com isso, o Módulo Complexo $\bar{E}(\omega)$ pode ser escrito como

$$\bar{E}(\omega) = \frac{E_0 + (i\omega)^\alpha E_1}{1 + (i\omega)^\alpha b_1} \quad (2.72)$$

e, de forma similar, para o módulo de cisalhamento complexo $\bar{G}(\omega)$

$$\bar{G}(\omega) = \frac{G_0 + (i\omega)^\alpha G_1}{1 + (i\omega)^\alpha b_1} = \frac{G_0 + (ib_r\omega)^\alpha G_\infty}{1 + (ib_r\omega)^\alpha}, \quad (2.73)$$

onde b_r é a constante de relaxação do material, G_∞ é o módulo de cisalhamento quando $\omega \rightarrow \infty$, conhecido também como assíntota superior, e G_0 é o módulo de cisalhamento quando $\omega \rightarrow 0$, também conhecido como assíntota inferior.

É possível observar que a constante de relaxação b também é função da temperatura, que pode ser expressa por

$$b(T) = b_0 \alpha_T(T), \quad (2.74)$$

no qual T é a temperatura de trabalho, b_0 é a constante de relaxação na temperatura de referência T_0 e α_T é o fator de deslocamento de Williams–Landel–Ferry, definido como

$$\alpha_T(T) = \frac{-\theta_1(T - T_0)}{\theta_2 + T - T_0}. \quad (2.75)$$

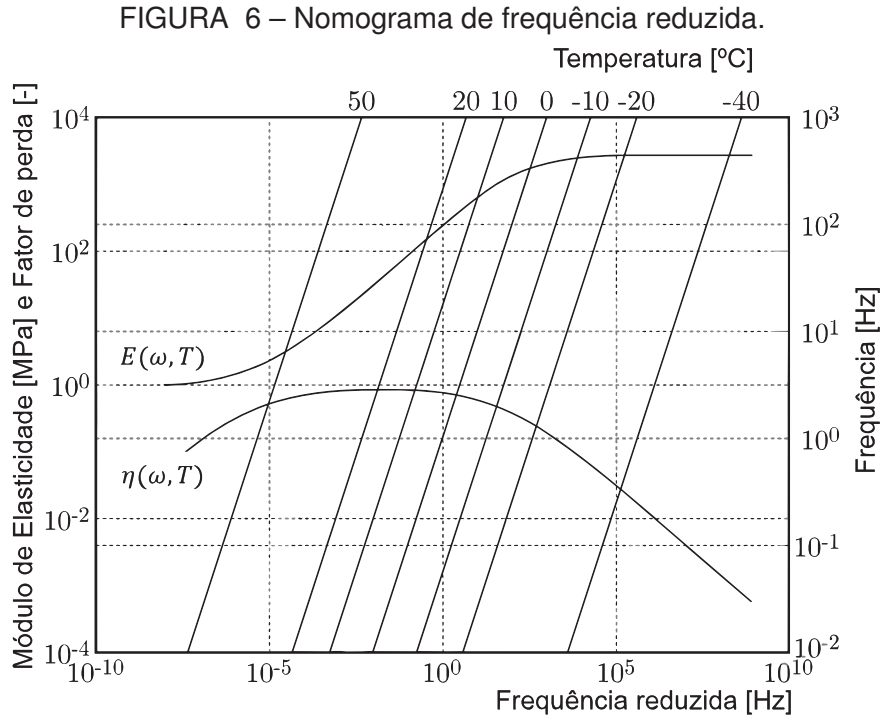
As constantes θ_1 e θ_2 são constantes que devem ser calibradas de acordo com o material analisado (Silva; Bavastri, 2019). Substituindo a Equação (2.74) na (2.73), tem-se que

$$\bar{G}(\omega, T) = \frac{G_0 + (ib_0\omega_R)^\alpha G_\infty}{1 + (ib_0\omega_R)^\alpha} = G(\omega, T) [1 + \eta(\omega, T)], \quad (2.76)$$

onde ω_R é conhecida como frequência reduzida.

Os dados de $G(\omega, T)$ e $\eta(\omega, T)$, em função da frequência e da temperatura, podem ser convenientemente resumidos em um nomograma de frequência reduzida, como ilustrado na FIGURA 6.

Quando o material viscoelástico é aplicado em neutralizadores dinâmicos, pode-se considerar dois efeitos distintos: rigidez e amortecimento. A rigidez equivalente é dada pela parcela real $G(\omega, T)$ e o amortecimento estrutural é inserido no sistema pela parcela imaginária, que pode ser representada pelo fator de perda $\eta(\omega, T)$. A rigidez equivalente no domínio da frequência $\bar{k}(\omega, T)$ pode ser escrita como



FONTE: Balbino et al. (2021) (Modificado).

$$\bar{k}(\omega, T) = \vartheta \bar{G}(\omega, T) = k(\omega, T) [1 + \eta(\omega, T)], \quad (2.77)$$

onde $k(\omega, T)$ é a parcela real de $\bar{k}(\omega, T)$ e ϑ é o fator geométrico de relaciona o módulo de cisalhamento com a rigidez. Por exemplo, em caso de material viscoelástico trabalhando em cisalhamento puro, tem-se que $\vartheta = A/h$, onde A é a área em cisalhamento e h é a espessura da manta viscoelástica (Elias, 2018).

Essas propriedades dos materiais viscoelásticos também podem ser representadas no domínio do tempo. Utilizando o Modelo de Wiechert, conhecido mais comumente como Série de Prony, o módulo de relaxação do material viscoelástico $G(t)$ pode ser escrito como (Pacheco et al., 2015)

$$G(t) = G_{t \rightarrow \infty} + \sum_{p=1}^{TN} G_p e^{-t/\tau_p}, \quad (2.78)$$

onde $G_{t \rightarrow \infty}$ é módulo de equilíbrio, quando $t \rightarrow \infty$, G_p é a componente elástica da Série de Prony e τ_p é o período de relaxação. É importante notar que, quando $t \rightarrow 0$

$$G(t \rightarrow 0) = G_{t \rightarrow 0} = G_{t \rightarrow \infty} + \sum_{p=1}^{TN} G_p > 0, \quad (2.79)$$

no qual $G_{t \rightarrow 0}$ é o módulo de relaxação instantâneo. Nota-se que as Equações (2.78)

(2.79) foram descritas utilizando o módulo de cisalhamento, porém também são validas para o módulo de elasticidade.

A Equação (2.78) pode ser reescrita utilizando a constante de cisalhamento da Série de Prony $g_p = G_p/G_{t \rightarrow 0}$

$$G(t) = G_{t \rightarrow 0} \left(1 - \sum_{p=1}^{TN} g_p [1 - e^{-t/\tau_p}] \right). \quad (2.80)$$

É possível calcular as constantes g_p e τ_p a partir de dados extraídos no domínio da frequência, quando há a computação do módulo de cisalhamento complexo $\bar{G}(\omega)$. Esse tipo de teste é chamado de Análise Dinâmico-Mecânica (do inglês Dynamic Mechanical Analysis) (DMA). Tapia-Romero et al. (2020) define a relação entre a parcela real de $\bar{G}(\omega)$, $G(\omega)$ e a Série de Prony (omitindo a dependência em relação à temperatura) como

$$G(\omega) = G_{t \rightarrow \infty} + \sum_{p=1}^{TN} \frac{G_p \omega^2 \tau_p^2}{1 + \omega^2 \tau_p^2} \quad (2.81)$$

e, para a parcela imaginária $G'(\omega)$,

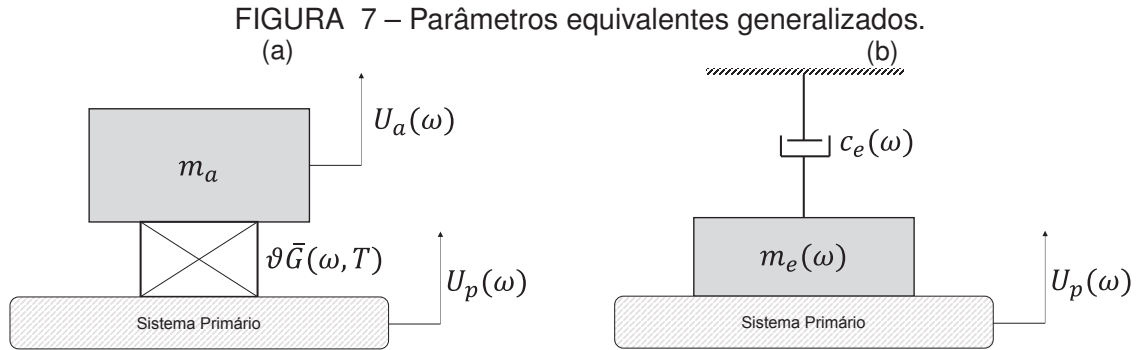
$$G'(\omega) = \sum_{p=1}^{TN} \frac{G_p \omega \tau_p}{1 + \omega^2 \tau_p^2}. \quad (2.82)$$

Dessa forma, conhecendo $\bar{G}(\omega)$, é possível utilizar algoritmos de ajuste de curva, como, por exemplo, o Método dos Mínimos Quadrados, para calcular as constantes equivalentes g_p e τ_p da Série de Prony, representando as propriedades de viscoelasticidade tanto no domínio da frequência quanto no domínio do tempo.

2.2.2 Parâmetros equivalentes generalizados

Quando os neutralizadores dinâmicos são inseridos no sistema primário, existe um aumento de pelo menos um grau de liberdade do sistema para cada absorvedor, isso quando o sistema secundário pode ser aproximado por um modelo de um grau de liberdade. Entretanto, mostra-se ser mais interessante, em termos de modelagem matemática e custo computacional, se o sistema composto for modelado exatamente com os mesmos graus de liberdade e coordenadas generalizadas do sistema original, ou primário.

Seja o sistema composto dado pela FIGURA 7a, onde U_p representa a coordenada generalizada do sistema primário e U_a representa o grau de liberdade do sistema secundário, ou neutralizador dinâmico.



Fonte: O autor.

Legenda: (a) Modelo de um grau de liberdade com material viscoelástico e (b) respectivo modelo PEG.

Pelo diagrama de corpo livre e segunda lei de Newton, a impedância mecânica na base do sistema primário $Z_b(\omega)$ e a massa dinâmica $M_b(\omega)$ são dadas por (Espíndola et al., 2008)

$$Z_b(\omega) = \frac{F(\omega)}{V(\omega)} = \frac{im_a\omega\vartheta\bar{G}(\omega, T)}{-m_a\omega^2 + \vartheta\bar{G}(\omega, T)} \quad (2.83)$$

e

$$M_b(\omega) = \frac{F(\omega)}{A(\omega)} = \frac{m_a\vartheta\bar{G}(\omega, T)}{-m_a\omega^2 + \vartheta\bar{G}(\omega, T)}, \quad (2.84)$$

onde m_a é a massa do neutralizador dinâmico, $F(\omega)$, $V(\omega)$ e $A(\omega)$ são as transformadas de Fourier da força, velocidade e aceleração, respectivamente.

De forma similar para o sistema equivalente da FIGURA 7b, onde uma massa equivalente $m_{eq}(\omega)$ é diretamente acoplada no sistema primário e o amortecedor equivalente $c_{eq}(\omega)$ é fixo na “terra”, tem-se que

$$Z_b(\omega) = i\omega m_{eq}(\omega) + c_{eq}(\omega) \quad (2.85)$$

e

$$M_b(\omega) = m_{eq}(\omega) + \frac{c_{eq}(\omega)}{i\omega}. \quad (2.86)$$

Com as Equações (2.83) a (2.85), é possível obter as seguintes relações

$$m_{eq}(\omega) = -m_a \frac{r(\omega) (\varepsilon^2(\omega) - r(\omega) [1 + \eta^2(\omega)])}{(\varepsilon^2(\omega) - r(\omega))^2 + r^2(\omega)\eta^2(\omega)} \quad (2.87)$$

e

$$c_{eq}(\omega) = m_a \omega_a \frac{r(\omega)\eta(\omega)\varepsilon^3(\omega)}{(\varepsilon^2(\omega) - r(\omega))^2 + r^2(\omega)\eta^2(\omega)} \quad (2.88)$$

onde $r(\omega) = G(\omega, T)/G(\omega_a, T)$ é a razão de cisalhamento, $\varepsilon(\omega) = \omega/\omega_a$ é a razão de frequências e $\omega_a = \sqrt{\vartheta G(\omega_a, T)/m_a}$ a frequência natural do sistema secundário. Com isso, tem-se a total equivalência entre os modelos da FIGURA 7a e FIGURA 7b, porém o modelo da FIGURA 7b não insere nenhum grau de liberdade adicional ao sistema primário, de forma que as suas coordenadas generalizadas podem ser excluídas ao modelar o sistema composto.

Partindo da Equação (2.5), para uma matriz modal ortonormalizada e truncada $\hat{\Phi}^m$ do sistema primário, tem-se que

$$\hat{\Phi}^{mT} \hat{\mathbf{M}} \hat{\Phi}^m \ddot{\mathbf{q}}(t) + \hat{\Phi}^{mT} \hat{\mathbf{C}} \hat{\Phi}^m \dot{\mathbf{q}}(t) + \hat{\Phi}^{mT} \mathbf{K} \hat{\Phi}^m \mathbf{q}(t) = \hat{\Phi}^{mT} \mathbf{f}(t), \quad (2.89)$$

onde $\hat{\mathbf{M}} = \mathbf{M} + \mathbf{M}_e(\omega)$ e $\hat{\mathbf{C}} = \mathbf{C} + \mathbf{C}_e(\omega)$, sendo $\mathbf{M}_e(\omega)$ e $\mathbf{C}_e(\omega)$ matrizes diagonais contendo as massas $m_{eq}(\omega)$ e amortecimentos $c_{eq}(\omega)$ equivalentes, respectivamente, de todos os neutralizadores acoplados ao sistema primário.

Aplicando a transformada de Fourier na Equação (2.89), mostra-se que

$$\hat{\mathbf{D}}(\omega) \mathbf{Q}(\omega) = \hat{\Phi}^{mT} \mathbf{F}(\omega), \quad (2.90)$$

onde $\mathbf{Q}(\omega)$ e $\mathbf{F}(\omega)$ são as Transformadas de Fourier de $\mathbf{q}(t)$ e $\mathbf{f}(t)$, respectivamente e

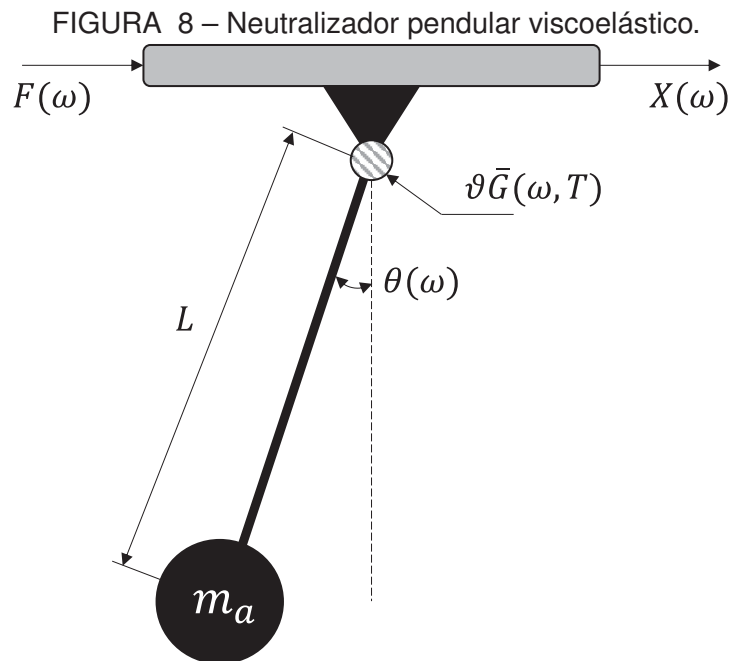
$$\hat{\mathbf{D}}(\omega) = \mathbf{A} + \mathbf{B} + \Lambda \quad (2.91)$$

com $\mathbf{A} = -\omega^2 \left[\mathbf{I} + \hat{\Phi}^{mT} \mathbf{M}_e \hat{\Phi}^m \right]$, $\mathbf{B} = i\omega \left[\mathbf{diag}(2\zeta_i \omega_i) + \hat{\Phi}^{mT} \mathbf{C}_e \hat{\Phi}^m \right]$ e $\Lambda = \mathbf{diag}(\omega_i^2)$. O operador $\mathbf{diag}()$ indica uma matriz diagonal. A partir de $\hat{\mathbf{D}}(\omega)$ é possível calcular a matriz de receptância aproximada $\mathbf{H}(\omega)$ para o sistema composto

$$\mathbf{H}(\omega) = \hat{\Phi}^m \hat{\mathbf{D}}^{-1}(\omega) \hat{\Phi}^{mT}. \quad (2.92)$$

2.2.3 Neutralizador pendular viscoelástico

Neutralizadores do tipo pendular podem ser modelados de forma similar a um amortecedor de vibrações tipo Stockbridge, utilizado para reduzir vibrações induzidas pelo vento em linhas de transmissão de energia (Espíndola et al., 2010). A FIGURA 8 ilustra uma forma construtiva desse tipo de neutralizador, incluindo a rigidez torcional complexa do material viscoelástico.



FONTE: Espíndola et al. (2010) (Modificado).

O modelo físico ilustrado na FIGURA 8 pode ser utilizado para representar o comportamento do neutralizador pendular fixo em uma base móvel. Utilizando a abordagem Lagrangiana, mostra-se que o comportamento do sistema pode ser representado por duas equações diferenciais, dadas por

$$\begin{cases} m_a \ddot{x} + m_a L \ddot{\theta} = f(t) \\ k_\theta \theta + m_a L (\ddot{x} + L \ddot{\theta}) + I_a \ddot{\theta} = 0, \end{cases} \quad (2.93)$$

onde m_a é a massa concentrada na extremidade do pêndulo, L é o comprimento do pêndulo, $k_\theta = \vartheta \bar{G}(\omega)$ é a rigidez torcional do material viscoelástico, I_a é o momento de inércia da haste do pêndulo, x e θ são as coordenadas generalizadas de translação e rotação, respectivamente. Aplicando a transformada de Fourier na Equação (2.93), tem-se que

$$\begin{cases} -m_a\omega^2 X(\omega) - m_a L\omega^2 \Theta(\omega) = F(\omega) \\ -m_a L\omega^2 X(\omega) + (k_\theta(\omega) - m_a L^2 \omega^2 - I_a \omega^2) \Theta(\omega) = 0. \end{cases} \quad (2.94)$$

Isolando $\Theta(\omega)$ na primeira equação e substituindo na segunda, é possível obter a rigidez dinâmica $k_s(\omega)$ aplicada na estrutura primária no ponto de fixação do pêndulo, dada por

$$k_s(\omega) = \frac{F(\omega)}{X(\omega)} = \frac{-m_a\omega^2 (k_\theta(\omega) - I_a\omega^2)}{k_\theta - (m_a L^2 + I_a)\omega^2}. \quad (2.95)$$

A frequência natural do pêndulo ω_a é aquela no qual o denominador da Equação (2.95) se torna nulo. Sendo $k_\theta = \vartheta \bar{G}(\omega)$, tem-se que

$$\omega_a = \sqrt{\frac{\vartheta G(\omega_a)}{m_a L^2 + I_a}}. \quad (2.96)$$

Além disso, as equações dos Parâmetros Equivalentes Generalizados, conforme comentado no subcapítulo anterior, são dadas por Espíndola et al. (2010)

$$m_{eq}(\omega) = \frac{m_a [(r_a(\omega) - R\varepsilon_a^2(\omega)) (r_a(\omega) - \varepsilon_a^2) + \eta^2(\omega)r_a^2(\omega)]}{(r_a(\omega) - \varepsilon_a^2)^2 + \eta^2(\omega)r_a^2(\omega)} \quad (2.97)$$

e

$$c_{eq}(\omega) = \frac{m_a \omega_a \eta(\omega) r_a(\omega) \varepsilon_a^3 (1 - R)}{(r_a(\omega) - \varepsilon_a^2)^2 + \eta^2(\omega)r_a^2(\omega)}, \quad (2.98)$$

onde $R = I_a/(m_a L^2 + I_a)$ é a razão de inércia, que mostra a razão do momento de inércia da haste I_a em relação a inércia total do pêndulo.

Utilizando como base a Equação (2.90) e isolando o vetor de coordenadas modais $\mathbf{Q}(\omega)$, tem-se que

$$\mathbf{Q}(\omega) = \hat{\mathbf{D}}^{-1}(\omega) \hat{\mathbf{\Phi}}^{mT} \mathbf{F}(\omega). \quad (2.99)$$

A partir da resposta modal do sistema no domínio da frequência, pode-se construir uma função objetivo para o processo de otimização. Conforme definido em Bavastri et al. (2007) e Espíndola et al. (2010), o problema de otimização não linear para o controle de uma banda larga de frequências pode ser escrito como

$$\min \left\| \max_{\omega_1 \leq \omega \leq \omega_2} |\mathbf{Q}(\omega, \bar{\mathbf{x}})| \right\|_2, \quad (2.100)$$

onde $\bar{\mathbf{x}} = \{\omega_{a1}, \omega_{a2}, \dots, \omega_{aq}\}^T$ é o vetor de projeto, sendo ω_{ai} a frequência natural do i -ésimo neutralizador dinâmico utilizado no controle passivo de vibrações do sistema primário.

Além disso, o problema de otimização é submetido a restrições laterais sobre as variáveis de projeto, tais que

$$\bar{\mathbf{x}}^L \leq \bar{\mathbf{x}} \leq \bar{\mathbf{x}}^U, \quad (2.101)$$

onde $\bar{\mathbf{x}}^L$ e $\bar{\mathbf{x}}^U$ são os limites inferiores e superiores do vetor de projeto, respectivamente. Após encontrar os valores ótimos de ω_{ai} , é possível utilizar a Equação (2.96) e calcular o fator geométrico correspondente ϑ_i para projetar o dispositivo ótimo.

Entretanto, primeiramente é necessário definir as massas dos neutralizadores dinâmicos, que pode ser baseada em uma fração da massa do sistema que se deseja controlar. De acordo com Silva e Bavastri (2019), pode-se definir a razão μ_i utilizando o conceito de massa modal. Sendo assim,

$$\mu_i = \sum_{j=1}^p \hat{\Phi}_{r,j}^m m_{ai}^{(j)} \quad (2.102)$$

e $m_{ai} = \sum_{j=1}^k m_{ai}^{(j)} / k$, onde k é o número de modos de vibrar escolhidos na superposição modal. De acordo com Silva e Bavastri (2019), e tendo como base o trabalho de Hartog (1956), a soma de todos os μ_i devem estar na faixa de 0.1 a 0.25.

Para o processo de otimização, conforme sugerido por Bavastri et al. (1998), pode-se utilizar um algoritmo híbrido, onde primeiramente é utilizada uma técnica baseada em algoritmos genéticos, para encontrar um ponto próximo do ótimo global, e então utilizar uma Técnica de Otimização Não Linear (TONL), como Quase-Newton, para um refino posterior com uma convergência mais rápida.

2.2.4 Controle passivo de vibrações com *inerters*

De acordo com Smith (2002), o *inertor* ideal é um dispositivo mecânico formado por dois nós (ou terminais) de forma que as forças aplicadas nos nós são iguais, porém com direções opostas, e proporcionais à aceleração relativa entre eles. Dessa forma,

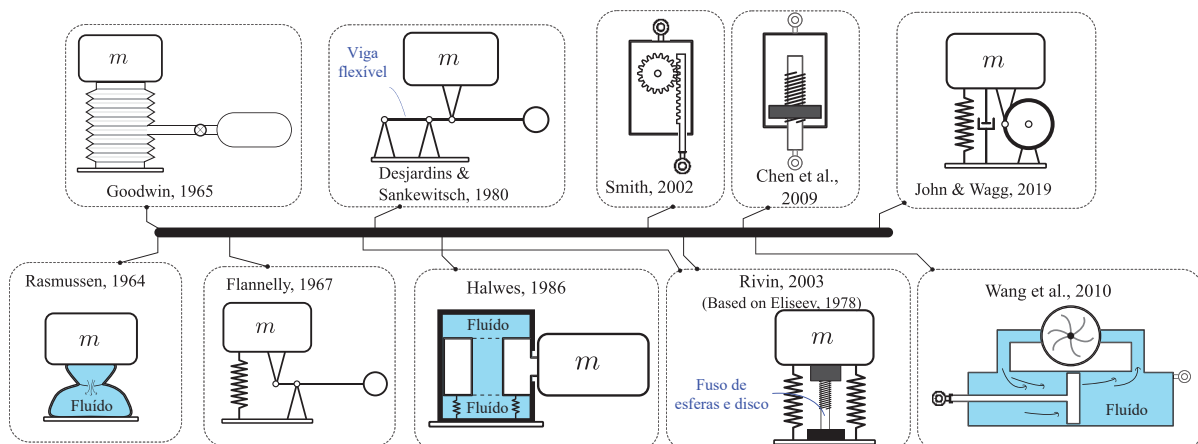
$$F = b(\ddot{x}_2 - \ddot{x}_1) \quad (2.103)$$

onde F é a força aplicada no dispositivo, \ddot{x}_2 a aceleração do nó 2, \ddot{x}_1 a aceleração do nó 1 e b é a constante de proporcionalidade entre as grandezas, chamada de inércia por Smith (2002). Além disso, o autor também define algumas condições práticas que esses dispositivos devem atender:

- i) O dispositivo deve ser capaz de ter uma massa pequena, independente do valor requerido de inércia.
- ii) Não deve haver necessidade de conectá-lo diretamente ao solo.
- iii) O projeto do dispositivo deve delimitar um fim de curso e respeitar as restrições de dimensões.
- iv) O *inertor* deve funcionar adequadamente em qualquer orientação de movimento espacial.

Entretanto, como mostrado por Kuhnert et al. (2021), dispositivos com princípios similares aos apresentados por *inerters* existem já há alguns anos, como mostra a linha do tempo da FIGURA 9. De fato, pode-se encontrar na literatura diversos autores que buscam amplificar virtualmente a inércia do sistema sem a necessidade de aumentar efetivamente a sua massa.

FIGURA 9 – Histórico encontrado na literatura de dispositivos com princípios similares ao do *inertor*.



FONTE: Kuhnert et al. (2021) (Modificado).

Nesse trabalho, são mostrados com maiores detalhes os *inerters* discutidos por Smith (2002), conhecidos como *inerters* de cremalheira-pinhão, e por Chen et al.

