

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

SCARLETT CATHARINE NATHALE LIS KEHL

**CONHECENDO OS SÓLIDOS GEOMÉTRICOS COM O AUXÍLIO DO SOFTWARE
GEOGEBRA - UMA METODOLOGIA PARA O ENSINO DA GEOMETRIA**

**CURITIBA
2014**

SCARLETT CATHARINE NATHALE LIS KEHL

CONHECENDO OS SÓLIDOS GEOMÉTRICOS COM O AUXÍLIO DO SOFTWARE
GEOGEBRA - UMA METODOLOGIA PARA O ENSINO DA GEOMETRIA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado como requisito para obtenção de título de Licenciada em Matemática, Curso de Matemática, Setor de Ciências Exatas, Universidade Federal do Paraná.

Orientadora: Prof. Dr. Paulo Henrique Siqueira.

CURITIBA

2014

AGRADECIMENTOS

Aos meus pais que sempre estiveram ao meu lado me apoiando e incentivando a nunca desistir.

À todos os meus amigos que me apoiaram Marcela Kowalski, Elana Bichichi, Luana Ciriaco, Andressa Oliveira e Janio Cardoso e principalmente ao meu amigo Thiago Pires, por estar sempre disponível e disposto a me ajudar.

Ao meu professor orientador Paulo Henrique Siqueira, e à professora Simone da Silva Soria Medina, pela paciência e disponibilidade.

RESUMO

A geometria é a ciência que estuda as formas da natureza e suas propriedades, logo seu ensino nas aulas de matemática torna-se indispensável. Além disto, o uso de ferramentas tecnológicas em sala de aula tem sido cada vez mais comum nas aulas de geometria, pois atualmente existem diversos softwares de geometria dinâmica que auxiliam o entendimento dos alunos, possibilitando a construção de figuras geométricas que podem ser manipuladas na tela do computador. Neste sentido, o presente trabalho tem como objetivo o estudo da geometria espacial através da representação de sólidos geométricos, e de suas planificações, com auxílio do Geogebra. Assim, foi aplicada uma atividade com alunos do terceiro ano do ensino médio, com a proposta de que os alunos construíssem alguns sólidos e encontrassem suas respectivas planificações, e então analisar a forma como os alunos compreendem a geometria.

Palavras-chave: Geometria Dinâmica. Geogebra. Planificação. Tecnologia Educação, Educação Matemáticas.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....	9
2. O COMPUTADOR E A GEOMETRIA DINÂMICA.....	10
2.1. O COMPUTADOR NA SALA DE AULA.....	10
2.2. GEOMETRIA DINÂMICA.....	12
2.3. GEOGEBRA.....	13
3. GEOMETRIA.....	15
3.1. HISTÓRIA DA GEOMETRIA.....	15
3.2. GEOMETRIA ESPACIAL.....	16
3.3. Sólidos geométricos.....	17
3.3.1. Poliedros.....	18
3.3.2. Poliedros Regulares.....	19
3.3.3. Pirâmides.....	21
3.3.4. Prisma.....	22
3.4. Representações Gráficas De Figuras.....	24
3.4.1. Projeção Cotada.....	24
3.4.2. Método Mongeano.....	25
3.4.3. Perspectiva.....	26

3.4.3.1. Perspectiva Cavaleira.....	26
3.4.3.2. Perspectiva Isométrica.....	27
3.4.3.3. Perspectiva Cônica.....	28
4. PLANIFICAÇÕES DE SÓLIDOS GEOMÉTRICOS.....	29
4.1. PLANIFICAÇÕES DE PRISMAS.....	29
4.2. PLANIFICAÇÃO DAS PIRÂMIDES	33
5. METODOLOGIA.....	36
6. CONCLUSÃO.....	40
REFERÊNCIAS.....	42
ANEXO 1.....	46

1 INTRODUÇÃO

A palavra Geometria originou-se do grego, onde “geo” significa terra e “metria” significa medir, assim geometria é a ciência que estuda as formas da natureza e está presente em nosso cotidiano, nos objetos produzidos pelas diversas culturas, onde pode ser vista, por exemplo, nas embalagens, as quais armazenam ou dão forma a diversos produtos, onde podem ser estudadas como figuras tridimensionais.

O estudo dessas figuras tridimensionais é feito através da geometria espacial, onde segundo as Diretrizes Curriculares do Estado Paraná, baseado nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) “o aluno deve aprender: nomenclatura, estrutura e dimensões dos sólidos geométricos e cálculos de medida de arestas, área das faces, área total e volume de prismas retangulares (paralelepípedos e cubo) e prismas triangulares (base triângulo retângulo), incluindo conversões” (PARANÁ, 2008), sendo esses estudos aprofundados no Ensino Médio, em um nível de abstração mais complexa.

Para a compreensão das figuras tridimensionais, formadas pela união de figuras planas, é preciso, que o aluno desenvolva o raciocínio espacial (SMOLE; DINIZ, 2010). Uma forma de estudar os sólidos nas escolas é através de suas respectivas planificações, onde podem ser estudados conceitos como a estrutura e dimensão destes, o cálculo de medidas e arestas, áreas das faces, área total dos sólidos. Contudo, devido aos avanços tecnológicos esses estudos podem ser realizados com o auxílio de softwares de geometria dinâmica que facilitam o entendimento dos alunos, pois, além de proporcionar desenhos mais precisos, possibilitam a movimentação dos mesmos, onde as propriedades geométricas ficam mais visíveis.

O Ministério da Educação estimula o uso desta abordagem nos PCNs “como uma forma de levar o aluno a raciocinar geometricamente” (BRASIL, 1997), pois quando se estuda estes conceitos da geometria espacial sem que os alunos manipulem ou vejam os objetos, a aprendizagem transforma-se em algo abstrato desinteressante e sem significados, sendo possivelmente esquecida (BULLA, GERONIMO, 2007).

Neste sentido, o presente trabalho tem como objetivo o uso de novas tecnologias nas aulas de matemática com o objetivo de motivá-los para o estudo da

geometria espacial, além de analisar a percepção dos alunos em relação à geometria. A metodologia de pesquisa foi definida como a aplicação de uma atividade relacionada à planificação de sólidos, com o auxílio do software Geogebra, com alunos de ensino médio de uma escola da rede estadual de educação e a avaliação qualitativa do conhecimento adquirido por estes.

O presente trabalho é composto por cinco capítulos. No capítulo 1 é apresentada a introdução do trabalho. No capítulo 2, é abordada a utilização do computador em sala de aula, no contexto da Educação Matemática, sobre a geometria dinâmica e sua importância, bem como o software Geogebra que foi utilizado no desenvolvimento deste trabalho. No capítulo 3, é abordado o tema Geometria, onde é apresentada um pouco sobre a história, desta ciência, e a geometria espacial, bem como algumas de suas propriedades e definições. No capítulo 5, é apresentada a metodologia deste trabalho, onde é feita a descrição da atividade aplicada aos alunos do ensino médio e finalmente no capítulo 6 é apresentada a conclusão do trabalho.

2. O COMPUTADOR E A GEOMETRIA DINÂMICA

2.1 O COMPUTADOR NA SALA DE AULA

Os avanços tecnológicos, principalmente na área da informática, trouxeram várias mudanças para a sociedade, influenciando no comportamento das pessoas e também no ensino. Nesta sociedade cada vez mais tecnológica, há a necessidade de implantar essas tecnologias nas escolas, em todos os níveis da educação. Para Miskulin, (1999):

“O processo de construção do conhecimento, no cenário tecnológico, assume uma nova dimensão. Uma dimensão que supera a convencional, que aborda conteúdos estanques, desvinculados de fenômenos atuais, da vida dos indivíduos, muitas vezes, sem significado e aplicabilidade. Tal dimensão pressupõe um conhecimento crítico, globalizado, condizente com os avanços tecnológicos, um conhecimento que propicie a plena integração dos indivíduos na sociedade.”

No contexto da educação matemática, ambientes em que são utilizados aplicativos de informática dinamizam os conteúdos curriculares e potencializam o

processo pedagógico, podendo ser utilizados com a finalidade de transmitir conhecimentos e auxiliar no desenvolvimento da autonomia dos alunos com auxílio de softwares que possibilitem pensar, criar soluções e refletir para que a aprendizagem não seja focada apenas na memorização desta ciência, mas também na experimentação dos alunos (ZANOTTI, 2007), o que difere dos modelos de aulas tradicionais focadas na atitude do professor de vigiar os alunos e ensinar determinado conteúdo, enfatizando a repetição de exercícios e a memorização dos mesmos, onde o aluno tem um papel passivo, sem muitas responsabilidades. (GRZESIUK, 2008).

Ainda, de acordo com, Valente (1999):

“O computador pode enriquecer ambientes de aprendizagem onde o aluno, interagindo com os objetos desse ambiente, tem chance de construir o seu conhecimento. Nesse caso, o conhecimento não é passado para o aluno. O aluno não é mais instruído, ensinado, mas é o construtor do seu próprio conhecimento.”

As possibilidades oferecidas pelas tecnologias tais como os softwares e calculadoras gráficas, possibilitam aos estudantes condições de resolver problemas e realizar tarefas como: representar graficamente, desenhar e escrever os resultados de forma adequada com a finalidade de refletir e verificar, para auxiliar no processo de ensino e aprendizagem da matemática. (SCHEFFER, 2002).

Embora o computador seja um instrumento que possibilita testar ideias ou hipóteses que levam à criação de um mundo abstrato e simbólico, permitindo diferentes formas de atuação e interação entre as pessoas (ALMEIDA, 2000), este não foi construído para auxiliar a prática pedagógica e por isso é importante ter um olhar crítico a respeito e buscar teorias pedagógicas para o bom uso deste recurso, aproveitando todo seu potencial (ROCHA, 2008).

A informática educativa pode ser utilizada como suporte para o professor, como um instrumento a mais em sala de aula, em que o professor pode explorar a capacidade e potencialidade do aluno, tornando possível simular, praticar ou vivenciar situações podendo sugerir conjecturas abstratas, necessárias a um modelo ou conhecimento específico. Sendo assim, sistemas computacionais foram elaborados para atender estas finalidades, desempenhando funções que contribuem para uma abordagem educativa.

Assim, o computador não é mais um meio que ensina algo ao usuário, mas passa a ser uma ferramenta com a qual o aluno consegue desenvolver algo se tornando capaz de auxiliá-lo a aprender de forma individual (Francisco et al, 2011).

FREIRE (1996, apud SCHEFFER, 2002) afirma que “ensinar não é transmitir conhecimento, mas criar as possibilidades para a sua própria produção ou construção”. Ainda, segundo FREIRE (2005), “uma educação que seja capaz de permitir ao educando a emersão de sua condição de objeto para a sua condição de sujeito ativo na construção de seu conhecimento”.

No contexto da Educação Matemática, a informática educativa possibilita verificar quais são as diferentes opções de representações matemáticas, para ocorrência de construções, análises e estabelecimento de relações, onde são respeitadas as diferentes formas de interação entre os alunos e a informação respeitando suas preferências e limitações.

2.2 GEOMETRIA DINÂMICA

O termo geometria dinâmica, não faz referência a uma nova geometria, e foi utilizado inicialmente por Nick Jakiw e Steve Rasmussem da Key Curriculum Press, Inc. para designar softwares interativos que permitem a visualização e criação de figuras geométricas a partir de suas propriedades (ALVES; SOARES, 2003), com auxílio de réguas e compassos virtuais. A manipulação desses objetos na tela do computador possibilita aos alunos uma visão mais ampla e interativa das propriedades geométricas das figuras.

