



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

KARINA GUEDES MOCELIN

**COMPREENSÕES SOBRE VALOR POSICIONAL DE ALUNOS DO 6º ANO DO
ENSINO FUNDAMENTAL DE UM COLÉGIO DO MUNICÍPIO DE CAMPO LARGO-
PR**

**CURITIBA
2014**

KARINA GUEDES MOCELIN

**COMPREENSÕES SOBRE VALOR POSICIONAL DE ALUNOS DO 6º ANO DO
ENSINO FUNDAMENTAL DE UM COLÉGIO DO MUNICÍPIO DE CAMPO LARGO -
PR**

Trabalho de Conclusão do Curso de
Licenciatura em Matemática apresentado à
Universidade Federal do Paraná.

Orientadora: Profa. Dra. Neila Tonin Agranionih

**CURITIBA
2014**

AGRADECIMENTOS

Agradeço a todas as pessoas que tornaram possível este momento, acompanhando e apoiando-me durante o desenvolvimento desta pesquisa:

- Minha orientadora, Professora Doutora Neila Tonin Agranionih – pelo tempo dispensado para que essa pesquisa se realizasse.

- Minha família, pais e irmã pelo apoio e compreensão em todos os momentos.

- Minha filha, Anna Beatriz, por alegrar meus dias.

- Ao Colégio e Equipe Pedagógica, por me permitirem desenvolver este trabalho.

RESUMO

A pesquisa apresentada neste trabalho tem como objetivo esclarecer pontos relativos às compreensões dos alunos de uma turma de 6º ano de um Colégio Estadual do município de Campo Largo, PR, a respeito do valor posicional dos algarismos nas escritas numéricas: o que eles sabem a respeito e estratégias utilizadas por eles frente a uma atividade que envolve este conteúdo. Foram realizadas entrevistas com cinco alunos sorteados de uma turma composta por 25 alunos. A pesquisa foi realizada em duas etapas. Na primeira etapa os alunos deveriam identificar o valor posicional dos algarismos, e na segunda etapa resolver algumas situações-problema a partir de suas compreensões a respeito do valor posicional. Através das entrevistas realizadas, foi possível notar que os alunos demonstram dificuldades no processo de compreensão das propriedades do sistema de numeração decimal, das relações entre agrupamentos e escritas numéricas.

Palavras-chave: Valor posicional. Aprendizagem Matemática. Sistema de Numeração Decimal.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	6
2 REVISÃO TEÓRICA	7
2.1 O SISTEMA DE NUMERAÇÃO.....	7
2.2 O QUE OS AUTORES DIZEM SOBRE O PROCESSO DE COMPREENSÃO DO VALOR POSICIONAL DO NÚMERO PELA CRIANÇA.....	11
2.3 QUE RELAÇÕES OS AUTORES FAZEM COM O ENSINO DO SISTEMA DE NUMERAÇÃO DECIMAL NAS ESCOLAS?.....	15
2.4 DIFERENTES PERSPECTIVAS PARA O ENSINO DO SISTEMA DE NUMERAÇÃO DECIMAL	18
3 METODOLOGIA	21
4 APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS.....	24
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS	35
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	38

1 INTRODUÇÃO

Aprender matemática não tem sido um processo fácil, devido à diversos fatores, dentre eles: grande quantidade de conteúdos a serem ensinados e aprendidos durante os nove anos da vida escolar dos alunos, metodologias de ensino não adequadas, questões individuais e sociais que envolvem os alunos, fatores estruturais da escola e do sistema de ensino, entre outros aspectos que compõem e envolvem o ato de ensinar e aprender.

No entanto, esta disciplina tem demasiada importância, pois a Matemática está presente na vida dos alunos, antes mesmo de ocorrer a alfabetização. O estudo da matemática permite aos alunos desenvolver capacidades múltiplas de raciocínio-lógico, cálculo mental, operar com números em suas diferentes representações, entre outras. Assim, o ensino da Matemática deve ser diferenciado e praticado de maneira a favorecer o aprendizado dos alunos, permitindo o desenvolvimento dessas diversas habilidades que a disciplina pode fornecer.

Durante o processo de aprendizagem relativo ao Sistema de Numeração Decimal, os alunos enfrentam diversas dificuldades de compreensão, uma delas é em relação ao valor posicional dos números. Essa dificuldade se destaca, principalmente no 6º ano do Ensino Fundamental, momento em que os conhecimentos dos alunos serão aprofundados e será necessária uma boa base para que os novos conhecimentos se consolidem.

Considerando que os alunos trabalham com o Sistema de Numeração Decimal desde sua alfabetização, pressupõe-se que já compreendam as propriedades do sistema ao chegar aos anos finais do Ensino Fundamental. No entanto, a prática e experiência como professora de matemática no 6º ano do Ensino Fundamental de um colégio estadual, mostrou que os alunos apresentam dificuldades em relação a estes conhecimentos.

É fundamental que o professor conheça o que eles compreendem a respeito das propriedades do sistema de numeração decimal e possa trabalhar possíveis dificuldades, uma vez que são a base para aprendizagens de conteúdos no ano letivo e nos anos seguintes. Devido a isso, a investigação realizada neste trabalho, buscou responder a seguinte questão: O que alunos de um 6º ano do Ensino Fundamental de uma escola de Campo Largo, PR sabem sobre o valor posicional do número?

Desta forma o objetivo é investigar compreensões de alunos, de um 6º ano do Ensino Fundamental, sobre o valor posicional dos números no Sistema de Numeração Decimal. Este estudo vai permitir que esta dificuldade ou incompreensão dos alunos fique mais explícita, para que assim seja possível orientar e realizar, como professores, atividades que modifiquem e melhorem esta situação. Desta maneira o professor pode conhecer os processos de compreensão dos alunos podendo elaborar aulas que favoreçam e melhorem o ensino-aprendizagem dos alunos e também a prática em sala de aula.

2 REVISÃO TEÓRICA

2.1 O SISTEMA DE NUMERAÇÃO

Ao estudar e compreender como ocorreram os avanços em relação à evolução dos sistemas de numeração fica muito claro que o homem tem capacidades esplêndidas de descobrir e construir conceitos que estão extremamente presentes no dia a dia.

Atualmente os números fazem parte do dia a dia das pessoas de maneira tão intensa que fica difícil imaginar uma época em que eles não existiam. Porém os números não nasceram com os homens, eles foram criados a partir de noções e conhecimentos que as antigas civilizações tinham a respeito do mundo conhecido por elas.

Com o passar do tempo a necessidade de comunicação, troca, controle de rebanho ou mercadorias fizeram com que as pessoas necessitassem de uma maneira de expressar esses valores. Então surgiram as noções numéricas.

A lógica não foi, assim, o fio condutor desta história. Foram as preocupações de contadores, mas também de sacerdotes, de astrônomos-astrólogos e somente em último lugar de matemáticos, que presidiram à invenção e à evolução dos sistemas de numeração. (IFRAH, 1996. p. 12)

De uma maneira muito rudimentar os povos antigos começaram a realizar contagens a partir de suas necessidades. Utilizando os dedos das mãos tinham um objeto prático e de fácil acesso para suprir suas necessidades. Porém esse método não era útil para números grandes ou para realizar operações.

A utilização dos dedos da mão premeditou a base decimal ser tão utilizada até os dias de hoje. De acordo com Ifrah (1996, p.77) em sua obra, foi desta forma que, ao aprender a contar abstratamente e a agrupar toda sorte de elementos segundo o princípio da base, o homem aprendeu a estimar, avaliar e medir grandezas diversas.