(2009), conhecidos como *inerters* de fuso de esferas. Esse último tem uso na indústria automobilística, onde é conhecido também como *J-damper*.

A FIGURA 10 ilustra o funcionamento do *inerters* de cremalheira-pinhão. Para modelar dinamicamente esse tipo de dispositivo, mostra-se que (Smith, 2002)

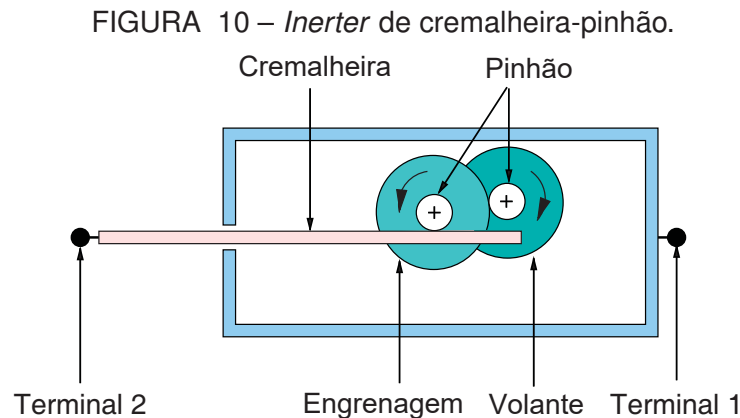
$$b = m\alpha_1^2\alpha_2^2, \quad (2.104)$$

onde m é a massa do volante, $\alpha_1 = k_g/r_3$ sendo k_g o raio de giração do disco e r_3 o raio do pinhão do volante. $\alpha_2 = r_2/r_1$ sendo r_1 o raio do pinhão conectado a cremalheira e r_2 o raio da engrenagem.

A FIGURA 11 mostra detalhes do funcionamento de um *inerters* de fuso-de-esferas ideal. Nesse caso, supondo um comportamento linear do dispositivo, tem-se que (Wen et al., 2017)

$$b = \left(\frac{2\pi}{v}\right)^2 I, \quad (2.105)$$

onde v é o avanço do fuso de esferas e I é o momento de inércia do volante.

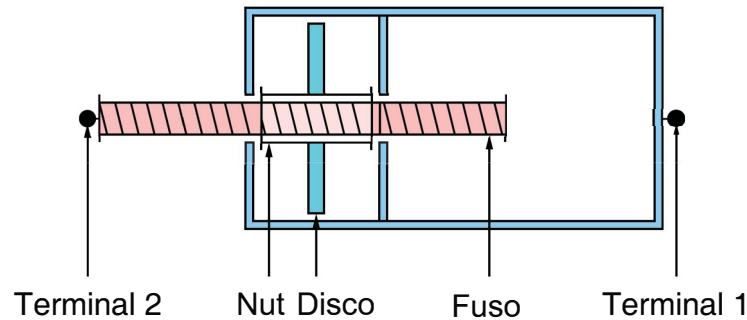


FONTE: Chen et al. (2009) (Modificado).

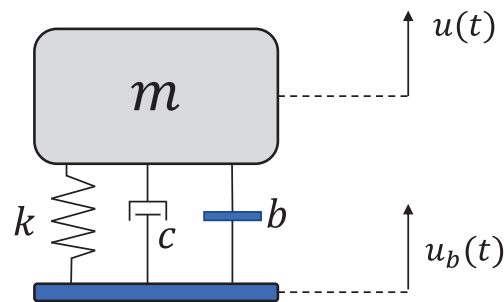
Seja um modelo viscoso de um grau de liberdade com base móvel, como ilustrado na FIGURA 12. Nesse caso, além da mola e amortecedor é adicionado um *inerters* ideal e linear, de forma que seus terminais conectam a massa e a base móvel.

Se a base com massa desprezível sofre uma aceleração conhecida $\ddot{u}_b(t)$, tem-se que

$$m\ddot{u}(t) + b[\ddot{u}(t) - \ddot{u}_b(t)] + c[\dot{u}(t) - \dot{u}_b(t)] + k[u(t) - u_b(t)] = 0. \quad (2.106)$$

FIGURA 11 – *Inerter* de fuso-de-esferas.

FONTE: Chen et al. (2009) (Modificado).

FIGURA 12 – Modelo viscoso de um grau de liberdade com base móvel e *inerter*.

FONTE: O autor.

Aplicando a transformação de variável $z(t) = u(t) - u_b(t)$, que representa o movimento relativo entre a massa e a base, mostra-se que

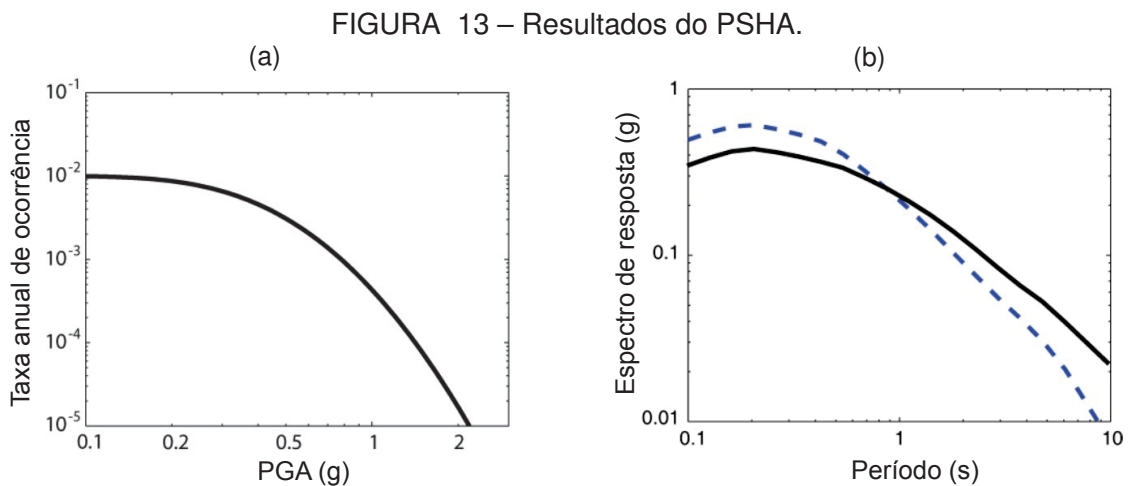
$$[m + b] \ddot{z}(t) + c\dot{z}(t) + kz(t) = -m\ddot{u}_b(t), \quad (2.107)$$

onde $-m\ddot{u}_b(t)$ é a força equivalente gerada pela aceleração da base no sistema de um grau de liberdade e $z(t)$ é o deslocamento relativo entre a massa e a base. Além disso, é possível observar que a massa do sistema é acrescida com a inércia b do *inerter*. Isso permite uma maior flexibilidade no projeto do neutralizador para bandas de frequências baixas, como as encontradas em abalos sísmicos.

2.3 ACELEROGRAMAS BASEADOS EM ESPECTROS DE RESPOSTA

Para a análise de risco e impactos relacionados a abalos sísmicos, geralmente opta-se por uma abordagem probabilística, ao invés de determinística. Isso porque essa última muitas vezes se mostra conservadora e dificilmente representa a realidade desse tipo de evento, visto que lida com a possibilidade e não com a probabilidade de ocorrência (Baker et al., 2021)

A análise probabilística de segurança sísmica utiliza o Teorema da Probabilidade Total para prever ou estimar o comportamento sísmico em determinada localidade. Como resultado, é possível quantificar a taxa anual de excedência, ou a frequência na qual determinado pico de movimento do solo pode ocorrer, como mostra a FIGURA 13a. É possível observar que movimentos com intensidade baixa podem ser frequentemente observados, enquanto movimentos mais intensos têm menor probabilidade de ocorrer. Muitas vezes pode ser interessante obter essa informação em termos da resposta da estrutura a ser analisada. Para isso, as curvas de taxa anual de excedência em função da resposta máxima da estrutura, para diferentes valores de períodos naturais, podem ser computadas pela análise probabilística. Essas curvas podem ser resumidas em um único gráfico, chamado de espectro de risco uniforme, ilustrado na FIGURA 13b, largamente utilizado por normas internacionais para definir as curvas de espectro de resposta para dimensionamento de estruturas na engenharia civil.



Fonte: Baker et al. (2021).

Legenda: (a) Taxa anual de ocorrência em função do pico de aceleração do solo e (b) Espectro de Risco Uniforme (UHS).

Dessa forma, nesta seção são descritas as curvas de espectro de resposta, utilizadas para análises de eventos sísmicos. Posteriormente são detalhados os procedimentos para a geração de acelerogramas, que são sinais temporais criados para representar um determinado espectro de resposta para avaliação no domínio do tempo.

2.3.1 Espectros de resposta elástica

Como já mencionado, espectros de resposta são largamente utilizadas para descrever excitações provenientes de eventos sísmicos. Seja o sinal temporal de aceleração de um abalo sísmico, se essa excitação for aplicada na base de um sistema

de um grau de liberdade linear, a resposta elástica desse sistema $x(t)$ pode ser escrita em termos da integral de Duhamel, ou seja (Tadesco et al., 1999)

$$x(t) = -\frac{1}{\omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}} \int_0^t \ddot{x}_g(\tau) e^{-\zeta \omega_n (t - \tau)} \sin \left(\omega_n \sqrt{1 - \zeta^2} [t - \tau] \right) d\tau, \quad (2.108)$$

onde ω_n é a frequência natural do sistema de um grau de liberdade, ζ é a razão de amortecimento e $\ddot{x}_g(\tau)$ é a aceleração causada pelo sismo.

Entretanto, geralmente ζ assume valores pequenos, o que leva a Equação (2.108) se reduzir a

$$x(t) = -\frac{1}{\omega_n} \int_0^t \ddot{x}_g(\tau) e^{-\zeta \omega_n (t - \tau)} \sin (\omega_n [t - \tau]) d\tau. \quad (2.109)$$

Calculada a resposta do sistema de um grau de liberdade $x(t)$, é possível calcular o deslocamento S_d , velocidade S_v e aceleração S_a espectral pelas relações

$$\begin{aligned} S_d &= \max |x(t)| \\ S_v &= \max |\dot{x}(t)| \\ S_a &= \max |\ddot{x}(t)|, \end{aligned} \quad (2.110)$$

onde o operador $\max| |$ indica a máxima resposta do sistema em módulo. Dessa forma, calcula-se os valores de S_a , considerando a mesma excitação da base $\ddot{x}_g(t)$, para sistemas de um grau de liberdade com diferentes frequências naturais ω_n , dando origem ao espectro de resposta.

Quando o assunto é abalo sísmico, estruturas com frequências naturais baixas (na ordem de 1Hz) são de maior preocupação e, por questão de conveniência, geralmente o espectro de resposta é definido em termos do período natural T_n , ao invés da frequência. A definição dos espectros de resposta é ilustrada na FIGURA 14.

Como já mencionado, de forma geral, os espectros de resposta são resultados de uma análise probabilística de uma localidade específica utilizando a abordagem PSHA, considerando as diversas fontes de risco para os eventos sísmicos. Diversas normas internacionais, como a ASCE (2010), utilizam PSHA para definir respostas espectrais que devem ser utilizadas no projeto de estruturas na engenharia civil.

Conforme descrito no documento ASCE (2010), a norma ASCE 7-10 define os espectros de resposta de projeto, como ilustrado na FIGURA 15. Para períodos naturais menores que T_0

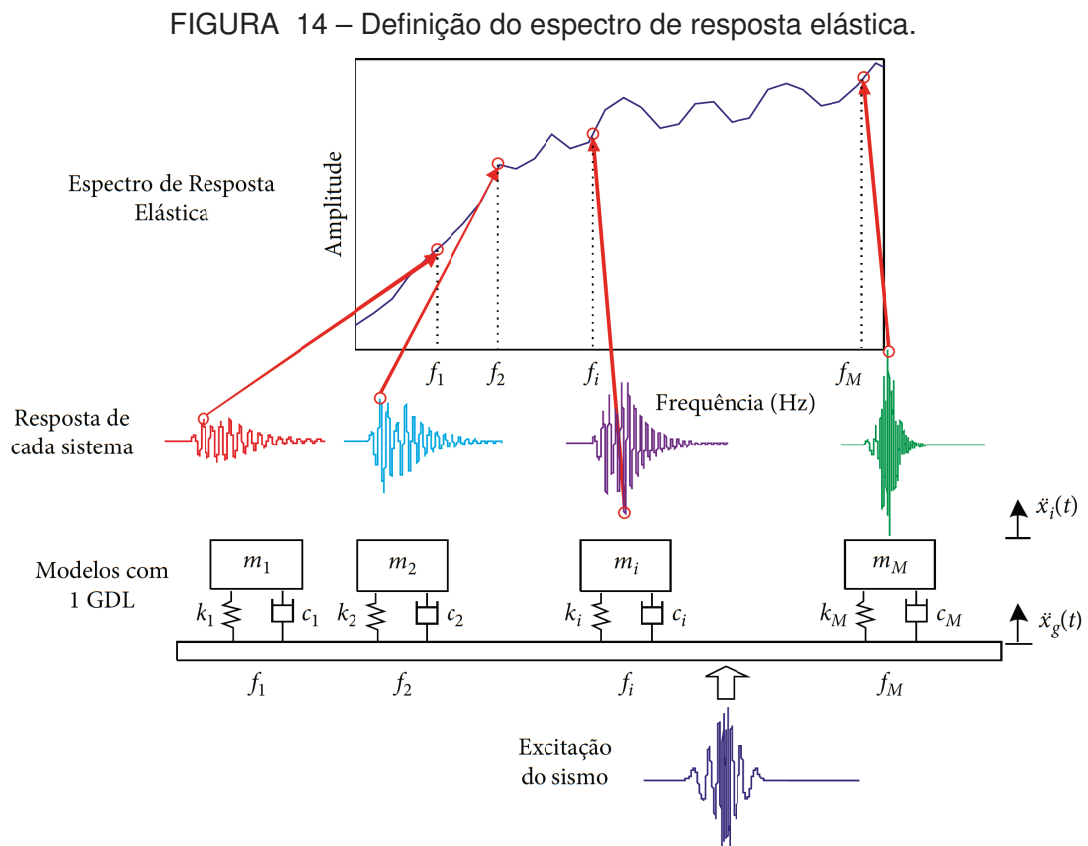
$$S_a = S_{DS} \left(0.4 + 0.6 \frac{T}{T_0} \right), \quad (2.111)$$

onde S_{DS} é o parâmetro de espectro de resposta de projeto para períodos naturais curtos e $T_0 = 0.2S_{D1}/S_{DS}$, no qual S_{D1} é o parâmetro do espectro de resposta de projeto para um período natural de 1s. Para $T_0 \leq T \leq T_S = S_{D1}/S_{DS}$, $S_a = S_{DS}$. Para períodos $T_S \leq T \leq T_L$, onde T_L é chamado de período de transição,

$$S_a = \frac{S_{D1}}{T}. \quad (2.112)$$

Por fim, para $T \geq T_L$,

$$S_a = \frac{S_{D1}T_L}{T^2}. \quad (2.113)$$



FONTE: Jinxin et al. (2019) (modificado).

De acordo com a norma, os valores de S_{D1} e S_{DS} devem ser calculados a partir dos valores de S_1 e S_S , que são resultados de uma análise de PSHA para o território

dos EUA. Os parâmetros S_1 e S_S podem então ser definidos conforme a região de projeto utilizando gráficos de superfície do território americano, encontrados na norma. Após a definição de S_1 e S_S , pode-se calcular S_{D1} e S_{DS} pelas relações

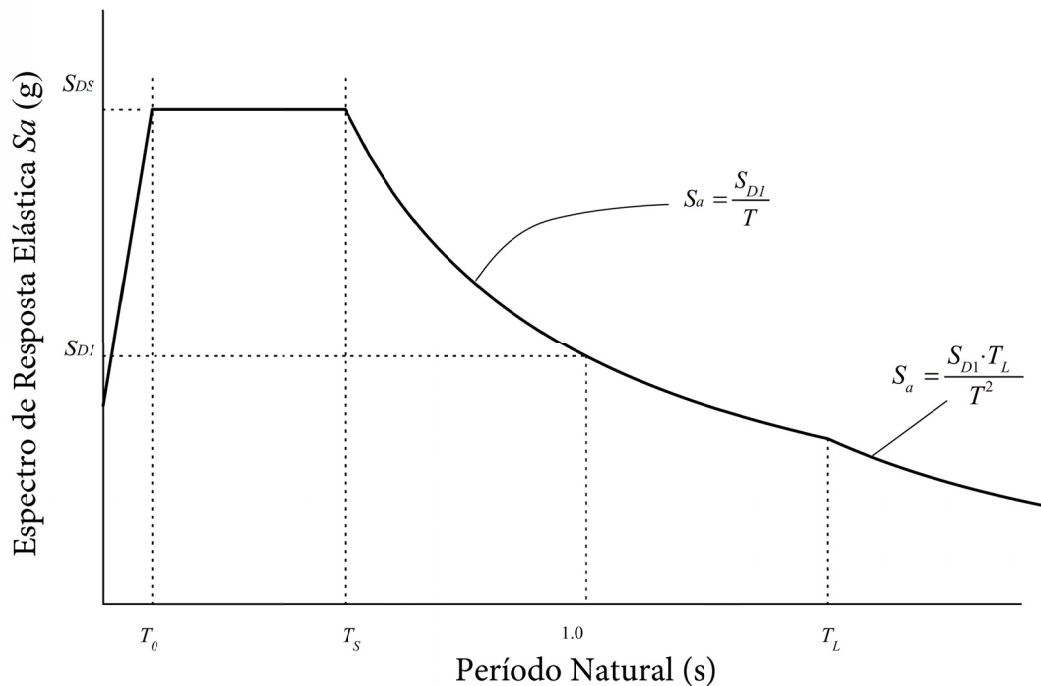
$$S_{D1} = \frac{2}{3} F_v S_1 \quad (2.114)$$

e

$$S_{DS} = \frac{2}{3} F_a S_S, \quad (2.115)$$

onde F_v e F_a são os fatores de localidade, que levam em consideração a influência do tipo de solo no sismo. Com isso, é possível então definir o espectro de resposta de projeto para a análise da estrutura de interesse.

FIGURA 15 – Definição do espectro de resposta de acordo com a norma ASCE 7-10.



FONTE: ASCE (2010) (modificado).

2.3.2 Ajuste de acelerogramas

Para análises estruturais de turbinas eólicas submetidas a abalos sísmicos, a norma DNV-GL (2021) recomenda a utilização de simulações numéricas no domínio do

tempo. Isso porque esse tipo de sistema pode conter diversas não linearidades, como a de grandes deslocamentos, que não seriam capturadas por análises tradicionais no domínio da frequência, essencialmente lineares.

Em contrapartida, normas que descrevem projetos de estruturas considerando abalo sísmico geralmente descrevem sua severidade e informações sobre possíveis acelerações do solo utilizando Espectros de Resposta Elástica, que dependem necessariamente da frequência ou período natural do sistema. Dessa forma, é necessária a transcrição dessas informações (espectro de resposta) para o domínio do tempo.

DNV-GL (2021) recomenda o ajuste de acelerogramas naturais, que foram gravados em eventos sísmicos reais, para que o respectivo espectro de resposta elástica se aproxime daqueles utilizados para projetos de estruturas, como os definidos pela norma ASCE (2010). Com isso, modificam-se sismos reais para se obter um sinal temporal equivalente aos dados de projeto estrutural.

Esse tipo de ajuste é chamado de *Ajuste Temporal de Espectro (do inglês Time Domain Spectral Matching) (TDSM)*, ou em tradução literal: Ajuste Espectral no Domínio do Tempo (Atik; Abrahamson, 2010). Esse tipo de algoritmo foi proposto por Lilhanand e Tseng (1987) e Lilhanand e Tseng (1988) e utiliza funções *wavelet* para modificar acelerogramas originais, forçando seu espectro de resposta a ser compatível com um determinado espectro de projeto.

Seja a diferença ΔR_i entre o espectro desejado e o espectro do acelerograma original em uma determinada frequência natural ω_i e amortecimento ζ_i (Atik; Abrahamson, 2010)

$$\Delta R_i = (Q_i - R_i) P_i, \quad (2.116)$$

onde Q_i , R_i é o espectro original e P_i é a polaridade do pico de resposta do modelo de 1 GDL, que assume o valor de +1 se a resposta máxima é positiva e -1 se negativa.

Considerando que não haverá grandes efeitos na resposta do modelo de 1GDL, no instante de tempo t_i , devido a uma perturbação infinitesimal $\delta a(t)$ tal que

$$\delta a(t) = \sum_{j=1}^N z_j w_j(t), \quad (2.117)$$

onde $a(t)$ é o acelerograma, $w_j(t)$ são funções de ajuste, z_j seus respectivos coeficientes (a serem determinados) e N o número total de pontos (pares de frequências e amortecimentos) a serem ajustados.

A resposta de um modelo de 1 GDL para a excitação $\delta a(t)$, de forma similar a integral de Duhamel, descrita na Equação (2.108), pode ser escrita como

$$\delta R_i = \int_0^{\infty} \delta a(t) h_i(t_i - \tau) d\tau, \quad (2.118)$$

onde $h(t)$ é a função resposta ao impulso, dada por

$$h_i(t) = -\frac{1}{\omega_i \sqrt{1 - \zeta_i^2}} e^{-\zeta_i \omega_i t} \left[(2\zeta_i^2 - 1) \sin(\omega_n \sqrt{1 - \zeta_i^2} t) - (2\zeta_i \sqrt{1 - \zeta_i^2}) \cos(\omega_n \sqrt{1 - \zeta_i^2} t) \right] \quad (2.119)$$

para o o i-ésimo modelo de 1 GDL que dá origem ao espectro de resposta.

Substituindo a Equação (2.117) na (2.118), tem-se que

$$\delta R_i = \sum_{j=1}^N z_j \int_0^{\infty} w_j(\tau) h_i(t_i - \tau) d\tau. \quad (2.120)$$

Seja l_{ij} a resposta do modelo de 1 GDL a função de ajuste $w_j(t)$ no instante de tempo t_i

$$l_{ij} = \int_0^{t_i} w_j(\tau) h_i(t_i - \tau) d\tau \quad (2.121)$$

e substituindo a Equação (2.121) na (2.120) tem-se que

$$\delta R_i = \sum_{j=1}^N z_j l_{ij}. \quad (2.122)$$

Seja $\delta R_i \approx \Delta R_i$, mostra-se que

$$\Delta R_i \approx \sum_{j=1}^N z_j l_{ij}. \quad (2.123)$$

Dessa forma, os coeficientes de cada função de ajuste podem ser calculados por

$$\mathbf{m} = \mathbf{L}^{-1} \Delta \mathbf{R}, \quad (2.124)$$

onde \mathbf{L} é a matriz quadrada que descreve a amplitude da resposta de cada modelo de 1 GDL, no instante de tempo em que a resposta precisa ser ajustada, sob ação de cada função de ajuste. Dessa forma, com z_j calculados, a perturbação $\delta a(t)$ pode ser calculada pela Equação (2.117), para funções de ajuste $w_j(t)$ predeterminadas.

Com isso, pode-se definir um processo iterativo

$$a^{n+1}(t) = a^n(t) + \varrho \delta a^n(t), \quad (2.125)$$

onde ϱ é um parâmetro de relaxação para amortecer o processo de convergência. Esse processo de iteração é aplicado até que o erro entre o espectro desejado e o espectro na iteração n atinja os critérios de convergência.

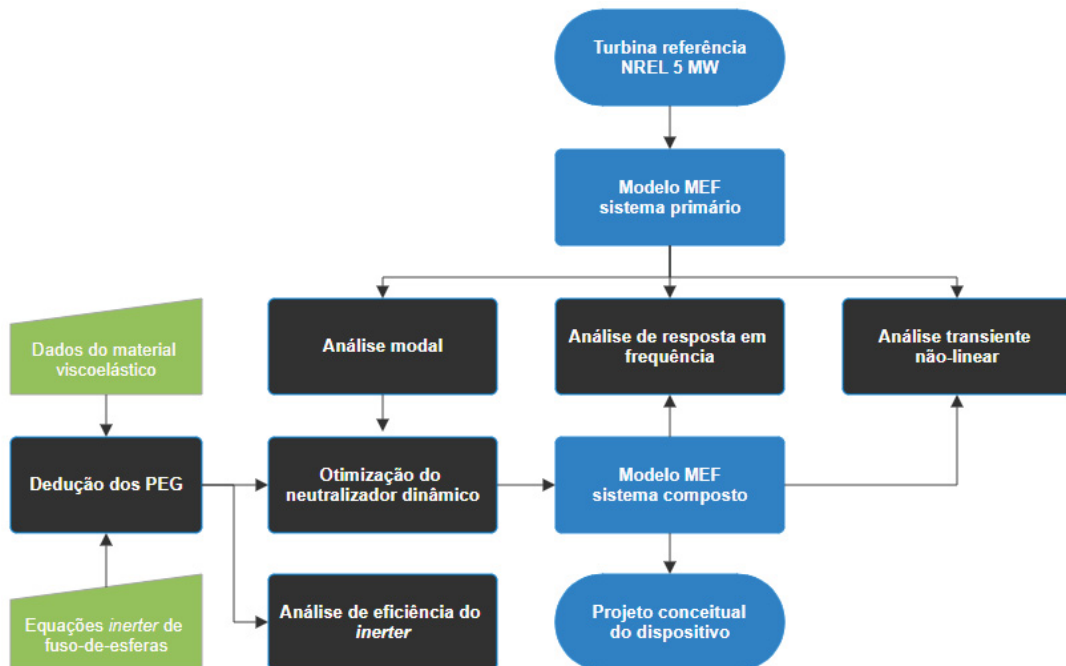
3 METODOLOGIA

No presente capítulo, a metodologia para a condução do trabalho é descrita. Primeiramente, são expostos detalhes sobre as hipóteses do modelo numérico da turbina eólica, que inclui dados de entrada referentes à turbina referência escolhida, detalhes sobre a construção do modelo MEF em um software comercial e, por fim, descrição sobre as simulações estruturais utilizadas para a análise do sistema primário.

Em seguida, são discutidos os dados e modelos utilizados para representar o material viscoelástico, tanto no domínio da frequência quanto no domínio do tempo. Além disso, outro tópico de suma importância é o modelo numérico do neutralizador dinâmico pendular *inertor*-viscoelástico, com as deduções matemáticas dos PEG incluindo o *inertor*, e a forma encontrada para modelar esse dispositivo utilizando o software comercial.

