HEBER CASTRO SILVA

ANÁLISE VIA SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE DEFORMAÇÕES POR ESTIRAMENTO EM CHAPA DE ALTA ESTAMPABILIDADE SUBMETIDAS A VÁRIAS CONDIÇÕES DE ATRITO

CURITIBA 2005

HEBER CASTRO SILVA

ANÁLISE VIA SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE DEFORMAÇÕES POR ESTIRAMENTO EM CHAPA DE ALTA ESTAMPABILIDADE SUBMETIDAS A VÁRIAS CONDIÇÕES DE ATRITO

Dissertação apresentada como requisito parcial à obtenção do grau de Mestre em Engenharia Mecânica, Curso de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Setor de tecnologia, Universidade Federal do Paraná.

Orientador: Dr. Paulo Victor Prestes Marcondes. Co-orientador: Dr.Walter Jesus Paucar Casas

TERMO DE APROVAÇÃO

HEBER CASTRO SILVA

ANÁLISE VIA SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE DEFORMAÇÕES POR ESTIRAMENTO EM CHAPA DE ALTA ESTAMPABILIDADE SUBMETIDAS A VÁRIAS CONDIÇÕES DE ATRITO

Dissertação aprovada como requisito parcial à obtenção de grau de Mestre em Engenharia Mecânica, no Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Setor de Tecnologia da Universidade Federal do Paraná.

Banca Examinadora:

Dr. Gilmar Ferreira Batalha

Ill Ball sele

Prof^a. Dr^a. Mildred Ballin Hecke UFPR

Prof. Dr. Paulo Victor Prestes Marcondes UFPR Presidente

Curitiba, 09 de setembro de 2005

Aos meus pais, Justino e Laura, e minha esposa Ana Paula

AGRADECIMENTOS

Ao orientador e co-orientador professores Paulo Victor Marcondes e Walter Jesus Paucar Casas, pela dedicação, amizade e orientação prestadas durante o desenvolvimento desse trabalho.

À minha esposa Ana Paula, pelo companheirismo e paciência nos momentos de ausência e reclusão necessários para o desenvolvimento desse trabalho.

À professora Mildred Ballin Hecke, por ter proporcionado o primeiro contato que tive com o programa utilizado nessa dissertação, e pelas sugestões feitas em momentos importantes da fase de desenvolvimento experimental.

Ao Nicolau Botelho, e à empresa ESSS pela licença provisória do "software" Ansys 9.0, e ao Ivo de Castro da Smarttech, que pacientemente prestou suporte técnico durante as simulações. Sem o suporte de ambos, este trabalho seria inviabilizado.

Ao colega Evandro Soldesi, que me colocou em contato com a empresa ESSS.

Ao Ravilson, pela ajuda prestada na fase experimental do trabalho.

À professora Helen C. Silva, minha irmã e bibliotecária particular, pela ajuda relativa à obtenção de material bibliográfico, etc.

Aos amigos Deuza Avellar, Maria Augusta, Amélia, ao Rogério Brant e sua equipe, pelos momentos de orientação, apoio e diversão durante o período de desenvolvimento deste trabalho.

À empresa Gestamp Paraná pela inspiração inicial para realização deste trabalho, e por ter proporcionado o encontro inicial com o professor Marcondes.

RESUMO

O comportamento de uma chapa metálica em operações de conformação mecânica depende não apenas de parâmetros intrínsecos do material, que definem sua conformabilidade em um ensaio de medição de conformabilidade, mas também dos diversos parâmetros de processo, como lubrificação, geometria, temperatura, estado da superfície das ferramentas, pressões de regulagem do sistema. A influência de cada um destes parâmetros no resultado final do processo de conformação, quando considerada a interação entre os mesmos, é de difícil determinação por métodos práticos. Por outro lado, o conhecimento do comportamento de uma chapa quando submetida a uma operação de conformação mecânica é de extrema importância para planejadores de produto, processo e ferramental, para que se possa obter produtos com qualidade e um nível de refugo aceitável. A simulação numérica pode contribuir de maneira significativa para a previsão desse comportamento ainda na fase de planejamento de produto. Com o objetivo de avaliar a capacidade do software ANSYS em fornecer algumas das informações descritas anteriormente, sobretudo a influência da lubrificação, experimentos encontrados na literatura foram modelados e analisados numericamente. Três geometrias de punção foram analisadas, e dois formatos de corpo de prova, com o objetivo de obter condições de conformação desde o estiramento, passando pelo estado plano de deformações até o embutimento profundo. O modelo de lubrificação utilizado foi o modelo de Coulomb, e a influência do coeficiente de atrito foi estudada em uma faixa de 0 até 0,20. A influência da distância nodal na malha também foi estudada repetindo o mesmo experimento com diferentes distâncias nodais da malha, e comparando-se os resultados. Uma hipótese simplificativa, constituída do uso de uma condição de engaste na chapa ao invés de modelar o prensa chapas também foi testada. Os diferentes formatos de punção modificaram as intensidades das deformações verdadeiras avaliadas, produzindo diferentes estados de deformação. O estudo da condição de lubrificação mostrou que o formato da curva de deformação verdadeira maior modifica-se com o uso de um coeficiente nulo ou um coeficiente de atrito maior que 0,15 (o comportamento da curva ro intervalo de 0 a 0,15 não foi avaliado). Os resultados da simulação mostraram-se sensíveis ao tamanho da malha empregada e à hipótese simplificativa testada.

Palavras chaves: conformabilidade, atrito, Nakazima, método dos elementos finitos

ABSTRACT

The behavior of a the sheet metal forming operation is related not only to the sheet metal properties, that defines its conformability in conformability tests, but also to different process parameters, like lubrication, geometry, temperature, surface quality of the tools, forming drawing pressure in the system. The influence of each one each one of these parameters in the final result of the forming process is of difficult determination by empirical methods, if considered the interaction between the different parameters. On the other hand, it is very important to the professionals responsible to process, product and tool design to know the behavior of the material in the process being planned, in order to obtain parts in accordance to the expected quality and scrap levels. The numeric simulation may contribute in a great manner to the prediction of the material behaviour yet during the product design phase. In order to verify the capability of the software ANSYS in to supply the above mentioned information mainly the lubrication role in the forming process, experiments found in the literature were numeric modeled and analyzed. Three different punch geometries and two blanks geometries were tested, in order to obtain the stretch, plain strain and deep drawing states. The used lubrication model was the Coulomb model and the lubrication coefficient was analyzed between 0 and 0,2. The hole of the nodal distance in the mesh was also analyzed by repeating the same experiment with different nodal distances, and comparing the results. One simplifying hypothesis analyzed was the use of restrictions to the nodes movement of the sheet instead of the use of draw beads. The different punch geometries modified the intensity of strain and produced different strain states. The analysis of the lubrication showed that the major strain diagram format changed with the use of a friction coefficient equal to zero or greater than 0.15 (the interval between 0 and 0.15 was not studied). The simulation results are sensible to the size of the mesh elements used and to the hypothesis used.

Key words: conformability, friction, Nakazima, finit element method

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO E OBJETIVOS	12
2. TEORIAS UTILIZADAS PARA PREVISÃO DOS LIMITES MÁXIMOS DE	
DEFORMAÇÃO	15
3. MODELAMENTO DO COMPORTAMENTO ANISOTRÓPICO DOS MATERI	IAIS
E LIMITES DE DEFORMAÇÃO ÚTEIS	22
3.1 MODELO DE BARLAT	23
3.2 DETERMINAÇÃO DO LIMITE ÚTIL DE DEFORMAÇÃO	25
4. CONTATO E ATRITO	31
4.1 MODELOS DE ATRITO	32
4.1.1 MODELO DE COULOMB	33
4.1.2 CONDIÇÕES DE ATRITO LOCALIZADO	34
4.2 MODELOS DE CONTATO	37
5. SIMULAÇÃO DE PROCESSOS DE ESTAMPAGEM VIA MÉTODO DOS	
ELEMENTOS FINITOS (MEF)	40
5.1 TIPOS DE CÓDIGOS DE SIMULAÇÃO:	41
5.2 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NÃO LINEARES	42
5.3 FORMULAÇÃO DE ELEMENTOS FINITOS	45
5.4 GERAÇÃO DA MALHA	47
6. METODOLOGIA EXPERIMENTAL	49
6.1 PRÉ-PROCESSAMENTO	50
6.1.1 GEOMETRIA DO PROBLEMA:	50
6.1.2 CONDIÇÕES DE CONTORNO E CARREGAMENTO:	52
6.1.3 CONDIÇÕES DE CONTATO E ATRITO	53
6.1.4 FORMULAÇÃO DA MALHA	54
6.1.5 ESPECIFICAÇÃO DA CHAPA	55
6.2 PROCESSAMENTO	56
6.3 PÓS-PROCESSAMENTO	57
7. RESULTADOS E DISCUSSÕES	58
7.1 ANÁLISE DE DEFORMAÇÕES PARA O PUNÇÃO DE RAIO 50mm	59
7.1.2 CORPO DE PROVA 200x200mm	59
7.1.3 CORPO DE PROVA 200x125mm	65
7.2 ANÁLISE DAS DEFORMAÇÕES PARA O PUNÇÃO PLANO:	69
7.2.1CORPO DE PROVA 200X200mm	69
7.2.2 CORPO DE PROVA 200X125mm:	72
7.3 ANÁLISE DE DEFORMAÇÕES PARA O PUNÇÃO DE RAIO 25mm	76
7.3.1 CORPO DE PROVA 200x200mm:	76
7.3.2 CORPO DE PROVA 200X125mm:	80
7.4 COMPARAÇÃO ENTRE OS MODOS DE DEFOMAÇÃO PARA CADA TIP	0
DE CORPO DE PROVAS EM FUNCÃO DO FORMATO DO PUNCÃO	84
8. CONCLUSÕES	88
8.1 RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS:	90
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	91

LISTA DE SIMBOLOS

Alfabeto Latino:		
Símbolo	Unidade	Descrição
a:	adimensional	Constante utilizada no modelo de Barlat
C:	adimensional	Constante utilizada no modelo de Barlat
D ₁ :	mm	Diâmetro maior final da elipse
D ₂ :	mm	Diâmetro menor final da elipse
e_1 :	adimensional	Maior deformação convencional
<i>e</i> ₂ :	adimensional	Menor deformação convencional
f_0 :	adimensional	Fator de imperfeição da Teoria de Marziniak e Kuczyñski
<i>h</i> :	adimensional	Constante utilizada no modelo de Barlat
K	Ра	Constante plástica de resistência na Equação de Holloman
K_1, K_2 :	adimensional	Invariantes de tensão do modelo de Barlat
L:	adimensional	Número de lubrificação
<i>m</i> :		Expoente de Barlat
<i>n</i> :	adimensional	Coeficiente de encruamento
<i>p</i> :	adimensional	Parâmetro anisotrópico do modelo de Barlat
p_{Hertz} :	Ра	Pressão de contato de Hertz
\mathbf{R}_{α} :	adimensional	Coeficiente de Anisotropia de Lankford. O coeficiente α indica
	-	o ângulo em relação ao sentido de laminação
Ra:	? m	Rugosidade superficial
$t_{(a)}$:	Mm	Espessura nominal do material no modelo de Marziniak e
		Kuczyński
$t_{(b)}$:	Mm	Espessura da imperfeição (modelo de Marziniak e Kuczyňski)
	m/s	Somatorio de velocidades
[[F]]:	adimensional	Vetor das cargas externas
$[F^a]$:	adimensional	Vetor das cargas aplicadas
$\left[F_{i}^{nr}\right]$:	adimensional	Vetor de retorno das cargas aplicadas
$\begin{bmatrix} K_i^T \end{bmatrix}$:	adimensional	Matriz tangente
[<i>K</i>]:	adimensional	Matriz de rigidez
[<i>u</i>] :	adimensional	Matriz de deslocamentos nos graus de liberdade desconhecidos
$[u]_i$:	adimensional	Matriz de deslocamento convergida (<i>i</i> = passo de iteração)
Alfabeto Grego		
$\boldsymbol{\varepsilon}_l$:	adimensional	Maior deformação verdadeira
ε_2 :	adimensional	Menor deformação verdadeira
<i>E</i> ₃ :	adimensional	Deformação verdadeira na espessura
σ_{l} :	Ра	Tensão verdadeira no sentido do eixo 1 (plano da chapa)
σ_2 :	Ра	Tensão verdadeira no sentido do eixo 2 (plano da chapa).
σ_3 :	Ра	Tensão verdadeira no sentido do eixo 3 (perpendicular ao plano
		da chapa)
τ:	Ра	Tensão de cisalhamento
$\mu, \mu_{EHD}, \mu_{LI}, \mu_{LM}$	adimensional	Coeficiente de atrito. Os coeficientes indicam o tipo de
		lubrificação
η _i :	Pa.s	Viscosidade dinâmica inicial do lubrificante
θ	Grau	Ângulo entre a imperfeição e o eixo correspondente à
		deformação verdadeira (modelo de Marziniak e Kuczyñski)

ABREVIATURAS

CCC: Cúbico de Corpo Centrado

CFC: Cúbico de Face Centrada

CLC: Curva Limite de Conformação

EHD: Regime de lubrificação elasto hidrodinâmico

LL: Regime de lubrificação limítrofe

LM: Regime de lubrificação mista

MEF: Método dos Elementos Finitos

DEFINIÇÕES:

Epto1= ε_1 Epto2= ε_2 Epto3= ε_3

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 - Perturbação na superfície da chapa, segundo Evangelista (2000) Figura 2.2 - Representação do Modelo de Marziniak- Kuczyñski, segundo Cao (2000)	17 19
Figura 3. 1- Corpo de prova ensaiado para obtenção da curva CLC à estricção segundo Lob (2003)	5ão 25
Figura 3. 2- Exemplo de curva limite de conformação, adaptado de Cao (2002)	26
Figura 3. 3 - Corpos de prova deformados após ensaio de Nakazima com destaque para as regiões de fratura, segundo Knockaert et al (2001)	27
Figura 3.4 - Corpos de prova para ensaio Nakazima, segundo Srour (2002)	28
Figura 3.5 - Diferentes curvas CLC de acordo com o critério de falha segundo Lobão (2003	3). 29
Figura 4. 1 - Contato entre dois corpos: (a) ausência de condição de contato, (b) estado de contato. Adaptado de Ziekiewicz e Taylor (2000).	31
Figura 4. 2 - Descrição usual da força de atrito, segundo Haar (1996).	33
Figura 4. 3 - Curva Generalizada de Stribeck, adaptada de Haar (1996)	35
Figura 4. 4 - Deformações principais ao longo da linha media da secção da chapa, adaptado Haar (1996).	o de 36
Figura 4. 5 - Variação da força do punção em função de seu deslocamento, adaptado de (H 1996)	aar, 37
Figura 4. 6 - Representação do modelo de contato de Westeneg (2001).	39
Figura 5.1 - Método de solução de Newton Raphson para uma iteração, segundo Costa (20)03)
Figura 5. 2 - Procedimento incremental de Newton Raphson, segundo Costa (2003)	44 45
Figura 6. 1 - Ferramenta para ensaio de Nakazima, conforme Chemin (2004)	51
Figura 6. 2 - Modelamento do punção e matriz	51
Figura 6.3 - Modelos de Punção para levantamento da Curva Limite de Conformação,	50
Figura 6 4 – Restrições aos graus de liberdade para a chapa	52
Figura 6. 5 - Configuração da malha para os diferentes punções	55
Figura 7. 1 - Malha refinada para punção de R=50mm e corpo de prova de 200x200mm Figura 7. 2 - Influência do número de elementos na distribuição de deformação verdadeira	60
	60
Figura 7. 3 - Influencia da condição de fixação da chapa. Figura 7. 4 - Variação da deformação verdadeira maior em função da distância do centro d	61 0
punção e do coeficiente de atrito.	61
Figura 7. 5 - Deformação verdadeira maior . Punção com raio de 50mm e corpo de prova 200x200mm	63
Figura 7. 6 - Deformação verdadeira menor . Punção com raio de 50mm e corpo de prova 200x200mm	63
Figura 7. 7 - Deformação verdadeira na espessura . Punção com raio de 50mm e corpo de prova 200x200mm	64
Figura 7. 8 - Espessura. Punção com raio de 50mm e corpo de prova 200x200mm	64
Figura 7.9 - Malha utilizada para punção de raio 50mm e corpo de prova 200x200mm	65

