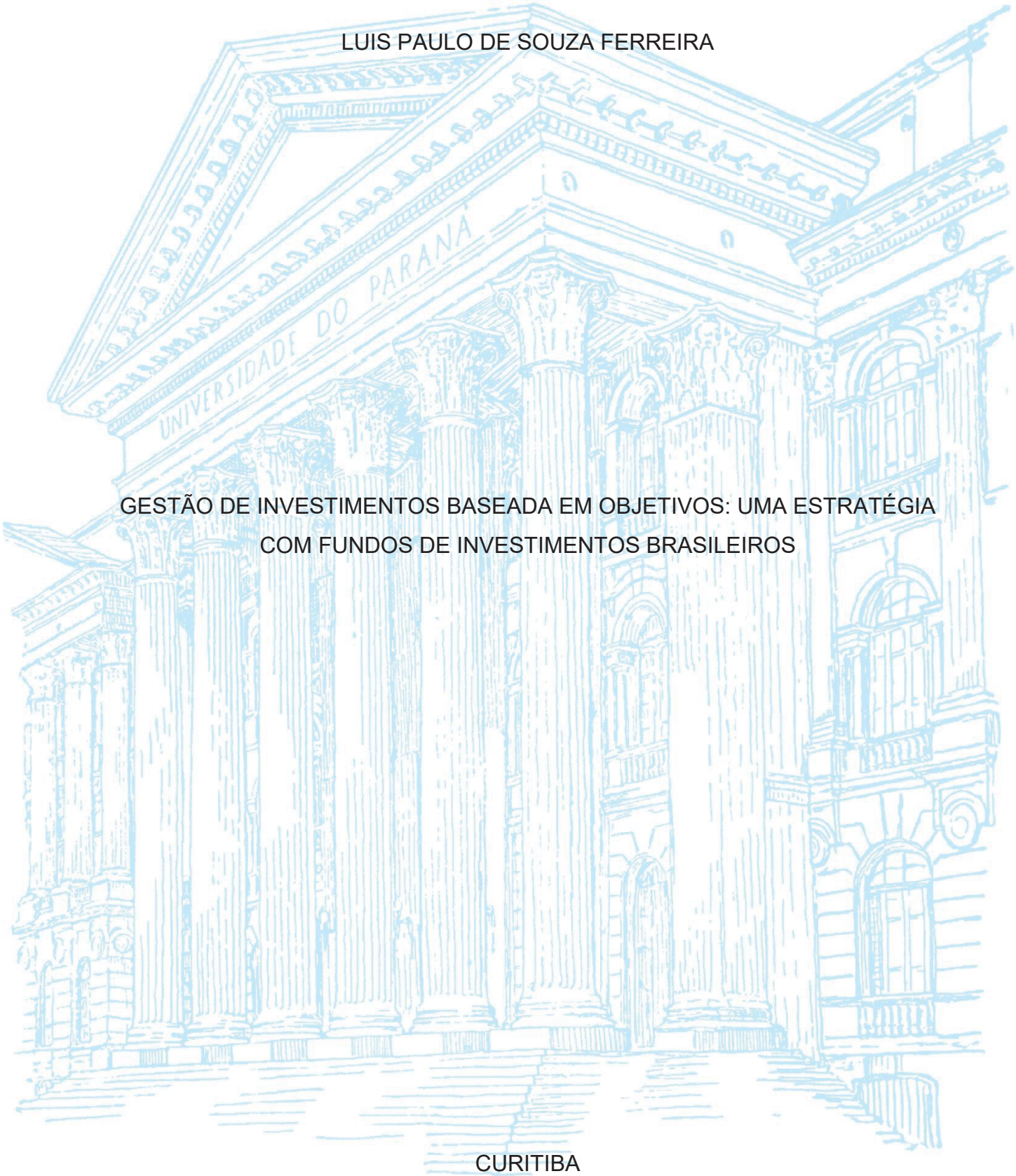
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

LUIS PAULO DE SOUZA FERREIRA



GESTÃO DE INVESTIMENTOS BASEADA EM OBJETIVOS: UMA ESTRATÉGIA COM FUNDOS DE INVESTIMENTOS BRASILEIROS

CURITIBA

2023

LUIS PAULO DE SOUZA FERREIRA

GESTÃO DE INVESTIMENTOS BASEADA EM OBJETIVOS: UMA ESTRATÉGIA COM FUNDOS DE INVESTIMENTOS BRASILEIROS

Dissertação apresentada ao curso de Pós-Graduação em Gestão de Organizações, Liderança e Decisão (PPGOLD), Setor de Ciências Sociais Aplicadas, Universidade Federal do Paraná (UFPR), como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Administração.

Orientador: Prof. Dr. José Roberto Frega

CURITIBA

2023

DADOS INTERNACIONAIS DE CATALOGAÇÃO NA PUBLICAÇÃO (CIP)
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
SISTEMA DE BIBLIOTECAS – BIBLIOTECA DE CIÊNCIAS SOCIAIS APLICADAS

Ferreira, Luis Paulo de Souza
Gestão de investimentos baseada em objetivos : uma estratégia com fundos de investimentos brasileiros / Luis Paulo de Souza Ferreira. – Curitiba, 2023.
1 recurso on-line : PDF.

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Paraná, Setor de Ciências Sociais Aplicadas, Programa de Pós-Graduação em Gestão de Organizações, Liderança e Decisão.
Orientador: Prof. Dr. José Roberto Frega.

1. Investimentos bancários. 2. Fundos de investimentos. 3. Otimização de portfólios. I. Frega, José Roberto. II. Universidade Federal do Paraná. Programa de Pós-Graduação em Gestão de Organizações, Liderança e Decisão. III. Título.

Bibliotecária: Maria Lidiane Herculano Graciosa CRB-9/2008

TERMO DE APROVAÇÃO

Os membros da Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação GESTÃO DE ORGANIZAÇÕES, LIDERANÇA E DECISÃO da Universidade Federal do Paraná foram convocados para realizar a arguição da Dissertação de Mestrado de **LUIS PAULO DE SOUZA FERREIRA** intitulada: **GESTÃO DE INVESTIMENTOS BASEADA EM OBJETIVOS: UMA ESTRÁTEGIA COM FUNDOS DE INVESTIMENTOS BRASILEIROS**, sob orientação do Prof. Dr. JOSÉ ROBERTO FREGA, que após terem inquirido o aluno e realizada a avaliação do trabalho, são de parecer pela sua APROVAÇÃO no rito de defesa.
A outorga do título de mestre está sujeita à homologação pelo colegiado, ao atendimento de todas as indicações e correções solicitadas pela banca e ao pleno atendimento das demandas regimentais do Programa de Pós-Graduação.

CURITIBA, 03 de Julho de 2023.

Assinatura Eletrônica
07/07/2023 09:15:58.0
JOSÉ ROBERTO FREGA
Presidente da Banca Examinadora

Assinatura Eletrônica
06/07/2023 20:57:55.0
ADALTO ACIR ALTHAUS JUNIOR
Avaliador Interno (UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ)

Assinatura Eletrônica
06/07/2023 14:31:25.0
VAGNER ALVES ARANTES
Avaliador Externo (40001016)

Documento assinado eletronicamente de acordo com o disposto na legislação federal Decreto 8539 de 08 de outubro de 2015.
Gerado e autenticado pelo SIGA-UFPR, com a seguinte identificação única: 297196
Para autenticar este documento/assinatura, acesse https://siga.ufpr.br/siga/visitante/autenticacaoassinaturas.jsp e insira o codigo 297196

Dedico este trabalho à minha família que sempre me apoiou em todas as situações. Em especial, à minha mãe Olga, que muito me inspira na busca de conhecimento. E à minha querida esposa Lisiane, que me deu forças e me guiou ao longo deste trabalho.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus pela oportunidade de ingressar no mestrado e pela força nos momentos difíceis.

À minha amada esposa Ma. Lisiane Ferreira, pela paciência, compreensão e apoio, que foram fundamentais para a conclusão deste mestrado.

À minha querida mãe, Prof.ª Dr.ª Olga Souza, cuja brilhante carreira é um exemplo para mim.

Ao meu amigo Me. Markos Oliveira por todos os conhecimentos compartilhados no decorrer deste trabalho.

Aos professores do PPGOLD, por todos os ensinamentos e considerações. Em especial ao meu orientador Prof. Dr. José Roberto Frega, pela confiança e autonomia depositada em mim.

RESUMO

A gestão de investimentos baseada em objetivos é um método para criação e manutenção de portfólios de investimentos que visa maximizar a probabilidade de atingir objetivos financeiros. Essa abordagem estimula o uso de linguagem clara entre investidores e assessores financeiros e auxilia na redução dos impactos dos vieses cognitivos nas decisões de investimento. O presente trabalho desenvolve em linguagem de programação Python uma estratégia fundamentada na gestão baseada em objetivos para a sugestão de carteiras compostas por fundos de investimentos brasileiros, levando-se em consideração as restrições de investimento mínimo, prazo máximo para liquidação de resgate e número mínimo de cotistas. Avalia-se a eficácia e a performance das soluções geradas pela estratégia por meio de testes com séries históricas em diferentes cenários e observa-se quatro medidas de desempenho ajustadas ao risco, assim como o montante acumulado corrigido pela inflação e demais variáveis relativas aos portfólios sugeridos e ao mercado. Os resultados obtidos indicam bons desempenhos ajustados ao risco, baixos níveis de volatilidade anualizada e baixas correlações com o mercado. Ademais, dentre os benefícios da gestão de investimentos baseada em objetivos, os resultados demonstram uma gestão ativa do risco ao longo do tempo em função da diferença entre a riqueza acumulada e a riqueza pretendida.

Palavras-chave: otimização de portfólios de investimentos; gestão de investimentos baseada em objetivos; teoria do portfólio comportamental.

ABSTRACT

Goals-based wealth management is a method for creating and maintaining investment portfolios that aims to maximize the probability of achieving financial goals. This approach encourages the use of clear language among investors and financial advisors and it helps to reduce the impacts of cognitive biases on investment decisions. The present work develops in Python programming language a strategy centered on the goals-based wealth management for the suggestion of portfolios composed of Brazilian investment funds considering the restrictions of minimum investment, liquidity, and minimum number of investors. The effectiveness and performance of the solutions generated by the strategy are evaluated through backtesting in different scenarios and the observation of four risk-adjusted performance measures as well as the accumulated wealth corrected by inflation and other variables related to the suggested portfolios and to the market. The results obtained indicate good risk-adjusted performances, low levels of annualized volatility and low correlation with the market. Furthermore, among the benefits of objective-based investment management, the results show an active risk management over time as a function of the difference between accumulated wealth and the goal wealth.

Keywords: investment portfolio optimization; goals-based wealth management; behavioral portfolio theory.

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 – EQUIVALÊNCIA ENTRE A FRONTEIRA EFICIENTE DE MARKOWITZ E OS PORTFÓLIOS POR CONTABILIDADES MENTAIS.....20
FIGURA 2 – FRONTEIRA EFICIENTE E MODELO ESTÁTICO PARA GESTÃO DE INVESTIMENTOS BASEADA EM OBJETIVOS.....24
FIGURA 3 - GRADE DE RIQUEZA E PROBABILIDADES DE TRANSIÇÃO.....29
FIGURA 4 - ETAPAS PARA DEFINIÇÃO DE UM PORTFÓLIO DE INVESTIMENTOS PARA UM OBJETIVO.....37
FIGURA 5 - TESTES COM SÉRIES HISTÓRICAS 41
FIGURA 6 - GRUPOS DE FUNDOS NO PRIMEIRO ANO DO CENÁRIO BASE 43
FIGURA 7 - AGRUPAMENTO HIERÁRQUICO DE FUNDOS PARA O PRIMEIRO ANO DO CENÁRIO BASE CONSTRUÍDA COM BASE NO COEFICIENTE DE CORRELAÇÃO DE SPEARMAN E NO MÉTODO DE AGRUPAMENTO DE WARD 44
FIGURA 8 - RETORNO E VOLATILIDADE HISTÓRICOS ANUALIZADOS DOS FUNDOS NO PRIMEIRO ANO DO CENÁRIO BASE 44
FIGURA 9 - GBWM COM GRUPOS DE FUNDOS PARA O PRIMEIRO ANO DO CENÁRIO BASE 45
FIGURA 10 – CARTEIRA DE *CLUSTERS* PARA O PRIMEIRO ANO DO CENÁRIO BASE 46
FIGURA 11 - GBWM COM FUNDOS SELECIONADOS PARA O PRIMEIRO ANO DO CENÁRIO BASE.....46
FIGURA 12 - EVOLUÇÃO DA RIQUEZA ACUMULADA E ALMEJADA PARA O CENÁRIO BASE 49
FIGURA 13 - RETORNO ACUMULADO NO CENÁRIO BASE.....53
FIGURA 14 - RETORNO ACUMULADO NO CENÁRIO ALTERNATIVO A 58
FIGURA 15 - RETORNO ACUMULADO NO CENÁRIO ALTERNATIVO B 62
FIGURA 16 - COMPOSIÇÕES DAS CARTEIRAS NO CENÁRIO ALTERNATIVO B2 63
FIGURA 17 - RETORNO ACUMULADO NO CENÁRIO ALTERNATIVO B2 65

LISTA DE QUADROS

QUADRO 1 - DADOS DO CENÁRIO BASE.....42

LISTA DE TABELAS

TABELA 1 – CARTEIRA ÓTIMA E CARTEIRA FACTÍVEL PARA O PRIMEIRO ANO DO CENÁRIO BASE 47
TABELA 2 - INDICADORES ANUAIS DO CENÁRIO BASE 48
TABELA 3 - COMPOSIÇÕES DAS CARTEIRAS NO CENÁRIO BASE 50
TABELA 4 - INDICADORES DO CENÁRIO BASE AO FINAL DE QUATRO ANOS 54
TABELA 5 - COMPOSIÇÕES DAS CARTEIRAS NO CENÁRIO ALTERNATIVO A 56
TABELA 6 - INDICADORES ANUAIS DO CENÁRIO ALTERNATIVO A 57
TABELA 7 - INDICADORES DO CENÁRIO ALTERNATIVO A AO FINAL DE QUATRO ANOS 57
TABELA 8 - COMPOSIÇÕES DAS CARTEIRAS NO CENÁRIO ALTERNATIVO B 59
TABELA 9 - INDICADORES ANUAIS DO CENÁRIO ALTERNATIVO B 60
TABELA 10 - INDICADORES DO CENÁRIO ALTERNATIVO B AO FINAL DE QUATRO ANOS 61
TABELA 11 - INDICADORES ANUAIS DO CENÁRIO ALTERNATIVO B2 64
TABELA 12 - INDICADORES DO CENÁRIO ALTERNATIVO B2 AO FINAL DE QUATRO ANOS 65

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO 12
1.1 PROBLEMA DE PESQUISA 13
1.2 OBJETIVOS 13
1.3 JUSTIFICATIVA 13
1.4 LIMITAÇÕES DA PESQUISA 15
1.5 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO 16
2 REVISÃO DE LITERATURA 17
2.1 TEORIA DO PORTÓLIO 17
2.2 OTIMIZAÇÃO DE PORTFÓLIOS POR CONTABILIDADES MENTAIS 19
2.3 MODELO ESTÁTICO PARA GESTÃO DE INVESTIMENTOS BASEADA EM OBJETIVOS 21
2.4 MODELO DINÂMICO PARA GESTÃO DE INVESTIMENTOS BASEADA EM OBJETIVOS 25
2.5 ESTIMATIVA DE RETORNOS ESPERADOS 29
3 METODOLOGIA 31
3.1 IMPLEMENTAÇÃO DE UM ALGORITMO PARA A METODOLOGIA GBWM 31
3.2 OBTENÇÃO E TRATAMENTO DE DADOS DE FUNDOS 34
3.3 ESTRATÉGIA PARA SELEÇÃO E ALOCAÇÃO DE ATIVOS 35
3.4 AVALIAÇÃO DOS CENÁRIOS HIPOTÉTICOS 39
4 RESULTADOS E ANÁLISES 42
4.1 CENÁRIO BASE 42
4.2 CENÁRIO ALTERNATIVO A – INCLUSÃO DE FUNDOS PARA INVESTIDORES QUALIFICADOS 55
4.3 CENÁRIO ALTERNATIVO B – ALTERAÇÃO DAS RESTRIÇÕES AO RISCO 58
4.4 CENÁRIO ALTERNATIVO B2 – INCREMENTO DO MONTANTE ALMEJADO CONSIDERANDO AS ALTERAÇÃO DAS RESTRIÇÕES AO RISCO 62
5 CONCLUSÃO E RECOMENDAÇÕES 66
REFERÊNCIAS 68

1 INTRODUÇÃO

O planejamento financeiro individual ou familiar ocorre dentro de contextos particulares de maneira inter-relacionada com diversos outros planejamentos, como planos profissionais, projetos pessoais, metas de consumo e eventuais aspirações subjetivas. Conforme indicado por Nevins (2004), Statman (2008), Brunel (2011) e Chang, Young e Diaz (2018), nesses contextos particulares, os indivíduos apresentam padrões de comportamento nos quais a riqueza possui diversas formas e a aplicação da Teoria de Portfólio Clássica encontra dificuldades.

Conforme conceituado por Das, Ostrov, Radhakrishnan e Srivastav (2018), a gestão de investimentos baseada em objetivos (*goals-based wealth management* - GBWM) é a gestão de portfólios de investimentos pessoais com o intuito de atingir objetivos financeiros específicos. Essa metodologia é uma implementação dos conceitos de finanças comportamentais apresentados por Shefrin e Statman (2000) na Teoria do Portfólio Comportamental em consonância com a Teoria das Contabilidades Mentais proposta por Thaler (1999).