Finalmente, são descritos os cálculos de acelerogramas baseados em Espectros de Resposta Elástica, utilizando outro software comercial específico para essa aplicação. São definidos, também, o espectro e o sinal temporal do sismo referência utilizado para realizar a análise transiente não linear. A FIGURA 16 mostra um fluxograma da metodologia adotada neste trabalho.

FIGURA 16 – Fluxograma da metodologia.



FONTE: O autor.

3.1 HIPÓTESES

As hipóteses para a construção do modelo numérico da turbina e do neutralizador dinâmico são listadas abaixo:

- a) Para a análise modal e de resposta em frequência, todos os subsistemas da turbina são considerados lineares.
- b) Para a análise transiente não linear do abalo sísmico, apenas as não linearidades da torre são consideradas, incluindo o efeito de grandes deslocamentos e rotações.
- c) As pás têm seus graus de liberdade reduzidos utilizando a teoria de Craig e Bampton (1968), dessa forma os efeitos de suas não linearidades não são incluídas na análise transiente.
- d) Para a dedução dos parâmetros equivalentes generalizados, a linearização dos deslocamentos angulares do pêndulo é realizada.
- e) São utilizados modelos de material viscoelástico que não incluem os efeitos de hiperelasticidade.
- f) O sinal de abalo sísmico, na análise transiente, é duplicado e aplicado simultaneamente nas duas direções horizontais, o que torna a análise conservativa.
- g) Por fim, não são considerados os efeitos aeroelásticos da interação da turbina com o vento.

3.2 MODELO NUMÉRICO DA TURBINA EÓLICA

3.2.1 Turbina referência NREL 5 MW

A turbina eólica de referência utilizada no presente trabalho foi a turbina de 5 MW, desenvolvida pela NREL. Todos os detalhes do projeto estrutural dessa turbina são descritos pelos autores Jonkman et al. (2009) no documento oficial desse projeto. É importante frisar que esse é um modelo disponibilizado gratuitamente pelo instituto com o intuito de fomentar a pesquisa na área de geração de energia eólica. A FIGURA 17 mostra os componentes típicos de uma turbina eólica.

Os dados gerais da turbina de 5 MW da NREL são mostrados na TABELA 1. Esse documento inclui detalhes sobre os diferentes sistemas da turbina, que podem ser divididos em:

TABELA 1 – Dados Gerais da Turbina Eólica de 5 MW da NREL.

Propriedade	Dados
Orientação do rotor, Configuração	Paralelo ao vento, 3 pás
Controle	Velocidade variável, <i>pitch</i> coletivo
<i>Drivetrain</i>	Velocidades altas, Redução de mult. estágios
Rotor, diâmetro do cubo do rotor	126 m, 3 m
Altura do cubo do rotor	90 m
Velocidades do vento de corte e de produção	3 m/s / 25 m/s e 11,4 m/s
Velocidade de rotação inicial e de produção	6,9 rpm e 12,1 rpm
Velocidade de ponta na produção	80 m/s
<i>Overhang, Tilt, Precone</i>	5m, 5°, 2,5°
Massa do rotor	110000 kg
Massa da nacele	240000 kg
Massa da torre	347460 kg

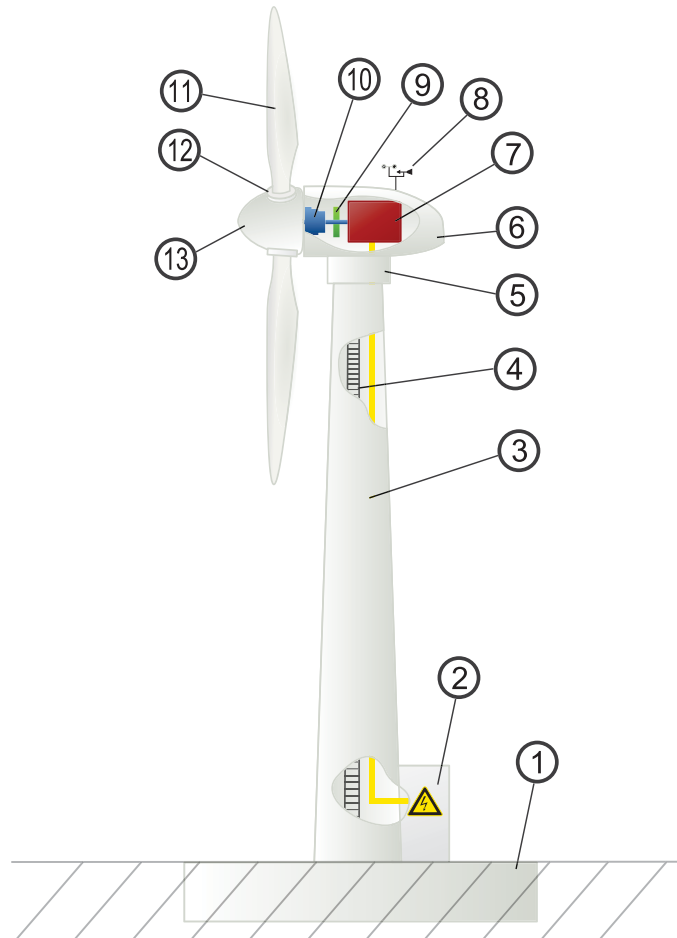
FONTE: Jonkman et al. (2009)

- i) **Torre:** Estrutura esbelta que sustenta a turbina. As torres das turbinas têm crescido em comprimento, na busca de reduzir o efeito do cisalhamento do fluido.
- ii) **Rotor:** É o conjunto rotativo da turbina, formado pelas pás, cubo do rotor, estrutura onde o as pás são fixadas, e o eixo.
- iii) **Nacele:** Estrutura que comporta todos os equipamentos secundários da turbina, como conversores, sistema de refrigeração, sensores, acessos aos componentes principais, etc. Geralmente é identificada pelo formato de "caixa" na posição oposta às pás.
- iv) **Gerador:** Em turbinas com caixa de redução, como a turbina referência, geralmente os geradores são de menor porte e podem ser encontrados dentro do envólucro da nacele. Entretanto, em turbinas de potência direta, são estruturas de grande porte e robustas, que podem ser encontradas entre o cubo do rotor e a nacele.

Como o foco desta pesquisa é o controle passivo de vibrações da torre, é de grande importância conter as suas propriedades detalhadas. Os dados estruturais da torre utilizada no presente trabalho são expostos na TABELA 2.

As pás não são objetos de estudo neste trabalho. Entretanto, sua massa e rigidez influenciam diretamente no comportamento dinâmico da turbina como um todo. Dessa forma, subestruturamento modal é utilizado para reduzir seu comportamento dinâmico em superelementos, que são utilizados no modelo global da turbina. Detalhes sobre esse processo são discutidos na próxima subseção.

FIGURA 17 – Componentes típicos de uma turbina eólica.



FONTE: Nordmann (2014) (modificado).

LEGENDA: (1) Fundação, (2) conexão com a rede elétrica, (3) torre, (4) escada de acesso, (5) controle de orientação, (6) Nacele, (7) gerador, (8) anemômetro, (9) freio, (10) caixa de engrenagens, (11) pás, (12) controle de inclinação das pás e (13) cubo do rotor.

TABELA 2 – Propriedades Estruturais da Torre.

Propriedade	Dados
Material	Aço
Módulo de Elasticidade	210 GPa
Módulo de Cisalhamento	80,8 GPa
Densidade	8500 kg/m ³ *
Diâmetro, espessura na base	6 m, 27 mm
Diâmetro, espessura no topo	3,87 m, 19 mm
Altura acima do solo	87,6 m
Razão de amortecimento modal ζ	1%

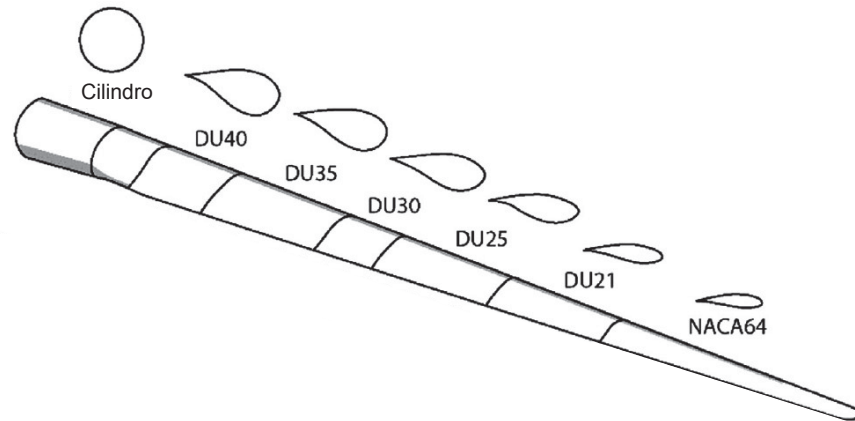
FONTE: Jonkman et al. (2009)

NOTA: *Valor aumentado em relação à densidade típica do aço (7850 kg/m³) para incluir a massa da pintura, parafusos, soldas, etc. (Jonkman et al., 2009)

De forma geral, as pás têm formas construtivas complexas, com diferentes

formatos de aerofólios ao longo do seu comprimento, como mostra a FIGURA 18, para a turbina em estudo. Além disso, são fabricadas com materiais compósitos, como fibra de vidro e resina. Detalhes sobre o projeto estrutural das pás da turbina de 5 MW da NREL podem ser encontrados em Jonkman et al. (2009).

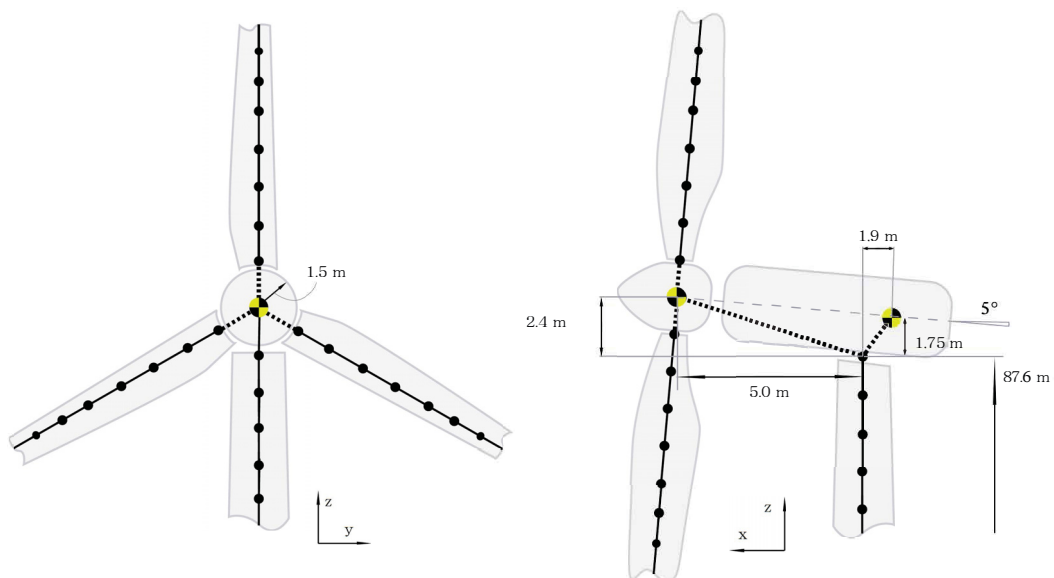
FIGURA 18 – Diferentes aerofólios das pás da turbina de 5 MW.



FONTE: Joustra et al. (2021) (modificado).

Algumas dimensões adicionais, como posicionamento do centro de gravidade da nacela e do cubo do rotor são ilustrados na FIGURA 19.

FIGURA 19 – Ilustração esquemática da turbina de 5 MW.



FONTE: Nortier et al. (2012) (modificado).

3.2.2 Descrição do modelo numérico

O modelo numérico foi desenvolvido no software ANSYS Mechanical®, que utiliza uma linguagem paramétrica própria: ANSYS Parametric Design Language (APDL),

baseada em Fortran®. O APDL foi utilizado devido à complexidade do modelo do material viscoelástico e do *inertor*, que são discutidos em seções posteriores.

O modelo global da turbina eólica é formado pelos modelos isolados dos seguintes subsistemas:

- i) **Torre:** A torre foi modelada utilizando elementos de casca. Isso porque a espessura da seção transversal da torre é consideravelmente menor que as demais dimensões.
- ii) **Nacele:** A nacele e seus componentes internos foram modelados com as dimensões conforme Jonkman et al. (2009) e massa equivalente de acordo com a TABELA 1. Entretanto, como não há um interesse direto na resposta desse subsistema, seu comportamento dinâmico foi reduzido utilizando a teoria de subestruturamento de Craig-Bampton. Diminuindo, portanto, o número de graus de liberdade para uma simulação numérica mais eficiente.
- iii) **Pás:** Assim como no caso da Nacele, não há um interesse direto na resposta das pás devido ao abalo sísmico, uma vez que o interesse é controlar a vibração da torre. Entretanto, a sua contribuição na massa e rigidez do sistema não pode ser desprezada. Dessa forma, o modelo MEF das pás também foi reduzido utilizando a teoria modal *CMS*.

Por fim, os superelementos que representam a nacele e pás foram acoplados ao modelo MEF da torre, formando o modelo global da turbina de 5 MW da NREL.

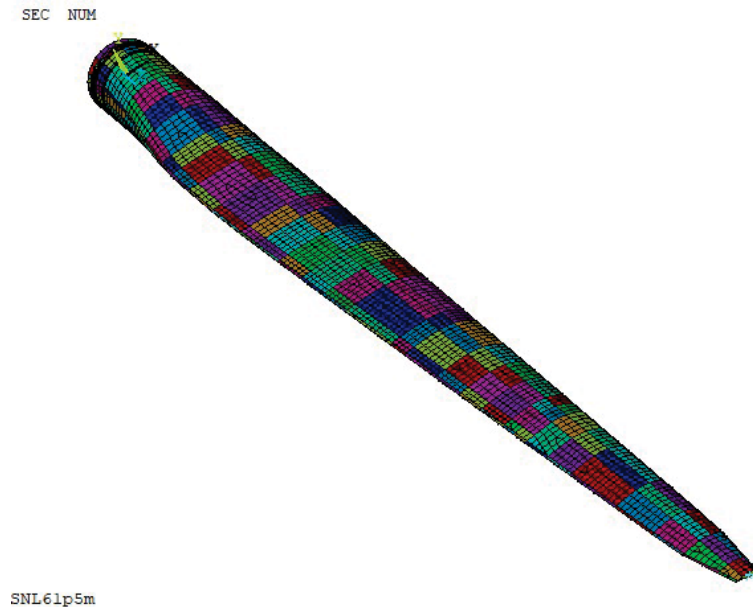
Como já mencionado, não está no escopo desse trabalho entrar em detalhes no modelo das pás, uma vez que seria necessário uma melhor descrição sobre a teoria de materiais compósitos. Dessa forma, para modelar esse sistema foi utilizado o software NuMAD® desenvolvido pela Sandia¹. Esse software utiliza uma interface desenvolvida em MatLab®, para que sejam definidos de forma mais simples os materiais compósitos e aerofólios que formam as pás da turbina. Com base nesses dados, o software permite exportar o modelo, já com a malha de Elementos Finitos pronta, para o ANSYS Mechanical® (SANDIA, 2021).

Como a turbina de 5 MW da NREL é largamente utilizada em pesquisas do setor eólico, o software já disponibiliza o modelo das suas pás em sua biblioteca padrão. O modelo MEF da pá é mostrado na FIGURA 20. As regiões com diferentes cores indicam as diferentes configurações de materiais compósitos. Nesse modelo, as pás são modeladas com elementos de casca que permitem a definição de diferentes

¹ Sandia National Laboratories é uma organização norte-americana, que faz parte da *National Technology & Engineering Solutions of Sandia, LLC* e busca promover pesquisa e desenvolvimento no setor de energia do país.

camadas e orientações do material, para a reprodução do comportamento ortotrópico do compósito.

FIGURA 20 – Modelo MEF das pás da turbina de 5 MW.



FONTE: O autor.

Para o subestruturamento das pás, um código em APDL foi utilizado. Os detalhes da configuração da análise são mostrados na TABELA 3.

TABELA 3 – Configurações do subestruturamento das pás.

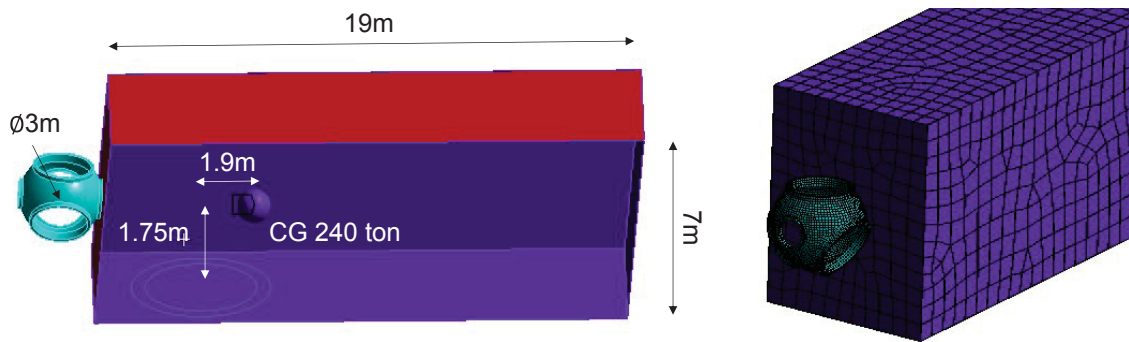
	Comando	Descrição
1	antype, subst	Definição do tipo de análise: subestruturamento.
2	seopt,,2,1	Gera e exporta as matrizes de massa e rigidez do superelemento.
3	cmsopt,fix,20,	20 modos extraídos com o(s) nó(s) do contorno fixo(s).
4	nselect,s,node,,node_blade	Seleciona os nós da base da pá.
5	m, all, all	Define os nós selecionados para compor o contorno.
6	allsel,all,all	Seleciona todas as entidades do modelo.
7	solve	Inicializa a análise de subestruturamento.

FONTE: O autor.

Foram testadas diferentes quantidades de modos para a redução dinâmica: 20, 30 e 50 modos. Foi observado que o comportamento dinâmico estrutural permaneceu constante, mesmo com o aumento da quantidade de modos. Dessa forma, definiu-se 20 modos para a condução da análise.

O modelo da nacela é ilustrado na FIGURA 21. As configurações para a criação do superelemento foram as mesmas das pás. Como a nacela tem uma rigidez elevada, se comparada com a torre e pás, foi priorizada a representação correta da sua massa e centro de gravidade, que terão maior contribuição para o comportamento dinâmico global do sistema.

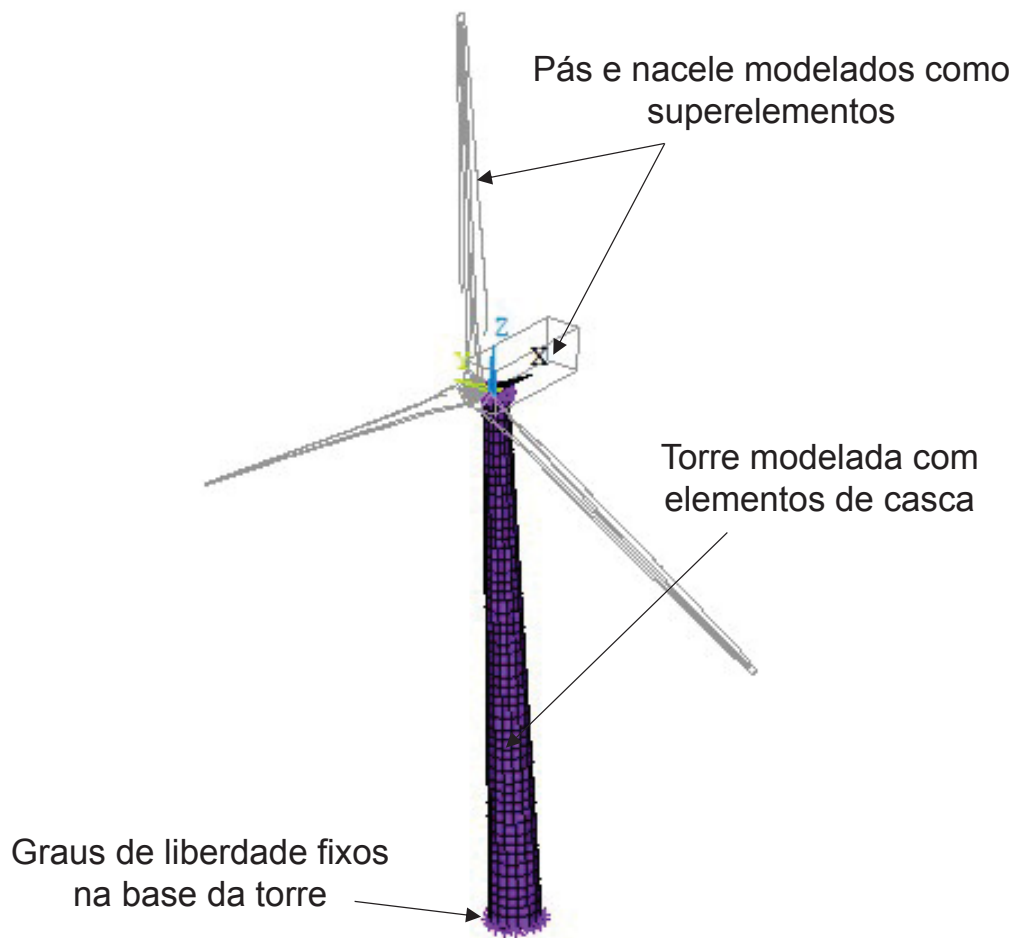
FIGURA 21 – Modelo MEF da nacele da turbina de 5 MW.



FONTE: O autor.

Após a redução dinâmica das pás e nacele, seus superelementos foram acoplados ao modelo da torre, formando o modelo global da turbina. Os detalhes do modelo global são ilustrados na FIGURA 22.

FIGURA 22 – Modelo global da turbina de 5 MW.



FONTE: O autor.

3.2.3 Análises de dinâmica estrutural

O modelo global da turbina de 5 MW foi submetido às seguintes análises:

- i **Análise Modal:** Solução do problema de autovalores e autovetores, em que são extraídos as frequências naturais e os modos de vibrar da estrutura. Essa análise é essencialmente linear, pois não envolve a atualização das propriedades dos materiais em relação a grandezas como deslocamento, tempo ou frequência.
- ii **Análise de Resposta em Frequência:** Resposta do sistema quando submetido a uma excitação harmônica, avaliada no domínio da frequência. Nesse caso, o carregamento escolhido foi uma excitação unitária nas duas direções horizontais da turbina (X e Y) e aplicada no nó do topo da torre. O amortecimento aplicado foi definido conforme a TABELA 2, com razão de amortecimento de 1%.
- iii **Análise Transiente Não linear:** Nesse caso, a estrutura é submetida simultaneamente às acelerações do solo, provenientes de um abalo sísmico hipotético, em ambas as direções horizontais. A análise é realizada no domínio do tempo, o que permite a atualização das propriedades não lineares do sistema, como o material viscoelástico e os grandes deslocamentos e rotações da torre. Além disso, é importante mencionar que o método de integração HHT- α é utilizado para essa análise.

A análise modal é utilizada para o cálculo dos parâmetros modais do sistema (frequências naturais e modos de vibrar), que são exportados do software ANSYS Mechanical® para serem utilizados no processo de otimização do neutralizador dinâmico, que é detalhado posteriormente.

Como o processo de otimização do neutralizador dinâmico envolve a estimativa da matriz de Resposta em Frequência do sistema, com base nos parâmetros modais, a análise de resposta em frequência, realizada no software comercial de simulação, é utilizada para verificação do código implementado, para garantir que a otimização do neutralizador dinâmico tenha como base a resposta correta do sistema.

Por fim, a análise transiente não linear tem duas finalidades: definir a banda de frequências em que o controle passivo deve agir e avaliar comparativamente os resultados finais do sistema primário e composto.

3.3 MATERIAL VISCOELÁSTICO

O material viscoelástico utilizado nesse estudo foi a borracha butílica BT-806/55. Como descrito no capítulo 2, a derivada de ordem fracionária pode ser utilizada para

descrever o comportamento desse material combinando frequência e temperatura. Os dados do modelo de ordem fracionária, utilizados para representar o módulo de elasticidade complexo, são definidos na TABELA 4.

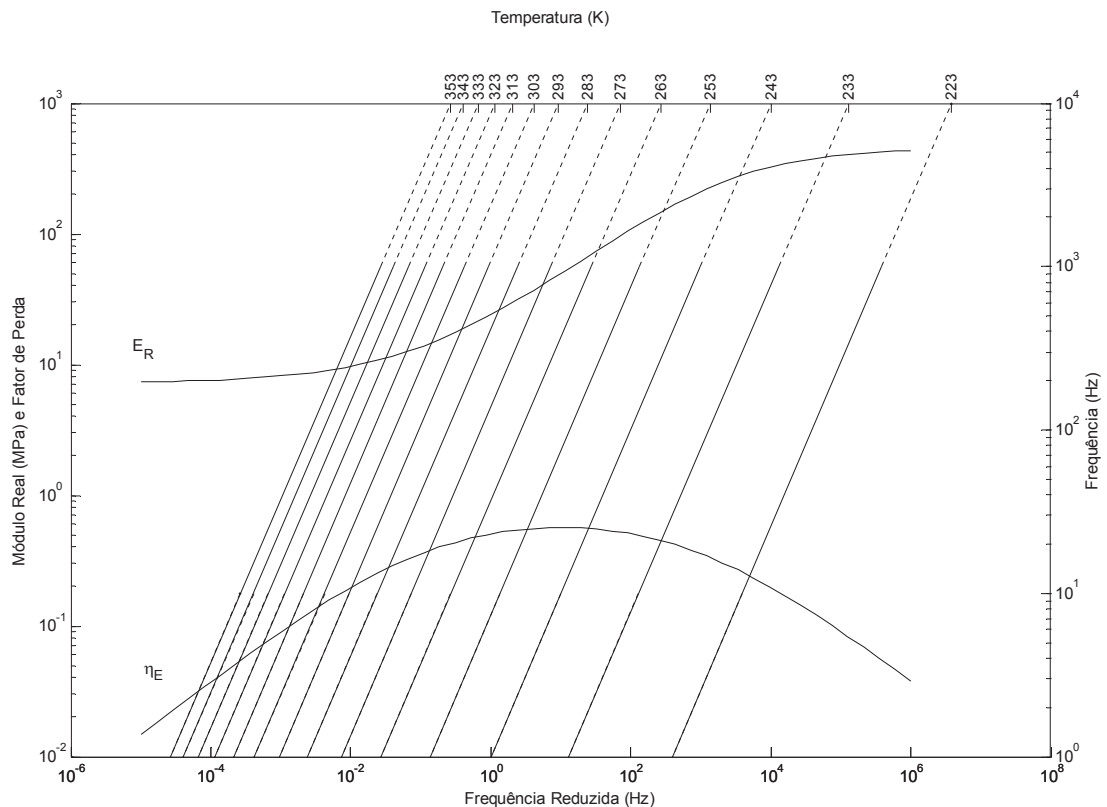
TABELA 4 – Parâmetros do modelo de ordem fracionária para o elastômero BT-806/55.