Figura 7. 10 - Comparação entre a distribuição de deformação verdadeira maior com os dados
obtidos por Chemin (2004)
Figura 7. 11 - Deformação verdadeira maior . Punção com raio de 50mm e corpo de prova 200x125mm
Figura 7. 12- Deformação verdadeira menor . Punção com raio de 50mm e corpo de prova
Figura 7. 13- Deformação verdadeira na espessura . Punção com raio de 50mm e corpo de prova 200x125mm
Figura 7 14- Espessura Punção com raio de 50mm e corpo de prova 200x125mm 68
Figura 7. 15-Comparação entre a distribuição de deformação verdadeira maior com os dados
obtidos por Chemin (2004)
Figure 7, 16 Malha utilizada: punem plano e corno de prova 200x200mm 70
Figura 7. 10 – Mania dunzada, punção plano e corpo de prova 200x200mm
Figura 7. 17– Deformação verdaderra maror . Punção prano e corpo de prova 200x200mm.
Maina com refinamento local 70
Figura 7. 18– Deformação verdadeira menor . Punção plano e corpo de prova 200x200mm . 71
Figura 7. 19- deformação verdadeira na espessura. Punção plano e corpo de prova
$200 \times 200 \text{ mm}$
Figura 7. 20 – Distribuição de espessura . Punção plano e corpo de prova 200x200mm 72
Figura 7. 21 - Malha utilizada para punção plano e corpo de prova 200x125mm
Figura 7. 22 - Deformação verdadeira maior: punção plano e corpo de prova 200x125mm73
Figura 7. 23- Deformação verdadeira maior . Punção plano e corpo de prova 200x125mm74
Figura 7. 24- Deformação verdadeira menor . Punção plano e corpo de prova 200x125mm75
Figura 7. 25- Deformação verdadeira na espessura . Punção plano e corpo de prova
200x125mm
Figura 7. 26 – Espessura final. Punção plano e corpo de prova 200x125mm
Figura 7. 27- Deformação verdadeira maior: punção com raio igual a 25mm e corpo de prova 200x200mm
Figura 7. 28- Deformação verdadeira maior . Punção com raio de 25mm e corpo de prova
200x200mm
Figura 7. 29- Deformação verdadeira menor . Punção com raio de 25mm e corpo de prova 200x200mm
Figura 7. 30 - Deformação verdadeira ao longo da espessura . Punção com raio de 25mm e
corpo de prova 200x200mm
Figura 7. 31- Espessura ao longo da espessura . Punção com raio de 25mm e corpo de prova
200x200mm
Figura 7. 32 - Malha utilizada para punção de raio 25mm e corpo de prova 200x125mm80
Figura 7, 33- Deformação verdadeira major: punção em forma de elipse profunda e corpo de
prova 200x125
Figura 7 34- Deformação verdadeira major Punção com rajo de 25mm e corpo de prova
200x125mm
Figura 7 35 - Deformação verdadeira menor Punção com raio de 25mm e corpo de prova
200v125mm
Eigure 7.26 Deformação vordadoire ao longo da ospossura. Punção com reio do 25mm o
rigura 7. 50- Deformação vertuadema ao longo da espessura : 1 unção com faio de 25mm e
Corpo de prova 200x125mm
Figura 7. 57- Espessura da chapa. Punção 25mm de raio, corpo de prova 200x125mm84
Figura /. 38 - Deformação verdadeira maior. Corpo de prova 200x200mm, três geometrias de
$\begin{array}{c} \text{punçao} \\ \text{Eigung 7, 20} Defermine a second data material for material and the second data material for the second dat$
rigura 7. 59- Deformação verdadeira maior. Corpo de prova 200x125mm, tres geometrias de
punçao

LISTA DE TABELAS

Tabela 6. 1 – Tipo e quantidade de elementos utilizados	55
Tabela 6. 2 - propriedades da chapa DC 06 utilizada	55
Tabela 6. 3 - condições iniciais de simulação	56

CAPITULO 1: INTRODUÇÃO E OBJETIVOS

A combinação entre resistência e facilidade de transformação fez com que o aço se tornasse a principal matéria prima na construção de bens de consumo duráveis. Paralelamente, o processo de construção dos moldes para estampagem de peças, é uma das principais fases do processo de desenvolvimento de vários destes produtos, como os automóveis, por exemplo.

Tradicionalmente, os moldes de estamparia são projetados por pessoas altamente experientes reste ramo de atuação, e capazes de determinar qual a melhor configuração do processo de estampagem para cada formato de peça. Mesmo assim, após a confecção dos moldes são necessários ajustes antes da finalização e entrega do mesmo para produção. Os ajustes são feitos produzindo-se um certo número de peças e usinando-se o molde manualmente onde necessário para que o produto alcance a especificação do cliente.

Considerando-se a crescente pressão dos fabricantes por ciclos de desenvolvimento de produtos mais curtos, pode-se afirmar que a previsão do comportamento dos moldes através da simulação numérica é uma importante ferramenta de projeto, pois permite a diminuição do número de testes práticos necessários antes da finalização e entrega do molde ao cliente, bem

como a previsão das zonas críticas de estiramento ou deformação das peças, permitindo que modificações sejam feitas no molde, ou mesmo no produto ainda na fase de projeto.

A qualidade dos resultados obtidos por simulação em muito depende da qualidade dos dados de entrada do problema: características mecânicas da matéria prima, características do lubrificante, parâmetros do processo, geometria, e também dos parâmetros de simulação escolhidos, especialmente o da malha utilizada.

O objetivo deste trabalho é investigar a influência de alguns destes parâmetros no processo de simulação de conformação de chapas metálicas, bem como a capacidade do "software" escolhido em representar o caminho de deformação e as deformações críticas em processos de estampagem.

Para tanto, será utilizado o ensaio de Nakazima. Este ensaio será modelado através do "software" LS-Dyna, e os dados obtidos comparados com resultados encontrados na literatura.

Dois parâmetros em particular serão analisados: efeito do número de nós da malha e efeito da lubrificação no processo de estampagem.

Para atingir os objetivos propostos neste trabalho, primeirament e são apresentados no Capítulo dois os principais critérios de plasticidade encontrados na literatura. O objetivo do capítulo é apresentar de forma qualitativa os principais critérios utilizados para prever o limite de deformação útil do material, e as hipóteses associadas a cada critério. Os detalhes das formulações matemáticas destes critérios não são apresentados, pois podem ser encontrados na literatura referenciada.

Posteriormente, o Capítulo três discute a curva limite de conformação. São apresentados os procedimentos necessários para obtenção da Curva Limite de Conformação, bem como aplicações da mesma associadas à resolução de problemas de conformação encontradas em trabalhos recentes.

O Capítulo quatro discute os modelos de atrito de Coulomb e o modelo de Stribeck, bem como os modelos de contato encontrados na literatura. O objetivo do capítulo é apresentar o modelo de contato e atrito utilizado na simulação, bem com explorar possíveis melhorias em modelos a serem desenvolvidos posteriormente.

O Capítulo cinco trata principalmente dos aspectos relacionados ao tipo de "software" escolhido para a simulação, e da representação do modelo através de uma malha discreta.

O Capítulo seis trata do método experimental utilizado e da forma de modelamento do problema estudado. Neste capítulo, os conceitos apresentados nos capítulos quatro e cinco são utilizados para representar o ensaio de Nakazima de acordo com o Método de Elementos Finitos. Resultados encontrados na literatura são utilizados para fazer a calibração do modelo.

Conhecendo a precisão das respostas para este tipo de problema com os parâmetros introduzidos, os testes realizados por Chemin (2004) de forma prática são reproduzidos pelo Método de Análise por Elementos Finitos e os dois resultados são comparados.

No Capítulo sete são apresentados os resultados obtidos, e sua comparação com os resultados de literatura.

No Capítulo oito, são apresentadas as conclusões e sugestões para trabalhos futuros.

CAPÍTULO 2 TEORIAS UTILIZADAS PARA PREVISÃO DOS LIMITES MÁXIMOS DE DEFORMAÇÃO

O processo de conformação mecânica de chapas é um dos processos mais importantes entre os processos de fabricação envolvendo o aço.

Contudo, a construção do ferramental necessário para obtenção das formas geométricas desejadas é bastante caro e demorado.

Desta forma, é importante se conhecer durante o projeto de uma peça, o limite de deformação ao qual o material a ser usado suporta, evitando-se excesso de refugos durante a produção em série, ou mesmo inviabilidade do projeto inicialmente proposto. Este limite é determinado pela ocorrência de instabilidades mecânicas que podem ter a forma de redução excessiva da espessura da chapa (estricção), ou enrugamento.

A falha por enrugamento ocorre quando as tensões dominantes são compressivas, tendendo a causar aumento da espessura do material. Já a estricção ocorre quando o estado de tração causa um aumento na área superficial da chapa, que é compensado pela redução da espessura.

Como os ensaios a serem simulados resta dissertação estão associados à falha por estricção, o presente capítulo traz um resumo das principais teorias utilizadas para prever esta falha.

Segundo Fernandes e Al-Qureshi (1999), existem dois tipos de estricção: a difusa e a localizada.

A estricção difusa acontece em uma área extensa do material quando comparada à espessura do mesmo.

A estricção localizada ocorre em uma área restrita do material em que o estado de deformação passa a ser o de deformação plana, e culmina com o rompimento do material.

Observações experimentais apontam que este limite depende das características do material deformado, da taxa de deformação principal, e do histórico de deformação.

A seguir, são apresentadas as principais teorias utilizadas para prever o limite de conformação para chapas metálicas.

2.1 TEORIA DAS INSTABILIDADES PLÁSTICAS

Essa teoria estabelece o modelo matemático representativo de dois eventos: estricção difusa e localizada.

A estricção difusa acontece quando o carregamento ao qual o material é submetido é tal que um gradiente de deformações surge e se espalha por uma grande região. Este gradiente de deformações difere muito de uma distribuição homogenia de deformação.

A partir desse ponto, à medida que o carregamento prossegue, as deformações passam a se concentrar em uma estreita região do material, originando a estricção local. A deformação concentrada em uma região causa um aumento da área em uma região específica do material, formando um perfil esférico localizado, que é percebido como estrias na superfície do material Oleniak (2003).



Figura 2.1 - Perturbação na superfície da chapa, segundo Evangelista (2000).

Segundo Menezes (1995) existem dois critérios principais para descrever a estricção difusa: o critério de Swift e o critério de Dorn.

O critério de Swift foi criado considerando-se que as duas componentes da força no plano da chapa atingem simultaneamente a tensão máxima na direção da tensão principal.

O critério de Dorn considera a situação em que apenas um componente da força atinge a tensão máxima na direção da tensão principal. Esse critério tem sido apontado como mais significativo para a análise de operações de estiramento.

O primeiro critério para descrição da estricção localizada foi criado por Hill (1952). Esse critério considera que a falha no material é œasionada por uma descontinuidade na velocidade ou tensão.

O critério de Hill considera chapas em estado plano de tensão, para casos em que a relação $\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}$ é negativa ou igual à zero. Nesse caso, existe uma faixa chamada de faixa de extensão zero, onde ocorre cisalhamento puro ou deformação plana, em que ocorre a estricção.

De acordo com o critério de Hill, o encruamento produzido pelo primeiro incremento de deformação não deve ultrapassar um valor crítico, suficiente para inibir sua continuidade, fazendo com que a deformação se desenvolva em outra região qualquer.

Por considerar os casos em que a relação $\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}$ é negativa ou igual a zero, o critério de Hill não pode ser utilizado para casos em que d $\varepsilon_2 > 0$, como a tensão bi-axial plana.

2.2 TEORIA DE MARZINIAK-KUCZYÑSKI

O modelo para determinação do limite deformação de Marziniak e Kuczyñski considera defeitos iniciais na estrutura ou espessura da chapa. Nestas regiões a resistência da chapa é menor, favorecendo o surgimento de estricção localizada na direção normal à deformação principal.

Tal modelo pode ser representado por um material contendo duas regiões geralmente referenciadas como regiões A e B, sendo a região A a de espessura nominal do material, e a região B uma fenda produzida artificialmente no material representando uma imperfeição, conforme indicado na Figura 2.1.

Devido à imperfeição criada na região B, a espessura do material é reduzida mais rapidamente nesta região, até que em um ponto da curva de carregamento, a deformação passa de deformação biaxial para o estado plano de deformação, ocorrendo então a estricção localizada (Cao, 2000).

A imperfeição pré-existente é caracterizada por um parâmetro conceitual f_0 conforme Equação (2. 1), e está correlacionado à distribuição não uniforme de impurezas, variação de textura, diferenças em tamanho e orientação dos grãos do material, porosidade e outros (Bressan, 1997).

O fator f_0 pode ser equacionado como:

$$f_0 = \frac{t_{(a)}}{t_{(b)}}$$
(2.1)

Onde:

 $t_{(a)}$: espessura nominal do material

 $t_{(b)}$: espessura da imperfeição

Alguns estudos mostram que a magnitude do fator de imperfeição pode não concordar com valores experimentais (Stören e Rice, 1975; Menezes, 1995).

Este modelo tem sido objeto de várias pesquisas, e proposições para melhorar sua precisão.

No modelo original, a fenda artificial foi produzida na direção perpendicular à tensão principal. Segundo Cao (2000), estudos posteriores mostram que esta condição leva à previsão de limites de conformação imprecisos. A partir desta observação, modelos que levam em conta a modificação do ângulo da fenda em relação aos esforços principais têm sido desenvolvidos. No mesmo trabalho, foi investigada a utilização de um critério de escoamento

referenciado como critério de Karafillis e Boyce juntamente como modelo de Marziniak-Kuczyński, estudando a conformação de ligas metálicas e a influência do histórico de deformação sobre o resultado final, tendo encontrado boa correlação com resultados publicados anteriormente.

Em um trabalho posterior, Cao e Yao (2002) utilizaram os modelos Marziniak-Kuczyński e o critério de escoamento de Karafillis e Boyce, levando em consideração o efeito Bauschinger, que é um fenômeno mecânico que ocorre em ligas metálicas, cuja tensão de escoamento diminui após um pré-carregamento na direção reversa.

Stachowicz (2003), propôs uma forma de cálculo para o fator de imperfeição f_0 , que geralmente é utilizado apenas como um fator de ajuste entre os resultados práticos e resultados de simulação.



Figura 2.2 - Representação do Modelo de Marziniak-Kuczyñski, segundo Cao (2000)

Fernandez e Al-Qureschi (1999), construíram um dispositivo para ensaios biaxiais, e compararam os resultados de deformação máxima obtidos neste ensaio, com os obtidos pelo modelo teórico de Marziniak-Kuczyñski e pelo ensaio de embutimento, concluindo que as diferenças encontradas entre as teorias baseadas no modelo de Marziniak-Kuczyñski não se devem apenas à curvatura do punção ou pressão normal à superfície, não consideradas nestas teorias.