Segundo Borba e Villarreal (2005), a visualização pode ser considerada uma forma de raciocínio classificada em dois níveis: um associado ao uso da demonstração formal, e o outro associado à solução de problemas para a elaboração e teste de conjecturas que buscam explicações de resultados matemáticos, como por exemplo, o aluno pode fazer uma construção geométrica com auxílio de um desses softwares e através da ferramenta mover podem fazer suas conjecturas e utilizar a janela de álgebra para confirmação das mesmas. (SOUTO, 2012). Além do Geogebra existem outros softwares de geometria dinâmica, entre eles temos o Cinderella, Cabry Geometry e o Carmetal.

O Cinderella é um software de geometria dinâmica desenvolvido por Dr. Jürgen Richter-Gebert, professor da Universidade de Munique. Oferece a possibilidade de trabalhar tanto a geometria euclidiana como as geometrias não euclidianas, porém seu uso na escola é reduzido devido a este não ser gratuito

O software Régua e Compasso, ou Carmetal, foi desenvolvido pelo professor René Grothmann, da Universidade Católica de Berlim. Este é gratuito e escrito em linguagem Java, podendo assim rodar em qualquer plataforma, como por exemplo, Linux e Windows. Ele possibilita a construção de figuras geométricas com as ferramentas régua e compasso virtuais de forma que estas podem ser manipuladas na tela do computador, facilitando assim a compreensão de propriedades geométricas.

O software francês Cabri Géomètre, assim como o Régua e Compasso, é gratuito. Foi desenvolvido por Jean Marie L. e Frank Bellemain no Institut d'Informatique et de Mathématiques Appliquées em Grenoble (IMAG), da Universidade Joseph Fourier de Grenoble na França. Como os demais softwares citados, temos disponíveis ferramentas como régua e compassos virtuais, possibilitando trabalhar com a geometria de maneira interativa. (Lenz e Ferraz, 2007)

2.3 GEOGEBRA

O Geogebra é um software de geometria dinâmica livre, desenvolvido para o ensino e aprendizagem da matemática nos vários níveis que combina geometria, álgebra, tabelas, gráficos, estatística e cálculo em um único sistema, associando ferramentas algébricas e geométricas em um mesmo ambiente. Sua autoria é devida ao professor Markus Hohenwarter da Universidade de Salzburgo na Áustria, em 2007. Foi desenvolvido em plataforma Java, possuindo licença GNU/GPL. Este software permite a realização de construções com pontos, retas, vetores e seções cônicas que podem ser modificadas. (SOUZA, 2010).

A principal característica deste software, segundo seu idealizador, consiste na percepção dupla dos objetos: cada expressão na janela de álgebra corresponde a um objeto na janela de visualização gráfica e vice-versa. Por um lado, o GeoGebra possui todas as ferramentas tradicionais de um aplicativo de geometria dinâmica: pontos, segmentos, retas, circunferências, etc. Por outro, equações e coordenadas podem ser

inseridas diretamente. Assim, o GeoGebra tem a vantagem didática de apresentar, ao mesmo tempo, duas representações diferentes de um mesmo objeto que interagem entre si: sua representação geométrica e sua representação algébrica, oferecendo, portanto, diversas possibilidades para a exploração pedagógica. (OLIVEIRA, 2013).

A utilização deste software em sala de aula pode proporcionar através de suas ferramentas, a realização de atividades matemáticas, dando condições necessárias para que se diminua a distância entre o professor e o computador, de modo que o professor se sinta à vontade em usá-lo na sala de aula, e não ameaçado por essa tecnologia. Além disso, a utilização de computadores na prática docente passa a auxiliar tanto alunos quanto professores na construção do conhecimento (BRANDT; MONTORFANO, 2007).

Ao abrir o software é apresentada a tela mostrada na FIGURA 1. Ao iniciar um desenho, é possível visualizar as ferramentas disponibilizadas, com a janela algébrica (a esquerda) e a janela geométrica (a direita) onde são construídas as representações (FIGURA 2).

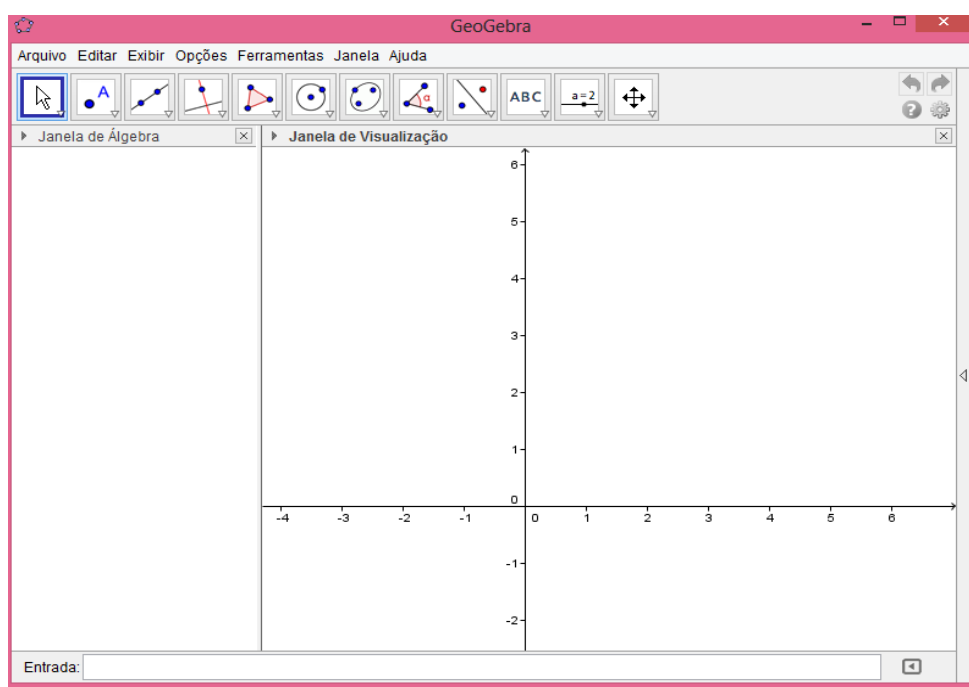


FIGURA 1. Tela inicial do *software* GeoGebra. FONTE: O AUTOR (2014)

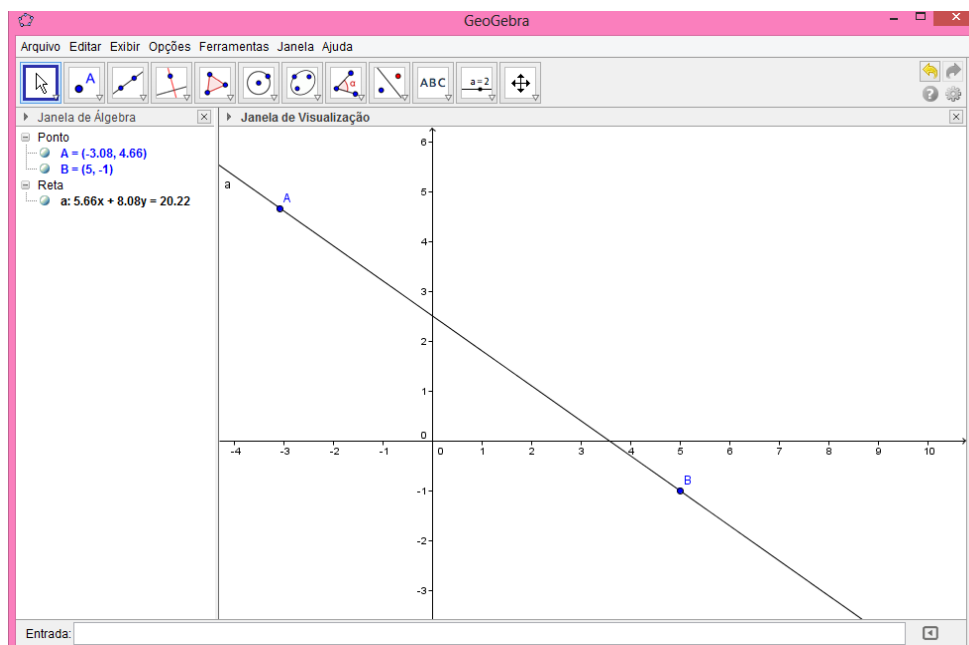


FIGURA 2. Reta construída na tela do Goegebra. FONTE: O AUTOR (2014)

Como mostrado no item anterior existem outros softwares de geometria dinâmica disponíveis atualmente. Apesar de possuírem funcionalidades semelhantes nem todos são gratuitos, de licença pública ou distribuídos em língua portuguesa. Na atual realidade deste trabalho percebe-se o uso do Geogebra como padrão de uso nas escolas públicas.

3 GEOMETRIA

3.1 HISTÓRIA DA GEOMETRIA

A geometria originou-se de atividades cotidianas como, por exemplo, o plantio de alimentos, sendo utilizada para medir áreas, superfícies e volumes. Seu estudo iniciou-se na antiguidade com os egípcios e babilônicos por volta do século XX a.C., na tentativa de compreender aspectos do mundo em que vivemos. (BRAZ, 2009)

Por volta de 500 a.C., as primeiras academias foram fundadas na Grécia e a busca por conhecimentos geométricos aumentava. A partir de Tales de Mileto (600 a.C. aproximadamente) surgem às primeiras tentativas de deduzir fatos geométricos.

Contudo foi com Euclides, por volta de 300 a.C., que a geometria surgiu como ciência dedutiva. (BRAZ, 2009)

Euclides sistematizou todos os conhecimentos de geometria da época em sua obra intitulada Elementos, onde a geometria é apresentada de uma forma lógica e organizada, partindo de algumas suposições simples e desenvolvendo-se por raciocínio lógico, (SMOLE; DINIZ, 2010). Constituindo a geometria Euclidiana que engloba tanto a geometria plana quanto a geometria espacial.

3.2 GEOMETRIA ESPACIAL

A geometria é parte do conhecimento desenvolvido pelo indivíduo na tentativa de compreender certos aspectos do mundo em que vive, pois este Universo é repleto de objetos, coisas, entes de variar formas e tamanhos, que ocupam as mais variadas posições. Medir, examinar formas, comparar e analisar posições de objetos são algumas das preocupações cotidianas do ser humano. (DINIZ,2005).

A geometria espacial é o estudo de figuras geométricas tridimensionais, as quais são denominadas sólidos geométricos. Esta geometria envolve conceitos como ponto, retas e planos, onde estudamos suas representações, suas posições relativas e também a planificação de sólidos geométricos. Para esses estudos recorreremos à geometria plana, que envolve cálculos de área e perímetro e classificação de polígonos.

No entanto, o estudo da geometria espacial, em sala de aula tem se resumido apenas a quadro de giz, a instrumentos de construção como régua e compasso e em livros didáticos que muitas vezes trazem exemplos que estão desvinculados da realidade do aluno, o que pode desestimular a aprendizagem do mesmo (PEREIRA, 2011).

Muitas vezes, o ensino da geometria espacial tem sido desvinculado dos conceitos de geometria plana, pois a maioria dos professores supõe que os alunos já dominam este conteúdo (COSTA, 2009). Entretanto, conteúdos de geometria plana presentes no currículo de matemática nos níveis de ensino fundamental e médio são comumente deixados pelos professores para o final do semestre, por alguns motivos, como falta de domínio do conteúdo e por não gostarem do assunto.

Assim muitos alunos aprendem o conteúdo de forma resumida ou acabam

não tendo aulas de geometria, e isso faz com que as formas tridimensionais e a relação da geometria espacial com o mundo tornem-se desconhecidas (MONTENEGRO, 2005). Desta forma, muitos estudantes associam esta área apenas a fórmulas e não conseguem relacionar conceitos, identificar elementos dos sólidos e estabelecer relações entre os mesmos (COSTA *et AL.*, 2009).

