UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

VINICIUS NOSCHANG CAMPOS DA CRUZ

A DIFICULDADE NO APRENDIZADO DA MATEMÁTICA: UM ESTUDO SOBRE OS ELEMENTOS DETERMINANTES PARA A OBJEÇÃO DO SABER

CURITIBA

2020

VINICIUS NOSCHANG CAMPOS DA CRUZ

A DIFICULDADE DE APRENDIZADO DA MATEMÁTICA: UM ESTUDO SOBRE OS ELEMENTOS DETERMINANTES PARA A OBJEÇÃO DO SABER

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao curso de Licenciatura em Matemática, Setor de Ciências Exatas, Universidade Federal do Paraná, como requisito parcial à obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Tania Teresinha Bruns Zimer

CURITIBA

2020

ATA DE DEFESA DE TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

No dia 14 de dezembro de 2020, na sala virtual https://meet.google.com/fhr-akzm-ruu , foi instalada pelo(a) Professor(a) Tania Teresinha Bruns Zimer, a Banca Examinadora para o Trabalho de Conclusão de Curso do curso de graduação em Matemática da UFPR. A banca examinadora foi constituída pelos professores: Priscila Kabbaz Alves da Costa, do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e em Matemática da UFPR, Roberto Ribeiro Santos Junior do Departamento de Matemática da UFPR; e Tania Teresinha Bruns Zimer, orientador(a) da monografia a quem coube a presidência dos trabalhos. Às 14h, a banca iniciou seus trabalhos, convidando o aluno Vinicius Noschang Campos da Cruz a fazer a apresentação da monografia intitulada “A dificuldade no aprendizado da Matemática: um estudo sobre os elementos determinantes para objeção do saber”. Encerrada a apresentação, iniciou-se a fase de argüição pelos membros participantes. Após a argüição, a banca com pelo menos 03 (três) membros reuniu-se para a apreciação do desempenho do estudante. Tendo em vista a monografia e a argüição, os membros presentes da banca decidiram por sua aprovação, com nota 100.

Curitiba, 14 de dezembro de 2020.

Tania B Zimer

Profa. Dra. Tania T. Bruns Zimer
Presidente

PCosta

Profa. Dra. Priscila A. Kabbaz
Titular

Roberto Ribeiro Santos Junior

Prof. Dr. Roberto Ribeiro Santos Junior
Titular

RESUMO

A dificuldade dos estudantes no aprendizado de conteúdos matemáticos é um fenômeno que pode ser extremamente danoso ao desenvolvimento de seu conhecimento na área e suas abordagens em diferentes níveis de ensino. Com base nisso, o combate a essas adversidades é vital para poder-se criar um cenário favorável em relação à matemática, para torná-la motivadora e não intimidadora para os estudantes. Portanto, o presente trabalho tem como objetivo investigar as possíveis relações entre a defasagem do aprendizado de conteúdos matemáticos da Educação Básica com os erros na matemática de alunos recém ingressos no ensino superior. Os procedimentos metodológicos empregados neste estudo consistem em: uma pesquisa de campo desenvolvida com estudantes recém ingressos na Universidade Federal do Paraná e uma Fundamentação Teórica que tem como fonte trabalhos relacionados a dificuldade do estudante em aprender matemática. A pesquisa de campo deu-se por meio do acompanhamento dos alunos matriculados na disciplina de Introdução ao Cálculo no decorrer de todo o processo de ensino remoto emergencial entre os meses de agosto e setembro de 2020. A partir da análise de dados coletados nas monitorias síncronas e das respostas dos estudantes nas avaliações da disciplina, foi possível concluir que um bom domínio de conteúdos da Escola Básica, e em determinados casos uma defasagem no aprendizado dos mesmos, influenciaram diretamente no aproveitamento dos estudantes nas questões de conteúdos do Ensino Superior.

Palavras-chave: Dificuldade. Aprendizado. Matemática. Escola Básica. Ensino Superior.

ABSTRACT

The students' difficulty in learning mathematical content is a phenomenon that can be extremely harmful to the development of their knowledge in the area and their approaches at different levels of education. Based on this, combating these adversities is vital in order to create a favorable scenario in relation to mathematics, to make it motivating and not intimidating for students. Therefore, the present work aims to investigate the possible relationships between the gap in the learning of mathematical content in Basic Education with the errors in the mathematics of students recently enrolled in higher education. The methodological procedures employed in this study consist of: a field research developed with students recently enrolled at the Federal University of Paraná and a Theoretical Foundation that has as source papers related to the student's difficulty in learning mathematics. The field research took place through the monitoring of students enrolled in the discipline of Introduction to Calculus during the entire process of emergency remote education between the months of August and September 2020. From the analysis of data collected in synchronous monitoring and the responses of students in the evaluations of the discipline, it was possible to conclude that a good mastery of contents of the Basic School, and in certain cases a lag in their learning, directly influenced the students' use in matters of Higher Education content.

Keywords: Difficulty. Learning. Mathematic. Elementary School. Higher Education.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

As particularidades das diferentes áreas de conhecimento podem se tornar desafios para estudantes de diferentes idades e níveis de ensino quando se deparam com a iniciativa de aprender certos conteúdos. A matemática, como uma ciência exata de extrema importância, pode eventualmente ser encarada como algo intimidador quando o assunto se trata de dominar algumas de suas ferramentas utilizadas em aulas. Contudo, as dificuldades para o desenvolvimento e construção do conhecimento matemático devem ser adversidades cuidadosamente trabalhadas, a fim desse fenômeno não evoluir por razões fúteis e evitáveis, pois essas dificuldades podem ser danosas e gradativas ao longo da vida escolar e acadêmica do estudante.

Em vista disso, uma análise sobre quais são os motivadores e sobre quais circunstâncias essas dificuldades se desenvolvem e como causam impacto na trajetória do estudante, pode vir a ser um motivador para um olhar mais atento ao aluno por parte das pessoas que o cercam em seu cotidiano de estudos. Não necessariamente um professor, mas qualquer indivíduo que de alguma maneira contribua para a vida escolar ou acadêmica desse estudante. Para que de alguma forma possa-se ajudar a tornar o estudo da matemática algo mais motivador e menos intimidante para os alunos.

Desta forma, a análise a ser desenvolvida em prol do estudo das dificuldades dos estudantes com relação à matemática, contemplando alunos desde a Escola Básica até o Ensino Superior, busca não somente avaliar cada situação em particular em seu determinado nível de ensino, porém explorar atentamente a possibilidade de como essa dificuldade pode impactar ou até comprometer o desenvolvimento do aprendizado matemático do aluno.

O estudo desenvolvido tem por objetivos analisar a dificuldade de aprendizagem dos estudantes no ensino superior, investigando as vertentes ligadas às dificuldades de aprendizagem em matemática de conteúdos da Educação Básica.

Os procedimentos metodológicos empregados neste estudo consistem em uma pesquisa de campo realizada com estudantes recém ingressos na Universidade Federal do Paraná, que cursaram a disciplina de Introdução ao Cálculo durante o período de ensino remoto emergencial entre os meses de agosto e setembro de

2020, e na construção de uma Fundamentação Teórica a fim de mediar a interpretação dos dados coletados.

Em vista disso, o público a ser atingido com o alcance desse trabalho é caracterizado por aqueles que são integrantes de ambientes escolares ou acadêmicos, ou estão direta ou indiretamente ligados aos estudantes que podem ou não estarem inseridos em casos reais de problemas de aprendizagem em matemática. Uma vez que o trabalho será organizado de forma a abordar situações que levam os alunos a viverem a experiência desses fenômenos de dificuldade.

2 ALGUNS APONTAMENTOS SOBRE A APREDIZAGEM

A educação proporciona desafios que buscam serem superados a cada dia. A arte que ocorre no ensino-aprendizagem é uma via de mão dupla com trajetórias das mais diferentes características, variando das mais sutis e prazerosas até as mais turbulentas e complexas. Mas enxergando essa arte como uma estrada, quais seriam os personagens que por ela trafegam nos dois diferentes sentidos? De fato, é inviável falar sobre a educação sem se mencionar e imergir na relação diária entre professores e alunos. Contudo, não pode-se negar que o processo de ensino-aprendizagem vai muito além dessa relação entre os dois em uma sala de aula, seja pelos demais profissionais que agregam em prol da educação dos estudantes nas instituições de ensino, ou também pelos fatores que estão diretamente ligados ao aluno em sua vida fora desses ambientes de estudo.

Considerando alguns dos diversos fatores que estão ligados aos estudantes, seja dentro ou fora do ambiente de ensino, quais destes podem impactar diretamente na garantia e qualidade do aprendizado desse estudante? Para se analisar melhor essas questões, deve-se primeiro focar em saber de fato como se caracteriza a “aprendizagem”

Segundo D’Ambrósio (2008), a aprendizagem é um processo contínuo que está em constante aprimoramento e que varia a maneira como ocorre de pessoa para pessoa. O conhecimento é resultado de um longo processo de organização intelectual e social, extremamente dinâmico e jamais finalizado (apud MEDEIROS e WELTER, 2015). A aprendizagem ocorre sempre quando o indivíduo corresponde a um estímulo recebido, sendo esse um processo pessoal em que cada ser humano é responsável pelas suas conquistas (ZANELLA, 2003, apud MEDEIROS e WELTER, 2015). Contudo, quais são as consequências quando o indivíduo sofre com dificuldades que impactam o seu processo de aprendizagem?

Deve-se levantar essas questões para as particularidades da Matemática. A própria disciplina possui uma fama entre vários estudantes de se caracterizar como uma ciência muito complexa de se aprender e fazer, os motivos, por mais particulares que sejam para cada estudante, podem induzir os alunos a criarem um certo bloqueio mental com a matemática ou qualquer coisa que se assimile a ela. Nesse contexto, o matemático Seymour Papert, denominou práticas semelhantes a essas, como a chamada “Matofobia”.

Segundo Papert (1988, apud SANTOS T, 2017), o medo da matemática, como a “Matofobia”, impede muitas pessoas de aprenderem qualquer coisa que reconheçam como matemática. Embora elas não tenham dificuldade com o conhecimento matemático quando não o reconhecem como tal. Ela também é identificada como uma questão cultural onde os estudantes, geralmente, não gostam ou possuem medo da matemática porque não a entendem (SANTOS T, 2017).

A “matofobia”, esse medo da matemática, existe em muitos alunos, e por extensão, causa ao aluno um medo de aprender, tornando o processo de aprendizagem como algo doloroso e complexo. Sendo que este medo pode ir além da matemática, interferindo significativamente na vida das pessoas, quando estas são rotuladas com ou sem aptidão para qualquer coisa que seja. Este princípio pode ser norteador para que as crianças, antes mesmo de começar a estudar a fundo a matemática, já tenham em mente a ideia de que a matemática é algo difícil (FELICETTI, 2007).

Diante de situações semelhantes, a necessidade de intervenções junto aos personagens que estão diretamente ligados ao contexto de todo o aprendizado desses alunos é necessária, para que conteúdos matemáticos sejam trabalhados de forma a construir o conhecimento, instigando o aluno ao desenvolvimento do seu próprio saber. Contudo, para que haja as evoluções necessárias, deve-se primeiro identificar os elementos, atitudes e mentalidades que provocam e direcionam os estudantes a terem problemas relacionados aos conteúdos matemáticos.

Com base nisso, será feito a identificação e análise de fatores que, segundo a fundamentação bibliográfica estudada, são determinantes e muito impactantes ao desenvolvimento do aprendizado dos alunos na matemática. Obviamente, as comorbidades em relação à matemática não são exclusivamente resultado dos fatores que aqui serão analisados, tendo consciência que existem outros elementos que são nocivos ao estudo desta ciência, porém, os que neste presente trabalho serão citados, são fatores muito comuns e de grande efeito sobre o aprendizado na matemática.

2.1 CONHECIMENTOS PRÉVIOS

Eventualmente, quando se trabalha com a matemática, seja qual for a área, conteúdo ou aplicações, utiliza-se ferramentas e mecanismos que já se possui o controle − ou que pelo menos dever-se-ia possuir. Desta forma, utiliza-se esse conhecimento prévio para nos guiar e auxiliar no desenvolvimento desse novo cenário. Para o matemático Morris Kline (1976), a estrutura curricular de uma disciplina de matemática deve ser observada como um assunto acumulativo, e que o novo se constrói sobre o antigo, e a matéria antiga tem que ser compreendida para o domínio dos novos conhecimentos (apud FELICETTI, 2007).

Dessa forma, pode-se notar a importância da matemática e da construção dos conceitos que se aprende ao longo dos anos. Como afirma Felicetti (2007) que:

> A visão do conhecimento da Matemática como um muro de tijolos funciona muito bem. Nessa visão, cada tijolo representa um conceito. Os conceitos mais simples, como os números e as quatro operações, formam a base do muro. Pouco a pouco outros conceitos, ou tijolos, vão sendo acrescentados e o muro começa a crescer. Se falta um tijolo, o muro tem uma fraqueza ou, em alguns casos, se faltam muitos tijolos (ou conceitos), o muro fica impedido de aumentar. Por outro lado, com os conceitos solidamente fixados, o conhecimento da Matemática tende a se multiplicar e a se consolidar no estudante. Como resolver o problema de falta de um ou mais tijolos, em outras palavras, dos conceitos? Voltando atrás e buscando o conhecimento que está faltando para retomar a construção do muro de forma sólida. Mas por que ter todo esse trabalho? Porque a Matemática é muito importante, sendo a linguagem das ciências exatas, dos negócios e do dinheiro (FELICETTI, 2007, p.49).

Felicetti (2007) ainda assegura que para haver aprendizado de um determinado assunto matemático é necessário que o aluno tenha certo nível de desenvolvimento cognitivo a respeito, ou seja, são necessários conhecimentos estruturados em aprendizagens anteriores. Visto que, às vezes, a compreensão e assimilação de uma nova informação não é possível, pois os alunos não dispõem de conhecimentos prévios relevantes, ou os que possuem não são oportunos para a ocasião (POZO, 2002). Também tem-se que, num processo de ensino-aprendizagem, onde o professor de alguma forma está ciente dos níveis de conhecimentos prévios por parte do aluno, isso cria a oportunidade do próprio educador identificar se esses conhecimentos podem se tornar obstáculos ou precursor na aprendizagem do estudante (COELHO, 2000 apud FELICITTI, 2007).

Isso reflete a importância de se saber as ideias prévias que o aluno possui, visto que

> [...] não podemos negar que a aprendizagem escolar nunca começa no vácuo, mas é precedido sempre de uma etapa perfeitamente definida de

> desenvolvimento, alcançado pela criança antes de entrar para a escola. (VYGOTSKI, 1988, p.110 apud FELICITTI, 2007, p.52).

Segundo Pozo (2002), uma ideia comum a todas as aprendizagens é que o ato de aprender implica mudar os conhecimentos e comportamentos anteriores, mesmo que esses comportamentos sejam anteriores à entrada na escola. Para ele, boa parte das dificuldades de aprendizagem provém da necessidade de mudar o que já se sabe ou o que se faz, pois, por vezes, o difícil não é adquirir um novo comportamento ou hábito, mas deixar de fazê-lo.

Com frequência, os esforços dos alunos para adquirir conhecimento, ou dos professores para ensinar, tropeçam em obstáculos colocados por conhecimentos implícitos aprendidos anteriormente pelos estudantes, de modo incidental e sem sequer que os alunos estejam consciente deles, o que obriga uma reconstrução dos mesmos para que se possa prosseguir de maneira efetiva (POZO, 2002).

Essa problemática envolvendo o desenvolvimento da aprendizagem matemática pode comprometer o aluno desde o Ensino Básico até o Superior. Nas disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral, em turmas de cursos superiores, quanto à origem das dificuldades apresentadas pelos estudantes, os conteúdos da Educação Básica são considerados precursores desse sintoma, pois costumam sofrer defasagem, não prepararando adequadamente o aluno para sua próxima fase de estudo (MASOLA et al., 2016). Tais colocações apontam diretamente para necessidade de uma boa base de conhecimento de conteúdos anteriores para que haja o efetivo aprendizado de novos. Independente do nível de ensino que se encontra o estudante, essa problemática pode afetá-lo de qualquer modo, não apenas exclusivamente no Ensino Básico, mas também no Superior. Sendo que este último pode, eventualmente, ser mais propício a tais adversidades, pois a matemática desenvolvida no Ensino Superior pode requisitar o conhecimento de amplos conteúdos matemáticos básicos. Assim como coloca Cury (2009, p.229 apud MASOLA, 2016, p.5)

> Em Cálculo Diferencial e Integral, temos notado que os maiores problemas não são relacionados diretamente com a aprendizagem das técnicas de cálculo de limites, derivadas ou integrais. Os erros mais frequentes são aqueles ligados a conteúdos de Ensino Fundamental ou Médio, especialmente os que envolvem simplificações de frações algébricas, produtos notáveis, resoluções de equações, conceito de função e esboço de gráficos. (CURY, 2009, p. 226 apud MASOLA, 2016, p.5)

Cury (2008) traz uma investigação sobre uma sistemática de análise de erros em questões matemáticas. Os resultados obtidos foram fruto de uma investigação realizada com 368 alunos calouros de nove instituições de Ensino Superior brasileiras. Esse projeto foi intitulado “Análise de Erros em Disciplinas Matemáticas de Cursos Superiores”, e foi conduzida por 14 docentes de cursos da área de Ciências Exatas, como Licenciatura em Matemática, Engenharia, Arquitetura e Ciências da Computação, em disciplinas de primeiro semestre desses cursos. Algumas das turmas formadas pelos alunos desses cursos são de Cálculo I, Álgebra Linear e Geometria Analítica e Fundamentos da Matemática.

O objetivo do trabalho de Cury (2008) foi analisar e classificar os erros apresentados pelos alunos participantes, procurando também, a partir das informações frutos da pesquisa, desenvolver estratégias de ensino que possam auxiliá-los em suas dificuldades, vista a grande repetência e evasão em turmas de calouros, especialmente nas disciplinas de Cálculo. Foram elaboradas 12 questões de múltipla escolha, envolvendo conteúdos da Educação Básica. Este teste foi aplicado nas primeiras duas semanas de curso, de modo que os alunos participantes utilizassem, essencialmente, seus conhecimentos que traziam do Ensino Médio.

A análise desenvolvida por Cury (2008), em relação a essa investigação junto aos alunos calouros, voltou-se a analisar duas questões deste teste. Adiante, irá ser explorado tal análise, porém será focado em apenas uma das questões propostas, sendo essa, dentre as duas selecionadas pela autora, a que obteve o menor percentual de acerto (17% de acerto).

A questão requisitava dos alunos, que definissem o conjunto solução de uma equação, cujo enunciado era:

O conjunto-solução, em R, da equação $1/(x+5)+1/(2x+9)=2/(2x^2+19x+45)$ é:

a) {-4,5}
b) {-5}
c) {-4}
d) {4}
e) {5}

Com as respostas já estando à disposição dos pesquisadores, elas foram analisadas e os erros categorizados, obtendo-se sete classes de respostas, que foram nomeadas de A à G.

Será enfatizado quatro classes de respostas, que voltam-se para a problemática sobre o impacto da ausência dos conhecimentos prévios, fato que pode ter sido decisivo nas respostas que formam as classes que serão citadas, começando pela Classe B, que

> Corresponde às 31 respostas em que os alunos tentaram encontrar as raízes de um polinômio de segundo grau usando a fórmula de Bhaskara. Alguns deles multiplicaram os denominadores das frações do lado esquerdo e logo em seguida tentaram resolver a equação $2x^2 + 19x + 4 = 0$, inserindo o “igual a zero” que não aparece no contexto. Outros, apenas reconheceram a expressão polinomial de segundo grau no denominador do lado direito e usaram o mesmo artifício. Outro, ainda, calculou corretamente as duas raízes, mas ao encontrar, $x = -18/4$ escreveu, “não existe”, evidenciando a dificuldade em reconhecer os elementos dos conjuntos numéricos (CURY, 2008, p.53).