E_0 [Pa]	E_∞ [Pa]	b_1	β	T [K]	T_0 [K]	θ_1	θ_2 [K]
$7.21 \cdot 10^6$	$4.57 \cdot 10^8$	0.0223	0.417	293	243	7.98	81.7

FONTE: O autor.

A partir desses dados, é possível calcular também o módulo de cisalhamento complexo $\bar{G}(\omega, T)$, que, para materiais incompressíveis como a borracha, se aproxima de $\bar{E}(\omega, T)/3$. O nomograma desse elastômero é mostrado na FIGURA 23.

FIGURA 23 – Nomograma da borracha butílica BT-806/55.



FONTE: O autor.

Para o estudo conduzido nesta dissertação, a temperatura de trabalho foi fixada em 20°C ou 293 K. Dessa forma, o módulo de elasticidade e de Cisalhamento são apenas função da frequência. Para descrever essa relação dentro do software ANSYS Mechanical®, a relação dada pela Equação (2.73) foi simplificada para uma lei de potência, devido a limitações da linguagem de programação para a descrição matemática do modelo de Zener. Mostra-se que essa aproximação é razoável para frequências suficientemente baixas.

Um ajuste de curvas foi realizado no software MatLab®. Como resultado, a parcela real de $\bar{G}(f)$, para a borracha butílica BT-806/55, pode ser escrita como

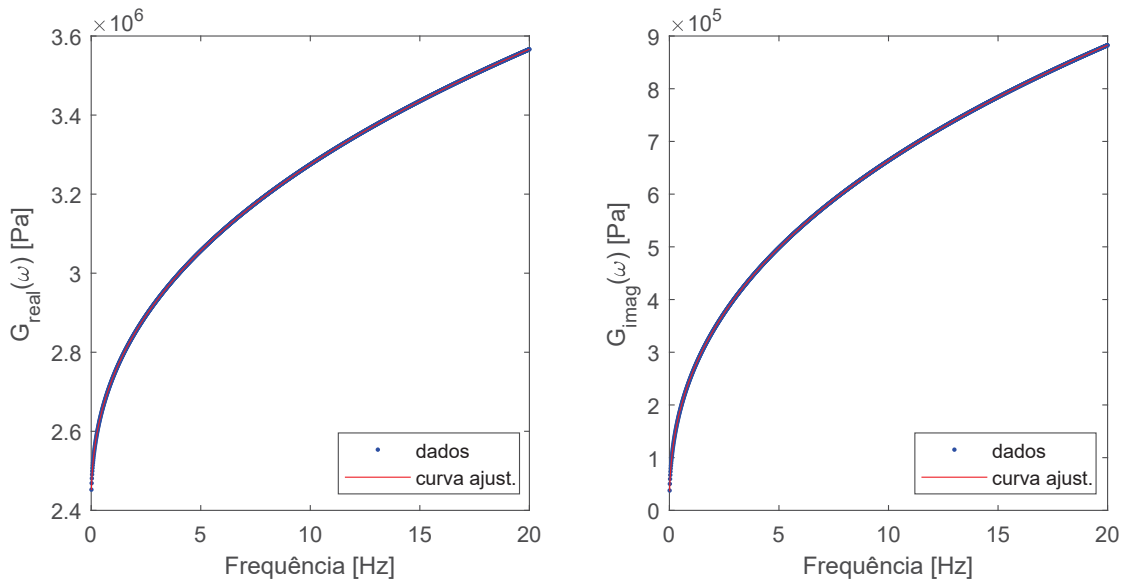
$$G(f) = 3.352 \cdot 10^5 f^{0.4156} + 2.402 \cdot 10^6 \quad (3.1)$$

e a parcela imaginária $G'(f)$ como

$$G'(f) = 2.592 \cdot 10^5 f^{0.4103} - 3100, \quad (3.2)$$

onde f é a frequência em Hz. O resultado comparativo entre os dados escritos pela Equação (2.73) e simplificados pelas Equações (3.1) e (3.2) são mostrados na FIGURA 24.

FIGURA 24 – Resultados do ajuste do módulo de cisalhamento complexo escrito como uma lei de potência.



FONTE: O autor.

Com as Equações (3.1) e (3.2), foi escrita uma rotina em *APDL* para criar uma tabela com as propriedades do material viscoelástico em função da frequência, que são interpretadas pelo software durante a análise de resposta em frequência.

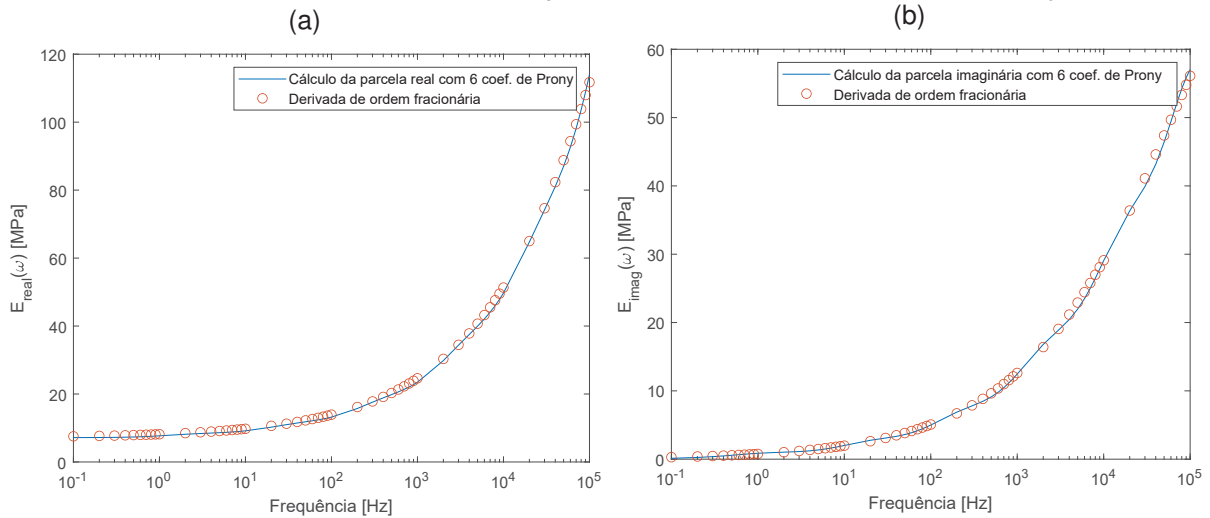
3.3.1 Coeficientes da série de Prony

Para o cálculo dos coeficientes de série de Prony, a partir dos dados no domínio da frequência, foi utilizada a rotina disponibilizada por Netzband (2023). Essa rotina aplica as relações dadas pelas Equações (2.81) e (2.82) e a função *lsqnonlin* do

MatLab®, a fim de encontrar os coeficientes que minimizam o erro entre o módulo de cisalhamento complexo e sua aproximação pela série de Prony.

A FIGURA 25 mostra os resultados do ajuste, tanto para a parcela real quanto para a parcela imaginária de $\bar{E}(\omega)$. Foi observado que os resultados têm um erro suficientemente baixo para a série de Prony, com pelo menos 6 coeficientes.

FIGURA 25 – Resultados do ajuste dos coeficientes da série de Prony.



Fonte: O autor.

Legenda: Ajuste da parcela real (a) e imaginária (b) do módulo de elasticidade complexo $\bar{E}(\omega)$.

Os coeficientes ótimos τ_p e g_p encontrados são mostrados na TABELA 5.

TABELA 5 – Coeficientes da Série de Prony para o elastômero BT-806/55.

Período de Relaxação τ_p [s]	Constante de cisalhamento g_p
$7.24 \cdot 10^{-4}$	$4.44 \cdot 10^{-2}$
$9.68 \cdot 10^{-6}$	$2.12 \cdot 10^{-1}$
$1.29 \cdot 10^{-1}$	$7.21 \cdot 10^{-3}$
$7.64 \cdot 10^{-5}$	$1.05 \cdot 10^{-1}$
$1.15 \cdot 10^{-6}$	$5.74 \cdot 10^{-1}$
$7.91 \cdot 10^{-3}$	$1.84 \cdot 10^{-2}$

FONTE: O autor.

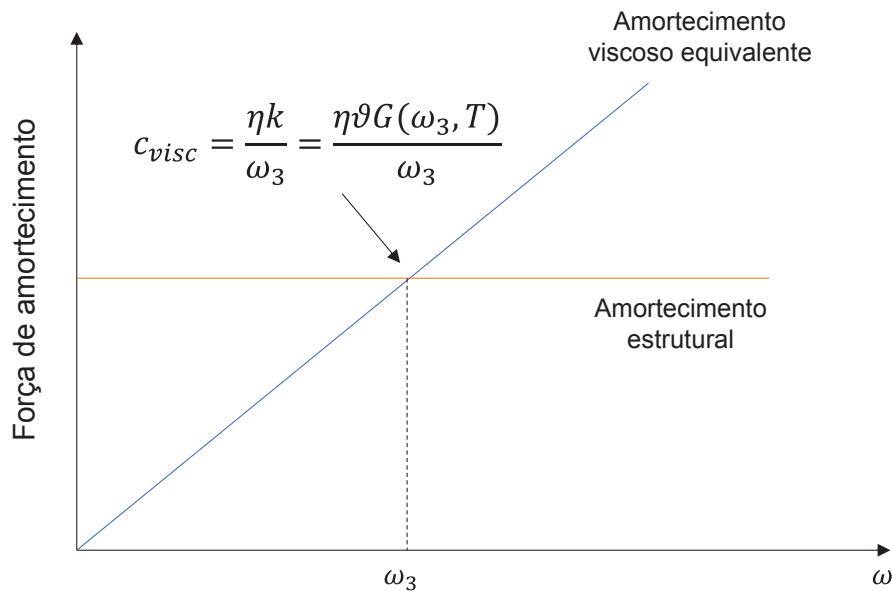
A série de Prony foi utilizada para aproximar as propriedades de rigidez do material viscoelástico no domínio do tempo. Entretanto, conforme descrito na referência teórica ANSYS (2013), o ANSYS Mechanical® não inclui nenhuma parcela de amortecimento, em análises no domínio do tempo, para materiais modelados com a série de Prony.

Dessa forma, foi necessário definir um amortecimento viscoso equivalente, baseado no fator de perda do material viscoelástico, para incluir efeitos de amortecimento do viscoelástico. Os amortecimentos estrutural e viscoso serão equivalentes em uma frequência ω_3 tal que c_{visc} é dado por

$$c_{visc} = \frac{\eta k}{\omega_3} = \frac{\eta \vartheta G(\omega_3)}{\omega_3}. \quad (3.3)$$

Com isso, a escolha de ω_3 é de grande importância para a equivalência entre as respostas nos domínios da frequência e do tempo. Para isso, ω_3 é definido como a principal frequência de controle do neutralizador dinâmico, que é calculada no processo de otimização do dispositivo. A relação descrita pela Equação (3.3) é ilustrada na FIGURA 26.

FIGURA 26 – Equivalência entre amortecimento estrutural e viscoso.



FONTE: O autor.

3.4 NEUTRALIZADOR PENDULAR INERTER-VISCOELÁSTICO

3.4.1 Dedução dos parâmetros equivalentes generalizados

Seja um neutralizador dinâmico pendular *inert*-viscoelástico, como o ilustrado na FIGURA 27. Considerando que exista uma força externa $f(t)$ aplicada na extremidade da torre, e que o deslocamento translacional nesse ponto é dado por $x(t)$, pode-se definir as seguintes hipóteses:

- i) O deslocamento da base do *inert* pode ser descrito como uma fração φ do deslocamento da ponta da torre $x(t)$.
- ii) O deslocamento angular do pêndulo $\theta(t)$ é suficientemente pequeno, de forma que $\cos \theta \approx 1$ e $\sin \theta \approx \theta$.

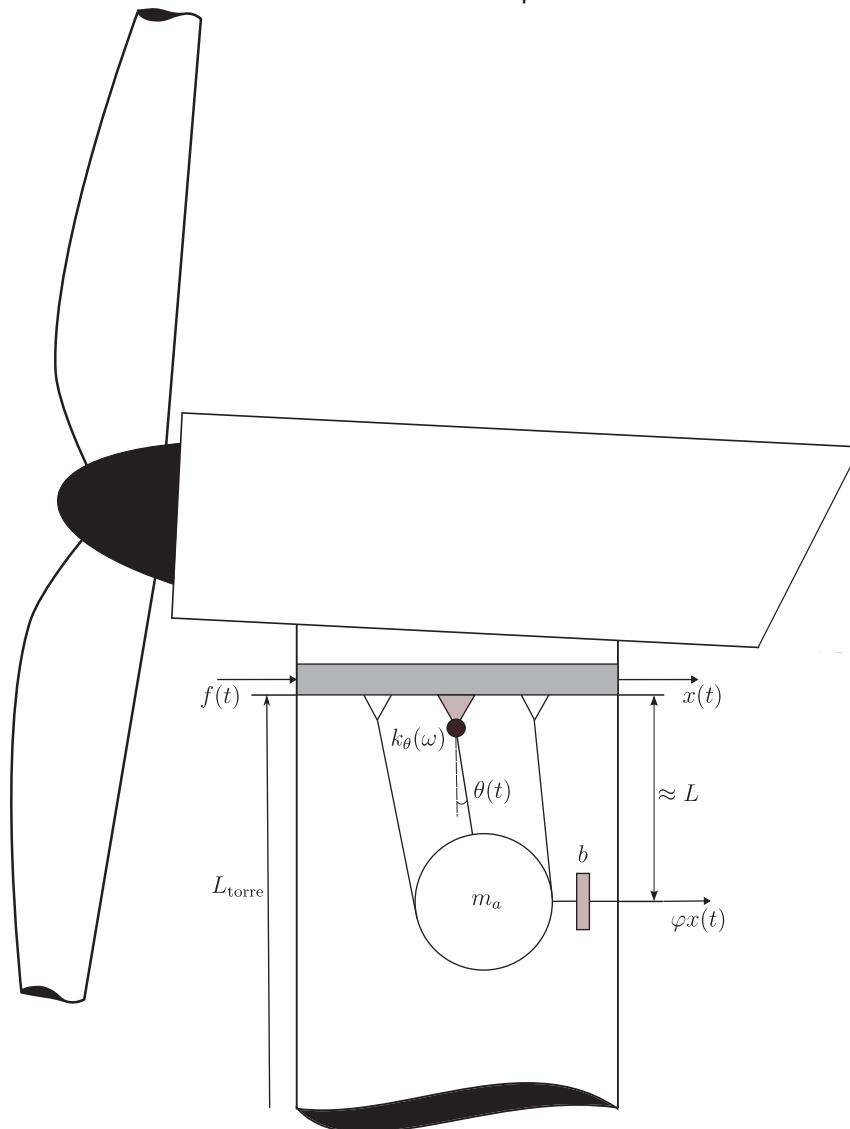
- iii) O comprimento da torre L_{torre} é muito maior que o comprimento do pêndulo L , ou seja $L_{torre} \gg L$.

A energia cinética do sistema T_e pode ser definida como

$$T_e = \frac{1}{2} m_a (\dot{x} + L\dot{\theta} \cos \theta)^2 + \frac{1}{2} m_a (L\dot{\theta} \sin \theta)^2 \quad (3.4)$$

e a energia potencial V_e

FIGURA 27 – Neutralizador dinâmico pendular *inertor-viscoelástico*.



FONTE: O autor.

$$V_e = \frac{1}{2} k_\theta \theta^2 - m_a g \cos \theta + k_{eq} [(1 - \varphi) x + L \sin \theta]^2, \quad (3.5)$$

onde $k_{eq} = -\omega^2 b$ é a rigidez equivalente do *inertor* no domínio da frequência. Portanto, o Lagrangiano $\mathcal{L} = T_e - V_e$ é dado por

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}m_a \left(\dot{x} + L\dot{\theta} \cos \theta \right)^2 + \frac{1}{2}m_a \left(L\dot{\theta} \sin \theta \right)^2 - \frac{1}{2}k_\theta \theta^2 + m_a g \cos \theta - k_{eq} [(1 - \varphi)x + L \sin \theta]^2. \quad (3.6)$$

Utilizando a mecânica Lagrangiana, $\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}} \right) = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q} + f_i^{gen}$, onde $f_i^{gen} = \sum_{i=1}^n f_i \frac{\partial r_i}{\partial q_i}$, e a hipótese de pequenos valores de θ , o sistema de equações de movimento é dado por

$$\begin{cases} m_a \ddot{x}(t) + m_a L \ddot{\theta}(t) + k_{eq} (1 - \varphi) [(1 - \varphi)x(t) + L\theta(t)] = f(t) \\ m_a L \ddot{x}(t) + m_a L^2 \ddot{\theta}(t) + k_\theta \theta(t) + k_{eq} L [(1 - \varphi)x(t) + L\theta(t)] = 0. \end{cases} \quad (3.7)$$

Aplicando a Transformada de Fourier na Equação (3.7) e agrupando termos comuns, mostra-se que

$$\begin{cases} -\omega^2 [m_a + b(1 - \varphi)^2] X(\omega) - \omega^2 L [m_a + b(1 - \varphi)] \Theta(\omega) = F(\omega) \\ -\omega^2 L [m_a + b(1 - \varphi)] X(\omega) + [k_\theta(\omega) - \omega^2 L^2 (m_a + b)] \Theta(\omega) = 0 \end{cases} \quad (3.8)$$

A partir da segunda equação desse sistema, é possível definir $\Theta(\omega)$ em função de $X(\omega)$, ou seja

$$\Theta(\omega) = \frac{\omega^2 [m_a + b(1 - \varphi)]}{k_\theta - \omega^2 L^2 (m_a + b)}. \quad (3.9)$$

Substituindo a Equação (3.9) na primeira equação do sistema em (3.8) tem-se que

$$\left\{ \frac{-\omega^2 [k_\theta - \omega^2 L^2 (m_a + b)] [m_a + b(1 - \varphi)^2] - \{\omega^2 L [m_a + b(1 - \varphi)]\}^2}{k_\theta - \omega^2 L^2 (m_a + b)} \right\} X(\omega) = F(\omega), \quad (3.10)$$

onde

$$k_s(\omega) = \frac{-\omega^2 [k_\theta - \omega^2 L^2 (m_a + b)] [m_a + b (1 - \varphi)^2] - \{\omega^2 L [m_a + b (1 - \varphi)]\}^2}{k_\theta - \omega^2 L^2 (m_a + b)} \quad (3.11)$$

é a rigidez dinâmica do sistema. A frequência natural do pêndulo *inertor*-viscoelástico ω_a será aquela no qual $k_s \rightarrow \infty$ (Espíndola et al., 2010), ou seja

$$\omega_a = \sqrt{\frac{k_\theta}{(m_a + b) L^2}}. \quad (3.12)$$

Para simplificar os próximos passos da dedução dos PEG, como consequência de $L_{torre} \gg L$, é razoável a aproximação $\varphi \approx 1$. Dessa forma, a rigidez dinâmica se reduz a

$$k_s(\omega) = \frac{-\omega^2 m_a k_\theta + \omega^4 L^2 m_a b}{k_\theta - \omega^2 L^2 (m_a + b)}. \quad (3.13)$$

Sendo $k_\theta = \vartheta G(\omega) [1 + i\eta(\omega)]$ e multiplicando a equação por $\vartheta G(\omega_a)/\vartheta G(\omega_a)$, tem-se que

$$k_s(\omega) = \frac{-\omega^2 m_a r_a (1 + i\eta) + \frac{\omega^4 L^2 m_a b}{\vartheta G(\omega_a)}}{r_a (1 + i\eta) - \varepsilon_a^2}, \quad (3.14)$$

onde $r_a = G(\omega)/G(\omega_a)$ e $\varepsilon_a = \omega/\omega_a$. Após algumas operações matemáticas, mostra-se que

$$k_s(\omega) = -\omega^2 m_a \left[\frac{(r_a - \varepsilon_a^2 R) (r_a - \varepsilon_a^2) + r_a^2 \eta^2}{(r_a - \varepsilon_a^2)^2 + r_a^2 \eta^2} \right] + i\omega m_a \left[\frac{\omega r_a \eta \varepsilon_a^3 (1 - R)}{(r_a - \varepsilon_a^2)^2 + r_a^2 \eta^2} \right], \quad (3.15)$$

onde

$$R = \frac{b}{b + m_a} \quad (3.16)$$

é a razão da inertância do *inertor* em relação a inércia total do neutralizador, onde $0 \leq R < 1$. Dessa forma, pode-se definir os PEG $m_{eq}(\omega)$ e $c_{eq}(\omega)$ como

$$m_{eq}(\omega) = m_a \left[\frac{(r_a - \varepsilon_a^2 R) (r_a - \varepsilon_a^2) + r_a^2 \eta^2}{(r_a - \varepsilon_a^2)^2 + r_a^2 \eta^2} \right] \quad (3.17)$$

e

$$c_{eq}(\omega) = m_a \left[\frac{\omega r_a \eta \varepsilon_a^3 (1 - R)}{(r_a - \varepsilon_a^2)^2 + r_a^2 \eta^2} \right]. \quad (3.18)$$

É importante notar que essas relações são idênticas àsquelas definidas previamente pelas Equações (2.97) e (2.98), nas quais se considerava a inércia da haste do pêndulo. Entretanto, nesse caso a razão R inclui os efeitos da inércia inserida pelo *inertor*.

Além disso, os PEG calculados contêm a hipótese de $\varphi \approx 1$. Entretanto, considerando um caso hipotético em que a base do *inertor* é fixa em um referencial estacionário (como a Terra, por exemplo), teria-se $\varphi = 0$. Com isso, mostra-se que as Equações (3.17) e (3.18) se reduziriam a

$$m_{eq}(\omega) = m_a \left[\frac{r_a (r_a - \varepsilon_a^2) + r_a^2 \eta^2}{(r_a - \varepsilon_a^2)^2 + r_a^2 \eta^2} \right] \quad (3.19)$$

e

$$c_{eq}(\omega) = m_a \left[\frac{\omega r_a \eta \varepsilon_a^3}{(r_a - \varepsilon_a^2)^2 + r_a^2 \eta^2} \right]. \quad (3.20)$$

3.4.2 Eficiência do *inertor*

Como exposto em Bavastri et al. (2007), o objetivo do neutralizador dinâmico é adicionar impedância mecânica no sistema que se deseja controlar, a fim de reduzir as suas amplitudes de resposta. Como descrito na Equação (2.85), a impedância inserida pelo neutralizador pode ser escrita em função dos PEG m_{eq} e c_{eq} . Entretanto, pode-se observar que a razão R tem o efeito de reduzir os valores de m_{eq} e c_{eq} , o que também reduz a impedância inserida pelo neutralizador.

Por outro lado, o *inertor* insere inércia adicional ao sistema, a qual pode ser utilizada, por exemplo, para reduzir o comprimento necessário do pêndulo. Dessa forma, com a hipótese de $\varphi \approx 1$, com o aumento da inertância do *inertor* b , existe a redução tanto da impedância mecânica $Z_b(\omega)$ quanto do comprimento L do pêndulo.

Idealmente, o aumento de b deveria causar uma redução maior em L do que em $Z_b(\omega)$, ou seja, o *inertor* reduz o comprimento necessário do pêndulo sem causar

maiores reduções no seu poder de controle. Para medir essa eficiência, é definido um parâmetro de eficiência ς , tal que

$$\varsigma = \frac{Z_{adm}(R)}{L_{adm}(R)}, \quad (3.21)$$

onde $Z_{adm}(R)$ é a impedância adimensional, definida por

$$Z_{adm}(R) = \frac{\max Z_b(\omega, R)}{\max Z_b(\omega, R = 0)} \quad (3.22)$$

e, de forma similar, $L_{adm}(R)$ é o comprimento adimensional do pêndulo, dado por

$$L_{adm}(R) = \frac{L(R)}{L(R = 0)}, \quad (3.23)$$

onde $L(R)$ pode ser calculado pela expressão

$$L(R) = \sqrt{\frac{k_\theta}{(m_a + b(R)) \omega_a^2}} \quad (3.24)$$

e

$$b(R) = \frac{Rm_a}{(1 - R)}. \quad (3.25)$$

Se $\varsigma < 0$, pode-se dizer que a redução da impedância é maior do que a redução no comprimento do pêndulo. Ou seja, o *inertor* tem uma eficiência "baixa". Por outro lado, se $\varsigma > 0$, a redução em L prevalece e o *inertor* tem uma eficiência "alta".

3.4.3 Método híbrido de otimização

O processo de otimização dos parâmetros do neutralizador dinâmico foi realizado com base nas equações descritas subseção 2.2.3. Porém, nesse caso, o vetor de projeto $\bar{\mathbf{x}}$ é definido como

$$\bar{\mathbf{x}} = \{R, \omega_a\}^T \quad (3.26)$$

e seus limites superiores e inferiores são mostrados na TABELA 6.

TABELA 6 – Limites do vetor de projeto no processo de otimização.

Variável de Projeto	Limite Inferior $\bar{\mathbf{x}}^L$	Limite Superior $\bar{\mathbf{x}}^U$
R	0,0	0,5
ω_a	0,0 rad/s	2,5 rad/s

FONTE: O autor.

Os motivos da escolha de cada um desses limites são discutidos no próximo capítulo, pois estão atrelados com os resultados das simulações e da eficiência do *inertor*. Além disso, é importante mencionar que a razão de massa μ definida para o projeto foi de 0,1, conforme as orientações apresentadas anteriormente.

A otimização foi realizada utilizando um algoritmo híbrido, que combina os algoritmos genéticos do MatLab® com o algoritmo de refinamento *fmincon*. Os comandos em MatLab® para realizar a otimização são mostrados abaixo.

```
options = optimoptions('ga','PlotFcn',@gaplotbestf,'HybridFcn',...
    'fmincon','Display','iter','MaxGenerations',50);
x = ga(obj_fun,length(lb),[],[],[],[],lb,ub,[],[],options);
```

O termo '*MaxGenerations*' define que são criadas 50 gerações pelo algoritmo genético. Após essa quantidade de gerações, inicia-se a otimização via *fmincon* para o refinamento do mínimo global encontrado.