Os conceitos da geometria espacial são importantes para várias profissões, como: arquitetura, desenho industrial, engenharia, e também necessários para artistas, escultores, médicos, motoristas e para muitas outras atividades (MONTENEGRO, 2005).

BATTISTA (1982) afirma que a visualização espacial é importante para a aprendizagem da matemática para problemas concretos, e ainda revisa os estudos que mostram a relação entre a aprendizagem da geometria espacial e seus conhecimentos matemáticos. Além disso, segundo (BALDISSERA, 2007) o mundo está repleto de formas, como por exemplo, os vidros de perfumes, as embalagens de presentes e os apelos visuais de propagandas, e mais que conhecer estas formas os alunos devem dominar um vasto campo de conceitos, para a construção de seus conhecimentos.

No ensino fundamental e médio os alunos devem trabalhar com modelos sólidos e com materiais visuais, pois o estudo da geometria somente é útil quando acompanhado de uma concepção concreta das figuras geométricas, mas isto não significa que a filosofia e as abstrações devam ser esquecidas, pois são estas experiências concretas que servirão de base para teorias mais abstratas (MONTENEGRO, 2005).

3.3 Sólidos Geométricos

Os sólidos geométricos são figuras tridimensionais, encontradas no cotidiano, que possuem comprimento, largura e altura. Dentre eles temos os poliedros.

3.3.1 Poliedros

Um poliedro é uma figura formada por quatro ou mais polígonos não situados no mesmo plano. Esses polígonos são as faces do poliedro e seus lados e vértices são as arestas e vértices do poliedro, respectivamente. Assim, cada aresta pertence a duas faces e cada vértice pertence a pelo menos três faces. Dois vértices não situados na mesma face definem uma diagonal do poliedro. A FIGURA 2 exemplifica dois poliedros.

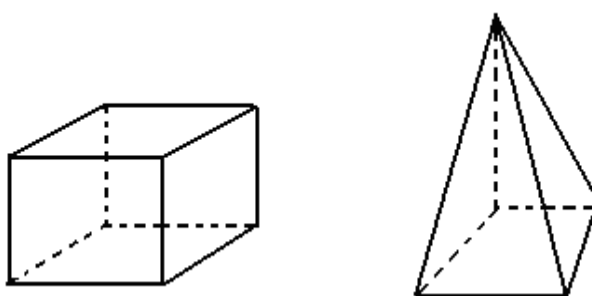


FIGURA 3. Ilustração de um Hexaedro e Pirâmide de base quadrangular, respectivamente. FONTE: O AUTOR (2014)

Os poliedros podem ser classificados em convexos e não convexos. Um poliedro é convexo quando todo ele se situa de um mesmo lado do plano de qualquer de suas faces, ou em qualquer segmento de reta que passa por dois de seus pontos está contido no interior do poliedro. O número mínimo de faces de um poliedro convexo é quatro.

- Não há dois polígonos no mesmo plano;
- Cada lado de um polígono deixa todos os outros polígonos de um mesmo “lado” desse plano.

Caso contrário, isto é, quando o plano de qualquer face corta o poliedro ele se diz não convexo. A FIGURA 3 mostra exemplos de poliedros convexos e não convexos:

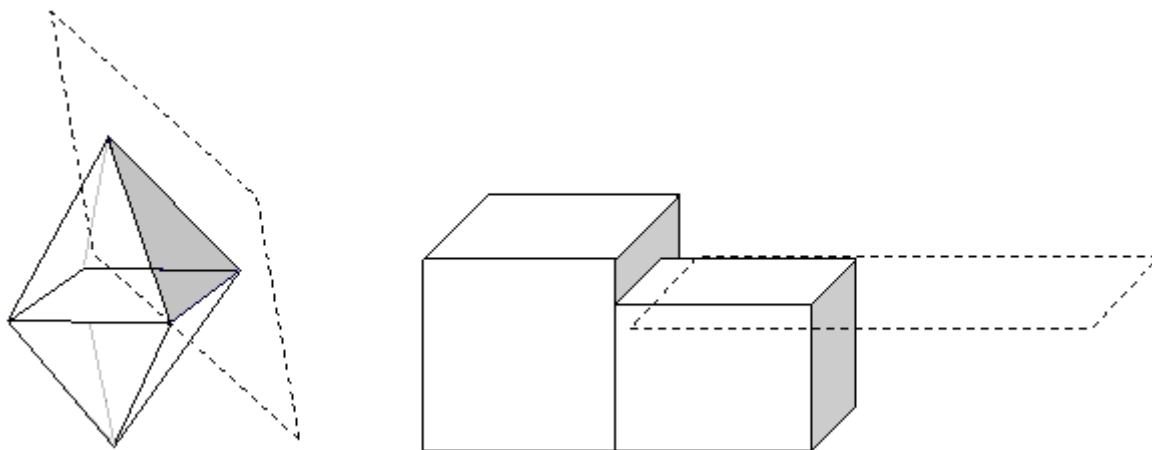


FIGURA 4. Ilustração de um Poliedro Convexo e Poliedro não convexo, respectivamente. FONTE: FRANÇA (2009)

A representação de um poliedro convexo é obtida pela representação de seus vértices e de suas arestas. Para representá-los, é conveniente que sejam observadas algumas propriedades, tais como:

- Uma face do poliedro convexo está em apenas um semi-espço, em relação ao plano que contém esta face.
- Uma reta que não pertence ao poliedro pode encontrar o mesmo em um ponto ou em dois pontos somente.
- A seção plana que não pertence ao poliedro convexo pode encontrar o mesmo em um ponto ou em dois pontos somente.
- A seção plana de um poliedro convexo é sempre um polígono convexo.

Quando representamos um poliedro em um plano de projeção, no mínimo uma face deste não será visível ao observador, podendo existir vértices e arestas invisíveis ao observador, para tanto as regras de visibilidade das arestas devem ser aplicadas.

3.3.2 Poliedros Regulares

Podemos classificar também os poliedros em regulares e irregulares. Os poliedros regulares são aqueles, cujas faces são polígonos que apresentam formas regulares, portanto, quando as faces de um poliedro não são regulares dizemos que

o poliedro é irregular. Os poliedros regulares são denominados sólidos platônicos e são estudados desde a antiguidade, por volta do século VI a.C. Estes são convexos e suas faces são polígonos regulares com 3, 4 ou 5 lados. Em uma das proposições do livro elementos de Euclides, prova-se que os poliedros regulares são apenas cinco.

Para se provar esta propriedade pode-se verificar que um poliedro é regular se as suas faces são polígonos regulares congruentes e, portanto, todas têm o mesmo número de lados ou se suas faces são congruentes e, conseqüentemente, de cada vértice sai o mesmo número de arestas.

Os cinco poliedros regulares também são conhecidos como poliedros de Platão, são: tetraedro, hexaedro, octaedro, dodecaedro e icosaedro, respectivamente, apresentados na FIGURA 4.



FIGURA 5. Ilustração dos poliedros de Platão. FONTE: FRANÇA (2009)

Tetraedro regular: figura formada por cinco faces, onde uma delas é quadrada e as outras quatro são triângulos equiláteros, formando cinco vértices e oito arestas.

Hexaedro regular (ou cubo): sólido formado por seis faces sendo estas quadradas, oito vértices e doze arestas.

Octaedro regular: sólido formado por oito faces sendo estas triângulos equiláteros 12 arestas e 6 vértices.

Dodecaedro regular: sólido formado por doze faces pentagonais, trinta arestas e dezoito vértices.

Icosaedro regular: sólido formado por vinte faces, sendo estes triângulos equiláteros, trinta arestas e doze vértices.

3.3.3 Pirâmides

Além dos poliedros de Platão, outros poliedros que convém descrever são as pirâmides, cuja forma desperta o interesse e a curiosidade dos homens a milhares de anos. Um exemplo disso são as pirâmides do Egito, em especial as pirâmides de Gizé (FIGURA 6) construída por volta de 2600 a.C. em que o erro relativo à construção da base quadrada é inferior a $1/14000$ e o erro relativo envolvendo os ângulos retos dos vértices da base não excedem $1/27000$, onde é possível perceber a capacidade da engenharia envolvida nesta obra. Assim vários matemáticos dedicaram-se ao estudo das pirâmides com diversos objetivos. (JULIANE, 2008)



FIGURA 6 - Pirâmides de Gizé. Fonte: Kraska (2012)

Podemos encontrar na literatura diferentes definições para pirâmides, por exemplo:

É o poliedro que se obtém seccionando uma superfície piramidal fechada por um plano que corte todas as suas arestas. Esta seção cuja distância ao vértice da superfície chama-se altura da pirâmide, é a sua base; os triângulos que está por suas interseções com as faces da superfície, são as faces laterais da pirâmide. Os lados comuns a cada duas faces laterais são as arestas laterais da pirâmide e o vértice comum a todas as pirâmides é o vértice da pirâmide; as demais arestas e vértices dizem-se da base. (PINHEIRO, 1971).

Dada uma superfície poligonal R contida num plano α e um ponto V fora de α . A reunião de todos os segmentos de reta com uma extremidade em V e a outra em R é denominada pirâmide. (DINIZ, 2005).

Identifica-se uma pirâmide pela natureza de sua base: triangular, quadrangular, pentagonal, etc. Em consequência uma pirâmide n-gonal tem $n+1$ faces, $2n$ arestas e $n+1$ vértices (FIGURA 5).

Quando a base de uma pirâmide é um polígono regular e o pé da altura é o centro desta base, ela se diz regular. Todas as pirâmides que não são regulares, isto é que não satisfaçam esta condição diz-se pirâmide qualquer ou oblíqua.

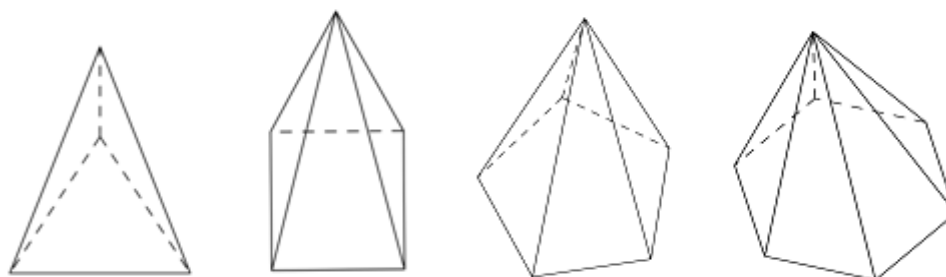


FIGURA 7. Ilustração de pirâmides com diferentes bases. FONTE: O autor (2014)

3.3.4 Prisma

Os prismas são sólidos conhecidos desde 2000 a.C. onde estudiosos da época mostravam-se familiarizados com o volume de paralelepípedo reto retângulo (FIGURA 6) e com o volume do prisma reto de base trapezoidal (FIGURA 6). (JULIANE, 2008)

Objetos em forma de prismas são encontrados facilmente em nosso cotidiano e podem ser definidos de maneiras diferentes, como, por exemplo:

É um poliedro que prismática fechada por dois planos paralelos que cortem suas arestas. Estas seções, que são iguais e cuja distância exprime a altura do prisma, são suas bases; os paralelogramos que estas determinam, por suas com faces da superfície, são as faces laterais do prisma. Os lados comuns a cada duas faces laterais são as arestas laterais do prisma. (PINHEIRO,1971).