Ifrah afirma que:

Dois acontecimentos foram na história da humanidade, tão revolucionários quanto o domínio do fogo, o desenvolvimento da agricultura ou o progresso do urbanismo e da tecnologia: *a invenção da escrita e a invenção do zero e dos algarismos denominados “arábicos”*. Do mesmo modo que os primeiros, elas modificaram completamente a existência do ser humano. (IFRAH, 1996, p.129)

No momento em que o sistema de base dez foi adquirido, já se começou a pensar em maneiras de representar os números através de suas respectivas ordens. Estabelecendo relações entre quantidades, valores e algarismos foi que os sistemas de numerações das diferentes civilizações foram surgindo, com o objetivo de contar, que de acordo com Ifrah (1996, p.199) [...] “contar” é justamente *estabelecer uma relação*, fazer uma correspondência, elemento por elemento [...].

A numeração Babilônica surgiu aproximadamente entre 1792-1750 a. C., e utilizava o *Princípio de posição*, em que cada algarismo possuía um valor dependendo da posição ocupada. Porém, diferentemente de nossa numeração, os Babilônios utilizavam a base 60 para construir seus números. Assim, os números de 1 a 59 formavam as unidades de primeira ordem, os sucessores formavam as ordens maiores.

Essa numeração utilizava apenas dois símbolos: um cravo vertical para representar a unidade e a “asna” representando o número 10. Desta forma, a numeração babilônica era inteiramente análoga ao nosso sistema atual, dele diferindo apenas pela natureza de sua base (sessenta) e pelo modo de formação dos seus algarismos.

O zero foi inserido no sistema de numeração babilônico como uma maneira de separar as ordens dos algarismos em um número. Mas ele não possuía o mesmo significado quantitativo que possui atualmente, ou seja, a noção de elemento neutro,

de ter nada não existia. Era apenas uma forma encontrada para separar ordens numéricas.

Já o sistema chinês foi criado aproximadamente no século II a.C. Era muito parecido com o sistema babilônico, porém a escrita numérica foi desenvolvida de maneira a diferenciar as ordens sem a necessidade do zero ou algum outro símbolo, diferente dos que já existiam.

Durante muito tempo o sistema chinês foi sendo modificado, para ser cada vez mais eficiente às necessidades de quem o utilizava. Até que muitos anos depois, o zero foi inserido no sistema, facilitando ainda mais a escrita e a compreensão do sistema de numeração chinês.

George Ifrah, em sua obra afirma que foi somente a partir do século VIII d.C. aproximadamente, sob a influência de matemáticos e dos astrônomos de origem indiana, que os sábios chineses passaram a dispor de um verdadeiro zero e que todas estas dificuldades foram resolvidas. (1996, p. 245)

A civilização Maia também contribuiu para a construção da história dos números, pois possuíam uma inteligência admirável e noções astronômicas espantosas. É o que descrevem os raros manuscritos ainda existentes que demonstram o desenvolvimento dos cálculos e as descobertas realizadas por eles.

Estes manuscritos revelam a existência, entre os sacerdotes maias, de um sistema de base vinte munido de um zero, no qual o valor dos algarismos é determinado pela posição ocupada na escrita dos números. (IFRAH, 1996. p. 250)

A numeração Maia foi desenvolvida de maneira simples, utilizando pontos e traços para as unidades de primeira ordem (1 ao 19). Até o quatro, quatro pontos, a partir do cinco eram acrescentados traços verticais ou horizontais, até o dezenove. Cada número superior a 20 era escrito em seguida numa coluna vertical, com uma fileira para cada ordem de unidades. Por exemplo:

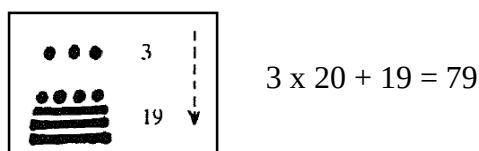


Figura 1: Sistema de Numeração Maia
Fonte: Ifrah (1996)

Uma curiosa irregularidade ocorre na terceira ordem, pela construção da primeira e segunda ordem numérica, imagina-se que na terceira ordem, o número

deveria ser multiplicado por 20^2 . Mas os sábios maias desenvolveram os números de maneira que o terceiro patamar fosse multiplicado por 360, ou seja:

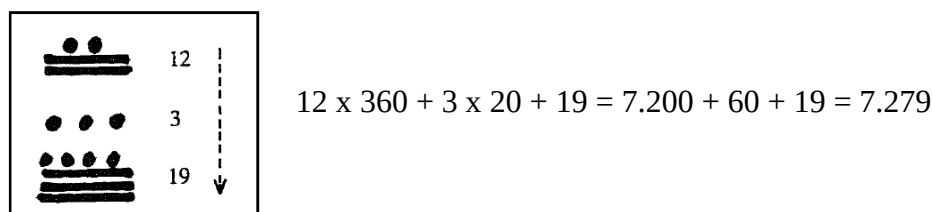


Figura 2: Sistema de Numeração Maia
Fonte: Ifrah (1996)

Para as demais ordens, voltava a se multiplicar pelo 20, da mesma maneira que a primeira e segunda. E, para que cada algarismo ficasse em sua posição no caso em que as unidades de uma determinada ordem viessem a faltar, os sábios maias inventaram o zero. (IFRAH, 1996. p. 253)

O sistema de numeração desenvolvido pelos Maias poderia ser estritamente vigesimal, porém a multiplicação por 360 na terceira ordem não permitia que o zero fosse utilizado como um operador aritmético. Mesmo tendo desenvolvido um sistema de posição com a existência do zero, essa irregularidade impediu que os sábios maias desfrutassem das descobertas essenciais nos domínios do cálculo e da aritmética abstrata. (IFRAH, 1996. p. 254)

Todos os sistemas formulados ao longo do tempo não eram úteis por suas diversas peculiaridades. Não era possível exprimir números grandes ou fazer operações aritméticas. Após muitos anos de estudo, os matemáticos e astrônomos hindus desenvolveram um sistema muito parecido com o que conhecemos hoje. A cada algarismo era relacionado um símbolo, independente do algarismo anterior. Porém o sistema ainda não era satisfatório às necessidades.

Estes estudiosos hindus começaram a modificar o sistema, utilizando a escrita numérica. Neste momento foi necessário utilizar uma palavra que indicasse uma casa vazia entre dois algarismos. Foi então que o zero foi utilizado de maneira a permitir que sua presença indicasse uma posição e uma quantidade e pudesse ser operado aritmeticamente.

Não havia mais possibilidade de equívoco. Depois dos babilônios e certamente ao mesmo tempo em que os maias, os hindus acabavam também de inventar o zero. Todos os ingredientes necessários à constituição da numeração

moderna se encontravam de agora em diante à disposição dos sábios da Índia [...] (IFRAH, 1996. p. 269)

Ao final de uma longa história feita de saltos, invenções, regressões, esquecimentos, encontros e até justaposições de sistemas diferentes que desencadeiam a faísca do gênio criador, nosso sistema atual acaba por se completar: surge a numeração decimal de posição. (IFRAH, 1996. p. 320)

De modo geral foi possível perceber o caminho sinuoso e repleto de obstáculos que percorreram a grande quantidade de estudiosos em todos estes anos de existência da humanidade, e que eles tiveram êxito e proporcionaram a todas as pessoas nos dias atuais uma maneira excelente de representar todas as situações vivenciadas no cotidiano.

2.2 O QUE OS AUTORES DIZEM SOBRE O PROCESSO DE COMPREENSÃO DO VALOR POSICIONAL DO NÚMERO PELA CRIANÇA

O aprendizado das crianças sobre o Sistema de Numeração Decimal é fonte de estudo de diversos pesquisadores, devido à grande importância em se compreender o nível de conhecimento matemático de crianças de variadas idades e como esse aprendizado se mantém durante a vida escolar dos alunos.

Um grande estudo realizado sobre esse processo de aprendizagem foi feito por Lerner e Sadovsky (1996, p.74), em sua pesquisa buscaram investigar e analisar as dificuldades encontradas por crianças do Ensino Fundamental I com o sistema de numeração, o que elas compreendiam a respeito das operações e porque eram resolvidas daquela forma, a relação com a escrita numérica e seus significados, entre outros. Através de entrevistas com crianças de cinco a oito anos, puderam recolher dados e analisá-los, elaborando afirmações a respeito do ensino e aprendizagem do sistema de numeração decimal.