2.3 TEORIA DE STÖREN E RICE

A partir de estudos anteriores a respeito dos conceitos envolvidos na estricção localizada, Stören e Rice (1975) constituíram um modelo simplificado para a previsão do surgimento da estricção localizada.

Até então, a formação de estricção localizada podia ser prevista pela teoria de Hill, que se limitava aos casos em que $\frac{d\varepsilon_2}{d\varepsilon_1} < 0$, ou assumindo a existência de defeitos superficiais no

material, segundo a teoria de Marziniak-Kuczyñski.

A teoria de Stören e Rice busca prever a formação da estricção localizada para os casos de tensão biaxial, em que $\frac{d\varepsilon_2}{d\varepsilon_1} > 0$, sem a necessidade de assumir a existência de defeitos superficiais no material.

Segundo esta teoria, o surgimento da estricção localizada acontece a partir da formação de vértices ou cantos nas superfícies de escoamento de chapas submetidas ao estiramento biaxial. Estes vértices estão associados aos planos de escorregamento de um policristal, e se desenvolvem durante a expansão da superfície de escoamento sem a necessidade de um defeito macroscópico no plano da chapa.

Embora os resultados desta teoria tenham encontrado boa aproximação com resultados publicados anteriormente, os autores indicaram que seria necessária uma descrição mais detalhada do mecanismo de encruamento.

2.4 TEORIA DE BRESSAN E WILLIAMS

Em trabalhos anteriores, como o de Stören e Rice (1975), pode-se perceber que a tensão de cisalhamento tem um papel importante na definição do limite de deformação que leva à estricção localizada. A partir deste fato, Bressan e Willians (1983), investigaram o papel da tensão de cisalhamento no controle da formação da estricção localizada.

O critério de Bressan e Willians assume que existe uma direção inclinada em relação à espessura do material, na qual um elemento de material não muda de comprimento, e a instabilidade na tensão de cisalhamento se inicia. Esta consideração corresponde a estender o critério utilizado por Hill para a espessura da chapa.

A comparação entre os resultados obtidos por esta teoria e os resultados provenientes da teoria de Stören e Rice revela boa correlação para a maioria dos valores de expoente de encruamento (n) encontrados experimentalmente. Devido à similaridade das curvas obtidas com os dois critérios, Bressan e Willians, concluíram que a bifurcação em relação a um estado

de deformação uniforme devido a um vértice na superfície de escoamento corresponde a uma tensão de escoamento crítica.

Com relação aos dados experimentais, a teoria de Bressan e Williams apresenta boa correlação para materiais com valores de n acima de 0,4. Para valores abaixo de 0,25, os valores obtidos por Bressan e Williams sub-estimam os valores de deformação limite. Para esta faixa de valores a teoria de Marziniak-Kuczyñski apresenta melhor correlação com os resultados experimentais.

O presente capítulo apresentou as principais teorias utilizadas para prever o fenômeno de estricção, que é o modo de falha a ser estudado ao longo da dissertação.

A teoria de Hill (Hill, 1952) é limitada, por tratar apenas das deformações verdadeiras ε_2 menores que zero.

A teoria de Marziniak-Kuczyński supera esta limitação, e é capaz de prever o limite de deformação para toda a faixa de deformação ε_2 . Esta teoria tem sido utilizada em vários estudos recentes em conjunto diferentes critérios de escoamento com o intuito de melhorar sua capacidade de previsão de falha.

Em comparação à teoria de Marziniak-Kuczyñski, poucos trabalhos atuais se referem às teorias de Stören e Rice, e Bressan e Willians.

CAPÍTULO 3

MODELAMENTO DO COMPORTAMENTO ANISOTRÓPICO DOS MATERIAIS E LIMITES DE DEFORMAÇÃO ÚTEIS

O sucesso da análise via Método dos Elementos finitos na predição da máxima deformação útil de um material depende em grande parte da precisão dos dados que descrevem o comportamento do material sendo empregado.

Um dos principais fatores relativos ao material em análises envolvendo grandes deformações é o seu comportamento plástico.

Durante o seu processo de fabricação, as chapas metálicas passam por processos de laminação, que atribuem aos grãos do material um alinhamento dos seus planos cristalográficos na direção de laminação. Esta condição cria a anisotropia plástica, que significa uma diferença entre as propriedades na direção de laminação e nas direções transversais. Desta forma, a curva tensão-deformação e propriedades como tensão de escoamento, força de tração e taxa de encruamento, apresentam características diferentes dependendo do sentido em que são medidas.

O índice utilizado para quantificar estas diferenças é o Índice de Anisotropia Plástica, ou Coeficiente de Anisotropia de Lankford, R. Este índice é definido como a razão da deformação verdadeira na largura e a deformação verdadeira na espessura no teste de um corpo de prova padrão, de comprimento útil de 50 mm.

Vários modelos podem ser encontrados na literatura para descrever a influência da anisotropia sobre as condições de plasticidade. Abrantes e Batalha utilizam dois destes modelos, o modelo de Barlat e o modelo de Castro & Pierce, para simular o teste de conformação de chapas por pressão hidrostática via Método dos Elementos Finitos. O estudo é apresentado em Abrantes e Batalha (2003).

Neste capítulo, o modelo de Barlat descrito em Barlat e Lian (1989), será apresentado juntamente com uma breve descrição das principais propriedades mecânicas envolvidas. Posteriormente, o mesmo modelo será utilizado para descrever a chapa de aço na simulação do ensaio de Nakazima, descrito no Capítulo 6.

Ainda reste capítulo, é apresentada a Curva limite de conformação, que comumente é utilizada para avaliar a máxima deformação útil de um material, e com a qual foram obtidos os resultados apresentados em Chemin (2004), que serão comparados com os dados obtidos via Método dos Elementos Finitos neste trabalho.

3.1 MODELO DE BARLAT

Em Barlat e Lian (1989), é apresentado um modelo matemático para descrever o comportamento plástico de chapas anisotrópicas submetidas ao estado plano de tensões. Tal modelo permite o uso do Coeficiente de Anisotropia de Lankford nas direções paralela ao sentido de laminação (R_{00}), a 45° (R_{45}) e a 90° (R_{90}) em relação à direção de laminação.

O critério de escoamento estudado é definido por:

$$a|K_1 + K_2|^m + a|K_1 - K_2|^m + c|2K_2|^m = 2\sigma_Y^m$$
(3.1)

onde: s _Y é a tensão de escoamento.

 $K_1 e K_2$ são os invariantes de tensão definidos como:

$$K_1 = \frac{\sigma_x - h\sigma_y}{2} \tag{3.2}$$

$$K_2 = \sqrt{K_1 + p^2 \tau_{xy}^2}$$
(3.3)

e as constantes a, c e h são definidas como:

$$a = 2 - 2\sqrt{\frac{R_{00}}{1 + R_{00}} \frac{R_{90}}{1 + R_{90}}}$$
(3. 4)

$$c = 2 - a \tag{3.5}$$

$$h = \sqrt{\frac{R_{00}}{1 + R_{00}} \frac{1 + R_{90}}{R_{90}}}$$
(3.6)

O valor de *p* em na Equação (3. 3) pode ser obtido de forma iterativa, e o valor de *m* recomendado é igual a 8 para materiais com redes cristalinas cúbica de face centrada (CFC), e 6 para materiais com redes cristalinas cúbica de corpo centrada (CCC).

A resistência do material após a tensão de escoamento (parte plástica da curva tensãodeformação) pode ser descrita pela Equação de Holloman (3. 7):

$$\sigma = K\varepsilon^n \tag{3.7}$$

Em (3. 7), o expoente n é o coeficiente de encruamento do material, e determina o aumento de tensão para cada incremento de deformação e K é a constante plástica de resistência.

Os valores de K e n podem ser obtidos reescrevendo-se a Equação (3. 7) conforme (3. 8). Assim obtém-se uma reta quando os valores são transcritos para um gráfico log-log. Neste gráfico, n representa a inclinação da reta, e K é definido como o valor de tensão correspondente a 1% de deformação.

$$\log \sigma = \log K + n \log \varepsilon \tag{3.8}$$

3.2 DETERMINAÇÃO DO LIMITE ÚTIL DE DEFORMAÇÃO

Conforme apresentado no Capítulo 2 desta dissertação, quando o carregamento ao qual o material é submetido atinge um determinado nível, surgem instabilidades plásticas que geram a redução de espessura do material, chamada de estricção (Figura 3. 1), e terminam com o rompimento do material, limitando a deformação útil do mesmo.

A curva limite de conformação, ou curva CLC, é um conjunto de pontos formados pelas deformações principais $\varepsilon_1 \in \varepsilon_2$ que indicam o limite de conformação de um material para estados de deformação desde o embutimento, em que toda a deformação em um dos sentidos (ε_1) da deformação principal é compensado pela deformação no sentido perpendicular ao mesmo (ε_2) , passando pelo estado plano de deformações, em que a deformação ε_1 é compensada por uma redução de espessura, até o estiramento, em que os valores de $\varepsilon_1 \in \varepsilon_2$ aumentam.



Figura 3. 1- Corpo de prova ensaiado para obtenção da curva CLC à estricção segundo Lobão (2003)

As chapas de metal apresentam uma curva CLC típica, como a indicada na Figura 3.2.

Esta curva é utilizada em campo para se obter uma comparação entre as deformações encontradas quando os produtos em análise são conformados em determinadas geometrias e os limites de conformação do material encontrados na curva CLC.

A curva CLC de um material é dependente de diversos parâmetros, e para que se obtenha os benefícios da mesma na análise de um processo de conformação, é necessário avaliar cuidadosamente cada parâmetro. Contudo, os experimentos para se obter uma curva CLC são demorados e torna-se praticamente impossível analisar a influência de cada parâmetro individualmente.



Figura 3. 2- Exemplo de curva limite de conformação, adaptado de Cao (2002)

Assim, a análise teórica através de simulação das curvas CLC torna-se uma ferramenta bastante importante na análise de problemas de conformação mecânica.

Conforme apresentado em Stoughton (1998), a curva CLC é válida apenas para casos em que o carregamento é proporcional, ou seja, a razão entre ε_1 e ε_2 é constante. Contudo, devido à facilidade de medição da deformação, e da falta de um critério melhor, a curva CLC baseada em deformações principais continua sendo o principal instrumento na avaliação da severidade das deformações. Além disso, observações práticas e de simulações via Método dos Elementos Finitos têm mostrado que, em geral, as deformações dos primeiros estágios de conformação de peças estampadas, que são os estágios mais críticos das operações de estampagem, são praticamente proporcionais. Por estas razões, a dependência da curva CLC em relação ao caminho de deformação constantemente é desconsiderada.

Os ensaios mais utilizados para elaboração da curva CLC são o IRSID e o ensaio de Nakazima. O método IRSID utiliza corpos de prova de tração com entalhes e ensaios de embutimento, como Erichsen e Swift. O método de Nakazima utiliza apenas uma ferramenta, sendo o mais simples e mais utilizado.

Os corpos de prova utilizados no método de Nakazima possuem formato retangular, podendo ter entalhes semi-circulares nas laterais. Os corpos de prova com entalhe induzem a deformação do material a uma condição de embutimento profundo, pois a peça não é presa em toda sua extensão pelo prensa chapas, havendo escoamento do material para dentro da matriz. Já os corpos de prova sem entalhe, ficam presos em todo seu contorno pelo prensa chapas, assim sendo, a deformação ocorre por estiramento (Figura 3. 3).

Vários corpos de prova são utilizados, com crescentes comprimentos da lateral, desde o corpo de prova mais delgado, até o quadrado. Cada tamanho de corpo de prova vai gerar um ponto na curva CLC.

Para obtenção dos valores das deformações principais após a conformação dos corpos de prova, é gerada uma malha sobre cada corpo de prova, como mostrado na Figura 3.4.

As malhas geralmente são impressas nos corpos de prova por meio eletroquímico, foto impressão, laser de baixa potencia, ou serigrafia, conforme indicado em Srour (2002).



Figura 3. 3 - Corpos de prova deformados após ensaio de Nakazima com destaque para as regiões de fratura, segundo Knockaert et al (2001)

Os elementos da malha são medidos após a conformação e os dados são utilizados nas equações (3. 7) a (3. 10) para calcular as deformações verdadeiras.

$$e_1 = \frac{(D_1 - D_0)}{D_0}$$
(3.7)

$$\varepsilon_1 = \ln(1 - e_1) \tag{3.8}$$

$$e_2 = \frac{(D_2 - D_0)}{D_0} \tag{3.9}$$

$$\varepsilon_2 = \ln(1 - e_2) \tag{3.10}$$



Figura 3.4 - Corpos de prova para ensaio Nakazima, segundo Srour (2002).

Dependendo do objeto de estudo, pode-se variar parâmetros do processo, como a velocidade deformação, condições de atrito, ou histórico da deformação.

A conformação pode terminar com o início de fratura, ou até o início de estricção visível. Estes dois estágios de conformação geram respectivamente a curva limite de conformação à fratura, e a curva limite de conformação à estricção.

A Figura 3.5 - Diferentes curvas CLC de acordo com o critério de falha segundo Lobão (2003)apresenta diferentes curvas limite de conformação de acordo com o tipo de ponto escolhido. A curva inferior (linha cheia) foi obtida apenas com os pontos sem falha, que apresentam um nível de deformação menor que o da linha superior (pontilhada), obtida tanto com pontos que falharam quanto com pontos que não apresentaram falha.

A curva CLC pode ser dividida em três regiões, de acordo com a deformação verdadeira maior ε_2 (Menezes, 1995; Lobão, 2003):

 Quando ε₂ >0, a região é de estiramento. Nesta região, ambas as deformações são positivas, e a estricção antes da falha tende a ser difusa.

- Quando ε₂ =0, a região é de deformação plana, ocorrendo um afinamento do material, ocasionando antes da ruptura, uma estricção localizada.
- Quando ε₂ <0, existe uma certa compensação entre as duas deformações, ocorrendo uma pequena variação na espessura.



Figura 3.5 - Diferentes curvas CLC de acordo com o critério de falha segundo Lobão (2003).

Quando a combinação das medidas de ε_1 e ε_2 resulta em um ponto acima da curva CLC teórica do material, a operação deve ser considerada inviável, pois se encontra na área de ruptura. Se ε_1 e ε_2 resultam em um ponto sobre a curva CLC ou próxima da mesma, a operação é considerada como crítica. Segundo Buchar (1996), a área crítica representa 5 a 10% de ε_1 , e as operações com pontos resta área falham de maneira aleatória, ou seja, uma grande porcentagem de refugo é esperada. Por sua vez, abaixo da faixa de 5 a 10% de ε_1 , é a região em que a combinação de ε_1 e ε_2 é considerada viável para uma operação de conformação.

Em Buchar (1996) a curva CLC foi utilizada para analisar problemas de fratura ocorridos na produção de painéis internos de portas de automóveis, com o objetivo de diminuir o refugo durante a operação de estampagem. O formato deste tipo de peça é bastante complexo, exigindo embutimento profundo em varias regiões, assim como estiramento.

Em Srour (2002), a curva limite de conformação à fratura foi utilizada para estudar a conformabilidade do aços ST4 LG (DIN 1624) utilizado na construção de uma peça automotiva, com o intuito de verificar a viabilidade de sua substituição pelo aço G4 RL, permitindo a nacionalização da matéria prima da peça.

Lobão et al (2003), apresenta uma comparação entre a estampabilidade de três aços baixo carbono utilizando a curva CLC, e analisa a capacidade de reprodução qualitativa e quantitativa do processo de conformação através de simulação numérica.

Neste capítulo foram revisados os conceitos de anisotropia e encruamento, bem como a teoria de Barlat, que descreve o comportamento do material no estado plástico segundo estas variáveis.