Outra classe de respostas que apresentou indícios de problemas recorrentes da falta de domínio de alguns conhecimentos matemático prévios foi a Classe D, a qual

> Corresponde às 14 soluções em que os alunos mostram não saber adicionar frações algébricas. Neste caso, do lado esquerdo da igualdade, surgiram frações obtidas por: adição de numeradores e denominadores; adição de numeradores e multiplicação de denominadores; multiplicação de numeradores e de denominadores e adição de numeradores, simplesmente igualando a resposta ao numerador do lado direito (CURY, 2008, p.54).

Tem-se também a Classe E, que

> corresponde às seis respostas em que os estudantes tentaram multiplicar extremos e meios da "proporção". Evidentemente, se tivessem efetuado corretamente a adição das frações do lado esquerdo, poderiam ter usado esse artifício, ainda que demorado. No entanto, os alunos "criaram" regras para essa operação, tendo um deles, por exemplo, escrito: $2x + 10 + 4x + 18 - 4^2 = 19x - 45 = 0$. Ou seja, multiplicou o número 2, numerador do segundo membro, por cada denominador do primeiro membro, em seguida, somar os numeradores do lado esquerdo e multiplicou pelo denominador do direito, ainda "passando para o primeiro membro" e igualando a zero (CURY, 2008, p.54).

E por fim, a Classe F, que

> corresponde às quatro soluções em que os alunos não souberam multiplicar polinômios, especialmente porque pareciam desconhecer a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição. É o que se pode ver no exemplo em que o estudante multiplicou todos os denominadores (tendo, ainda, se enganado ao copiar o número 19), obtendo: $(x + 5)(2x + 9)(2x^2 + 9x + 45) = 2x^2 + 2x^3 + 10x^2 + 45$ (CURY, 2008, p.54).

Com relação a essas classes expostas, Cury (2008), alega que alguns pontos chamam a atenção. Dentre eles, a “tendência” de os alunos quererem aplicar a fórmula de Bhaskara sempre que se deparam com uma expressão polinomial, independente da forma como foi obtida. O que é um erro que contribui para os alunos enfrentarem dificuldades em dadas circunstâncias, incluindo em questões relacionadas à Cálculo, que envolvem derivadas e integrais.

Outra deficiência nos conhecimentos matemáticos que se prova muito nociva para o aluno é não saber somar frações numéricas, tais como pode-se ver na Classe D de respostas. Sendo essas dificuldades com as operações com números racionais um problema que se reproduz em outros conteúdos, pois se o estudante não sabe operar com frações numéricas, tão pouco irá saber somar frações algébricas, tornando os erros e dúvidas cada vez mais frequentes (CURY, 2008).

Dados análogos relacionados a essa problemática foram levantados por Santos, Alvarenga e Sales (2010) com estudantes do agreste sergipano recém-ingressos na universidade. Motivados pelas informações absorvidas na análise de provas de uma turma da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral, visto a característica dos principais erros cometidos pelos estudantes nessas avaliações, foi elaborada e aplicada uma avaliação diagnóstica com duas questões focadas em conteúdos de caráter geométrico. Ao total foram analisadas 104 avaliações de alunos dos seguintes cursos da Universidade Federal do Sergipe: Física, Química, Biologia, Ciências Contábeis, Matemática, Administração e Sistemas de Informação. Todos os alunos aprovados no mais recente vestibular em relação ao momento desta investigação. Entre as duas questões, a primeira analisada caracterizava-se por ter de efetuar o cálculo de área de uma figura plana. E a segunda por relações envolvendo a fórmula de volume de uma circunferência. A análise das questões gerou os seguintes dados: Na primeira questão houve apenas 12,5% de acerto e 67% de erro, sendo a porcentagem restante relacionada aos alunos que não responderam. Na segunda questão a porcentagem de acerto foi ainda menor, ficando em 2%. E outros 37% errando, e os demais não respondendo a questão.

Com uma análise mais detalhista sobre as avaliações, os pesquisadores puderam categorizar os erros cometidos pelos alunos na tentativa de resolução das questões. E para o assunto tratado nesta seção, destacam-se três: “Não diferenciam área do perímetro”; “Erros devido a unidade de medida” e “Utilização de fórmulas/relações inexistentes”.

Para Santos, Alvarenga e Sales (2010) esses dados que foram levantados refletem diretamente na principal questão que guiou seu estudo: a dificuldade dos estudantes em Geometria. Apesar de seus argumentos guiarem a pesquisa na direção da necessidade de mudanças nos métodos de ensino da Geometria no Ensino Básico, pode-se criar diretamente a relação a um dos pontos que é refletido neste trabalho: o dano causado no processo de aprendizado devido às lacunas nos conhecimentos prévios dos estudantes.

Dados de uma investigação em campo semelhante à esta última, foram compartilhados por Filho (2010), que desenvolveu uma pesquisa de caráter quantitativa, tendo como público alvo 41 alunos de uma turma do 1º ano do Ensino Médio de uma escola da região metropolitana de Belém, buscando estabelecer quais são as dificuldades apresentadas pelos alunos acerca do conteúdo de Números Complexos.

Para obter os dados em relação às dificuldades foi utilizado como instrumento de coleta uma lista de exercícios com cinco questões. Essas questões tinham como finalidade reconhecer a dificuldade dos estudantes em relação a fatores específicos dos conteúdos matemáticos ligados aos Números Complexos, potenciação de Números Complexos, interpretação geométrica dos Números Complexos, operações com Números Complexos e conceito de conjugado. A lista com as questões foi aplicada em sala de aula com uma duração de cerca de uma hora.

No processo de análise dos resultados, o autor ordenou as categorias de erro dos estudantes. Criando assim cinco subtópicos de erro, sendo eles: Potenciação, Interpretação Geométrica, Operações, Conceito de Conjugado e Distinção entre parte Real e imaginária.

Os números revelados em relação ao subtópicos de erro foram que, na amostra de 41 alunos que participaram do processo de investigação, 20 enfrentaram dificuldades com relação à Potenciação, 9 com relação à Interpretação Geométrica, 13 em relação à Operações, 5 em Conceito de Conjugado e 3 em relação a Distinção entre parte Real e Imaginária. Tais números permitem que se faça novamente uma reflexão em relação à importância e o impacto do domínio de conhecimentos prévios para o desenvolvimento de novos. Uma vez que a categoria de erro que se mostrou mais frequente entre os estudantes dessa amostra foi a relacionada à ferramenta de potenciação. Sendo que, tais mecanismos matemáticos são atrelados ao conteúdo introduzido ao estudante no 6º ano do Ensino Fundamental (PARÁ, 2019). Também deve-se notar a presença do terceiro e quarto subtópicos de erros mais frequentes entre os alunos, que se atribuem à Interpretação Geométrica e Operações, conteúdos e ferramentas que eram vitais para o desenvolvimento das atividades da lista de Números Complexos.

A matemática básica em si, pode vir a tornar-se uma verdadeira barreira na construção de novos conhecimentos pelos alunos, não por suas características particulares, mas pela ausência de seu domínio. Assim como coloca Pozo (2002), que a aprendizagem não se baseia em repetir ou reproduzir informações apresentadas como se fossem fatos que lhes foram dados, porém requer que ativem estruturas de conhecimentos prévios aos quais se assimilem as novas informações. Tal fato, não é apenas notado pelos docentes que frequentemente presenciam a dificuldade dos estudantes, mas há situações onde eles próprios reconhecem a importância e a falta de domínio desse conhecimento. É o que pôde ser observado segundo Martinez e Novello (2013), quando desenvolveram uma pesquisa durante um período de estágio supervisionado em uma Escola Estadual no município de Rio Grande/RS, em uma turma do 2º do Ensino Médio. Sua pesquisa foi orientada por um questionário contendo questões dissertativas e de múltipla escolha. Acreditando que o professor é coparticipante deste processo geral da pesquisa, as autoras resolveram por aplicar um questionário similar junto à professora regente da turma, com a expectativa que tais informações pudessem agregar ao estudo e guiar a respostas.

A pesquisa não se voltou imediatamente ao levantamento de dados com base nos questionários. As autoras revelam que durante o período de estágio em que fizeram o acompanhamento da turma, as atividades desenvolvidas por elas, e pela professora regente, direcionaram-se aos preparos dos estudantes para o conteúdo que estava por vir na disciplina de Matemática: a trigonometria. Segundo elas, o objetivo era oferecer uma retomada de conteúdos vistos no Ensino Fundamental, para que esses estudantes do 2º ano do Ensino Médio pudessem tirar suas dúvidas em relação à matemática básica, a fim de não prejudicar seus aprendizados no conteúdo de trigonometria que estava por vir.

Ao fim de todo esse processo de retomada e das dinâmicas utilizadas durante as aulas, juntamente ao fim do estágio que gerava o acompanhamento da turma por parte das autoras, houve o retorno à escola para que pudessem aplicar um questionário semiestruturado, o qual possuía três questões abertas e uma fechada (múltipla escolha).

A primeira análise feita dos dados obtidos foi referente a questão de múltipla escolha, onde seu questionamento foi em relação a quais propriedades e ferramentas da Matemática Básica os alunos consideravam, ou ainda consideram, um empecilho para a aprendizagem nos conteúdos do Ensino Médio. Como resultado, obteve-se que 60% dos alunos alegaram ter dificuldade em relação a operações com números fracionários e decimais. Racionalização obteve 20% dos estudantes alegando dificuldade, 8% em regra de sinal, e por fim, regra de três, potencialização, juntamente a aqueles alunos que marcaram todas as alternativas como dificuldade, cada um somou 4%. É importante ressaltar que os alunos tinham livre escolha de marcar mais de uma das opções de dificuldades. Outro ponto a se destacar foi a opinião da professora regente da turma, que vem de encontro aos resultados obtidos nesta questão objetiva. Ela alega que a situação dos alunos é preocupante, uma vez que suas dificuldades no Ensino Médio se acarretam de problemas com operações básicas, que acabam por prejudicar o desenvolvimento dos conteúdos.

As demais questões do questionário, que se caracterizavam por ser discursivas, buscaram um desabafo e opiniões pessoais dos alunos acerca dos conteúdos e suas dificuldades. Entre elas, destaque-se a seguinte questão: "*Conte-nos em quais os conteúdos em seu Ensino Médio tiveste mais dificuldade em aprender? A matemática básica influenciou nessas dificuldades*?". Segundo as autoras, todas as respostas colocam a Matemática Básica como algo essencial e que influencia muito o processo de aprendizagem. Como destaca um dos alunos participantes quando diz: "*O conteúdo que realmente tenho dificuldade é a Trigonometria, pois junta com frações, operações com números fracionários e decimais, tornando a trigonometria ainda mais complicada."* Com isso, pode-se notar a influência dos conhecimentos prévios sobre o novo aprendizado, não somente notado pelos números da pesquisa, ou pela opinião da professora regente, mas algo alegado pelos próprios alunos. Esse reconhecimento pode ser útil, pois como destaca Pozo (2002):

> Quando uma nova informação é processada ou organizada através de certas estruturas de conhecimento prévio, o grau de reconstrução a que se

> veem submetidas essas estruturas depende de como o aluno percebe a relação entre a nova informação e seus conhecimentos prévios (POZO, 2002, p.130).

Em vista de todo esse cenário obtido da pesquisa, as autoras Martinez e Novello (2013), como uma conclusão, novamente frisam como a dificuldade em conceitos iniciais pode acabar por influenciar no déficit de aprendizagem e no desempenho escolar dos estudantes. E desta forma, torna-se necessário durante o ano letivo, proporcionar aos alunos resgates de conceitos básicos, por vezes utilizando o auxílio de materiais lúdicos ou atividades diferenciadas.

Outro papel de notável importância, segundo as autoras, é o do professor. O modo como o docente escolhe proceder em suas aulas, baseando-se em seu planejamento, irá impactar diretamente o aluno, podendo facilitar ou dificultar sua aprendizagem. Para isso, Martinez e Novello encorajam a metodologia da retomada de conteúdos, buscando não somente o professor como personagem principal, mas também permitindo que os estudantes, entre si, colaborem para a aprendizagem mútua. Pois, a importância de se questionar e analisar os conhecimentos prévios dos alunos antes mesmo de iniciar-se qualquer conteúdo, pode ser um caminho para tornar o aprendizado mais construtivo, crítico e lógico, resgatando a matemática para a vida.

2.2 DIFICULDADE COM A LINGUAGEM MATEMÁTICA

No processo de ensino-aprendizagem, pode haver uma diversidade de fatores que influenciam diretamente o seu desenvolvimento. Seja de forma favorável ou não. Quando se trata da matemática, tem-se uma ciência com suas próprias particularidades, algo que pode refletir diretamente nas ferramentas que são necessárias para que se construa o conhecimento. Nesse aspecto encontra-se a linguagem matemática.

Uma das grandes dificuldades que um estudante pode eventualmente enfrentar em seu aprendizado são em relação às linguagens e simbologias presentes no corpo dos conteúdos de matemática. O que pode vir a se tornar um obstáculo cruel para o desenvolvimento do aluno.

Segundo Felicetti (2007) o ensino-aprendizagem em matemática está diretamente ligado à forma de comunicação estabelecida em sala de aula, onde desenvolve-se através da linguagem, sendo esta, um aspecto central em toda a atividade humana. Portanto, uma boa comunicação se dá pela qualidade da linguagem desenvolvida no processo de ensino. Porém, quando se fala da Matemática, está-se referindo a uma comunicação que, por vezes, ocorre a partir de uma linguagem própria.

Sendo essa ciência repleta de símbolos e regras, que se encaixam em sua linguagem particular, algumas estratégias devem ser adotadas para agregar no processo de ensino-aprendizado que possa estar sendo comprometido pelas dificuldades ligadas à essa linguagem. Uma dessas estratégias é comparar a Matemática com o próprio falar. Como diz D'ambrósio (1998, apud STOCCO e TOCHA, 2014, p. 5):

> [...] o fato de a matemática ser uma linguagem (mais fina e precisa que a linguagem natural) que permite ao homem comunicar-se sobre fenômenos naturais, consequentemente, ela se desenvolve no curso da história da humanidade desde os "sons" mais elementares, e, portanto intimamente ligada ao contexto sociocultural em que se desenvolve por isso falamos em matemática grega, matemática hindu, matemática pré-colombiana. (D'ambrósio, 1998, p.35 apud STOCCO e TOCHA, 2014, p. 5).

Desta forma, quando se está em um cenário de aprendizagem, é adequado que o professor possa colocar-se no lugar do aluno. Uma vez que para o docente, tais simbologias podem ser de fácil compreensão, porém pode não ocorrer o mesmo aos alunos.

Para Stocco e Tocha (2014) uma prática que pode ser aliada ao desenvolvimento de certas habilidades em relação à compreensão da linguagem matemática é o incentivo ao hábito da leitura. Não especificamente de textos matemáticos, todavia qualquer tipo de leitura, uma vez que tais atitudes podem ajudar o estudante a buscar e conquistar o aprendizado do real significado que certas palavras possuem, tanto dentro, quanto fora dos contextos matemáticos. Os autores também agregam ao estudo do assunto a partir da exposição de resultados obtidos através de pesquisas realizadas com o auxílio de questionários investigativos. Tais dados, analogamente como o de outros autores também citados, serão explorados adiante neste presente trabalho.

Essas ações em prol do aprendizado dos estudantes são de grande valia. Como afirma Santos e Mafra (2010), um dos grandes empecilhos para o aprendizado em matemática, tanto no Ensino Básico como no Superior, está na dificuldade dos alunos em interpretar. Pois, casos em que há a necessidade de interpretação de um enunciado de um problema, e não há a compreensão dos fatos pelos estudantes, então não haverá interesse, se não houver interesse não haverá aprendizado.

Como refletido anteriormente neste trabalho, a matemática é um saber que se estrutura em suas bases, ou seja, ela necessita de conhecimentos prévios. Desta forma, a intenção de atribuir aos estudantes o hábito da leitura para desenvolverem suas habilidades em relação aos conhecimentos que detém sobre as palavras e seus significados, converte-se num processo de criação de uma base para o desenvolvimento de um novo saber. De modo que os conceitos devem ser formalizados primeiramente na língua materna, para que se possa transcendê-los posteriormente para a linguagem matemática formal.

Para Felicetti (2007) outro aspecto relevante para esse cenário de aprendizagem é lembrar que os alunos — a maioria deles — trazem a prática (conteúdo procedimental), manipulando a matemática informalmente. Logo, ao se estabelecer relações entre teoria e prática, em conjunto, utilizando a linguagem matemática, as possibilidades da teoria influenciar a prática tornando-a um procedimento mais ágil são significativas. Sendo assim, quando houver a comunicação entre professor e aluno sobre esses fatos, isso pode colaborar para o docente orientá-lo corretamente na formalização de certos conceitos matemáticos. Pois, ainda segundo Felicetti (2007), alguns conceitos ou fórmulas isoladas possuem significados difíceis, mas quando construídas, proporcionam o entendimento, tornando-se significativas e suscetíveis de aplicabilidade. Caso contrário, ao serem apenas memorizadas podem ficar à mercê do esquecimento, a curto ou longo prazo. Pois a matemática se torna mais praticável e compreensível por meio de uma linguagem orientada e pertinente ao conteúdo que se almeja trabalhar.

Para explorar a fundo uma situação real envolvendo o domínio, ou escassez, do conhecimento da linguagem matemática e as consequências que podem causar sobre os alunos, pode-se voltar para a análise da pesquisa desenvolvida por Santos e Mafra (2010), a qual foi desenvolvida com a utilização de uma avaliação diagnóstica que foi aplicada para 26 (vinte e seis) alunos do primeiro período de licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Tocantins, Campus Araguaína. O instrumento utilizado foi um questionário constituído por cinco questões de nível básico, no qual os alunos participantes da pesquisa não necessitavam se identificar, entretanto deveriam informar o ano de conclusão do Ensino Médio, e se possuíam alguma outra formação acadêmica, informando, caso tivessem, a data de conclusão.

A primeira questão foi organizada de forma que os estudantes deveriam reconhecer e retirar palavras utilizadas e empregadas na linguagem matemática que estivessem presentes em um certo poema intitulado *“Transitando I: A morte da circunferência”* que havia sido exposto junto à questão. Sendo o objetivo desta, averiguar se os graduandos conheciam todas as palavras presentes no mesmo. De forma complementar, a segunda questão da avaliação diagnóstica pedia aos estudantes para conceituar as palavras que haviam encontrado na questão anterior. De forma a observar se tinham domínio dos conceitos acerca das palavras retiradas.

A terceira questão, composta por duas alternativas, foi retirada de um livro didático. Ela pedia para o aluno escrever o registro simbólico e resolver as questões em seguida. Na quarta questão, foi proposto aos graduandos reduzir às sentenças a forma escrita (discursiva), para verificar se dominavam tais encaminhamentos. E a última questão, caracterizava-se por um espaço para discorrer sobre as dificuldades encontradas na resolução das demais.

Feita a aplicação da avaliação diagnóstica, os autores iniciaram sua análise com base nas respostas que obtiveram dos estudantes. Desta forma, houve a percepção das dificuldades dos graduandos tanto no cunho conceitual, quanto no operacional.

Na primeira questão, a variação de acertos entre os estudantes foi de seis a vinte palavras retiradas do poema. Contudo, o número de palavras que poderiam ser retiradas de forma correta era superior a vinte e cinco. Além de haver casos em que palavras foram retiradas de forma errônea.

Na questão seguinte, a qual solicitava que os alunos conceituassem as palavras que haviam retirado na primeira questão, apenas cinco estudantes conseguiram conceituar mais de dez palavras ou mesmo se aproximar de uma resposta satisfatória. Houve também, por parte de seis alunos, a ausência de respostas na questão.

Na análise de como os alunos se comportaram frente a essa segunda questão, o ponto que deve ser ressaltado é que apesar de ser inegável que a matemática possui significados e funções específicas, pode parecer difícil compreender que não há um contraponto com a língua materna. Tal como um dos alunos que participou da pesquisa, identificado como "*Respondente B*" disse: "*Na segunda questão eu encontrei um pouco de dificuldade, pois não sabia o significado de todas as palavras*". Neste sentido, pode-se reconhecer que, possivelmente, para os estudantes desenvolverem habilidades e competências necessárias para aprendizagem da Matemática é pertinente que os mesmos tenham conhecimentos prévios em outras áreas. Ou tal como Fonseca e Cardoso (2005, apud SANTOS e MAFRA, 2010) apontam: conhecimentos que trabalham especificamente com leituras e interpretações.