Devido ao contato diário das crianças com os números, nas suas diferentes formas, Lerner e Sadovsky (1996, p. 74) acreditavam que, mesmo sem ter conceituado o sistema de numeração, as crianças já detectavam regularidades em relação à escrita numérica e seus valores de acordo com a posição do número, assim como, Nunes e Bryant (1997, p. 35), que em seus estudos, também afirmam

que as crianças aprendem algo sobre princípios matemáticos antes mesmo de ir para a escola.

Valendo-se disso, é possível, ao professor, utilizar estes conhecimentos prévios em atividades práticas em sala de aula, para que elas possam construir suas próprias noções numéricas, enriquecendo a aula e proporcionando maior interesse por parte dos alunos.

Lerner e Sadovsky (1996) nos mostram que ao utilizar os conhecimentos prévios da criança e permitir que ela compare os dados que obteve diferenciando a numeração escrita da falada, a criança percebe as contradições e procura estratégias para que a fala e a escrita dos números correspondam.

A partir do momento em que escreve o que foi dito e compara as duas coisas, tanto o que está no papel quanto a quantidade representada a criança percebe que os dados não correspondem, não possuem o mesmo significado.

Lerner e Sadovsky em suas pesquisas afirmam:

[...] mostramos que as crianças produzem e interpretam escritas convencionais muito antes de poder justificá-las apelando à lei do agrupamento recursivo; colocamos em evidência conceitualizações e estratégias que as crianças elaboram em relação à notação numérica. (LERNER; SADOVSKY, 1996, p.108)

Novamente, pode-se confrontar as pesquisas realizadas por Lerner e Sadovski (1996) e Nunes e Bryant (1997). Pois, Nunes e Bryant (1997), ao analisar entrevistas realizadas com crianças de 5 a 6 anos, perceberam que as crianças podem usar diferentes estratégias para contar, e que essa utilização vai depender, principalmente, da idade de cada uma delas. Crianças mais velhas tendem a usar estratégias que facilitem e economizem o cálculo, pois possuem maior noção sobre as regras do Sistema de Numeração Decimal se comparada a uma criança de 4 ou 5 anos.

Também, foi possível perceber que o uso da numeração falada auxiliou na diferenciação de dezenas, por exemplo, é mais fácil analisar 23 como sendo 20 e 3 do que analisar 13 como sendo 10 e 3.

A maneira como o Sistema de Numeração Decimal foi desenvolvida, a numeração escrita por extenso ou a numeração falada é modificada entre dez e

dezenove e a partir do vinte segue o padrão de ter sempre a dezena e depois a unidade, por exemplo: 35 – trinta e cinco. O que não acontece com o 12, por exemplo, em que a dezena não fica explícita, 12 – doze (dez + dois).

Esta mudança em nada facilita a compreensão dos alunos em identificar e diferenciar a dezena das unidades entre dez e vinte, prejudicando o aprendizado e as compreensões dos alunos sobre o valor posicional dos algarismos nesse caso.

Em relação ao valor posicional do Sistema de Numeração Decimal, podemos ressaltar que assim como Lerner e Sadovsky (1996), Nunes e Schlieman, citados por Nunes e Bryant (1997, p. 75) obtiveram em suas pesquisas resultados que demonstram a pouca compreensão das crianças em relação ao valor posicional, ao observarem que elas não escrevem os números de maneira compacta, mas representando as centenas e dezenas como ocorre na escrita falada.

A respeito do valor posicional do número, as pesquisas analisadas relatam que durante a comparação dos números a maioria das crianças sustentou que a posição do número garante qual é maior e qual é menor. Isso mostra, de acordo com Lerner e Sadovsky (1996, p.84) que as crianças já possuem um conhecimento a respeito da variação do número em função do lugar que ocupam. Porém não vinculam esse conhecimento ao fato de que o nosso sistema de numeração ocorre em agrupamentos de 10, por isso podemos compará-los.

Diversos estudos demonstram certo conhecimento em relação ao valor posicional numérico quando é necessário que se compare dois ou mais números. Lerner e Sadovsky (1996), em sua pesquisa mostram que, após analisar os números, muitas crianças começaram argumentar que um algarismo possui diversos valores ou é maior de acordo com a posição que ocupa, por exemplo: *o 3 em 31 vale 30, enquanto que o 2 em 25 vale 20, por isso que 31 é maior que 25!*

Declarck e Kamii (1986, p. 86) também observaram a confusão dos alunos em relação ao valor posicional, e afirmam que essas ocorrem devido, em parte, ao conhecimento que elas possuem a respeito da numeração falada.

Brandt, em seu artigo, também analisou as compreensões de crianças em relação ao valor posicional, durante as entrevistas pode observar que as crianças entendem a noção de todo e conseguem representar no papel. Porém, ao circular somente um objeto do número escrito, ela demonstra sua incapacidade de processar relações entre os dígitos das representações e a quantidade de fichas correspondentes. Da mesma maneira que já foi dito, ela observou que a criança

fragmentou a notação escrita estabelecendo um sentido para ela, não levando em conta as regras do sistema de numeração. Ou seja, elaborando estratégias que possam explicar seu raciocínio. (BRANDT, 2004. p. 7)

As crianças conhecem os números quando começam a compreender seu significado no cotidiano, as quantidades, maior e menor, nesta fase o mundo em que elas vivem é simples e concreto. Não se conhece algo que não se pode ver ou tocar. Quando chegam à escola, todas as impressões que elas têm a respeito do conhecimento numérico é revertida em lápis e papel, e as pesquisas feitas analisam essa metodologia utilizada em sala de aula, que muitas vezes não é suficiente para que o aluno compare, defina e dê significados e representações às suas compreensões.

A partir de todas as pesquisas realizadas com crianças e suas compreensões a respeito do Sistema de Numeração Decimal, foi possível perceber que elas encontram diversas dificuldades ao longo dos anos, prejudicando sua aprendizagem atual e dos anos seguintes. Para Brandt:

Isso evidencia a necessidade de aprofundar as investigações no ambiente escolar, no sentido de propor situações didáticas que possibilitem aos sujeitos estabelecer relação entre significante e significado, na perspectiva de conceitualizar o objeto em estudo. As situações didáticas devem levar em consideração os elementos constitutivos dos significantes e significados, bem como as relações que se estabelecem no interior dos sistemas significantes/significados e as possíveis representações para um mesmo objeto de estudo. (BRANDT, 2004. p. 12)

As primeiras compreensões a respeito do conceito, representação e significado dos números ocorre nos primeiros anos escolares. E já foi mostrado que a má compreensão do aluno a respeito do sistema de numeração decimal nos anos iniciais prejudica os anos seguintes, o aprendizado do cálculo, as regras, ou seja, os algoritmos quando ensinados a um aluno que não entende perfeitamente as propriedades do sistema de numeração decimal, faz com que os alunos saibam resolver de maneira técnica, porém sem compreenderem o que ocorre nos processos das operações realizadas. Portanto, como professores devemos analisar a prática em sala de aula para que seja possível sanar as dúvidas pertinentes ao

conteúdo e ainda formar alunos capazes de compreenderem e conhecerem o sistema de numeração decimal.

2.3 QUE RELAÇÕES OS AUTORES FAZEM COM O ENSINO DO SISTEMA DE NUMERAÇÃO DECIMAL NAS ESCOLAS?

Não é suficiente apenas debater sobre as dificuldades que os alunos têm com o Sistema de Numeração Decimal e o valor posicional dos algarismos. É preciso analisar como a escola ensina, quais são os métodos mais conhecidos e utilizados pelos professores, na perspectiva de docentes pesquisadores, que tem como objetivo sempre melhorar a prática em sala de aula.