Também foram revisados os conceitos relacionados ao limite de conformação do material utilizado nos ensaios a serem reproduzidos via Método dos Elementos Finitos no Capítulo seis.

Posteriormente foi apresentado um método utilizado para se determinar o limite máximo de deformação que o material pode suportar sem apresentar estricção ou ruptura, a curva limite de conformação. Os principais passos para obtenção desta curva foram apresentados, assim como aplicações recentes das mesmas encontradas na literatura.

CAPÍTULO 4 CONTATO E ATRITO

Todo processo de conformação mecânica consiste de uma ou mais ferramentas e uma peça, à qual se deseja dar um determinado formato. Assim sendo, sempre existe uma interação entre diferentes sólidos.



Figura 4. 1 - Contato entre dois corpos: (a) ausência de condição de contato, (b) estado de contato. Adaptado de Ziekiewicz e Taylor (2000).

Esta interação pode ser descrita através de um algoritmo, e representada matematicamente.

Na Figura 4. 1, (a) representa a condição em que os dois corpos ainda não estão em contato, e a condição de contorno pode ser descrita em função da tensão entre os dois corpos, que neste caso é igual a zero. Na situação (b) os dois corpos estão em contato, e algumas condições devem ser consideradas para que não haja penetração entre os mesmos. A condição mais simples pode ser expressa simplesmente como a tensão entre os dois corpos sendo diferente de zero. Em uma situação mais complexa, surgem tensões no sentido tangencial à superfície, gerando as condições de atrito.

O objetivo deste capítulo é apresentar os modelos encontrados na literatura para descrever as duas componentes da tensão envolvidas na resolução de problemas de contato.

4.1 MODELOS DE ATRITO

Para a obtenção de resultados confiáveis de simulação, um modelo adequado de atrito é tão importante quanto o modelo do comportamento plástico-elástico do material, especialmente quando a razão entre a superfície e a espessura do "blank" é grande, pois nestes casos, o atrito corresponde a uma parte significativa da força total necessária para a operação.

O conhecimento sobre Tribologia, que considera o estudo do atrito, desgaste e lubrificação, é essencial para entender a importância do atrito durante a interação da chapa e da ferramenta.

Apesar do desenvolvimento de modelos de material bastante avançados, as simulações de processos de conformação de chapas freqüentemente não levam a resultados corretos. Isto é geralmente devido ao uso de um modelo simplificado de atrito.

A maioria dos trabalhos relacionando o coeficiente de atrito e demais parâmetros de estampagem utilizam o coeficiente de atrito como um parâmetro de ajuste. Dessa forma, o coeficiente de atrito é modificado até que se obtenha um resultado aceitável. O valor encontrado é fixo e utilizado para o restante das simulações.

Pesquisas têm sido feitas com o intuito de se construir modelos de lubrificação localizada que possam ser utilizados em simulações numéricas. Com o uso destes modelos, a predição dos demais parâmetros de estampagem torna-se mais precisa, e faz com que a precisão das respostas do modelo simulado torne-se menos sensível à sua calibração.

4.1.1 MODELO DE COULOMB

A primeira lei de atrito foi idealizada por Leonardo da Vinci, e sua equação é bastante conhecida:

$$F_T = \mu F_N \tag{4.1}$$

Normalmente, o atrito é descrito em função da pressão e tensão de cisalhamento do material. A Figura 4. 2 mostra um gráfico da força de atrito em função da pressão exercida sobre uma chapa.

A primeira parte da curva é chamada de área de Coulomb, e a relação entre a força de atrito e a pressão é constante e representada pelo coeficiente de atrito μ . Na parte plana da curva, a força de atrito atinge a tensão de cisalhamento do material τ , e o mesmo começa a sofrer cisalhamento interno, fazendo com que a força de atrito pare de aumentar.

Em Aragão e Oliveira (2003), o modelo de coeficiente de atrito fixo e o teorema Pi de Buckingham são utilizados para avaliar a influência da espessura do "blank" e do coeficiente de atrito na força máxima do punção em uma operação de estampagem de copos cilíndricos. A aplicação da técnica de regressão linear para os resultados encontrados resultou em equações que correlacionam a espessura do "blank" e o coeficiente de atrito com a força máxima do punção.



Figura 4. 2 - Descrição usual da força de atrito, segundo Haar (1996).

4.1.2 CONDIÇÕES DE ATRITO LOCALIZADO

O comportamento tribológico de um sistema é governado por seus parâmetros operacionais e as propriedades de cada elemento do sistema, incluindo o lubrificante e o meio ambiente.

Os parâmetros operacionais de um sistema envolvem as condições de carregamento, velocidade e temperatura, além de micro e macro geometria. Para o lubrificante, as principais propriedades são as propriedades térmicas e reológicas.

Em conjunto, tais propriedades governam o comportamento das condições de contato e atrito nas operações de conformação de chapas, e determinam o regime de lubrificação, podendo ser:

- Elasto Hidrodinâmico (EHD): Não existe contato físico entre as superfícies de contato. As forças são transmitidas completamente pelo lubrificante. O coeficiente de atrito tem um valor bastante baixo, na ordem de 0,01.
- Lubrificação limítrofe (LL): Não há contato físico entre as superfícies. As forças são transmitidas inteiramente pelos picos de rugosidade da superfície, os quais estão em contato físico um com o outro. O atrito é determinado pelas camadas aderidas à superfície. O coeficiente de atrito tem valores geralmente entre 0,1 e 0,3.
- Lubrificação mista (LM): Este regime corresponde à condição de atrito entre o regime limítrofe e o regime hidrodinâmico. Nesse caso, a força é transmitida parcialmente pelo lubrificante, e parcialmente pela interação entre as rugosidades superficiais. O coeficiente de atrito nesse regime geralmente encontra-se entre 0,01 e 0,1.


Figura 4.3 - Curva Generalizada de Stribeck, adaptada de Haar (1996)

A curva generalizada de Stribeck representa os três tipos de contato em função do número de lubrificação L, definido como:

$$L = \frac{\eta_i v^+}{p_{Hertz} R_a} \tag{4.2}$$

Levando-se o número de Lubrificação L em consideração, pode-se ver que a deformação influencia a condição de atrito, especialmente em função da pressão média e da rugosidade da superfície.

A deformação plástica influencia a micro geometria da superfície, especialmente os valores de R_a . Aumentos de até 25% podem ser encontrados quando a chapa de metal é estirada sob condições quase-estáticas.

Haar (1996), utilizou o conceito da curva generalizada de Stribeck, e obteve dois modelos matemáticos para descrição localizada do atrito: o primeiro baseado na teoria, e outro baseado em dados experimentais. O segundo modelo, descrito na Equação (4. 3) foi implementado em um código de elementos finitos e aplicado a três casos de conformação mecânica. Os resultados foram comparados aos resultados dos mesmos problemas resolvidos com o atrito constante.

$$\mu = 0.5 \left[(\mu_{LL} + \mu_{EHD}) + (\mu_{LL} - \mu_{EHD}) \tanh \left(\frac{\log \left(\frac{L^2}{L_{LL} L_{EHD}} \right)}{\log \left(\frac{L_{BL}}{L_{EHD}} \right)} \right) \right]$$

O resultado das simulações mostrou que o modelo de fricção influencia a força e deslocamento do punção, assim como as deformações locais e distribuição das deformações.

Na Figura 4. 4 é apresentado o resultado das deformações principais segundo o modelo de Coulomb e Striebeck para uma velocidade de 100mm/s, na simulação de estampagem profunda de um copo assimétrico. Percebe-se que para o modelo de Striebeck, a deformação ao longo do comprimento é menor, enquanto a deformação ao longo da espessura é maior.

A variação da força do punção em função de seu deslocamento para os dois modelos é mostrada na Figura 4. 5. Percebe-se que para velocidades a partir de 100mm/s a diferença no resultado conforme os dois modelos é significativa.



Figura 4. 4 - Deformações principais ao longo da linha media da secção da chapa, adaptado de Haar (1996).

36

(4.3)



Figura 4. 5 - Variação da força do punção em função de seu deslocamento, adaptado de (Haar, 1996)

Posteriormente, (Westeneg 2001) analisou a faixa da curva de Stribeck restrita à lubrificação limite. Em sua tese, foi desenvolvido um modelo matemático para o regime de lubrificação limite que considera o efeito de ancoragem entre os dois materiais envolvidos.

O regime de lubrificação limite convencional considera que os esforços envolvidos são apenas de cisalhamento. Uma das condições para que este regime ocorra é a igualdade de dureza entre as superfícies envolvidas.

Já no regime de lubrificação limite, em que ocorre o efeito de ancoragem, parte do atrito é causado pela deformação dos picos de rugosidade. Este regime de lubrificação leva em consideração um fator que geralmente ocorre nos processos de estampagem: a diferença de dureza entre as superfícies, nesse caso, a dureza maior do punção em relação à chapa.

4.2 MODELOS DE CONTATO

A operação de conformação mecânica pressupõe o contato entre a peça sendo conformada e a ferramenta responsável por dar o formato desejado à peça. Em uma análise por elementos finitos, o problema é modelado segundo uma malha de elementos, cada elemento com um número determinado de nós.

Ao se impor forças e movimento ao modelo, uma parte de sua resposta é a deformação da malha, durante a qual partes do modelo entram em contato, ou perdem contato entre si.

A função do algoritmo de contato é fazer o rastreamento dessas partes do modelo que entram em contato ou perdem contato durante o processo, e as mudanças nas condições de contato.

As restrições que descrevem o contato entre corpos são: atrito e interpenetrabilidade.

A interpenetrabilidade consiste em manter positiva a distância entre os dois corpos em contato.

Em (Ziekiewicz e Taylor, 2000) a formulação do contato é dividida em termos de geometria em dois tipos: contato entre nós, ou contato entre nó e superfície.

O primeiro tipo ocorre quando os deslocamentos na superficie de contato são pequenos, e a malha de elementos finitos na superficie de contato é construída de forma que a localização dos nós nos dois corpos possam coincidir. Nesse tipo de formulação, a determinação de quais nós entram em contato pode ser feita simplesmente monitorando a posição vertical dos mesmos.

O segundo tipo acontece quando os nós da superficie de contato dos dois corpos não interagem diretamente. A determinação do contato requer um mecanismo de busca para encontrar as superficies de contato em potencial, e as distâncias associadas a cada uma. Enquanto a distância for positiva, não existe contato, e não é necessária nenhuma modificação nas equações governantes. Se a distância for negativa, ocorreu a penetração entre os corpos, e as equações de equilíbrio devem ser alteradas de forma a refletir as forças de contato envolvidas.

Com relação ao método de resolução, as seguintes formas podem ser encontradas, segundo (Koosterman, 2002):

- Métodos de Não Regularização, que por sua vez são divididos em duas classes:
 - Método misto: considerado ineficiente para implementação na maioria dos códigos de elementos finitos. Neste método a variável tratada é a força de normal de tração, para a qual é introduzido um multiplicador de Lagrange.
 - Método das restrições: considerado eficiente, mas podendo dar respostas pouco precisas em alguns tipos de simulação.
- Método de Regularização: São apresentados três métodos para resolver a interpenetrabilidade. Os três métodos partem de uma função de penalização característica para cada modelo:
 - Método das Penalidades
 - Lagrange Aumentado
 - Método das Barreiras modificado.

O equacionamento destes métodos também pode ser encontrado em Ziekiewicz e Taylor (2000) e Crisfield (2001).

Westeneg (2001) apresenta um modelo de contato derivado da deformação plástica das rugosidades da chapa durante a aplicação de um carregamento normal (Figura 4. 6). Este tipo de contato ocorre tipicamente em processos de estampagem.

As equações do modelo são obtidas a partir da análise da energia de deformação das rugosidades da superfície áspera pela superfície lisa e rígida.

O modelo desenvolvido por Westeneg (2001), considera as rugo sidades como barras que são empurradas para baixo de acordo com a pressão exercida sobre as mesmas, deformando-se plasticamente.



Figura 4. 6 - Representação do modelo de contato de Westeneg (2001).

Outros modelos matemáticos que fazem a mesma consideração já haviam sido desenvolvidos anteriormente, porém consideravam apenas deslocamento elástico das rugosidades.

CAPÍTULO 5: SIMULAÇÃO DE PROCESSOS DE ESTAMPAGEM VIA MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS (MEF)

Ao contrário dos métodos analíticos clássicos, que permitem o cálculo da resposta exata dos deslocamentos, deformações e tensões da estrutura sendo analisada, o Método dos Elementos Finitos fornece apenas soluções aproximadas. Todavia, as soluções analíticas são limitadas para resolução de problemas de conformação mecânica devido à natureza fortemente não linear deste problema (Mamalis et al, 1994). Por outro lado, o Método dos Elementos Finitos constitui um conjunto de procedimentos que podem ser aplicados em caráter geral, independente da forma da estrutura e da condição de carregamento, podendo representar as aplicações práticas encontradas no dia-a-dia.

Através do Método dos Elementos Finitos, os sistemas contínuos são subdivididos em um número finito de partes chamadas de elementos, conectados entre si por intermédio de pontos discretos chamados de nós dos elementos.

As estruturas compostas por treliças podem ser representadas por elementos unidimensionais que permitem o estabelecimento direto entre as forças nodais aplicadas e os correspondentes deslocamentos nodais a partir das leis da Resistência dos Materiais Elementar.

Já os problemas de conformação de chapas precisam de uma representação mais complexa (elementos bi e tridimensionais), pois os efeitos dos contornos dos elementos devem ser considerados. Para isso é necessário o uso de funções de interpolação, que são curvas suaves construídas a partir de valores conhecidos, que nesse caso são os graus de liberdade dos nós dos elementos.

Da mesma forma, o cálculo das matrizes de rigidez dos elementos bi e tridimensionais é mais complexa. Para os elementos unidimensionais, o cálculo da matriz de rigidez é feito aplicando-se um deslocamento unitário para cada grau de liberdade dos nós, e contabilizando-se o esforço resultante. Já para a obtenção da matriz de rigidez dos elementos bi e tridimensionais, a energia de deformação do elemento, cuja configuração deformada é obtida através dos pontos nodais e da função de interpolação, é igualada ao trabalho externo.

A formulação de um elemento utiliza a notação matricial para armazenar as forças e deslocamentos na condição de equilíbrio.

Alves (2000), mostra de maneira detalhada a forma de obtenção da matriz de rigidez de diversos tipos de elementos finitos utilizados nos programas comerciais de análise via MEF, e as aplicações típicas de cada tipo de elemento.

5.1 TIPOS DE CÓDIGOS DE SIMULAÇÃO:

Os programas que utilizam o Método dos Elementos Finitos podem ser classificados pelo tipo de formulação e pelo tipo de integração do tempo.

Cada análise tem um determinado tipo de formulação e método de integração mais apropriado, dependendo do tipo de resposta que se espera, e grandezas envolvidas.

Os seguintes tipos de códigos podem ser encontrados na literatura (Mackinouchi, 1996; Costa, 2003):

- Formulação Rigido-Plástica: Este tipo de formulação desconsidera a região elástica do material, portanto a formulação e implementação são bastante simples. Porém, alguns parâmetros como o retorno elástico não pode ser calculado.
- Elasto-plástico aproximação estático-implícita: Neste tipo de formulação, a condição de equilíbrio quase-estática é assumida durante o processo. Com isso, a condição de equilíbrio é garantida a cada a passo da integração. Este método pode apresentar dificuldades para convergir devido à constante modificação na condição de contato entre a ferramenta e a chapa durante as iterações; além disso, os requisitos de memória e velocidade são relativamente altos.