Segundo Brunel (2011), a definição de um nível aceitável de variância para um determinado retorno esperado não é uma tarefa trivial e não ocorre de forma intuitiva a partir das aspirações individuais. À exemplo disso, observa-se no “Raio X do Investidor Brasileiro, 6ª edição” elaborado pela Associação Brasileira das Entidades dos Mercados Financeiro e de Capitais (ANBIMA, 2023) que 26% dos entrevistados alocam recursos na caderneta de poupança enquanto somente 1% investem em títulos públicos.

Ou seja, mesmo a caderneta de poupança tendo um retorno atrelado à taxa básica de juros e, portanto, um nível de risco similar aos títulos públicos atrelados à essa mesma taxa básica, ainda assim ela atrai um número maior de investidores. Ademais, a publicação da ANBIMA (2023) mostra que investidores brasileiros efetuam suas aplicações almejando objetivos específicos, sendo que 30% dos entrevistados investem para comprar um imóvel, 21% buscam investimentos para manter reserva de emergência, 11% almejam a aquisição de um automóvel, 10% investem para aposentadoria e 10% guardam dinheiro para empreender.

Dentre os benefícios da metodologia de investimentos por objetivos, Das, Ostrov, Radhakrishnan e Srivastav (2020) destacam o impacto positivo na comunicação entre investidores, instituições financeiras e profissionais do mercado.

Isso ocorre devido a aconselhamentos individualizados com uma linguagem mais clara e compreensível para os investidores.

Essa comunicação centrada no cliente revela-se importante, uma vez que, segundo o “Raio X do Investidor, 4ª edição” (ANBIMA, 2021), 60,5% dos investidores brasileiros entrevistados não souberam identificar o principal fator determinante na escolha dos ativos investidos, ainda que 60,1% deles buscassem aconselhamentos com gerentes de bancos ou assessores de investimentos.

1.1 PROBLEMA DE PESQUISA

Diante deste contexto, o presente trabalho aborda o seguinte problema de pesquisa: **“em quais fundos de investimento um investidor deve investir seu montante disponível para atingir uma meta específica?”**.

1.2 OBJETIVOS

O objetivo principal desta dissertação é a adaptação da estratégia proposta por Das *et al*. (2020) para a sugestão de uma carteira composta por fundos de investimentos brasileiros para uma meta financeira específica.

Para se alcançar o objetivo principal dessa pesquisa, propõe-se os seguintes objetivos específicos:

- Implementar as equações do método GBWM proposto por Das *et al*. (2020) em linguagem de programação Python.
- Obter e tratar os dados de fundos de investimentos brasileiros do Portal Dados Abertos CVM (CVM, 2023).
- Definir uma estratégia para seleção e alocação de ativos dentre os fundos de investimentos brasileiros.
- Avaliar a eficácia e a performance das soluções propostas pela estratégia por meio de testes com dados históricos de mercado.

1.3 JUSTIFICATIVA

Conforme indicado no Raio X do Investidor (ANBIMA, 2021; ANBIMA, 2023), os investidores brasileiros possuem objetivos financeiros específicos. Porém, essas

publicações mostram que o número de investidores que alocam recursos em produtos financeiros como fundos de investimentos, títulos públicos, títulos privados, e ações é relativamente baixa quando comparada à caderneta de poupança.

Ademais, nota-se também uma tendência expoente no mercado de personalização de carteiras de investimentos conforme os objetivos dos investidores. A exemplo disso, tem-se: a organização de investimentos por objetivos proposta pela corretora Warren[1] e as “Caixinhas de Investimentos” da *fintech* Nubank[2].

O presente trabalho se mostra relevante ao apresentar uma adaptação de uma metodologia que auxilia os investidores a tomarem melhores decisões diante da difícil tarefa de alocação de recursos financeiros com base em suas metas pessoais. Para tanto, utiliza-se o método de investimentos baseado em objetivos de Das *et al*. (2020) para definir uma carteira eficiente no instante inicial que maximize a probabilidade de atingir um objetivo financeiro ao longo do prazo de investimento proposto.

Os ativos que compõem a fronteira eficiente podem ser selecionados com diversos critérios. Segundo Das *et al*. (2018), alguns assessores de investimentos preferem trabalhar com um pequeno número de ativos, enquanto outros analisam um grande universo de ativos. Da mesma forma, alguns assessores estimam retornos esperados, desvios-padrão e correlações por meio de dados históricos enquanto outros combinam dados históricos com projeções.

Nos resultados apresentados por Das *et al*. (2020), os autores utilizam os dados históricos de apenas três fundos de índice americanos no período de 20 anos entre janeiro de 1998 e dezembro de 2017. Os fundos escolhidos foram: Vanguard Total Bond Market II Index Fund Investor Shares (VTBIX), Vanguard Total International Stock Index Fund Investor Shares (VGTSX), e Vanguard Total Stock Market Index Fund Investor Shares (VTSMX).

Por outro lado, o presente trabalho realiza uma aplicação da metodologia de gestão de investimentos baseada em objetivo com um universo maior ativos, sendo 346 fundos no cenário base. Para tanto, utiliza-se dados históricos de fundos de investimentos brasileiros entre os anos de 2013 e 2022, disponibilizados abertamente por meio da ferramenta Portal Dados Abertos CVM (CVM, 2023).

---

[1] Warren Corretora de Títulos e Valores Mobiliários e Câmbio Ltda - https://warren.com.br/
[2] Nu Pagamentos S.A - https://blog.nubank.com.br/caixinhas-do-nubank/

Porém, à medida que o número de ativos aumenta, surge um problema: os erros de estimação na matriz de covariância também aumentam (Ledoit e Wolf, 2004; De Nard, 2020). Com isso, as carteiras obtidas por meio da otimização clássica de Markowitz (1952) se tornam instáveis e sensíveis a pequenas mudanças nas variáveis de entrada (DeMiguel, Garlappi & Uppal, 2007).

Para solucionar esse problema, adota-se inicialmente filtros que representam as preferências do investidor quanto à liquidez, número de cotistas, e público-alvo dos fundos. Além disso, observa-se também as restrições de investimento mínimo e de prazo máximo para liquidação de resgate de cada fundo de investimento conforme os dados disponíveis no Portal Dados Abertos CVM (CVM, 2023). Em seguida, aplica-se o método de agrupamento hierárquico (*hierarchical clustering)* de fundos semelhantes em conjunto com a metodologia de estimativa da matriz de covariância por meio do fator de redução de Ledoit e Wolf (2004).

Os resultados obtidos indicam que, embora o montante almejado corrigido pela inflação não tenha sido alcançado nos cenários analisados, foram obtidos bons desempenhos ajustados ao risco, baixos níveis de volatilidade anualizada em comparação com índice de mercado e baixas correlações com esse índice. Ademais, dentre os benefícios da gestão de investimentos baseada em objetivos, os resultados demonstram uma gestão ativa do risco ao longo do tempo em função da diferença entre a riqueza acumulada e a riqueza pretendida.

1.4 LIMITAÇÕES DA PESQUISA

Com relação às limitações da pesquisa, é importante salientar que as carteiras sugeridas são compostas exclusivamente por fundos de investimentos brasileiros das classes Fundos de Renda Fixa, Fundos Multimercado, Fundos Cambiais, Fundos de Ações e Fundos Mútuo de Privatização (FMP). Porém, devido a uma limitação técnica de processamento dos dados, optou-se por reduzir o escopo dos ativos e, portanto, foram desconsideradas as demais classes de fundos como Fundos de Aposentadoria, Fundos de Investimentos Imobiliários, e Fundos de Investimentos em Direitos Creditórios, dentre outros.

Adicionalmente, como o foco da metodologia baseada em objetivos é a gestão do portfólio de investimentos pessoais, excluiu-se da amostra todos os fundos cujo

público-alvo seja investidores profissionais. Ou seja, analisa-se apenas fundos acessíveis ao público geral ou a investidores qualificados.

Dessa forma, as carteiras propostas não investem diretamente em ativos como ações e títulos de dívidas, mas sim em cotas de fundos. Ademais, é importante destacar que os custos, como taxas de administração e performance, bem como a incidência de impostos em aplicações em fundos de investimentos não são abordados neste trabalho. Porém, a estratégia desenvolvida pode ser expandida para abranger um número maior de ativos e o impacto dos custos de investimento sobre os retornos dos ativos.

1.5 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

A estrutura proposta para esta dissertação é a seguinte:

Capítulo 1 - Apresentação do tema abordado, dos objetivos, da justificativa, bem como da estrutura da dissertação.

Capítulo 2 - Revisão de literatura e fundamentação teórica.

Capítulo 3 - Apresentação dos dados e da metodologia utilizada.

Capítulo 4 - Resultados e análise da pesquisa.

Capítulo 5 - Considerações finais e sugestões para trabalhos futuros.

2 REVISÃO DE LITERATURA

2.1 TEORIA DO PORTÓLIO

A Teoria do Portfólio, proposta inicialmente por Markowitz (1952), se tornou a referência fundamental para a gestão de carteiras de investimentos. Conforme essa teoria, a alocação de recursos financeiros em um portfólio de investimentos tem como objetivo identificar um conjunto de ativos que otimize a relação entre risco e retorno ao longo do tempo.

A escolha desse conjunto de ativos se fundamenta nos conceitos estatísticos de covariância e correlação entre os retornos históricos dos ativos. O retorno da carteira é calculado por meio da média ponderada dos retornos esperados dos títulos que a compõem, entretanto, o risco da carteira depende não somente da variância dos retornos dos ativos individualmente, mas também das correlações entre todos os ativos (Markowitz,1952). Sendo assim, uma carteira eficiente deve maximizar o retorno esperado para um determinado nível de risco ou minimizar o risco do conjunto para um retorno esperado.

A partir dessas considerações, diferentes carteiras podem ser elaboradas para perfis de risco distintos, caracterizando assim o que Markowitz (1952) denominou de fronteira eficiente. Diversos trabalhos complementaram a Teoria do Portfólio, como a descrição detalhada da racionalidade dos investidores apresentada por Miller e Modigliani (1961), o modelo de precificação *Capital Asset Pricing Model* (CAPM), estruturado por Sharpe (1964) e a Hipótese do Mercado Eficiente de Fama (1965).

Por fim, todos esses estudos levaram à Teoria Moderna das Finanças, que, conforme resumido por Statman (2008), se baseia em quatro pilares: os investidores são racionais e avessos ao risco; os mercados são eficientes; os portfólios devem ser criados com base na otimização da relação risco/retorno; e os retornos esperados são definidos em função somente do risco.

Logo, a forma clássica de gestão de portfólios considera que as pessoas compreendem o dilema entre risco e retorno e sabem como resolvê-lo utilizando informações apropriadas. Porém, investidores estão sujeitos a uma série de fatores emocionais e comportamentais que comprometem a criação de carteiras eficientes.

A exemplo disso, tem-se o “efeito disposição” sugerido por Shefrin e Statman (1985), que caracteriza a relutância em vender ativos não lucrativos como a

combinação dos vieses cognitivos de enquadramento defeituoso (*faulty framing*) e de retrospectiva *hindsight bia*) com o sentimento de arrependimento. De forma complementar, Kent, Hirshleifer e Hong Teoh (2002) conceituam o “fenômeno de manada”, segundo o qual os indivíduos seguem emocionalmente os movimentos de mercado em momentos de estresse, como de crises financeiras.

Além disso, Das, Markowtiz, Scheid e Statman (2010) sugerem que uma investidora pode ser altamente avessa ao risco para um investimento que visa a sua aposentadoria, porém mais tolerante ao risco para uma meta de educação universitária dos filhos. Por essa razão, apesar de lógica e prática, a Teoria do Portfólio não auxilia os investidores a definirem o melhor conjunto de ativos para se atingir uma meta financeira em particular (Das *et al*., 2010).

A criação de portfólios para objetivos é um dos pontos centrais da Teoria do Portfólio Comportamental de Shefrin e Statman (2000), que indica que investidores não consideram o seu portfólio como um todo. Ao invés disso, eles concebem subcarteiras associadas a objetivos e, por meio de contabilidades mentais, determinam preferências de risco e retornos para cada uma delas. De maneira complementar, Statman (2008) aborda a figura do “investidor normal”, em oposição ao “investidor racional”, que afetado por vieses e emoções, é motivado por aspirações e não por aversão ao risco.

A abordagem de criação de portfólios para objetivos financeiros é aprofundada por Das, Ostrov, Radhakrishnan e Srivastav (2018) com uma melhor estruturação da gestão de investimentos baseada em objetivos. Segundo estes autores, a metodologia *goals-based* deve incorporar tanto a visão tradicional do risco como variância, quanto a visão do risco como a probabilidade de não se atingir um objetivo financeiro.

Dessa maneira, cada combinação risco e retorno da fronteira eficiente corresponde a um portfólio com uma probabilidade de atingir um objetivo específico. Uma consequência importante da junção dessas duas noções de risco é que um portfólio com menor variância não necessariamente resulta em um portfólio mais seguro sob o ponto de vista da conquista de um objetivo.

Na sequência, Das *et al*. (2020) propõem um modelo de gestão de investimentos baseada em objetivos que, além de otimizar a relação entre risco e retorno, também engloba aportes ou retiradas periódicos de valores. Ademais, o

modelo dinâmico considera balanceamentos da carteira em simultâneo com os aportes.

2.2 OTIMIZAÇÃO DE PORTFÓLIOS POR CONTABILIDADES MENTAIS

Em um dos trabalhos iniciais que estruturam a GBWM, Das *et al*. (2010) exploram a aplicação de contabilidades mentais para a separação de carteiras de investimentos em subportfólios. Os autores propõem um modelo para a criação de portfólios de investimentos para objetivos específicos e mostram que os resultados obtidos são consistentes com as carteiras eficientes de Markowitz (1952).

Considerando-se um portfólio de investimentos composto por n ativos, com os seus respectivos pesos representados pelo vetor $\omega \in \mathbb{R}^n$ e os seus respectivos retornos esperados simbolizados pelo vetor $\mu \in \mathbb{R}^n$, o retorno esperado do portfólio é definido como $E = \omega'\mu$. Dessa forma, a função objetivo do modelo de Markowitz (1952) consiste na minimização da variância do portfólio, definida por $\sigma^2 = \omega'\Sigma\omega$, para cada E, sendo $\Sigma \in \mathbb{R}^{nxn}$ a matriz de covariância entre os retornos dos ativos.

Sob essa perspectiva, a fronteira eficiente é construída variando-se o valor de E, dentro do intervalo de retornos esperados de todos os ativos, e calculando-se ponto a ponto o vetor ω que resulte em uma variância mínima σ^2. Unindo-se todos os pontos (E, σ^2), a curva resultante no plano risco/retorno é a fronteira de eficiência (Markowitz, 1952).

Por outro lado, Das *et al*. (2010) estruturam uma função objetivo que busca maximizar o retorno esperado do portfólio E a partir das variáveis de entrada definidas para um objetivo financeiro. Para tanto, o objetivo precisa ser claramente definido pelo montante financeiro inicial (P_0), o montante final almejado (P_t) e o prazo do investimento em anos (T). Dados esses valores de entrada, tem-se um limite mínimo (H) para o retorno percentual anual esperado definido pela equação (2.1):

$$H = (P_t/P_0)^{1/T} - 1. \tag{2.1}$$

A função de maximização de Das *et al*. (2010) está sujeita à restrição de que a probabilidade de o portfólio não atingir o limite mínimo de retorno H seja menor que um valor $\alpha \in \mathbb{Q}$. Dessa forma, para construir a fronteira eficiente sob o ponto de vista das contabilidades mentais, fixa-se o limite mínimo H e varia-se o valor da

probabilidade α, dentro do intervalo $[0,1]$, calculando-se ponto a ponto o vetor ω que resulte em um retorno E máximo.

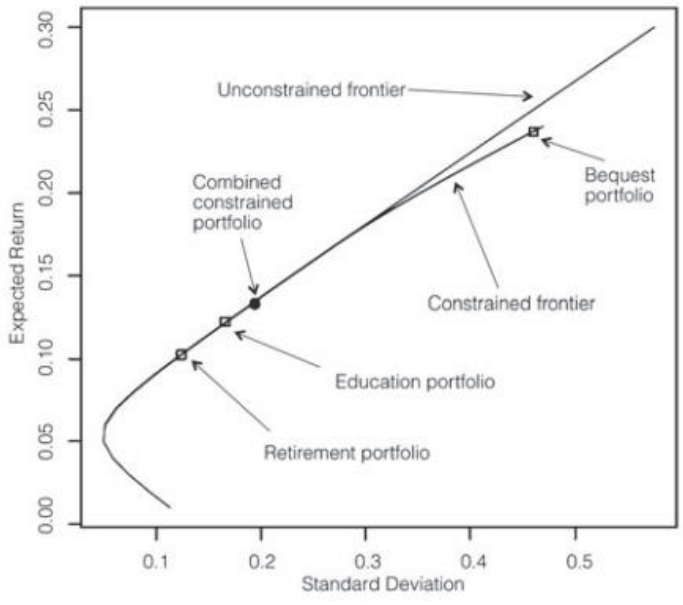
Com isso, para cada H, tem-se uma curva no plano risco/retorno que relaciona retornos esperados E máximos às suas respectivas probabilidades de sucesso α. Assumindo-se que todo o montante inicial P_0 seja investido ($\omega' 1 = 1$) e que não há restrições de venda a descoberto, há uma equivalência entre as funções objetivo de Markowitz (1952) e de Das *et al*. (2010).