3.4.4 Modelo numérico do neutralizador dinâmico

Para a simulação do sistema composto, formado pela turbina eólica e o neutralizador dinâmico, o dispositivo de controle foi modelado de forma simplificada, para reduzir o custo computacional. Para isso, os seguintes elementos do software ANSYS Mechanical® foram utilizados:

- i) **Massa concentrada:** A massa do neutralizador foi modelada utilizando o elemento *MASS21*, que contém apenas 1 nó em que podem ser definidos as massas

e os momentos de inércia para cada uma das direções. Nesse caso, foi definida apenas uma massa para todas as direções, desconsiderando efeitos dos momentos de inércia.

- ii) **Haste:** A haste foi modelada com elementos do tipo *MPC184*, utilizando a opção de conexão rígida. Dessa forma, a massa concentrada foi rigidamente ligada ao viscoelástico na base do pêndulo.
- iii) **Material viscoelástico:** A representação do material viscoelástico foi realizada utilizando o elemento de mola-amortecedor torcional *COMBIN14*, que permite que suas propriedades mecânicas sejam definidas em função tanto da frequência quanto do tempo. Além disso, seu amortecimento pode ser definido de acordo com as parcelas real e imaginária da rigidez. Dessa forma, as propriedades de $k_\theta(\omega)$ foram diretamente definidas em forma de tabela no *APDL*.
- iv) **Inerter:** Como atualmente não há um elemento específico para representar o *inerter* no *APDL*, suas propriedades foram definidas no modelo utilizando o elemento genérico *MATRIX27*, que permite a adição direta das matrizes de massa, rigidez e amortecimento, de acordo com o grau de liberdade em que elas atuam.

Para o material viscoelástico, o Módulo de Cisalhamento complexo foi dividido em suas parcelas real e imaginária. Utilizando as Equações (3.1) e (3.2), foi criada uma tabela de $G(f)$ e $G'(f)$ em função da frequência f . Essas tabelas foram então multiplicadas por ϑ para a definição das parcelas reais e imaginárias da rigidez.

Partindo da Equação (2.103), de forma similar a elementos de mola e amortecedor em MEF, a relação entre as forças nodais e as acelerações nodais de um elemento representativo do *inerter* pode ser escrita como

$$\begin{Bmatrix} F1 \\ F2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} b & -b \\ -b & b \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_1 \\ \ddot{u}_2 \end{Bmatrix}, \quad (3.27)$$

considerando que os deslocamentos nodais u_1 e u_2 são translacionais e atuam em apenas uma direção, podendo ser X, Y ou Z, dependendo da orientação do *inerter*.

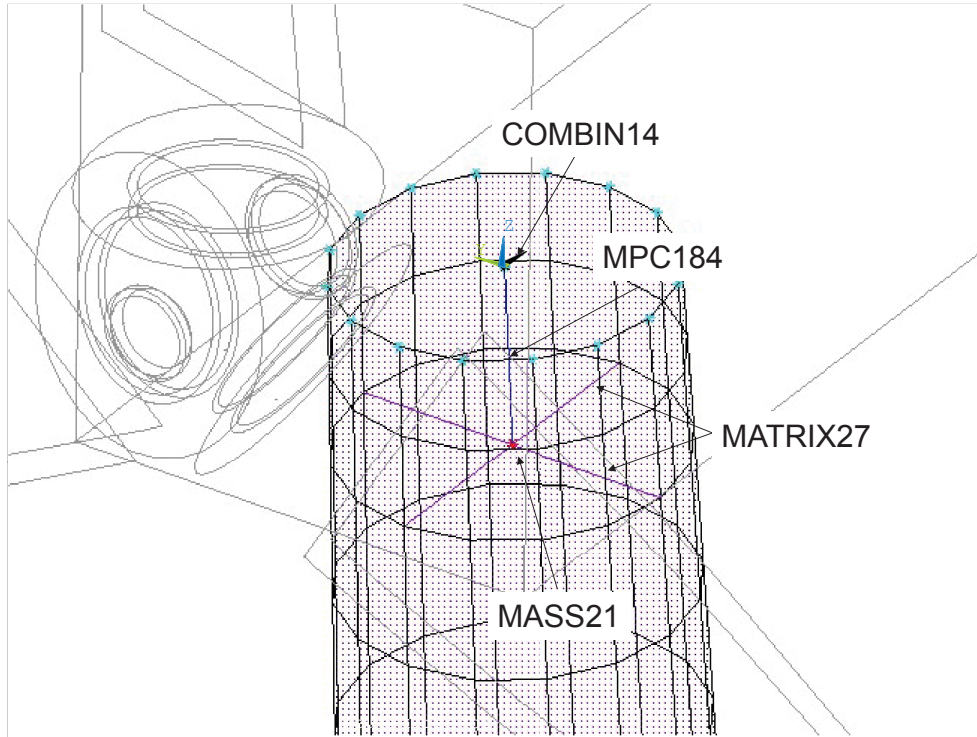
Como a Equação (3.27) relaciona força externa e aceleração, a matriz $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} b & -b \\ -b & b \end{bmatrix}$

pode ser entendida como uma matriz de inércia do *inerter*.

Dessa forma, como mencionado anteriormente, a matriz \mathbf{B} foi incluída no modelo numérico utilizando o elemento *MATRIX27*, preenchendo os termos referentes

aos graus de liberdade em que o *inertor* atua. A FIGURA 28 mostra o modelo numérico do neutralizador dinâmico pendular *inertor*-viscoelástico.

FIGURA 28 – Modelo numérico do neutralizador pendular *inertor*-viscoelástico.



FONTE: O autor.

3.5 SINAL TEMPORAL DO ABALO SÍSMICO

Para a definição do acelerograma via *TDSM*, o software Seismosoft® foi utilizado. Nesse programa existe o código SeismoMatch®, que utiliza a teoria descrita na subseção 2.3.2 para o ajuste de sinais reais baseados em Espectros de Resposta Elástica.

O evento real de sismo utilizado como base foi o de Northridge, na cidade de Los Angeles, EUA. Em 1994, a cidade sofreu um abalo sísmico de magnitude 6,7 na escala Richter, uma das maiores magnitudes já observadas na região (Hauksson; Jones, 1995). O sinal temporal de aceleração do solo registrado no sismo é mostrado na FIGURA 29, assim como o seu Espectro de Resposta Elástica.

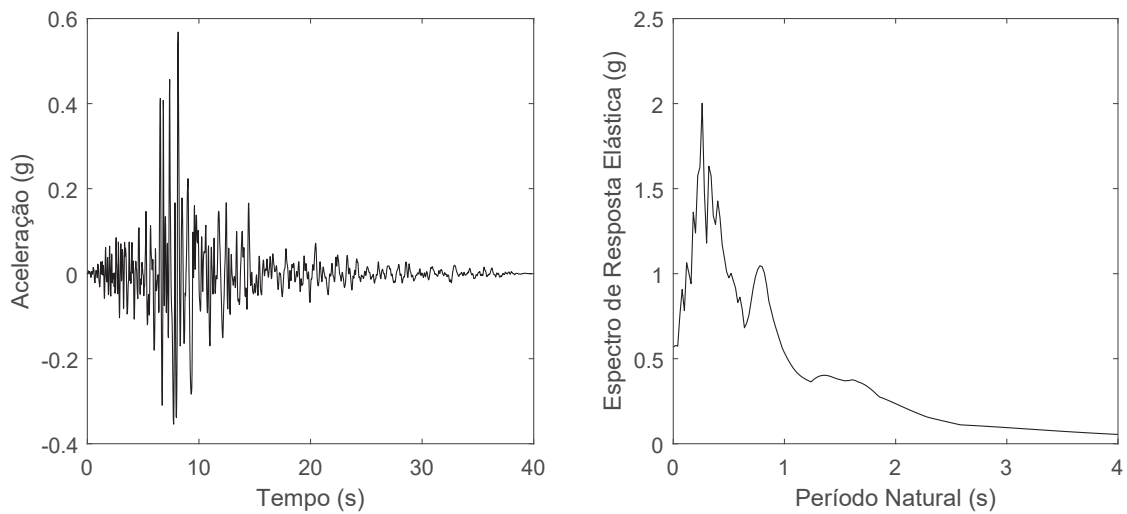
Para a definição do espectro objetivo, com o objetivo de realizar o ajuste do sinal, a norma ASCE (2010) foi utilizada como base. Neste estudo, foram definidos os parâmetros mostrados na TABELA 7.

TABELA 7 – Propriedades do Espectro de Resposta Elástica objetivo.

Parâmetro	Valor
Parâmetro períodos curtos S_s	0.6g
Parâmetros período de 1s S_1	0.32g
Classe do solo	D
Período de transição T_L	8.0s

FONTE: O autor.

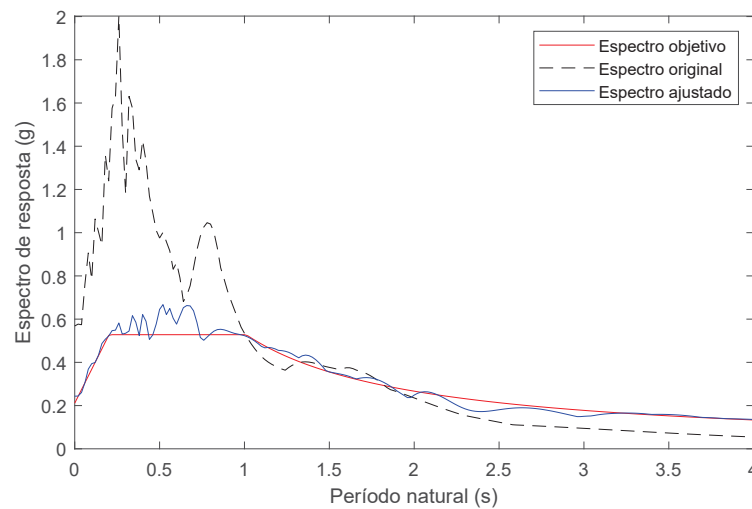
FIGURA 29 – Sinal temporal e espectro de resposta do abalo sísmico de Northridge.



FONTE: PEER (2023)

A FIGURA 30 mostra um comparativo entre os espectros original, objetivo e o ajustado, após o processo de ajuste realizado no SeismoMatch®.

FIGURA 30 – Análise comparativa entre os espectros de resposta original, objetivo e ajustado.

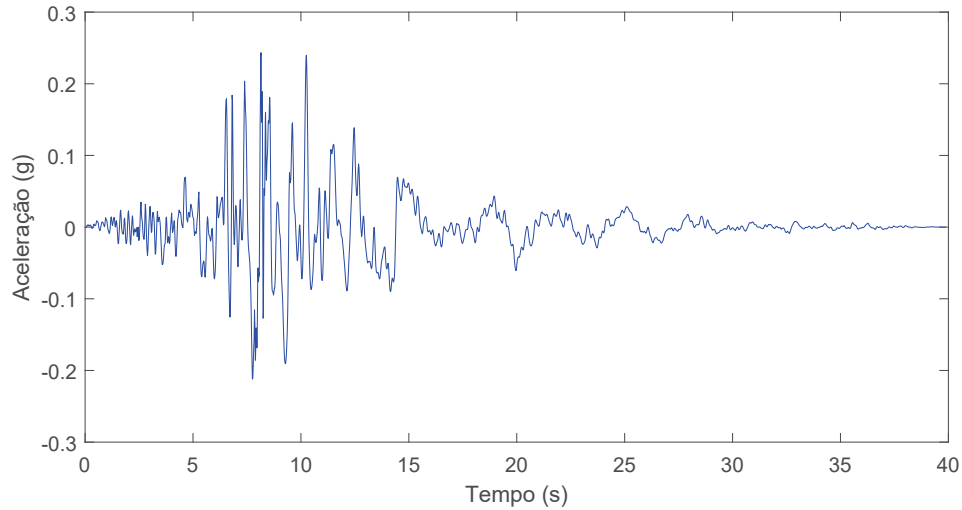


FONTE: O autor.

Por fim, o sinal temporal de aceleração do abalo sísmico utilizado nas simulações transientes é mostrado na FIGURA 31. É importante mencionar que esse sinal

hipotético é aplicado nas duas direções horizontais da turbina simultaneamente, de forma conservadora, para excitar as primeiras frequências naturais da estrutura.

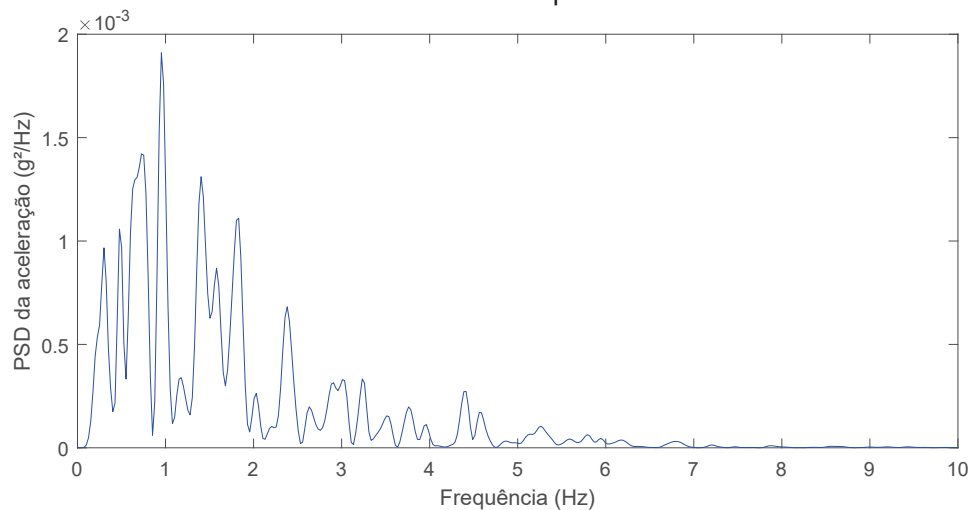
FIGURA 31 – Sinal temporal do abalo sísmico.



FONTE: O autor.

A FIGURA 32 mostra a densidade de potência espectral, tradução do termo em inglês *power spectral density* (PSD), do sinal da FIGURA 31, em escala linear para um melhor entendimento da energia carregada em função da frequência. É possível observar que a energia está concentrada até 5Hz, principalmente em regiões até 2Hz.

FIGURA 32 – PSD do sinal temporal do abalo sísmico.



FONTE: O autor.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste capítulo são apresentados os resultados e, a partir deles, são discutidos tópicos importantes do estudo. Primeiramente são descritos os resultados do sistema primário, considerando todas as análises propostas na metodologia: análise modal; análise de resposta em frequência; e análise transiente não linear. A partir dos parâmetros modais do sistema primário, são apresentados os resultados do projeto ótimo do neutralizador pendular *inertor*-viscoelástico, incluindo estudos envolvendo a eficiência do *inertor*. No subcapítulo seguinte, são expostos os resultados do sistema composto, incluindo o neutralizador ótimo. Por fim, uma proposta conceitual desse tipo de absorvedor dinâmico é apresentada, com base nos parâmetros ótimos definidos previamente.

4.1 RESULTADOS SISTEMA PRIMÁRIO

4.1.1 Análise modal

Os resultados da análise modal, dos quais foram extraídos 15 modos de vibrar, são mostrados na TABELA 8. Além das frequências naturais, também são mostrados os fatores de participação de cada modo para as direções horizontais X e Y. O fator de participação modal indica o quanto de massa que é deslocada em determinada direção por cada um dos modos (ANSYS, 2013). Considere a i -ésima massa modal, definida de acordo com a Equação (2.7),

$$m_{ii} = \Phi^T \mathbf{M} \Phi, \quad (4.1)$$

e seja o vetor de influência $\bar{\mathbf{r}}$, que indica o deslocamento de cada massa modal após a aplicação de um deslocamento estático unitário na base. Com isso, pode-se definir o vetor de coeficientes modais $\bar{\mathbf{L}}$

$$\bar{\mathbf{L}} = \Phi^T \mathbf{M} \bar{\mathbf{r}} \quad (4.2)$$

e o fator de participação modal ξ^i

$$\xi^i = \frac{\bar{L}_i}{m_{ii}}. \quad (4.3)$$

TABELA 8 – Frequências naturais e fatores de participação modal do sistema primário.

Frequência Natural [Hz]	Fator de Part. ξ_x^i	Razão $\left \frac{\xi_x^i}{\max \xi_x^i} \right $	Fator de Part. ξ_y^i	Razão $\left \frac{\xi_y^i}{\max \xi_y^i} \right $
0.342*	453.38	1.00	257.37	0.57
0.343*	-258.79	0.57	454.35	1.00
0.863	13.386	0.03	59.636	0.13
0.864	-27.696	0.06	-111.91	0.25
0.873	-64.918	0.14	-212.92	0.47
0.984	-243.81	0.54	64.859	0.14
1.050	-112.82	0.25	22.653	0.05
1.051	32.102	0.07	-7.5853	0.02
2.325	17.482	0.04	228.61	0.50
2.647	-0.44405	0.00	-10.991	0.02
2.649	5.7973	0.01	87.708	0.19
2.883**	299.49	0.66	-11.387	0.03
3.449**	6.1472	0.01	268	0.59
3.858	-5.8821	0.01	-31.123	0.07
3.876	19.52	0.04	-0.49522	0.00
3.899	-165.92	0.37	6.6461	0.01
4.091	0	0.00	0	0.00
4.091	0	0.00	0	0.00
4.118	-2.0947	0.00	81.911	0.18
5.234	0	0.00	0	0.00

FONTE: O autor.

NOTA: *Frequências com maiores razões do fator de participação modal;

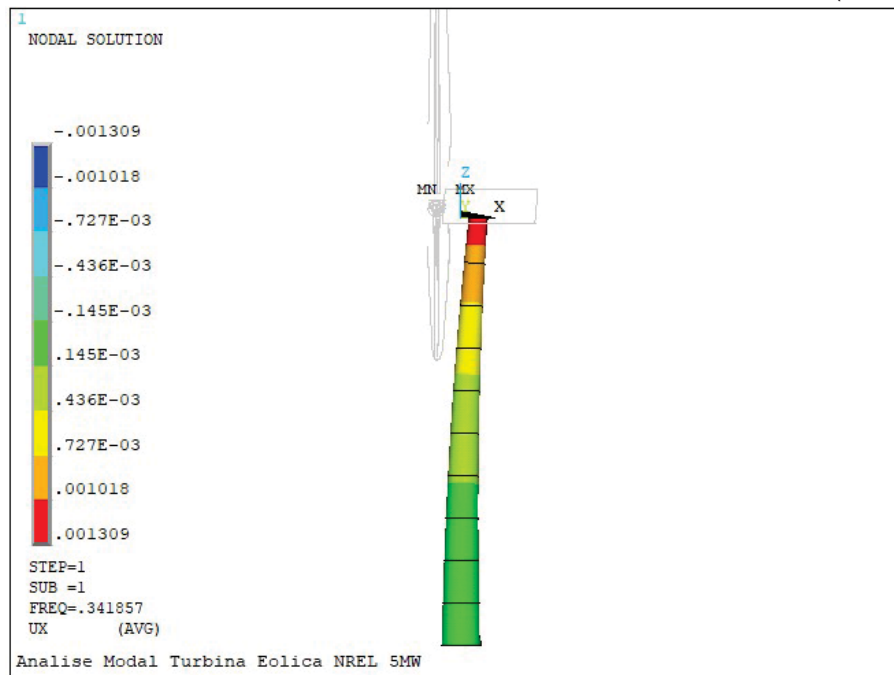
**Frequências com as segundas maiores razões do fator de participação modal.

Pode-se observar na TABELA 8 que a densidade modal da turbina eólica é relativamente alta, mesmo em frequências baixas. Entretanto, o fator de participação modal auxilia no entendimento de quais frequências naturais são responsáveis pelos maiores deslocamentos. A razão $\left| \frac{\xi_x^i}{\max \xi_x^i} \right|$ mostra a relação entre cada fator de participação e o maior valor encontrado dentre todos os extraídos na análise. Com isso, pode-se ter uma conclusão clara de quais modos terão respostas elevadas para cada direção.

Dessa forma, os modos com maiores razões do fator de participação modal, destacados na nota da TABELA 8, são ilustrados na FIGURA 33 até a FIGURA 36. Pode-se notar que as frequências naturais de 0.342 e 0.343 Hz contêm os primeiros modos de uma viga engastada, enquanto que as frequências 2.883 e 3.449 Hz contêm os segundos modos. Entretanto, como a turbina eólica apresenta massas elevadas em seu topo, com as pás, rotor e nacele, os nós característicos do segundo modo são deslocados para próximos à extremidade. Devido a essa similaridade, as frequências naturais e modos de vibrar citados são chamados de primeiro modo (frente-trás), primeiro modo (lateral), segundo modo (frente-trás) e segundo modo (lateral), respectivamente.

Além disso, a assimetria encontrada no segundo modo de vibrar frente-trás e lateral (2.883 e 3.449 Hz) pode ser causada pelas pás (representadas por superelementos), que deslocam o centro de massa do topo da torre.

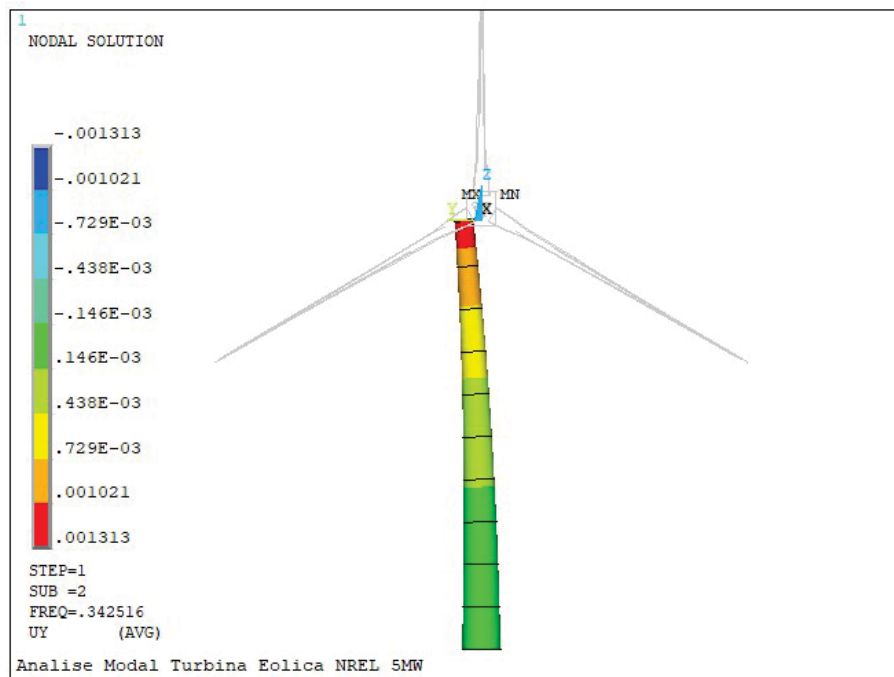
FIGURA 33 – Primeiro modo de vibrar da turbina de 5 MW da NREL (frente-trás).



FONTE: O autor.

NOTA: Frequência natural de 0.342 Hz

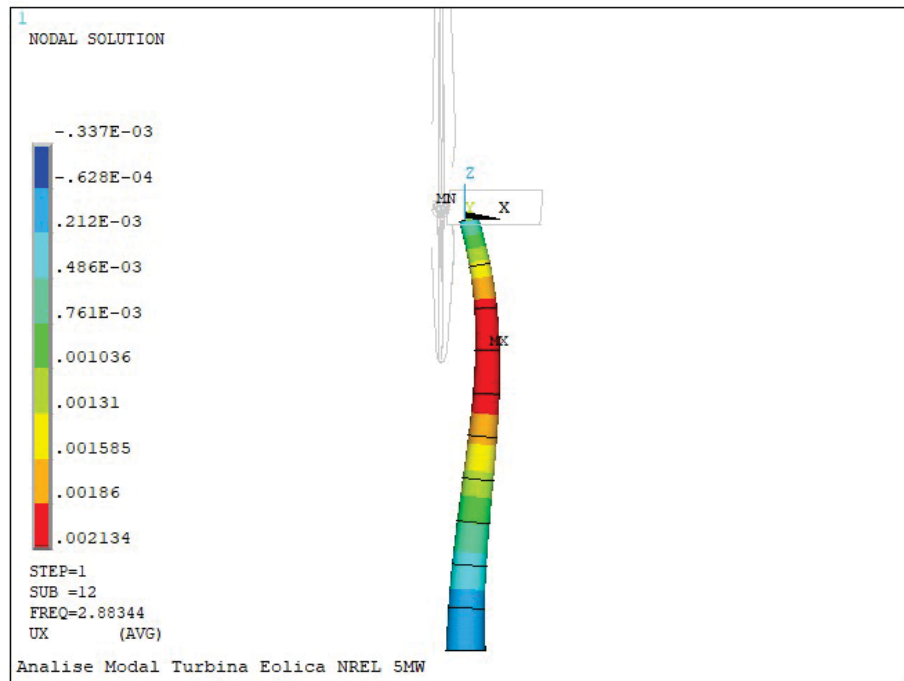
FIGURA 34 – Primeiro modo de vibrar da turbina de 5 MW da NREL (lateral).



FONTE: O autor.

NOTA: Frequência natural de 0.343 Hz

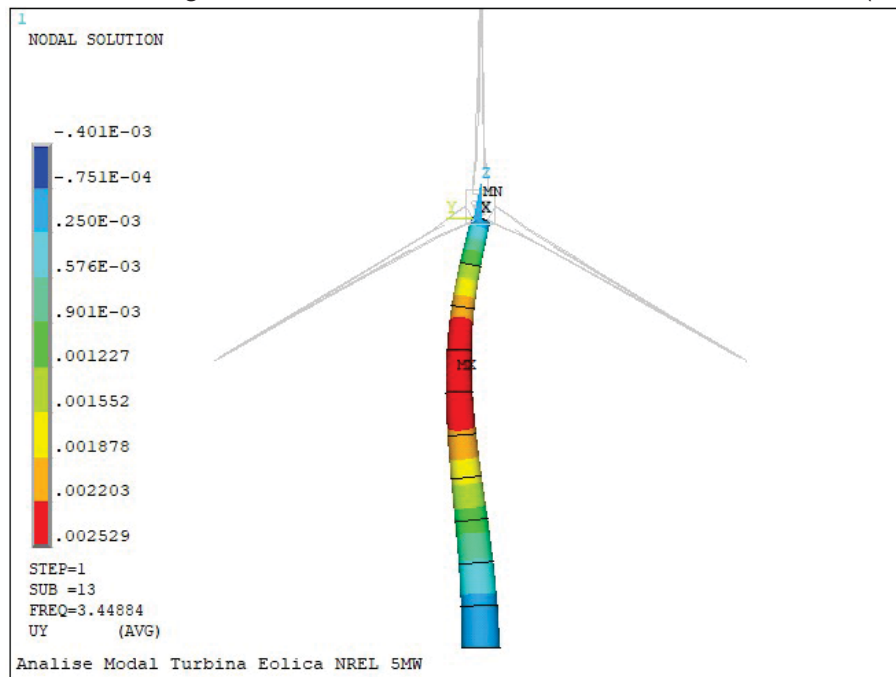
FIGURA 35 – Segundo modo de vibrar da turbina de 5 MW da NREL (frente-trás).