- <u>Elasto-plástico aproximação estático-explícita</u>: Com o intuito de evitar o problema de convergência, a matriz de rigidez é resolvida sem iteração a cada passo de integração. Como o tamanho de cada passo de tempo é reduzido a um valor pequeno para evitar o acúmulo de erro no processo de integração da matriz de rigidez, muitos passos são necessários para completar o processo completo.
- Elasto-plástico aproximação dinâmico-explicita: O equilíbrio dinâmico é a base dessa formulação, tendo como vantagem, o fato de que a matriz de rigidez não é necessariamente atualizada a cada passo da solução. Dessa forma, a solução de um passo de tempo pode ser obtida muito mais rapidamente que na aproximação estática. Com o intuito de obter uma solução estável com esse esquema de integração de tempo, o tamanho do incremento de tempo deve ser limitado a um valor tal que a onda de dilatação não cruze nenhum elemento. O tamanho de incremento de tempo normalmente utilizado é de 10⁻⁶ segundos. Para reduzir o tempo de cálculo, a simulação muitas vezes é realizada com uma velocidade de punção até 100 vezes maior que a real, o que muitas vezes leva a um resultado inválido.
- <u>Método de Análise inversa</u>: é um método simplificado de análise pelo Método dos Elementos Finitos. Esse método de resolução parte da forma final da peça, aplicando uma malha de elementos finitos sobre a mesma, e fazendo uma projeção dos nós no plano da chapa. Um algoritmo de Newton-Raphson é utilizado para modificar a posição dos nós, de forma a satisfazer o equilíbrio da peça conformada. Com esse procedimento, é possível estimar as tensões e deformações na peça final, e o formato inicial do "blank". O método de análise inversa é de rápida resolução, e ocupa pouca memória, porém o histórico de deformações não pode ser obtido, e podem ocorrer problemas de convergência. Uma descrição dos fundamentos desse tipo de formulação pode ser encontrada em (Mercier, 1998).

5.2 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NÃO LINEARES

A partir de um determinado nível de deformação ao qual o material é submetido, as deformações impostas passam a ser irreversíveis. Esse tipo de deformação caracteriza a plasticidade do material, e acontece de maneira independente do tempo.

A plasticidade é um fenômeno não linear, ou seja, a relação entre força e deslocamento quando o material se deforma plasticamente é uma função não linear.

O processo de divisão em elementos finitos de problemas como o escoamento tanto na zona de deformação elástica como plástica leva a um conjunto de equações do tipo (Bathe, 1982) :

$$[K][u] = [F] \tag{5.1}$$

Como a matriz de rigidez [K] é função dos deslocamentos nos graus de liberdade desconhecidos [u], a Equação (5. 1) é não linear. De acordo com o método de Newton Raphson, a Equação (5. 1) pode ser escrita da seguinte maneira:

$$\begin{bmatrix} K_i^T \end{bmatrix} [\Delta u_i] = \begin{bmatrix} F^a \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} F_i^{nr} \end{bmatrix}$$
(5.2)

Assim, a Equação (5. 2) pode ser resolvida com os seguintes passos:

- $[u]_0$ é a solução convergida da iteração anterior, ou igual a zero, no início do processo de resolução.
- A matriz de rigidez e a força de retorno das cargas aplicadas [F^{nr}_i] são calculadas em função de [u]₀
- A variação de deslocamento é calculada conforme a Equação (5. 2)
- A variação de deslocamento $[\Delta u_i]$ é adicionada a $[u]_{0,i}$ obtendo-se o valor do deslocamento para a próxima iteração.
- Os passos anteriores são repetidos até que a convergência seja alcançada.

Dois critérios são utilizados para determinar que a convergência foi alcançada:

- O incremento dos graus de liberdade $[\Delta u_i]$ é menor que um determinado valor de tolerância, ou quando o resíduo do balanço de forças $[F^a] [F_i^{nr}]$ atinge um determinado valor de tolerância.
- Os passos descritos anteriormente são ilustrados na figura 5. 1 para o caso de uma iteração.



Figura 5.1 - Método de solução de Newton Raphson para uma iteração, segundo Costa (2003)

Quando o material se deforma plasticamente, a resposta do problema passa a ser dependente do caminho de deformação. Assim sendo, é importante que o equilíbrio seja calculado para passos intermediários da aplicação de forças. Para tanto, o caminho de aplicação da força é dividido em um número de passos definidos pelo usuário, o método de Newton Raphson é aplicado para cada um desses passos, como ilustrado na figura 5.2.

Quando a matriz de rigidez é atualizada a cada interação processo é denominado "Procedimento de solução de Newton-Raphson completo".

Alternativamente a matriz de rigidez pode ser atualizada menos freqüentemente usando o procedimento de solução de Newton-Raphson modificado.



Figura 5. 2 - Procedimento incremental de Newton Raphson, segundo Costa (2003)

5.3 FORMULAÇÃO DE ELEMENTOS FINITOS

De forma bastante simplificada, os elementos que formam uma malha de elementos finitos podem ser comparados a um conjunto de molas, cada uma representando um grau de liberdade dos nós do elemento.

A matriz de rigidez do elemento é formada pelos coeficientes de rigidez de cada uma dessas molas, ou graus de liberdade.

Segundo (Azevedo e Awruch, 1999), os principais tipos de elementos utilizados na análise de problemas envolvendo chapas são:

- Elementos planos: essa formulação utiliza uma série de elementos desse tipo para aproximar uma curva. Os principais inconvenientes desse tipo de formulação são a diferença entre o comportamento de dobramento e o comportamento de membrana e dificuldades em lidar com a interface entre os elementos co-planares.
- Elementos baseados nas teorias de cascas.
- Elementos curvos obtidos pela degeneração de elementos tridimensionais sólidos ("Shell"): A degeneração dos elementos sólidos é feita com o intuito de diminuir o número de graus de liberdade do elemento e evitar inconvenientes que surgem quando os elementos sólidos são utilizados. A redução do número de graus de liberdade é realizada fundindo-se os pares de nós no sentido da espessura do elemento em apenas um.

O elemento utilizado para modelar a chapa nessa dissertação é um elemento do tipo obtido a partir da degeneração de um elemento tri dimensional sólido denominado "Shell".



Figura 5. 3 - Elemento Tipo "Shell", segundo (Moreno, 2000)

Este elemento possui 12 graus de liberdade por nó e as seguintes formulações são possíveis (Hallquist, 1998):

- Hughes-Liu: Este elemento utiliza um Ponto de Integração de Gauss, possui controle de instabilidade numérica e integração completa.
- Balytschko-Tsay: é o tipo de elemento com o qual a simulação ocorre mais rapidamente. Inclui cisalhamento transversal, e também utiliza um Ponto de Integração de Gauss com controle de instabilidade numérica.
- BCIZ Triangular: é baseado na teoria de placas de Krichhoff, e utiliza três conjuntos de Pontos de Integração de Gauss, e também possui controle de instabilidade numérica.
- C⁰ Triangular: Este tipo de elemento é bastante rígido, e não deveria ser utilizado para construir uma malha inteira, apenas a transição entre diferentes malhas.
- S/R Hughes-Liu: idêntica à formulação de Hughes-Liu, mas utiliza a integração reduzida seletivamente. Isto evita alguns modos de instabilidade numérica, mas aumenta o uso de recurso computacional em três ou quatro vezes.

Em problemas complexos de elementos finitos, a eficiência em termos de custo computacional e velocidade de análise é bastante importante. Segundo (Azevedo e Awruch, 1999), os elementos mais eficientes com relação a estes critérios são os elementos com funções de interpolação linear, um ponto de integração de Gauss e controle de instabilidade numérica.

Em (Mamalis et al, 1996), conclui que o uso de elementos do tipo "Shell" ao invés de elementos sólidos comuns pode reduzir o tempo de processamento em até 50%, com resultados equivalentes.

5.4 GERAÇÃO DA MALHA

A forma de dividir o modelo a ser analisado em Elementos Finitos tem grande influência no resultado final da análise. O processo de análise pelo Método dos Elementos finitos pode levar a resultados não confiáveis, ou até mesmo se tornar inviável quando a malha segundo a qual o modelo foi representado se torna demasiadamente distorcida. A simulação de processos de conformação de chapas geralmente trata de problemas com grandes deformações, nos quais existem grandes chances de que a malha inicialmente proposta torne-se distorcida a ponto de invalidar a simulação. Por outro lado, o uso de uma malha muito refinada para todo o modelo desde o início da simulação pode aumentar bastante os recursos necessários para conduzir a simulação, como tempo de processamento e memória.

Uma alternativa para a resolução deste problema é o uso do refinamento automático da malha. Esse recurso que aumenta a precisão das respostas, com o mínimo de iterações possível.

O procedimento de refinamento automático da malha utiliza indicadores de erros para controlar a aproximação geométrica da malha com relação à peça que ela está envolvendo, ou ainda condições de contato inaceitáveis, como penetração entre peça e ferramenta e espessura da chapa. Durante a simulação, quando um desses indicadores atinge um nível inaceitável, a malha é refinada localmente (Wan, 2003).

Os seguintes passos são utilizados para o refinamento automático da malha:

- Atualizar a representação da peça pela malha
- Gerar uma nova malha
- Transferir as variáveis dependentes do histórico de deformação da malha velha para a nova malha.

Cada lado do elemento selecionado para refinamento contém um novo nó que não possui nenhum novo grau de liberdade, e a solução para o novo nó criado é obtida por interpolação linear dos nós das pontas do elemento (Moshfegh et al, 2000).

Em (Moshfegh et al, 2000) foram sugeridos dois novos tipos de indicadores para o refinamento de malhas. Esses indicadores, o gradiente efetivo de tensão, e gradiente efetivo de deformação plástica, foram implementados no programa LS-Dyna3D.

O indicador do gradiente efetivo de tensão compara a tensão efetiva no centro de um elemento, com a tensão efetiva nos elementos vizinhos, considerando também a distância entre o centro destes elementos. Se a comparação resultar em um alto gradiente, o elemento deve ser dividido. Ao contrário, se a comparação resultar em um gradiente baixo, a malha naquele ponto pode ser menos refinada.

O indicador de gradiente efetivo de deformação plástica compara a deformação plástica a que um elemento foi submetido àquela a que os elementos vizinhos foram submetidos, considerando também a distância entre os centros dos elementos. Pelo método proposto, o indicador de erro gerado deve ser balanceado com o indicador dos elementos vizinhos, de forma a produzir uma variação de deformação plástica suave.

Em (Tristano et al., 2003) é apresentado um algoritmo para integrar várias ferramentas de refinamento de malha, em um único processo automatizado.

Li (2005) propôs um novo método para minimização dos erros de devido ao processo de representação do modelo por uma malha discreta. Porém, o método proposto ao invés de aumentar o número de elementos na malha ou modificar as funções de interpolação dos elementos, faz uma homogeneização do indicador de erro entre os elementos da malha original.

A análise de problemas via Método dos Elementos finitos implica em um grande número de escolhas de parâmetros da simulação, como tipo de formulação do código sendo utilizado, tipo de elemento da malha empregado e refinamento da mesma.

A escolha adequada desses parâmetros pode conduzir a resultados insatisfatórios ou a desperdício de recursos como tempo de processamento.

Dessa forma, uma análise cuidadosa dos parâmetros escolhidos, assim como a comparação dos resultados obtidos com resultados conhecidos é aconselhada para cada problema.

CAPÍTULO 6 METODOLOGIA EXPERIMENTAL

Uma série de experimentos foi realizada por Chemin (2004) para levantamento da Curva Limite de Conformação para o aço DC 06, conforme DIN 10152, utilizando o ensaio de Nakazima descrito no Capítulo 3 desta dissertação. Além da geometria normalmente utilizada no ensaio de Nakazima, outras geometrias foram ensaiadas, verificando sua influência na estampabilidade do material.

Com o objetivo de avaliar a influência da escolha de parâmetros como o refinamento da malha, coeficiente de atrito e hipóteses simplificativas do modelo na capacidade do programa LS-DYNA em reproduzir os experimentos abordados em Chemin (2004), propõe-se uma metodologia dividida nos seguintes passos:

- <u>Calibração do modelo</u>: Nessa etapa, será escolhido o conjunto de parâmetros que melhor representam os resultados apresentados em Chemin (2004) para o punção original de Nakazima. Para tanto, será realizada uma série de experimentos, seguindo as seguintes etapas:
 - Pré-Processamento: Nessa fase serão analisados os dados de entrada necessários na fase de pré-processamento, como dados de geometria, material e carregamento disponíveis em Chemin (2004), algumas hipóteses

simplificativas e o delineamento de experimentos para calibração do modelo serão elaborados. Para esta etapa será utilizado o programa ANSYS 9.0

- Processamento do primeiro caso: os experimentos definidos na etapa de préprocessamento serão simulados através do LS-DYNA.
- Pós-processamento: Com o objetivo de comparar os dados obtidos no processamento e os dados obtidos em Chemin (2004) serão traçadas as curvas de deformação verdadeira maior obtidas por simulação juntamente com as curvas obtidas por Chemin (2004), referenciadas como curvas experimentais. A melhor combinação de parâmetros de simulação será escolhida nessa fase, e utilizada como ponto de partida para a simulação dos demais casos.
- Processamento dos demais casos: Com os parâmetros de simulação selecionados, o processo de conformação com os demais formatos de punção e corpo de prova será simulado, seguindo novamente as etapas de préprocessamento, processamento e pós-processamento. Espera-se que o número necessário de experimentos para obtenção de dados correspondentes aos dados experimentais seja menor nessa fase que para o punção original de Nakazima. Contudo, alguns ajustes no modelo podem ser necessários, como refinamento local da malha.

6.1 PRÉ-PROCESSAMENTO

6.1.1 GEOMETRIA DO PROBLEMA:

Normalmente existem quatro corpos envolvidos em problemas de conformação de chapas: punção, matriz, prensa-chapas e chapa.

Na Figura 6. 1 podem ser vistos os elementos da ferramenta que serão modelados para simulação, e na Figura 6. 2 podem ser vistos os elementos já modelados no programa ANSYS.

Como o problema é simétrico, apenas um quarto da geometria de cada componente foi construída.

Três diferentes formatos de punção foram modelados, conforme a Figura 6.3.

O primeiro punção possui formato cilíndrico. O objetivo deste punção é gerar preferencialmente fenômenos de estampagem profunda devido ao seu formato cilíndrico e sua grande área de contato inicial com a chapa.

O segundo possui o formato hemisférico, e corresponde ao formato original do punção para o ensaio de Nakazima.



O terceiro punção possui o formato de uma elipse profunda, e favorece o estiramento.

Figura 6.1 - Ferramenta para ensaio de Nakazima, conforme Chemin (2004)



Figura 6. 2 - Modelamento do punção e matriz



Figura 6.3 - Modelos de Punção para levantamento da Curva Limite de Conformação, adaptado de Chemin (2004)

6.1.2 CONDIÇÕES DE CONTORNO E CARREGAMENTO:

A matriz e o punção foram definidos como corpos rígidos. Esse tipo de definição permite que todos os graus de liberdade dos nós sejam ligados ao seu centro de gravidade, de forma que o mesmo possui apenas seis graus de liberdade, independentemente do número de nós.

Considerando o plano formado pelos eixos x e z um plano paralelo à chapa (figura 6.2), foram aplicadas as seguintes restrições de movimentação para o punção, matriz e prensachapas:

Para o punção e prensa-chapas:

- movimento nos eixos x e z igual a zero;
- rotação sobre o eixo x, y e z igual a zero.

Para a matriz foram aplicadas as seguintes restrições:

- movimento nos eixos x, y e z igual a zero;
- rotação sobre o eixo x, y e z igual a zero.