Sejam α e β dois planos paralelos, R uma superfície poligonal contida em α e s uma reta que intercepta α . A reunião de todos os segmentos de reta com uma extremidade em R e a outra em β , paralelo a s, é denominada prisma. (DINIZ,2005)

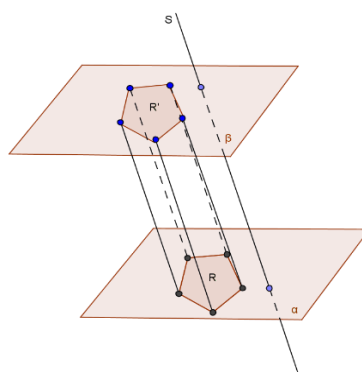


FIGURA 8. Representação de um prisma. FONTE: DINIZ (2005)

Identifica-se um prisma pela natureza de suas bases, onde estas podem ser triangulares, quadrangulares, pentagonal, etc., conforme tenha por base triângulos, quadriláteros, pentágonos etc. Em consequência um prisma n -gonal tem $n+2$ faces, $3n$ arestas e $2n$ vértices. Alguns prismas recebem denominações especiais (SMOLE; DINIZ, 2010):

- Paralelepípedo: “todo prisma cujas bases são paralelogramos”.
- Paralelepípedo reto: “todo prisma reto cujas bases são paralelogramos”.
- Paralelepípedo retângulo: “todo paralelogramo cujas bases são retângulos”.
Paralelepípedo reto retângulo: “todo paralelepípedo reto cujas bases são retângulos”.
- Cubo: “paralelepípedo reto retângulo cujas arestas são congruentes entre si. Sendo este também denominado hexaedro regular”.

“Um prisma é reto se as arestas laterais são perpendiculares às bases; caso contrário, o se as arestas laterais não forem perpendiculares às bases têm que o prisma é oblíquo”, conforme mostra a FIGURA 8. (SMOLE; DINIZ, 2010).

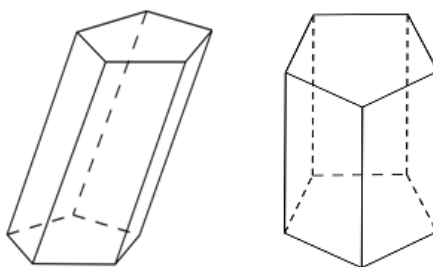


FIGURA 9. Prisma oblíquo de base pentagonal e prisma regular pentagonal, respectivamente
FONTE: O autor (2014)

3.4 Representações Gráficas de Figuras

Para representar uma figura do espaço tridimensional podemos recorrer a dois tipos de sistemas de projeção: o cônico e o cilíndrico, podendo este último ser classificado ainda em oblíquo ou ortogonal. A seguir serão mostradas diferentes formas de representação de figuras, tomando como referência em todas elas um hexaedro regular.

3.4.1 Projeção Cotada

O método das projeções cotas idealizado por Felipe Büache, em meados do século XVIII, teria a finalidade de realizar o levantamento hidrográfico do canal da Mancha. Posteriormente incrementado em serviços militares e atualmente aplicado em projetos de estradas, ferrovias e obras de terra. (RABELLO,2007)

Esta é uma projeção cilíndrico-ortogonal, feita num plano horizontal, ou seja, utiliza apenas um plano de projeção. Neste método, faz-se o uso de procedimentos do método mongeano. (RABELLO,2005)

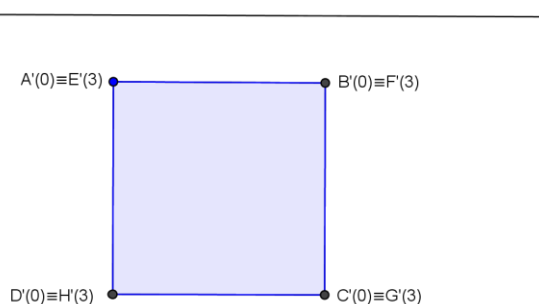


FIGURA 10: Hexaedro construído através do método da projeção cotada, onde os pontos são indicados por letras maiúsculas com indicação das respectivas cotas entre parênteses. Fonte: O autor (2014)

3.4.2 Método Mongeano

O método mongeano ou da dupla projeção ortogonal, foi idealizado pelo matemático francês Gaspard Monge, no final do séc. XVIII, dando origem a Geometria Descritiva, cujo objetivo, segundo Montenegro (1991) é a representação de figuras do espaço, para estudar a sua forma dimensão e posição. (MONTENEGRO,1991) Este utiliza dois planos de projeção perpendiculares, sendo um deles horizontal e, outro vertical, cuja, interseção é denominada linha de terra. (RABELLO,2005).Este método prevê ainda que os raios projetastes que partem de cada centro projetivo, são perpendiculares aos respectivos planos de projeção, ou seja as projeções além de cilíndricas são ortogonais.

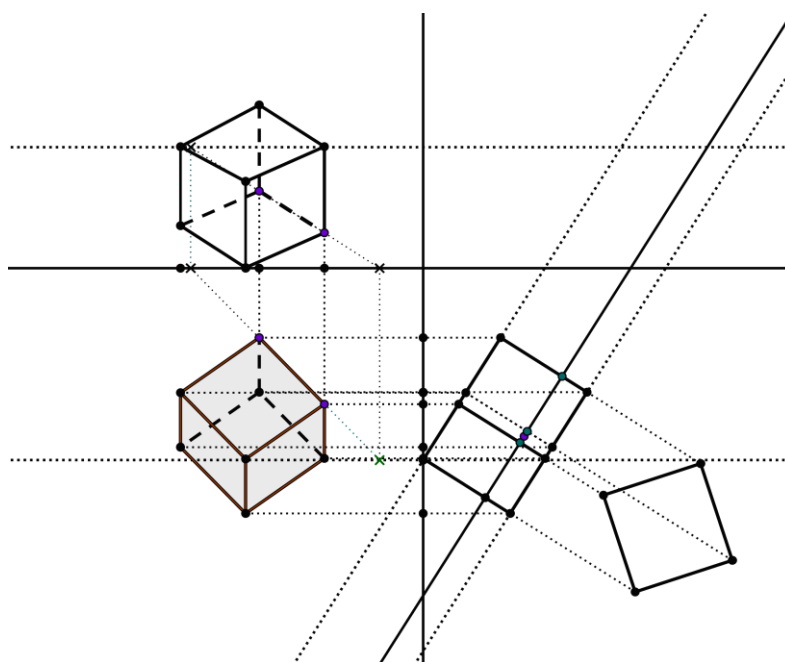


Figura 11: Representação de um hexaedro através do método mongeano. FONTE: O autor (2014)

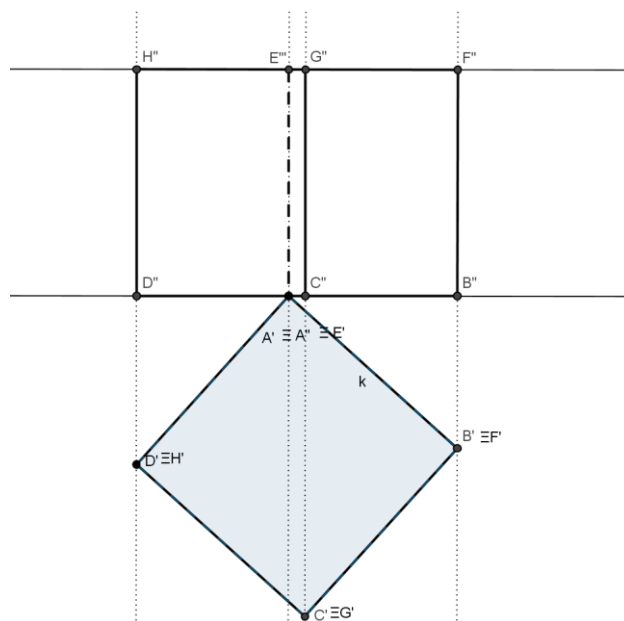


Figura 12: Representação de um hexaedro através do método mongeano, com uma base contida em um plano horizontal. Fonte: O autor (2014)

3.4.3 Perspectiva

A perspectiva nasceu do estudo e de suas aplicações no teatro, na arquitetura, na pintura e nas esculturas, estudada posteriormente em geometria de forma mais abstrata. No entanto a perspectiva é utilizada como meio de representação gráfica, onde os objetos são mostrados como aparecem segundo a vista de um observador, como um volume, não como eles realmente são, transmitindo a visão global do objeto, ou seja, mostrando como os objetos são vistos em três dimensões. (MONTENEGRO,2010)

3.4.3.1 Perspectiva Cavaleira

A perspectiva cavaleira ou cavalheira recebeu este nome, uma vez que os desenhos das praças militares eram geralmente executados em projeção cilíndrica, obtendo assim a impressão de que o desenho havia sido colhido da cavaleira, obra de alta fortificação que se assentam as baterias. (SOUZA *et al.*, [19--]). Nesta

perspectiva a face da frente conserva sua forma e as suas dimensões ficando paralela ao quadro o que garante a projeção em tamanho real. Quanto às profundidades do objeto, estas são reduzidas de acordo com a inclinação, utilizada na projeção. As medidas dos ângulos de inclinação podem ter medidas de 30° , 45° ou 60° e respectivamente para cada uma destas medidas temos as seguintes reduções de: $1/3$, $1/2$ e $2/3$ da medida real. (SOUZA; ROCHA, 2010)

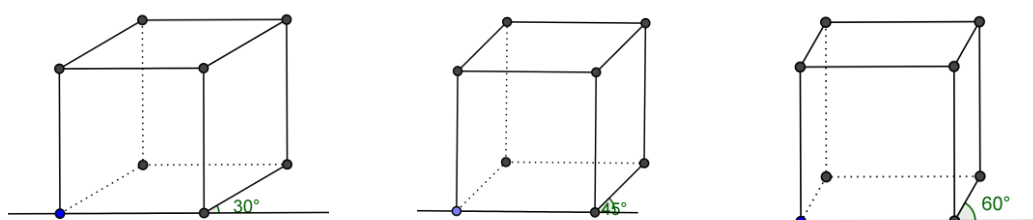


FIGURA 13. Cubo em perspectiva cavalheira, com inclinação de 30° , 45° e 60° respectivamente.

FONTE: O autor (2014)

3.4.3.2 Perspectiva Isométrica

A representação de um objeto sob a perspectiva isométrica é um processo de representação no qual o objeto situa-se num sistema de três eixos coordenados, cujos ângulos formam 120° . (SOUZA *et al.*, [19--]).

As linhas da base do objeto a ser desenhado, são traçadas a um ângulo de 30° em relação à horizontal. O comprimento, a largura e a altura são traçados na escala real, compondo o aspecto tridimensional do objeto tornando a representação do objeto sob esta perspectiva menos deformada podendo transmitir um efeito realista, para desenhos destinados a montagem mecânica, de peças complicadas e cortes transversais de objetos. (SOUZA; ROCHA, 2010)

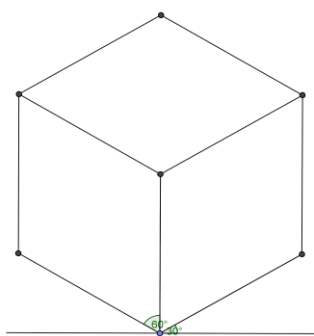


FIGURA 14. Cubo em perspectiva isométrica. FONTE: O AUTOR

3.4.3.3 Perspectiva Cônica

A representação de um objeto sob esta perspectiva é a mais próxima da realidade do olho humano, como em uma fotografia, nesta técnica o objeto é construído através da perspectiva de um observador. Esta técnica é baseada em (GUÉRIOS, 2009):

- Linha do Horizonte: (LH) é o elemento que representa o nível dos olhos do observador. Ponto de Fuga: (PF) é o ponto localizado na linha do horizonte para onde todas as linhas paralelas convergem.
- Linhas de Fuga: (LF) são as linhas imaginárias que descrevem o efeito da perspectiva convergindo para o ponto de fuga. É o estreitamento dessas linhas em direção ao ponto que gera a sensação visual de profundidade dos objetos em perspectiva.