Joseph e Kamii (2005) afirmam:

O “valor posicional” se refere ao conhecimento socioconvencional que, por exemplo, em 333, o primeiro 3 significa trezentos (três centenas), o segundo 3 significa trinta (três dezenas) e o terceiro 3 significa três (três unidades). O valor posicional é agora ensinado na primeira série e, subsequentemente, em todas as séries do ensino fundamental. Pesquisas demonstraram, contudo, que a maior parte das crianças até mais ou menos a quarta série pensa que o “1” em “16” significa *um*. (JOSEPH; KAMII, 2005. p. 21)

Deve-se a isso a importância de analisar os métodos de ensino do valor posicional e das demais propriedades do Sistema de Numeração Decimal, pois os conhecimentos obtidos nas séries iniciais do Ensino Fundamental serão utilizados em todas as séries posteriores. Os diversos autores que realizam pesquisas a respeito deste assunto analisam como ocorre o ensino do Sistema de Numeração Decimal e propõe ideias de metodologias a serem utilizadas em sala de aula.

Como ocorre o ensino da notação numérica em geral, de acordo com Lerner e Sadovsky (1996, p.113)

- Estabelecem-se metas definidas por série: na 1ª(2º ano) trabalha-se com números menores que 100, na 2ª(3º ano) com números menores que 1000 e assim sucessivamente. Só a partir da 5ª série (6º ano) manipula-se a numeração sem restrições;

- Uma vez ensinados os dígitos, se introduz a noção de dezena como conjunto resultante do agrupamento de dez unidades, e só depois apresenta-se formalmente para as crianças a escrita do número dez, que deve ser interpretada como representação do agrupamento (uma dezena, zero unidades). Utiliza-se o mesmo procedimento cada vez que se apresenta uma nova ordem.
- A explicação do valor posicional de cada algarismo em termos de “unidades”, “dezenas”, etc., para os números de determinado intervalo da série/ano considera-se requisito prévio para a resolução de operações nesse intervalo.
- Tenta-se “concretizar” a numeração escrita materializando o agrupamento em dezenas ou centenas.

A metodologia utilizada pela maioria dos professores ao ensinar operações nos anos iniciais são algoritmos, ou seja, regras básicas que o aluno deve seguir para se chegar ao resultado desejado. O fato é que quando a criança opera por meio de uma técnica ela esquece as propriedades numéricas que envolvem a operação a ser realizada, e automaticamente obtém seu resultado sem qualquer questionamento a respeito da maneira utilizada para fazê-lo.

O algoritmo de “transporte” utilizado para efetuar operações serve para “desensinar” o valor posicional, incentivando as crianças a pensarem sobre todo dígito como se fosse uma unidade. (JOSEPH; KAMII, 2005. p. 40).

Estas dificuldades são objeto de estudo de diversos pesquisadores, em que se busca compreender e propor maneiras de relacionar e consolidar os conhecimentos, para que os alunos possam ter melhor compreensão de nosso sistema de numeração e assim, progredir no ensino-aprendizagem de matemática na escola.

Os educadores no campo da matemática parecem acreditar que as crianças progridem do nível “concreto” dos objetos para o nível “semiconcreto” das gravuras e, então, para o nível “abstrato” dos numerais. Esses educadores parecem sugerir que esta é uma sequência de aprendizado, na qual a experiência, a cada nível facilita a aquisição do nível seguinte. (DECLARCK; KAMII, 1986, p. 83 – 84).

Por esses e outros motivos é que Declarck e Kamii (1986, p. 87 – 91) defendem a inconveniência de se ensinar valor posicional na 1ª série, pois primeiramente as crianças precisam consolidar o conhecimento a respeito dos numerais de zero a 9 e suas diversas representações e significados. A criança não pode criar a estrutura hierárquica da inclusão numérica antes da idade de 7-8 anos, que é quando o pensamento se torna irreversível.

Apesar de o aprendizado ocorrer de forma metódica e sistemática, mediante a repetição e prática, esse não é o melhor caminho para o ensino da matemática, pois a aritmética não é uma coleção de técnicas, assim como o aprendizado do valor posicional, que requer raciocínio e compreensão das propriedades do Sistema de Numeração Decimal. A matemática envolve raciocínio lógico, e este raciocínio não se desenvolve e nem pode ser aperfeiçoado através da prática. A noção de “dezenas e unidades” pode ser ensinada somente depois de as crianças terem construído as “unidades”. (DECLARCK; KAMII, 1986, p. 93)

Neste momento pode-se perceber a importância de consolidar os conhecimentos referentes aos conteúdos para então progredir de acordo com o programa, tanto o proposto pela escola, quanto o desenvolvido pelo professor. Assim, o processo de ensino-aprendizagem fica mais facilitado, permitindo aos alunos mais tempo para conhecer determinado assunto.

De acordo com Declarck e Kamii:

[...] a instrução prematura – seja com respeito ao valor posicional, seja com respeito a qualquer ponto do currículo, é danosa ao sentido de disciplina da criança. Com base no que já sabemos sobre desenvolvimento do pensamento das crianças deveríamos perguntar-nos se não seria melhor adiar o aprendizado de valor posicional até que a criança tenha, solidamente, construído séries de números (através da operação $+ 1$) [...](DECLARCK; KAMII, 1986, P. 97)

Pesquisas realizadas evidenciam as dificuldades que os professores enfrentam em elaborar aulas, atividades e propostas de ensino que permitam a manipulação de algoritmos convencionais para a realização de operações (BRANDT, 2002. p. 392). Estas dificuldades se devem, também, às dificuldades dos alunos, visto que suas compreensões a respeito do valor posicional prejudicam na realização das operações como adição, subtração, multiplicação e divisão.

A maneira que o professor tem de conduzir, elaborar suas aulas influencia demasiadamente as compreensões, reflexões dos alunos a partir do conteúdo ensinado. Se o professor age como um transmissor, apenas, o aluno não precisa elaborar estratégias para compreender o conteúdo, basta ouvi-lo. Mas, as pesquisas analisadas defendem a ideia de que o aluno precisa construir seus próprios conhecimentos a partir de concepções obtidas anteriormente. Permitir isso faz com

que o aluno valorize mais suas próprias reflexões, conclusões, acreditando sempre no seu potencial de aprendizagem.

Para Brandt (2002):

Os sujeitos devem sempre estar envolvidos em desafios cujas ações devem levá-lo a repensar ou refazer suas ideias para que professor possa perceber a organização mental subjacente às ações efetuadas. Se a ação é produtiva, ela vem sempre acompanhada de reflexão. (BRANDT, 2002. p. 396)

Diante disso, pode-se perceber que quando o aluno reflete sobre suas próprias estratégias, ele permite que o professor possa compreender o conhecimento que ele possui e possa analisar as dificuldades daquele aluno, suas limitações, compreensões, etc, podendo aprimorar sua prática docente em prol do melhor ensino aprendizagem para seus alunos.

2.4 DIFERENTES PERSPECTIVAS PARA O ENSINO DO SISTEMA DE NUMERAÇÃO DECIMAL

Muitos são os estudos a respeito das metodologias utilizadas pelos professores de matemática, diversas teorias, pesquisas são desenvolvidas com o propósito de auxiliar o professor em sala no momento de ensinar e dar continuidade no ensino do sistema de numeração decimal.