A primeira consequência dessa equivalência é que cada portfólio ótimo construído sob o ponto de vista das contabilidades mentais se encontra na fronteira eficiente de Markowitz. A segunda consequência é que a combinação de múltiplos portfólios desse tipo também são eficientes, conforme ilustrado pela FIGURA 1 (Das *et al*., 2010; Sharpe, Alexander & Bailey, 1999).

A terceira consequência é que a restrição da probabilidade α aplicada por de Das *et al*. (2010) à função de maximização corresponde a um coeficiente implícito de aversão ao risco γ na otimização de Markowitz (1952). Dessa forma, a compensação entre risco e retorno das contabilidades mentais incorpora uma restrição de *value-at-risk* (VaR), ou seja, uma estimativa de perda máxima em potencial.

Ao se adicionar uma restrição de venda a descoberto, há uma perda de eficiência na otimização por contabilidades mentais, como mostrado na FIGURA 1. Porém, Das *et al*. (2010) demonstram que o impacto não é significativo.

FIGURA 1 – EQUIVALÊNCIA ENTRE A FRONTEIRA EFICIENTE DE MARKOWITZ E OS PORTFÓLIOS POR CONTABILIDADES MENTAIS



FONTE: Das *et al.* (2010).

2.3 MODELO ESTÁTICO PARA GESTÃO DE INVESTIMENTOS BASEADA EM OBJETIVOS

Posteriormente, Das *et al*. (2018), expandem o modelo de contabilidades mentais elaborado por Das *et al*. (2010) e estruturam um modelo de GBWM mais robusto e focado na experiência do investidor e na sua comunicação com consultores financeiros. Esse modelo, descrito futuramente como modelo estático por Das *et al*. (2020), não engloba movimentações financeiras como aportes ou retiradas e balanceamento de carteira ao longo do período de investimento.

Por meio do modelo de GBWM estático, os investidores podem se beneficiar não apenas de aconselhamentos individualizados, mas também de ver explicitamente os efeitos das suas escolhas nos seus investimentos. Por essa razão, Das *et al*. (2018) destacam que esse modelo proporciona uma experiência mais intuitiva, transparente e compreensível para os investidores, tanto na configuração inicial de seu investimento, quanto nas tomadas de decisões posteriores à medida que as condições do mercado evoluem.

Os benefícios descritos por Das *et al*. (2018) decorrem de uma comunicação centrada no cliente que se inicia com a definição por parte do investidor de seis informações básicas e de fácil entendimento para pessoas que não são do mercado financeiro: prazo de investimento (t); riqueza inicial disponível ($W(0)$); riqueza final esperada ($W(t)$); probabilidade desejada para se atingir a riqueza final ($\Phi(z_0)$); montante mínimo aceitável pelo investidor (riqueza do limiar de perda); e a probabilidade do limiar de perda, ou seja, a chance de ter uma riqueza final maior ou igual a o limiar de perda.

Conforme a Teoria do Prospecto de Kahneman e Tversky (1979), as pessoas adotam como referencial um nível de retorno esperado para os seus investimentos e demonstram diferentes níveis de aversão ao risco caso o retorno aferido esteja abaixo ou acima desse referencial. Das *et al*. (2018) sugerem dois pontos de referência para as contabilidades mentais dos investidores: a riqueza final esperada (para ganhos) e a riqueza do limiar de perda (para perdas). Esses dois pontos referenciais são fundamentais para as tomadas de decisões posteriores à medida que as condições do mercado se alteram.

Na metodologia baseada em objetivo, os investidores são sempre orientados a investir em uma carteira que esteja na fronteira eficiente. Dessa forma, Das *et al*.

(2018) relacionam a variância σ^2, e o retorno esperado, μ, de uma carteira composta por n ativos de modo a criar uma Fronteira Eficiente por meio da equação (2.2), que delimita uma curva sobre o plano risco-retorno, sendo as constantes a, b e c definidas pelo vetor dos retornos esperados $\omega \in \mathbb{R}^n$, pelo vetor unitário, $o \in \mathbb{R}^n$, e pela matriz de covariância, $\Sigma \in \mathbb{R}^{nxn}$, da seguinte maneira: $a = v^T \Sigma v;\ b = 2u^T \Sigma v;$ c $= u^T \Sigma u$:

$$\sigma^2 = a\mu^2 + b\mu + c. \tag{2.2}$$

Os vetores u e v são definidos por: $u = \frac{l\Sigma^{-1}o - k\Sigma^{-1}\omega}{lp - k^2}$; $v = \frac{p\Sigma^{-1}\omega - k\Sigma^{-1}o}{lp - k^2}$. E os escalares k, l e p calculados da seguinte forma: $k = \omega^T\Sigma^{-1}o$; $l = \omega^T\Sigma^{-1}\omega$; $p = o^T\Sigma^{-1}o$.

É importante ressaltar que Das *et al*. (2018), utilizam a matriz de covariância amostral construída com base nos retornos históricos dos três fundos de índice analisados. Entretanto, Ledoit e Wolf (2004), assim como De Nard (2020) afirmam que, quando o número de ativos se torna muito grande em comparação com a quantidade de observações de retornos históricos, a matriz de covariância amostral é expressivamente afetada por erros de estimação. Nesses casos, recomenda-se o uso de um fator de redução (*shrinkage estimator*) na matriz de covariância.

Uma vez construída a fronteira de eficiência relativa a todos os n ativos eleitos para alocação, deve-se selecionar os pontos na fronteira que satisfaçam o objetivo financeiro do investidor. Ou seja, pontos que estejam na fronteira eficiente e que possibilitem o crescimento da riqueza inicial $W(0)$ ao longo do tempo t até atingir no mínimo uma riqueza final $W(t)$ com uma probabilidade desejada.

Para tanto, é preciso limitar uma região do plano risco-retorno que atenda às restrições estabelecidas pelo objetivo do investidor. Para determinar essa região, Das *et al*. (2018) propõem estimar valores futuros de riqueza por meio do modelo de Movimento Browniano Geométrico, cuja equação é apresentada na equação (2.3):

$$\widehat{W}(t) = W(0)e^{[(\mu - \frac{\sigma^2}{2})t + \sigma\sqrt{t}\,z]} \tag{2.3}$$

sendo z a variável aleatória.

Considerando-se a função de distribuição cumulativa para uma variável aleatória $\Phi(z)$, ao se determinar uma probabilidade para o objetivo financeiro $\Phi(z_0)$, tem-se o valor z_0 relativo à riqueza final $W(t)$. Dessa forma, a partir da reorganização dos termos da equação 2.3, tem-se uma parábola no plano risco-retorno definida pela

equação 2.4 e denominada Região do Objetivo (*Goal Region*). Qualquer portfólio sobre ou acima dessa parábola atende à meta do investidor:

$$\mu = \frac{1}{2}\sigma^2 + \frac{z_0}{\sqrt{t}}\sigma + \frac{1}{t}\ln\frac{\widetilde{W}(t)}{W(0)}. \quad (2.4)$$

Além de ser um portfólio eficiente e estar dentro da Região do Objetivo, no modelo de Das *et al*. (2018) é preciso também que o portfólio sugerido atenda à restrição do Limiar de Perda (*Loss Threshold*). Ou seja, deve-se respeitar uma probabilidade definida pelo investidor de que a riqueza final seja maior ou igual a um montante mínimo aceitável por ele.

O Limiar de Perda é, portanto, um valor menor do que a riqueza final $W(t)$. Porém, pode ser menor, igual ou até mesmo maior que a riqueza inicial $W(0)$. Já a probabilidade de se respeitar esse limiar deve ser maior do que a probabilidade definida para o objetivo em questão, porém, Das *et al*. (2018) não recomendam valores superiores a 99%.

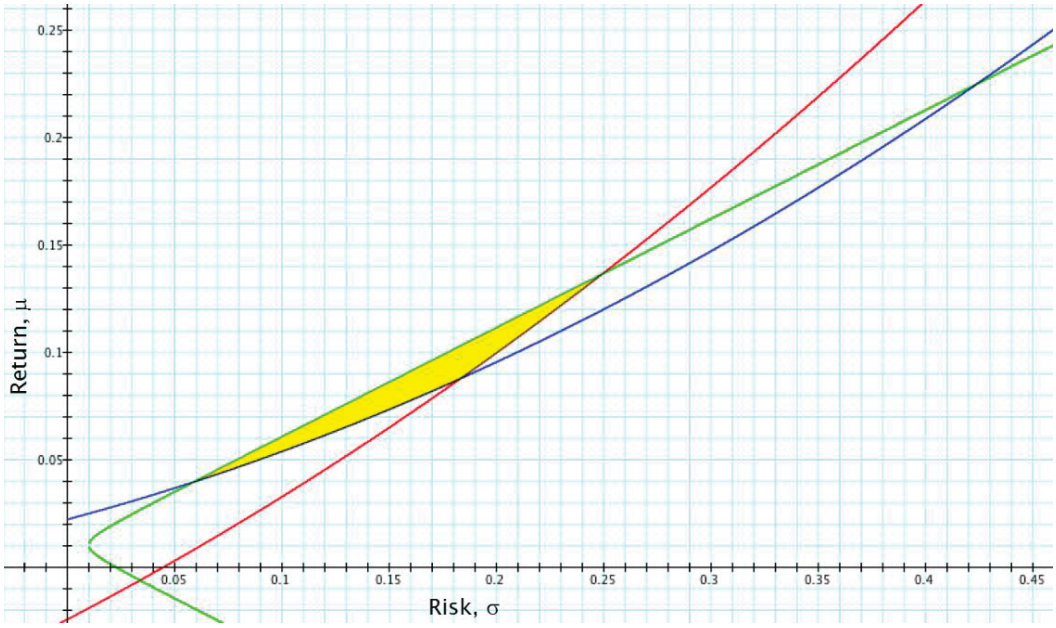
Geometricamente, o Limiar de Perda também é uma parábola no plano risco-retorno delimitada conforme a equação (2.4), porém, substitui-se a riqueza final pelo valor mínimo aceitável e considera-se um valor de z tal que $\Phi(z)$ seja igual à probabilidade de perda especificada.

Levando-se em consideração que o objetivo definido pelo investidor é factível, ou seja, pode ser atingido por meio das carteiras existentes na fronteira eficiente, Das *et al*. (2018) consideram essa situação como um "estado bom". Nessa condição, ao se traçar a Região do Objetivo, a Fronteira Eficiente e o Limiar de Perda sobre o plano risco-retorno, delimita-se uma região de portfólios possíveis, conforme indicado na FIGURA 2 na cor amarela.

Nesse "estado bom", Das *et al*. (2018) indica que o investidor pode optar por três prioridades. A primeira opção é otimizar a probabilidade de atingir a riqueza final especificada ao alocar os recursos na carteira definida pela interseção da Região do Objetivo (curva azul na FIGURA 2) com a Fronteira Eficiente (curva verde na FIGURA 2). Ou seja, escolhe-se o ponto na fronteira com menor risco (variância) e menor retorno esperado.

Uma segunda opção seria maximizar a riqueza final esperada enquanto se respeita a probabilidade definida. Para isso, o ponto escolhido é determinado pela interseção entre Fronteira Eficiente e o Limiar de Perda (curva vermelha na FIGURA 2). Logo, seleciona-se a opção com maior risco e maior retorno esperado.

FIGURA 2 – FRONTEIRA EFICIENTE E MODELO ESTÁTICO PARA GESTÃO DE INVESTIMENTOS BASEADA EM OBJETIVOS



FONTE: Das et al. (2018).
LEGENDA: A união entre a Fronteira Eficiente (curva verde), a Região do Objetivo (curva azul) e o Limiar de Perda (curva vermelha) delimitam a região de Portfólios Possíveis (área amarela).

A última opção consiste em preferir um meio-termo entre as duas opções anteriores, optando-se por uma carteira cujo risco seja a média das outras duas opções. Nesse caso, seleciona-se o ponto na Fronteira Eficiente que esteja exatamente no meio das duas interseções citadas anteriormente.

Caso o mercado financeiro não evolua conforme esperado e o portfólio proposto apresente uma baixa performance, tem-se um "estado ruim". Neste estado o investidor tem também três opções para tomada de decisão: maximizar a probabilidade de atingir o valor final do objetivo; maximizar a probabilidade de não violar a restrição de baixo desempenho definida pelo Limiar de Perda; ou, novamente, um meio termo entre as duas opções anteriores Das *et al*. (2018).

Portanto, o resultado entregue pelo modelo de Das *et al*. (2018) são pontos na fronteira eficiente que satisfazem o objetivo e as prioridades estabelecidas pelo investidor. A combinação de ativos e seus respectivos pesos que correspondem a esses pontos específicos é determinada por meio do modelo de Markowitz (1952).

2.4 MODELO DINÂMICO PARA GESTÃO DE INVESTIMENTOS BASEADA EM OBJETIVOS

Das *et al*. (2020) propõem um modelo dinâmico de GBWM que, além de otimizar a relação risco/retorno, também engloba aportes ou retiradas periódicos de valores. Além disso, juntamente com as movimentações periódicas, o modelo dinâmico também considera balanceamentos da carteira, podendo ser anuais ou com frequências maiores, como semestrais, bimestrais ou até mesmo mensais.

O modelo dinâmico de GBWM estabelece uma alocação inicial na fronteira eficiente que maximize a probabilidade do valor final acumulado $W(T)$ atingir uma meta financeira G ao longo de um prazo de investimento T, conforme a função objetivo apresentada na equação (2.5):

$$\max_{\{A(0),A(1),\ldots,A(T-1))\}} p(W(T) \geq G), \tag{2.5}$$

onde:

$A(t)$ = alocações possíveis dentre os ativos disponíveis para o investidor a cada instante de tempo discreto entre 0 e $T-1$;

$p(W(t) \geq G)$ = probabilidade em função da riqueza acumulada a cada instante.

Dentre os pontos principais desse modelo, destaca-se que há uma maximização tanto do valor utilitário esperado ao longo do tempo quanto da utilidade esperada da riqueza final, conforme as alocações possíveis. Isso ocorre porque à medida que os mercados oscilam ao longo do prazo de investimento, o portfólio é reequilibrado de modo que a probabilidade de atingir a riqueza alvo continue sendo a mais alta possível.

Similarmente às opções propostas por Das *et al*. (2018) para o "estado bom" e o "estado ruim" de um portfólio, quando a carteira está longe de sua meta, o risco é aumentado. Por outro lado, quando a carteira está com desempenho superior ao previsto, o risco é reduzido. Dessa forma, o modelo dinâmico de GBWM depende tanto do horizonte de tempo e das alocações possíveis quanto do estado da riqueza a cada instante.

Os estados da riqueza são definidos por meio de um espaço de estados discreto no qual cada instante de tempo possui diversos valores de riqueza indexados por $i \in \mathbb{Z} \,/\, 0 \leq i \leq i_{max}$. Portanto, cria-se uma "grade de riqueza" (*wealth grid*) que

abrange todas as riquezas possíveis de serem atingidas com alta probabilidade em um instante de tempo, conforme ilustrado pela FIGURA 3.

A cada instante, o menor ponto da grade de riqueza corresponde ao menor valor de riqueza possível em função da alocação no instante anterior, $W_0(t) = W_{min}(t)$. E o maior ponto da grade representa a maior riqueza possível em função da alocação anterior, ou seja $W_{i_{max}}(t) = W_{max}(t)$. O valor de i_{max} determina a quantidade de pontos entre a riqueza mínima e a máxima. Das et al. (2020) utilizam 326 pontos, porém, pode-se definir um número arbitrariamente de forma que não seja pequeno a ponto de levar a imprecisões e nem muito grande para causar lentidão nos cálculos.

No tempo inicial $t = 0$, há apenas um estado de riqueza possível, que é o montante alocado inicialmente $W(0)$. Para estimar a evolução dessa quantia ao longo dos instantes subsequentes, Das *et al*. (2020) também empregam o modelo estocástico do Movimento Browniano Geométrico, apresentado na equação (2.3), ou seja, pressupõe-se retornos gaussianos independentes e identicamente distribuídos ao longo do tempo.

Após o instante inicial, para a estimativa da riqueza mínima $\widehat{W}_{min}(t)$ a cada instate, Das *et al*. (2020) consideram que a variável aleatória assume o valor mínimo $z = -3$, o retorno esperado dependente da alocação no instante anterior possui o valor mínimo $\mu_{min}(A(t-1))$ e a variância é a maior possível ${\sigma^2}_{max}(A(t-1))$. Já a estimativa da riqueza máxima $\widehat{W}_{max}(t,)$ é obtida atribuindo-se o valor máximo $z = 3$ à variável aleatória, o valor máximo $\mu_{max}(A(t-1))$ ao retorno esperado e o valor máximo ${\sigma^2}_{max}(A(t-1))$ à variância.

Para determinar o retorno mínimo $\mu_{min}(A(t-1))$, Das *et al*. (2020) utilizam o retorno correspondente à alocação no instante anterior com menor risco na fronteira eficiente. Já para o retorno máximo $\mu_{max}(A(t-1))$, os autores adotam a alocação anterior específica cujo único ativo com peso não nulo é o de maior retorno esperado dentre todos os ativos, definido pela média aritmética dos retornos históricos. Complementarmente, Das *et al*. (2020) indicam que é também possível empregar outras medidas de tendências centrais das séries históricas para definição do retorno esperado ou então definir um intervalo de risco aceitável na fronteira eficiente, conforme a tolerância de risco do investidor.

Adicionalmente, considera-se que os investidores podem realizar aportes ou retiradas de valores periódicos, que também influenciam os possíveis estados futuros

da riqueza. Portanto, inclui-se fluxos periódicos de capital $C(t)$ na carteira, de modo que, quando $C(t) > 0$, tem-se um aporte e quando $C(t) < 0$, tem-se uma retirada (Das *et al*., 2020).