Quanto às condições de contorno da chapa, dois casos serão avaliados.

No primeiro, o prensa-chapas será substituído por uma condição de engaste nos nós correspondentes à linha do prensa chapas, assinalada na Figura 6. 4 como condição 3. As condições de contorno 1 e 2 servem para simular a condição de simetria da chapa.

No segundo caso, o prensa-chapas foi modelado com elementos sólidos, conforme a Figura 6. 2. As condições para simular a simetria do problema podem ser vistas Figura 6. 4, assinaladas como 1 e 2.



Figura 6. 4- Restrições aos graus de liberdade para a chapa

A velocidade de descida do punção utilizada foi de 400mm/s. Embora a velocidade utilizada em Chemin (2004) tenha sido 1.33mm/s, em análises explicito-dinâmicas é possível o uso de velocidades maiores que as velocidades reais conforme apresentado em Mamalis et al (1997).

6.1.3 CONDIÇÕES DE CONTATO E ATRITO

Para a formulação da condição de contato entre o punção e a chapa, e da chapa com a matriz, foram formados componentes com os nós de cada um dos elementos, e imposta a condição de contato automático entre superfície principal e superfície alvo, de forma que os nós com potencial de contato são procurados automáticamente pelo programa.

Para a formulação do contato entre prensa-chapas e chapa, foi utilizada uma condição de contato entre nó e superfície e a opção de contato específica para modelamento de prensachapas. Para tanto, é necessário que se informe quais são os nós com potencial de contato para os dois componentes, e a força de dobra aplicada pelo prensa-chapas.

Para o cálculo da força de dobra do prensa chapas, foi tomado como referência o valor de força utilizado no ensaio de Erichsen (19600N), e aplicado o valor de pressão correspondente para a área do prensa chapas do ensaio de Nakazima.

6.1.4 FORMULAÇÃO DA MALHA

Dois tipos de elementos foram utilizados para o modelamento do ensaio de Nakazima:

- elementos do tipo "Shell" para modelar a chapa,
- elementos do tipo sólido para modelar o punção e a matriz.

Na Tabela 6. 1 pode ser visto o número de elementos utilizados para modelar o punção, prensa-chapas e matriz.

Para a chapa, o número de elementos será definido através de uma série de simulações, com o intuito de verificar a convergência dos resultados, à medida que se aumenta o número de elementos da malha. O objetivo dos testes é verificar a partir de que número de elementos o resultado passa a não mais ser alterado significativamente com o seu incremento.



Figura 6. 5 - Configuração da malha para os diferentes punções.

Para os elementos do tipo "Shell", foram utilizadas as seguintes opções:

- Formulação do tipo S/R Hughes-Liu: Trata-se de uma formulação similar à de Hughes-Liu, porém com integração reduzida seletiva. Esta formulação exige maior recurso computacional, mas evita certos modos de instabilidade.
- Espessura constante e igual à chapa utilizada nos ensaios práticos (0.7mm).
- Número de pontos de integração no sentido da espessura igual a três.
- Regra de integração: Quadratura de Gauss.

Para o elemento sólido, nenhuma consideração especial se faz necessária.

Componente	Tipo de Elemento empregado	Número de elementos
Punção Plano	Sólido	465
Punção de Raio 50mm	Sólido	192
Punção de Raio 25mm	Sólido	192
Matriz	Sólido	80

Tabela 6.1 – Tipo e quantidade de elementos utilizados

6.1.5 ESPECIFICAÇÃO DA CHAPA

O material ensaiado por Chemin (2004), foi caracterizado como anisotrópico. Entre as formas disponíveis no LS-DYNA para especificar esse tipo de material, foi selecionado o modelo de Barlat, descrito em Barlat e Lian (1989).

Como a estrutura do material é Cúbica de Corpo Centrado (informação do fabricante), o coeficiente *m* escolhido foi 6. As demais propriedades podem ser vistas na Tabela 6. 2.

Propriedade	Valor	Unidade	Fonte
Densidade (ρ):	7,850	g/cm ³	Resultados de
			literatura
Módulo de elasticidade (E)	210	MPa	Ensaio de Tração
Coeficiente de Poisson (v)	0,3	(adimensional)	Resultados de
			literatura
Constante de Resistência Plástica (K)	626,8	MPa	Ensaio de Tração
М	6	(adimensional)	Fabricante do
			material
Coeficiente de anisotropia a 0° (R ₀)	2,0483	(adimensional)	Chemin (2004)
Coeficiente de anisotropia a 45° (R ₄₅)	1,8659	(adimensional)	Chemin (2004)
Coeficiente de anisotropia a 90° (R ₀)	2,5988	(adimensional)	Chemin (2004)

Tabela 6. 2 - propriedades da chapa DC 06 utilizada

Um ensaio de tração foi realizado utilizando a mesma metodologia descrita em Chemin (2004) para obtenção de dados adicionais. As linhas relativas a esses dados estão assinaladas com "Ensaio de Tração" no campo "Fonte" da Tabela 6. 2. 6.2 PROCESSAMENTO

Durante a etapa de processamento, primeiramente serão simulados os casos referenciados na Tabela 6. 3, com o objetivo de selecionar o conjunto de valores com melhor representação dos resultados experimentais.

Referência	Punção Quantidade de		Fixação da chapa	μ					
da		elementos							
simulação									
Avaliação do tamanho da malha									
01	Raio 50mm	256	Prensa-chapas	0,15					
02	Raio 50mm	625	Prensa-chapas	0,15					
03	Raio 50mm	1600	Prensa-chapas	0.15					
04	Raio 50mm	2500	Prensa-chapas	0.15					
05	Raio 50mm	5351	Prensa-chanas	0.15					
0.5	Avaliacâ	io da condição de fixação) da chana	0,15					
06	Raio 50mm	Conforme selecionado nas simulações de 1 a 5	Prensa-chapas	0,15					
07	Raio 50mm	Conforme selecionado nas simulações de 1 a 5	Engaste	0,15					
Avaliação da condição de atrito									
08	Raio 50mm	Conforme selecionado nas simulações de 1 a 5	Conforme selecionado nas simulações 06 e 07	0					
09	Raio 50mm	Conforme selecionado nas simulações de 1 a 5	Conforme selecionado nas simulações 06 e 07	0,15					
10	Raio 50mm	Conforme selecionado nas simulações de 1 a 5	Conforme selecionado nas simulações 06 e 07	0,17					
11	Raio 50mm	Conforme selecionado nas simulações de 1 a 5	Conforme selecionado nas simulações 06 e 07	0,20					

T 1 1 /	0		11	~		• •	1	• •	~
Labela 6	5	-	condic	coes	11110	C1218	de	simul	acao
raoora o.	-		contary	1000	TTTT.	oraro	av	omina	uquo

Os valores de deformação verdadeira maior serão então comparados aos de Chemin (2004), referenciados como valores experimentais, e representados em gráficos comparativos.

Com isso, espera-se definir os parâmetros iniciais para as próximas simulações, reduzindo o número de simulações necessárias para ajustar os resultados aos valores experimentais.

O equipamento utilizado para as simulações foi um Pentium III 600Mz e 300MB de memória RAM.

6.3 PÓS-PROCESSAMENTO

O programa utilizado para o pós-processamento será o Ansys 9.0.

Os resultados de saída dos Ansys que serão analisados ficam salvos em um arquivo com extensão "rst", e podem ser lidos pelo programa sem a necessidade de leitura do modelo associado aos resultados.

A propriedade a ser comparada com os resultados de Chemin (2004) é a deformação verdadeira maior (ε_1). Para tanto, um conjunto de nós formando um "caminho" desde o centro do punção até o ombro da matriz na direção de um dos eixos de simetria será escolhido, e os valores de ε_1 correspondentes aos nós selecionados serão colocados em gráficos juntamente com os valores experimentais.

Os valores de ε_1 e de deformação nos demais eixos (ε_2 e ε_3), também serão mostrados em gráficos que representam a distribuição de deformação em toda a chapa deformada, porém os valores não serão comparados com valores experimentais, uma vez que eles não estão disponíveis no trabalho tomado como referência.

CAPÍTULO 7 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Os tópicos a seguir descrevem os resultados encontrados para a simulação da conformação de corpos de prova de chapa com formatos de quadrados de 200mm de lado, e retângulos com lados de 200x125mm, e três geometrias de punção.

A primeira geometria corresponde à geometria original do ensaio de Nakazima. Este caso foi utilizado para fazer a calibração do modelo, de forma a encontrar os parâmetros de tamanho de malha, coeficiente de atrito e forma de fixação do corpo de prova que melhor reproduzem os ensaios experimentais.

Os demais casos foram simulados primeiramente com os parâmetros encontrados como ideais no primeiro teste, sofrendo ajustes quando necessário.

7.1.2 CORPO DE PROVA 200x200mm

A primeira etapa de calibração do modelo realizada foi a determinação do número de elementos da malha mínimo, a partir do qual o resultado passa a não mais ser alterado significativamente.

Para tanto, foram comparados os resultados de $\varepsilon_1 \varepsilon_2 e \varepsilon_3$ na região central da chapa.

Tabela 7.1 - convergência dos resultados em função do aumento do número de elementos

Número de	\mathcal{E}_1	\mathcal{E}_2	\mathcal{E}_3	Diferença percentual em relação ao			
elementos				caso anterior			
				\mathcal{E}_1	$arepsilon_2$	\mathcal{E}_{3}	
256	0,310	0,248	-0,554	-	-	-	
625	0,372	0,361	-0,728	16,7%	31,3%	23,9%	
1600	0,341	0,337	-0,674	9,1%	7,1%	8,0%	
2500	0,345	0,326	-0,667	1,2%	3,4%	1,0%	

Da Tabela 7. 1, conclui-se que os aumentos 256 para 625 e 625 para 1600 elementos para modelar a chapa produziram uma grande diferença nos resultados. Já o aumento de 1600 para 2500 elementos não modificou significativamente os valores de ε_1 , ε_2 e ε_3 .

Com o objetivo de confirmar a convergência do problema com o número de elementos escolhidos, a malha do corpo de prova foi refinada na região correspondente ao centro do mesmo e o ombro da matriz, conforme mostrado na Figura 7. 1. O número de elementos aumentou de 2500 para 5531, fazendo com que a distância nodal na região da malha refinada tenha a mesma ordem de grandeza da espessura da chapa.

Os resultados de ε_1 antes e após o refinamento da malha são mostrados na Figura 7. 2. Os valores de deformação e a sua localização praticamente não diferem para ambas as configurações de malha.

Assim, conclui-se que para esta geometria, é suficiente o uso de 1600 elementos, o que corresponde a elementos de tamanho igual a 2,5mm de lado.



Figura 7.1 - Malha refinada para punção de R=50mm e corpo de prova de 200x200mm







Figura 7. 2 - Influência do número de elementos na distribuição de deformação verdadeira maior

Posteriormente, foi analisada a influência da hipótese simplificativa do uso da condição de engaste ao invés de modelar o prensa-chapas.

Para tanto, o prensa chapas foi substituído por uma condição de engaste nos nós correspondentes à linha do freio do prensa-chapas. Com isso, o corpo de prova pôde ser reduzido a um quadrado de 82,5mm de lado, e o número de elementos diminuídos de 1600 para 1089, sem modificar o tamanho dos elementos.

A Figura 7. 3, mostra as deformações verdadeiras principais para o conjunto de nós selecionados, com o nó 1372 correspondendo ao centro do punção. Percebe-se que o formato da linha que representa as distribuições de deformação não se altera com a hipótese

simplificativa analisada, porém as deformações verdadeiras são menores que aquelas obtidas com o modelamento do prensa-chapas. Com isso, pode-se afirmar que a hipótese simplificativa testada pode sub-estimar os resultados de deformação verdadeira.



Figura 7.3 - Influência da condição de fixação da chapa.

Posteriormente, foi determinada a influência do coeficiente de atrito nos resultados.

A Figura 7. 4 mostra a variação da distribuição da deformação verdadeira maior (ε_1) em função da distância do centro do punção e do coeficiente de atrito, variando de 0 a 0,20, juntamente com os valores apresentados em Chemin (2004), sem a adição de lubrificante.





Para a condição de atrito nulo, a distribuição de deformações atinge um valor máximo próximo ao centro do punção, (nó 1372), e diminui à medida que se afasta desta região.

Com um coeficiente de atrito diferente de zero, a chapa passa a se movimentar com mais dificuldade na região de contato com o punção. Com isso, o valor de ε_1 diminui no centro do punção à medida que se aumenta o coeficiente de atrito.

Como a deformação na região em contato com a matriz também é restrita, tanto pelo prensa-chapas quanto pelo atrito com a matriz, a região de deformação máxima passa a ser a região que não está em contato nem com o punção, nem com a matriz.

Ainda na Figura 7. 4, pode-se verificar que os valores obtidos por simulação para um coeficiente de atrito igual a 0,15 têm boa concordância com os valores experimentais na região de maior deformação. Na região correspondente ao centro do punção, os valores experimentais são um pouco mais baixos que os encontrados para este valor de atrito.

A Figura 7. 5 mostra a distribuição da deformação verdadeira maior (ε_1) ao longo da chapa para o coeficiente de atrito igual a 0,15. No centro da chapa os valores de deformação encontram-se em torno de 0,15, aumentando gradativamente até 0,35 na região em que não há contato da chapa com o punção ou a matriz. A partir desta região o valor de deformação máxima passa a diminuir até a região de contato com a matriz.

A Figura 7. 6 mostra a distribuição da deformação verdadeira menor (ε_2) para o corpo de prova de 200x200mm e punção com raio de 50mm.

Observa-se que as deformações ε_2 na região de atuação do punção são da mesma ordem de grandeza que as deformações ε_1 . Contudo, a distribuição de deformações ε_2 ao longo do caminho até o prensa chapas é mais homogêneo que ε_1 , não existindo um aumento das deformações na área livre de contato.

O valor da deformação verdadeira menor é positivo para toda região conformada da chapa, da mesma forma que ocorre com os ensaios experimentais com esta geometria de punção e corpo de prova, cujo objetivo é levar a chapa ao estado plano de tensões.

As deformações positivas ε_1 e ε_2 devem ser compensadas de alguma forma para que o volume de material permaneça constante. Por isto, ocorre uma diminuição da espessura da chapa, ou seja, a deformação ε_3 ao longo de toda a chapa deve ser negativa.

Os resultados da simulação atendem ao exposto acima, conforme mostrado na Figura 7. 7. Os valores encontrados no corpo de prova são negativos ao longo de toda a chapa deformada, e com intensidade proporcional a ε_1 .



Figura 7. 5 - Deformação verdadeira maior . Punção com raio de 50mm e corpo de prova 200x200mm



Figura 7. 6 - Deformação verdadeira menor . Punção com raio de 50mm e corpo de prova 200x200mm



Figura 7. 7 - Deformação verdadeira na espessura . Punção com raio de 50mm e corpo de prova 200x200mm



Figura 7. 8 - Espessura. Punção com raio de 50mm e corpo de prova 200x200mm

A diminuição de espessura também pode ser vista na Figura 7. 8 a região de menor espessura após a conformação corresponde àquela de maiores deformações $\varepsilon_1 \in \varepsilon_3$.

7.1.3 CORPO DE PROVA 200x125mm

Os valores de atrito, tamanho de malha e condição de fixação da chapa obtidos nas simulações para o estiramento, conforme descritos em no item 7.1.1 foram utilizados para simular o embutimento profundo, com um corpo de prova de 125x200mm de tamanho.