Na questão de número três, apesar de ser estruturada a partir de uma apostila com conteúdos matemáticos do 7° ano do Ensino Fundamental, os estudantes não responderam satisfatoriamente, aparentemente não foram capazes de interpretar corretamente a questão, o que ocasionou resoluções fora do contexto que havia sido requerido. Tais eventualidades levaram os autores a considerar que a turma sofria com uma forte limitação em termos de interpretação de textos matemáticos.

Um cenário parecido se moldou na questão seguinte, onde dentre os vinte e seis graduandos, apenas três responderam de maneira condizente ao que se pedia no enunciado, sendo que outros cinco não responderam e os demais desenvolveram a questão de maneira insatisfatória.

Em relação à última questão da avaliação diagnóstica, essa – destinada aos alunos para discorrerem sobre as suas dificuldades nas questões anteriores – levou os autores do estudo a uma conclusão de que os graduandos da turma demonstram dificuldades básicas quanto a noções e conceitos elementares da matemática. Essas adversidades, devem estar relacionadas,

> [...] primeiramente à barreira da linguagem escrita e da não apropriação deste tipo de textos, da não apropriação do "contrato" que se estabelece entre escritor e leitor; a segunda é que os alunos enfrentam os problemas matemáticos com bastante discriminação causada, principalmente, pelo conhecimento de problemas típicos, os únicos normalmente trabalhados nas escolas. (RABELO, 2002, p. 26, apud SANTOS e MAFRA, 2010, p.7)

A Matemática em sua diversidade de abordagens e formas de estudo, pode oferecer linguagem e simbologia das mais variadas. Mas conforme recém enfatizado, o conhecimento prévio, ou interdisciplinar, pode ser um auxílio valioso para o aprendizado. Como por exemplo, pode-se conectar a importância do conhecimento e domínio de conceitos da língua materna diretamente com o aprendizado de áreas específicas da matemática, tais como a Álgebra e suas propriedades e aplicações.

Como destacam Stocco e Tocha (2014), quando se referem à linguagem algébrica como algo necessário para descrever simbolicamente regularidades e resultados, dizendo que a linguagem natural tem seu papel na argumentação e na justificativa, alegando que se o aluno compreender esta passagem ele é capaz de escrever e traduzir situações dadas em linguagem natural e algébrica.

As autoras recém citadas conduziram uma investigação apresentando o resultado da experiência de um estudo feito acerca do tema “A álgebra e suas dificuldades no Ensino Médio”. A implementação do estudo pedagógico foi realizada com alunos do 1º ano do Ensino Médio Técnico do curso de Administração em um Colégio no município de São José dos Pinhais, no Paraná.

Segundo as autoras, que são professoras de Matemática, todo ano elas se deparam com o questionamento dos alunos acerca da utilidade da álgebra e da sua falta de confiança em obter um aprendizado do conteúdo. Segundo ela, esse tipo de comportamento e mentalidade em relação a conteúdo ajuda o aluno a perder o interesse pelo aprendizado, acumulando assim insatisfações e desinteresse em relação à matemática, o que afeta completamente o seu desempenho.

Em vista de uma área da matemática como é a Álgebra, é defendido por Stocco e Tocha (2014) a grande importância do bom aprendizado desde os conceitos mais iniciais, visto que darão a base para o aprendizado de conceitos algébricos futuros e mais complexos.

A Álgebra, como parte da matemática, trabalha com a generalização e abstração, representando quantidade através de símbolos. Sendo esses conteúdos, diretamente relacionados com à resolução de problemas, apropriação da linguagem simbólica, validação de argumentos, descrição de modelos, entre outros conceitos que se expressam utilizando como base a própria linguagem matemática (STOCCO e TOCHA, 2014).

Com essa reflexão, as autoras Stocco e Tocha (2014), apresentam um estudo efetuado com uma turma de 1º ano do Ensino Médio Técnico. O projeto foi aplicado junto a 42 alunos matriculados e caracterizava-se por possuir quatro etapas divididas em questionários investigativos, problemas de raciocínio algébrico, resolução de problemas e percepção dos alunos em relação ao projeto.

No questionário investigativo, a intenção era saber sobre o conhecimento e o interesse dos alunos quando se trata da matemática e, particularmente, da Álgebra. Dentre as perguntas feitas, pode-se concluir que 30% dos alunos entrevistados alegam gostar de matemática, 80% não sabem do que se trata a álgebra e 70% dizem não se lembrarem de conteúdos matemáticos vistos no ano anterior. Tais números podem gerar muitas reflexões em torno ao assunto.

Na segunda etapa do projeto, foi apresentado um vídeo para os alunos, relacionado ao raciocínio algébrico e as equações do 1º grau. Com base nesse vídeo, foi então proposto aos alunos que, em grupos, elaborassem uma situação problema similar à que haviam visto no vídeo. Posteriormente, seria feito um rodízio desses problemas entre os grupos, onde uma equipe de alunos resolveria a situação problema desenvolvida pelo outro grupo.

Como resultado, as autoras puderam constatar, com destaque, que o grande problema que os alunos tiveram para desenvolver os exercícios estava na necessidade de passar as informações da linguagem natural para a linguagem matemática. Além da pouca criatividade dos alunos em criar novos panoramas para seus problemas, acabando tendo grande semelhança com aquele que lhes foi apresentado no vídeo. Contudo, junto a um breve auxílio da professora, todos os grupos foram capazes de resolver as situações problemas que havia pego de outras equipes.

A terceira parte do projeto se caracterizou pela aplicação, por parte da professora, de problemas relacionados a equações do 1º e do 2º grau. Foram propostas três questões de cada, variando o nível de dificuldade, sendo Fácil, Médio e Moderado.

Nas questões de equações de 1º grau de nível fácil o índice de acerto foi 60%, tendo os erros dos estudantes se caracterizado por falha na interpretação, possivelmente fruto da falha na compreensão da linguagem matemática presente nos enunciados, e erros na matemática básica. Analogamente nas questões de nível médio, apesar de obterem 70% de acerto, os erros cometidos pelos alunos se assimilaram aos cometidos anteriormente: falha na interpretação e nas contas de matemática básica. Já nas questões de nível Mediano para as Equações do 1º grau, apesar dos erros novamente recorrentes da má interpretação, a falta de tempo foi um impasse para os alunos. Os que responderam em tempo e de maneira correta os exercícios representavam 80% da turma.

Uma observação interessante sobre essa dinâmica foi que após o problema de nível fácil ter sido respondido pela turma, a professora levou sua resolução para o quadro e desenvolveu junto aos alunos, mostrando qual seria a maneira mais adequada para chegar ao final do problema. Isso motivou os estudantes a utilizarem a mesma mecânica na tentativa de resolver as questões seguintes de níveis mais altos. Para as autoras, a resolução exposta por elas no quadro serviu de incentivo aos alunos para tentarem usar um raciocínio análogo nas questões seguintes, algo que contribuiu para o maior envolvimentos dos alunos nas resoluções.

Nas questões de equações do 2º grau, inicialmente nas de nível fácil, a turma obteve apenas 40% de acerto, tendo erros similares aos cometidos anteriormente, falta de interpretação, atenção e dificuldades na matemática básica. Nas questões de nível médio, os 40% de acerto se mantiveram, onde os erros cometidos foram de mesma natureza dos anteriores. Por fim, nas questões de nível Moderado, nenhum estudante chegou a um resultado satisfatório. A maioria da turma nem sequer chegou a uma resposta, onde muitos alegavam não ter compreendido a questão ou apontavam que havia informações faltando no enunciado.

Como conclusão para o estudo desenvolvido com esses alunos, as autoras alegam que o rendimento dos estudantes depende de diversas variáveis tais como motivação, incentivo, ambiente adequado e troca de conhecimento entre os próprios alunos. Para elas, a principal dificuldade enfrentada por esses estudantes foi a falta de interpretação das informações contidas nos problemas. Tais adversidades possivelmente se originam devido à falta de leitura que os estudantes têm em sua rotina, comprometendo sua capacidade de interpretação na leitura de enunciados. A falta de concentração na hora da leitura também pode ter sido um elemento determinante.

Esses fatos apenas acentuam a vital importância de como o domínio mínimo de outras áreas do conhecimento é favorável para um processo de aprendizado. Neste caso específico, a ligação entre a Língua Portuguesa e a Matemática, e a importância que uma tem na outra. Como afirma MACHADO (1998, p.9 apud STOCCO e TOCHA, 2014, p.7):

> [...] a Língua Materna deveria participar efetivamente dos processos de ensino de Matemática, não apenas tornando possível a leitura dos

> enunciados, mas sobretudo como fonte alimentadora na construção dos conceitos, na apreensão das estruturas lógicas da argumentação, na elaboração da própria linguagem matemática. (MACHADO, 1998, p.9 apud STOCCO e TOCHA, 2014, p.7)

Seguindo de maneira similar na análise sobre o impacto da linguagem matemática sobre o aprendizado dos alunos no Ensino Básico, tal como o trabalho precedente analisado, tem-se a pesquisa de Viali e Silva (2007): onde desenvolveu-se uma investigação acerca do assunto com uma análise sobre a matemática como habilidade, alegando que o aprendizado de um estudante tende a ser muito mais efetivo se a construção desse conhecimento for feita de forma contextualizada com as demais áreas do conhecimento.

Os dados apresentados em seu trabalho, fruto da pesquisa desenvolvida, foram resultado de um estudo realizado com alunos do 2º e 3º ano do Ensino Médio de cinco escolas, duas particulares e três de ensino público. Os alunos que participaram dos estudos foram orientados a resolverem questões de matemática que envolvem conceitos trabalhados no Ensino Fundamental. As questões foram divididas em três categorias: a primeira com o objetivo de conhecer o perfil do aluno e ver o que pode vir a influenciar seus estudos, mais especificamente na matemática. A segunda tinha como objetivo "medir" o sentimento e a relação do aluno com a matemática. E a terceira seria voltada a verificar o conhecimento do aluno em relação a aplicabilidade de conceitos básicos da matemática, seus termos e seus símbolos, incluindo linguagem, simbologia, conteúdos, interpretação e resolução e análise de problemas.

Na segunda categoria de questões, foi oferecido aos estudantes algumas afirmações por extenso, na qual duas estavam diretamente ligadas à linguagem matemática. A primeira afirmação foi: "*Compreender a linguagem matemática auxilia no entendimento da própria Matemática.*" E a segunda: "*Conhecer os símbolos matemáticos é suficiente para se saber Matemática.*" A maioria dos alunos concordou com a primeira afirmação e discordou com a segunda, parecendo ter uma boa consciência da estrutura da disciplina.

Em vista dessa análise, as autoras fizeram uma breve menção ao analfabetismo matemático, que se caracteriza por o sujeito não conseguir desenvolver um mínimo de habilidade matemática, incapaz de formular qualquer análise crítica ou tirar conclusões a partir de informações numéricas. Questionaram também a causa dessas adversidades ser a forma de como se ensina matemática nas escolas, devido ao trabalho mecânico e descontextualizado que é utilizado em grande parte das vezes.

Outro aspecto chave considerado no trabalho analisado é a linguagem. Tanto a linguagem materna quanto a linguagem matemática quando não colocadas e apresentadas de forma clara e objetiva trazem prejuízo ao aluno, que pode, espontaneamente, interpretar de maneira errônea. A escrita, sendo clara, auxilia num pensamento claro e isso implica interpretações e resoluções corretas. Esses detalhes são tão importantes também, visto a grande dificuldade dos estudantes com a própria linguagem. Quantas vezes alunos podem deixar de resolver questões pelo fato de não entender o que está sendo perguntado. E seria essa dificuldade residente da língua materna ou da linguagem matemática? Dado esse cenário é que se mostra a necessidade de analisar a relação entre a linguagem matemática e a linguagem materna, pois a falta de compreensão e interpretação dos alunos durante suas leituras pode estar ligada à sua própria língua ou ao desconhecimento do vocabulário utilizado.

As autoras prontamente frisam que a linguagem matemática não é natural como a língua materna. A criança aprende a falar e se comunica com os outros por meio da língua mãe. A criança aprende a contar imitando o adulto, mas para entender a sequência dos números naturais, por exemplo, ela precisa estabelecer alguns conceitos e estruturas que não são naturais à língua materna. A linguagem matemática é construída e precisa da língua materna nessa construção.

Na terceira categoria de questões, havia uma que requisitava ao estudante que dentre dez alternativas, ele(a) assinalasse quais eram as diferentes representações do número 0,2. Dentre as alternativas, nas quais cinco das dez eram corretas, havia frações, porcentagens e raízes quadradas que o aluno deveria analisar e ver se alguma se caracterizava por ser uma representação distinta do número 0,2. Apenas 15,3% dos alunos assinalaram as cinco alternativas corretas, sendo que outros 21,3% não fizeram qualquer identificação dentre as alternativas. Isso mostra que grande parte dos alunos do Ensino Médio investigados apresentam falta de domínio da linguagem e dos diferentes significados que os símbolos matemáticos estão representando.

Dado toda essa problemática em volta do assunto, as autoras asseguram a importância de uma boa comunicação, pois o ato de ensinar e aprender está diretamente ligado a isso. Por isso, é necessário refletir sobre a qualidade dessa comunicação e assegurar que professor e aluno “falem a mesma língua”.

> A língua materna apresenta uma forte relação com a linguagem matemática que é dela dependente. Porém somente esse conhecimento não é suficiente para que ocorra a aprendizagem matemática já que a sua linguagem envolve novos símbolos e outras regras. Esses símbolos e regras são dependentes do contexto assumindo diferentes significados conforme a posição em que se encontram em uma frase, expressão ou equação. Verificou-se que o aluno levará adiante os problemas de comunicação e linguagem enfrentados nos níveis anteriores. Grande parte dos erros cometidos por alunos do Ensino Médio dependem de conteúdos que foram apenas vistos, mas não compreendidos, isto é, onde a linguagem foi apenas utilizada mas não de fato assimilada e compreendida (VIALI e SANTOS, 2007, p. 16).

Em torno dessas ideias que cercam a relação tão importante e eficiente que se pode criar ao realizar a conexão entre a Matemática e a língua materna (particularmente a Língua Portuguesa para o Brasil), essa associação pode imergir na metodologia da interdisciplinaridade. Desta forma, seria possível enxergar a Matemática criando laços com outras áreas do conhecimento ─ não só exclusivamente com a Língua Portuguesa ─ para desenvolver um processo de aprendizado contextualizando e provando a aplicabilidade da Matemática como meio de instigar o aluno ao seu aprendizado, buscando desta forma, contribuir para dinâmica de ensino.

3 DESENVOLVIMENTO DA PESQUISA DE CAMPO

As dificuldades ao longo do processo de aprendizagem de um estudante podem ter origens vinculadas a diferentes causas. Como visto, essas causas podem se estender muito além do que acontece em sala de aula, ou além do alcance dos próprios profissionais da educação que atuam nas instituições de ensino. Desta forma, as iniciativas para que o aprendizado não seja comprometido por adversidades que poderiam ser evitadas deveria ser um objetivo comum a todos os personagens responsáveis pelo processo do desenvolvimento educacional – incluindo pais e responsáveis, que pela influência que tendem a ter sobre o estudante, tornam-se igualmente, ou ainda mais, importantes nessa jornada.

Outro detalhe que se deve considerar é: a dificuldade de aprendizado não afeta apenas um grau de ensino em particular. Os alunos em diferentes etapas da sua vida estudantil podem sofrer com esse mal. Ou pior, as experiências que um aluno vivencia em determinado momento do seu aprendizado, podem impactar severamente no seu futuro – considerando a importância de uma boa base de conhecimentos prévios para se construir o novo.

O impacto dessas adversidades em uma transição do aluno ao longo dos diferentes níveis de ensino, torna-se o pilar para o desenvolvimento desta pesquisa, mais precisamente em relação ao estudante que é recém ingresso em um curso de ensino superior.

Nos cursos ligados à área das ciências exatas, disciplinas relacionadas ao cálculo podem fazer parte das grades curriculares.

Essas disciplinas, como o Cálculo Diferencial e Integral I ou o Pré-Cálculo, podem ocasionar muitas dificuldades de aprendizado por parte dos estudantes, sendo elas, possivelmente, fundadas por lacunas nos conhecimentos de conceitos vindos do Ensino básico. Assim como coloca Cury (2009, p.229 apud MOSALA, 2016, p.5)

> Em Cálculo Diferencial e Integral, temos notado que os maiores problemas não são relacionados diretamente com a aprendizagem das técnicas de cálculo de limites, derivadas ou integrais. Os erros mais frequentes são aqueles ligados a conteúdos de Ensino Fundamental ou Médio, especialmente os que envolvem simplificações de frações algébricas, produtos notáveis, resoluções de equações, conceito de função e esboço de gráficos. (CURY, 2009, p. 226 apud MASOLA, 2016, p.5)

Diante dessas circunstâncias, o presente trabalho seguiu a modalidade de pesquisa de campo, onde decidiu-se investigar se há uma possível relação do aproveitamento dos alunos de uma disciplina do ensino superior em questões envolvendo conteúdos da educação básica, com seu aproveitamento em questões ligadas a conteúdos do ensino superior.

A coleta de dados foi desenvolvida com turmas da Universidade Federal do Paraná que cursaram a disciplina intitulada "*Introdução ao Cálculo*". A disciplina foi ofertada para estudantes dos cursos de *Agronomia, Engenharia Florestal, Engenharia Cartográfica, Química e Zootecnia.* Devido a suspensão das aulas presenciais na universidade fruto das medidas de enfrentamento à pandemia do novo *coronavírus,* a disciplina foi desenvolvida de forma remota e teve duração de seis semanas. A carga horária semanal da disciplina foi dividida em 10 horas de atividades assíncronas, 2 horas de encontros síncronos (com o professor titular da turma) e 2 horas de monitoria (com pesquisador responsável por este estudo). Cabe destacar que a participação dos estudantes nas atividades síncronas era facultativa.

O pesquisador teve interação direta com os estudantes de todos os cursos citados anteriormente por meio de encontros síncronos realizados semanalmente por videoconferência destinados a monitoria. Estes momentos síncronos tinham como objetivo a resolução de exercícios que os alunos requisitaram devido a dificuldades ou incompreensão para resolvê-los. Tais exercícios eram de listas preparadas e disponibilizadas semanalmente pelos professores titulares da disciplina.

No período de trinta e seis dias, desde a primeira até a última interação com os alunos, o pesquisador teve a oportunidade de mediar seis videoconferências com os estudantes que se mostraram interessados em participar, todas com uma média de duas horas de duração. Ao final de cada videoconferência todas as notas de aula eram prontamente guardadas a fim de serem utilizadas como fonte de dados para a pesquisa.

Ao longo da disciplina, todos os estudantes tiveram cinco provas – todas avaliadas de 0 a 100 – com a média do aluno sendo determinada pela média aritmética das notas nestas provas. As avaliações foram realizadas semanalmente, com a primeira prova sendo realizada após duas semanas de aula e as demais nas semanas subsequentes. Além disso, uma avaliação diagnóstica foi proposta a todos os alunos da disciplina na segunda semana. Isto foi feito com objetivo de proporcionar uma ferramenta uma para os alunos se familiarizarem com os conteúdos e com a plataforma virtual de ensino, e também para os professores terem uma prévia em relação aos níveis de conhecimentos dos alunos.

Todas as informações das seis avaliações – conteúdos, enunciados e o desempenho de cada aluno – foram coletadas pelo pesquisador, que justamente aos dados levantados com sua interação junto aos estudantes nas videoconferências, tornaram-se a principal fonte de informação coletada em campo.