Ponto de Vista: (PV) é o lugar que corresponde ao olho do observador. É comum o ponto de vista ser identificado por uma linha vertical perpendicular à linha do horizonte. Plano Geometral ou Plano de Terra: plano no qual se encontram o observador e o objeto a ser representado. Linha de Terra: intersecção do Geometral com o Quadro Perspectivo.

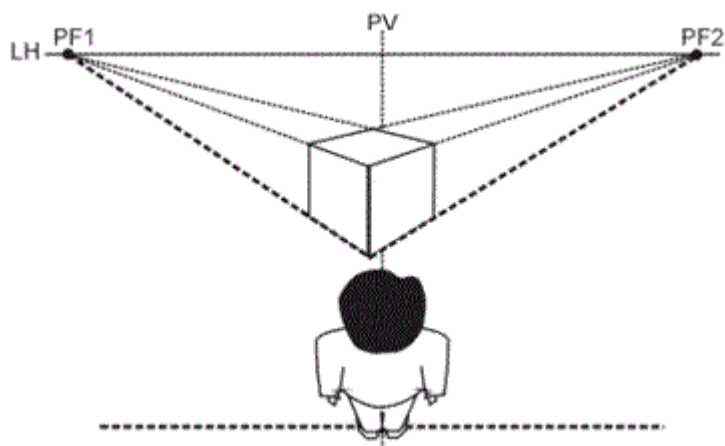


FIGURA 15. Cubo em perspectiva cônica. FONTE: Frota (2009)

4 PLANIFICAÇÕES DE SÓLIDOS GEOMÉTRICOS

A planificação de um sólido geométrico consiste em representá-lo num plano bidimensional de modo que toda sua superfície se apresente como uma figura plana, onde cada face ficará ligada a outra por uma aresta. (SMOLE; DINIZ, 2010). Em muitos casos não se procura apenas planificar e sim encontrar a solução mais econômica, para poupar o material que seria utilizado para construir o sólido.

Para planificarmos um sólido muitas vezes são utilizados conceitos da geometria descritiva, como rebatimento de pontos verdadeira grandeza e seções planas.

4.1 PLANIFICAÇÕES DE PRISMAS

Para a construção dos prismas, no plano horizontal, foi desenhada na tela do Geogebra uma reta qualquer dada por dois pontos, para que fosse utilizada como linha de terra. Abaixo desta linha de terra marcam-se dois pontos da base do sólido, que será construído. Com o auxílio da ferramenta “polígono regular” dado por dois pontos, é possível escolher o número de vértices da base do sólido. Em seguida, com o auxílio da ferramenta “retas paralelas”, se esboça as retas paralelas a linha de terra que passa por cada um dos vértices da base .

Com a ferramenta “compasso” marca-se nas retas paralelas o mesmo raio, com centro nos pontos do primeiro polígono P_1 encontrado. Os pontos encontrados, através da interseção destas circunferências com as retas paralelas, são os pontos do outro polígono P_2 que forma a parte superior do sólido, e em seguida com o auxílio da ferramenta “segmento dado por dois pontos”, une-se os pontos das duas bases e encontram-se todas as arestas do prisma. O software oferece a possibilidade de esconder alguns objetos, assim, foram omitidas todas as retas paralelas, para que o desenho não ficasse poluído. Em seguida, com a ferramenta “retas perpendiculares”, fazem-se as retas perpendiculares à linha de terra, passando pelos vértices do sólido que estão abaixo da linha de terra, essas retas também são chamadas de linhas de chamado de cada ponto, e nelas são marcadas a cota e o afastamento de cada um dos pontos. Com a ferramenta “segmento dado por dois pontos” unem-se os pontos encontrados acima da linha de terra, para se marcar as arestas do polígono, e algumas delas foram deixadas tracejadas para representar, as arestas que não estão visíveis.

A construção do dodecaedro difere levemente das outras, pois foi construído o polígono pentagonal abaixo da linha de terra e uma circunferência circunscrita a este polígono. Sem seguida, encontram-se as mediatrizes das arestas do polígono, e as interseções delas com a circunferência, foram marcadas com a ferramenta “interseção de dois objetos” e quando ligados estes pontos formam um novo polígono pentagonal P_2 . Logo foram encontradas as mediatrizes das arestas deste novo polígono P_2 . Em seguida fez-se necessário encontrar a altura entre P_1 e P_2 , onde foi construída uma reta perpendicular a uma das arestas de P_1 passando por um de seus vértices. Com centro neste vértice, e com raio cuja medida é igual comprimento da aresta, marca-se na perpendicular um ponto de interseção com a ferramenta “interseção entre dois objetos”. E assim após encontrar h_1 , com a ferramenta compasso translada-se a medida de h_1 até as mediatrizes das arestas de P_2 e marcam-se os pontos de interseção, para encontrarmos as outras faces pentagonais do sólido. Fazendo o mesmo procedimento, para encontrar a altura h_1 , para as faces laterais encontradas temos a altura h_2 .

Acima da linha de terra encontrada marcamos uma reta paralela a esta, para representar o plano de P_1 e marcamos os vértices que estão neste plano. Marca-se

a medida de h_1 , com o compasso a partir desta reta paralela, e a partir desta altura, é construída uma terceira reta paralela a linha de terra e marcam-se os outros pontos. Novamente a partir desta segunda reta paralela marca-se a altura h_1 , onde é construída uma terceira reta paralela à linha de terra e marcam-se os pontos restantes. Finalmente, são unidos os pontos correspondentes formando as arestas do sólido, onde a aparência de algumas delas foi alterada de forma que ficassem tracejadas pelo fato de não serem visíveis.

A construção do icosaedro regular foi semelhante as demais, contudo usou-se o conceito de rebatimento de pontos.

A planificação destes prismas é feita transladando a base destes, através da ferramenta vetor, pois a base esta em VG, e transladando todas as medidas das outras arestas.