Alguns relatam sobre as maneiras que as crianças têm de compreender os conhecimentos na escola, muito se defende a utilização de diversos recursos didáticos, principalmente os materiais concretos. Porém, neste contexto, é necessário que o professor esteja preparado para trabalhar com a utilização deste material de maneira a auxiliar o aluno a fazer relações com os números, as quantidades e a escrita. Joseph e Kamii afirmam que:

Os educadores que trabalham com matemática geralmente não fazem a distinção entre abstração e representação, pensando que o uso de objetos concretos faz com que uma atividade se torne automaticamente concreta, e que uma atividade é necessariamente abstrata quando envolve números

escritos. Por este motivo é possível salientar sobre a importância de conhecer as compreensões dos alunos em relação às noções matemáticas já aprendidas, pois este conhecimento permite que o professor prepare suas aulas ou avalie o aluno ciente do aprendizado de cada um deles. (JOSEPH; KAMII, 2005. p. 24)

Joseph e Kamii (2005, p. 24) também citam a teoria de Piaget em relação aos níveis de conhecimento ou abstrações dos alunos. Elas afirmam que um aluno pode ou não identificar tal propriedade dependendo do seu nível de abstração construtiva, ou seja, até que ponto esse aluno pode construir relações a partir da situação proposta e assim desenvolver ideias, estratégias, conclusões, etc. A tarefa de conservação do número demonstra que os objetos concretos podem ser utilizados em um nível mais alto ou mais baixo de abstração. As crianças que não conseguem conservar não o fazem porque seu pensamento está em um nível baixo de abstração construtiva.

Além dessa dificuldade de abstração que alguns alunos apresentam, os professores enfrentam mais fatores que retardam e dificultam o aprendizado em sala de aula, dentre eles o fato de lecionar em turmas superlotadas com alunos com defasagem idade/série e ainda, com dificuldades de aprendizagem. Como o sistema de ensino “pede” salas de aula com mais de 25 alunos, devido à estrutura física, número de funcionários, entre outros, uma turma apenas apresenta variados níveis de abstrações, não permitindo que o professor e alunos possam prosseguir de maneira homogênea, sempre havendo conflitos entre o aprendizado de um e outro aluno.

Essa defasagem de aprendizado presente no sistema de ensino, acarretada pelos fatores já citados não permite que o professor possa unificar suas aulas, porém, como a escola segue um calendário e um programa, o professor precisa de um bom planejamento de maneira a suprir essas diferenças e promover o ensino-aprendizado a todos os alunos presentes na sala de aula.

É significativo que a compreensão dos alunos referente ao sistema de numeração decimal ocorre por meio de um processo de abstração a ser respeitado pelo professor. De modo que ele esteja ciente da importância em concretizar e consolidar o conhecimento para então progredir com os demais conteúdos.

Ou seja, as crianças contam objetos usando os números que construíram mentalmente e, se tiverem apenas unidades em mente só saberão contar usando

unidades. Só usarão as dezenas se as tiverem em suas mentes. (JOSEPH; KAMII, 2005. p.28)

Portanto, a melhor maneira de se obter um bom desempenho por parte dos alunos é respeitar suas concepções e também as dificuldades de cada um, buscando auxílio em salas de apoio, da família e dos demais recursos que a escola, atualmente, pode fornecer. A utilização da construção do conhecimento por meio de pesquisas, confecção de jogos, atividades de Investigação Matemática, discussão e contextualização do conteúdo só tem a facilitar o andamento da aula, para o professor, e uma melhor compreensão lógico-matemática para os alunos.

3 METODOLOGIA

Conhecer as compreensões dos alunos auxilia o professor na prática em sala de aula, e também, em sua prática pedagógica (planejamentos, avaliações, preparo de atividades diferenciadas, entre outros). Para que se possa conhecer algo, é necessário estudar, investigar sobre o assunto.

O principal objetivo deste trabalho é verificar compreensões a respeito do valor posicional no Sistema de Numeração Decimal de alunos de um 6º ano do Ensino Fundamental. Para tal, nos propomos a revisar o referencial teórico, identificando a perspectiva de diversos autores a respeito de estudos realizados a partir das compreensões de alunos sobre o Sistema de Numeração Decimal e suas propriedades bem como o que consideram sobre a prática docente do Sistema de Numeração Decimal: como é realizada, quais metodologias de ensino são indicadas, como contribuem para a aprendizagem do valor posicional, entre outras.

Também, para cumprir com os objetivos definidos neste trabalho, foi realizada uma pesquisa diagnóstica com 5 alunos de um 6º ano do Ensino Fundamental de um Colégio Estadual de Campo Largo, PR, sorteados dentre uma turma composta por 25 alunos.

Os instrumentos de pesquisa utilizados foram entrevistas individuais com os alunos sorteados. Todas as entrevistas foram gravadas (áudio e imagem), sendo que alguns episódios foram transcritos. Durante as entrevistas o objetivo foi identificar as compreensões manifestadas pelos alunos em relação ao valor posicional dos algarismos na escrita numérica e às propriedades do Sistema de Numeração Decimal.

As entrevistas foram realizadas em duas etapas:

a) Etapa1:

Situação-problema1

- Identificação do valor posicional do algarismo no número

Foi solicitado que o aluno contasse uma quantidade de fichas (28 fichas) e as escrevesse no papel. Após, o pesquisador cobriu o algarismo das dezenas e solicitou que o aluno retirasse das fichas já contadas, a quantidade de fichas que

correspondia o algarismo das unidades (algarismo 8), então o algarismo 8, das unidades, foi coberto e solicitado que o aluno separasse a quantidade de fichas correspondentes ao algarismo das dezenas (algarismo 2). (Conforme KAMII, 1980, 1982).

b) Etapa2:

Foi solicitado que o aluno resolvesse algumas situações-problemas que envolviam a compreensão e o conhecimento a respeito do valor posicional dos algarismos. A lista de situações-problemas entregue aos alunos entrevistados continha quatro situações-problema classificados em duas situações de acordo com o emprego do valor posicional nos numerais e a análise a ser realizada pelos alunos para resolvê-los. (Adaptado de: AGRANIONIH, 2008)

Situação-problema2

– Relações com agrupamentos a partir de uma escrita numérica

a) Trabalhamos numa loja de doces que empacota manualmente seus produtos. Ao final de um dia de trabalho restam empacotar quinze mil, duzentos e trinta e oito pirulitos. A loja possui embalagens de mil, cem e de dez doces. Como podemos empacotá-los usando as embalagens disponíveis?

b) Precisamos empacotar apenas as balas que correspondem ao algarismo 4, nos números abaixo. Quantas são?

4.560.398

104.005.900

93.078.040

12.470

Situação-problema3

– Relações com escritas numéricas a partir de agrupamentos pré-determinados

a) No estoque de nossa fábrica há duzentos e oitenta pacotes de mil balas, vinte e nove pacotes de cem balas e oito balas sem embalar. Quantas balas há no estoque? Escreva o número.

b) Espera-se que até amanhã a fábrica produza o suficiente para que no estoque haja cento e vinte pacotes de mil balas, novecentos pacotes de dez balas, e mil pacotes com cem balas para dar conta de uma venda. Quantas balas haverá no estoque? Escreva o número.

A análise dos dados priorizou identificar se os alunos compreendem o valor posicional dos algarismos nos numerais, assim como as estratégias utilizadas por eles durante a resolução das situações-problemas citadas acima.

Ou seja, os dados obtidos na pesquisa demonstram de que forma os alunos se utilizam dos conceitos já estudados para resolver situações-problemas que envolvem o valor posicional e de que forma esses conceitos ocorrem em cada uma das situações, permitindo verificar e identificar alunos que melhor compreendem o valor posicional.

4 APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS

Na situação problema 1, os alunos deveriam avaliar o valor posicional dos algarismos no número 28.