Considerando que a disciplina tinha 355 alunos matriculados e a média de alunos que efetuaram todas as avaliações na disciplina era superior a 200, o pesquisador optou por selecionar uma amostra de 20 alunos para efetuar a investigação. A amostra foi definida utilizando a ferramenta de sorteio de números aleatórios do *website random.org,* onde utilizando como base a lista completa de todos os matriculados na disciplina de *Introdução ao Cálculo*, um número *n* entre 1 e 355 era sorteado pelo *website,* onde corresponderia ao estudante na *n-ésima* posição na lista de matriculados que era gerada pela própria plataforma da universidade. Para que o estudante que havia sido sorteado fosse integrado à amostra, era necessário que tivesse realizado a avaliação diagnóstica e as cinco provas que iriam constituir a sua média aritmética na disciplina.

Ao final de todo esse processo, a amostra foi definida com 20 estudantes dos quais havia pelo menos um representante dos seguintes cursos de graduação: Agronomia; Engenharia Cartográfica; Engenharia Florestal; Química.

3.1 PROVA DIAGNÓSTICA E MONITORIAS

As videoconferências organizadas pelo pesquisador, a fim de ajudar os estudantes da disciplina com suas eventuais dúvidas em relação à lista de exercícios, foi nomeada como “*Monitoria*”. As monitorias eram todas feitas após o término de uma semana de aulas da disciplina, e aconteciam aos sábados pela manhã – ou seja, a semana com aulas voltadas a determinados conteúdos era iniciada às segundas-feiras e finalizada com as Monitorias do pesquisador aos sábados. Nesse processo, nas segundas-feiras seguintes às monitorias, eram aplicadas avaliações à turma.

A primeira semana da disciplina se iniciou na data de 27 de julho de 2020, tendo os conteúdos de *Números, potenciação e radiciação, expressões algébricas,* *inequações e equações de primeiro grau* programados para integrarem as atividades dessa semana.

Feito todo o desenvolvimento dos conteúdos programados, a primeira semana de aula foi finalizada com a Monitoria que ocorreu na data de 1 de Agosto de 2020. A videoconferência contou com a participação de 33 estudantes que estavam presentes no início da aula – a quantidade de estudantes oscilou ao longo da monitoria.

Ao fim da videoconferência, as notas de aula com as resoluções das questões que eram requisitadas pelos alunos foram analisadas e um balanço sobre os conteúdos que integravam cada questão foi feito. Ao total foram resolvidos 42 itens de diversas questões. Em relação a esses itens:

- 1 era relacionada à Simplificação de Frações.
- 7 eram relacionados a Números Racionais (Transição da forma decimal para a forma de fração – incluindo dízimas periódicas em certos casos).
- 7 eram relacionados a operações aritméticas entre frações.
- 3 eram relacionados a desigualdades (Números Racionais).
- 10 relacionados a Propriedades e operações envolvendo Exponencial.
- 9 relacionadas a simplificação de expressões algébricas.
- 3 relacionados a Equações de 1º grau.
- 3 relacionados a inequações.

A lista de exercícios a qual foram trabalhadas as questões da monitoria, cobria apenas os conteúdos relacionados à primeira semana de aula – os quais foram listados anteriormente – ressaltando também que a lista foi produzida e disponibilizada pelos professores titulares da disciplina de *Introdução ao Cálculo.*

Uma análise mais rasa foi efetuada com o material fruto desse primeiro momento de interação com os alunos, em grande parte pelo fato de caracterizar-se pela primeira oportunidade para a coleta de dados, não havendo a possibilidade de casar as informações coletadas com eventuais outras. Porém, inicialmente foi possível atentar-se à natureza das questões que foram mais frequentemente requisitadas para resolução, revelando, mesmo que modestamente, algumas peculiaridades em relação às dificuldades dos estudantes que participaram da monitoria.

Na data de 3 de agosto de 2020 – a segunda-feira seguinte à primeira monitoria – foi realizada a primeira avaliação junto aos estudantes da disciplina. Contudo, esta não seria de cunho avaliativo, servindo apenas como uma avaliação diagnóstica. A prova, disponibilizada na plataforma digital, possuía 22 questões de diferentes conteúdos, todos provenientes da Educação Básica.

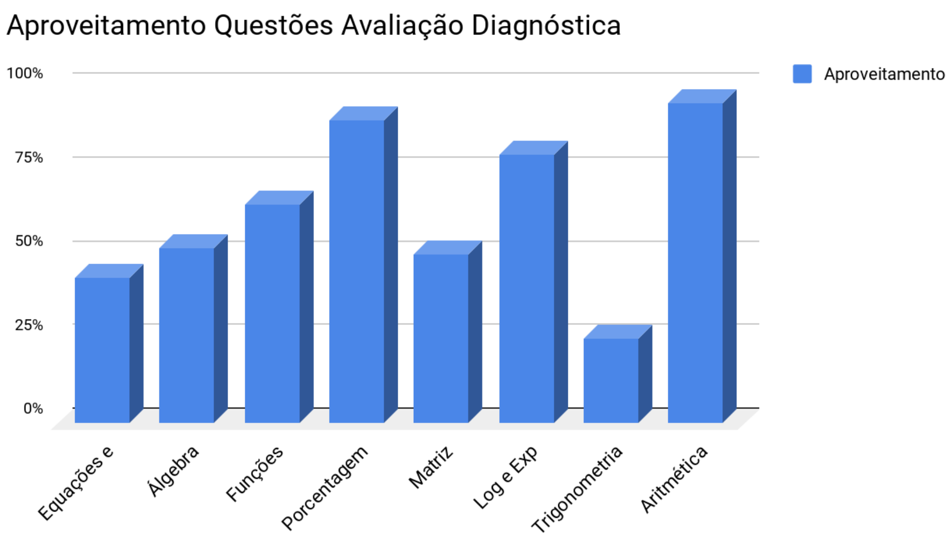
A avaliação diagnóstica não foi obrigatória. Houve a orientação para que os alunos efetuassem a prova apenas para medirem seus conhecimentos em determinados conteúdos e para que pudessem se habituar à plataforma que seria utilizada também para as futuras avaliações. Ao total 221 alunos efetuaram a prova diagnóstica, desta forma, toda a análise proveniente dessa avaliação e das futuras outras, será baseada na amostra de 20 estudantes que foram selecionados conforme os critérios anteriormente citados neste presente trabalho.

Para desenvolver uma análise referente às questões da avaliação diagnóstica, foi inicialmente feito um agrupamento entre as 22 questões de forma a tornar o estudo mais prático. As questões foram divididas em oito categorias, que foram criadas baseadas nos conteúdos que abordavam. As categorias são:

- *Equações e Inequações:* questões envolvendo equações de 1º e 2º grau, trigonométricas, modulares, equações com duas variáveis e equações envolvendo exponencial e raiz. (8 questões)
- *Álgebra:* questões envolvendo simplificação de expressões algébricas e manipulações algébricas em desigualdades. (6 questões)
- *Funções:* questões envolvendo função composta e função trigonométrica. (2 questões)
- *Porcentagem:* questão envolvendo cálculo de percentual referente à uma amostra de pessoas em uma população. (1 questão)
- *Matriz:* questão envolvendo o cálculo de determinante. (1 questão)
- *Logaritmo e exponencial:* questões envolvendo cálculo de dado logaritmo e operações utilizando propriedades exponenciais. (2 questões)
- *Trigonometria:* questão para determinar valor do seno utilizando identidades trigonométricas. (1 questão)
- *Aritmética:* questão envolvendo operações entre frações. (1 questão)

Para o início da análise, foi feito um gráfico de modo a observar o aproveitamento dos 20 alunos da amostra nas questões das categorias anteriormente citadas.

GRÁFICO 1 – APROVEITAMENTO AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA



FONTE: O Autor (2020)

Num primeiro momento, considerando os dados que puderam ser extraídos analisando a avaliação diagnóstica, juntamente com os provenientes da primeira monitoria, alguns pontos podem ser destacados: o aproveitamento dos estudantes da amostra nas questões da categoria *Álgebra* manteve-se por volta dos 50%. Apesar de não ser a categoria com o pior desempenho, o aproveitamento nela segure que algumas particularidades do conteúdo podem ser um problema para alguns estudantes. Considerando que a categoria *Álgebra* tinha listado alguns exercícios relacionados à simplificação de expressões algébricas, isso vai de encontro com o segundo modelo de questões mais requisitadas para resolução na primeira monitoria organizada pelo pesquisador, assim como questões de manipulação algébrica em desigualdades que também foram desenvolvidas na monitoria e que estão inclusas na categoria *Álgebra.*

A categoria de *Equações e Inequações* teve um aproveitamento inferior a 50% – sendo o segundo mais baixo. Apesar disso, se relacionado com os dados da monitoria, questões relacionadas à equações foi a segunda menos requisitada.

A grande contradição fica por conta das questões da categoria de *Logaritmo e Exponencial*, onde a amostra obteve um aproveitamento superior aos 75%, porém em contradição, questões dessa natureza foram as mais requisitadas para resolução na primeira monitoria.

As categorias como *Matrizes* e *Trigonometria* apesar de apresentarem aproveitamentos baixos, não foram atribuídas questões dessa natureza na primeira lista de exercícios efetuada pelos alunos da disciplina, a qual foi utilizada para o desenvolvimento da monitoria, o que propõe que uma análise poderá ser feita mais adiante, com base nas futuras avaliações que abordarem os assuntos.

Em relação à análise feita com os dados da avaliação diagnóstica e as notas de aulas da monitoria, vale ressaltar o seguinte ponto: a monitoria irá a cada semana proporcionar dados referentes aos alunos da disciplina de *Introdução ao Cálculo,* porém sem um controle ou análise particular dos participantes, pois sendo um momento opcional da disciplina e com a eventual rotação dos estudantes que participam, o dados tendem a proporcionar uma visão mais abrangente das dúvidas dos alunos da disciplina em geral. Enquanto que os dados das avaliações serão fruto dos alunos da amostra já definida e que permanecerá a mesma até o fim do estudo. Ou seja, utilizando ambas as fontes de informação, busca-se desenvolver este estudo sobre como o aprendizado pode sofrer uma defasagem quando se relaciona às questões do domínio de conhecimentos prévios, principalmente quando relacionados aos que são provenientes da Educação Básica.

3.2 ANÁLISE DAS PROVAS

Para a análise dos dados provenientes das avaliações que constituem a nota final dos alunos na disciplina, decidiu-se desenvolver um procedimento de análise baseado nas informações que puderam ser associadas com os resultados da avaliação diagnóstica. Isto é, considerando as categorias de questões presentes na avaliação diagnóstica e o aproveitamento que cada uma obteve, decidiu-se que o estudo dos dados vindos das avaliações irá se basear e seguir um caminho particular em cada uma das categorias. Ou seja, considerando as cinco avaliações realizadas pelos alunos da amostra ao longo da disciplina, irá se tecer uma análise das questões intimamente ligadas à categoria *Equações* – ao longo de todas as cinco provas da disciplina – posteriormente, de forma separada, irá se fazer o mesmo para as demais categorias.

Entretanto, decidiu-se que essa análise particular relacionada às categorias irá limitar-se àquelas que, segundo os percentuais de aproveitamento da avaliação diagnóstica, tendem a sofrer com a defasagem no aprendizado. Esta seleção das categorias que serão analisadas teve como critério o percentual de aproveitamento tendo que ser necessariamente inferior à 70%. Essa média foi definida de forma a se relacionar com a média necessária para a aprovação direta na disciplina, que de uma escala de 0 a 100, obrigatoriamente deve ser igual, ou superior, à 70. Neste caso, as categorias que estarão incluídas no estudo seriam: *Equações; Álgebra; Funções; Matriz; Trigonometria.* Todas com um aproveitamento na avaliação diagnóstica inferior à 70%. Porém a categoria *Matriz* será descartada do estudo, devido que as questões relacionadas ao conteúdo só estiveram presentes na avaliação diagnóstica, não integrando as avaliações seguintes.

3.3 CATEGORIAS NAS AVALIAÇÕES

Para o início do desenvolvimento do estudo das avaliações guiada pelas categorias, é necessário primeiro expor o panorama geral de todas as cinco provas, isto é, determinar quais questões serão estudadas e em qual categoria essas questões estão integradas.

A primeira avaliação possui ao todo oito questões, das quais sete serão incluídas no estudo. As questões são divididas em: 3 da categoria *Equações;* 3 da categoria *Funções;* 1 da categoria *Álgebra.*

A segunda avaliação possui seis questões, onde cinco delas farão parte do estudo, sendo essencialmente todas da categoria *Funções.*

A terceira avaliação possui ao todo nove questões, das quais todas farão parte do estudo. Entre as nove questões, sete são particularmente ligadas à categoria *Trigonometria.* As duas restantes caracterizam-se por serem questões que envolvem conteúdos da categoria *Trigonometria,* assim como da categoria *Funções.*

A quarta avaliação não se caracterizou por abordar os conteúdos das categorias de forma direta como as avaliações anteriores. Nesta prova em particular, o conceito de Limite de uma função foi abordado, fazendo com que as ferramentas dos conteúdos das categorias citadas se tornassem um instrumento para as operações das questões ligadas ao conteúdo de Limites. As resoluções das questões desta avaliação requisitaram o conhecimento de conteúdos ligados às categorias de *Funções* e *Álgebra.*

De forma análoga, na quinta, e última, avaliação da disciplina, onde o principal conteúdo das questões caracterizou-se por ser do conceito de Derivada, a demanda pelos conhecimentos de conteúdos das categorias de *Funções, Trigonometria e Álgebra* mostrou-se necessária para a resolução das questões da avaliação.

Em vista disso, o estudo em torno das questões de cada uma das categorias, terá, particularmente na quarta e quinta avaliações, uma abordagem focada em analisar como esses conteúdos foram requisitados nas questões de Limite e Derivada, e tradicionalmente, um estudo sobre o desempenho dos estudantes e possíveis relações ligadas à esses resultados poderá ser feito.

3.4 EQUAÇÕES E INEQUAÇÕES

A presente categoria, dentre as que integram este estudo, foi a que teve a menor quantidade de questões ligadas aos seus conteúdos ao longo das cinco avaliações. Questões com propostas ligadas à equações e inequações se fizeram presentes somente na primeira prova, onde três delas foram relevantes para o estudo da categoria. As informações que puderam ser extraídas da prova, junto aos dados que puderam ser coletados com a avaliação diagnóstica e com as monitorias, guiaram o estudo desta categoria.

A primeira monitoria organizada pelo pesquisador na data de 1 de Agosto de 2020, foi a qual os conteúdos relacionados à categoria de *Equações e Inequações* estiveram presentes na lista de exercícios que foi utilizada para a aula. Ao total dos 43 itens que foram resolvidos, 6 eram relacionados à presente categoria – três sobre equações do 1º grau e três sobre inequações do 1º grau. Estes itens demandaram manipulações algébricas e eventuais cálculos de mínimo múltiplo comum.

A segunda monitoria, a qual foi realizada na data de 8 de Agosto de 2020, foram requisitadas a resolução de 13 questões da lista de exercícios referente à semana. Diferente da lista da semana anterior, esta possuía exercícios que não se dividiam em itens, o que tornou a quantidade de resoluções consideravelmente menor.

Considerando as 13 questões resolvidas, tem-se que duas foram relacionadas à categoria de *Equações e Inequações*, com ambos os exercícios sendo referentes à inequações do 2º grau.

Em relação ao desempenho na avaliação diagnóstica, agora baseando-se pela amostra de estudantes que foram selecionados, os 43% de aproveitamento obtido em *Equações e Inequações*, foram concorrentes à questões com as seguintes abordagens: equações de 1º e 2º grau, trigonométricas, modulares, equações com duas variáveis e equações envolvendo exponencial e raiz.

Tendo em vista essas informações e podendo assim ter uma visão de alguns dos fatos relacionados à categoria, o próximo passo é analisar onde *Equações e Inequações* se apresentaram e como foram encaradas pelos estudantes nas avaliações da disciplina.

Na data de 10 de Agosto de 2020, foi disponibilizada na plataforma digital a primeira avaliação que iria compor a média na disciplina. Na categoria *Equações e Inequações,* esta primeira avaliação contou com 3 questões relacionadas ao assunto. A que obteve o maior aproveitamento foi uma questão 1 relacionada à Inequação do 2º grau, com 90% de aproveitamento.

FIGURA 1 - PROVA 1: QUESTÃO 1

Questão 1
Ainda não respondida
Vale 15 ponto(s).
Marcar questão
Editar questão

A solução da inequação $\frac{1}{x+10} + \frac{1}{x-20} > 0$ é:

Escolha uma:

- a. $\mathbf{x} \in (\ 20, +\infty)$
- b. $\mathbf{x} \in (-10, 5)$ ou $\mathbf{x} \in (\ 20, +\infty)$
- c. **Nenhuma destas alternativas.**
- d. $\mathbf{x} \in (-\infty\ ,\ -10)$ ou $\mathbf{x} \in (\ 20, +\infty)$
- e. $\mathbf{x} \in (-\ \infty, -10)$ ou $\mathbf{x} \in (5, 20)$

FONTE: UFPR Virtual (2020)

Entretanto, as demais questões tiveram um aproveitamento muito baixo se comparado à primeira. A segunda questão dessa categoria foi relacionada à equação modular, como mostra a figura abaixo:

FIGURA 2 - PROVA 1: QUESTÃO 5

Questão 5
Ainda não respondida
Vale 10 ponto(s).
Marcar questão
Editar questão

O conjunto solução da equação $3|x-6|+11=9|x-6|+4$ é :

Escolha uma:
- a. x = 7,1667
- b. Nenhuma das alternativas
- c. x = 4,8333 ou x = 7,1667
- d. x = 39,0000
- e. Conjunto vazio.

FONTE: UFPR Virtual (2020)

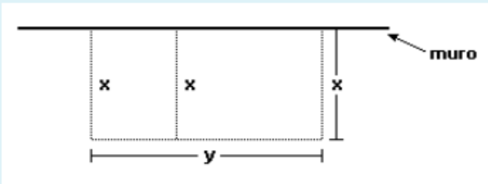
O aproveitamento dos estudantes da amostra nesta questão foi de 65%.

A última questão presente nesta primeira avaliação relacionada à categoria de *Equações e Inequações* é a seguinte:

FIGURA 3 - PROVA 1: QUESTÃO 7

Questão 7
Ainda não respondida
Vale 15 ponto(s).
Marcar questão
Editar questão

O Sr. José dispõe de 204 metros de tela, para fazer um cercado retangular, aproveitando como um dos lados, parte de um extenso muro reto. O cercado compõe-se de uma parte paralela ao muro e três outras perpendiculares a ele(veja a figura).



Para cercar a maior área possível, com a tela disponível, qual deve ser o valor de x. Dê sua resposta em metros.

Resposta:

FONTE: UFPR Virtual (2020)

Esta questão em especial requisitava que fosse feito um sistema de equações de primeiro grau, que seriam definidas pelas incógnitas *x* e *y.* Partindo das relações construídas, e com as manipulações necessárias, o aluno deveria chegar ao resultado. Contudo, esta questão mostrou-se de maior dificuldade para os alunos da amostra, tendo um aproveitamento de apenas 35%.

Buscando analisar os dados desta prova com os dados anteriormente obtidos, podemos observar que na avaliação diagnóstica a categoria de *Equações e Inequações* já se apresentava como uma dificuldade para os estudantes da amostra, obtendo o segundo pior aproveitamento, com um percentual na casa dos 40%. Porém, na primeira monitoria – cujo foi trabalhada a lista de exercícios que propunham questões desta categoria – a demanda pela resolução das questões de equações e Inequações foi baixa – 6 das 42 questões resolvidas eram relacionadas à categoria.

E o que se pode destacar desta primeira avaliação é a evidente dificuldade que os alunos tiveram com a questão de número 7 – a qual teve o pior aproveitamento na categoria *Equações e Inequações.* Devido ao formato em que as provas foram organizadas para a disciplina, não é possível ter acesso às resoluções de cada aluno, o que poderia fornecer complementos em relação ao ponto que os erros ocorreram. Desta forma, pode-se apenas presumir quais os fatores decisivos que causaram um aproveitamento tão baixo na questão.