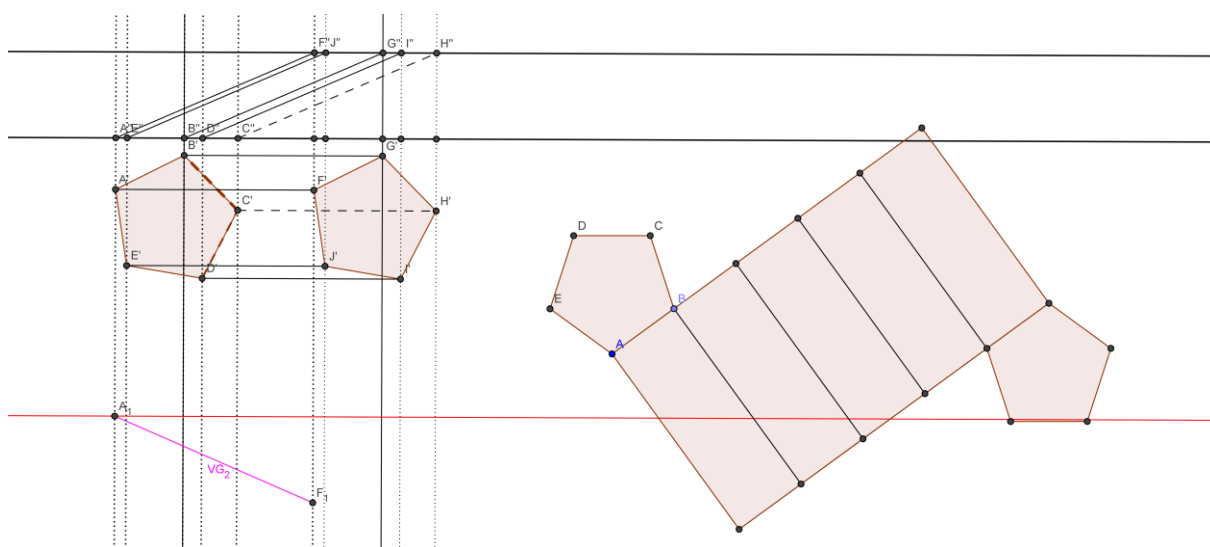


FIGURA 16. Planificação de um prisma de base pentagonal. FONTE: O AUTOR

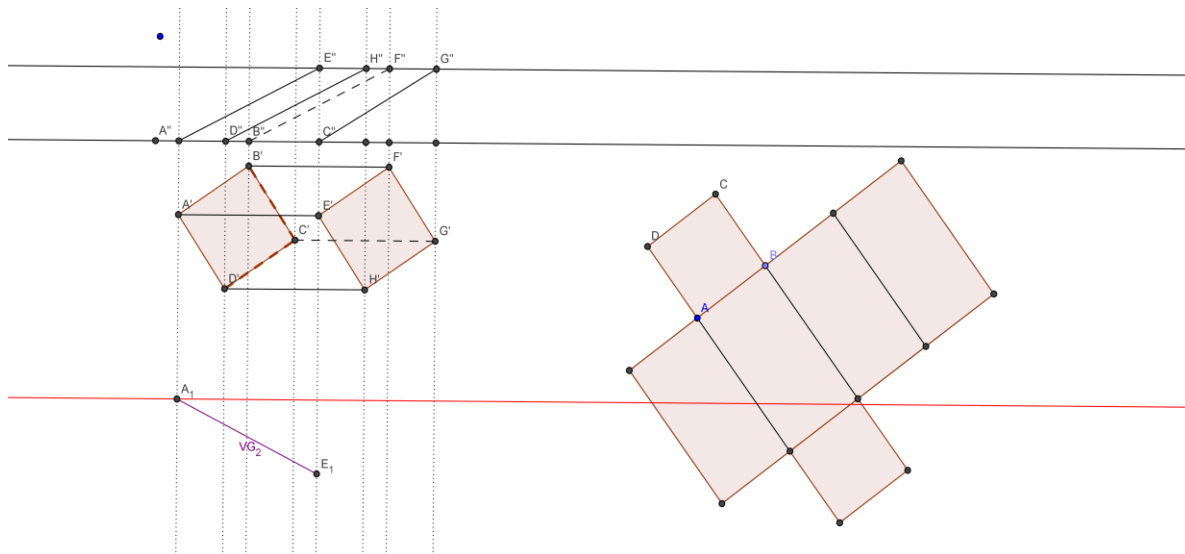


FIGURA 17. Planificação de um prisma quadrangular. FONTE: O AUTOR

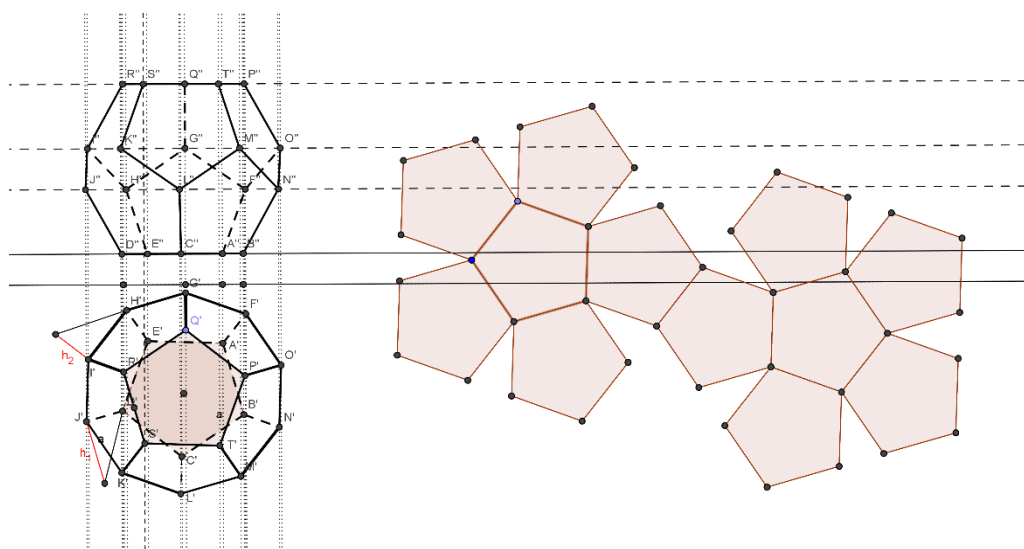


FIGURA 18. Planificação do dodecaedro regular. FONTE: O AUTOR

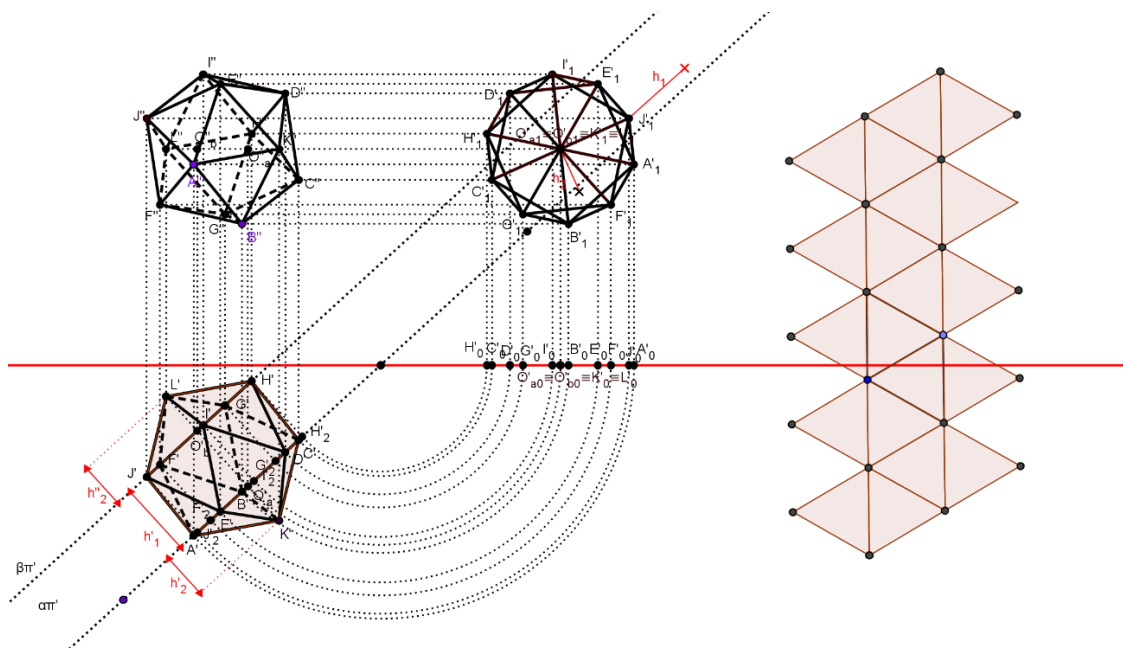


FIGURA 19. Planificação do Icosaedro regular. FONTE: O AUTOR

4.2 PLANIFICAÇÃO DAS PIRÂMIDES

Para construir as pirâmides, primeiramente foi construída uma reta, com a ferramenta “reta dada por dois pontos”, para representar a linha de terra. Sobre esta reta marcamos um ponto A' e abaixo dela o ponto B' e com a ferramenta “polígono dado por dois pontos”, escolhemos o numero de vértices deste, que será base da pirâmide desejada.

Com a ferramenta “retas perpendiculares”, selecionou-se cada um dos pontos da base, e a linha de terra assim são construídas todas as linhas de chamado destes pontos. Em seguida foi marcado o ponto V' abaixo da linha de terra, e construída a linha de chamado deste ponto. Após estes passos, com o auxilio da ferramenta “segmento dado por dois pontos”, uniu-se todos os pontos da base ao vértice V' , formando assim as arestas da pirâmide. Algumas destas pirâmides não são visíveis, logo a aparência delas foi alterada de forma que ficasse tracejada.

Acima da linha de terra foram marcados os pontos da base, em cima de uma reta paralela a linha de terra, e uniram-se todos estes pontos ao vértice V'' , para encontrar as arestas deste sólido e da mesma forma algumas destas tiveram a aparência alterada.

Para se planificar estas pirâmides foi necessário encontrar a verdadeira grandeza de cada uma das arestas que estavam abaixo da linha de terra, pois as pirâmides representadas em épura são todas oblíquas.

A verdadeira grandeza de cada uma dessas arestas foi encontrada com o auxílio das ferramentas “retas paralelas” e “retas perpendiculares”, pois foi necessário desenhar uma reta paralela a cada uma das arestas e a cada um das arestas, desenhar uma reta perpendicular que passasse por cada um dos pontos que estava nas extremidades, destes vértices, por exemplo, a aresta $A'V'$, foi também desenhada uma reta paralela r , e duas retas perpendiculares a r , passando pelos pontos A' e V' . Nestas retas perpendiculares, que também podem ser chamadas de linhas de chamado foram marcadas a cota e a abscissa destes vértices, com o “compasso” como se a reta paralela r fosse uma linha de terra. Assim fazendo este procedimento para todas as arestas encontramos a VG de cada uma delas.

Ao lado de cada uma das representações das pirâmides, foram transladados os segmentos em VG, com o compasso e encontrada a planificação de cada uma delas.