Todos os cinco alunos não identificaram o valor posicional do algarismo 2 em 28 na primeira abordagem. Após contra-argumentação, três alunos perceberam que o valor a ser separado deveria ser 20 fichas

Quadro 1- Resultados obtidos na situação-problema 1

Alunos	Conclusões
A1	Identifica o valor posicional do algarismo 8, separando 8 fichas Não identifica o valor posicional do algarismo 2, pois separa duas fichas. Após contraargumentação, separa 20 fichas.
A2	Identifica o valor posicional do algarismo 8, separando 8 fichas Não identifica o valor posicional do algarismo 2, pois separa duas fichas. Após contraargumentação do professor, não identifica o valor posicional do algarismo 2.
A3	Identifica o valor posicional do algarismo 8, separando 8 fichas Não identifica o valor posicional do algarismo 2, pois separa duas fichas. Após contraargumentação, separa 20 fichas.
A4	Identifica o valor posicional do algarismo 8, separando 8 fichas Não identifica o valor posicional do algarismo 2, pois separa duas fichas. Após contraargumentação, não identifica o valor posicional do algarismo 2.
A5	Identifica o valor posicional do algarismo 8, separando 8 fichas Não identifica o valor posicional do algarismo 2, pois separa duas fichas. Após contraargumentação, separa 20 fichas.

Fonte: dados da pesquisa

A2 e A4 não conseguiram identificar o valor posicional do algarismo 2. A2, quando questionado se havia separado as fichas corretamente, não soube argumentar o porquê assim o fez.

Pesquisador: Mas, o que vamos fazer com estas 18 fichas que sobraram?

Aluno: Apenas sobraram...

Pesquisador: Antes você havia contado 28 fichas, agora só tem 10 que você separou, o que você acha que aconteceu?

Aluno: (Silêncio)

Pesquisador: Tente novamente..

Aluno: (pensou por um tempo e começou a separar as fichas de dois em dois)

Pesquisador: Vamos refazer, vou repetir os passos (cobri novamente o algarismo 2 do 28, solicitei que separasse as fichas, ele separou 8. Cobri o algarismo 8 do 28, e disse pra esse aluno que o número 28 é um só, que se ele contou que havia 28 fichas, como poderia sobrar?) Ele ficou pensando e disse:

Aluno: Não sei fazer.

Fonte: Dados da Pesquisa

A4, quando questionado a respeito de sua resposta e porque ele fez daquela maneira respondeu que não estava certo, pois algumas fichas sobraram. Neste momento o aluno separou 9 fichas para as 8 que havia separado e outras 9 para as outras 2 fichas.

Pesquisador: Antes a gente tinha 8 fichas para representar o algarismo 8, agora temos 17.... o que você me diz?

Aluno: (Silêncio)

Pesquisador: Um colega seu, que já foi entrevistado, fez de uma maneira diferente da sua, separando vinte fichas para o algarismo 2 e oito fichas para o algarismo 8, você acha que a maneira dele está correta, mesmo sendo diferente da sua?

Após uns minutos de silêncio disse:

Aluno: Sim, porque o 2 está nas dezenas então é vinte!

Fonte: Dados da Pesquisa

A1, A3 e A5 se deram conta do valor de fichas a ser separado para o algarismo 2 após contra-argumentação do pesquisador.

A1, quando questionado se estava correto separar 8 fichas e depois 2 fichas, mesmo tendo sobrado 18 fichas, respondeu que não, pensou durante uns poucos minutos, percebeu o erro e então separou as fichas novamente, sendo: 8 fichas para o algarismo das unidades e 20 fichas para o algarismo das dezenas.

A3, quando questionado se havia separado as fichas corretamente disse que “achava” que sim.

Pesquisador: Você contou 28 fichas, das quais separou a quantidade que representa o 2 do 28 e o 8 do 28, mas sobraram fichas, o que você me diz?

Aluno: Que não deveriam sobrar?

O aluno pensou por um momento e então logo percebeu como deveria ter respondido e rearranjou as fichas separando vinte fichas para o algarismo 2 e oito fichas para o 8.

Fonte: Dados da Pesquisa

A5, quando questionado a respeito de sua resposta não conseguiu responder.

Pesquisador: Você havia contado 28 fichas e quando separou, algumas fichas sobraram, por quê?

Aluno: Porque elas são da parte que não foi contada do 2 e do 8.

Pesquisador: O que não foi contado do 8?

O aluno pensa um pouco e não responde.

Pesquisador: O que o algarismo 2 representa no número 28?

Aluno: O maior número!

Pesquisador: E quanto vale esse maior número?

Aluno: Vinte.

Pesquisador: Então quantas fichas você deve separar para representar o algarismo 2?

Aluno: Vinte fichinhas.

Fonte: Dados da Pesquisa

Os dados obtidos na pesquisa mostram que alguns alunos conseguiram realizar a atividade e que outros se aproximaram do resultado esperado. Ao entregar uma atividade ou situação-problema para que um aluno resolva, espera-se que ele utilize de suas compreensões e estratégias para solucioná-la. Logo, as soluções apresentadas pelos alunos ocorrem de diversas maneiras, dentre elas: acertar, errar ou não conseguir resolver, se aproximar de uma solução correta ou não.

Acertando ou não, ao confrontar seus conhecimentos o aluno acaba por aprender um novo conceito, ou estratégia que talvez ele ainda não tivesse pensado. Quando entrevistou alunos de cinco a oito anos, Lerner e Sadovsky perceberam que:

Ao aplicar uma atividade de comparação, foi possível perceber que algumas crianças realizam a atividade proposta sem o menor esforço, outras têm mais dificuldade. Porém, em qualquer caso, é certo que as crianças conseguirão obter certo aprendizado mediante as dúvidas surgidas, neste momento elas conflitam o que está sendo feito com o que já sabem e “produzem” novos conhecimentos. (LERNER, 1986. p. 121)

Confrontando-se os dados obtidos neste trabalho de pesquisa com dados apresentados pelas pesquisas revisadas nesse trabalho, é possível afirmar que alunos demonstram dificuldades em compreender o valor posicional e que esse não é um processo fácil. Tanto Lerner e Sadovsky quanto DeClarck e Kamii, realizaram suas pesquisas com alunos do Ensino Fundamental I, cinco a oito anos e encontraram resultados semelhantes aos que encontramos nessa pesquisa.

De acordo com o currículo escolar, o valor posicional é trabalhado com os alunos a partir do 1º ano, porém pesquisas realizadas mostram que nesta idade os alunos não construíram as estruturas necessárias para compreender o valor posicional de cada algarismo em um numeral.

Nos primeiros anos de vida e no início da escolarização, as crianças desenvolvem compreensões a respeito dos números através das relações que fazem com as situações vivenciadas que envolvem a matemática. Nesta fase elas apresentam ideias relacionadas a quantidades e utilização dos números no dia a dia.

Na escola, começam a trabalhar com as propriedades do Sistema de Numeração de maneira sistemática e muitas vezes distante do que já conhecem a esse respeito. Conforme vão desenvolvendo o senso numérico e habituando-se aos métodos escolares, as crianças também criam maneiras de representar esse senso numérico e se apropriam das notações convencionais utilizadas no cotidiano. (BRIZUELA, 2006, P.19)

Brizuela (2006, p. 21) também teve evidências a respeito das dificuldades demonstradas pelas crianças em pensar que o algarismo no lugar da dezena de um número representa o número de conjuntos de 10 objetos. Assim como os demais pesquisadores, ocorreu em suas pesquisas crianças disseram que o número 2 em 24 se refere a dois objetos de uma coleção.

A aprendizagem do sistema numérico envolve conhecer não apenas os números do Sistema de Numeração Decimal, mas, também, suas regras e propriedades. Esses conhecimentos são extremamente importantes para uma boa

compreensão do sistema de numeração utilizado, visto que serão necessários a cada ano que passa e a cada conhecimento adquirido.

O valor posicional constitui um aspecto essencial do nosso sistema numérico escrito. Ele é um aspecto que tem sido considerado uma das invenções e contribuições mais importantes ao sistema numérico. A complexidade, para as crianças, do aspecto do valor posicional em nosso sistema numérico foi reconhecida por professores do ensino fundamental e por pesquisadores da educação. (BRIZUELA, 2006, p. 36)

Ao analisar as demais situações-problema propostas aos alunos nesta pesquisa, é possível perceber dificuldades em utilizar outras propriedades do Sistema de Numeração.