Os fluxos periódicos de capital são determinados no instante inicial e, portanto, são assumidos como uma variável de entrada do modelo. A periodicidade é definida por um passo de tempo $h \in \mathbb{Q} \,/\, 0 < h \leq 1$ no intervalo de tempo discreto, de forma que o horizonte de um objetivo seja definido por N períodos de duração h. Ou seja, o tempo varia de maneira discreta conforme a série [0, h, $2h$, $Nh = T$].

Quando os intervalos de tempo discreto são de um ano, o valor $h = 1$ representa uma periodicidade anual. Para periodicidades maiores ($h < 1$), ou seja, os intervalos entre os aportes são menores que os intervalos de tempo discreto, é preciso modificar a equação (2.3), que modela a evolução estimada da riqueza seguindo Movimento Browniano Geométrico, conforme mostrado na equação (2.6):

$$\widehat{W}(t) = W(0)e^{[(\mu - \frac{\sigma^2}{2})ht + \sigma\sqrt{ht}\, z]}. \tag{2.6}$$

Desse modo, levando-se em consideração não somente a riqueza e a alocação inicial, mas também os aportes periódicos, tem-se a equação (2.7), que estima os valores mínimos de riqueza para cada instante de tempo:

$$\widehat{W}_{min}(t) = \min_{\tau \epsilon \{0,1,2,\ldots,T\}} [W(0)e^{[(\mu_{min} - \frac{{\sigma max}^2}{2})ht - 3\sigma_{max}\sqrt{h\tau}\,]} + \sum_{t=0}^{\tau} C(t)e^{[(\mu_{min} - \frac{{\sigma max}^2}{2})h(\tau - t) - 3\sigma_{max}\sqrt{h(\tau - t)}]}]. \tag{2.7}$$

Já a equação (2.8) estima os valores máximos de riqueza para cada instante de tempo:

$$\widehat{W}_{max}(t) = \max_{\tau \epsilon \{0,1,2,\ldots,T\}} [W(0)e^{[(\mu_{max} - \frac{{\sigma max}^2}{2})ht - 3\sigma_{max}\sqrt{h\tau}\,]} + \sum_{t=0}^{\tau} C(t)e^{[(\mu_{max} - \frac{{\sigma max}^2}{2})h(\tau - t) - 3\sigma_{max}\sqrt{h(\tau - t)}]}]. \tag{2.8}$$

A estimativa dos valores intermediários entre $\widehat{W}_{min}$ e $\widehat{W}_{max}$ a cada instante são calculados por meio da interpolação apresentada na equação (2.9), sendo $1 \leq i \leq i_{max}$:

$$\ln \widehat{W}_i(t) = \ln \widehat{W}_{min}(t) + \frac{i-1}{i_{max}-1}\left(\ln \widehat{W}_{max}(t) - \ln \widehat{W}_{min}(t)\right). \tag{2.9}$$

Uma vez criada a grade de riqueza, Das *et al*. (2020) definem a função valor $V\left(\widehat{W}_i(T)\right)$ apresentada na equação (2.10). Com isso, para cada ponto na grade de

riqueza no instante final, atribui-se o valor "um" quando o montante for maior ou igual ao objetivo ou o valor "zero", caso contrário:

$$V\left(\widehat{W}_i(T)\right) = \begin{cases} 0, \ se\ \widehat{W}_i(T) < G \\ 1, \ se\ \widehat{W}_i(T) \geq G \end{cases}. \quad (2.10)$$

Para se determinar o valor no instante imediatamente anterior ao final do prazo de investimento, $V\left(\widehat{W}_i(T-1)\right)$, é preciso definir uma Equação de Bellman. Para tanto, define-se uma função de densidade de probabilidade para obter uma determinada riqueza $\widehat{W}_j(t+1)$ partindo-se de uma riqueza anterior $\widehat{W}_i(t)$ alocada em um determinado portfólio $A(t-1)$ cujo retorno esperado seja $\mu_i\left(A(t-1)\right)$ e cuja variância correspondente na fronteira eficiente seja ${\sigma^2}_i\left(A(t-1)\right)$.

A equação (2.11) representa a função de densidade de probabilidade para cada uma das possíveis alocações, na qual $\Phi(z)$ é o valor da função de densidade de probabilidade da variável aleatória z:

$$\hat{p}\left(\widehat{W}_j(t+1)\middle|\widehat{W}_i(t), \mu_i\left(A(t-1)\right)\right) = \emptyset\left(\frac{1}{\sigma_i\sqrt{h}}\left[ln\left(\frac{\widehat{W}_j(t+1)}{\widehat{W}_i(t)+C(t)}\right) - (\mu_i - \frac{{\sigma^2}_i}{2})h\right]\right). \quad (2.11)$$

Dessa forma, a probabilidade de transição de um estado estimado de riqueza para outro, de cada alocação, é definida conforme a equação (2.12):

$$p(\widehat{W}_j(t+1)\ |\widehat{W}_i(t), \mu_i\left(A(t-1)\right)) = \frac{\hat{p}\left(\widehat{W}_j(t+1)\middle|\widehat{W}_i(t), \mu_i\left(A(t-1)\right)\right)}{\sum_{k=0}^{i_{max}} \hat{p}(\widehat{W}_k(t+1)|\widehat{W}_i(t), \mu_i\left(A(t-1)\right))}. \quad (2.12)$$

Por fim, a Equação de Bellman é definida por Das *et al*. (2020) segundo a equação (2.13):

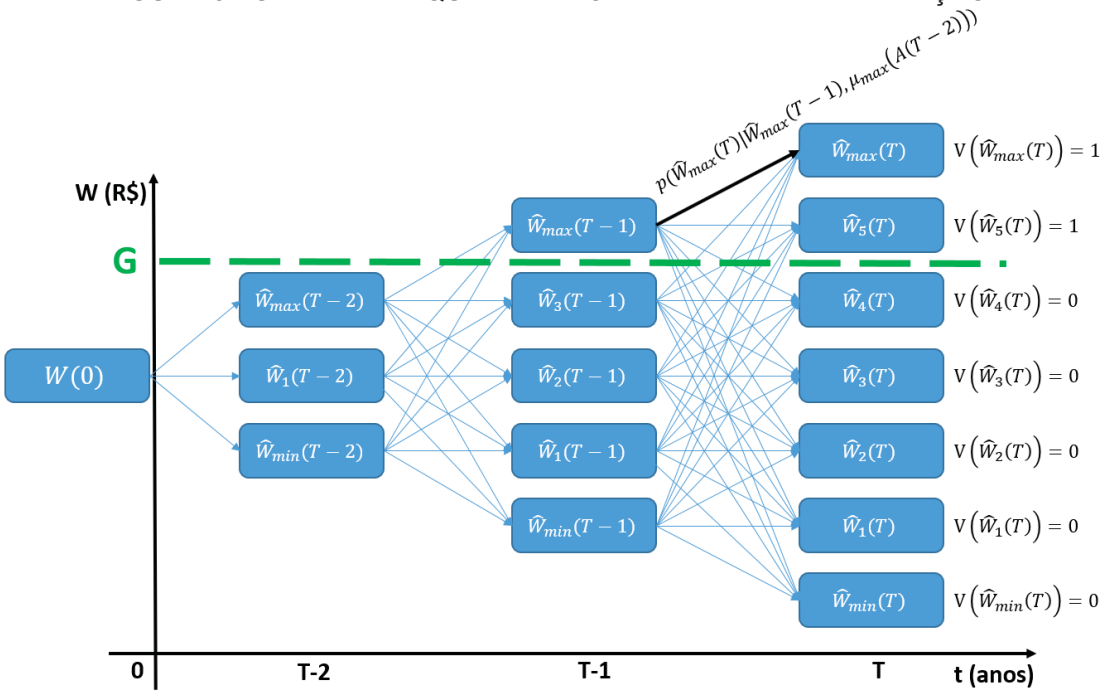
$$V\left(\widehat{W}_i(t)\right) = \max_{\mu\in\{\mu_{min}, \mu_{max}\}}\left[\sum_{j=0}^{i_{max}} V\left(\widehat{W}_j(t+1)\right)p(\widehat{W}_j(t+1)|\widehat{W}_i(t), \mu_i\left(A(t-1)\right))\right]. \quad (2.13)$$

Iniciando-se em $t = T-1$, resolve-se a equação (2.11) para identifica os retornos esperados $\mu_i(A(T-2))$ e consequentemente, os seus valores de variância ${\sigma^2}_i(A(T-2))$, para todas as alocações possíveis. Em seguida, soluciona-se a equação (2.13) para definir $V\left(\widehat{W}_i(T-1, \mu_i\left(A(T-2)\right)\right)$, para cada ponto i da grade de riqueza.

Depois, realiza-se os cálculos novamente para cada um dos instantes anteriores até o instante inicial $t = 0$. Por fim, o valor de $V(W(0))$ é a probabilidade ótima do investidor atingir o objetivo G a partir do montante inicial especificado. Esse processo é ilustrado pela FIGURA 3 para um horizonte $T = 3$.

Regredindo-se nos instantes de tempo para determinar as probabilidades de transição de riqueza, identifica-se o caminho ótimo de alocações que maximiza a probabilidade de atingir o objetivo G. Além disso. obtém-se também os retornos esperados ótimos em cada um desses instantes bem como as suas variâncias ótimas correspondentes na fronteira eficiente.

FIGURA 3 - GRADE DE RIQUEZA E PROBABILIDADES DE TRANSIÇÃO



FONTE: Adaptado de Das (2021).

De posse desses dados, pode-se determinar a distribuição da probabilidade para atingir a riqueza final G cada um dos instantes de tempo futuros. Para tanto, iniciando-se em $t = 0$ com a riqueza $W(0)$ e as probabilidades de transição já calculadas anteriormente, utiliza-se recursivamente a equação (2.14) para definir a probabilidade em cada instante subsequente:

$$p(\widehat{W}_j(t\ +\ 1)) = \sum_{i=0}^{i_{max}} p(\widehat{W}_j(t\ +\ 1)|\widehat{W}_i(t), \mu_i\big(A(t-1)\big)).p(\widehat{W}_i(t). \quad (2.14)$$

2.5 ESTIMATIVA DE RETORNOS ESPERADOS

A partir das equações do modelo dinâmico de gestão de investimentos baseada em objetivos apresentada na seção 2.3, nota-se que o retorno esperado dos ativos tem uma importância significativa na estimativa da evolução dessa riqueza e

nas probabilidades de transição de um estado de riqueza para outro. Dessa forma, é fundamental que as previsões dos retornos esperados sejam efetuadas minimizando-se erros e vieses.

Uma das dificuldades na definição do retorno esperado de um ativo ocorre porque essa variável, diferentemente do retorno realizado, não é diretamente observável a partir de séries históricas. Portanto, para se prever retornos esperados futuros, é preciso primeiro “prever” seus valores passados. Ou seja, com base nos retornos históricos realizados, estimar os retornos esperados previstos pelos investidores no passado Bodie, Kane e Marcus (2014).

Dada uma série histórica de cotações de um ativo com um horizonte de tempo composto por P períodos, o valor esperado do retorno do investimento nesse ativo, é matematicamente representado pelo somatório da multiplicação entre a taxa de retorno de cada período pela sua probabilidade de ocorrência. Portanto, tratando-se cada um dos períodos observados como igualmente prováveis, a média aritmética dos retornos realizados individuais fornece uma estimativa do retorno esperado (Bodie *et al*., 2014).

Porém, Hughson, Stutzer e Yung (2006) destacam que a média aritmética somente resultará em uma estimativa precisa para o retorno esperado de uma ativo caso a série histórica usada para construí-la seja suficientemente longa, com algumas dezenas de anos. Ademais, Hughson *et al*. (2006) assim como Bodie *et al*. (2014) enfatizam que aumentar a frequência da séria com retornos mensais ou diários não aumentam a precisão da estimativa da média aritmética, mas sim do desvio-padrão.

Além da dificuldade de se obter séries históricas longas em mercados emergentes, por exemplo, dados mais antigos podem ser menos relevantes para explicar o comportamento atual dos ativos (Bodie *et al*., 2014). Adicionalmente, Jacquier *et al*. (2003) salientam que estimar retornos esperados com base na média aritmética dos retornos históricos e no reinvestimento de seus rendimentos (*compounding*) resulta em uma estimativa com viés ascendente ou otimista (*upward bias*). Ou seja, o retorno estimado tende a ser maior do que o retorno real.

3 METODOLOGIA

A presente dissertação tem como objetivo principal o desenvolvimento de uma adaptação da metodologia proposta por Das *et al*. (2020) que faça a sugestão de uma carteira composta por fundos de investimentos brasileiros para uma meta financeira. Para tanto, inicialmente, implementa-se as equações do GBWM em linguagem de programação Python.

Em seguida, realiza-se a aquisição e tratamento de dados do Portal Dados Abertos CVM (CVM, 2023) e define-se um método para seleção e alocação de ativos dentre os fundos de investimentos brasileiros. Por fim, realiza-se testes com séries históricas (*backtesting*) para avaliar a performance das soluções geradas. Para tanto, define-se inicialmente um Cenário Base hipotético caracterizado por um objetivo financeiro e pelas preferências de um investidor fictício quanto a fundos de investimentos e quanto aos limites de risco esperados. Depois, cria-se cenários alternativos, alterando-se: o público-alvo dos fundos de investimento (investidor qualificado); as restrições de risco; e o montante financeiro almejado.

A avaliação das soluções geradas é conduzida observando-se as variáveis montante financeiro acumulado, retorno e volatilidade anualizados esperados, probabilidade de conquista do objetivo financeiro, composições das carteiras recomendadas, retorno, volatilidade e máximo *drawdown* realizados. Além disso, calcula-se quatro medidas de desempenho ajustadas ao risco para os portfólios sugeridos: Índice de Sharpe, Índice de Treynor, Alfa de Jensen, e o Índice de Modigliani-Modigliani (*M-Squared*).

3.1 IMPLEMENTAÇÃO DE UM ALGORITMO PARA A METODOLOGIA GBWM

A implementação das equações do GBWM descritas na seção 2.3 foi realizada em linguagem de programação Python. Adota-se como variáveis de entrada os retornos esperados dos ativos, a matriz de covariância entre eles, as informações relativas ao objetivo de investimento, as restrições aplicáveis aos fundos de investimentos, e a restrição ao intervalo de risco esperado.

Cada objetivo é tratado como independente. Ou seja, para cada objetivo, sugere-se uma carteira de ativos no momento do aporte inicial $t = 0$ e em cada

instante de tempo discreto entre $1 \leq t \leq T-1$ de forma a maximizar a probabilidade de atingir o montante financeiro almejado G.

Considera-se T a quantidade de anos definida como prazo para o investimento e os instantes discretos de tempo são igualmente espaçados pela periodicidade das movimentações e balanceamentos h. Dessa forma, a cada instante, o algoritmo determina as alocações maximizando a função de otimização descrita na equação (2.5).

Além disso, a cada instante discreto, realiza-se movimentações financeiras $C(t)$. Caso a movimentação seja um aporte financeiro, tem-se $C(t) > 0$, já em caso de retirada, tem-se $C(t) < 0$. Assume-se que o investidor conhece a priori essas movimentações futuras no momento do aporte inicial.

Apesar de ser baseada na metodologia proposta por Das *et al*. (2020), existem algumas diferenças na implementação GBWM desenvolvida no presente trabalho. Primeiramente, Das *et al*. (2020) constroem a fronteira eficiente com apenas quinze possíveis alocações pré-determinadas compostos por 03 fundos de índices norte-americanos combinados em diferentes proporções, sem restrições de venda a descoberto. Segundo os autores, esses portfólios pré-determinados exemplificam carteiras provenientes de uma equipe de análise (*asset research*).

Em seguida, os autores executam o método GBWM para verificar qual dessas alocações pré-determinadas é a opção ótima de investimento no instante inicial de maneira maximizar a probabilidade de atingir um objetivo. Por outro lado, a estratégia adotada nesta dissertação consiste em executar primeiro o método GBWM para identificar um ponto no plano risco/retorno, caracterizado por um retorno anualizado esperado e uma volatilidade anualizada esperada, que maximize a probabilidade de atingir um objetivo, com restrição de venda a descoberto.

Depois, identifica-se a combinação de ativos e seus respectivos pesos que correspondem ao ponto requerido por meio da otimização clássica apresentada por Markowitz (1952). Para tanto, utiliza-se a biblioteca Python PyPortfolioOpt (Martin, 2021) que implementa métodos de otimização de portfólios de investimentos.

Dessa forma, o algoritmo desenvolvido recebe as variáveis de entrada e realiza os seguintes passos:

i. Criação de um intervalo de retornos esperados anualizados entre o retorno esperado mínimo, μ_{min}, e o retorno esperado máximo, μ_{max}.

ii. Cálculo da volatilidade anualizada esperada a partir da variância correspondente a cada valor de retorno esperado por meio da equação (2.2).
iii. Criação da grade de riqueza conforme estipulado por Das *et al*. (2020) com base na equação (2.7), na equação (2.8) e na equação (2.9), utilizando-se um intervalo entre $-3 \leq z \leq 3$ para a variável aleatória padrão e um valor de $i_{max} = 326$ para a determinação dos pontos de riqueza intermediários.
iv. Resolução de maneira iterativa, iniciando-se em $t = T - 1$ até $t = 0$ da equação (2.10), da equação (2.12) e da equação (2.13) e obtenção dos retornos esperados anualizados ótimos em cada instante bem como as suas variâncias ótimas e volatilidades anualizadas correspondentes na fronteira eficiente.
v. Cálculo da probabilidade ótima incondicional em cada instante subsequente, por meio da equação (2.14).
vi. Otimização de Markowitz (1952) para identificar a carteira na fronteira eficiente que corresponda aos valores de retorno e variância requeridos.