Contudo alguns pontos podem ser considerados para se tentar compreender melhor essa dificuldade. Na questão de número 7 em particular, a situação problema que é apresentada em seu enunciado, é sem dúvida um ponto chave, onde uma boa interpretação é necessária para se desenvolver a questão. Pois caso o aluno não absorva as informações, ou as venha absorver de forma errônea, poderá comprometer sua resolução. Pois como mencionado no capítulo anterior, para Santos e Mafra (2010), um dos grandes empecilhos para o aprendizado em matemática, tanto no Ensino Básico como no Superior, está na dificuldade dos alunos em interpretar. Pois, casos em que há a necessidade de interpretação de um enunciado de um problema, e não há a compreensão dos fatos pelos estudantes, então não haverá interesse, se não houver interesse não haverá aprendizado.

Em relação à questão 5, onde a proposta do exercício era mais direta, uma das razões dos erros, pode-se presumir que tenha sido, eventualmente, com relação à aplicabilidade de forma errônea das propriedades do módulo, ou o simples fato do aluno não ter o conhecimento das propriedades. Várias razões podem estar atreladas a essa dificuldade, incluindo aquelas que são reféns da própria mecânica do exercício. A questão 5, essencialmente requisitava dos alunos os cálculos de uma equação modular, o que é um exercício com procedimentos totalmente mecânicos e por vezes de difícil contextualização, o que pode induzir o método de resolução ser um processo cansativo para o estudante. Pois como coloca Felicitti (2007), ponto também abordado no capítulo anterior, que alguns conceitos ou fórmulas isoladas possuem significados difíceis, mas quando construídas, proporcionam o entendimento, tornando-se significativas e suscetíveis de aplicabilidade. Caso contrário, ao serem apenas memorizadas podem ficar à mercê do esquecimento, a curto ou longo prazo. Pois a matemática se torna mais praticável e compreensível por meio de uma linguagem orientada e pertinente ao conteúdo que se almeja trabalhar.

3.5 ÁLGEBRA

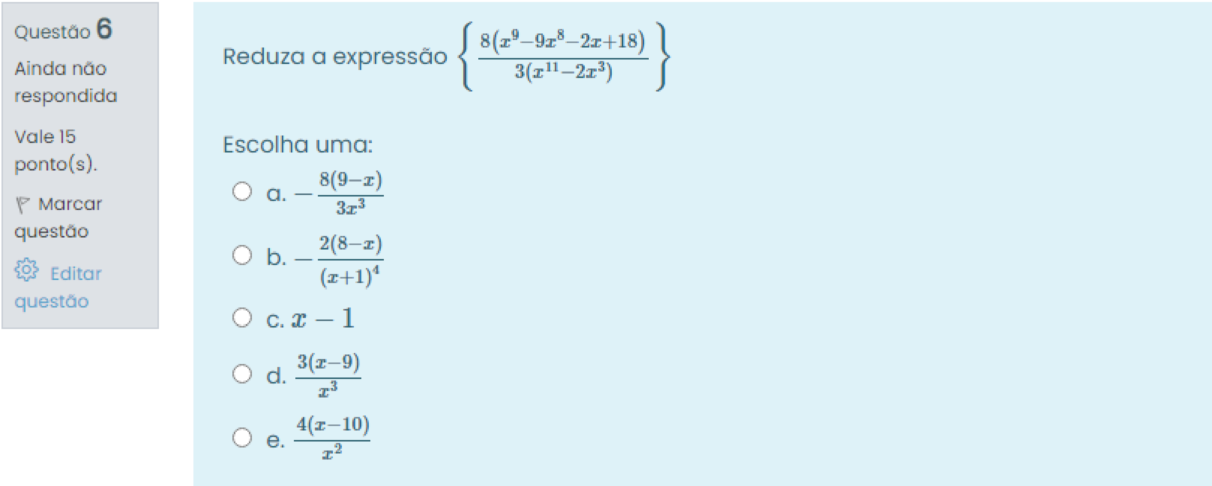
Para esta categoria, os dados que integrarão o estudo serão provenientes da avaliação diagnóstica, junto às monitorias do pesquisador e as avaliações da disciplina. Entretanto as questões que serão abordadas neste tópico são relacionadas particularmente à álgebra, sendo as que envolvem álgebra, mas para fins matemáticos ligados a outros conteúdos, serão exploradas em tópicos futuros.

Atentando-se inicialmente para as monitorias: a primeira, que foi organizada em 1 Agosto de 2020, foi a que contou com exercícios relacionados a categoria *Álgebra.* Dos 42 itens resolvidos na monitoria, 9 eram referentes à categoria, caracterizando-se por serem exercícios de simplificação algébrica. As demais monitorias não tiveram exercícios ligados particularmente a esses aspectos da álgebra.

Na prova diagnóstica, entre todas as 22 questões, 6 foram voltadas à categoria *Álgebra.* Essas questões caracterizavam-se por envolverem simplificação de expressões algébricas e manipulações algébricas em desigualdades. Fazendo a análise do desempenho dos alunos da amostra, obteve-se os dados apontando um aproveitamento de 52% nessas questões.

Voltando-se para as avaliações, a presença de questões direcionadas particularmente para a álgebra ocorreu somente na primeira avaliação, sendo contemplada somente em uma questão, cujo enunciado pode ser visto na imagem a seguir.

FIGURA 4 - PROVA 1: QUESTÃO 6



Questão 6

Ainda não respondida

Vale 15 ponto(s).

Marcar questão

Editar questão

Reduza a expressão $\left\{ \frac{8(x^9-9x^8-2x+18)}{3(x^{11}-2x^3)} \right\}$

Escolha uma:

a. $-\frac{8(9-x)}{3x^3}$

b. $-\frac{2(8-x)}{(x+1)^4}$

c. $x-1$

d. $\frac{3(x-9)}{x^3}$

e. $\frac{4(x-10)}{x^2}$

FONTE: UFPR Virtual (2020)

A questão 6 envolveu conteúdos e propriedades que eram do domínio dos alunos, não tornando-se um impasse para os estudantes da amostra que obtiveram um aproveitamento de 95% nesta questão.

3.6 FUNÇÕES

A matemática relacionada à categoria *Funções* certamente foi a mais trabalhada ao longo de toda disciplina, estando presente em todas as avaliações. Este fato não é surpresa, pois considerando-se a ementa de uma disciplina como esta de *Introdução ao Cálculo,* o conceito de função é a principal base para o estudo de conteúdos futuros como os Limites e Derivadas, que ainda serão explorados nesta disciplina. Porém é importante frisar que este tópico em específico não vai considerar em seu estudo a utilização das funções no desenvolvimento dos conteúdos de Limites e Derivadas, sendo este estudo reservado para tópicos mais adiante neste presente trabalho.

Considerando primeiramente as monitorias que antecederam a primeira avaliação – foram duas. A primeira monitoria foi baseada em uma lista de exercícios que não abordava o assunto de funções, sendo o conteúdo exclusivamente abordado na segunda monitoria que, sendo baseada na lista 2 da disciplina, teve o conteúdo de funções integrando a maioria das questões.

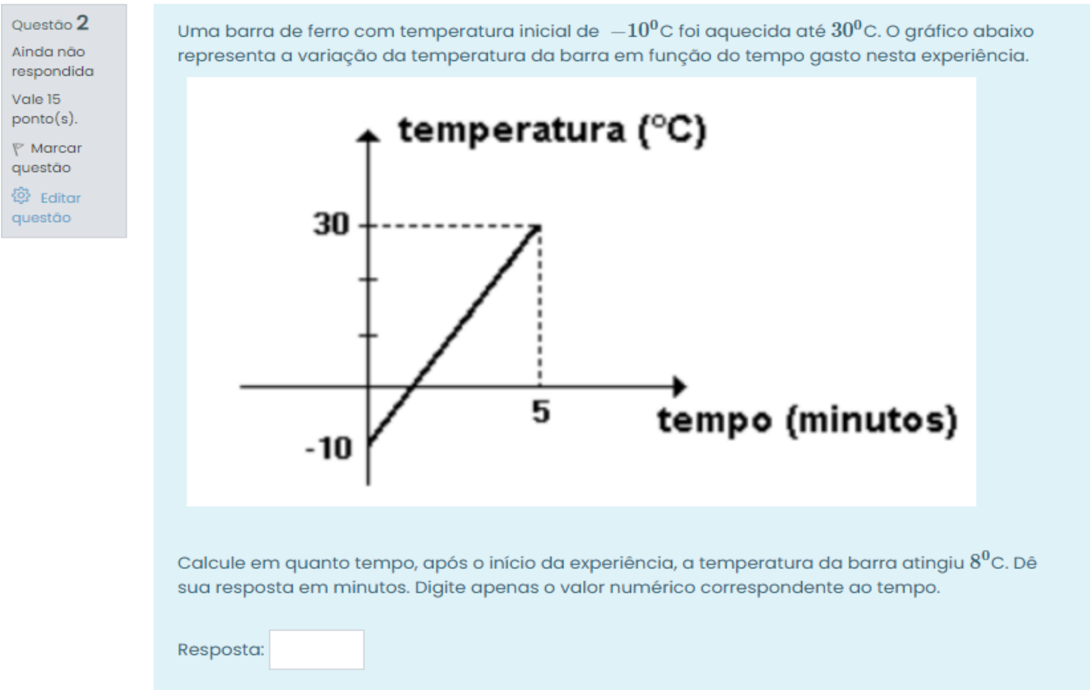
A segunda monitoria contou com a resolução de 13 questões ao total – a quantidade relativamente menor de resoluções se comparado à primeira monitoria deve-se à razão que, na segunda lista de exercícios, as questões não se dividiam em vários itens. Das 13 questões resolvidas na monitoria, oito eram relacionadas às situações problemas envolvendo função de 1º grau, duas relacionadas à prova de propriedades de funções de 1º grau e esboço de gráfico e uma relacionada à situação problema envolvendo função do 2º grau.

Em relação à avaliação diagnóstica, foram atribuídas duas questões que envolviam os conteúdos de função composta e função trigonométrica – cada uma abordando um dos conteúdos separadamente. Analisando o aproveitamento da amostra de estudantes nesta avaliação diagnóstica, o percentual foi equivalente a 65%.

A primeira avaliação que foi aplicada aos alunos da disciplina dispunha no total de oito questões. Dentre essas, três eram focadas nos conteúdos relacionados à categoria de *Funções.*

A questão com melhor desempenho pelos alunos da amostra – obtendo 80% de aproveitamento – foi a seguinte:

FIGURA 5 - PROVA 1: QUESTÃO 2

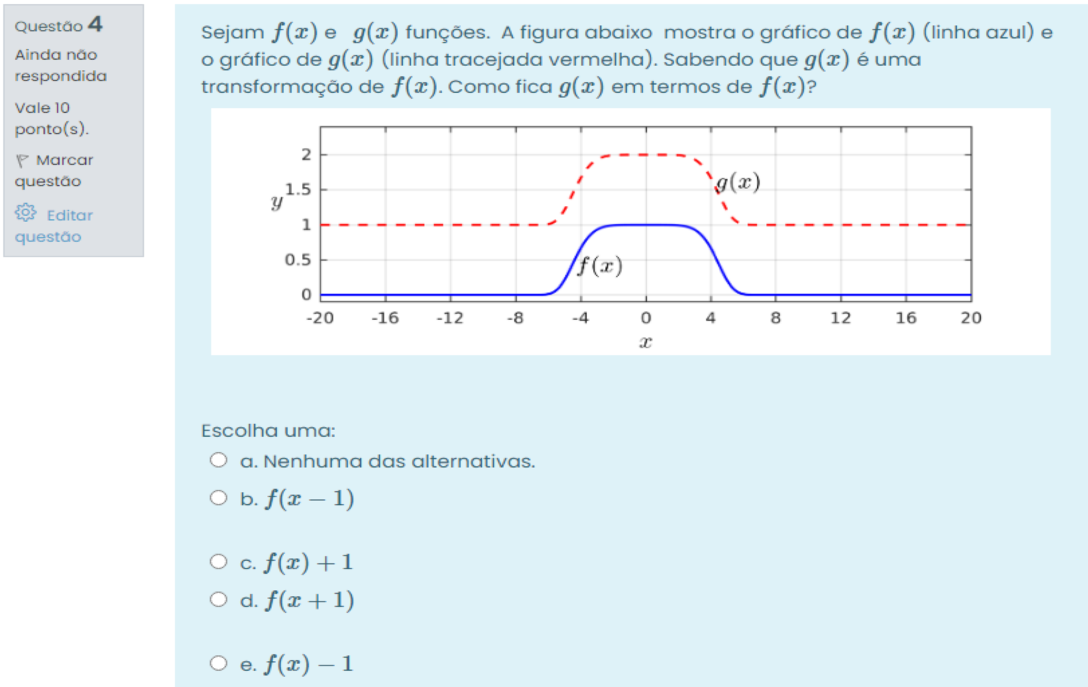


FONTE: UFPR Virtual (2020)

A questão em particular necessitava que o aluno, com base em um gráfico de uma função afim, extraísse as informações necessárias para definir a lei da função. Posteriormente, deveria fazer o cálculo requisitado no problema. A questão, aparentemente, não foi um problema para os estudantes, pois teve um alto aproveitamento.

As demais questões sobre funções nesta avaliação tinham propostas análogas entre si, voltadas para a translação de gráficos, como mostra as imagens abaixo:

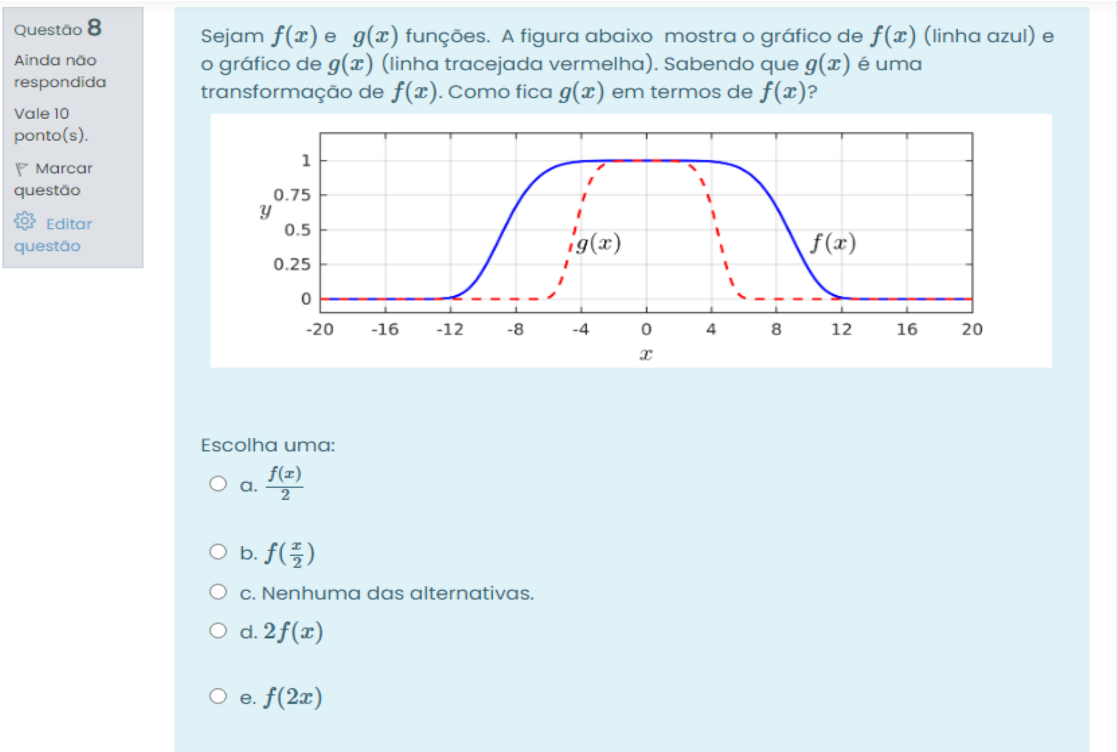
FIGURA 6 - PROVA 1: QUESTÕES 4 e 8



Questão 4
Ainda não respondida
Vale 10 ponto(s).
Marcar questão
Editar questão

Sejam $f(x)$ e $g(x)$ funções. A figura abaixo mostra o gráfico de $f(x)$ (linha azul) e o gráfico de $g(x)$ (linha tracejada vermelha). Sabendo que $g(x)$ é uma transformação de $f(x)$. Como fica $g(x)$ em termos de $f(x)$?

Escolha uma:
- a. Nenhuma das alternativas.
- b. $f(x-1)$
- c. $f(x)+1$
- d. $f(x+1)$
- e. $f(x)-1$



Questão 8
Ainda não respondida
Vale 10 ponto(s).
Marcar questão
Editar questão

Sejam $f(x)$ e $g(x)$ funções. A figura abaixo mostra o gráfico de $f(x)$ (linha azul) e o gráfico de $g(x)$ (linha tracejada vermelha). Sabendo que $g(x)$ é uma transformação de $f(x)$. Como fica $g(x)$ em termos de $f(x)$?

Escolha uma:
- a. $\frac{f(x)}{2}$
- b. $f(\frac{x}{2})$
- c. Nenhuma das alternativas.
- d. $2f(x)$
- e. $f(2x)$

FONTE: UFPR Virtual (2020)

Apesar de propostas similares, as duas questões obtiveram uma diferença considerável no aproveitamento: a questão 4 obtendo 60%, enquanto a questão 6 obtendo 45%. Podendo-se assim presumir que algumas propriedades ligadas à translação de gráficos, possivelmente foram melhor assimiladas, ou teriam sido de mais fácil compreensão do que outras, pois como revelam os dados referentes à questão 6, a falta do conhecimento necessário para a resolução do exercício, eventualmente foi uma barreira para se obter sucesso na questão. Outro ponto muito importante a se considerar é novamente a interpretação da questão. Baseada na linguagem muito particular utilizada no enunciado, voltada à propriedades de funções, era primordial que o aluno além de deter o conhecimento sobre o assunto, pudesse assimilar o que era requisitado na questão. Ou seja, a linguagem matemática presente, precisava ser bem interpretada. Caso não fosse, por mais que tivesse o conhecimento, o aluno poderia colocar-se em uma situação passiva de erros. Este pode também ter sido uma das causas de um baixo aproveitamento, pois como frisavam Fonseca e Cardoso (2005, apud SANTOS e MAFRA, 2010): conhecimentos trabalham especificamente com leituras e interpretações.

Após à primeira avaliação, os conteúdos relacionados a funções tiveram continuidade, sendo então trabalhados itens relacionados à função composta, função exponencial e logarítmica.

Na terceira monitoria foi trabalhado os novos conceitos de funções que haviam sido recém introduzidos aos alunos, teve a resolução de 24 itens, dos quais a relação dos conteúdos é a seguinte:

- 1 Função composta.
- 1 Função inversa de 1º grau.
- 2 Função inversa de 2º grau.
- 1 Definir lei da função de 1º grau.
- 2 Definir lei da função exponencial.
- 2 Esboço de gráfico função exponencial.

Finalizada toda a programação da semana referente aos novos conteúdos, foi então aplicada a segunda avaliação da disciplina aos estudantes.

A segunda avaliação foi estruturada com seis questões, das quais cinco envolviam diretamente os conteúdos de funções. Das cinco questões presentes na prova, uma foi anulada devido a erros no enunciado, deixando apenas quatro questões a serem analisadas.

O aproveitamento dos alunos da amostra nesta avaliação foi alto. Três das quatro questões tiveram um aproveitamento igual à 80%, e uma obteve o percentual de 90%.

As questões de número 1, 3 e 4 foram as que obtiveram o aproveitamento de 80%, enquanto a questão de número 5 foi a que obteve 90%. Os enunciados de cada questão constam nas imagens a seguir:

FIGURA 7 - PROVA 2: QUESTÕES 1, 3, 4 e 5

Questão 1
Ainda não respondida
Vale 20,00 ponto(s).
Marcar questão
Editar questão

Qual é a inversa da função $f(x) = \frac{11}{10}x + \frac{2}{4}$?