Na situação-problema 2, item a, esperava-se que o aluno relacionasse a posição do algarismo no numeral a partir do seu valor relativo, lembrando que cada ordem corresponde a um algarismo com valor diferente. A situação-problema proposta foi:

Trabalhamos numa loja de doces que empacota manualmente seus produtos. Ao final de um dia de trabalho restam empacotar quinze mil, duzentos e trinta e oito pirulitos. A loja possui embalagens de mil, cem e de dez doces. Como podemos empacotá-los usando as embalagens disponíveis?

Após a leitura desta situação-problema com os alunos, foi solicitado que eles resolvessem da maneira que houvessem compreendido. Esperava-se que os alunos pudessem estabelecer as seguintes relações:

Quinze mil – 15×1000 , então 15 embalagens de 1000

Duzentos – 2×100 , então 2 embalagens de 100

Trinta – 3×10 , então 3 embalagens de 10

Se conseguissem encontrar esta relação poderiam “guardar nas embalagens” adequadas, de acordo com as quantidades que cabiam em cada uma.

Os alunos tiveram dificuldades em compreender o que devia ser feito nesta atividade, como é possível verificar no Quadro2:

Quadro 2 – Resultados obtidos na situação-problema 2

Alunos	Soluções
A1	<i>Dividir por mil, cem e dez Duzentos no pacotinho de dez; Mil e trinta e oito no pacotinho de cem; Quatorze mil no pacotinho de mil;</i>
A2	<i>Quinze na embalagem de mil Quinze na embalagem de cem Oito na embalagem de dez</i>
A3	<i>Quinze nos pacotes de mil Dois nos pacotes de cem Três nos pacotes de dez</i>
A4	<i>Duzentos em pacotes de cem Cinco mil em pacotes de mil</i>
A5	<i>Quinze embalagens de mil, duas embalagens de cem, três de dez</i>

Fonte: Dados da pesquisa

Os alunos que conseguiram realizar a atividade adequadamente foram A1, A3 e A5. As soluções apresentadas foram:

- O aluno A1 dividiu por dez, cem e mil. Assim concluiu que deveria guardar quinze mil nas embalagens de mil, duzentos nas embalagens de cem e trinta nas embalagens de dez;
- Os alunos A3 e A5 relacionaram as embalagens da maneira esperada, concluindo que iriam utilizar 15 embalagens de mil, 2 embalagens de cem e 3 embalagens de dez.

Os alunos que não conseguiram realizar a atividade adequadamente foram A2 e A4:

- O aluno A2 não realizou cálculos nem encontrou relações entre os dados apresentados e seu valor posicional.

- O aluno A4 relacionou a escrita numérica com a quantidade que cabia em cada embalagem. Sua solução se aproximou do que seria adequado às embalagens disponíveis na situação-problema, porém não fez as relações esperadas a esta situação-problema, pois não conseguiu “guardar” todos os doces.

No **item b** o aluno deveria identificar o valor posicional (relativo) do algarismo de acordo com a posição que ocupa nos numerais. A situação-problema era:

Precisamos empacotar apenas as balas que correspondem ao algarismo 4, nos números abaixo. Quantas são?

4.560.398

104.005.900

93.078.040

12.470

Em relação a esta atividade proposta, podemos apresentar os seguintes dados, como mostra o Quadro 3, resumidamente, as soluções apresentadas por cada aluno:

Quadro 3 - Resultados obtidos na situação-problema 3

Alunos	Soluções	
A1	Identificou corretamente o valor relativo do algarismo quatro em todos os números	
		<i>Valor posicional identificado pelo aluno</i>
	4. 560.398	quatro milhões
	104. 005. 900	quatro milhões
	93.078.040	quarenta
	12. 470	quatrocentos
A2	Identificou o valor do algarismo 4 em três números; não identificou o valor relativo em um número:	
		<i>Valor posicional identificado pelo aluno</i>
	4. 560.398	4 milhões
	104. 005. 900	quatro mil

	93.078.040	quarenta
	12. 470	quatrocentos
A3	Identificou o valor do algarismo 4 em três números; não identificou o valor relativo em um número:	
		<i>Valor posicional identificado pelo aluno</i>
	4. 560.398 – 4. 000. 000	Quatro milhões
	104. 005. 900	Quatrocentos milhões
	93.078.040	quarenta
	12. 470	quatrocentos
A4	Identificou o valor do algarismo 4 em três números; não identificou o valor relativo em um número:	
		<i>Valor posicional identificado pelo aluno</i>
	4. 560.398	4 milhões
	104. 005. 900	4 mil
	93.078.040	40
	12. 470	400
A5	Identificou o valor do algarismo 4 em três números; não identificou o valor relativo em um número:	
		<i>Valor posicional identificado pelo aluno</i>
	4.560.398	4 milhões
	104.005.900	4 milhões
	93.078.040	4 décimos
	12.470	4 centos

Fonte: Dados da pesquisa

Apenas o aluno A1 identificou corretamente o valor posicional em todos os numerais.

Os erros ocorreram na maioria no numeral **104. 005. 900**. Para este número ocorreram respostas como: *quatrocentos mil e quatro mil*. No caso do exemplo o algarismo 4 está na ordem “unidades de milhão”, logo seu valor relativo corresponde a **quatro milhões**.

A5 fez confusões com outros conhecimentos ao escrever sua resposta com 4 décimos ao invés de 40, porém sua resposta demonstra que relaciona o valor do algarismo nessa posição com grupos de 10, mas confunde dezenas com décimos.

Na situação-problema 3, item a o aluno deveria reproduzir o número a partir do valor relativo de cada algarismo, relacionando com a posição ocupada.

No estoque de nossa fábrica há duzentos e oitenta pacotes de mil balas, vinte e nove pacotes de cem balas e oito balas sem embalar. Quantas balas há no estoque? Escreva o número.

No item a, a partir dos valores fornecidos o aluno deveria produzir a escrita numérica correspondente ao número total de balas. A resposta esperada envolveria compor o número, dessa forma:

Duzentos e oitenta pacotes de mil balas: $280 \times 1000 = 280.000$

Vinte e nove pacotes de cem balas : $29 \times 100 = 2\,900$

Oito balas: $8 \times 1 = 8$

$280\,000 + 2\,900 + 8 = 282.908$ balas

Nenhum dos alunos entrevistados respondeu corretamente esta situação. Mas é possível realizar uma análise com as respostas que mais se aproximam da solução correta. O quadro a seguir apresenta a solução de cada aluno neste caso.

Quadro 4 – Resultados obtidos na situação-problema 2, item a.

Alunos	Soluções
A1	$280 \times 1000 = 28000 + 2900 = 30900$ Trinta mil e novecentos
A2	Fez cálculos aleatórios e obteve como resultado 7 109.
A3	$280\,000 + 290 + 8 = 280\,298$
A4	29 100 1 419 Este aluno não justificou suas respostas, simplesmente colocou esses valores sem realizar cálculos na folha e quando questionado, respondeu que achava que estava certo e que não queria mudar ou refazer.
A5	$200\,080 \times 1000 = 200\,080\,000$

Fonte: Dados da pesquisa

Para solucionar o **item b** esperava-se que os alunos utilizassem a mesma estratégia do exercício anterior, identificar os valores e reproduzir o número.

Espera-se que até amanhã a fábrica produza o suficiente para que no estoque haja cento e vinte pacotes de mil balas, novecentos pacotes de dez balas, e mil pacotes com cem balas para dar conta de uma venda. Quantas balas haverá no estoque? Escreva o número.

Novamente, nenhum aluno conseguiu resolver corretamente esta atividade, e também é possível analisar suas respostas a partir de questões que apresentem soluções que mais se aproximam da correta. O quadro abaixo apresenta a solução realizada pelos alunos.