Outro diferencial do algoritmo GBWM proposto é a forma de cálculo da estimativa dos retornos esperados. Como dados mais antigos podem ser menos relevantes para explicar o comportamento atual dos ativos (Bodie *et al*., 2014), ao invés de utilizar a média aritmética de todos os retornos históricos, como Das *et al*. (2020), neste trabalho, essa estimativa é realizada analisando-se uma janela móvel (*rolling window*) de quatro anos anteriores a cada instante de tempo discreto entre $0 \leq t \leq T - 1$. Além disso, com essa forma de estimação, padroniza-se os períodos de análises dos retornos históricos dos ativos ao remover fundos com menos de quatro anos de atividade.

Há também uma distinção com relação aos limites μ_{min} e μ_{max}, que delimitam um intervalo de retornos esperados na fronteira eficiente. Conforme sugerido por Das *et al*. (2020), optou-se por delimitar um intervalo de volatilidade para representar uma tolerância de risco do investidor. Dessa maneira, para a definição do limite inferior μ_{min}, calcula-se por meio da equação (2.2) o retorno equivalente à variância mínima estipulada a partir da volatilidade anualizada mínima. Caso a variância mínima estabelecida seja maior que a variância possível com os ativos analisados a cada

instante, utiliza-se a alocação na fronteira eficiente com a variância mínima possível, assim como Das *et al*. (2020).

Já com relação ao limite superior μ_{max}, em vez adotar o retorno relativo à alocação apenas no ativo com maior média aritmética dos retornos históricos, define-se uma variância máxima esperada a partir da volatilidade anualizada máxima e encontra-se por meio da equação (2.2) o seu retorno correspondente na fronteira eficiente, que será então o μ_{max}.

Por meio dessas etapas, obtém-se a cada instante os retornos anualizados esperados ótimos bem como as suas volatilidades anualizadas ótimas correspondentes na fronteira eficiente. E os valores obtidos para o instante inicial são o retorno e a volatilidade requeridos para atingir o objetivo com a probabilidade calculada. Ademais, obtém-se também as probabilidades de atingir o objetivo a cada instante.

O passo final é a identificação dos ativos e dos seus respectivos pesos para a construção de uma carteira eficiente que possua o retorno e a volatilidade requeridos para atingir o objetivo. Esse passo final é desenvolvido de forma a criar carteiras factíveis em cada instante de tempo discreto sujeitas à restrição de investimentos mínimos, à restrição dos prazos de liquidez dos fundos de investimentos e à restrição de venda a descoberto.

Por essa razão, busca-se atingir o ponto factível na fronteira eficiente mais próximo possível do ponto ótimo requerido pelo objetivo. Ou seja, a carteira factível sugerida não necessariamente conseguirá atender a todas as restrições simultaneamente, podendo não ter o retorno esperado equivalente ao requerido pelo objetivo, ou não ter a volatilidade esperada equivalente à requerida, ou até mesmo não ter ambos os valores iguais aos requeridos.

3.2 OBTENÇÃO E TRATAMENTO DE DADOS DE FUNDOS

Os dados de fundos de investimentos brasileiros são obtidos do Portal Dados Abertos CVM (CVM, 2023). Dentre os conjuntos de dados disponíveis, utiliza-se três: Dados Cadastrais, Informes Diários, e Dados de Lâmina. Os Dados Cadastrais de todos os fundos constituídos no Brasil desde 31 de julho de 1942 são disponibilizados em um único arquivo em formato *comma-separated-values* (csv) atualizado diariamente.

Os Informes Diários também são publicados diariamente em formato csv, porém, há um arquivo para cada mês de cada ano desde janeiro de 2005. Já os Dados de Lâmina também são catalogados mensalmente, sendo um arquivo disponibilizado para cada mês de cada ano, com as informações mais atualizadas dos fundos.

Após a obtenção de todos os arquivos do Portal Dados Abertos CVM (CVM, 2023), utilizou-se a biblioteca Pandas (McKinney, 2010) da linguagem Python para leitura, organização e tratamento de dados no formato estruturado tabular. Dentre os Dados Cadastrais disponíveis para cada fundo, utiliza-se nesta pesquisa os seguintes dados: Número do Cadastro Nacional de Pessoa Jurídica (CNPJ); Denominação Social; Tipo de Fundo; Situação; Data de Início de Situação; e Público-alvo.

Dos arquivos de Informes Diários dos fundos, obtém-se as seguintes informações: Número de CNPJ; Data de Competência do Documento; Valor Diário da Cota; e Número Diário de Cotistas. Por fim, dos Dados de Lâmina obtém-se o Investimento Inicial Mínimo e o Número de Dias para Conversão de Cotas após o Pedido de Resgate relativo a cada fundo, identificados pelo Número de CNPJ.

A organização dos dados se iniciou com a criação de um único arquivo com dados de todos os arquivos de Informes Diários indexados pelas Datas de competência, entre 01 de janeiro de 2013 e 23 de setembro de 2022. Esse arquivo contém as séries históricas do Valor da Cota e do Número de Cotistas de cada fundo de investimento, identificado pelo seu respectivo número de CNPJ.

Na sequência, tratou-se os registros duplicados nos Dados Cadastrais e nos Dados de Lâmina, mantendo-se os registros mais recentes. Em seguida, uniu-se o arquivo único dos Informes Diários com os Dados Cadastrais e os Dados de Lâmina.

3.3 ESTRATÉGIA PARA SELEÇÃO E ALOCAÇÃO DE ATIVOS

A estratégia para seleção e alocação de fundos de investimentos proposta neste trabalho se inicia na aplicação dos Filtros N°01 ao N°07 descritos a seguir. Ressalta-se que os fundos são filtrados pelo campo Número de CNPJ, uma vez que o campo Denominação Social pode sofrer alterações ao longo dos anos.

Os três primeiros filtros têm a finalidade de limitar a amostra apenas a fundos de investimento que, na data de investimento, estejam em situação operacional normal e que sejam acessíveis ao público geral, ou seja, acessíveis a investidores não profissionais e não qualificados:

- Filtro N°01 – Selecionar apenas os fundos cujo campo Tipo de Fundo seja “Fundo de Investimento”, removendo assim Fundos de Aposentadoria, Fundos de Investimentos Imobiliários, Fundos de Investimentos em Direitos Creditórios, dentro outros.
- Filtro N°02 – Selecionar apenas os fundos cujo campo Situação seja “Em situação normal”.
- Filtro N°03 – Selecionar apenas os fundos cujo campo Público-alvo seja igual a “Público Geral”.

Os filtros N°04 e N°05 referem-se à preferência do investidor quanto ao número de cotistas e à liquidez de cada fundo:

- Filtro N°04 – Selecionar apenas os fundos cujo campo Número de Cotistas seja maior ou igual ao estabelecido.
- Filtro N°05 – Selecionar apenas os fundos cujo campo Número de Dias para Conversão de Cotas seja menor ou igual ao valor definido.

Por fim, os filtros N°06 e N°07 removem respectivamente, fundos com alto investimento inicial e fundos com histórico de funcionamento menor que o período especificado para o cálculo dos retornos esperados:

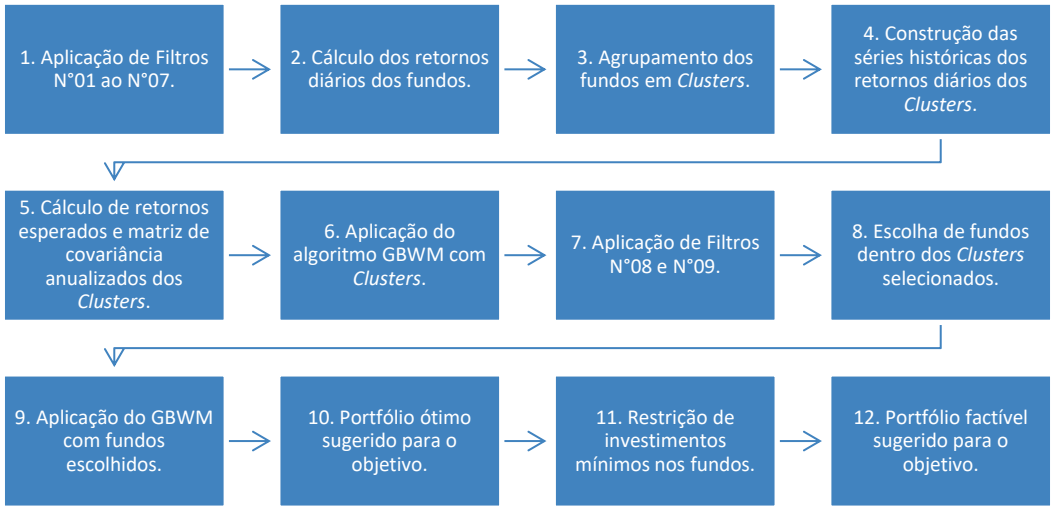
- Filtro N°06 – Selecionar apenas os fundos cujo campo Investimento Inicial Mínimo seja menor ou igual ao montante financeiro inicial.
- Filtro N°07 – Selecionar apenas os fundos que possuam no mínimo quatro anos de operação.

Após a aplicação desses filtros, definiu-se uma estratégia para seleção de ativos baseada em agrupamento hierárquico de fundos de investimentos, inspirando-se no trabalho de López de Prado (2016) sobre Paridade de Risco Hierárquica (*Hierarchical Risk Parity*) e em aplicações subsequentes sobre agrupamento hierárquico (*hierarchical clustering*) aplicada à criação de portfólios, como Raffinot (2017) e Sjöstrand e Nima (2020). Dessa forma, o método proposto nesta pesquisa para a definição de uma carteira de investimentos para um objetivo é composto pelas etapas descritas na FIGURA 4.

Após a aplicação dos filtros N°01 ao N°07, organizou-se as séries históricas do Valor da Cota de todos os fundos em um *dataframe* com colunas representando os fundos e linhas identificando o valor da cota indexado pela data diária proveniente do campo Data de Competência do Documento dos Informes Diários. Os valores de

cotas faltantes foram substituídos pelo último valor válido disponível por meio do método *forward fill* da biblioteca Pandas (McKinney, 2010).

FIGURA 4 - ETAPAS PARA DEFINIÇÃO DE UM PORTFÓLIO DE INVESTIMENTOS PARA UM OBJETIVO



FONTE: O Autor (2023).

De posse das séries históricas dos valores diários das cotas dos fundos, calculou-se seus retornos diários por meio da variação percentual obtida com o método *pct_change* da biblioteca Pandas (McKinney, 2010). Na sequência, realizou-se um agrupamento hierárquico dos retornos diários por intermédio da biblioteca Python Riskfolio-Lib (Cajas, 2022), que implementa métodos de otimização para portfólios de investimentos e faz uso das funções de *hierarchical clustering* da biblioteca Scipy (Virtanen *et al*., 2020).

Para o agrupamento de dados, utiliza-se uma matriz de similaridade construída com base no coeficiente de correlação de Spearman. Dessa forma, minimiza-se o impacto de *outliers* nos retornos diários ao assumir que as relações entre os retornos de cada fundo não são lineares e que as suas distribuições não são normais.

Ademais, aplica-se o método de Ward como técnica de agrupamento para minimizar a variância total intragrupos e maximizar a variação entre grupos. O número ideal de grupos é determinado pelo método estatístico de lacuna modificado proposto por Yue, Wang e Wei (2008) e denominado *two-order difference to gap statistic*. Esse método aplica a diferença de duas ordens de dispersão dentro dos grupos para substituir a distribuição de referência nula.

Uma vez identificados os grupos de fundos e os ativos que os compõem, cria-se as séries históricas dos retornos diários dos *clusters*. Essas séries são construídas admitindo-se que cada grupo é composto por fundos em pesos iguais e, portanto, o retorno diário de um *cluster* é determinado pela média aritmética dos retornos diários dos ativos dentro dele. A partir desses retornos diários, estima-se os retornos esperados anualizados dos *clusters* por meio da equação (2.16) e calcula-se a matriz de covariância amostral anualizada entre eles.

A partir dos retornos esperados anualizados e da matriz de covariância anualizada referentes aos *clusters*, executa-se o algoritmo GBWM descrito na seção 3.1 para o objetivo estipulado, utilizando-se os *clusters* de fundos como ativos, conforme indicado na etapa número 6 da FIGURA 4.

Como resultado, tem-se uma carteira de investimentos composta por *clusters* de fundos, sendo o próximo passo a seleção de fundos de dentro dos grupos selecionados. Para isso, aplica-se primeiro mais dois filtros:

- Filtro N°08 – Selecionar apenas os fundos cujos investimentos mínimos sejam menores ou iguais à alocação sugerida no seu respectivo *cluster*.
- Filtro N°09 – Selecionar apenas os fundos com retornos esperados positivos.

Na sequência, calcula-se o retorno esperado anualizado e a matriz de covariância anualizada dos fundos dentro de cada *cluster*. Caso o número de fundos em cada grupo seja maior que quinze, utiliza-se a matriz de covariância anualizada reduzida com o fator de redução de Ledoit e Wolf (2004). Caso contrário, utiliza-se a matriz de covariância amostral anualizada.

Em seguida, executa-se a etapa 8 da FIGURA 4, que é a busca, dentro de cada *cluster*, de uma carteira de fundos cujo retorno e variância esperados se aproximem dos valores requiridos pela aplicação do algoritmo GBWM com os *clusters*. Após essa etapa, tem-se uma carteira de fundos relativa a cada *cluster*.

Porém, essas carteiras não são usadas diretamente, visto que elas foram construídas para atingir o retorno e a variância esperados provenientes da execução do algoritmo GBWM com *clusters*, que não são ativos reais. Portanto, utiliza-se apenas a lista de ativos que as compõem, desconsiderando-se seus respectivos pesos.

Essa lista de ativos selecionados é o ponto de partida para a etapa 9 da FIGURA 4, ou seja, a execução do algoritmo GBWM com a amostra de fundos selecionados de dentro dos clusters. Após esse passo, obtém-se um portfólio ótimo sugerido para o objetivo, que desconsidera os montantes de investimentos mínimos em cada fundo.

Por fim, constrói-se o portfólio factível para o objetivo por meio de uma otimização de Markowtiz sujeita às restrições de investimento mínimo de cada fundo e de venda à descoberto e que minimize a variância para o retorno requerido pelo algoritmo GBWM. Portanto, obtém-se uma carteira final factível que possua características de retorno e variância esperados o mais próximo possível dos valores requeridos para o objetivo.

3.4 AVALIAÇÃO DOS CENÁRIOS HIPOTÉTICOS

Para cada cenário hipotético, após a execução de todas as etapas descritas na FIGURA 4, avalia-se a conquista do objetivo. Para isso, a partir da data do investimento inicial ($t = 0$), adiciona-se, de um a um, o período de um ano às séries históricas de todos os ativos ($h = 1$). Em seguida, executa-se novamente todas as etapas descritas na FIGURA 4 tendo em vista a nova conjuntura de mercado, o novo prazo restante para o fim do objetivo e o novo montante financeiro.

Devido aos impactos significativos da inflação, principalmente em mercados emergente, como o Brasil, optou-se neste trabalho por realizar um ajuste do valor almejado nominal G ao longo do período de investimento. Portanto, realiza-se uma correção anual do montante nominal pelo Índice Nacional de Preços ao Consumidor Amplo (IPCA).

Para esse fim, obtém-se do Sistema Gerenciador de Séries Temporais (SGS) (Banco Central do Brasil, 2023) a série histórica da variação mensal (% a.m.) do IPCA ao longo do prazo de investimento. Em seguida, calcula-se a variação esperada do IPCA para o próximo ano por meio da média aritmética dos quatro anos anteriores à data de análise. Dessa forma, ao se executar o algoritmo GBWM descrito na seção 3.1, utiliza-se um valor estimado para montante almejado real, $\hat{G}_{(t)}^{real}$, com base na estimativa da inflação, $\widehat{IPCA}$, conforme apresentado na equação (3.1):

$$\hat{G}_{real} = G_{nominal}(1 + \widehat{IPCA}). \tag{3.1}$$

No próximo período ($t = t + h$), calcula-se o valor acumulada realizado da inflação, $IPCA$, e só então obtém-se o montante real G_{real} apresentado na equação (3.2):

$$G_{real} = G_{nominal}(1 + IPCA). \quad (3.2)$$

Para contextualizar cada portfólio sugerido em cada período, observa-se as variáveis: montante financeiro acumulado; retorno e volatilidade esperados; probabilidade de conquista do objetivo financeiro; composições das carteiras recomendadas; retorno, volatilidade e máximo *drawdown* realizados do portfólio; retorno esperado e retorno realizado do CDI (Certificados de Depósitos Interbancários); retorno e volatilidade realizados pelo Índice Bovespa; e variação esperada e variação realizada do IPCA.