FONTE: O autor.

NOTA: Frequência natural de 2.883 Hz

FIGURA 36 – Segundo modo de vibrar da turbina de 5 MW da NREL (lateral).



FONTE: O autor.

NOTA: Frequência natural de 3.449 Hz

As frequências naturais calculadas para os primeiros e segundos modos de vibrar foram comparadas com os resultados obtidos por (Jonkman et al., 2009). Os autores utilizaram o software próprio da NREL, FAST®, para realizar a análise modal. Os resultados comparativos são mostrados na TABELA 9.

TABELA 9 – Resultados comparativos FAST® vs APDL.

Modo	FAST®[Hz]	APDL [Hz]	Diferença [%]
Primeiro (frente-trás)	0.324	0.342	5.51
Primeiro (lateral)	0.312	0.343	9.78
Segundo (frente-trás)	2.900	2.883	0.58
Segundo (lateral)	2.936	3.449	17.46

FONTE: O autor.

NOTA: Frequências naturais calculadas no FAST® por Jonkman et al. (2009).

A TABELA 9 mostra que a diferença dos resultados obtidos são inferiores a 10%, exceto o segundo modo lateral. Provavelmente, essa maior diferença está ligada à forma como a análise modal foi realizada no FAST®. Uma hipótese é que, pela simetria dos dois últimos modos calculados pelo FAST®, provavelmente as massas das pás, rotor e nacele foram modeladas apenas como uma massa resultante no topo da torre, sem considerar a assimetria causada pela distribuição de massa das pás.

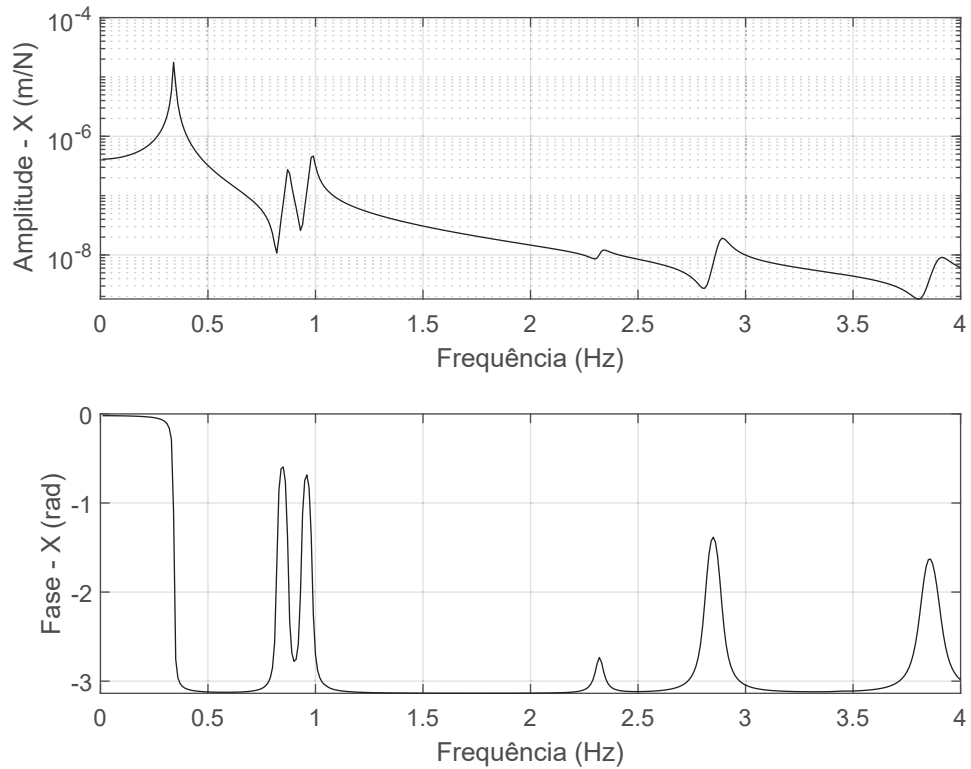
4.1.2 Análise de resposta em frequência

Para essa análise, como já mencionado, uma força unitária de 1N foi aplicada no nó do topo da torre (nó 766), em ambas as direções horizontais (X e Y). Essa força é constante em um intervalo de frequências de 0 a 4 Hz. Nesse caso, foi utilizada a análise direta, ou seja, sem superposição modal. Dessa forma, a razão de amortecimento modal foi transcrita em um amortecimento estrutural conforme a FIGURA 26.

Os resultados da Função Resposta em Frequência (FRF), para a excitação e resposta no nó 766, são mostrados nas FIGURA 37 e FIGURA 38. É possível observar com maior evidência as respostas dos primeiros modos da torre, em torno de 0.34 Hz. Frequências naturais intermediárias também aparecem, como as de 0.873 e 0.984 Hz. De fato, essas frequências mostraram razões de participação modal de 0.47, para a direção Y, e 0.54, para a direção X, respectivamente. Portanto são frequências naturais das quais se esperam respostas mais pronunciadas.

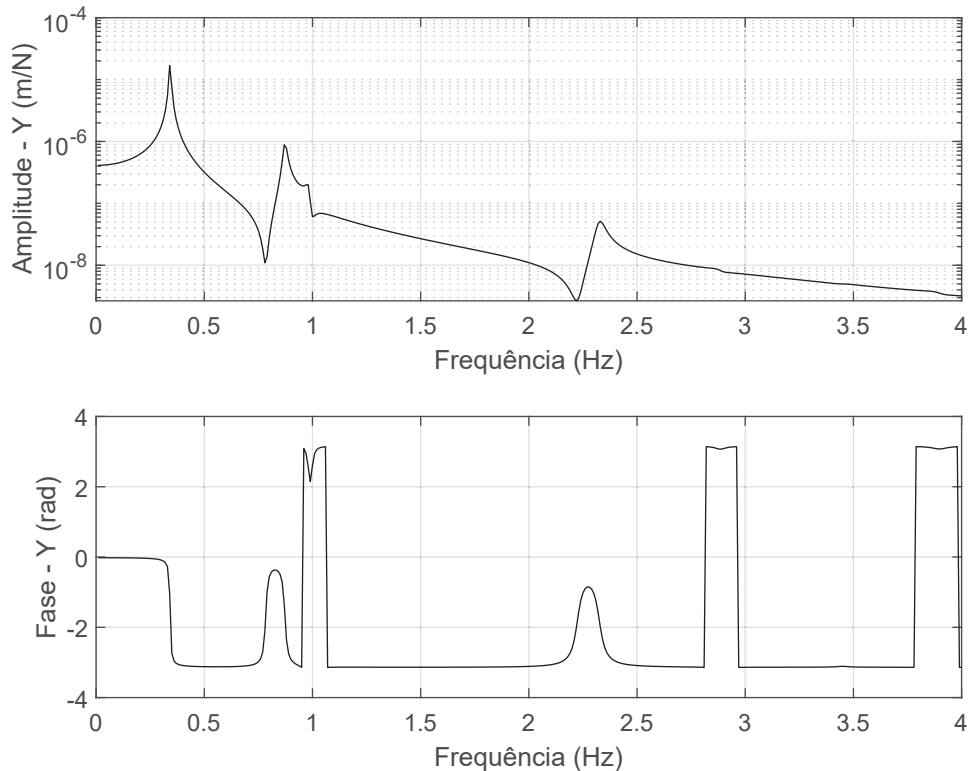
Pode-se destacar que os segundos modos, tanto frente-trás quanto lateral, não mostraram respostas elevadas. Isso se deve ao fato desses modos apresentarem nós próximos ao topo da torre, o que reduz consideravelmente a sensibilidade da região à excitação aplicada.

FIGURA 37 – FRF calculada no ANSYS Mechanical® - direção X.



FONTE: O autor.

FIGURA 38 – FRF calculada no ANSYS Mechanical® - direção Y.

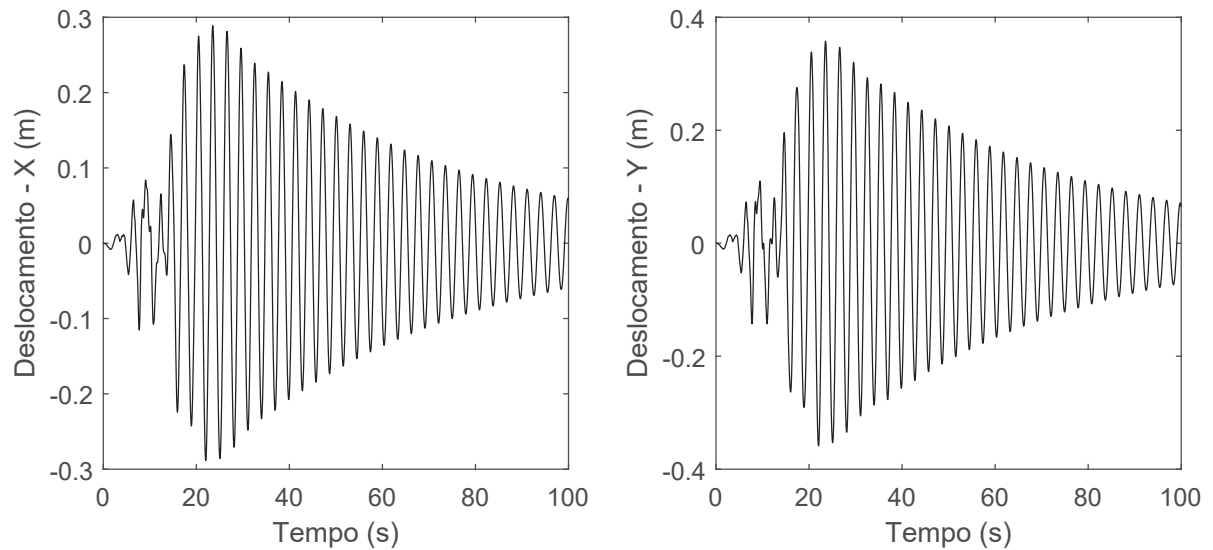


FONTE: O autor.

4.1.3 Análise transiente não linear

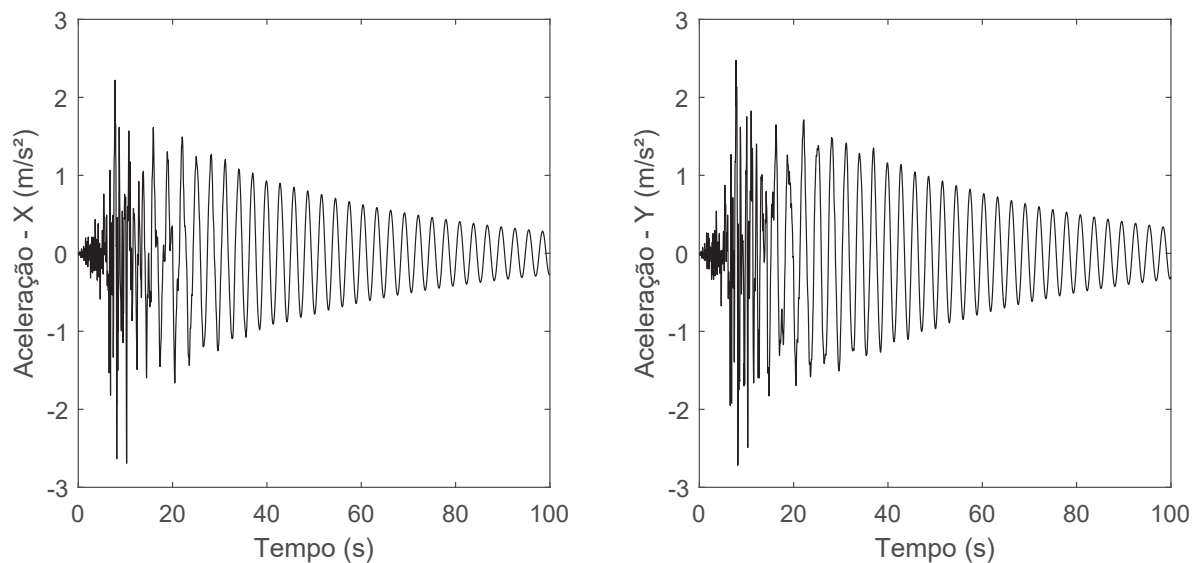
Para a análise do abalo sísmico a resposta do nó do topo da torre, o mesmo que o esforço unitário foi aplicado na subseção anterior, é extraído para avaliação das frequências que contribuem mais para os deslocamentos do sistema. A FIGURA 39 mostra os resultados de deslocamento e a FIGURA 40 mostra os resultados de aceleração.

FIGURA 39 – Resultados de deslocamento no topo do sistema primário.



FONTE: O autor.

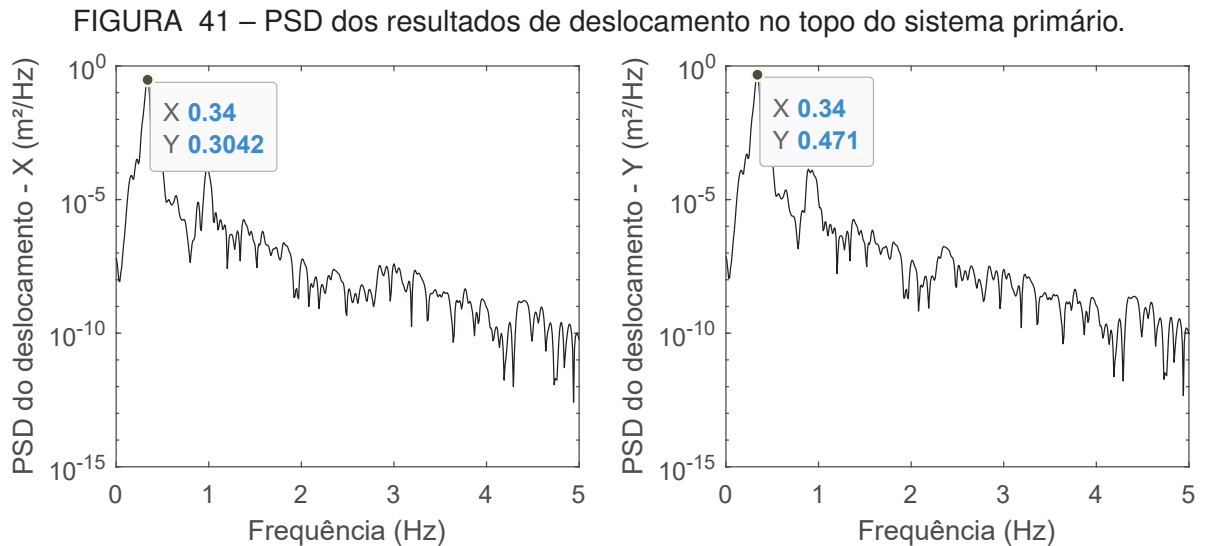
FIGURA 40 – Resultados de aceleração no topo do sistema primário.



FONTE: O autor.

É possível observar que a direção Y tem um deslocamento ligeiramente supe-

rior ao da a direção X, provavelmente causada pelo efeito de assimetria dos modos de vibrar já discutidos na subseção 4.1.1. Para observar em quais frequências as energias de resposta do sistema estão concentradas, o PSD da resposta de deslocamento é utilizado. A FIGURA 41 mostra o PSD da resposta de deslocamento no topo da torre.



FONTE: O autor.

Pode-se notar que a maior resposta está concentrada na primeira frequência natural da estrutura, em torno de 0.34 Hz. Como os gráficos da FIGURA 41 estão em escala logarítmica, pode não ser tão claramente perceptível visualmente, porém o segundo maior pico da resposta, em torno de 1Hz, é aproximadamente 10^4 vezes menor que o pico em 0.34Hz. Dessa forma, o foco do controle de vibração e a sintonização do neutralizador dinâmico é a primeira frequência natural da estrutura, motivo pelo qual os limites para ω_a na otimização foram definidos conforme a TABELA 6.

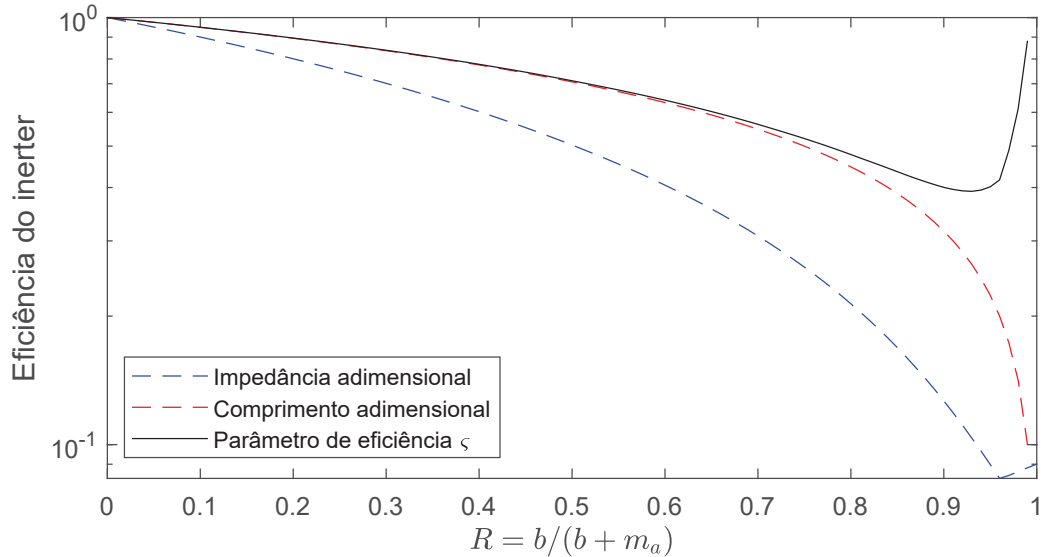
4.2 PROJETO ÓTIMO DO NEUTRALIZADOR DINÂMICO

4.2.1 Eficiência do *inertor*

Para o estudo de eficiência do *inertor*, os valores de k_θ , m_a e ω_a permanecem constantes e arbitrários, com variação apenas de R e, conseqüentemente, de b . A FIGURA 42 mostra o parâmetro de eficiência do *inertor* ς em função de R para $\varphi = 1.0$, em que a base do *inertor* é fixa diretamente na torre. É possível observar que o parâmetro de eficiência ς é menor que 1.0 para qualquer valor de R . Ou seja, a redução na impedância inserida pelo neutralizador é maior que a redução do comprimento do pêndulo proporcionado pelo *inertor*. Além disso, a partir de $R = 0.5$, o parâmetro de

eficiência ζ reduz com uma velocidade maior, até chegar próximo a $R = 1.0$, quando começa a aumentar.

FIGURA 42 – Eficiência do *inert*er para $\varphi = 1.0$.

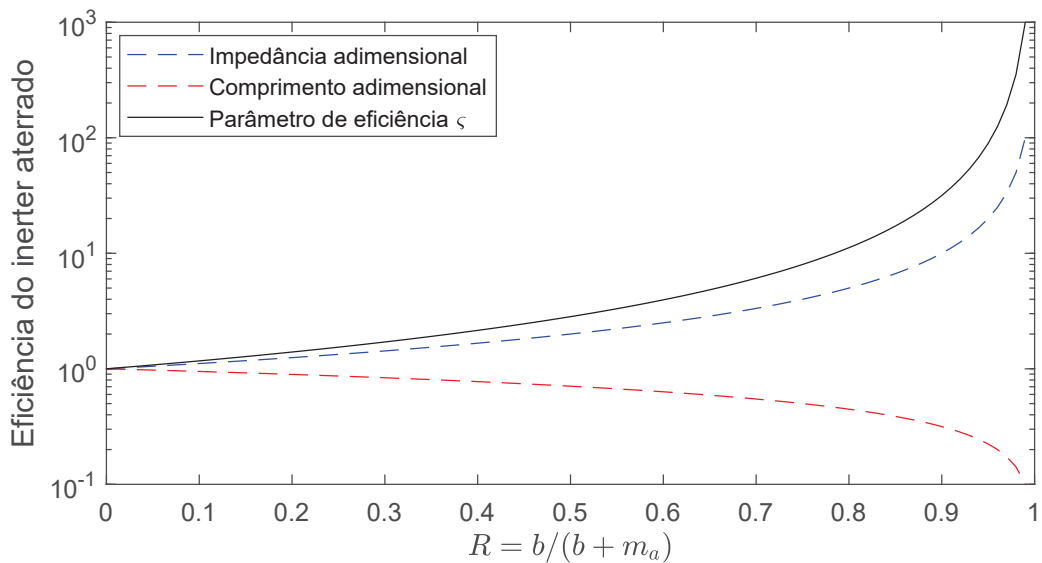


FONTE: O autor.

Dessa forma, para a otimização dos parâmetros do neutralizador, o limite superior definido para R é de 0.5, conforme já mostrado na TABELA 6, para garantir que a eficiência do *inert*er não seja reduzida demasiadamente.

Por outro lado, pode-se definir um *inert*er "aterrado", ou seja, sua base é fixa na Terra, conseqüentemente $\varphi = 0$. Para esse caso, o parâmetro de eficiência ζ em função de R assume valores ilustrados na FIGURA 43.

FIGURA 43 – Eficiência do *inert*er para $\varphi = 0$.



FONTE: O autor.

Mostra-se que, para essa configuração, $\varsigma > 1.0$ para qualquer valor de R , a impedância inserida pelo neutralizador é proporcional e crescente em relação a R . Portanto, idealmente o *inertor* deveria ser "aterrado" para obter uma melhor eficiência no seu funcionamento. Entretanto, devido a limitações construtivas, *inerters* "aterrados" não são o foco deste trabalho.

4.2.2 Parâmetros ótimos do neutralizador

Os resultados da otimização do neutralizador dinâmico são mostrados nas TABELA 10 e TABELA 11. A fim de obter um resultado comparativo, são mostrados os resultados do neutralizador com *inertor*, sem *inertor* (simplesmente pendular) e com o *inertor* hipoteticamente "aterrado". É importante observar que, ao inserir o *inertor* no sistema, com sua base fixa na própria torre, foi possível reduzir o comprimento do pêndulo em aproximadamente 24%, mantendo a redução na amplitude de vibração em torno de 72% em torno da frequência de controle. Por outro lado, com o *inertor* "aterrado", foi possível uma redução de aproximadamente 49% no comprimento do pêndulo, com uma leve perda de redução na amplitude de vibração, que ficou em torno de 65%.

Para obter um valor razoável no comprimento do pêndulo, ϑ foi definido como 0,8 m³. Além disso, como o *inertor* "aterrado" não tem redução de eficiência com o aumento de R , o seu limite superior na otimização foi definido como 0.9.

TABELA 10 – Parâmetros ótimos do neutralizador dinâmico.

	m_a [kg]	R [-]	f_a [Hz]	b [kg]
com <i>inertor</i>	72600	0,41	0,3218	50873
sem <i>inertor</i>	72600	-	0,3192	-
<i>inertor</i> "aterrado"	72600	0,81	0,2687	317040

FONTE: O autor.

TABELA 11 – Resultados da otimização do neutralizador dinâmico.

	ϑ [m ³]	L [m]	Redução - X [%]	Redução - Y [%]	Redução L [%]
com <i>inertor</i>	0,8	2,27	71,80	71,83	23,92
sem <i>inertor</i>	0,8	2,99	72,65	72,57	-
<i>inertor</i> "aterrado"	0,8	1,53	64,79	64,71	48,87

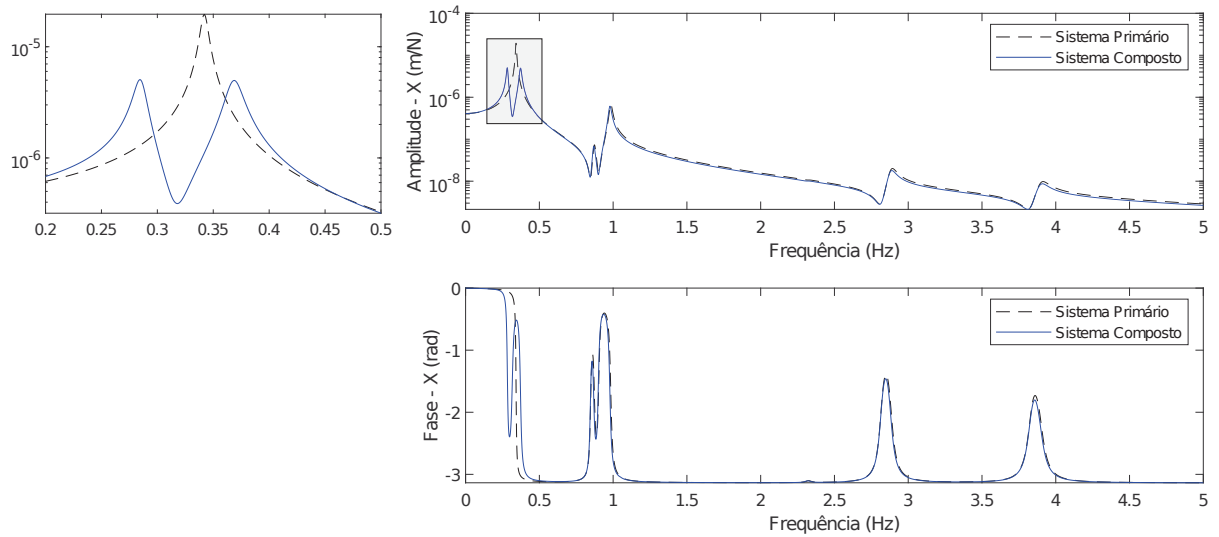
FONTE: O autor.