A dimensão de 125mm faz com que um dos lados da chapa não fique totalmente preso pelo prensa-chapas, permitindo que esta escoe lateralmente, de forma que a deformação verdadeira secundária compense em parte a deformação verdadeira principal, havendo uma menor redução de espessura.

Foi observado que para o embutimento profundo, existe um gradiente de deformação bastante acentuado, conforme observado na Figura 7. 9. Por isto, optou-se por realizar um refinamento local da malha, na região de maior deformação, fazendo com que a distância nodal nesta região seja aproximadamente igual à espessura da chapa.

A Figura 7. 10 mostra a comparação entre os valores de deformação principal maior para o embutimento obtidos por simulação, e os resultados obtidos por Chemin (2004), no sentido do centro do punção (nó 1372) ao ombro da matriz (nó 2482).



Figura 7.9 - Malha utilizada para punção de raio 50mm e corpo de prova 200x200mm



Figura 7. 10 - Comparação entre a distribuição de deformação verdadeira maior com os dados obtidos por Chemin (2004)

De forma geral pode ser observada boa concordância entre os dados experimentais e os dados de simulação, porém a simulação superestima os valores de deformação verdadeira maior na região correspondente ao centro do punção, da mesma forma que para o corpo de prova de 200x200mm. A curva obtida com refinamento da malha apresenta melhor concordância com os dados experimentais.

A Figura 7. 11 mostra a distribuição de deformação verdadeira maior por todo o corpo de provas. Pode-se notar que a região de maior deformação corresponde à área livre de contato entre punção e matriz, da mesma forma que para o corpo de prova de 200x200mm, porém com um gradiente de deformações maior.

Pode-se notar também que para o corpo de prova em formato 200x125mm, passam a existir gradientes de deformação em várias direções ao longo da chapa, ao contrário do que se pode observar para o corpo de prova de 200x200mm, para o qual as deformações encontramse definidas em faixas, ou seja, para uma mesma distância a partir do raio, os valores de deformação são os mesmos não importando a coordenada angular que se escolha.



Figura 7. 11 - Deformação verdadeira maior . Punção com raio de 50mm e corpo de prova 200x125mm





Como esperado, para o corpo de prova de 200x125mm a deformação verdadeira menor apresenta valores negativos ao longo da chapa, conforme mostrado na Figura 7. 12. Ao contrário do caso em que toda a borda da chapa fica presa pelo prensa-chapas, a lateral da chapa do corpo de prova de 125x200mm livre da ação do prensa chapas passa a escoar em direção ao centro do punção, compensando em parte a deformação verdadeira maior.



Figura 7. 13- Deformação verdadeira na espessura . Punção com raio de 50mm e corpo de prova 200x125mm





Os valores de ε_3 encontrados são menores que aqueles para o caso do corpo de prova com medida 200x200mm conforme mostrado na Figura 7. 13, possivelmente devido ao fato de que a deformação ε_1 é em parte compensada pela deformação na direção ε_2 .

A redução da espessura pode ser verificada na Figura 7. 14. Pode-se notar que a região de menor espessura após a deformação também corresponde à área entre a região de contato da chapa com a matriz e com o punção.

7.2 ANÁLISE DAS DEFORMAÇÕES PARA O PUNÇÃO PLANO:

7.2.1CORPO DE PROVA 200X200mm



Figura 7. 15-Comparação entre a distribuição de deformação verdadeira maior com os dados obtidos por Chemin (2004)

A Figura 7. 15 mostra a distribuição de deformações principais no sentido do ombro da matriz ao centro do punção no sentido do ombro da matriz ao centro do punção (do nó 4023 para o nó 6038).

A malha utilizada também foi refinada na região correspondente às maiores deformações principais, conforme mostrado na Figura 7. 16.

Observa-se que nas extremidades do gráfico, ou seja, nos pontos correspondentes ao ombro da matriz e centro do punção, os resultados da simulação encontram-se bem abaixo dos resultados experimentais para a malha com maior refinamento.

Já a malha sem refinamento na região do raio do punção apresenta boa concordância com os resultados experimentais.

Na região entre os raios do punção e da matriz, os dois tipos de malha apresentam boa concordância com os dados experimentais.

Ressalta-se que a malha com refinamento local foi capaz de refletir um ponto de inflexão na curva experimental, conforme indicado na Figura 7. 15, o mesmo não ocorrendo com a malha sem o refinamento local.



Figura 7. 16 - Malha utilizada: punçmo plano e corpo de prova 200x200mm





A Figura 7. 17 mostra a distribuição de deformação verdadeira maior ao longo da chapa.

Pelo gráfico, pode-se perceber a localização da região de maior deformação. Da mesma forma, percebe-se que na maior parte da área em contato com o punção, as
deformações são bastante baixas, devido à ação deste em uma grande região da chapa, impedindo que a mesma se movimente.

A Figura 7. 18 mostra que a região do corpo de prova em contato com o punção apresenta valores de deformação verdadeira menor variando de -0,026 até 0,050. Assim sendo, na região sob contato com o punção existem porções do corpo de prova submetidas ao embutimento, estado plano de tensão e regiões submetidas ao estiramento, dependendo do valor de deformação verdadeira menor naquela região.



Figura 7. 18- Deformação verdadeira menor . Punção plano e corpo de prova 200x200mm

A Figura 7. 19 mostra a deformação verdadeira no sentido da espessura. Nota-se que deformação no sentido da espessura é negativa em toda a área deformada.

Como a deformação principal menor possui valores baixos e oscilando entre valores positivos e negativos, pode-se concluir que praticamente toda a deformação verdadeira maior é compensada pela redução de espessura, ou seja, praticamente toda a região deformada encontra-se em estado plano de deformações.

A redução de espessura também pode ser observada na Figura 7. 20, que mostra a distribuição de espessura ao longo da chapa. Pode-se perceber que a redução de espessura ocorre a partir do ombro da matriz. Na região correspondente ao raio do punção encontra-se o valor máximo de redução. Na região sob o punção, a espessura da chapa é praticamente homogenia, mas também menor que a espessura inicial.



Figura 7. 19- deformação verdadeira na espessura . Punção plano e corpo de prova 200x200mm



Figura 7. 20 - Distribuição de espessura . Punção plano e corpo de prova 200x200mm.

7.2.2 CORPO DE PROVA 200X125mm:

O corpo de prova de tamanho 200x125mm conformado com o punção plano foi simulado com duas configurações de malha: sem refinamento, com as distâncias nodais iguais

a 2,5mm, e com refinamento na região de maior deformação, reduzindo a distância nodal para 0,8mm naquela região, conforme mostrado na Figura 7. 21.



Figura 7. 21 - Malha utilizada para punção plano e corpo de prova 200x125mm



Figura 7. 22 - Deformação verdadeira maior: punção plano e corpo de prova 200x125mm

A Figura 7. 22 mostra os valores de deformação verdadeira maior. Verifica-se que na região central da chapa (nó 6036), o tipo de malha que melhor reflete os dados experimentais é a sem o refinamento local.

Os valores máximos encontrados para a simulação encontram-se entre 0,22 e 0,24 para a malha sem e com refinamento, respectivamente. Já os valores experimentais máximos são de aproximadamente 0,17.

É possível que a causa da divergência seja o tamanho do intervalo de tempo escolhido para que os resultados sejam escritos no arquivo de resultados. Na fase de pré-processamento foi especificado um número de resultados a ser escrito no arquivo de resultados igual a 50, de forma que o tempo total de simulação fica dividido em 50 partes iguais. É possível que a curva cujo valor máximo corresponda aos valores experimentais esteja entre o intervalo de tempo considerado na Figura 7. 22 e o intervalo de tempo anterior.

Conforme mostrado na Figura 7. 23, a deformação verdadeira maior apresenta um valor homogêneo na região sob contato com o a parte plana do punção, que impede a chapa de se movimentar, da mesma forma que para o corpo de prova com formato 200x200mm.

A região de maior deformação mais uma vez encontra-se entre os raios da matriz e do punção.



Figura 7. 23- Deformação verdadeira maior . Punção plano e corpo de prova 200x125mm

A deformação verdadeira menor mostrada na Figura 7. 24 é negativa na maior parte do corpo de prova deformado. Comparando-se a Figura 7. 24 e Figura 7. 11, percebe-se que uma porção maior do corpo de prova foi submetida ao embutimento quando conformada com o punção plano do que quando conformada com o punção de raio igual a 50mm.

A região de maior deformação ε_2 corresponde àquela de deformação ε_1 mais severa.

A deformação verdadeira no sentido da espessura apresenta-se negativa em toda a região deformada do corpo de prova, sendo que os maiores valores (em módulo) são encontrados nas regiões entre os raios do punção e da matriz, conforme a Figura 7. 25. Esta área também é a que apresenta maior redução de espessura, conforme mostrado na Figura 7. 26.



Figura 7. 24- Deformação verdadeira menor . Punção plano e corpo de prova 200x125mm



Figura 7. 25- Deformação verdadeira na espessura . Punção plano e corpo de prova 200x125mm



Figura 7. 26 – Espessura final. Punção plano e corpo de prova 200x125mm

7.3 ANÁLISE DE DEFORMAÇÕES PARA O PUNÇÃO DE RAIO 25mm

7.3.1 CORPO DE PROVA 200x200mm:

A partir dos mesmos parâmetros utilizados para a simulação do punção com raio de 50mm, ou seja, malha sem refinamento local, com elementos de tamanho igual a 2,5mm, e coeficiente de atrito igual a 0,15, foi realizada a simulação para o punção com raio igual a 25mm, e corpo de prova de tamanho igual a 200x200mm.

A Figura 7. 27 mostra os valores de deformação verdadeira maior no sentido no centro do punção (nó 1372) para o ombro da matriz (nó 1397) e os valores correspondentes obtidos por Chemin (2004).

Pode-se afirmar que os dados de simulação apresentam boa concordância com os resultados experimentais, com os pontos de deformação máxima coincidindo em grandeza e localização, assim como o formato da curva.

No entanto, os resultados experimentais apresentam valores iguais a zero para deformação verdadeira maior na região correspondente ao centro do punção e logo após a região de deformação máxima, enquanto os valores de simulação vão de 0,08 para o centro do punção, diminuindo até 0,02 na região entre o valor máximo e o raio da matriz.



Figura 7. 27- Deformação verdadeira maior: punção com raio igual a 25mm e corpo de prova 200x200mm



Figura 7. 28- Deformação verdadeira maior . Punção com raio de 25mm e corpo de prova 200x200mm

A Figura 7. 28 mostra a distribuição da deformação maior ao longo da chapa. Pode-se perceber que as deformações concentram-se na região de contato com o punção, reduzindo-se em forma de um elevado gradiente de deformação na região em torno da região de contato. Os valores de deformação tornam-se então bastante homogêneos e próximos de zero nas regiões posteriores à região de contato com o punção.



Figura 7. 29- Deformação verdadeira menor . Punção com raio de 25mm e corpo de prova 200x200mm

A Figura 7. 29 mostra a distribuição da deformação verdadeira menor ao longo da chapa. Os maiores valores de deformação também se encontram na região central da chapa, correspondendo à região de contato como o punção. Os valores de ε_2 variam desde aproximadamente 0,06 até valores próximos de zero na região entre o raio da matriz e a região de contato com o punção.

Da mesma forma que para o punção de 50mm, o gradiente de deformação para a deformação ε_2 é bem mais suave que o gradiente de ε_1 .

Na região de contato com o raio da matriz, os valores de deformação também se encontram próximos a zero ou negativos.

Assim, estado de deformação da chapa varia entre o estiramento na região central da chapa e em contato com o punção, passando gradativamente ao estado plano de deformações até a região de contato com a matriz, em que o mecanismo predominante é o embutimento.

A deformação verdadeira ao longo da espessura mostrada na Figura 7. 30 qualitativamente apresenta um comportamento similar ao da deformação verdadeira menor, com exceção de uma pequena redução dos valores de deformação (em módulo) no centro da chapa, que não é observado para a deformação verdadeira menor. Assim, a deformação ε_3 no centro da chapa apresenta valores em torno de -0,17 em uma pequena região no centro da chapa, formando logo em seguida uma faixa de valores em torno de -0,2, a partir do qual os valores se reduzem (em módulo) gradativamente até o raio da matriz. Assim como para os valores de $\varepsilon_{2,}$ os valores de ε_{3} na região de contato com a matriz encontram-se próximos a zero na maior parte da área de contato, apresentando algumas regiões isoladas com valores maiores, em torno de -0,02.



Figura 7. 30 - Deformação verdadeira ao longo da espessura . Punção com raio de 25mm e corpo de prova 200x200mm

Os estados de deformação da chapa também podem ser vistos na Figura 7. 31, que mostra a espessura da chapa após a conformação.

O estiramento na região central da chapa torna-se evidente pela redução de espessura de 0,7mm originalmente, para valores entre 0,58mm e 0,61mm na região de contato com o punção. Nesta região a redução de espessura compensa a deformação verdadeira no plano da chapa, que é positiva para nos dois sentidos principais.

Na região entre o raio da matriz e início de contato com o punção, os valores de espessura são levemente reduzidos, variando entre 0,61mm a 0,69mm. Nesta região a redução de espessura compensa principalmente a deformação verdadeira maior.

Na região de contato com a matriz, a maior parte da chapa encontra-se com a sua espessura pouco alterada.



Figura 7. 31- Espessura ao longo da espessura . Punção com raio de 25mm e corpo de prova 200x200mm

7.3.2 CORPO DE PROVA 200X125mm:

Os resultados da Figura 7. 33 a 7.37 foram obtidos com refinamento local da malha e coeficiente de atrito igual a 0,15 por terem sido os parâmetros que produziram melhor ajuste no caso do punção de 50mm de raio. A malha refinada é mostrada na Figura 7. 32.



Figura 7. 32 - Malha utilizada para punção de raio 25mm e corpo de prova 200x125mm

A Figura 7. 33 mostra que a curva obtida por simulação apresenta o mesmo formato e altura que apresentaria a curva formada pelos pontos experimentais, porém, um pouco deslocada em sentido ao nó 1372, que corresponde ao centro do punção. Ressalta-se também que o ponto experimental próximo ao nó 2456 com nível de deformação próximo a 0,15 não foi reproduzido na simulação, para o caminho de leitura de dados escolhidos.

Conforme observado por Chemin (2004), o posicionamento da tensão máxima mais próxima do centro do punção se comparada com as curvas de deformações obtidas com os formatos de punção apresentados anteriormente, deve-se ao menor raio em contato com a chapa, causando uma maior concentração de tensões.



Figura 7. 33- Deformação verdadeira maior: punção em forma de elipse profunda e corpo de prova 200x125

Conforme a Figura 7. 34, a deformação principal maior no centro do punção apresenta valores em torno de 0,1, atingindo um valor máximo em torno de 0,2 logo após a região de contato com o punção, reduzindo-se gradativamente até a região de contato com o raio da matriz.



Figura 7. 34- Deformação verdadeira maior . Punção com raio de 25mm e corpo de prova 200x125mm

A deformação verdadeira menor, mostrada na Figura 7. 35 apresenta-se de forma mais concentrada na região central do punção, se comparada à distribuição causada pelo punção de 50mm de raio no mesmo tipo de corpo de prova.

Os valores de deformação verdadeira menor no centro do punção variam entre 0,075 a 0,117, fazendo com que esta região se encontre em estado de estiramento.

A maior parte da chapa entre a região de contato com o punção e a região de contato com a matriz apresenta valores de deformação verdadeira menor entre 0,013 e -0,008. Assim sendo, a maior parte da chapa nesta região encontra-se próxima ao estado plano de deformação.

Algumas regiões isoladas da chapa entre a região de contato com a matriz e com o punção apresentam valores de deformação verdadeira menor em torno de -0,05, onde o mecanismo de deformação predominante é o embutimento.