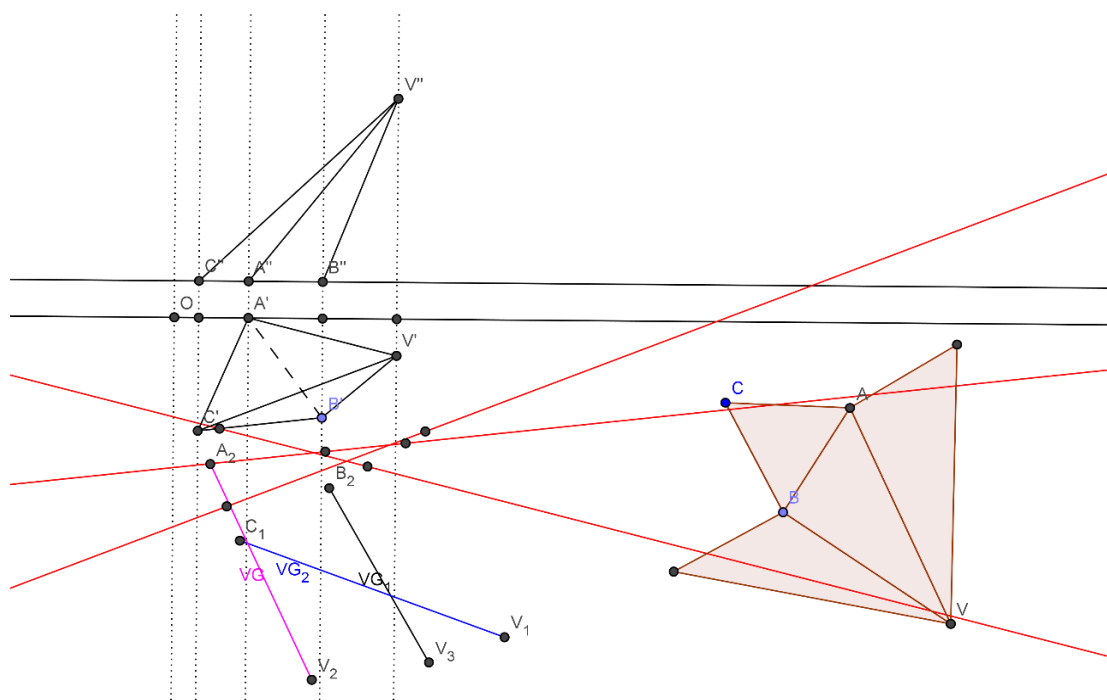


FIGURA 20. Pirâmide oblíqua de base triangular. FONTE: O AUTOR

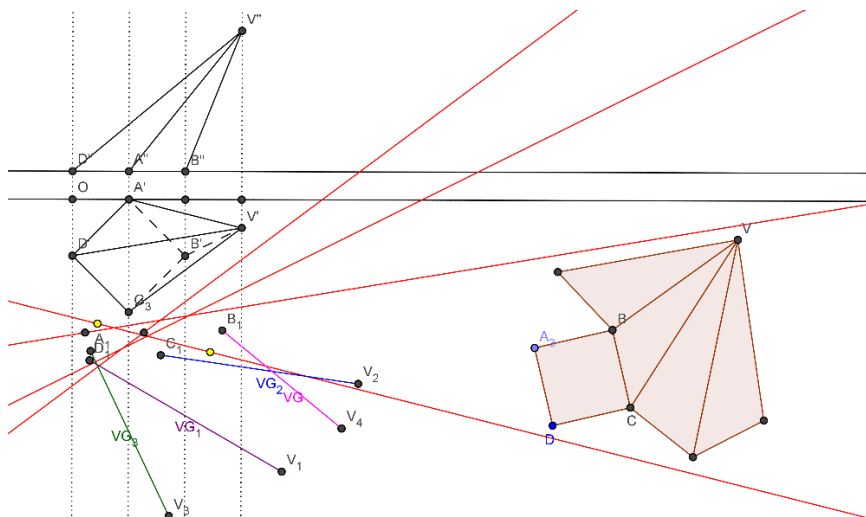


FIGURA 21. Pirâmide oblqua de base quadrada. FONTE: O AUTOR

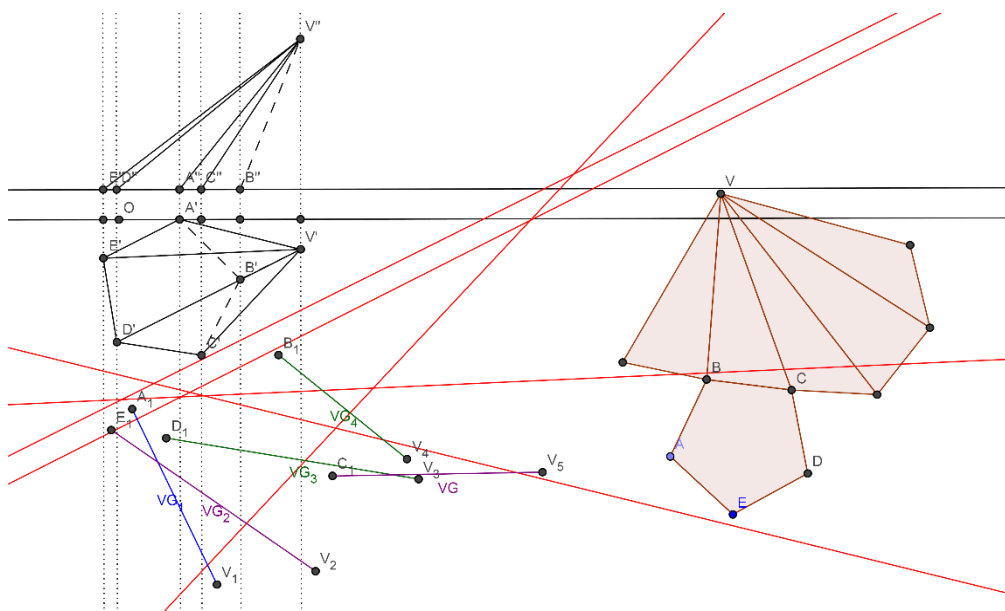


FIGURA 22. Pirâmide oblqua de base pentagonal. FONTE: O AUTOR

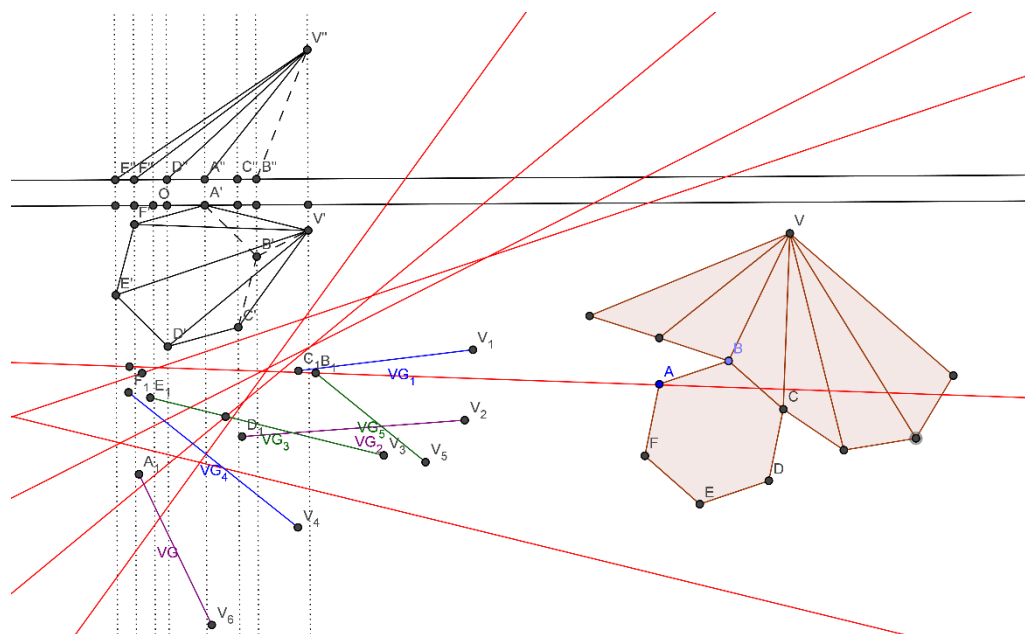


FIGURA 23. Pirâmide oblqua de base hexagonal. FONTE: O AUTOR

5 METODOLOGIA

A atividade foi aplicada a nove alunos do terceiro ano do ensino médio do Colégio Estadual Professor Altair da Silva Leme, localizado na região norte do município de Colombo, sendo que este pertence à região metropolitana de Curitiba – PR. O colégio tem um contingente de aproximadamente mil alunos, divididos em ensino fundamental, de sexto ao nono ano e ensino médio.

A aplicação da atividade ocorreu no dia 10 de dezembro de 2013, no turno da manhã. O perfil do grupo estudado consiste em alunos de considerável fragilidade sócio-econômica, levando, inclusive à maior parte conciliar os estudos com trabalho, fato verificado junto aos professores e aos próprios alunos.

A proposta da atividade consiste em explicar aos alunos sobre os sólidos geométricos e suas planificações, ressaltando a sua importância e utilidade e, em seguida, auxiliá-los a planificar alguns sólidos geométricos, como por exemplo, um dodecaedro, com o objetivo de motivá-los a estudar geometria e lembrarem algumas definições e propriedades, além de mensurar qualitativamente a aprendizagem do grupo.

O plano de aula consistia em, desenvolver duas aulas de 50min cada, onde se faria a apresentação do software e o nivelamento da turma ao conteúdo a ser

tratado, com a presença de um projetor para a finalização da atividade, apresentando a forma correta das planificações. Deu-se ênfase à aprendizagem dos alunos através de tentativa e erro, incentivando os alunos a pensarem com autonomia.

A atividade foi planejada para a planificação de um cubo, uma pirâmide e um dodecaedro, pedindo aos alunos que escrevessem sobre as propriedades de cada um.

Ao início da atividade, os alunos receberam explicações sobre as principais propriedades geométricas e, questionados sobre o tema, como por exemplo, o que eram sólidos geométricos e o que eles entendiam por planificação de sólidos, muitos deles não demonstraram conhecimento do conteúdo. Após esclarecimentos sobre as dúvidas para nivelar a turma sobre a temática, foi pedido a eles que escrevessem sobre a planificação geométrica, e se quisessem socializar suas respostas, para então definirmos formalmente o que é a planificação. As respostas em geral, diferem, contudo não estavam equivocadas, onde foi possível perceber que os alunos compreendem os conceitos, mas não conseguem defini-los de maneira formal.

No segundo momento da atividade, foi proposto aos alunos que planificassem um cubo com o auxílio do Geogebra. Antes de iniciar as construções com auxílio do software, sugeriu-se fazer um esboço em papel para se ter certeza da planificação do cubo, uma vez que muitos estavam fazendo indagações de como seria o procedimento. Durante o esboço, estes perguntavam se estava correto, o qual era respondido com a seguinte pergunta: Será que conseguiremos construir um sólido com esta planificação? Assim, eles analisavam seus desenhos e obtinham a resposta por si mesmos.

Os discentes em geral não apresentaram dificuldades com o software, pois durante o ano a professora de Matemática da turma trabalhou com eles algumas atividades utilizando o Geogebra. No entanto, quando os alunos estavam construindo a planificação do cubo, não utilizaram as ferramentas de forma adequada, pois, para que a construção ficasse correta eles deveriam utilizar a ferramenta: “retas paralelas”, ao invés de utilizar a ferramenta “reta dada por dois pontos”, juntamente com a malha quadriculada oferecida pelo software, o que fazia a construção ficar distorcidas quando os alunos movimentavam as suas construções.

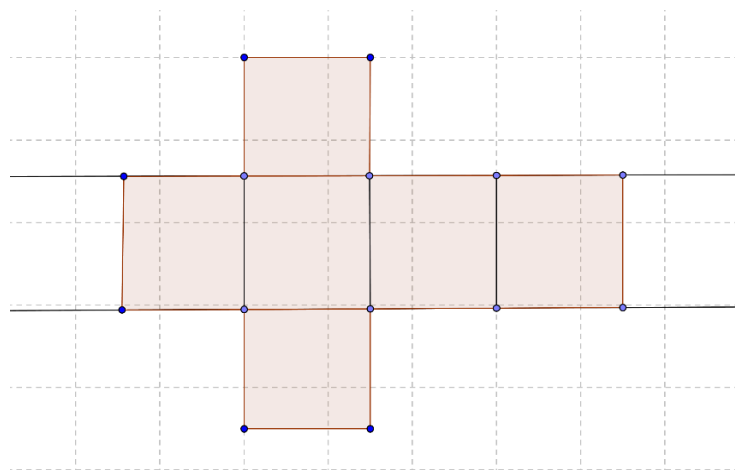


FIGURA 24. Modelo de construção dos alunos. FONTE: O AUTOR

Assim que terminaram estas planificações, foi pedido a eles que escrevessem o que era um cubo e algumas de suas propriedades. Em seguida, foi realizada a planificação correta no projetor para que os estes pudessem acompanhá-la, na ocasião, foi justificada a utilização de todas as ferramentas, como por exemplo, a ferramenta: “retas paralelas”.

Da mesma forma, foi requisitado aos alunos que descrevessem o que era uma pirâmide qualquer e que construíssem a planificação de uma pirâmide de base quadrada. Os alunos primeiramente realizaram a atividade no Geogebra e posteriormente escreveram a definição. Em geral, estes definiram como era uma pirâmide de base quadrada:

“Uma pirâmide de base quadrada, que é formada por um quadrado na base e mais quatro triângulos de lado”.

“Pirâmide de base quadrada é constituída por um quadrado e quatro triângulos”.

Quanto à planificação desta pirâmide, os alunos apresentaram certa dificuldade em planificá-la, devido à construção dos triângulos, pois estes deveriam estar todos de igual tamanho. As planificações da pirâmide de base quadrada, construída por eles, em sua maioria foram realizadas com a ferramenta “segmento” do Geogebra, além do uso da malha.

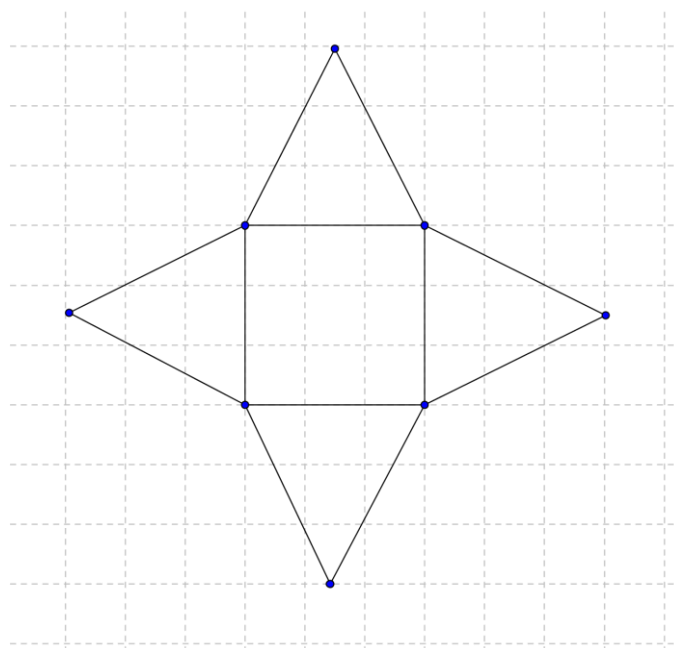


FIGURA 25. Segundo modelo de construção dos alunos. FONTE: O AUTOR

Novamente os alunos perguntavam sobre o fato de estarem certos ou não. Então, devido a essa insegurança deles, foram instigados a movimentar suas construções, e analisá-las para concluir se esta planificação quando montada formaria uma pirâmide. Isto os fez perceberem que haviam cometido os mesmos erros na primeira construção, pois as figuras estavam distorcidas e o tamanho dos triângulos era alterado. Assim, eles perceberam que havia algo errado, mas não conseguiram arrumar suas construções de forma independente.

Os alunos receberam algumas dicas com relação às ferramentas do software que poderiam ser utilizadas como, por exemplo, o compasso e receberam também explicações quanto à construção de triângulos.

Diante, das dificuldades com a planificação, foi realizada a atividade junto aos alunos, sendo esta explicada passo a passo, onde foi justificado o uso de cada uma das ferramentas que estávamos utilizando, como por exemplo, a ferramenta “compasso”.

O Geogebra oferece uma ferramenta onde se pode construir circunferências dado o centro e raio, o que facilitariam as construções. No entanto, foi mais interessante trabalhar com a ferramenta compasso, pois os alunos normalmente fazem o uso desta ferramenta tradicional em sala de aula. Depois disso, foi comentado a respeito do uso da ferramenta, “círculo dados centro e raio”, e que seria mais fácil a utilização desta para a construção dos triângulos.

Para encerrar a atividade, foi pedido aos alunos que escrevessem o que acharam da atividade e suas opiniões pessoais sobre os sólidos e suas planificações, e se gostaram de participar da atividade.

“É muito raro ver isso no dia-a-dia, mas é sempre bom lembrar as coisas que já foram estudadas”.

“Eu achei bom por que vemos isso todos os dias”.