Os resultados comparativos da FRF da turbina, com e sem o neutralizador dinâmico, são mostrados nas FIGURA 44 e FIGURA 45. Esses resultados são extraídos diretamente dos cálculos de otimização do dispositivo e apenas para o caso do *inertor* fixo diretamente na torre.

Os gráficos da FRF mostram que foi possível obter resultados conforme o esperado para o controle passivo de vibração utilizando neutralizadores dinâmicos. O

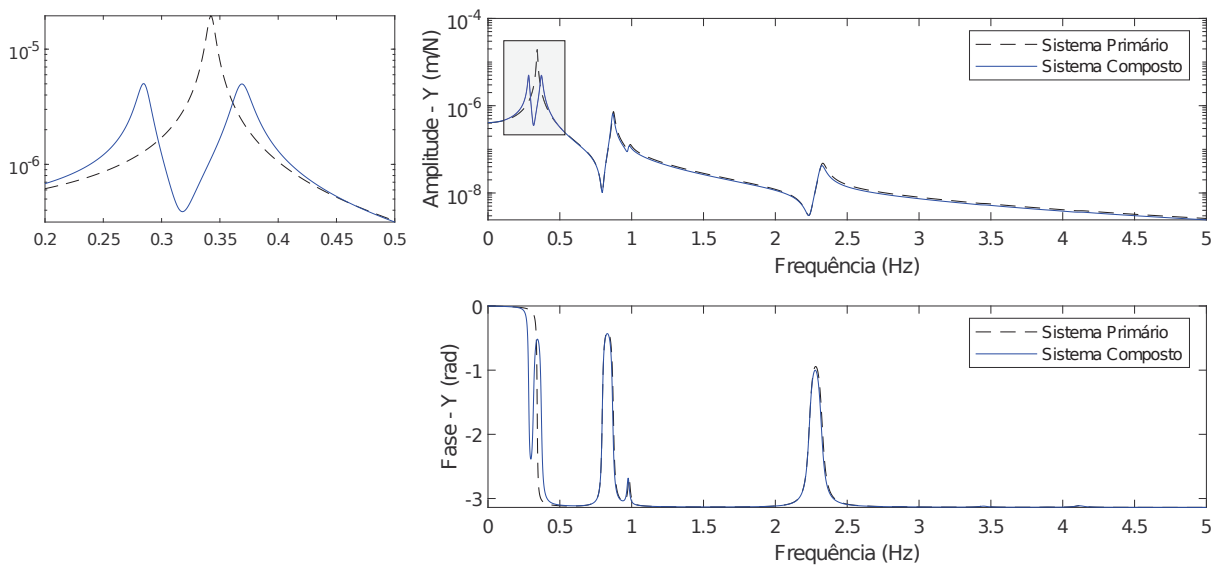
pico na frequência de controle foi dividido em outros dois picos, com aproximadamente a mesma altura, porém com amplitudes menores do que o encontrado no sistema primário. Entretanto, pode-se observar um amortecimento mais baixo do que o esperado para o sistema composto, o que provavelmente é consequência do baixo valor do amortecimento do material viscoelástico em frequências dessa magnitude.

FIGURA 44 – Comparativo das FRFs dos sistemas primário e composto - direção X.



FONTE: O autor.

FIGURA 45 – Comparativo das FRFs dos sistemas primário e composto - direção Y.



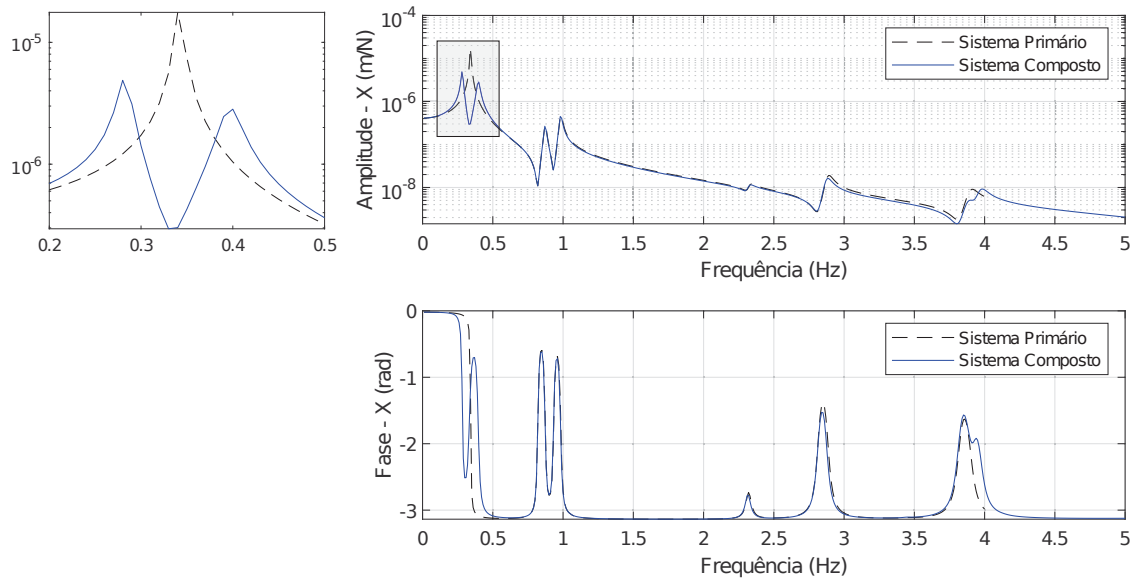
FONTE: O autor.

4.3 RESULTADOS SISTEMA COMPOSTO

4.3.1 Análise de resposta em frequência

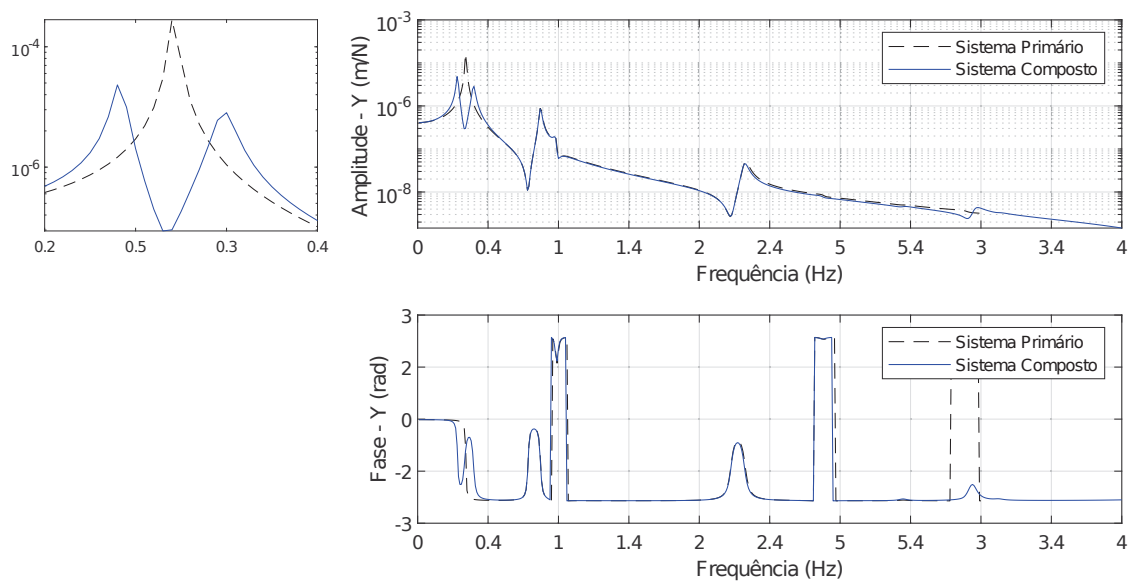
Os resultados do sistema composto para a análise de resposta em frequência são mostrados na FIGURA 46 e na FIGURA 47. Os gráficos mostram comparativos com aqueles obtidos na subseção 4.1.2.

FIGURA 46 – Comparativo das FRFs dos sistemas primário e composto calculadas via ANSYS Mechanical® - direção X.



FONTE: O autor.

FIGURA 47 – Comparativo das FRFs dos sistemas primário e composto calculadas via ANSYS Mechanical® - direção Y.



FONTE: O autor.

Essa análise foi realizada com o intuito de avaliar as deduções dos PEG para

o neutralizador dinâmico pendular *inert*-viscoelástico, também os cálculos realizados em MatLab® no processo de otimização. É possível observar que existe uma ótima correlação entre os gráficos da FIGURA 44 e FIGURA 45 em relação à FIGURA 46 e FIGURA 47, o que demonstra a equivalência entre os modelos desenvolvidos por PEG e aqueles criados no software comercial de Elementos Finitos.

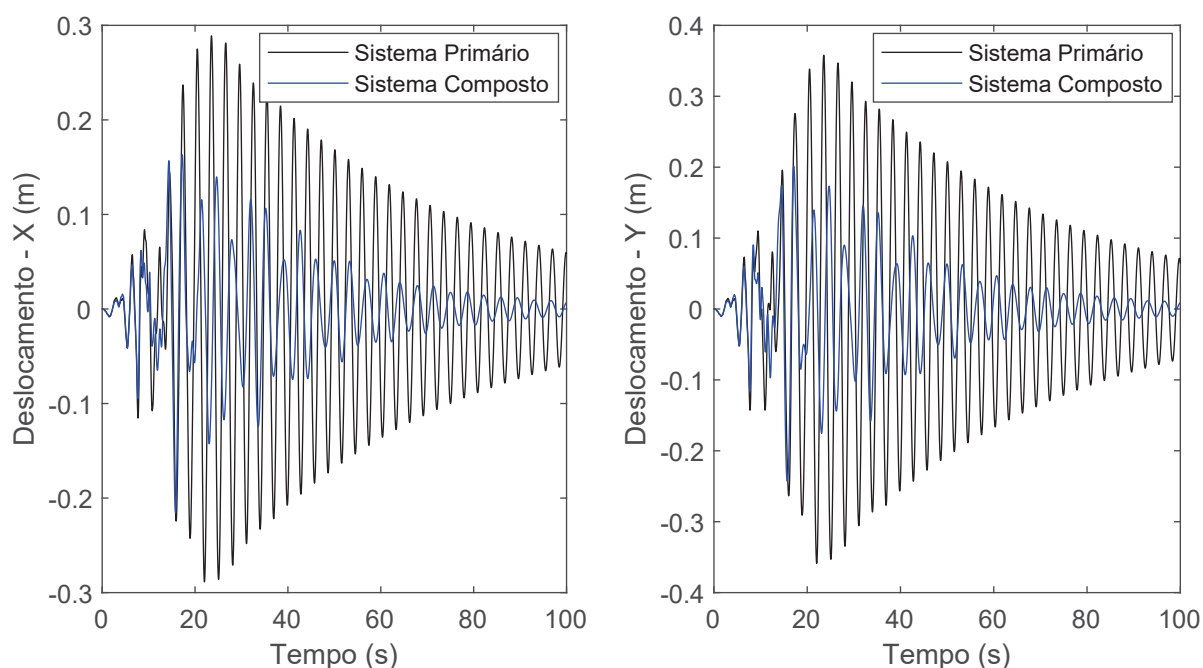
Existem pequenas diferenças nas FRFs calculadas no processo de otimização e no ANSYS Mechanical®, provavelmente pelo fato dos graus de liberdade de rotação não serem considerados na extração dos parâmetros modais para o processo de otimização.

4.3.2 Análise transiente não linear

Após a verificação da equivalência entre o modelo desenvolvido na otimização, o modelo MEF do sistema composto, incluindo o projeto ótimo do neutralizador, é submetido a uma simulação transiente não linear do abalo sísmico, para validar a efetividade do dispositivo no controle passivo de vibração da turbina eólica.

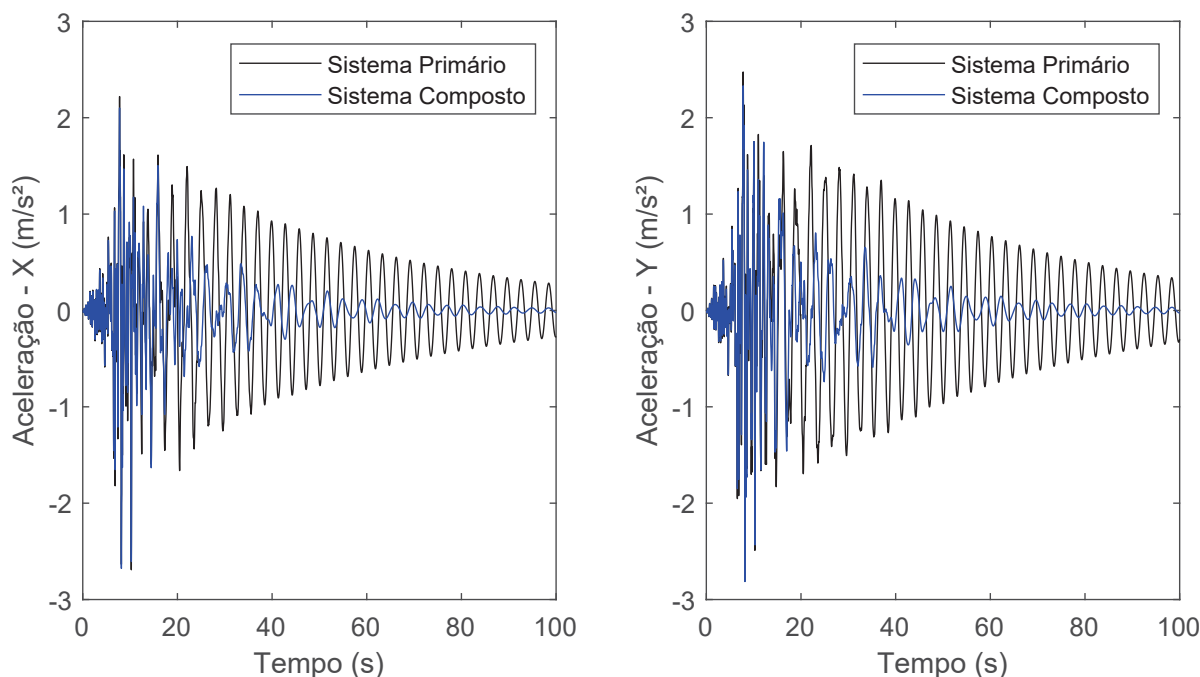
A FIGURA 48 e a FIGURA 49 mostram o comparativo da resposta temporal da turbina eólica de 5 MW da NREL com e sem o sistema ótimo de controle, tanto em termos de deslocamento quanto em termos de aceleração.

FIGURA 48 – Comparativo dos deslocamentos dos sistemas primário e composto submetidos ao abalo sísmico.



FONTE: O autor.

FIGURA 49 – Comparativo das acelerações dos sistemas primário e composto submetidos ao abalo sísmico.



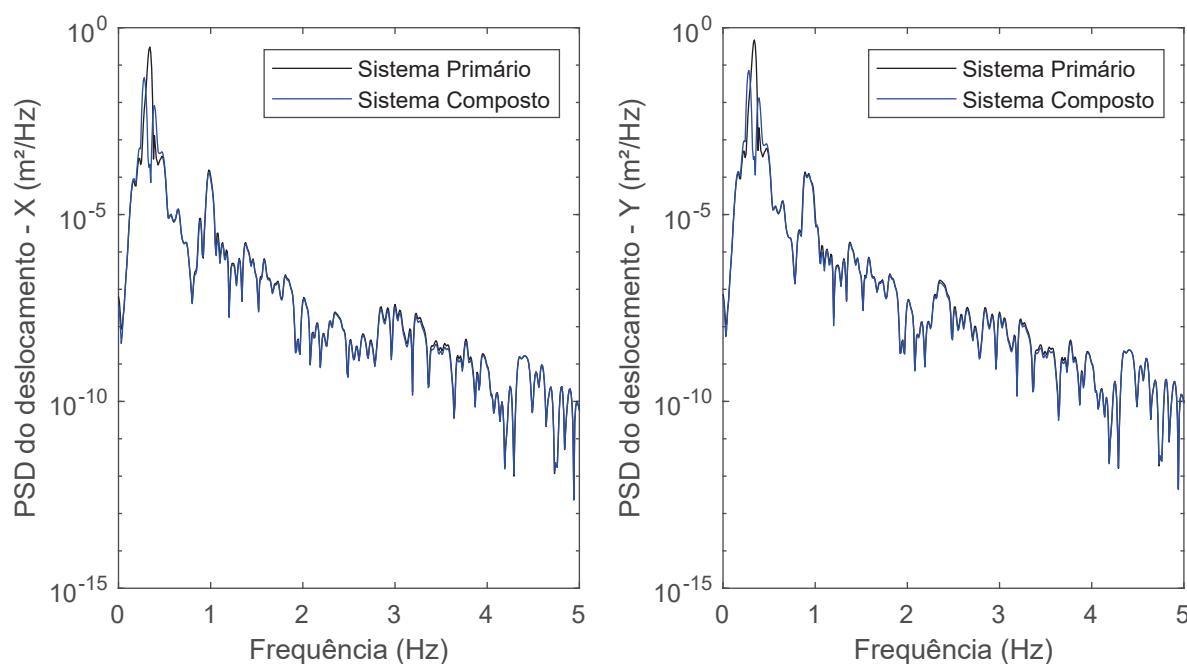
FONTE: O autor.

É possível notar um amortecimento consideravelmente maior quando o neutralizador dinâmico é acoplado ao sistema, com um decaimento maior da resposta. Entretanto, não há diferenças expressivas na parcela transiente da resposta, dada pelos primeiros segundos do sinal temporal. Esse efeito pode ser consequência da metodologia de projeto do neutralizador dinâmico, que é baseada apenas na resposta permanente do sistema.

Por fim, são calculados os PSDs das respostas de deslocamento, para uma avaliação no domínio da frequência. Esses são ilustrados na FIGURA 50. Como esperado, o pico de resposta na frequência em torno de 0.34Hz é dividido em dois outros picos de menores amplitudes. Além disso, esses dois picos têm aproximadamente a mesma altura.

As respostas na análise transiente não linear são congruentes com as respostas no domínio da frequência, tanto para o sistema primário quanto para o secundário. Com isso, pode-se concluir que provavelmente as não linearidades de grandes deslocamentos não causaram grandes divergências em relação a uma resposta linear do sistema.

FIGURA 50 – PSD dos resultados de deslocamento do sistema composto.



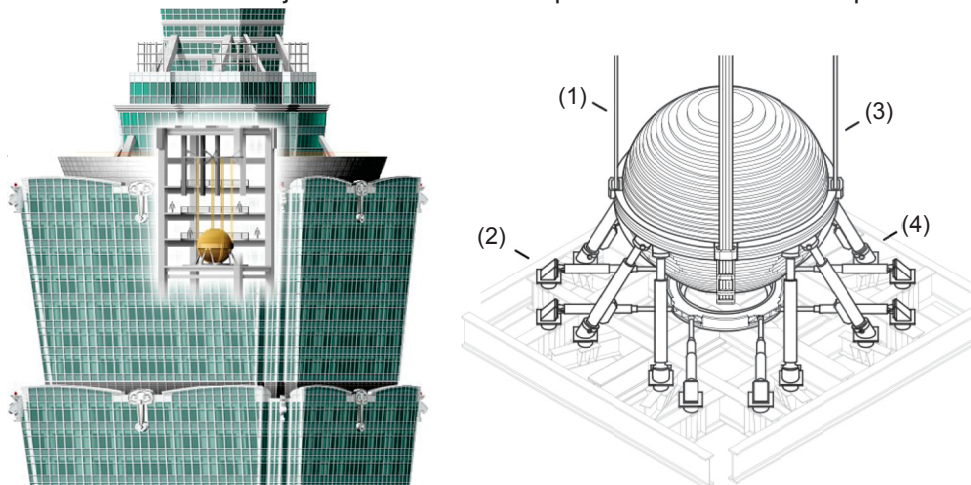
FONTE: O autor.

4.4 PROPOSTA CONCEITUAL DO NEUTRALIZADOR DINÂMICO

Nesta seção é descrita uma proposta conceitual de neutralizador dinâmico do tipo pendular *inerters*-viscoelástico, dados os parâmetros ótimos calculados previamente. Essa proposta é baseada no projeto de neutralizador desenvolvido para o edifício Taipei-101, que é a construção mais alta de Taiwan, com uma altura de 508m (Kourakis, 2007). Nesse projeto, o pêndulo é constituído de uma massa de 730 toneladas, envolta por uma estrutura metálica e suspensa por cabos de aço. Além disso, existem amortecedores viscosos ligando a massa com a estrutura, inserindo amortecimento no sistema. A FIGURA 51 mostra o neutralizador dinâmico pendular desenvolvido para o Taipei-101.

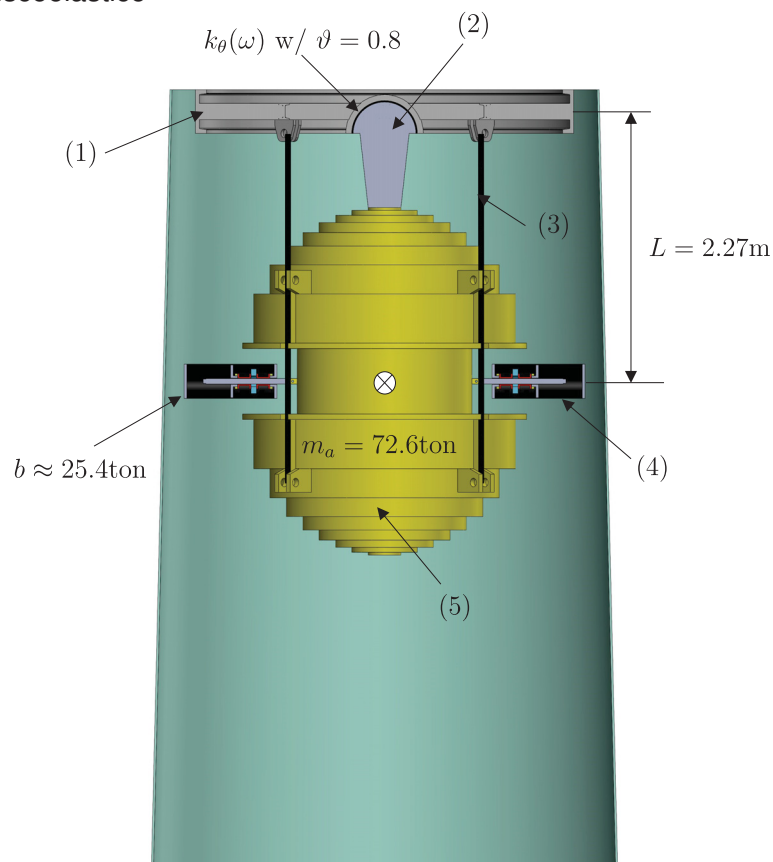
Dessa forma, a FIGURA 52 mostra a proposta conceitual de neutralizador desenvolvida neste trabalho. Ela consiste em uma massa de 72,6 toneladas, quatro *inerters* do tipo fuso de esferas (dois em série para cada direção horizontal X e Y), cabos de aço e estrutura superior para suspensão da massa e uma estrutura central com mola viscoelástica para a inserção de rigidez e amortecimento no sistema. Tanto o projeto dos *inerters* quanto da mola viscoelástica são detalhados nas subseções seguintes.

FIGURA 51 – Projeto de neutralizador pendular do edifício Taipei-101.



FONTE: Qamaruddin (2016) (modificado).

LEGENDA: (1) Cabos de aço, (2) batentes, (3) massa do pêndulo e (4) amortecedores.

FIGURA 52 – Projeto conceitual de neutralizador dinâmico do tipo pendular *inertor-viscoelástico*

FONTE: O autor.

LEGENDA: (1) Estrutura superior, (2) mola viscoelástica, (3) cabos de aço, (4) *inertor* e (5) massa do pêndulo.

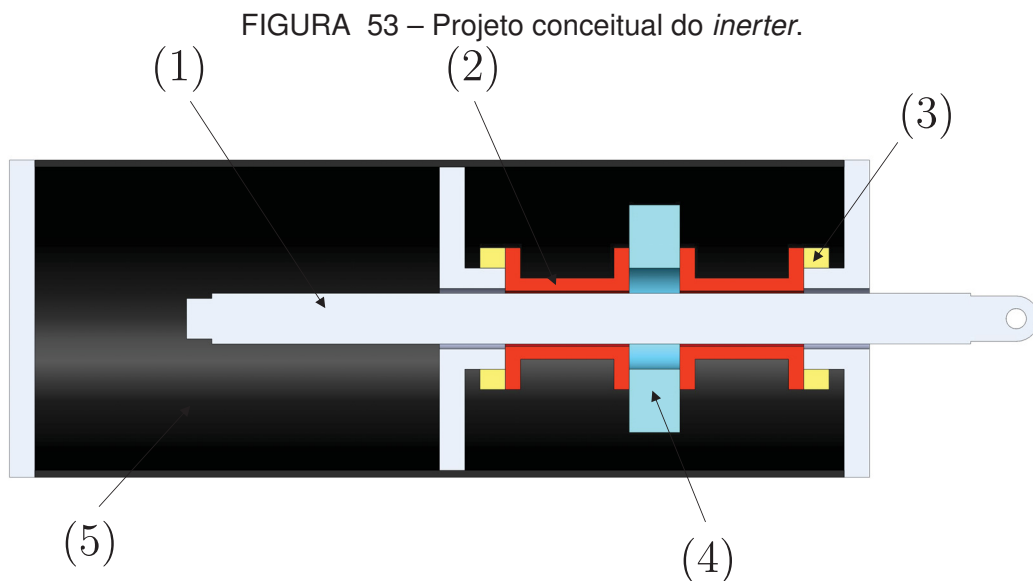
4.4.1 Projeto do *inertor*

Para o projeto conceitual, o *inertor* do tipo fuso de esferas é utilizado. A Equação (2.105) mostra a relação entre inércia b , o avanço do fuso v e o momento de inércia do volante J . Além disso, neste projeto são considerados dois *inerters* em paralelo para cada uma das direções X e Y. Dessa forma, busca-se obter a inércia b de projeto equivalente à metade da inércia ótima definida na TABELA 10. A TABELA 12 e a FIGURA 53 mostram as dimensões e a forma construtiva proposta para o *inertor*.

TABELA 12 – Parâmetros do projeto conceitual do *inertor*.

Parâmetro	Valor
Avanço v	16mm
Diâmetro do eixo d_{eixo}	50mm
Espessura do volante t_{volante}	50mm
Diâmetro do volante d_{volante}	260mm
Massa do volante m_{volante}	19,41kg
Momento de inércia do volante I_{volante}	0,1649 kg.m ²
Inércia do <i>inertor</i> b	25436,5kg

FONTE: O autor.