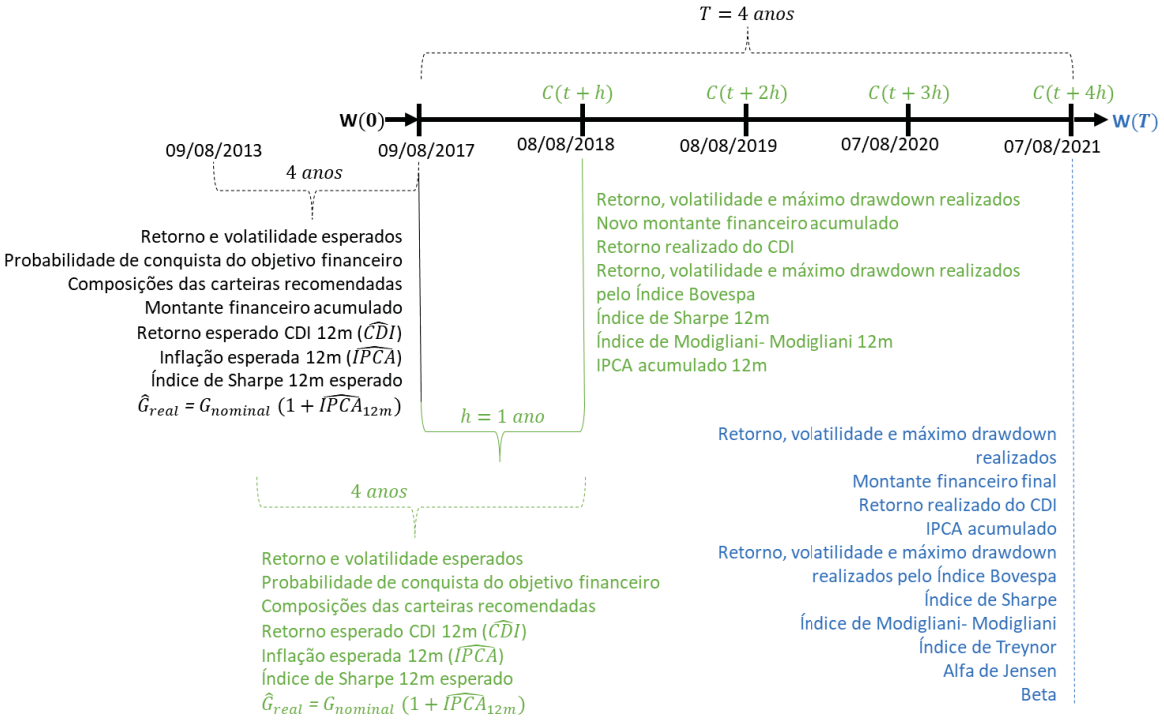
A série histórica dos retornos diários (% a.d.) do CDI é obtida do SGS (Banco Central do Brasil, 2023), que disponibiliza a taxa média de juros tendo como base as operações de emissão de Depósitos Interfinanceiros pré-fixados, pactuadas por um dia útil, registradas e liquidadas pelo sistema da Central de Custódia e Liquidação Financeira de Títulos (Cetip). O retorno esperado do CDI é calculado por meio do por meio da média aritmética dos quatro anos anteriores à data de análise, da mesma forma como realizado para os retornos esperados dos ativos e do IPCA.

Já as cotações diárias do Índice Bovespa são obtidas do endereço eletrônico do Yahoo Finance (2023). Ademais, anualmente, calcula-se também duas medidas de desempenho ajustadas ao risco: Índice de Sharpe e Índice de Modigliani-Modigliani (*M-Squared*). Para isso, o CDI é considerado como ativo livre de risco e o Índice Bovespa o índice de mercado.

Os retornos diários obtidos ao longo de todo o período de investimento com a estratégia *goals-based* são registrados em uma série histórica. E, ao final do prazo T, calcula-se também o retorno total (*holding period return)* obtido pela estratégia proposta, bem como a sua volatilidade histórica anualizada e o Beta com relação ao Índice Bovespa. Além disso, obtém-se também quatro medidas de desempenho ajustadas ao risco de todo o período: Índice de Sharpe, Índice de Modigliani-Modigliani (*M-Squared*), Índice de Treynor, e Alfa de Jensen.

A FIGURA 5 ilustra os passos utilizados na avaliação dos cenários hipotéticos baseados nos testes com séries históricas:

FIGURA 5 - TESTES COM SÉRIES HISTÓRICAS



FONTE: O Autor (2023).

4 RESULTADOS E ANÁLISES

Nesta seção são apresentados os resultados e as análises deste trabalho. Para tanto, considera-se inicialmente as características do Cenário Base e, na sequência, analisa-se o impacto de diferentes variáveis de entrada. O Cenário Alternativo A verifica o efeito da inclusão de fundos para investidores qualificados. Já o Cenário Alternativo B analisa a alteração nos limites de volatilidade anualizados estabelecidos para a fronteira eficiente. Por fim, o Cenário Alternativo B2 avalia o efeito do aumento no montante financeiro pretendido, mantendo-se os limites de risco do Cenário Alternativo B.

4.1 CENÁRIO BASE

Inicialmente, considera-se o Cenário Base, cujas características descritas no QUADRO 1, para a execução das etapas indicadas na FIGURA 4 com dados históricos de fundos de investimentos entre os dias 09 de agosto de 2013 e 09 de agosto de 2017. Ou seja, o portfólio inicial sugerido para o objetivo é construído analisando-se os retornos dos fundos de investimento nos quatro anos anteriores à data do investimento inicial.

QUADRO 1 - DADOS DO CENÁRIO BASE

Data do investimento inicial	09/08/2017
Prazo de investimento (T)	04 anos
Montante financeiro inicial (W_0)	R$ 50.000,00
Montante financeiro almejado (G)	R$ 90.000,00
Montante das movimentações periódicas (C)	R$ 6.000,00
Periodicidade das movimentações e balanceamentos (h)	h =1 (Periodicidade anual)
Investidor Qualificado	Não
Tempo máximo para liquidação de resgates de cada fundo	30 dias
Número mínimo de cotistas em cada fundo	1000
Períodos de tempos passados para estimativa dos retornos esperados (P)	04 anos
Volatilidade anualizada do limite inferior da fronteira eficiente (volatilidade do μ_{min})	0,1% a.a.
Volatilidade anualizada do limite superior da fronteira eficiente ($\text{volatilidade do } \mu_{max}$)	5,0% a.a.

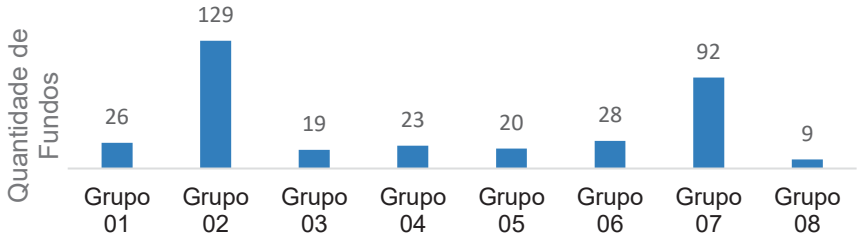
FONTE: O Autor (2023).

Em seguida, adiciona-se, de um em um, os períodos de um ano de série histórica ao período de análise e recalcula-se todas as variáveis, considerando a nova

conjuntura de mercado, o novo prazo restante para o fim o objetivo, o novo montante financeiro disponível e o novo montante financeiro almejado corrigido pela inflação. Por fim, verifica-se a conquista do objetivo, bem como a performance da solução gerada pela estratégia no Cenário Base com indicadores ajustado ao risco.

No dia 09 de agosto de 2017 ($t = 0$), após a aplicação dos filtros Nº01 ao Nº07, a amostra de fundos de investimentos considerada foi de 346 fundos. E, depois da execução das etapas de 1 a 3 da FIGURA 4, criou-se oito grupos de fundos, distribuídos conforme ilustrado na FIGURA 6.

FIGURA 6 - GRUPOS DE FUNDOS NO PRIMEIRO ANO DO CENÁRIO BASE



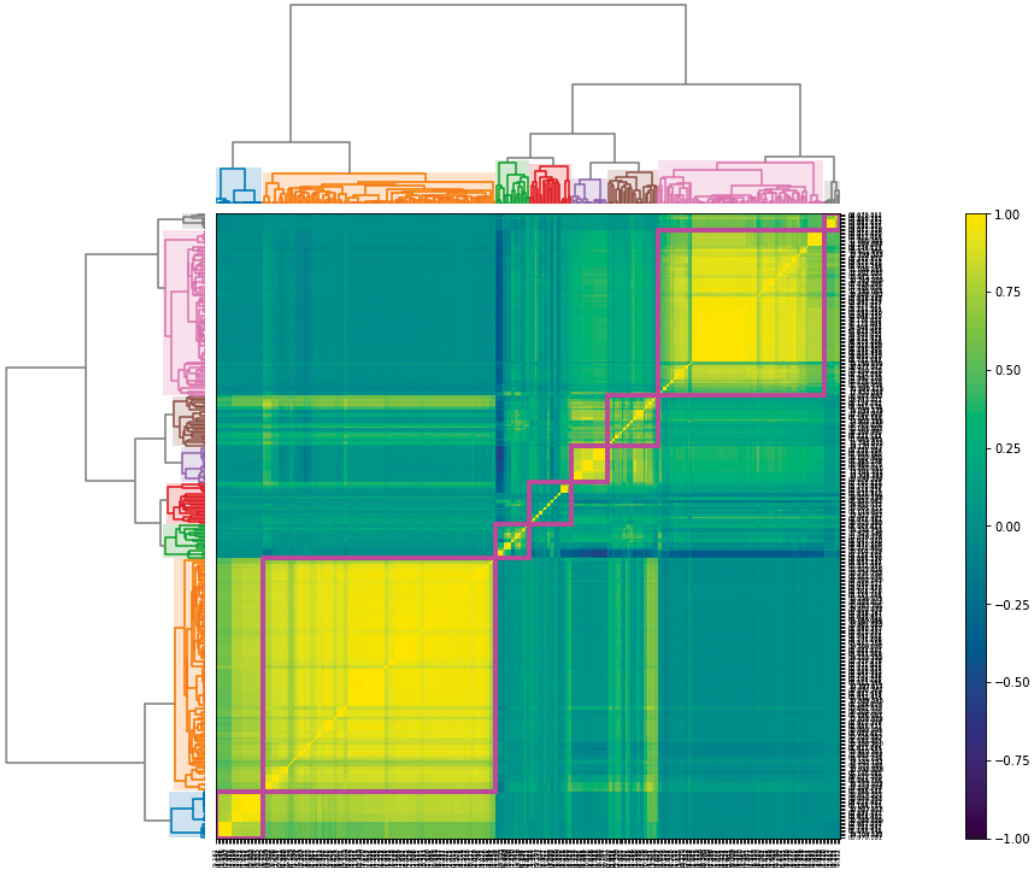
FONTE: O Autor (2023).

A FIGURA 7 ilustra os agrupamentos, identificados pelos retângulos na cor rosa, sendo o Grupo 01 indicado pelo retângulo no canto inferior esquerdo da ilustração e o Grupo 08 pelo retângulo no canto superior direito. A escala na lateral direta da imagem mostra o nível de correlação entre os fundos. Pode-se verificar que o Grupo 03, o Grupo 04 e o Grupo 06 são os agrupamentos compostos por fundos menos correlacionados.

A FIGURA 8 mostra os valores históricos anualizados de retorno médio e de volatilidade dos fundos de cada grupo. Pode-se verificar que o Grupo 02 possui os fundos com as menores volatilidade dentre todos os grupos e que praticamente todos os fundos desse agrupamento possuem o mesmo valor de volatilidade. Nota-se também que os retornos médios históricos desse grupo são distribuídos de maneira crescente.

Uma observação importante acerca da FIGURA 8 é que os fundos com maiores volatilidades não possuem os maiores retornos médios no período de análise, tal como os grupos 7 e 8, por exemplo. Em especial, verifica-se que os fundos mais voláteis possuem retornos médios negativos, como o Grupo 7.

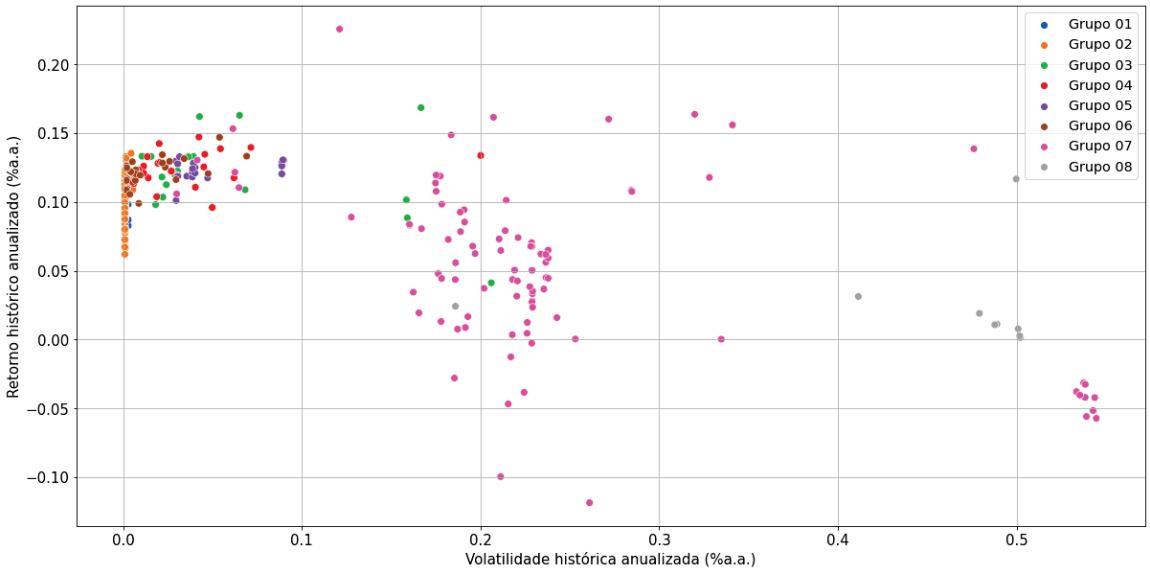
FIGURA 7 - AGRUPAMENTO HIERÁRQUICO DE FUNDOS PARA O PRIMEIRO ANO DO CENÁRIO BASE CONSTRUÍDA COM BASE NO COEFICIENTE DE CORRELAÇÃO DE SPEARMAN E NO MÉTODO DE AGRUPAMENTO DE WARD



FONTE: O Autor (2023).

LEGENDA: Grupos de fundos identificados pelos retângulos na cor rosa. Níveis de correlação entre os retornos históricos dos fundos indicados pela escala na lateral direita. Relações hierárquicas entre os fundos ilustradas pelos dendrogramas na borda esquerda e na borda superior da figura.

FIGURA 8 - RETORNO E VOLATILIDADE HISTÓRICOS ANUALIZADOS DOS FUNDOS NO PRIMEIRO ANO DO CENÁRIO BASE

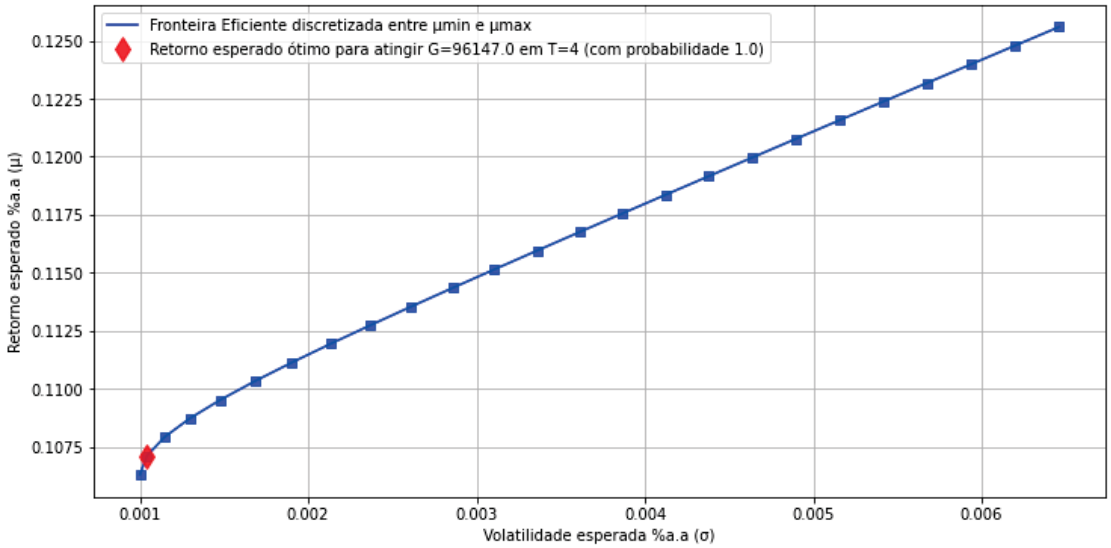


FONTE: O Autor (2023).

De posse dos dados anualizados dos retornos esperados e da matriz de covariância dos grupos de fundos (etapa 5 da FIGURA 4), bem como das variáveis de entrada estabelecidas para o Cenário Base no QUADRO 1, executou-se a etapa 6 indicada na FIGURA 4. Isto é, identifica-se por meio do algoritmo GBWM, a composição da carteira de *clusters* que maximize a probabilidade de atingir o montante almejado $G_{nominal}$ de R$ 90.000 dentro de um prazo T de 4 anos, partindo-se de um montante inicial W_0 de R$ 50.000, com aportes C_t de R$ 6 mil a cada período h de 1 ano, ou seja, em 2018 ($t = h$), 2019 ($t = 2h$) e 2020 ($t = 3h$).

A inflação acumulada estimada ($\widehat{IPCA}$) para o primeiro ano, ou seja, até 08 de agosto de 2018 ($t = h$), foi de 6,83%. Dessa maneira, o montante almejado estimado, $\hat{G}_{real}$, utilizado como dado de entrada para o algoritmo GBWM, foi de R$ 96.147,00. A FIGURA 9 mostra a fronteira eficiente discretizada formada por grupos de fundos, sendo o ponto na cor vermelha o ponto que maximiza a probabilidade de atingir o objetivo proposto. Esse ponto é caracterizado pelo retorno esperado anual μ de 10,71% e pela volatilidade esperada anual σ de 0,104%, que resultam em uma probabilidade de 100,00% de atingir o objetivo proposto em quatro anos.