Escolha uma:

- a. $f^{-1}(x) = \frac{11}{10}x - \frac{2}{4}$
- b. $f^{-1}(x) = \frac{10}{11}x - \frac{20}{44}$
- c. Nenhuma das alternativas
- d. $f^{-1}(x) = \frac{11}{10}x + \frac{22}{40}$
- e. $f^{-1}(x) = \frac{10}{11}x + \frac{2}{4}$

Questão 3
Ainda não respondida
Vale 20,00 ponto(s).
Marcar questão
Editar questão

Suponha que o número de casos de covid-19 triplique a cada semana. Se o número atual de casos é 120, quantos casos teremos após 4 semanas ?

Resposta:

Questão 4
Ainda não respondida
Vale 20,00 ponto(s).
Marcar questão
Editar questão

Dados $f(x) = \frac{x+1}{x+4}$ e $g(x) = \frac{x+3}{x+4}$, calcule $f(g(2))$.
Escreva o resultado com duas casas decimais.

Resposta:

Questão 5
Ainda não respondida
Vale 20,00 ponto(s).
Marcar questão
Editar questão

Encontre $f(g(2))$ a partir da tabela abaixo:

x	1	2	3	4	5
$f(x)$	1	1	4	1	5
$g(x)$	4	2	1	5	3

Resposta:

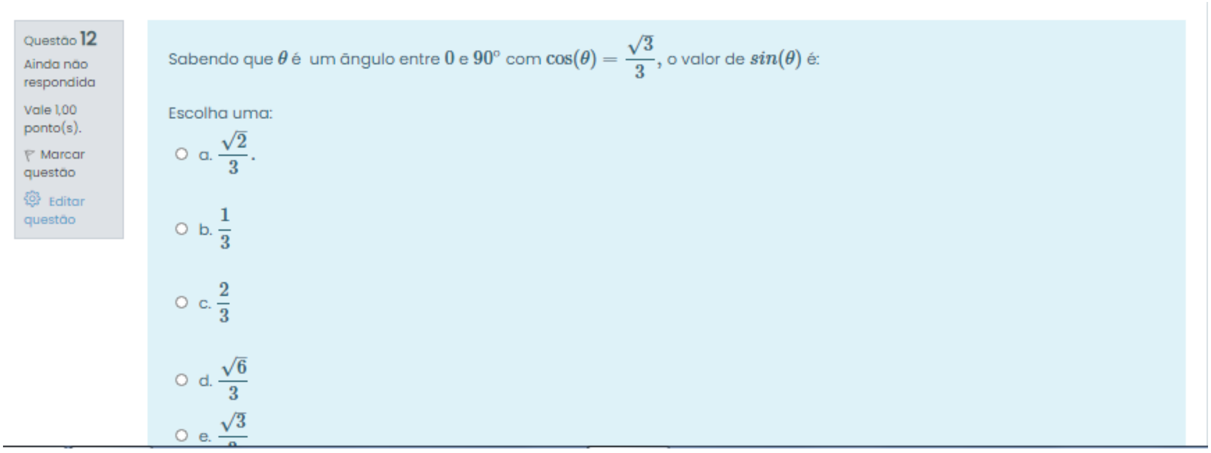
FONTE: UFPR Virtual (2020)

Os percentuais de aproveitamento da amostra sugerem que os conteúdos explorados nesta última avaliação possuem um amplo domínio por parte dos estudantes. Se os dados apresentados transparecem de fato a realidade desses alunos em relação ao conhecimento desses conteúdos, isso poderá ter um impacto positivo na construção dos novos conhecimentos que terão como base principal os conteúdos ligados às funções.

3.7 TRIGONOMETRIA

A categoria *Trigonometria* foi a que obteve o pior aproveitamento na avaliação diagnóstica, somando um percentual de apenas 25%. Contudo é importante frisar que foi colocada apenas uma questão, entre o total de 22 que estruturam a avaliação diagnóstica, relacionada aos conteúdos de trigonometria. Ou seja, o aproveitamento particular nesta questão, foi o que determinou o aproveitamento integral da categoria na avaliação diagnóstica. O enunciado da questão consta na imagem a seguir:

FIGURA 8 - PROVA DIAGNÓSTICA: QUESTÃO 12



FONTE: UFPR Virtual (2020)

Em relação às monitorias, na data de 22 de Agosto de 2020, foi organizado o momento para cobrir as dúvidas provenientes da quarta lista de exercícios da disciplina, a qual tratou integralmente de questões ligadas aos conteúdos de trigonometria.

Nesta monitoria foram resolvidas ao total 24 itens de diferentes questões, todos requisitados pelos estudantes que participaram do momento. A relação dos itens é a seguinte:

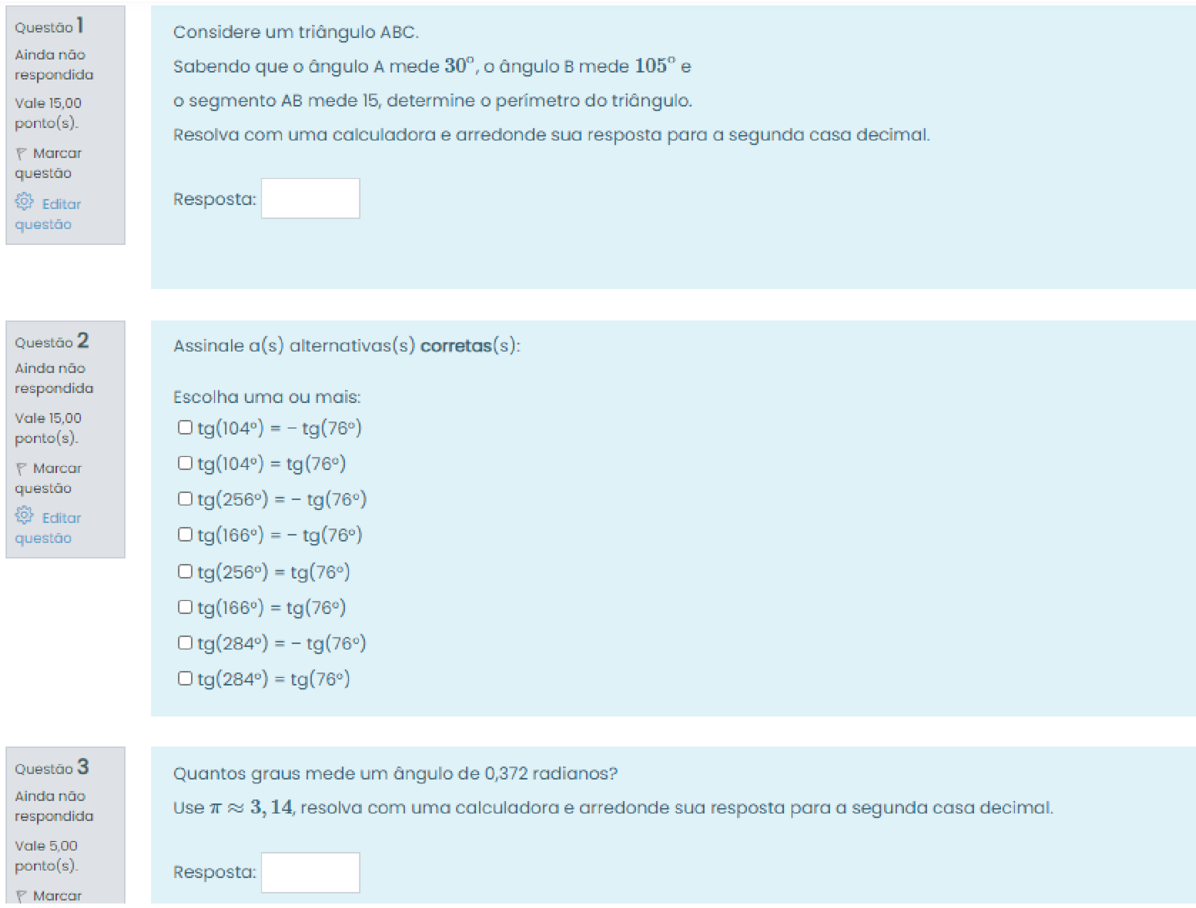
- 6 de Relações trigonométricas no triângulo retângulo
- 1 de Relações métricas no triângulo retângulo
- 2 de Conversão valores do ângulo (graus - radianos)

Para esta categoria, as questões relacionadas exclusivamente aos conteúdos de trigonometria estiveram presentes na terceira avaliação, onde das nove questões que integraram a prova, sete caracterizavam-se por serem diretamente ligadas à conteúdos de trigonometria.

O aproveitamento das questões nesta avaliação foi consideravelmente superior se comparado ao obtido na avaliação diagnóstica, tendo o percentual variado de 60% a 100% de aproveitamento.

As questões de número 1, 2 e 3 obtiveram um percentual de aproveitamento equivalente à 70%, 60% e 85%, respectivamente. Seus enunciados constam na imagem a seguir:

FIGURA 9 - PROVA 3: QUESTÕES 1, 2 e 3



Questão 1
Ainda não respondida
Vale 15,00 ponto(s).
Marcar questão
Editar questão

Considere um triângulo ABC.
Sabendo que o ângulo A mede 30°, o ângulo B mede 105° e
o segmento AB mede 15, determine o perímetro do triângulo.
Resolva com uma calculadora e arredonde sua resposta para a segunda casa decimal.

Resposta:

Questão 2
Ainda não respondida
Vale 15,00 ponto(s).
Marcar questão
Editar questão

Assinale a(s) alternativas(s) **corretas**(s):

Escolha uma ou mais:
- [ ] tg(104º) = − tg(76º)
- [ ] tg(104º) = tg(76º)
- [ ] tg(256º) = − tg(76º)
- [ ] tg(166º) = − tg(76º)
- [ ] tg(256º) = tg(76º)
- [ ] tg(166º) = tg(76º)
- [ ] tg(284º) = − tg(76º)
- [ ] tg(284º) = tg(76º)

Questão 3
Ainda não respondida
Vale 5,00 ponto(s).
Marcar

Quantos graus mede um ângulo de 0,372 radianos?
Use $\pi \approx 3,14$, resolva com uma calculadora e arredonde sua resposta para a segunda casa decimal.

Resposta:

FONTE: UFPR Virtual (2020)

As questões seguintes foram as de número 6 e 7, onde ambas obtiveram 90% de aproveitamento. Os enunciados constam na imagem abaixo:

FIGURA 10 - PROVA 3: QUESTÕES 6 e 7

Questão 6
Ainda não respondida
Vale 15,00 ponto(s).
Marcar questão
Editar questão

A Secretaria Municipal do Meio Ambiente da Prefeitura de Curitiba quer criar uma área de preservação ambiental.

Para tanto, será cercado um terreno triangular com as seguintes características: a hipotenusa do triângulo mede 563 metros e um cateto mede 372 metros.

O tipo de cerca escolhido custa R$ 34,00 por metro.

Qual o custo aproximado para cercar esta área?

Escolha uma:

- R$ 14368,00
- Nenhuma das outras alternativas.
- R$ 423,00
- R$ 1358,00
- R$ 46158,00

Questão 7
Ainda não respondida
Vale 15,00 ponto(s).
Marcar questão
Editar questão

Sabendo que $\mathrm{sen}(\theta) = \mathrm{sen}(9872^{\circ})$ e que θ está no primeiro quadrante, determine θ.

Escreve sua resposta em graus.

Resposta:

FONTE: UFPR Virtual (2020)

Por fim, as duas últimas questões foram as de número 8 e 9, que obtiveram 75% e 100% de aproveitamento, respectivamente.

FIGURA 11 - PROVA 3: QUESTÕES 8 e 9

Questão 8
Ainda não respondida
Vale 5,00 ponto(s).
Marcar questão
Editar questão

Quantos radianos mede um ângulo de 129 graus?

Use $\pi \approx 3,14$, resolva com uma calculadora e arredonde sua resposta para a segunda casa decimal.

Resposta:

Questão 9
Ainda não respondida
Vale 15,00 ponto(s).
Marcar questão
Editar questão

Um avião levanta voo sob um ângulo constante de 27° com relação ao chão.
Após percorrer 3178 metros em linha reta, qual será a altura atingida pelo avião, aproximadamente?
Utilize: $\mathrm{sen}\ 27^{\circ}$ = 0,454; $\cos 27^{\circ}$ = 0,891 e $\mathrm{tg}\ 27^{\circ}$ = 0,51.

Escolha uma:

- 1621 metros
- Nenhuma das outras alternativas.
- 1443 metros
- 721 metros
- 2832 metros

FONTE: UFPR Virtual (2020)

Os resultados obtidos nesta avaliação foram opostos aos dados que a avaliação diagnóstica havia sugerido inicialmente. A categoria *Trigonometria* teve o pior percentual de aproveitamento naquela ocasião. Entretanto, analisando o desempenho dos alunos nas questões referentes a esta categoria nas avaliações, seu desempenho estabeleceu-se em bons padrões, onde entre as setes questões analisadas, apenas uma ficou com percentual de aproveitamento abaixo dos 70%.

3.8 FUNÇÕES/TRIGOMETRIA

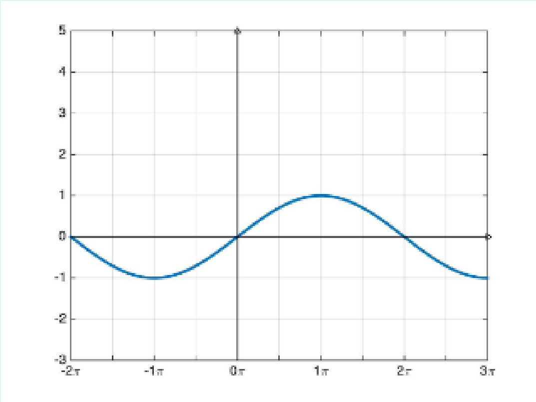
Esta nova categoria que será explorada, é a primeira que busca desenvolver uma análise sobre as questões que abordam conteúdos ligados à mais de uma das categorias anteriormente estudadas. Ou seja, todas as questões analisadas nos tópicos anteriores, tinham como características serem essencialmente estruturadas com os conteúdos específicos das categorias em que foram alojadas, o que não acontecerá adiante, visto que todas as questões remanescentes, enquadram-se em abordagens múltiplas de diferentes conteúdos.

Para o estudo que será feito agora, duas questões foram selecionadas, ambas pertencentes à terceira avaliação da disciplina. Estas questões caracterizavam-se pela estrutura envolvendo os conteúdos *Funções e Trigonometria.*

FIGURA 12 - PROVA 3: QUESTÕES 4 e 5

Questão 4
Ainda não respondida
Vale 10,00 ponto(s).
Marcar questão
Editar questão

Identifique a função correspondente ao gráfico a seguir:

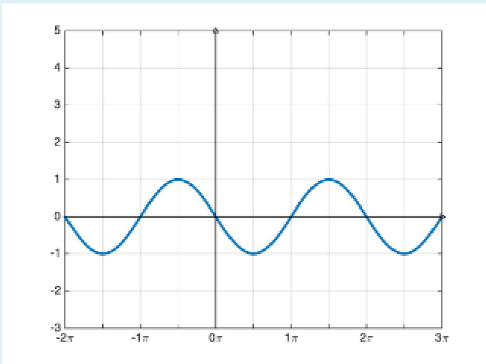


Escolha uma:

- $f(x) = 2sen(x)$
- $f(x) = sen(2x)$
- $f(x) = \frac{1}{2}sen(x)$
- Nenhuma das outras alternativas
- $f(x) = sen(\frac{1}{2}x)$

Questão 5
Ainda não respondida
Vale 5,00 ponto(s).
Marcar questão
Editar questão

Identifique a função correspondente ao gráfico a seguir:



Escolha uma:

- $f(x) = \cos(x) + \frac{\pi}{2}$
- $f(x) = \cos(x) - \frac{\pi}{2}$
- $f(x) = \cos(x - \frac{\pi}{2})$
- $f(x) = \cos(x + \frac{\pi}{2})$
- Nenhuma das outras alternativas

FONTE: UFPR Virtual (2020)

As questões combinando os assuntos de Funções e Trigonometria pareceram não ser um problema para os estudantes da amostra, que obtiveram um aproveitamento muito satisfatório em ambas. A questão de número 4 obteve um percentual de 85% de aproveitamento, enquanto a questão de número 5 foi ainda melhor, obtendo 95%. Apesar das duas questões terem propostas similares, uma diferença de 10% no aproveitamento ocorreu. Sem acesso às resoluções detalhadas de cada estudante, torna-se difícil presumir os fatores que colaboraram para os erros, mas que podem possivelmente estarem ligados à falta de domínio da translação de gráficos em operações de soma e subtração dentro do argumento da função, visto que essas foram as operações sugeridas na questão 5, enquanto que na questão 4, apenas o produto (podendo ser considerado como o quociente em alguns casos) foi trabalhado.

3.9 LIMITE E CONTINUIDADE

Nesta seção será desenvolvida uma análise de questões de um novo conteúdo trabalhado com os alunos, o qual utiliza as ferramentas matemáticas que integram algumas das categorias estudadas anteriormente. Todavia, diferentemente do que foi a seção anterior, onde houve o estudo de questões que efetuavam a combinação de conteúdos de *Funções e Trigonometria,* a combinação de conteúdos nesta seção foi em prol da introdução da matemática relacionada à Limite e Continuidade de funções. Com base nisso, o estudo busca investigar e encontrar eventuais relações entre os aproveitamentos desta presente categoria, com os resultados dos estudos realizados nas seções anteriores.

Os primeiros dados relacionados aos conteúdos de Limite e Continuidade foram extraídos da monitoria que trabalhou com essa temática.

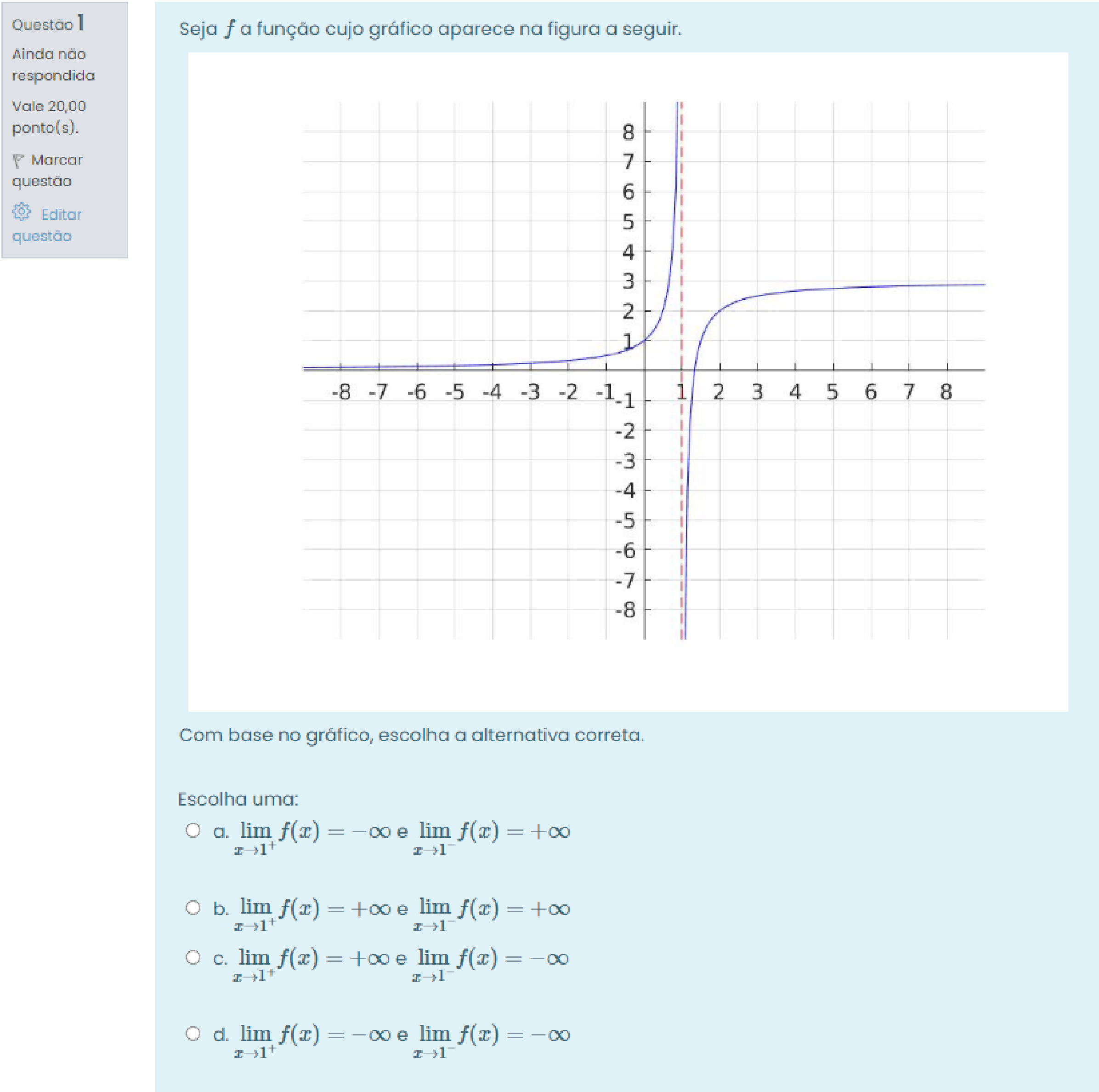
A monitoria contou com a resolução de 18 itens requisitados pelos alunos, dos quais têm as seguintes relações:

- 8 de Limite e limite lateral com x tendendo à um ponto *a*.
- 4 de Limite infinitos.
- 1 de Limite no infinito.
- 2 de Assíntotas vertical e horizontal da função.
- 3 de Continuidade da função em um ponto *a*.