FONTE: O autor.

LEGENDA: (1) Eixo do fuso, (2) flange do fuso, (3) rolamento, (4) volante e (5) carcaça.

4.4.2 Projeto da mola viscoelástica

Para a mola viscoelástica, é utilizado o conceito mostrado na FIGURA 54, similar à anatomia de um fêmur. Nesse caso, a rigidez torcional k_{θ} é proporcionada pela manta de material viscoelástico, a qual deve ter determinada sua espessura para que se obtenha a rigidez necessária. Para isso, uma simulação numérica desse projeto conceitual é realizada.

Aplica-se, em uma simulação estática, uma rotação de 1 grau na extremidade da haste femoral e extrai-se o torque necessário para causar essa rotação. A partir disso, é possível definir a rigidez k_θ em função de diversas espessuras de manta. Dividindo o k_θ pelo Módulo de Cisalhamento $G(\omega)$, onde ω é mantido constante, obtém-se o fator geométrico ϑ em função da espessura da manta. Por fim, define-se a espessura que aproxima ϑ do valor definido na TABELA 11. A TABELA 13 mostra os resultados obtidos na análise estática.

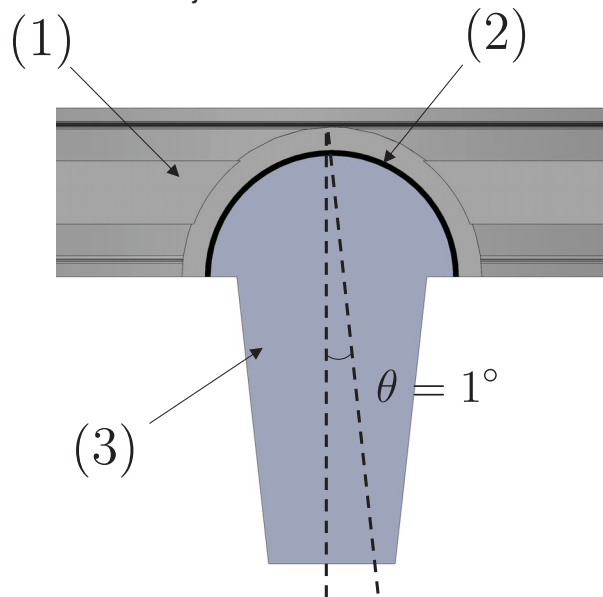
TABELA 13 – Resultados do projeto conceitual da mola viscoelástica.

t_{visco} [mm]	θ [°]	T_{visco} [N.m]	$G(\omega = \text{constante})$ [Pa]	k_θ [N.m/rad]	ϑ [m³]
20	1.0	20004	$2.4033 \cdot 10^6$	$1.146 \cdot 10^6$	0.48
15	1.0	27688	$2.4033 \cdot 10^6$	$1.59 \cdot 10^6$	0.66
12.54*	1.0	33698	$2.4033 \cdot 10^6$	$1.93 \cdot 10^6$	0.8
10	1.0	43003	$2.4033 \cdot 10^6$	$2.46 \cdot 10^6$	1.03

FONTE: O autor.

NOTA: *Espessura escolhida para a manta viscoelástica.

FIGURA 54 – Projeto conceitual da mola viscoelástica.



FONTE: O autor.

LEGENDA: (1) Estrutura superior, (2) manta viscoelástica e (3) haste femoral.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

5.1 CONCLUSÕES GERAIS

Neste trabalho, foi desenvolvido um projeto ótimo de neutralizador dinâmico do tipo pendular *inertor*-viscoelástico, com foco no controle passivo da vibração de torres eólicas, quando submetidas a abalos sísmicos. Como essas são estruturas esbeltas, com frequências naturais abaixo de 1Hz, o neutralizador pendular contém a flexibilidade necessária para a sintonização em frequências dessa magnitude. Além disso, o dispositivo *inertor* foi inserido a fim de reduzir a inércia necessária do pêndulo para o controle do sistema primário.

Para este estudo, a turbina eólica de 5 MW da NREL foi utilizada como referência, já que o projeto é disponibilizado gratuitamente pela própria entidade para pesquisas no setor eólico. Primeiramente, o sistema primário foi submetido a algumas análises: análise modal, para extrair os parâmetros modais (frequências naturais e modos de vibrar) que, combinado com o amortecimento modal, são fundamentais para o projeto ótimo do absorvedor; análise de resposta em frequência, utilizada posteriormente para verificar os resultados obtidos na otimização do dispositivo de controle; análise transiente não linear, na qual foi aplicado o sinal temporal do abalo sísmico, que foi definido com base no evento catastrófico ocorrido em Northridge, em 1994. Com a resposta do sistema ao sismo, foi possível observar que grande parte da energia de resposta se concentrava nas suas primeiras frequências naturais, em torno de 0.34Hz.

Com os dados do sistema primário, o projeto ótimo do neutralizador dinâmico foi realizado. Com a análise da eficiência do *inertor*, é possível concluir que essa é reduzida quando o dispositivo é fixo diretamente na torre, e não em uma base fixa, como, por exemplo, a Terra. Dessa forma, a relação de inércia R deve ser escolhida criteriosamente para evitar que a impedância mecânica do neutralizador seja comprometida demasiadamente. Idealmente, sugere-se que o *inertor* seja fixo em uma base suficientemente rígida, para que sua eficiência seja diretamente proporcional a R , sem perda de impedância mecânica. Entretanto, mesmo com essa limitação, foi possível otimizar o dispositivo de controle, reduzindo a resposta da torre eólica, na frequência de sintonização, em aproximadamente 72% para ambas as direções horizontais. A inserção do *inertor* permitiu uma redução de aproximadamente 24% no comprimento do pêndulo. Se o dispositivo fosse fixo rigidamente, ou de certa forma isolado, essa redução poderia atingir cerca de 49%. Além disso, pode-se observar que o material viscoelástico contém baixo amortecimento para frequências baixas, como as escolhidas para sintonização. Dessa forma, se utilizados amortecedores viscosos, possivelmente

o amortecimento inserido poderia ser aumentado, reduzindo ainda mais a vibração do sistema primário.

Com as definições dos parâmetros ótimos do neutralizador, esse foi modelado em um software de Elementos Finitos e acoplado à turbina eólica, para avaliação do sistema composto. Os resultados de resposta em frequência mostram ótima correlação com os resultados obtidos pelo algoritmo de otimização, com apenas algumas divergências, que podem ter sido causadas pela falta dos graus de liberdade de rotação na extração dos parâmetros modais, utilizados no processo de otimização.

Na simulação do abalo sísmico, agora para o sistema composto, é possível observar um amortecimento mais predominante, se comparado com o primário, que permite um decaimento mais acentuado da resposta. Entretanto, não foram observadas grandes reduções na parcela transiente das respostas, dadas pelos primeiros segundos do sinal. Isso pode ser consequência da metodologia de projeto de controle, a qual é atrelada à resposta permanente do sistema.

Por fim, foi descrito o projeto conceitual do neutralizador utilizando os parâmetros definidos na otimização. De forma geral, baseado no projeto do controle de vibração do edifício Taipei-101, foi possível desenvolver o dispositivo com dimensões e propriedades factíveis. O projeto conta com uma massa de 72,6 toneladas, quatro *inerters* do tipo fuso de esferas (dois instalados em série para cada direção de controle), cabos de aço e estrutura superior para a fixação da massa, e uma haste central, conectada a uma manta viscoelástica, para inserir rigidez e amortecimento ao sistema.

5.2 RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Algumas recomendações para trabalhos futuros são listadas abaixo:

- a) Investigar a interação da turbina considerando efeitos aeroelásticos, que podem alterar o comportamento dinâmico da estrutura e seus efeitos na sintonização do neutralizador dinâmico.
- b) Incluir as interações da turbina com diferentes tipos de solo. Dependendo do solo e sua composição, a base não pode ser considerada completamente rígida e deve ser levada em conta sua rigidez nos parâmetros modais, que são utilizados no projeto do dispositivo de controle.
- c) Desenvolver um sistema, seja por caixas de engrenagem ou controle ativo, para "isolar" a base do *inertor*, a fim de melhorar a sua eficiência e aumentar a impedância mecânica inserida.

- d) Estudar diferentes tipos de neutralizador dinâmico, como por exemplo o de coluna d'água, para aplicações em turbinas eólicas, analisando a sua eficiência em relação ao pendular.
- e) Avaliar a utilização de amortecedores viscosos e as melhorias que poderiam ser atingidas em relação ao viscoelástico. Como foi observado nesse estudo, para frequências abaixo de 1Hz, o material viscoelástico insere pouco amortecimento no sistema.

REFERÊNCIAS

ALI, A.; RISI, R.; SEXTOS, A. Seismic assessment of wind turbines: how crucial is rotor-nacelle-assembly numerical modeling? **Soil Dynamics and Earthquake Engineering**, v. 159, p. 1-15, fev. 2021.

ANSYS. **ANSYS Mechanical APDL Theory Reference**. [S.l.], p. 988, 2013.

ASCE. **ASCE 7-10: Minimum design loads for building and other structures**. [S.l.], p. 253, 2010.

ATIK, L. A.; ABRAHAMSON, N. An improved method for nonstationary spectral mat-ching. **Earthquake Spectra**, v. 26, p. 601-617, ago. 2010.

BAGLEY, R. L.; TORVIK, P. J. A theoretical basis for application of fractional calculus to viscoelasticity. **Journal of Rheology**, v. 27, p. 201-210, jun. 1983.

BAKER, J. W.; BRADLEY, B. A.; STAFFORD, P. J. **Seismic hazard and risk analysis**. Cambridge: Cambridge University Press, 2021. v. 1.

BALBINO, F. O.; PRÉVE, C. T.; MUNARO, M.; RIBEIRO JUNIOR, P. J.; LOPES, E. M. O. Wide estimation of dynamic properties of viscoelastic materials using bayesian inference. **Journal of Theoretical and Applied Mechanics**, v. 59, p. 369-384, 2021.

BAVASTRI, C. A.; ESPÍNDOLA, J. J.; TEIXEIRA, P. H. A hybrid algorithm to compute the optimal parameters of a system of viscoelastic vibration neutralizers in a frequency band. **MOVIC'98**, Zurich, v. 2, p. 577-582, 1998.

BAVASTRI, C. A.; DOUBRAWA FILHO, F. J.; ESPÍNDOLA, J. J.; LOPES, E. M. O.; VENÂNCIO, H. W. Modelo geral de neutralizadores dinâmicos para controle passivo de vibrações e ruído: parâmetros equivalentes generalizados. **CMNE/CILAMCE**, APMTAC, Porto, p. 1-19, 2007.

BHATTACHARYA, S.; RISI, R.; LOMBARDI, D.; ALI, A.; DEMIRCI, H. E.; HALDAR, S. On the seismic analysis and design of offshore wind turbines. **Soil Dynamics and Earthquake Engineering**, v. 145, p. 1-5, jun. 2021.

BUCKLEY, T.; WATSON, P.; CAHILL, P.; JAKSIC, V.; PAKRASHI, V. Mitigating the structural vibrations of wind turbines using tuned liquid column damper considering soil-structure interaction. **Renewable Energy**, v. 120, p. 322-341, mai. 2018.

CHAPAIN, S.; ALY, A. M. Vibration attenuation in wind turbines: a proposed robust pendulum pounding TMD. **Engineering Structures**, v. 233, p. 1-17, fev. 2021.

CHEN, D.; HUANG, S.; HUANG, C.; LIU, R.; OUYANG, F. Passive control of jacket-type offshore wind turbine vibrations by single and multiple tuned mass dampers. **Marine Structures**, v. 77, p. 1-19, fev. 2021.

CHEN, M. Z. Q.; PAPAGEORGIOU, C.; SCHEIBE, F. C.; WANG, F.; SMITH, M. C. The missing mechanical element. **IEEE Circuits and Systems Magazine**, v. 9, p. 10-26, mar. 2009.

CHEN, Y.; JIN, X.; LUO, M.; CHENG, P.; WANG, S. Vibration reduction methods of large-scale wind turbines based on system-TMD coupled algorithm. **Ocean Engineering**, v. 226, p. 1-15, fev. 2021.

CHUNG, J.; HULBERT, G. M. A. Time integration algorithm for structural dynamics with improved numerical dissipation? the generalized-alpha method. **Journal of Applied Mechanics**, v. 60, p. 371-375, jun. 1993.

COLHERINHAS, G. B.; SHZU, M. A. M.; AVILA, S. M.; MORAIS, M. V. Wind tower vibration controlled by a pendulum TMD using genetic optimization: beam modelling. **Procedia Engineering**, v. 199, p. 1623-1628, mai. 2017.

CRAIG, R. R.; BAMPTON, M. C. C. Coupling of substructures for dynamic analysis. **AIAA Journal**, v. 6, p. 1313-1319, 1968.

DNV-GL. **DNV-RP-0585 Seismic design of wind power plants**. [S.l.], p.56, 2021.

ELIAS, R. T. L. **Projeto de sistema de controle passivo de vibrações da principal fonte de ruído de trator de pequeno porte plataformado**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2018.

ESPÍNDOLA, J. J.; BAVASTRI, C. A.; LOPES, E. M. O. Design of optimum systems of viscoelastic vibration absorbers for a given material based on the fractional calculus model. **Journal of Vibration and Control**, v. 14, p. 1607-1630, set. 2008.

_____. On the passive control of vibrations with viscoelastic dynamic absorbers of ordinary and pendulum types. **Journal of the Franklin Institute**, v. 347, p. 102-115, fev. 2010.

FUNG, T. C. Numerical dissipation in time-step integration algorithms for structural dynamic analysis. **Journal of Progress in Structural Engineering and Materials**, v. 5, p. 167-180, set. 2003.

GUYAN, R. J. Reduction of stiffness and mass matrices. **AIAA Journal**, v. 3, p. 380-380, 1965.

HARTOG, J. P. D. **Mechanical vibrations**. 4. ed. Ann Arbor: McGraw-Hill, 1956.

HAUKSSON, E.; JONES, L. M. Seismology: The Northridge earthquake and its aftershocks. **Earthquakes and Volcanoes**, v. 25, p. 18-30, 1995.

HEMMATI, A.; OTERKUS, E.; BARLTROP, N. Fragility reduction of offshore wind turbines using tuned liquid column dampers. **Soil Dynamics and Earthquake Engineering**, v. 125, p. 1-16, mai. 2019.

HEMMATI, A.; OTERKUS, E.; KHORASANCHI, M. Vibration suppression of offshore wind turbine foundations using tuned liquid column dampers and tuned mass dampers. **Ocean Engineering**, v. 172, p. 286-295, jan. 2019.

HERNANDEZ-ESTRADA, E.; LASTRES-DANGUILLECOURT, O.; ROBLES-OCAMPO, J. B.; LOPEZ, A.; SEVILLA-CAMACHO, P. Y.; PEREZ-SARIÑANA, B. Y.; DORREGO-PORTELA, J. R. Considerations for the structural analysis and design of wind turbine towers: a review. **Renewable and Sustainable Energy Reviews**, v. 137, p. 1-17, out. 2021.

HILBER, H. M.; HUGHES, T. J. R.; TAYLOR, R. L. Improved numerical dissipation for time integration algorithms in structural dynamics. **Journal of Earthquake Engineering and Structural Dynamics**, v. 5, p. 283-292, jul. 1977.

HÖHNE, N.; GIDDEN, M. J.; ELZEN, M. den; HANS, F.; FYSON, C. Wave of net zero emission targets opens window to meeting the paris agreement. **Nature Climate Change**, v. 11, p. 820-822, set. 2021.

HU, Y.; WANG, J.; CHEN, M. Z. Q.; LI, Z.; SUN, Y. Load mitigation for a barge-type floating offshore wind turbine via inerter based passive structural control. **Engineering Structures**, v. 177, p. 198-209, set. 2018.

HUANG, H. S. Simulations of 10MW wind turbine under seismic loadings. **Composite Structures**, v. 279, p. 1-23, jan. 2022.

HUSSAN, M.; RAHMAN, M. S.; SHARMIN, F.; KIM, D.; DO, J. Multiple tuned mass damper for multi-mode vibration reduction of offshore wind turbine under seismic excitation. **Ocean Engineering**, v. 160, p. 449-460, abr. 2018.

IRENA. **Renewable capacity statistics**. [S.l.], p. 62, 2019.

JAHANGIRI, V.; SUN, C.; KONG, F. Study on a 3d pounding pendulum TMD for mitigating bi-directional vibration of offshore wind turbines. **Engineering Structures**, v. 241, p. 1-12, mai. 2021.

JINXIN, L.; LIANGDONG, Y.; XINGWU, Z.; REQIANG, Y.; CHEN, X. Intelligent time-domain parameters matching for shock response spectrum and its experimental validation in active vibration control systems. **Journal of Shock and Vibration**, v. 2019, p. 1-19, nov. 2019.

JONKMAN, J.; BUTTERFIELD, S.; MUSIAL, W.; SCOTT, G. **Definition of a 5-MW reference wind turbine for offshore system development.** [S.l.], p. 75, 2009.

JOUSTRA, J. J.; FLIPSEN, B.; BALKENENDE, R. structural reuse of wind turbine blades through segmentation. **Composites Part C: Open Access**, v. 2, p. 1-11, 2021.

JU, S. H.; HUANG, Y. C. Analyses of offshore wind turbine structures with soil-structure interaction under earthquakes. **Ocean Engineering**, v. 187, p. 1-11, set. 2019.

KATSANOS, E. I.; SANZ, A. A.; GEORGAKIS, C. T.; THÖNS, S. Multi-hazard response analysis of a 5 MW offshore wind turbine. **X International Conference on Structural Dynamics**, Eurodyn, Roma, p. 3206-3211, 2017.

KATSANOS, E. I.; THÖNS, S.; GEORGAKIS, C. T. Wind turbines and seismic hazard: a state-of-the-art review. **Wind Energy**, v. 19, p. 1-21, jan. 2016.

KAYNIA, A. M. Seismic considerations in design of offshore wind turbines. **Soil Dynamics and Earthquake Engineering**, v. 124, p. 399-407, set. 2019.

KIM, N. H. **Introduction to nonlinear finite element analysis.** New York: Springer, v. 1, 2015.

KOURAKIS, I. **Structural systems and tuned mass dampers of super-tall buildings: case study of taipei 101.** [S.l.], p. 69, 2007.

KUHNERT, W. M.; GONÇALVES, P. J. P.; LEDEZMA-RAMIREZ, D. F.; BRENNAN, M. J. Inerter-Like Devices used for vibration isolation: a historical. **Journal of the Franklin Institute**, v. 358, p. 1070-1086, jan. 2021.

LENG, D.; YANG, Y.; XU, K.; LI, Y.; LIU, G.; TIAN, X.; XIE, Y. Seismic vibration mitigation of wind turbine tower using bi-directional tuned mass dampers. **Mathematical Problems in Engineering**, v. 2020, p. 1-22, dez. 2020.

LI, W.; ZHANG, Q.; YANG, Z.; ZHU, Q.; DU, Y. Vibration control of offshore wind turbine under multiple hazards using single variable-stiffness tuned mass damper. **Ocean Engineering**, v. 236, p. 1-16, jul. 2021.

LILHANAND, K.; TSENG, W. S. Development and application of realistic earthquake time histories compatible with multiple damping response spectra. **World Conference on Earthquake Engineering**, Japan, v. 2, p. 819-824, 1988.

_____. Generation of synthetic time histories compatible with multiple-damping response spectra. **SMiRT-9**, 1987.

LIMA, D. M.; LÓPEZ-YÁNEZ, A. P.; PEREIRA, M. A. Vibration control device for steel tubular towers of horizontal axis wind turbines. **Latin American Journal of Solids and Structures**, v. 16, p. 1-21, mai. 2019.

LIN, G.; LU, L.; LEI, K.; LIU, K.; KO, Y. Experimental study on seismic vibration control of an offshore wind turbine with TMD considering soil liquefaction effects. **Marine Structures**, v. 77, p. 1-18, mar. 2021.

MENG, J.; DAI, K.; ZHAO, Z.; MAO, Z.; CAMARA, A.; ZHANG, S.; MEI, Z. Study on the aerodynamic damping for the seismic analysis of wind turbines in operation. **Renewable Energy**, v. 159, p. 1224-1242, jun. 2020.

MINNICINO, M. A.; HOPKINS, D. A. **Overview of reduction methods and their implementation into finite-element local-to-global techniques**. [S.l.], p. 34, 2004.

MUSCOLINO, G.; ALDERUCCI, T. Seismic analysis of structural systems subjected to fully non-stationary artificial accelerograms. **Computational Methods in Earthquake Engineering**, v. 44, p. 81-107, dez. 2017.

NETZBAND, D. **DMA2PRONY_OPT**. [S.l.], 2023. Disponível em: <https://shorturl.at/dxMN8>.

NEWMARK, N. M. A method of computation for structural dynamics. **Journal of the Engineering Mechanics Division**, v. 85, p. 67-94, jul. 1959.

NORDMANN, A. **Components of a typical land-based horizontal axis wind turbine**. [S.l.: s.n.], 2014.

NORTIER, B. P.; VOORMEEREN, S. N.; RIXEN, D. J. Application of residual vectors to superelement modeling of an offshore wind turbine foundation. **Topics in Experimental Dynamics Substructuring and Wind Turbine Dynamics**, v. 2, p. 149-163, jan. 2012.

PACHECO, J. E. L.; BAVASTRI, C. A.; PEREIRA, J. T. Viscoelastic relaxation modulus characterization using Prony series. **Latin American Journal of Solids and Structures**, v. 12, p. 420-445, abr. 2015.

PEER. **PEER ground motion database**. [S.l.], 2023.

QAMARUDDIN, S. **Seismic response study of multi-storied reinforced concrete building with fluid viscous damper**. [S.l.: s.n.], p. 110, 2016.

RISI, R. D.; BHATTACHARYA, S.; GODA, K. Seismic performance assessment of monopile-supported offshore wind turbines using unscaled natural earthquake records. **Soil Dynamics and Earthquake Engineering**, v. 109, p. 154-172, jun. 2017.

SANDIA. **NuMAD User's Guide**. [S.l.], 2021.

SARKAR, S.; FITZGERALD, B. Vibration control of spar-type floating offshore wind turbine towers using a tuned mass-damper-inerter. **Structural Control and Health Monitoring**, v. 26, p. 1-23, out. 2019.

SASSI, M. A. **Nonlinear dynamic analysis of wind turbine towers**. Tese (Doutorado) - Department of Civil and Environmental Engineering, Colorado School of Mines, 2016.

SILVA, F. E. C.; BAVASTRI, C. A. A methodology for an optimal design of physical parameters, positions, and viscoelastic materials of simple dynamic absorbers for passive vibration control. **Journal of Vibration and Control**, v. 25, p. 1133-1147, jan. 2019.

SMITH, M. C. Synthesis of mechanical networks: the inerter. **IEEE TRANSACTIONS ON AUTOMATIC CONTROL**, v. 47, p. 1648-1662, out. 2002.

SUN, C.; JAHANGIRI, V. Bi-directional vibration control of offshore wind turbines using a 3d pendulum tuned mass damper. **Mechanical Systems and Signal Processing**, v. 105, p. 338-360, jan. 2018.

_____. Integrated bi-directional vibration control and energy harvesting of monopile offshore wind turbines. **Ocean Engineering**, v. 178, p. 260-269, mar. 2019.

TADESCO, J. W.; MCDUGAL, W. G.; ROSS, C. A. **Structural dynamics: theory and application**. Menlo Park: Addison Wesley Longman, v. 1, 1999.

TAPIA-ROMERO, M. A.; DEHONOR-GOMEZ, M.; LUGO-UNIBE, L. E. Prony series calculation for viscoelastic behavior modeling of structural adhesives from DMA data. **Ingeniería Investigación y Tecnología**, v. 2, p. 1-10, fev. 2020.

VILLOSLADA, D.; SANTOS, M.; RODRIGUEZ, M. T. Inerter-based passive structural control for barge floating offshore wind turbines. **Conferência da IFAC**, International Federation of Automatic Control (IFAC), Conferência Virtual, v. 26, p. 12358-12363, out. 2019.

WANG, W.; LI, X.; ZHAO, H.; WANG, B.; LI, Y. Vibration control of a pentapod offshore wind turbine under combined seismic wind and wave loads using multiple tuned mass damper. **Applied Ocean Research**, v. 103, p. 1-17, ago. 2020.

WEN, H.; GUO, J.; LI, Y.; LIU, Y.; GOH, Y. P. Research on nonlinear inertance calculation method of ball-screw inerter. **Journal of Vibroengineering**, v. 19, p. 4042-4057, set. 2017.

XIE, S.; JIN, X.; HE, J.; GAO, J.; ZHANG, C.; YAN, Y. Applying multiple tuned mass dampers to control structural loads of bottom-fixed offshore wind turbines with inclusion of soil-structure interaction. **Ocean Engineering**, v. 205, p. 1-15, abr. 2020.

YANG, J.; HE, E. M.; HU, Y. Q. Dynamic modeling and vibration suppression for an offshore wind turbine with a tuned mass damper in floating platform. **Applied Ocean Research**, v. 83, p. 21-29, dez. 2019.

YANG, Y.; BASHIR, M.; LI, C.; MICHAILIDES, C.; WANG, J. Mitigation of coupled wind-wave-earthquake responses of a 10 MW fixed-bottom offshore wind turbine. **Renewable Energy**, v. 157, p. 1171-1184, mai. 2020.

YANG, Y.; LI, C.; BASHIR, M.; WANG, J.; YANG, C. Investigation on the sensitivity of flexible foundation models of an offshore wind turbine under earthquake loadings. **Engineering Structures**, v. 183, p. 756-769, mar. 2019.

ZHANG, R.; ZHAO, Z.; DAI, K. Seismic response mitigation of a wind turbine tower using a tuned parallel inerter mass system. **Engineering Structures**, v. 180, p. 29-39, nov. 2019.

ZHOU, Z.; WEN, Y.; CAI, C.; ZENG, Q. **Fundamentals of structural dynamics**. [S.l.]: Elsevier, v. 1, p. 1-155, 2021.

ZUO, H.; BI, K.; HAO, H.; MA, R. Influences of ground motion parameters and structural damping on the optimum design of inerter-based tuned mass dampers. **Engineering Structures**, v. 227, p. 1-24, out. 2021.

ZUO, H.; BI, K.; HONG, H. using multiple tuned mass dampers to control offshore wind turbine vibrations under multiple hazards. **Engineering Structures**, v. 141, p. 303-315, mar. 2017.