Quadro 5 – Resultados obtidos na situação-problema 5

Alunos	Conclusões
A1	$1200 + 9000 + 1000 = 11\ 200$
A2	$20\ 000 + 100\ 000 + 19\ 000 = 139\ 000$
A3	$120\ 000 + 900 + 1000 = 121\ 900$
A4	$21\ 910$
A5	$20 \times 1000 = 20\ 000$ $90 \times 10 = 900$ $100 \times 1000 = 1\ 000\ 000$ $20\ 000 + 900 + 1\ 000\ 000 = 1\ 020\ 900$

Fonte: Dados da pesquisa

As situações-problema apresentadas acima juntamente com as soluções realizadas pelos alunos permitem verificar suas compreensões a respeito do valor posicional dos algarismos.

Os quadros nos permitem verificar de que maneira os alunos se aproximaram das soluções esperadas para cada situação, assim como, demonstram que eles tiveram dificuldades em resolvê-las e em compreender cada uma.

De acordo com Declarck e Kamii (1986, p. 87 – 91), a criança não pode criar a estrutura hierárquica da inclusão numérica antes da idade de 7- 8 anos, que é quando o pensamento se torna irreversível. Além disso, as crianças só compreendem dezenas se conseguirem construir mentalmente as unidades assim como as centenas e assim por diante.

Analisando os dados já apresentados e considerando que foram obtidos a partir da resolução de situações-problema com alunos do 6º ano, pode-se dizer que o esperado era que compreendessem o valor posicional dos algarismos nos numerais.

Porém, os resultados obtidos demonstram que os alunos não compreendem o valor posicional, demonstrando dificuldades em construir relações conceituais esperadas para estas situações-problema.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nesta pesquisa tínhamos por objetivo verificar as compreensões de alunos do 6º ano do Ensino Fundamental em relação ao valor posicional dos algarismos. Identificando e estudando as hipóteses manifestadas pelos alunos na resolução de situações-problemas.

Para realizar a análise dos dados obtidos foram utilizadas referências de diversos autores, pesquisadores que investigaram a compreensão do valor posicional em crianças no Ensino Fundamental I. Em suas pesquisas estes autores se depararam com alunos que demonstravam dificuldades em apresentar soluções para questões a respeito do valor posicional.

Durante esta pesquisa, também nos deparamos com tais dificuldades. Alguns alunos não apresentaram as soluções esperadas para cada situação-problema proposta. Estes alunos elaboravam hipóteses a respeito das relações obtidas através de seus conhecimentos do Sistema de Numeração Decimal. Porém, poucos alunos apresentaram soluções próximas do esperado devido à série/ano ou idade. Enfatizando que, neste caso, os alunos entrevistados cursavam o 6º ano do Ensino Fundamental, uma faixa etária maior em relação às pesquisas já citadas.

As situações-problemas propostas aos alunos relacionam o valor posicional em suas diferentes aplicações, ou seja, em cada situação o aluno deveria estabelecer diversas relações entre quantidades e escrita numérica, podendo identificar o valor posicional solicitado em cada uma.

Na Situação-problema 1 todos os alunos identificaram o valor posicional do algarismo das unidades, 8 fichas. Quando solicitados que identificassem o valor do algarismo das dezenas, nenhum aluno separou as fichas corretamente. Após contra-argumentação três alunos separaram corretamente as fichas para o algarismo das dezenas (20 fichas). Os outros dois não identificaram o valor posicional do algarismo, mesmo após contra-argumentação.

Alguns autores também se depararam com situações semelhantes em suas pesquisas, em que os alunos identificavam o valor posicional do algarismo das unidades, porém demonstravam dificuldades em identificar o valor posicional do algarismo das dezenas.

A situação-problema 2 era composta de dois itens que estabeleciam relações com agrupamentos a partir de uma escrita numérica. No item a, apenas três alunos

apresentaram soluções próximas do esperado. Já no item b, um aluno identificou o valor posicional em todos os numerais apresentados, os outros quatro alunos não identificaram o valor posicional em apenas um algarismo.

Um fato curioso é que todos eles não identificaram o valor posicional no mesmo número: 104.005.900. A resposta esperada para esse número era que o algarismo 4 vale quatro milhões, diferentemente das soluções apresentadas pelos alunos: quatro mil, quatrocentos mil e quatrocentos milhões.

Os itens da situação-problema 3 estabeleciam relações com escritas numéricas a partir de agrupamentos pré-determinados. Esperava-se que os alunos estabelecessem relações com as quantidades pré-determinadas escrevendo o número a que elas correspondiam. Na situação-problema 3 não houve soluções corretas, porém foram analisadas de maneira a identificar as que apresentavam relações mais próximas do que era esperado.

Dentre as soluções apresentadas no item a, dois alunos apresentaram cálculos que estabeleciam relações entre os números e as escritas numéricas, aproximando-se de uma solução correta. Os outros três alunos realizaram cálculos aleatórios sem qualquer relação com a situação proposta.

No item b, dentre as soluções apresentadas, apenas três alunos apresentaram soluções que se aproximavam do esperado estabelecendo relações entre as quantidades e os números através de seus cálculos.

Ao realizar esta pesquisa, solicitando que os cinco alunos entrevistados solucionassem as situações-problemas propostas, esperava-se que compreendessem melhor as relações entre escritas numéricas e agrupamentos, bem como sobre o valor posicional dos algarismos nos numerais por estarem cursando o 6º ano. Porém, o resultado não correspondeu ao esperado, os dados obtidos na pesquisa demonstram que os alunos ainda têm muitas dificuldades em relação às propriedades do sistema de numeração.

No desenvolvimento e conclusão desta pesquisa pode-se perceber que mesmo após tantas pesquisas e anos de estudo, ainda é possível identificar certa dificuldade de alunos em relação ao Sistema de Numeração Decimal. Espera-se que cada pesquisa realizada ao longo dos anos sirva de instrumento para novos pesquisadores e estudiosos da Educação Matemática que se propõem a investigar o que as crianças conhecem, suas capacidades, habilidades e como estão se desenvolvendo na escola e que esses resultados possam chegar até a sala de aula,

contribuindo com a prática pedagógica dos professores e com a aprendizagem da matemática.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AGRANIONI, Neila T. **Escritas numéricas de milhares e valor posicional: Concepções iniciais de alunos de 2ª série**. 2008. 218 f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2008.

BRANDT, Célia; VIZOLII, Idemar. **Compreensões do valor posicional do Sistema de Numeração Decimal: Significantes e Significados**. Disponível em :http://www.portalanpedsul.com.br/2004/?link=eixos&acao=buscar_trabalhos. Acesso em 30/07/2013

BRANDT, Célia. Desenvolvimento histórico do Sistema de Numeração Decimal e do processo de aprendizagem a partir das recentes concepções matemático-didáticas: erro e obstáculo epistemológico. **Revista Contrapontos**. Itajaí, SC, volume 2, fascículo 3, pág. 389 a 409. Setembro a Dezembro, 2002.

BRIZUELA, Bárbara. **Desenvolvimento Matemático na Criança**. Porto Alegre: Artmed, 2006.

BRYANT, Peter; NUNES, Terezinha. **Crianças fazendo matemática**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

DECLARK, Georgia; KAMII, Constance. **Reinventando a Aritmética**: Implicações da Teoria de Piaget. São Paulo: Papirus, 1986.

IFRAH, George. **Os Números: história de uma grande invenção**. 8ª ed. São Paulo: Globo. 1996.

JOSEPH, Linda Leslie; KAMII, Constance. Valor posicional: Como de aprende e desaprende In: _____. **Crianças pequenas continuam reinventando a aritmética**. Porto Alegre: Artmed, 2005, pág. 21 – 40

LERNER, Delia; SADOVSKY, Patricia. O Sistema de Numeração: um problema didático. In: PARRA, Cecília; SAIZ, Irmã. **Didática da Matemática**. Artes Médicas Sul, 1996. Pág. 74 – 151.