As questões relacionadas aos conteúdos de Limites e Continuidade integraram a quarta avaliação da disciplina. Com um total de seis questões, todas focadas neste conteúdo, o aproveitamento variou em poucos casos, mantendo-se alto na maioria das questões da avaliação.

Nas questões de número 1 e 6, ambas com propostas de exercícios utilizando gráficos de funções, os aproveitamentos caracterizaram-se por serem os mais baixos entre todas as questões da avaliação, sendo o percentual da questão 1 igual a 75% e o da questão 6 igual a 70%.

FIGURA 13 - PROVA 4: QUESTÃO 1


Questão 1
Ainda não respondida
Vale 20,00 ponto(s).
Marcar questão
Editar questão

Seja f a função cujo gráfico aparece na figura a seguir.

Com base no gráfico, escolha a alternativa correta.

Escolha uma:

a. $\lim_{x\to 1^+} f(x) = -\infty$ e $\lim_{x\to 1^-} f(x) = +\infty$

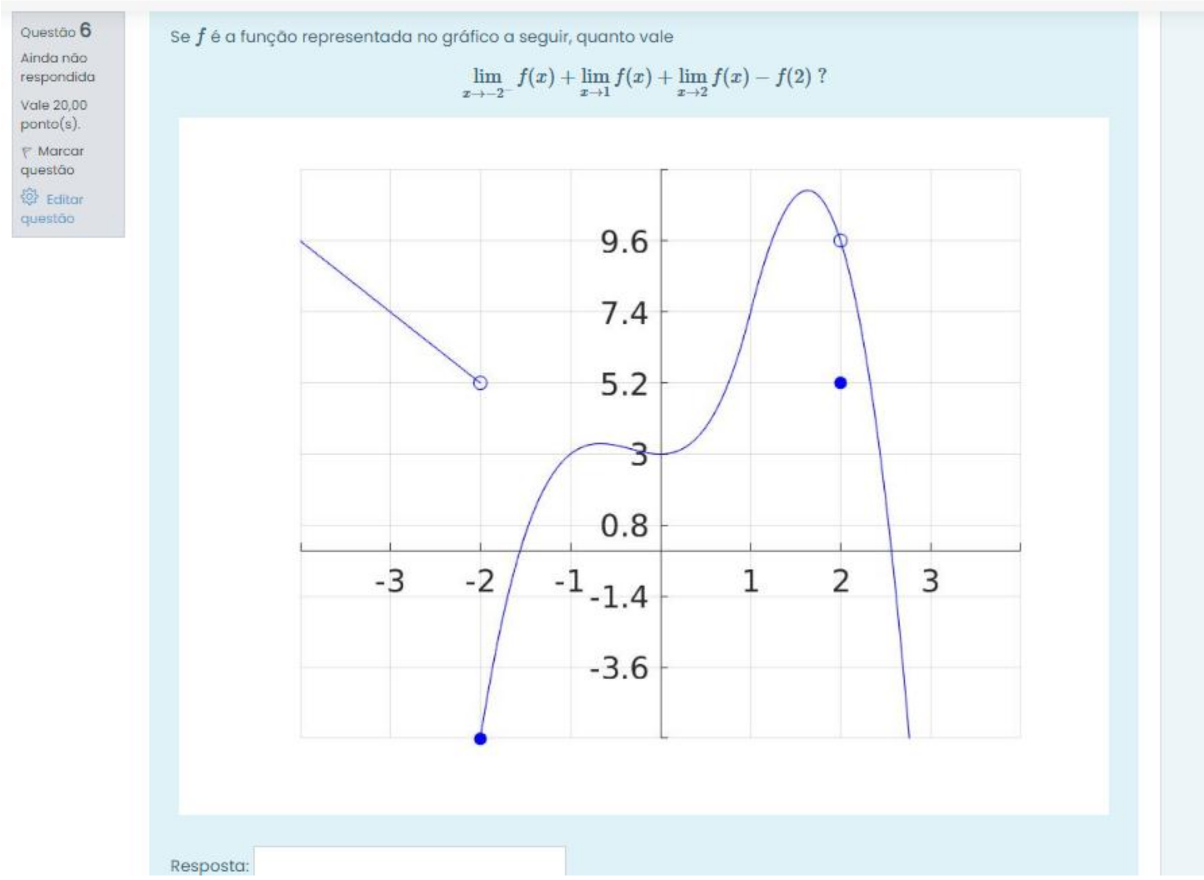
b. $\lim_{x\to 1^+} f(x) = +\infty$ e $\lim_{x\to 1^-} f(x) = +\infty$

c. $\lim_{x\to 1^+} f(x) = +\infty$ e $\lim_{x\to 1^-} f(x) = -\infty$

d. $\lim_{x\to 1^+} f(x) = -\infty$ e $\lim_{x\to 1^-} f(x) = -\infty$

FONTE: UFPR Virtual (2020)

FIGURA 14 - PROVA 4: QUESTÃO 6



FONTE: UFPR Virtual (2020)

Ambas as questões trabalhavam diretamente com funções – mais precisamente com seus gráficos. Na questão 1 era também necessária uma boa compreensão das propriedades relacionadas aos limites infinitos e limites laterais. Já na questão 6, o conhecimento sobre limites laterais precisava ser acompanhado de um domínio em relação à continuidade de funções.

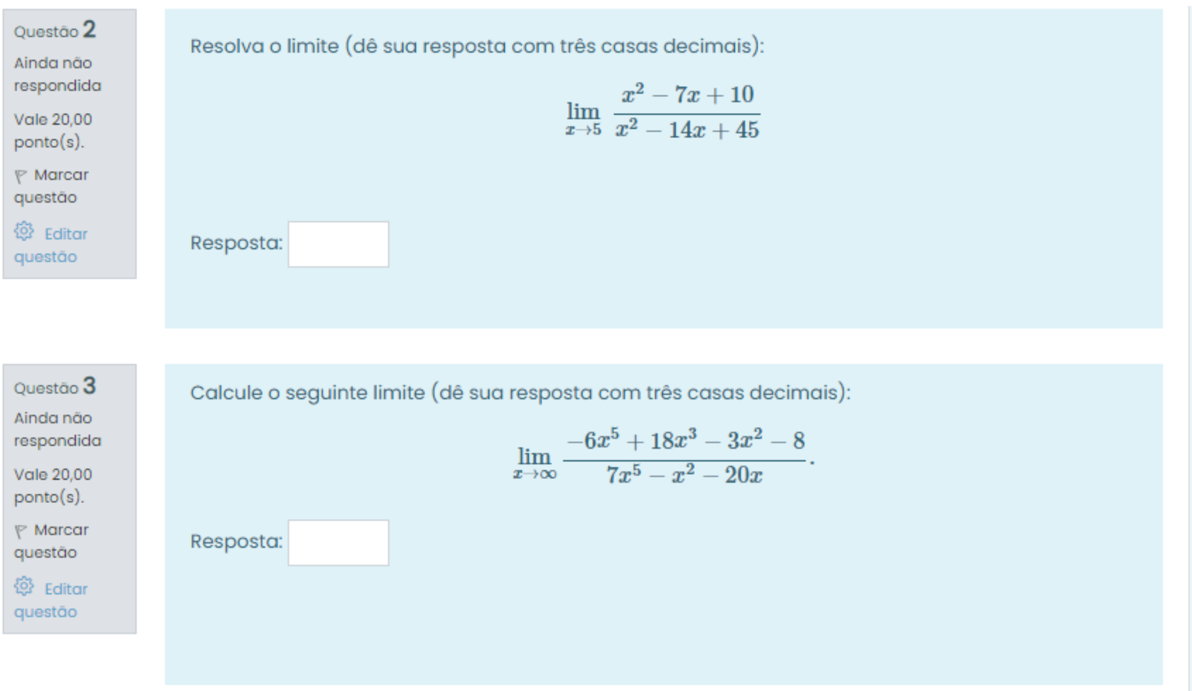
Uma análise importante pode ser feita em relação ao desempenho dos alunos nestas duas questões. Como dito, elas foram as que obtiveram o menor aproveitamento dentre todas da categoria *Limite e Continuidade,* sendo ambas questões envolvendo em sua estrutura o gráfico de funções que se apresentavam como curvas. Analogamente, quando desenvolvido o estudo de questões na categoria *Funções,* as questões de número 4 e 8 eram as que tinham propostas baseadas no gráfico de funções expressas em curvas, e seu aproveitamento, tal como as questões 1 e 6 da categoria *Limite e Continuidade,* foram os piores dentre todas as questões analisadas. De fato, as questões 1 e 6 desta presente categoria não obtiveram aproveitamentos tão críticos, porém se comparado aos percentuais das demais questões da categoria que virão adiante, a diferença torna-se relevante.

A relação entre os resultados obtidos e o conteúdo abordados nessas questões é um fator a se considerar, pois possivelmente trata-se de um caso onde um conhecimento prévio de pouco domínio, pôde vir a ser elemento determinante no desempenho de uma questão de um conteúdo construído sobre outro, pois como destaca Pozo (2002):

> Quando uma nova informação é processada ou organizada através de certas estruturas de conhecimento prévio, o grau de reconstrução a que se vêem submetidas essas estruturas depende de como o aluno percebe a relação entre a nova informação e seus conhecimentos prévios (POZO, 2002, p.130).

As questões 2 e 3 tinham propostas para a resolução de limites de funções definidas. A questão 2 definia que o valor de *x* tendia a um número real, enquanto na questão 3, *x* tendia ao infinito. Em ambos os casos, os estudantes deveriam utilizar manipulações e simplificações algébricas para lidar com a descontinuidade ou indeterminação da função nos dados valores que *x* tendia. Essa combinação de propriedades de álgebra e funções era essencial para a resolução das questões que, na amostra de alunos, teve ótimos aproveitamentos: 95% na questão 2 e 90% na questão 3.

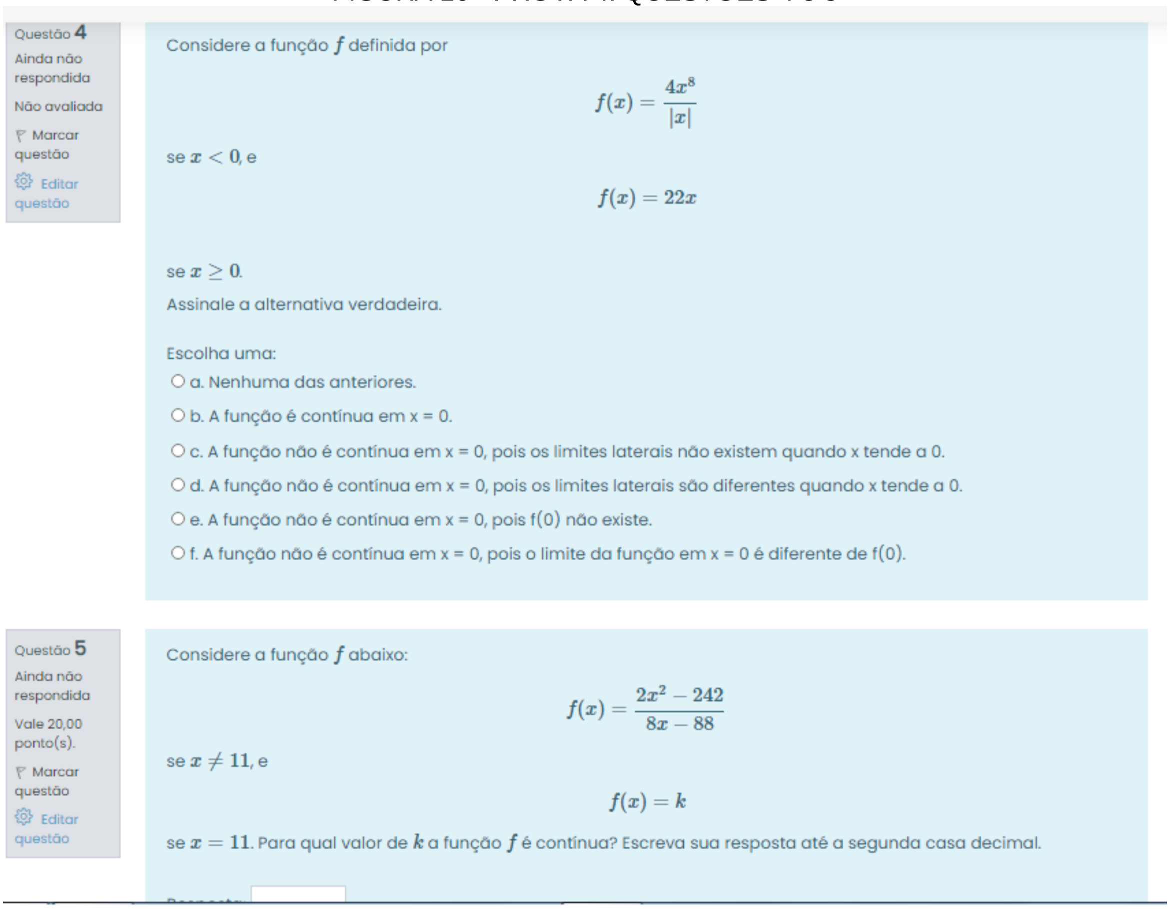
FIGURA 15 - PROVA 4: QUESTÕES 2 e 3



FONTE: UFPR Virtual (2020)

Por fim, as questões 4 e 5 tinham propostas relacionadas à continuidade de funções. Novamente seriam necessários os conhecimentos sobre funções e um domínio de manipulações e simplificações algébricas que se mostram necessárias para se alcançar os resultados cobrados. Contudo, essas questões não se mostraram ser uma barreira para os alunos da amostra que novamente obtiveram aproveitamentos altos: 90% na questão 4 e 95% na questão 5.

FIGURA 16 - PROVA 4: QUESTÕES 4 e 5



Questão 4
Ainda não respondida
Não avaliada
Marcar questão
Editar questão

Considere a função f definida por

$$f(x) = \frac{4x^8}{|x|}$$

se $x < 0$, e

$$f(x) = 22x$$

se $x \geq 0$.

Assinale a alternativa verdadeira.

Escolha uma:

- a. Nenhuma das anteriores.
- b. A função é contínua em x = 0.
- c. A função não é contínua em x = 0, pois os limites laterais não existem quando x tende a 0.
- d. A função não é contínua em x = 0, pois os limites laterais são diferentes quando x tende a 0.
- e. A função não é contínua em x = 0, pois f(0) não existe.
- f. A função não é contínua em x = 0, pois o limite da função em x = 0 é diferente de f(0).

Questão 5
Ainda não respondida
Vale 20,00 ponto(s).
Marcar questão
Editar questão

Considere a função f abaixo:

$$f(x) = \frac{2x^2 - 242}{8x - 88}$$

se $x \neq 11$, e

$$f(x) = k$$

se $x = 11$. Para qual valor de k a função f é contínua? Escreva sua resposta até a segunda casa decimal.

FONTE: UFPR Virtual (2020)

O alto aproveitamento nessas últimas questões pode ser relacionado também com os conteúdos base necessários para o seu desenvolvimento. Propriedades relacionadas à álgebra – simplificação de expressões algébricas – e funções – trabalhando apenas com a lei – foram dominantes nesses exercícios. Com base nisso, é válido ressaltar que esses conhecimentos prévios, quando contemplados em questões das categorias anteriores como *Álgebra e Funções,* o aproveitamento se manteve sempre superior aos 80%, o que de certo modo pode refletir no que foi desenvolvido pelos alunos nas questões da categoria de *Limite e Continuidade.* O que vai de acordo com Morris Kline (1976), quando sustenta que a estrutura curricular de uma disciplina de matemática deve ser observada como um assunto acumulativo, e que o novo se constrói sobre o antigo, e a matéria antiga tem que ser compreendida para o domínio dos novos conhecimentos (apud FELICETTI, 2007).

3.10 DERIVADA

A seção de estudo das derivadas irá abordar a última relação de conteúdos que foram trabalhados na disciplina de *Introdução ao Cálculo.* Assim como no estudo realizado na seção anterior, para analisar as questões relacionadas aos conteúdos de derivadas, busca-se voltar a atenção para os conteúdos que estruturam e que são ferramentas necessárias para o desenvolvimento desse novo assunto. Desta forma, os números obtidos com as questões referentes a derivadas poderão ser relacionados aos aproveitamentos de conteúdos analisados em seções anteriores.

Na última monitoria da disciplina, na qual trabalhou-se com a lista de exercícios totalmente voltadas para assunto de derivadas, foram requisitados pelos alunos um total de 21 itens, onde a relação dos seus conteúdos é a seguinte:

- 2 de Velocidade média e velocidade instantânea.
- 1 de Taxa de variação média.
- 3 de Cálculo de derivada pela definição de limite.
- 10 de Cálculo de derivada por regras de derivação.
- 2 de Definir lei da função utilizando derivadas.
- 3 de Equação da reta tangente.

Em relação a avaliação que cobriu os conteúdos de derivada, a qual foi a última da disciplina, foi estruturada com um total de sete questões, tendo seus aproveitamentos muito variados.

A primeira questão da avaliação foi a que obteve o pior percentual, o qual foi equivalente a 45%.

FIGURA 17 - PROVA 5: QUESTÃO 1

Questão 1
Ainda não respondida
Vale 20,00 ponto(s).
Marcar questão
Editar questão

Uma partícula se move de acordo com a função de posição $S(t) = 500 + 20t + 9t^2$, onde t é dado em segundos e $S(t)$ em metros.

Calcule, em metros por segundo, a velocidade média da partícula entre $t = 48$ e $t = 53$ segundos, e de $t = 48$ até $t = 49$ segundos. Calcule, também em metros por segundo, a velocidade instantânea em $t = 48$ segundos.

Obtido os três resultados, some-os e divida por 3. Qual é o valor resultante?

Resposta:

FONTE: UFPR Virtual (2020)

A questão trabalhou com as propriedades de determinação de velocidade média e velocidade instantânea, que deveriam ser calculadas utilizando como base a função dada no enunciado. Avaliando a função em determinados pontos, efetuando cálculos de média aritmética e aplicando as definições de limite, os alunos deveriam desenvolver os cálculos e obter os resultados requisitados. Contudo, o processo mostrou-se não ser de amplo domínio dos alunos, que apesar do crescente aproveitamento em questões de funções nas últimas avaliações e o ótimo desempenho na avaliação relacionada à limites, tiveram dificuldades na resolução.

Essa questão 1 foi estruturada de uma maneira bem particular, que além do conteúdo base utilizado, o aluno deveria ter o domínio do procedimento para efetuar a resolução, e ter uma boa interpretação dos dados do enunciado. A mecânica do exercício também pode ter sido um dos fatores que ocasionou tantos erros, pois os três resultados que inicialmente eram necessários se obter, precisavam constituir uma média aritmética ao final, cujo essa seria a resposta final. Deste modo, o erro em apenas um dos valores, poderia condenar a resolução por inteiro.