Figura 7. 35 - Deformação verdadeira menor . Punção com raio de 25mm e corpo de prova 200x125mm

A deformação verdadeira no sentido da espessura da chapa também apresenta os maiores valores (em módulo) no centro da chapa, na região correspondente às maiores intensidades de deformação verdadeira maior, evidenciando o estiramento presente nesta região.

Fora da região de contato com o punção, os valores de deformação verdadeira na espessura diminuem gradativamente em direção à região de contato com a matriz, atingindo valores próximos a zero.



Figura 7. 36- Deformação verdadeira ao longo da espessura . Punção com raio de 25mm e corpo de prova 200x125mm

A maior redução de espessura na chapa ocorre na região correspondente ao estiramento, no centro da chapa, chegando à espessura mínima de 0,529mm. Na região entre o contato com o punção e com a matriz, as espessuras variam desde 0,619mm até a espessura nominal, de 0,7mm.



Figura 7. 37- Espessura da chapa. Punção 25mm de raio, corpo de prova 200x125mm.

7.4 COMPARAÇÃO ENTRE OS MODOS DE DEFOMAÇÃO PARA CADA TIPO DE CORPO DE PROVAS EM FUNÇÃO DO FORMATO DO PUNÇÃO

As figuras 7.38 e 7.39 mostram os resultados obtidos com as diferentes geometrias de punção para os corpos de prova de 200x200mm e 200x125mm, respectivamente.

Pode-se verificar por estas figuras que a geometria de punção plana faz com que os pontos de deformação máxima se movimentem em sentido ao raio da matriz, enquanto as geometrias de punção com raios de 50 e 25mm fazem com que os pontos de deformação máxima encontrem-se mais próximos do centro da chapa.



Figura 7. 38 - Deformação verdadeira maior. Corpo de prova 200x200mm, três geometrias de punção.



Figura 7. 39- Deformação verdadeira maior. Corpo de prova 200x125mm, três geometrias de punção

O formato da curva de deformação verdadeira maior não se altera muito para o formato de corpo de prova 200x200mm e os punções com raios de 50 e 25mm, apenas a intensidade dos valores máximos e sua localização são diferentes, com o ponto de deformação máxima para o punção de raio igual a 25mm estando localizado mais próximo ao centro da chapa, e com intensidade menor que para o raio de 50mm.

Os gradientes de deformação são maiores para o corpo de prova com formato 200x125mm, tanto para o punção plano quanto para o punção de 50mm. Nos demais casos,

nota-se que a mudança na intensidade de deformação ocorre de maneira suave, não havendo um pico de deformação muito acentuado.

7.5 DISCUSSÕES

As maiores dispersões entre resultados da simulação e experimentais são encontradas para os casos envolvendo o punção plano. Estas dispersões podem ser atribuídas à escolha do caminho de leitura dos dados, uma vez que para tal formato de punção, a distribuição de deformações é bastante irregular ao longo da chapa, ao contrário dos demais formatos em que os níveis de deformações são definidos de forma mais regular, ou até mesmo em faixas de valores constantes para um mesmo raio, no caso dos corpos de prova de 200x200mm.

Os deslocamentos dos gráficos à direita ou esquerda em relação aos pontos de máxima deformação obtidos experimentalmente também não deveriam ser considerados como muito relevantes, uma vez que o refinamento da malha faz com que a distância nodal varie ao longo do caminho escolhido para leitura dos dados, e esta variação não foi levada em consideração da elaboração dos gráficos.

Os modos de deformação verificados, embutimento, deformação plana e estiramento, também correspondem àqueles esperados.

Para as geometrias mais simples, com punção de raio único (25mm ou 50mm) e corpo de prova de 200x200mm, concluiu-se que um tamanho de elemento igual a 2,5mm de lado é suficientemente refinado para que a convergência fosse alcançada, e os resultados encontrados tivessem boa correlação com os resultados experimentais.

Para os demais casos, como o punção plano ou os corpos de prova com 200x125mm, em que as deformações são mais irregulares, houve a necessidade de um refinamento local da malha, para que os resultados apresentassem melhor correlação com os resultados experimentais. Neste caso um refinamento tal que a distância nodal seja aproximadamente a espessura da chapa foi suficiente. Uma exceção se faz ao caso do punção plano e corpo de prova de 200x125mm, em que o resultado da simulação com a malha menos refinada apresentou maior número de pontos em concordância com os resultados experimentais.

Com atrito nulo, a maior deformação acontece na região central do corpo de prova, diminuindo gradativamente até a região de contato com a matriz.

Já o uso de um coeficiente de atrito diferente de zero, faz com que a deformação na região de contato com o punção seja restringida. Desta forma, para a faixa de atritos estudada, pode-se afirmar que a deformação verdadeira maior na região de contato com o punção diminui com o aumento do coeficiente de atrito.

Na região entre o contato matriz-chapa e punção-chapa, a intensidade da deformação aumenta com o aumento do coeficiente de atrito.

Na região posterior à região de maior deformação, os resultados não são alterados significativamente com a modificação do coeficiente de atrito.

CAPÍTULO 8 CONCLUSÕES

Do exposto nos capítulos anteriores, pode-se tirar as seguintes conclusões:

- A análise de deformações via Método dos Elementos finitos utilizando o LS-Dyna é capaz de reproduzir os resultados experimentais satisfatoriamente.
- 2. O tamanho da malha altera significativamente a convergência dos resultados encontrados na simulação.
- 3. O coeficiente de atrito altera significativamente o resultado da simulação.
- 4. A condição de engaste na chapa, ao invés do modelamento do prensa-chapas faz com que as deformações sejam menores que aquelas obtidas com o modelamento do prensa-chapas, portanto esta hipótese deve ser empregada com cuidado, uma vez que os valores são sub-estimados podendo ocasionar falhas no projeto.
- O aumento da velocidade de descida do punção na simulação, conforme indicado no capítulo 5, não alterou os resultados de forma a causar divergência com os resultados experimentais.

 O modelo utilizado para descrever o material sendo conformado, apresentado em Barlat e Lian (1989), é capaz de reproduzir satisfatoriamente a deformação verdadeira maior encontrada na prática.

8.1 RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS:

Durante o desenvolvimento desta dissertação foram identificados alguns tópicos relacionados à simulação de processos de conformação de chapas via métodos de elementos finitos poderiam ser investigados em trabalhos futuros:

-Testar modelos de atrito diferentes: os resultados encontrados mostraram-se bastante sensíveis ao valor de atrito utilizado. A influência de modelos diferentes de atritos nos resultados poderia ser estudada em trabalhos futuros.

-Repetir o estudo comparando os outros eixos de deformação: os resultados de deformação verdadeira encontrados na simulação foram apresentados, porém não foram comparados com resultados experimentais.

-Testar outros modelos de material:

-Utilizar refinamento automático da malha: durante o desenvolvimento das simulações, foi identificada a necessidade de refinar a malha em algumas regiões do problema para melhorar a correlação dos resultados das simulações com os resultados experimentais. O uso do remalhamento automático poderia economizar tempo de simulação. A capacidade do software escolhido em representar os resultados experimentais a partir de parâmetros de erro pré-estabelecidos poderia ser avaliada em trabalhos futuros.

-Comparar a influência de diferentes formulações de elementos: o LS-Dyna possui diferentes formulações para o elemento tipo "Shell". Neste trabalho foi utilizada a formulação do tipo S/R Hughes-Liu. Outras formulações poderiam ser testadas.

- ABRANTES, J. P., BATALHA, G. F. Modelagem da conformação de chapas metálicas por pressão hidrostática (Bulge test) (1). In: CONFERENCIA NACIONAL DE CHAPAS, 6, Porto Alegre: Brasil, p. 13-23, 2003.
- ALVES, A. Elementos Finitos A base da tecnologia CAE. 2. ed. São Paulo: Editora Érica, 2000
- ARAGÃO, R. R., OLIVEIRA S. A. G. Análise da espessura do blank e do coeficiente de atrito na força máxima do punção de estampagem de copos cilíndricos através do MEF. CONGRESSO BRASILEIRO DE ENGENHARIA DE FABRICAÇÃO. *Anais* ... Rio de Janeiro : ABCM, 2003. p. 1-9.
- AZEVEDO, R. L., AWRUCH, A. M. Geometric nonlinear dynamic analysis of plates and shells using eight-node hexahedral finite elements with reduced integration. J. Braz. Soc. Mech. Sci., v. 21, no.3, p.446-462, 1999
- BARLAT, F., LIAN, J. Plastic behavior and stretchability of sheet metals. Part1: a yield function for orthotropic sheets under plane stress conditions. *International Journal of Plasticity*, v. 5, p51-66, 1989
- 6. BATHE, J.K. *Finite element procedures in Engineering analysis*. Englewood : Prentice Hall, 1982. 133p.
- BORSOI, C. A.; HENNIG, R.; SCHAEFFER, L. Novo teste tecnológico no LdTM para a melhor determinação da conformabilidade de chapas metálicas. *III Conferência Nacional de Conformação de Chapas*. Porto Alegre: Brasil, p. 50-59, 2000.
- 8. BRESSAN, J.D. The influence of material defects on the forming ability of sheet metal. *Journal of Materials Processing Technology*, v.72, p.11-14, 1997.
- BRESSAN, J.D., WILLIAMS, J.A. The use of a shear instability criterion to predict local necking in sheet metal deformation. *International journal of mechanical science*. v. 25, n 3, p. 155-168, 1983
- 10. BUCHAR, Z. Circle grid analysis applied to the production problems of the car body panel. *Journal of materials processing technology*. v. 60, p. 205-208, 1996
- CAO, J., YAO, H., KARAFILLIS, A., BOYCE, M.C. Prediction of localized thinning in sheet metal using a general anisotropic yield criterion *International journal of plasticity*. v. 16, p.1105-1129. 2000

- CAO, J., YAO, H. Prediction of forming limit curves using an anisotropic yield function with prestrain induced backstress. *International journal of plasticity*,v. 18, p.1013-1038. 2002.
- CHEMIN, R. A. F. Avaliação das deformações de chapas finas e curvas CLC para diferentes geometrias de punções. Dissertação de mestrado - Setor de Tecnologia, Universidade Federal do Paraná, 2004
- COSTA, A.R. Análise da estampagem de chapas metálicas utilizando elementos finitos. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, 2003
- 15. CRISFIELD, M.A. Non Linear Finit Element Analysis of Solids Structures. West Sussex, England : John Wiley & Sons, 2001 . Volume 2: Advanced Topics.
- EVANGELISTA, S. H. Diagramas de limite de conformação aplicados à análise por elementos finitos de um processo de estampagem em chapas metálicas. Dissertação (Mestrado em Engenharia) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2000.
- FERNANDES, F., AL-QURESHI, H. Desenvolvimento de novo teste para ensaio de estiramento "in-plane" de chapas metálicas, CONFERÊNCIA NACIONAL DE CONFORMAÇÃO DE CHAPAS, 2., p. 97-107.1999
- HAAR, R. Friction in sheet metal forming, the influence of (local) contact conditions and deformation. Tese (Doutorado) - Universidade Twent. 1996
- HALLQUIST, J. O. LS-DYNA3D Theoretical Manual. Livermore, Livermore Software Technology Corporation, 1998.
- 20. HILL, R. On discontinuous plastic states, with special reference to localized necking in thin sheets. *Journal of mechanics and physics of solids*, v. 1, p.19-30. 1952
- 21. KLOSSTERMAN, G. Contact methods in finite element methods. Tese (Doutorado) -Universidade Twente, 2002
- 22. KNOCKAERT, R., CHASTEL, Y., MASSONI, E. Experimental and numerical determination of texture evolution during deep drawing tests, *Journal of materials processing technology*. v.110, p.300-311, 2001
- 23. LOBÃO, M. C. Determinação de curvas limite de conformação por procedimentos experimentais e simulação numérica do processo de estampagem. Dissertação (Mestrado) Universidade Federal de Santa Catarina. 2003
- 24. LOBÃO, M. C., BOLSI, J., FANCELLO, E. A., OLIVEIRA, C. A. S. Determinação de curvas limite de conformação por procedimentos experimentais e simulação numérica do processo de estampagem, CONFERÊNCIA NACIONAL DE

CONFORMAÇÃO DE CHAPAS,6., Porto Alegre, 2003. Anais. Porto Alegre : Gráfica e Editora Brasil, v. 1. p. 50-60. 2003.

- 25. MAMALIS, A.G., MANOLAKOS, D.E., BALDOUKAS, A.K. On the finite-element modeling of the deep-drawing of square sections of coated steels. *Journal of materials processing technology*. v. 58, p. 153-159. 1996
- 26. MAMALIS, A.G., MANOLAKOS, D.E., BALDOUKAS, A.K. Simulation of sheet metal forming using explicit finite element techniques: effect of material and forming characteristics Part 2. Deep-drawing of square cups. *Journal of Materials processing technology*. v. 72, p. 110–116. 1997
- 27. MAKINOUCHI, A. Sheet metal forming simulation in industry. *Journal of materials processing technology*. v. 60, p.19-26. 1996
- 28. MENEZES, M.A. Strain limit theories, anisotropy in sheet metal forming and simulation of pressing processes. [s. l. : s.n.], 1995
- 29. MERCIER, F. Contribution à la modélisation de lémboutissage de toles minces par l'ápproche inverse. Tese (Doutorado) Universite de Technologie de Compiegne. 1998
- 30. MORENO, M. E. Desenvolvimento e implementação de metodologia de otimização da geometria do blank em processos de conformação de chapas metálicas. Dissertação (Mestrado) Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. 2000
- 31. MOSHFEGH, R., LI, X., NILSSON, L. Adaptive Finite Element simulation of sheet metal forming processes using gradient based indicators, INTERNATIONAL LS_DYNA USERS CONFERENCE SIMULATION, 6. Dearborn, Michigan. 2000
- 32. LI, S., LIU, X., GUPTA, A. Smart Element Method I. The Zienkiewicz-Zhu feedback. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*. v. 61, p.1-31. 2005
- 33. OLENIAK, E. G. F. Análise da estampagem de chapas pelo método de elementos finitos: estudo da influência da taxa de sensibilidade. Dissertação (Mestrado) – Centro Federal de Educação Tecnológica do Paraná. 2003
- 34. SROUR, E. H. J. Determinação do grau de conformabilidade de chapa de aço para suporte de coluna de direção e identificação de similar nacional. Dissertação (Mestrado) Setor de Tecnologia, Universidade Federal do Paraná. 2002
- 35. STACHOWICZ, F. Inhomogeneity and forming limits of cooper sheets, *Numerical Methods in Continuum Mechanics*. 2003
- 36. STÖREN, S., RICE, J. R. Localised Necking in thin sheets, *Journal of mechanics and physics of solids*. v. 23, p. 421-441. 1975

- 37. TRISTANO, J. R., CHEN Z., HANCQ, A., KWOK, W. Fully automatic adaptive mesh refinement integrated into the solution process. INTERNATIONAL MESHING ROUNDTABLE, 12.th. . *Proceedings* ... Sandia National Laboratories, p.307-314. 2003
- WESTENEG, A. Modeling of contact and friction in deep drawing process. Tese (Doutorado) - Universidade Twente. 2001
- 39. WAN, JIE, KOCAK, S., SHEPHARD, M. S. Automated adaptive forming simulations Proceedings, INTERNATIONAL MESHING ROUNDTABLE, 12.th. Proceedings ... p.323-334. 2003
- 40. ZIENKIEWICZ, O.C., TAYLOR, R.L. *The Finit Element Method.* 5. ed. Oxford : Butterworth-Heinemann, 2000