FIGURA 9 - GBWM COM GRUPOS DE FUNDOS PARA O PRIMEIRO ANO DO CENÁRIO BASE



FONTE: O Autor (2023).

Ao final da etapa 6 da FIGURA 4, tem-se a carteira de grupos de fundos que corresponde ao ponto indicado da FIGURA 9. Essa carteira foi constituída de apenas dois grupos, conforme ilustrado na FIGURA 10.

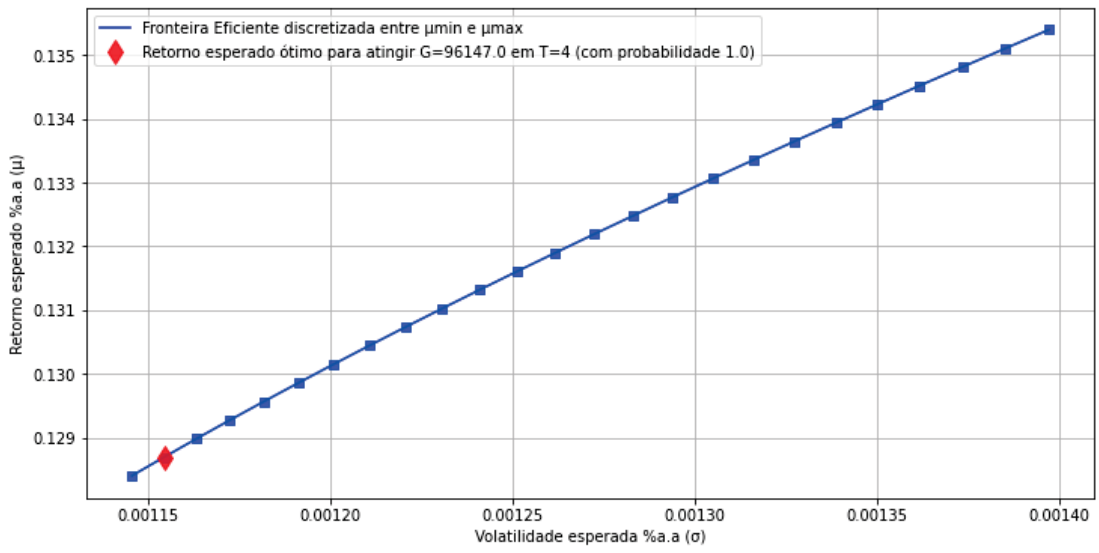
FIGURA 10 – CARTEIRA DE *CLUSTERS* PARA O PRIMEIRO ANO DO CENÁRIO BASE

FONTE: O Autor (2023).

A próxima etapa, conforme a FIGURA 4, é a escolha dos fundos de dentro dos grupos. Portanto, após a aplicação do Filtro N°08 (apenas os fundos cujos investimentos mínimos sejam menores ou iguais à alocação sugerida no seu respectivo *cluster*) e do Filtro N°09 (apenas fundos com retornos esperados positivos), buscou-se dentro de cada *cluster* uma carteira de fundos cujo retorno e volatilidade esperados se aproximassem do ponto indicado na FIGURA 9.

Obteve-se assim um total de 25 fundos, cujos retornos esperados e a matriz de covariância foram utilizados como dados de entrada para uma nova aplicação do GBWM, seguindo-se a etapa 09 da FIGURA 4. Dessa maneira, tem-se os resultados apresentados na FIGURA 11, que ilustra a fronteira eficiente discretizada formada pelos fundos selecionados e o ponto que maximiza a probabilidade de atingir o objetivo. Esse ponto é caracterizado pelo retorno esperado anual de 12,87% e pela volatilidade esperada anualizada de 0,1155%. Esse retorno e risco esperados correspondem a uma probabilidade de 100% de se atingir o objetivo.

FIGURA 11 - GBWM COM FUNDOS SELECIONADOS PARA O PRIMEIRO ANO DO CENÁRIO BASE



FONTE: O Autor (2023).

A fronteira eficiente discretizada mostrada na FIGURA 11 foi obtida sem considerar os investimentos mínimos necessários para cada fundo. Ou seja, o ponto indicado é referente à carteira ótima para o objetivo, que é composta por treze fundos de investimentos, conforme apresentado na TABELA 1.

TABELA 1 – CARTEIRA ÓTIMA E CARTEIRA FACTÍVEL PARA O PRIMEIRO ANO DO CENÁRIO BASE

Denominação Social	Retorno Esperado (%a.a.)	Volatilidade Esperada (%a.a.)	Grupo	Invest. Mínimo (R$)	Carteira Ótima (R$)	Carteira Factível (R$)
AF Invest FI Renda Fixa Crédito Privado Geraes	13,02%	0,17%	Grupo 02	1.000,00	6.565,00	1.000,00
Bradesco FIC FI Renda Fixa Referenciado DI	11,69%	0,10%	Grupo 02	1,00	905,00	0,00
Bradesco H FIC FI Renda Fixa Referenciado DI Longo Prazo Funcionário	11,81%	0,10%	Grupo 02	30,00	1.450,00	0,00
BTG Pactual Crédito Corporativo I FIQ FI De Renda Fixa Crédito Privado Longo Prazo	13,54%	0,45%	Grupo 02	5.000,00	8.660,00	14.910,00
CA Indosuez Vitesse FI Renda Fixa Crédito Privado	13,30%	0,16%	Grupo 02	1.000,00	7.780,00	1.000,00
Capitânia Top Crédito Privado FIC FI Renda Fixa	12,63%	0,19%	Grupo 06	1.000,00	4.905,00	1.000,00
FIC FI Caixa Pleno Renda Fixa Referenciado DI LP	11,67%	0,12%	Grupo 02	0,01	810,00	0,00
Inter Conservador Plus FI Renda Fixa Longo Prazo	12,57%	0,16%	Grupo 02	1,00	4.685,00	0,00
Órama DI - FI Renda Fixa Simples Longo Prazo	11,67%	0,11%	Grupo 02	0,00	825,00	0,00
Safra Executive Special II Renda Fixa FIC FI	12,33%	0,71%	Grupo 06	1.000,00	3.460,00	1.000,00
Santander FIC FI Yield Master RF Crédito Priv. Longo Prazo	11,78%	0,13%	Grupo 02	30.000,00	1.275,00	30.075,00
Sicredi - FIC FI Renda Fixa Longo Prazo Taxa Selic	11,79%	0,10%	Grupo 02	100,00	1.345,00	0,00
Sparta Top FIC FI Renda Fixa Crédito Privado Longo Prazo	13,19%	0,18%	Grupo 02	1.000,00	7.325,00	1.000,00
				Montante financeiro total	49.990,00	49.985,00

FONTE: O Autor (2023).

Portanto, o último passo para a determinação do portfólio sugerido em $t = 0$ para o Cenário Base é a restrição dos investimentos mínimos nos fundos. Com isso, obtém-se a carteira sugerida factível apresentada na TABELA 1, que é composta por apenas sete fundos, todos eles com alocações em títulos públicos e/ou crédito privado.

Observa-se que, ao se adicionar as restrições de investimentos mínimos e executar novamente a otimização de Markowitz, há uma diferença de R$ 5,00 entre o montante da carteira ótima e da factível devido a arredondamentos de casas decimais no algoritmo desenvolvido. Porém, considerou-se aceitável essa diferença de -0,01%, visto que é possível realizar um ajuste manual da carteira no momento da alocação.

A carteira factível do **primeiro ano** possui retorno esperado de 12,41% e volatilidade esperada de 0,17%, conforme indicado na TABELA 2, que apresenta os indicadores anuais do Cenário Base. Logo, o portfólio factível possui um retorno esperado anualizado menor que a carteira ótima e um maior risco esperado

TABELA 2 - INDICADORES ANUAIS DO CENÁRIO BASE

	09/08/2017	08/08/2018	08/08/2019	07/08/2020	07/08/2021
IPCA Previsto 12m (%)	6,83	6,24	4,73	3,13	-
IPCA Realizado 12m (%)	-	4,39	3,34	2,55	9,94
IPCA Acumulado Total (%)	-	4,39	7,97	10,60	21,31
Retorno Esperado Carteira Ótima (%)	12,87	21,23	18,17	18,65	-
Retorno Esperado Carteira Factível (%)	12,41	21,23	18,17	18,65	-
Retorno Realizado 12m (%)	-	7,04	13,62	15,94	1,15
Volatilidade Esperada Carteira Ótima (%)	0,11	3,77	2,91	4,22	-
Volatilidade Esperada Carteira Factível (%)	0,17	5,00	5,00	5,00	-
Volatilidade Realizada 12m (%)	-	0,10	4,85	11,94	5,45
Probabilidade de Atingir o Objetivo	100,00	100,00	99,58	94,94	-
Retorno Esperado CDI (%)	12,15	11,41	9,96	7,47	-
Retorno Realizado CDI 12m (%)	-	7,05	6,33	4,11	2,49
Sharpe Esperado Carteira Factível	1,52	1,96	1,64	2,23	-
Sharpe Realizado 12m	-	-0,18	1,50	0,99	-0,24
Retorno Realizado Ibovespa 12m (%)	-	16,50	31,54	-1,29	19,49
Volatilidade Realizada Ibovespa 12m (%)	-	18,97	21,49	43,49	20,87
Índice Modigliani Realizado 12m (%)	-	3,59	38,65	47,19	-2,62
MDD Realizado Ibovespa 12m (%)	-	-20,35	-10,00	-46,82	-12,03
MDD Realizado 12m (%)	-	0,00	-3,99	-13,55	-3,31

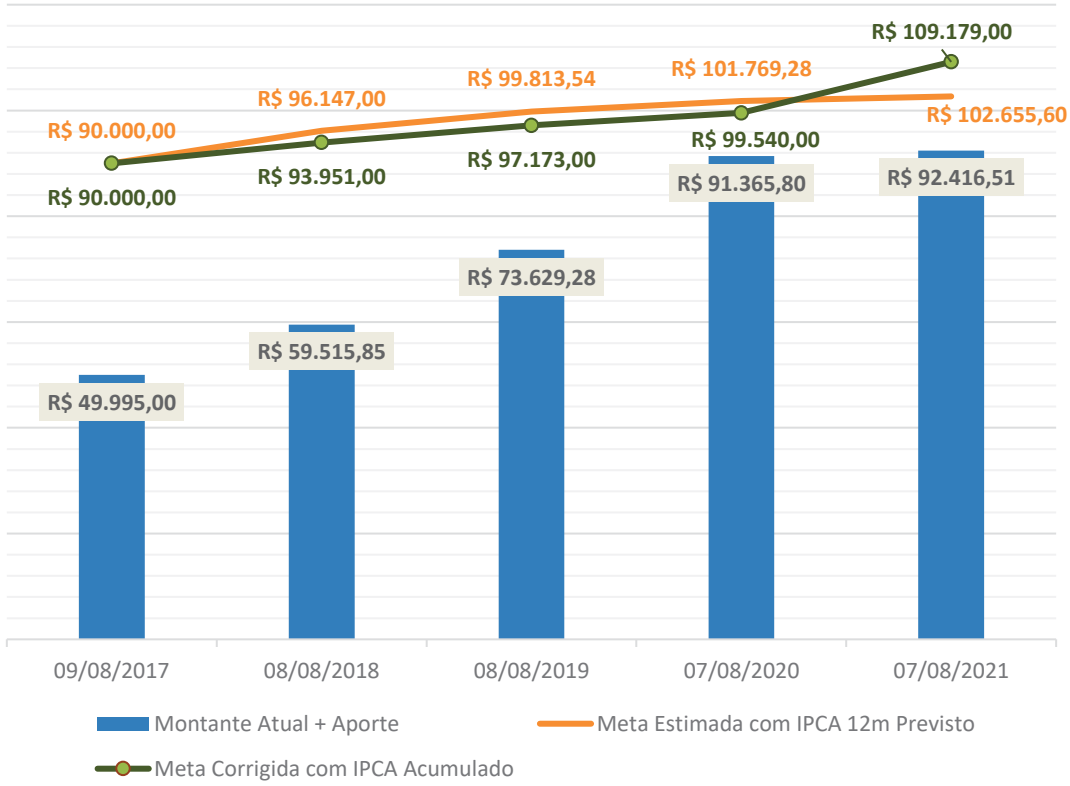
FONTE: O Autor (2023).

Após a criação do portfólio factível sugerido para o **primeiro ano**, adicionou-se um ano de série histórica ao período de análise e verificou-se que o retorno obtido com portfólio entre 08 de agosto de 2017 e 08 de agosto de 2018 foi de 7,04%, com uma volatilidade de 0,10%, conforme apresentado na TABELA 2. Ou seja, o retorno realizado foi bem menor que o retorno esperado. Por outro lado, a volatilidade registrada no período ficou abaixo do seu valor esperado.

Comparativamente ao retorno de 7,05% realizado pelo CDI nesse período, o Índice Sharpe do portfólio foi de -0,18. Já em comparação com o Índice Bovespa, que obteve um retorno de 16,50% em doze meses com uma volatilidade de 18,97%, como mostrado na TABELA 2, o Índice de Modigliani do portfólio foi de 3,59%. Logo, no caso hipotético da carteira recomendada ter a mesma volatilidade do índice de mercado, o retorno esperado seria inferior ao obtido pelo Ibovespa.

A inflação acumulada no primeiro ano foi de 4,39%, um valor abaixo do montante de 6,83% esperado para o IPCA. Por essa razão, corrigiu-se o montante almejado de R$ 90 mil para R$ 93.951,00, a ser atingido no novo prazo de três anos ($T = T - 1$). Além disso, acrescentou-se ao montante financeiro o valor do aporte de R$ 6 mil, atingindo-se uma riqueza acumulada de R$ 59.515,85, como ilustrado pela FIGURA 12.

FIGURA 12 - EVOLUÇÃO DA RIQUEZA ACUMULADA E ALMEJADA PARA O CENÁRIO BASE



FONTE: O Autor (2023).

Como o retorno realizado pelo portfólio sugerido no **primeiro ano** ficou abaixo do valor esperado, no segundo ano, o algoritmo GBWM sugeriu uma carteira com um risco substancialmente maior do que a carteira do primeiro ano. Conforme exibido na

TABELA 2, o retorno esperado para carteira ótima do segundo ano foi de 21,23% e a volatilidade esperada de 3,77%.

Dessa forma, em 08 de agosto de 2018, **segundo ano**, após uma nova execução de todas as etapas da FIGURA 4 considerando uma amostra de 388 fundos, uma nova riqueza disponível de R$ 59.515,85, e uma nova meta estimada de R$ 99.813,54 com um IPCA previsto de 6,24%, obteve-se a carteira com os fundos indicados na TABELA 3, que mostra as composições dos portfólios sugeridos a cada ano. Nota-se que nenhum dos fundos recomendados na carteira inicial foi mantido na carteira do segundo ano.

TABELA 3 - COMPOSIÇÕES DAS CARTEIRAS NO CENÁRIO BASE

Denominação Social	09/08/2017	08/08/2018	08/08/2019	07/08/2020
AF Invest FI Renda Fixa Crédito Privado Geraes	2,00%	-	-	-
Apex Equity Hedge FI Multimercado	-	-	13,60%	-
AZ Quest Multi FIC FI Multimercado	-	12,97%	-	-
BB Renda Fixa Dívida Externa Mil FI	-	-	-	9,52%
BTG Pactual Crédito Corporativo I FIQ FI De Renda Fixa Crédito Privado Longo Prazo	29,83%			
CA Indosuez Vitesse FI Renda Fixa Crédito Privado	2,00%	-	-	-
Capitânia Top Crédito Privado FIC FI Renda Fixa	2,00%	-	-	-
Exploritas Alpha América Latina FIC FI Multimercado	-	25,04%	-	-
Garde D'artagnan FIC FI Multimercado	-	8,34%	-	-
Ibiuna Long Short STLS FIC FI Multimercado	-	8,02%	-	-
Icatu Vanguarda Pré-Fixado FI Renda Fixa Longo Prazo	-	-	-	30,75%
Itaú Hedge 30 Multimercado FIC FI	-	-	-	31,11%
Murano FIC FI Multimercado	-	8,98%	-	-
Novus Macro FIC FI Multimercado	-	9,79%	-	-
Órama Ouro FI Multimercado	-	-	3,32%	9,25%
Safra Consumo Americano FIC FI Ações BDR-Nível I	-	26,89%	20,85%	2,26%
Safra Executive Special II Renda Fixa FIC FI	2,00%			
Santander FIC FI Yield Master RF Crédito Priv. Longo Prazo	60,17%			
Sparta Top FIC FI Renda Fixa Crédito Privado Longo Prazo	2,00%	-	-	-
Sul América Inflatie FI Renda Fixa Longo Prazo	-	-	62,24%	-
Western Asset FI Ações BDR Nível I	-		-	17,11%

FONTE: O Autor (2023).

Após a consideração dos investimentos mínimos, manteve-se o retorno esperado da carteira ótima, porém a volatilidade esperada da carteira factível foi de

5,00%, ou seja, valor igual ao estabelecido para a volatilidade do limite superior da fronteira eficiente (μ_{max}) no Cenário Base, como apresentado no QUADRO 1. Portanto, o retorno esperado do portfólio foi o máximo permitido pelo limite de risco especificado. A probabilidade de atingir o objetivo dentro do novo prazo de três anos com essa nova carteira foi mantida em 100%.