Entretanto, deve-se também considerar a possibilidade de uma total falta de coerência da resolução do aluno com a real proposta da questão. Pois como apontou Cury (2008), obra relacionada à análise do erro, que existe a “tendência” de os alunos quererem aplicar a fórmula de Bhaskara sempre que se deparam com uma expressão polinomial, independente da forma como foi obtida. O que é um erro que contribui para os alunos enfrentarem dificuldades em dadas circunstâncias, incluindo em questões relacionadas à Cálculo, que envolvem derivadas e integrais.

Seguindo adiante, temos as questões de número 2, 3, 4 e 6, todas com propostas semelhantes, voltadas para o cálculo de derivadas.

FIGURA 18 - PROVA 5: QUESTÕES 2, 3, 4 e 6.

Questão 2
Ainda não respondida
Vale 5,00 ponto(s).
Marcar questão
Editar questão

Calcule a derivada da função $f(x) = 5x^5$ e aplique em $x = 5$.

Resposta:

Questão 3
Ainda não respondida
Vale 10,00 ponto(s).
Marcar questão
Editar questão

Calcule a derivada da função $f(x) = x^{\frac{1}{7}}$ e aplique em $x = 9$. Dê sua resposta com três casas decimais.

Resposta:

Questão 4
Ainda não respondida
Vale 10,00 ponto(s).
Marcar questão
Editar questão

Calcule a derivada da função $f(x) = 9x^2 + e + 8x^{\frac{3}{12}}$ e aplique em $x = 6$. Dê sua resposta com três casas decimais.

Resposta:

Questão 6
Ainda não respondida
Vale 20,00 ponto(s).
Marcar questão
Editar questão

A derivada de $f(x) = 6e^x + 7sen(x) + 10cos(x) + (x+1)^2$ aplicada em 0 é:

Resposta:

FONTE: UFPR Virtual (2020)

O processo para resolução das questões poderia ser apenas com a utilização das regras de derivação. Contudo, os alunos tinham liberdade para utilizar a definição de derivada pelo limite, caso fosse de sua preferência, porém caracterizaria um processo de resolução mais longo e, possivelmente, mais passivo a erros.

Em todas as questões os alunos seriam confrontados com a necessidade do domínio de propriedades exponenciais e seus comportamentos nas derivações, e particularmente na questão 6, derivadas trigonométricas seriam utilizadas.

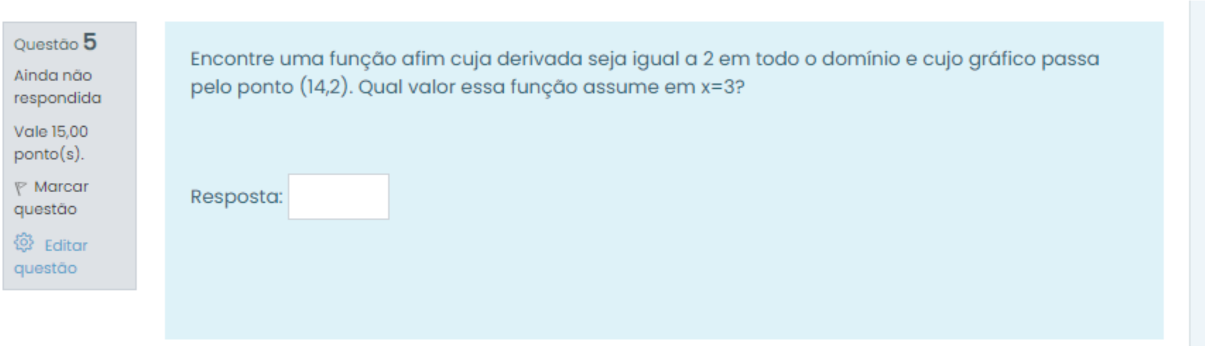
Exponencial e Logaritmo foram assuntos que não tiveram análises particulares devido a seu bom percentual de aproveitamento na avaliação diagnóstica, desta forma, não se pode criar relações com dados anteriores. Contudo, a trigonometria foi estudada, e em uma análise particular, seus dados revelaram que as questões presentes nas avaliações, somente em um único caso, o aproveitamento foi inferior a 70%.

Referente às questões 2, 3, 4 e 6 desta avaliação que está sendo analisada, os percentuais de aproveitamento foram de 75% para as questões 2 e 6, 80% para a questão 4 e 90% para a questão de número 3. Com base nesses percentuais de aproveitamento, pode-se presumir que os conceitos de derivada foram bem aplicados por uma boa proporção dos alunos, porém também é importante enfatizar que o conhecimento sobre propriedades de exponencial e trigonometria que foram necessários ao longo das resoluções certamente fizeram a diferença, uma vez que aplicações errôneas dessas propriedades potencialmente viriam afetar a resposta final da questão. Desta forma, esses conhecimentos prévios foram muito importantes para o sucesso na questão, visto que “com os conceitos solidamente fixados, o conhecimento da Matemática tende a se multiplicar e a se consolidar no estudante” (FELICETTI, 2007, p.49).

Por fim, as questões 5 e 7 tiveram propostas distintas das questões anteriores, porém ainda recorrendo às derivadas como ferramentas para seu desenvolvimento.

A questão 5 requisitou que os alunos definissem a lei da função afim utilizando informações como a derivada da função em um dado ponto.

FIGURA 19 - PROVA 5: QUESTÃO 5



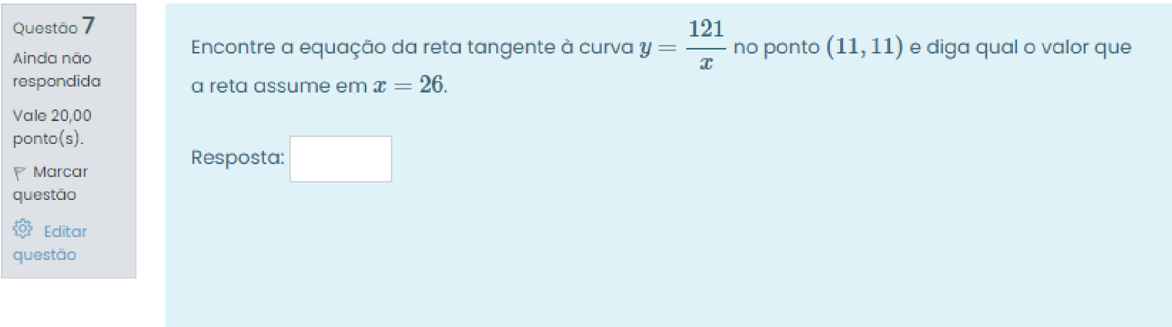
FONTE: UFPR Virtual (2020)

Com posse das informações, os estudantes deveriam utilizá-las para definir os coeficientes da função através de relações baseadas na estrutura genérica da função afim. Ou seja, duas igualdades deveriam ser definidas – uma na estrutura da função afim genérica e outra com a mesma função, porém derivada – ministrando precisamente onde e como cada uma das informações dada no enunciado viria a contribuir para o desenvolvimento do cálculo, os estudantes deveriam desta forma obter os coeficientes para definir a lei da função – esta questão teve um aproveitamento de 60%.

O aproveitamento dos estudantes da amostra nesta questão 5, permite uma análise com relação às propriedades que foram necessárias para o seu desenvolvimento. Devendo definir e operar com igualdades (equações), o processo pareceu não ser de completo domínio dos estudantes. No estudo desenvolvido na categoria *Equações e Inequações*, há uma questão em particular que trabalhava uma forma de operação que envolvia duas equações no processo, necessitando que seus dados fossem cruzados. Apesar da proposta da questão desta presente categoria e da anteriormente mencionada não serem relacionadas ao mesmo propósito, pode-se notar uma defasagem nesse quesito, visto que a questão da categoria *Equações e Inequações* mencionada (Questão 7) também foi um problema para os alunos, que obtiveram 35% de aproveitamento. Isto é, em ambas as oportunidades em que houve a necessidade de se manipular igualdades, houve também uma recorrência de erros por parte dos estudantes. Logo, considerando a análise feita nesta categoria de *Derivada,* se o conhecimento base necessário para o desenvolvimento da questão foi mal assimilado, prejudicará o desempenho nesta questão, pois como destaca Pozo (2002), que o ato de aprender implica mudar os conhecimentos e comportamentos anteriores. Portanto, se o aprendizado não foi bem sucedido, a mudança não ocorrerá, o que caracteriza a repetição do comportamento – e neste caso a repetição do erro.

Já na questão 7, era requisitado que os estudantes encontrassem a reta tangente à uma curva dada no enunciado. Utilizando as informações que foram cedidas e efetuando o cálculo da derivada quando necessário, os estudantes poderiam obter todos os detalhes para estruturar a equação da reta tangente à curva.

FIGURA 20 - PROVA 5: QUESTÃO 7



FONTE: UFPR Virtual (2020)

Para desenvolver a questão era necessário efetuar uma derivação da função dada no enunciado, que por sua estrutura deveria ser resolvida pela regra do quociente – era possível utilizar outras regras de derivação dependendo de como o estudante decidisse formalizar a estrutura da expressão. Pode-se presumir que a etapa da derivação pode ter se tornado um obstáculo para alguns, assim como a falta de domínio sobre a estrutura da equação da reta tangente, pois assim como na questão 5, o aproveitamento nesta ocasião não se manteve alto, sendo equivalente a 65%.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A dificuldade dos estudantes em obter resultados satisfatórios em questões de conteúdos matemáticos, certamente pode se originar de vários elementos presentes tanto dentro do ambiente escolar, como fora dele. Essas dificuldades, provenientes de um aprendizado mal desenvolvido, ou inexistente, podem muitas vezes encontrar suas causas dentro da própria Matemática. Não que a culpa seja da ciência exata em particular, mas de como ela foi construída e sob quais significados foi desenvolvida. Pois seu conhecimento é adquirido de forma gradativa e seus significados, por vezes, têm interpretações muito particulares. Com base nisso, poder explorar e identificar as vertentes relacionadas aos males do processo de aprendizado dos conteúdos matemáticos, torna-se algo essencial no objetivo que os profissionais da educação têm em tornar a Matemática mais encorajadora e menos intimidante para os estudantes.

Os dados que foram levantados em todo o processo da pesquisa de campo, utilizando como suporte a fundamentação teórica, puderam relevar comportamentos relacionados ao desempenho e evolução dos alunos nos conteúdos ao longo da disciplina que cursaram. Sendo alunos recém ingressos nos cursos do ensino superior, e que inicialmente foram confrontados com a avaliação diagnóstica relacionada a conteúdos da escola básica, proporcionaram nessa ocasião, os dados que foram o pontapé inicial para o estudo de como, e se, uma defasagem nesses conteúdos do ensino básico poderiam impactar em seus desempenhos nos conteúdos do ensino superior.

A análise dos aproveitamentos das questões divididas em sete categorias, sendo as cinco primeiras com questões relacionadas a conteúdos do ensino básico, permitiu que o estudo nas duas últimas categorias com questões do ensino superior apontasse para algumas relações envolvendo seus aproveitamentos. Os dados provenientes das monitorias organizadas pelo pesquisador, também foram incluídos nos estudos de cada categoria, porém, devido a esses dados não apresentarem ligações relevantes com os percentuais de aproveitamento das questões das categorias, isto é, seus padrões dificilmente podiam ser relacionados às causas das dificuldades e êxitos dos estudantes, decidiu-se utilizar esses dados de forma mais sucinta.

Na categoria *Limite e Continuidade,* em geral os aproveitamentos foram muito satisfatórios, sendo todos superiores a 70%. Contudo a diferença no percentual de aproveitamento de algumas questões chamou a atenção. Das seis questões presentes na prova relacionada ao conteúdo da categoria, quatro delas tiveram aproveitamentos iguais, ou superiores, a 90%. Enquanto duas delas, obtiveram 70% e 75%. Essas duas questões utilizam em seus enunciados gráficos de curvas para propor seus cálculos. Entretanto, voltando ao estudo da categoria *Funções,* atentando-se para as duas questões com os piores aproveitamentos naquele estudo – ambos inferiores a 70% – seus enunciados também tinham propostas baseadas nos gráficos de curvas. A relação desses aproveitamentos, ligados ao conteúdo de funções com gráficos caracterizados como curvas, leva a presunção de que o conteúdo mal assimilado desde as primeiras provas, causou impactos nas questões das provas finais relacionadas a conteúdos do ensino superior.

Ainda em relação à categoria *Limite e Continuidade,* temos a análise das questões 2, 3, 4 e 5, cujo, como dito anteriormente, tiveram aproveitamentos iguais, ou superiores, a 90%. Tais questões requisitavam um bom domínio de propriedades de Álgebra, em situações de simplificação de expressões algébricas, cujo pelo o que foi coletado na análise da categoria *Álgebra,* era de bom domínio dos estudantes, obtendo 95% de aproveitamento na questão analisada, o que pode ter sido um diferencial, dando segurança e precisão para os alunos resolverem as questões de Limites que necessitavam desse conhecimento prévio.

Em relação a categoria *Derivadas*, temos algumas situações similares ao que ocorreu na categoria anterior. As questões 2, 3, 4 e 6, que trabalhavam com o cálculo de derivadas por regras de derivação, tiveram desempenhos que variaram de 75% a 90% de aproveitamento. Além de uma boa aplicação das regras de derivação, os alunos deveriam ter um bom domínio de propriedades de exponencial e trigonometria para operar as contas. Esse domínio necessário pode ter feito a diferença no desempenho dos alunos, visto que na categoria *Trigonometria,* de todas as nove questões analisadas, apenas uma revelou um percentual de aproveitamento inferior a 70%. Enquanto às propriedades de exponencial, estas não tiveram um estudo particular, visto que a categoria obteve bons resultados na avaliação diagnóstica, presumindo-se que os alunos possuem uma boa base em relação ao conteúdo.

Em contra partida, a questão 5 analisada na categoria *Derivadas,* com sua proposta voltada a definir a lei de uma função, exigia dos estudantes um procedimento baseado na relação de informações obtidas e manipuladas em diferentes igualdades, onde a questão obteve 60% de aproveitamento. Contudo, se relacionada com o estudo desenvolvido na categoria *Equações e Inequações,* podemos assimilar uma questão também com proposta voltada à uma mecânica utilizando mais de uma igualdade no processo (Questão 7), a qual obteve o pior percentual de sua categoria, equivalente a 35%.

As análises desenvolvidas ao longo de todas as categorias, permitiram observar as conexões que alguns conteúdos têm ao longo de diferentes abordagens da Matemática. Com isso, fruto dos dados provenientes da amostra de alunos, foi possível não somente estudar o seu desempenho particular em torno de um dado conteúdo, mas também foi possível verificar a influência que o mesmo tem sobre os outros conteúdos que são construídos utilizando-o como base. Concluo que a influência de conteúdos provenientes da escola básica é deveras relevante para o aprendizado da matemática do ensino superior, visto que desde a primeira avaliação da disciplina de *Introdução ao cálculo,* onde os conteúdos, todas da escola básica, eram abordados de maneira a recapitular suas propriedades, tiveram influência junto a matemática superior mais sofisticada da disciplina.

Contudo é válido mencionar que o estudo desenvolvido neste presente trabalho relaciona-se a uma temática que pode ser explorada de uma maneira muito mais profunda, visto que os dados que foram utilizados nesta pesquisa não puderam ter uma riqueza de informações das resoluções de cada aluno, o que poderia agregar e expandir as possibilidades do estudo. O desempenho dos alunos nas diversas questões era uma informação compartilhada pela plataforma digital sem riqueza de detalhes, limitando-se apenas ao veredito de estar correta ou não, com base na resposta final cadastrada pelo aluno na plataforma. Outro fator a se considerar em relação às respostas dos estudantes é que, pelo fato da disciplina ser desenvolvida totalmente de maneira remota, com as avaliações sendo respondidas através de uma plataforma virtual, não há como supervisionar de que forma e por quais meios os alunos desenvolveram suas respostas. Levando ao questionamento de se os conhecimentos necessários para cada resolução em particular eram de fato do domínio do estudante, ou se houveram interferências nesse quesito. Deste modo, uma abordagem de pesquisa que possa trabalhar de forma detalhada com a resolução dos alunos, torna-se uma oportunidade ainda mais completa para estudar os caminhos que levam os estudantes a sofrer com a dificuldade de aprendizado na Matemática.

REFERÊNCIAS

CURY, H. N. **Análise de erros:** o que podemos aprender com as respostas dos alunos. Belo Horizonte: Autêntica, 2008. 1. Ed. 1. Reimp. 116p.

FELICETTI, V. L. **Um estudo sobre o problema da MATOFOBIA como agente influenciador nos altos índices de reprovação na 1ª série do Ensino Médio.** 2007. 208 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) - Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2007.

FILHO, F. A. S. B. **Números complexos**: dificuldades apresentadas pelos discentes de uma escola da região metropolitana de Belém acerca de atividades envolvendo a forma algébrica dos números complexos. IN; ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 10., 2010, Salvador/BA. Anais...2010.

MARTINEZ, M. L. S.; NOVELLO, T. P. **Matemática básica**: dificuldades encontradas e saberes para a vida.IN; ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 11., 2013, Curitiba/PR. Anais...2013.

MEDEIROS, A.; WELTER, M. P. **Dificuldades na aprendizagem da matemática; como superá-las?**. Faifaculdades, 2015. Disponível em: <http://faifaculdades.edu.br/eventos/SEMIC/6SEMIC/arquivos/resumos/RES11.pdf>. Acesso em: 30 de Junho 2020.

MOSALA, W. J.; VIERA,G.; ALLEVATO, N. S. G. **Ingressantes na educação superior e suas dificuldades em matemática**: uma análise das pesquisas publicadas nos anais dos X e XI ENEMs.IN; ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 12., 2016, São Paulo/SP. Anais...2016.

PARÁ. Secretaria de educação. Governo do estado do Pará**. Documento curricular para educação infantil e ensino fundamental do estado do Pará**. 2019.

POZO, J. I. **Aprendizes e mestres:** a nova cultura da aprendizagem / Juan Ignacio Pozo; trad. Ernani Rosa. - Porto Alegre: Artmed Editora, 2002.

UFPR Virtual. **Coordenadoria de Integração de Políticas de Educação a Distância da Universidade Federal do Paraná**. Curitiba, 2020. Disponível em: https://ufprvirtual.ufpr.br/. Acesso em: 17 de Setembro de 2020.

VIALI, L.; SILVA, M.M. **A linguagem matemática como dificuldade para alunos do ensino médio**. IN; ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 9., 2007, Belo Horizonte/MG. Anais...2007.

SANTOS, J. M.; ALVARENGA, K. B.; SALES, M. S. **Dificuldades em geometria dos estudantes recém ingressos na universidade do agreste sergipano**. IN; ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 10., 2010, Salvador/BA. Anais...2010.

SANTOS, T. **A matofobia no âmbito educativo e as dimensões para seu estudo**. In: XIII CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO -EDUCERE, 2017, Curitiba, PR. Anais do XIII Congresso Nacional de Educação, Curitiba, 2017,p.7458-7466. Disponível em: <https://educere.bruc.com.br/arquivo/pdf2017/24585_11936.pdf>. Acesso em: 30 maio 2020.

SANTOS, V. A.; MAFRA, J. R. S. **Dificuldades na linguagem e interpretação da simbologia matemática como obstáculo no ensino e aprendizado de matemática**.IN; ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 10., 2010, Salvador/BA. Anais...2010.

STOCCO, A. C.; TOCHA, N. N. **A álgebra e suas dificuldades no ensino médio**. In: PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência de Educação. Os Desafios da Escola Pública Paranaense na Perspectiva do Professor PDE, 2014. Curitiba: SEED/PR., 2016. V.1. (Cadernos PDE). Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2014/2014_utfpr_mat_artigo_ana_cristina_stocco.pdf>. Acesso em 30 de junho de 2020. ISBN 978-85-8015-080-3