“Figuras geométricas como essas dificilmente se vê no dia a dia mas o estudo delas é bem importante”

“é sempre bom lembrar o que já estudamos lembrar, é sempre bom, sempre aprendemos coisas novas”.

A atividade levou mais tempo que o previsto, o plano de aula foi elaborado para duas aulas de 50 minutos cada, uma vez que não foi possível planificar um dodecaedro com eles, como foi planejado.

A maioria dos alunos afirmou ter gostado da atividade, mas ao observarmos as opiniões dos alunos quanto ao conteúdo visto, pode-se afirmar que a maioria dos alunos que participaram da aula não percebe que a geometria está presente no dia a dia de cada um e que muitas vezes a enxergam apenas como um simples conteúdo matemático sem utilidades práticas ou aplicações.

6 CONCLUSÃO

A realização da atividade proposta neste trabalho, em um ambiente informatizado, ocorreu parcialmente de acordo com o plano de aula, uma vez que os alunos não tinham conhecimento prévio de algumas propriedades geométricas o que tomou certo tempo para apresentar o conteúdo. Todavia, tal atividade poderia ser aplicada depois de algumas aulas a respeito do conteúdo para que os alunos não apresentassem as dificuldades descritas na metodologia deste trabalho.

Com a aplicação da atividade foi possível perceber que boa parte dos alunos do terceiro ano, não veem a importância da geometria e não conseguem relacioná-las com seu cotidiano. Como esta faz parte do cotidiano dos discentes, seu ensino deve ser melhorado, para que não fique desconexo, possibilitando aos alunos a percepção de que ela é necessária na construção do seu próprio conhecimento. Além de que não deve ser preterido para o final do ano letivo sendo tão importante nas demais áreas do conhecimento. A não-familiarização com as ferramentas

educacionais, observadas durante a aplicação da atividade aponta o seu pouco uso em sala de aula.

Neste sentido, muitas vezes os alunos não aparentam estar motivados a estudar matemática, assim devemos utilizar os vários recursos disponíveis para não deixar com que as aulas de matemática sejam transformadas em algo monótono e sem significado. Estas aulas bem planejadas com o auxílio de recursos tecnológicos, como o computador, pode além de motivá-los, auxiliá-los na construção de seus conhecimentos.

Como sugestão para estudos futuros, recomenda-se que a atividade seja ampliada, tanto em termos de números de alunos quanto no tempo de acompanhamento dos discentes para avaliar a progressão do aluno nesta área do conhecimentos com o apoio de softwares específicos.

REFERÊNCIAS

ALVES, G. S. E SOARES, A.B. Geometria Dinâmica: um estudo de seus recursos, potencialidades e limitações através do software Tabulae. Workshop Em Informática na Educação, 2003, Rio de Janeiro. **Simpósio Brasileiro de Informática na Educação**, 2003. **Anais...**Rio de Janeiro.

BATTISTA, M. T. **Spatial visualization and gender differences in high school geometry**. Journal for research in mathematics education, p. 47-60, 1990.

BALDISSERA, A. **A Geometria Trabalhada A Partir Da Construção De Figuras E Sólidos Geométricos**. Unioeste- 2007

BRANDT, S.T.J. E MORTOFONO, C. **O software GeoGebra como alternativa no ensino da geometria em um mini curso para professores**. Programa de Desenvolvimento Educacional - 2007.

BRAZ, F. M. **História da Geometria Hiperbólica**. Universidade Federal de Minas Gerais. 2009

BULLA, Oswaldo; GERÔNIMO, João Roberto. **Induzindo o Conceito de Polígono Por Meio de Planificações e Construção de Poliedros**, 2007

COSTA, A.C. et al. **Análise Do Ensino Da Geometria Espacial**. X Encontro Gaúcho de Educação Matemática, 2009.

FRANCISCO, N.M. et al. **Protótipo De Uma Ferramenta Pedagógica Baseada Em Jogos Educacionais e Sua Aplicação No Ensino Fundamental**. Revista Electrónica de Investigación y Docencia (REID), Número Monográfico, Octubre, 2011, 9-24.

FRANÇA, Michele Viana Debus de. **Poliedro: Sólido limitado por polígonos**. 2009. Disponível em: <<http://educacao.uol.com.br/matematica/poliedro.jhtm>>. Acesso em: 25 jan. 2014.

FROTA, Antonio J. **Desenho de Perspectiva**. Disponível em: <<http://www.sobrearte.com.br/desenho/perspectiva/index.php>>. Acesso em: 18 abril. 2014.

GAYO, J. **O Problema Que Tornou Euler Famoso**. Universidade Tecnológica Federal do Paraná-Programa De Mestrado Profissional Em Matemática Em Rede Nacional- PROFMAT, 2013.

GILL, R.W. **Desenho Para Apresentação De Projetos**. Tradução de: Raposo, R. Tecnoprint Ltda,1981. Original em inglês.

GUÉRIOS, G.T.B . **O Ensino Da Perspectiva: Ensaio De Uma Escrita Histórica**. Universidade Federal De Santa Catarina,2009.

JULIANI, K. S. **Geometria Espacial: Uma Visão Do Espaço Para A Vida**. 134p. Proposta de produção didática pedagógica apresentada ao Programa de Desenvolvimento Educacional da Secretaria de Estado da Educação do Paraná – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2008.

JUNIOR, SOUZA.J.C. **Introdução ao Geogebra**. Universidade Federal de Alfenas, 2010.

JUNIOR,PRINCIPE, A. R. **Noções de Geometria Descritiva**. 1983

KILHIAN, Kleber. **O Princípio de Cavalieri**. 2009. Disponível em: <<http://obaricentrodamente.blogspot.com.br/2009/12/o-principio-de-cavalieri.html>>. Acesso em: 25 jan. 2014.

KRASKA, B. Pirâmide de Gizé. 2012. 1 fotografia, color.Disponível em: <<https://plus.google.com/105817645670479888783/about?gl=br&hl=pt-BR>>. Acesso em:01/05/2014

LACOURT,H. **Noções e Fundamentos de Geometria Descritiva**. 2012.

MACHADO, A. **Geometria Descritiva**. 1976

MISKULIN, R.G.S. **Concepções Teórico Metodológicas Sobre A Introdução E A Utilização de Computadores No Processo Ensino Aprendizagem da Geometria**. 1999.

MONTENEGRO, G.A. **Geometria Descritiva**. 1991

MONTENEGRO, G.A. **A Perspectiva Dos Profissionais**. 2. Ed. São Paulo: Blucher. 2010

MONIZ, C. M. V. **Visualização Espacial Na Perspectiva Da Epistemologia Genética**. Anais do XI Encontro Nacional de Educação Matemática, 2013

OLIVEIRA, A.G., E DORINI, F.A. **O Uso De Ambiente de Geometria Dinâmica Como Subsídio Para a Caracterização Das Funções Quadráticas**.

PEREIRA, L.R.P. **Proposta Didática Para Aplicação Prática Do Ensino Da Geometria Espacial**. 2011

PARANÁ. **Diretrizes Curriculares da Educação Básica**. Secretária de Estado da Educação do Paraná. 2008.

PARANÁ. **Diretrizes Curriculares da Educação Básica: Matemática**. Curitiba: SEED, 2008.

RABELLO, P.S.B. **Geometria Descritiva Básica**. Disponível em: <www.ime.uerj.br/.../LIVROS%20DE%20GEOMETRIA/GDBASICA.pdf>. Acesso em: 04/05/2014.

RABELLO, P.S.B. **Projeções Cotadas**. Disponível em: <www.ime.uerj.br/ensinoepesquisa/.../PROJ%20COTADAS.pdf>. Acesso em: 04/05/2014.

ROCHA, S.S.D. **O Uso do Computador na Educação: A Informática Educativa.** Revista Espaço Acadêmico-Nº85- Mensal- Junho de 2008.

SOUTO, D.L.P. **Refletindo sobre o papel do software GeoGebra na produção de conhecimentos matemáticos construídos por um coletivo pensante formado por humanos e mídias.** 1ª. Conferência Latino Americana de GeoGebra-2012.

SOUZA, *et al.*, **Guia do Professor: Conteúdos Digitais.** Serie Mundo da Matemática. 19--

SOUZA, G.J.; ROCHA, S.P. **Introdução Ao Desenho Técnico.** Instituto Federal Santa Catarina, 2010. Apostila de desenho técnico. Disponível em: < <http://www.ebah.com.br/content/ABAAABpKwAB/introducao-ao-desenho-tecnico-parte-1> >. Acesso em: 30/04/2014.

TORRES, E.F.Mazzone.A.A. et. Al. **A Acessibilidade á Informação no Espaço Digital.** Ci. Inf., Brasília, v. 31, n. 3, p. 83-91, set./dez. 2002.

VALENTE, J.A. (org). **O computador na Sociedade do Conhecimento.** Campinas: UNICAMP/NIED, 1999.

ZANOTTI, H.D. **Informática No Ensino Da Matemática: É Possível?** Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”. 2007.

Anexo 1

Plano de Aula

Este plano de aula foi desenvolvido para trabalhar com sólidos geométricos, e como suas respectivas planificações. Para a realização desta atividade será utilizado o software de geometria dinâmica Geogebra, uma vez que este possibilita ao aluno a movimentação das figuras construídas.

Conteúdo: propriedades e definições de geometria espacial

Público Alvo: 3º ano do Ensino Médio

Duração: 2 aulas de 50 minutos cada.

Objetivo: Motivar os alunos para o aprendizado e compreensão da geometria.

Metodologia: O uso de mídias em sala de aula faz-se cada vez mais presentes, e podem ser utilizadas como ferramentas que motivam e potencializam o aprendizado dos alunos. Neste sentido, os alunos serão indagados sobre as propriedades de alguns sólidos e, suas respectivas planificações, e incentivados a realizarem estas, com o auxílio do software para que seja possível a movimentação das construções, para uma percepção melhor, dos alunos, uma vez que estas propriedades, não fiquem muito visíveis no papel.

Desenvolvimento: Na primeira aula, após cumprimentar os alunos, será pedido que se dirijam ao laboratório de informática da escola. Ao chegarem, será pedido a eles que abram o software e também serão indagados quanto ao fato de saberem ou não utilizar as ferramentas disponíveis no mesmo, e cada um dos alunos receberá uma folha A3.

Após os alunos estarem acomodados em seus computadores e cada um ter recebido uma folha de papel A3, a atividade será iniciada, com algumas explicações sobre algumas propriedades geométricas em seguida os alunos serão questionados, “o que são os sólidos geométricos? e suas planificações?. Eles terão 10min para responderem, e estas serão registrada no papel que lhes foi disponibilizado, no entanto após todos responderem as mesmas serão socializadas e em seguida será explicado o que são as planificações.

No segundo momento da primeira aula, os alunos serão incentivados a planificar um cubo e questionados sobre suas propriedades. Em seguida serão questionados sobre a definição de uma pirâmide, de forma geral, e pedido a eles

que façam a planificação de uma pirâmide de base quadrada. Após cada uma destas planificações será sugerido aos alunos que comentem suas respostas com os colegas, para que possamos conversar um pouco a respeito, e depois serão explicadas de maneira formal as definições aos alunos.

Na segunda aula, os alunos serão incentivados a construir a planificação de um dodecaedro. Contudo, os alunos não vão construir sozinhos esta planificação, uma vez que a intenção é apresentar algo diferente á eles, para motivá-los, através de uma construção um pouco mais elaborada envolvendo alguns conceitos de geometria descritiva.

Serão deixados 10min, no final da aula para que os alunos possam escrever no papel a sua opinião sobre a aula, como por exemplo, se gostaram ou não e a sua opinião sobre, a importância de estudar geometria.