Conforme apresentado na TABELA 3, a carteira criada para corresponder ao ponto factível no segundo ano foi novamente composta por sete fundos de investimento. Entretanto, diferentemente do ano anterior, no qual investiu-se apenas em títulos públicos e crédito privado, aproximadamente 73% do portfólio foi composto por fundos multimercados, enquanto o restante foi constituído pelo fundo Safra Consumo Americano FIC FI Ações BDR-Nível I, que investe em ações do setor de consumo do mercado norte-americano por meio de *Brazilian Depositary Receipts* (BDRs).

Após doze meses, como indicado na TABELA 2, o retorno realizado obtido com carteira sugerida no segundo ano foi de 13,62%, valor inferior ao retorno esperado de 21,23%. Já a volatilidade realizada foi de 4,85%, valor inferior ao percentual esperado de 5,00%.

Comparativamente ao retorno de 6,33% realizado pelo CDI no mesmo período, o retorno do portfólio do segundo ano obteve um Índice Sharpe de 1,50. Já com relação ao índice de mercado que teve um retorno de 31,54% com uma volatilidade anualizada de 21,49%, o Índice de Modigliani do portfólio em um ano foi de 38,65%. Ou seja, houve um bom desempenho ajustado ao risco nesse ano. Além disso, nota-se que o Máximo *Drawdown* do portfólio em doze meses foi de -3,99%, enquanto a variação d Ibovespa foi de -10,00%.

Para o **terceiro ano**, ou seja, em 08 de agosto de 2019, o montante acumulado de R$ 73629,28 ainda estava abaixo do valor almejado, como apresentado na FIGURA 12. Com isso, após a análise de 483 fundos, a terceira carteira ótima recomenda teve um retorno esperado de 18,17% e um risco esperado de 2,91%. Após consideradas as restrições de investimentos mínimos, obteve-se uma carteira factível com o mesmo retorno esperado, mas com uma volatilidade esperada novamente no limite máximo estabelecido de 5,00%. A probabilidade de atingir o objetivo com essa nova carteira em dois anos foi reduzida para 99,58%.

Como apresentado na TABELA 3, no terceiro ano recomendou-se somente quatro fundos, sendo que apenas o fundo de ações de consumo do mercado norte-

americano foi mantido da carteira do ano anterior, porém, com percentual reduzido de 26,89% para 20,85%. Houve também a adição de um percentual de 3,32% no fundo Órama Ouro FI Multimercado, que aplica seus recursos em ouro negociado na bolsa de valores brasileira. Ademais, 62,24% do portfólio do ano foi constituído de um fundo de renda fixa e o percentual restante em um fundo multimercado.

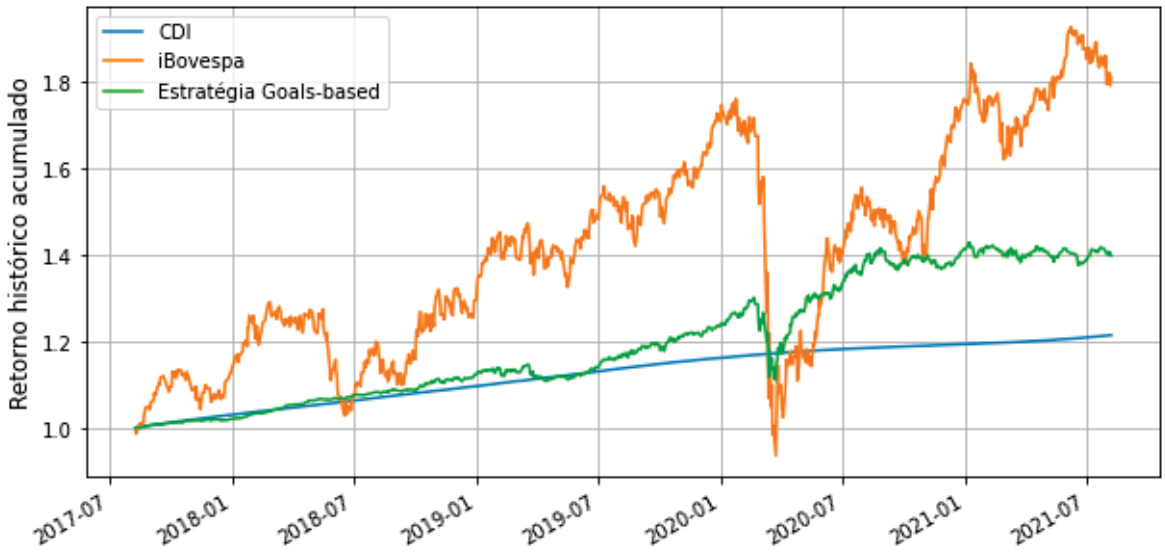
Em 07 de agosto de 2020, **quarto ano**, verificou-se que a terceira carteira recomendada teve um retorno realizado de 15,94% e uma volatilidade realizada de 11,94% ao longo de doze meses, conforme indicado na TABELA 2. Com isso, a riqueza acumulada atingiu o valor de R$ 91.365.80, como indicado na FIGURA 12. Portanto, nesse ano, atingiu-se o montante nominal de R$ 90 mil especificado para o Cenário Base no QUADRO 1. Porém, em termos reais, o montante almejado corrigido pelo IPCA acumulado era de R$ 99.540,00 e ainda estava longe de ser alcançado.

Em relação ao desempenho ajustado ao risco, observa-se na TABELA 2 que o retorno do CDI foi de 4,11% e que a carteira sugerida no terceiro ano teve um Índice Sharpe de 0,99, ou seja, valor menor que o do ano anterior. Isso ocorreu porque, apesar do retorno realizado ter aumentado consideravelmente, a volatilidade realizada também foi maior.

Já comparativamente ao Índice Ibovespa, que teve um retorno realizado no período de -1,29% e uma volatilidade anualizada de 43,49%, o Índice de Modigliani da carteira do terceiro ano foi de 47,19%. Ademais, como apresentado na TABELA 2, o Máximo *Drawdown* realizado pelo portfólio em doze meses foi de -13,55%, enquanto a variação do índice de mercado foi de -46,82%. Dessa forma, ainda que a volatilidade realizada pelo portfólio de 11,94% tenha sido mais que o dobro da volatilidade esperada de 5,00%, essa carteira obteve um bom resultado, quando comparada ao desempenho do índice do mercado brasileiro de ações.

Em especial, destaca-se que nesse período houve significativos impactos socioeconômicos ocasionados pela pandemia do COVID-19, que levaram o Índice Ibovespa a uma queda no primeiro semestre de 2020, como ilustrado na FIGURA 13, que mostra o histórico do retorno acumulado diário com a estratégia *goals-based*, em comparação com o CDI e o Ibovespa.

FIGURA 13 - RETORNO ACUMULADO NO CENÁRIO BASE



FONTE: O Autor (2023).

Para o **último ano**, em 07 de agosto de 2020, avaliou-se 567 ativos e recomendou-se uma carteira factível com retorno esperado de 18,65% e volatilidade esperada de 5,00%, ou seja, novamente o retorno máximo foi limitado pelo risco máximo estabelecido para o Cenário Base. Conforme apresentado na TABELA 3, além de manter o fundo de ações americanas Safra Consumo Americano FIC FI Ações BDR-Nível I, mas em menor percentual, houve também a inclusão do fundo de ações americanas Western Asset FI Ações BDR Nível I, sendo ambos fundos expostos à variação cambial da moeda americana.

Ademais, aumentou-se a alocação em ouro por meio do fundo Órama Ouro FI Multimercado e incluiu-se também o fundo BB Renda Fixa Dívida Externa Mil FI, que aplica recursos em títulos de dívida externa brasileira, negociados no mercado internacional. Por fim, houve também percentuais iguais de aproximadamente 31% em um fundo multimercado e em um fundo de renda fixa.

Porém, o retorno realizado por essa carteira foi de apenas 1,15%, ou seja, muito abaixo do valor esperado de 18,65% e bem abaixo do retorno de 2,49% do CDI no mesmo período. Consequentemente, ao final do Cenário Base, após realizados todos as etapas da FIGURA 4 para todos os anos, obteve-se uma riqueza acumulada de R$ 92.416,51, valor consideravelmente abaixo do montante almejado corrigido pela inflação de R$ 109.179,00, como apresentado pela FIGURA 12.

Verifica-se também pela FIGURA 12 que a meta estimada com o IPCA prevista foi de R$ 102.655,60, valor notavelmente menor que o montante corrigido

pela inflação efetivamente realizada no período. Portanto, o método aplicado para a estimativa do IPCA não teve uma boa capacidade preditiva.

A TABELA 4 sintetiza a performance da estratégia no Cenário Base ao longo de quatro anos. Observa-se que, apesar da riqueza almejada corrigida pelo IPCA não ter sido atingida, obteve-se bons indicadores de performance ajustada ao risco. Em especial, o Índice de Treynor indica um retorno positivo de 1,39% para cada unidade de risco sistêmico assumido. Além disso, o Alpha de Jensen denota que o retorno obtido foi 12,12% maior do que o retorno esperado pelo CAPM.

Percebe-se ainda que a volatilidade anualizada obtida com a estratégia proposta foi de apenas 7,03%, em comparação com 28,09% do índice de mercado. Por isso, o Índice Modigliani simboliza que o retorno da estratégia equivaleria a 106,08% caso o risco assumido fosse equivalente ao risco do Ibovespa. Destaca-se também que o máximo *drawdown* de -13,55% foi inferior ao valor de -46.82% do Ibovespa e que, ao longo de quatro anos, a estratégia teve uma baixa correlação com o índice de mercado com um Beta de 0,1527.

TABELA 4 - INDICADORES DO CENÁRIO BASE AO FINAL DE QUATRO ANOS

Retorno Realizado Estratégia *Goals-based*	42,63%
Retorno Realizado CDI	21,43%
Retorno Realizado Ibovespa	80,87%
Volatilidade Estratégia *Goals-based*	7,03%
Volatilidade Ibovespa	28,09%
Máximo *Drawdown* Estratégia *Goals-based*	-13,55%
Máximo *Drawdown* Ibovespa	-46,82%
Índice Sharpe Estratégia *Goals-based*	3,01
Índice Modigliani Estratégia *Goals-based*	106,08%
Índice de Treynor Estratégia *Goals-based*	1,39%
Alpha de Jensen Estratégia *Goals-based*	12,12%
Beta Estratégia *Goals-based*	0,1527

FONTE: O Autor (2023).

4.2 CENÁRIO ALTERNATIVO A – INCLUSÃO DE FUNDOS PARA INVESTIDORES QUALIFICADOS

O Cenário Alternativo A verifica se há alterações nos resultados ao se incluir fundos para investidores qualificados. Ou seja, mantem-se as variáveis de entrada do Cenário Base, mas amplia-se a amostra de fundos de investimentos para fundos de público-geral e fundos para investidores qualificados.

A TABELA 5 mostra as composições dos portfólios sugeridos a cada ano do Cenário Alternativo A. Ao se comparar as carteiras recomendadas neste cenário com as do Cenário Base, apresentado na TABELA 3, nota-se que há diversas semelhanças entre os tipos de fundos selecionados nos dois cenários.

Assim como no Cenário Base, no primeiro ano do Cenário Alternativo A, todos os fundos recomendados alocavam recursos em crédito privado e títulos públicos. E, como indicado na TABELA 6, que apresenta os indicadores anuais deste cenário, passados doze meses, o retorno realizado de 7,05% foi praticamente igual ao cenário anterior e, da mesma forma, inferior ao retorno esperado de 12,52%. Por isso, assim como no Cenário Base, aumentou-se o retorno e o risco esperados para o segundo ano por meio da inclusão de fundos multimercados e de um fundo que investe em ações do setor de consumo do mercado norte-americano por meio de BDRs.

Em agosto de 2019, o retorno realizado em doze meses foi de 12,99%, com uma volatilidade anualizada de 4,45%, que comparativamente ao ativo de livre risco resultou em um Índice Sharpe de 1,49. Com isso, o montante financeiro acumulado atingiu R$ 73.363,55, valor bem abaixo da meta de R$ 99.813,54. Por essa razão, para o terceiro ano, criou-se uma carteira com volatilidade anualizada igual ao limite superior estipulado de 5,00% e um retorno anual esperado de 18,05%.

Após um ano, conforme apresentado na TABELA 6, o retorno registrado foi de 16,53% e volatilidade realizada de 12,11% foi bem superior ao limite de 5,00% estabelecido. Ainda assim, o valor financeiro acumulado estava bastante inferior à meta estipulada. Consequentemente, a última carteira recomendada também teve a volatilidade esperada igual o limite estabelecido de 5,00%, mas com um retorno esperado de 18,62%.

TABELA 5 - COMPOSIÇÕES DAS CARTEIRAS NO CENÁRIO ALTERNATIVO A

Denominação Social	09/08/2017	08/08/2018	08/08/2019	07/08/2020
AZ Quest Multi FIC FI Multimercado	-	11,77%	-	-
Banrisul Flex Crédito Privado FI Renda Fixa LP	2,00%	-		
BB Multimercado LP Multiestratégia FIC FI	-	-	10,58%	-
BB Renda Fixa Dívida Externa Mil FI	-	-	-	10,28%
Capitânia Top Crédito Privado FIC FI Renda Fixa	6,90%			
Exploritas Alpha América Latina FIC FI Multimercado	-	22,64%	-	-
Garde D'artagnan FIC FI Multimercado	-	14,23%	-	-
Ibiuna Long Short STLS FIC FI Multimercado	-	9,83%	-	-
Icatu Vanguarda Pré-Fixado FI Renda Fixa Longo Prazo	-	-	-	30,74%
Inter Conservador Plus FI Renda Fixa Longo Prazo	20,76%	-		
Itaú Hedge 30 Multimercado FIC FI	-	-	-	30,99%
Murano FIC FI Multimercado	-	9,19%	-	-
Novus Macro FIC FI Multimercado	-	8,61%	-	-
Órama Ouro FI Multimercado	-	-	5,27%	9,21%
Plural High Grade FI Renda Fixa - Crédito Privado	25,25%	-	-	-
Rio Bravo Crédito Privado FI Renda Fixa	20,00%	-		
Safra Consumo Americano FIC FI Ações BDR-Nível I	-	23,72%	20,99%	-
Santander Renda Fixa Referenciado DI Premium FIC FI	12,58%			
Sparta Top FIC FI Renda Fixa Crédito Privado Longo Prazo	2,51%	-	-	-
Sul América Inflatie FI Renda Fixa Longo Prazo	-	-	63,16%	-
Western Asset FI Ações BDR Nível I	-	-	-	18,77%
XP Corporate Light FI Renda Fixa Crédito Privado Longo Prazo	10,00%	-	-	-

FONTE: O Autor (2023).

Mesmo com a adição de fundos para investidores qualificado ao universo de ativos analisados, as alocações realizadas anualmente não se alteraram muito. Da mesma forma, o montante obtido ao final do período novamente foi menor que o montante almejado corrigido pela inflação. Além disso, o montante acumulado de R$ 92.332,17 foi ligeiramente inferior ao valor de R$ 92.416,51 obtido no Cenário Base.

A TABELA 7 sintetiza a performance da estratégia *goals-based* no Cenário Alternativo A, entre 09 de agosto de 2017 e 07 de agosto de 2021. Comparando-se essa tabela com a TABELA 7, constata-se que não houve grandes variações nos indicadores de performance ajustada ao risco entre os dois cenários. Verifica-se ainda que o Máximo *Drawdown* da estratégia no Cenário Alternativo A foi ligeiramente

menor que no cenário anterior, o que pode ser também observado ao se comparar a FIGURA 13 com a FIGURA 14, que ilustra o retorno acumulado diário neste cenário.

TABELA 6 - INDICADORES ANUAIS DO CENÁRIO ALTERNATIVO A

	09/08/2017	08/08/2018	08/08/2019	07/08/2020	07/08/2021
Montante Atual + Aporte	50.000,00	59.619,0	73.363,55	91.481,39	92.332,17
IPCA Previsto 12m (%)	6,83	6,24	4,73	3,13	-
Meta Estimada com IPCA 12m Previsto	96.147,00	99.813,54	101.769,28	102.655,60	-
IPCA Realizado 12m (%)	-	4,39	3,34	2,55	9,94
IPCA Acumulado Total (%)	-	4,39	7,97	10,60	21,31
Meta Corrigida com IPCA Acumulado	-	93.951,00	97.173,00	99.540,00	109.179,00
Retorno Esperado Carteira Ótima (%)	12,52	20,59	18,05	18,62	-
Retorno Esperado Carteira Factível (%)	12,51	20,59	18.05	18,62	-
Retorno Realizado 12m (%)	-	7,25	12,99	16,53	0,93
Volatilidade Esperada Carteira Ótima (%)	0,09	3,30	3,71	4,13	-
Volatilidade Esperada Carteira Factível (%)	0,12	4,52	5,00	5,00	-
Volatilidade Realizada 12m (%)	-	0,12	4,45	12,11	5,43
Probabilidade de Atingir o Objetivo	100,00	100,00	97,46	95,55	-
Retorno Esperado CDI (%)	12,15	11,41	9,96	7,47	-
Retorno Realizado CDI 12m (%)	-	7,05	6,33	4,11	2,49
Sharpe Esperado Carteira Factível	2,98	2,02	1,62	2,23	-
Sharpe Realizado 12m	-	1,70	1,49	1,02	-0,29
Retorno Realizado Ibovespa 12m (%)	-	16,50	31,54	-1,29	19,49
Volatilidade Realizada Ibovespa 12m (%)	-	18,97	21,49	43,49	20,87
Índice Modigliani Realizado 12m (%)	-	39,21	38,43	48,70	-3,49
MDD Realizado Ibovespa 12m (%)	-	-20,35	-10,00	-46,82	-12,03
MDD Realizado 12m (%)	-	-0,03	-3,58	-12,82	-3,26

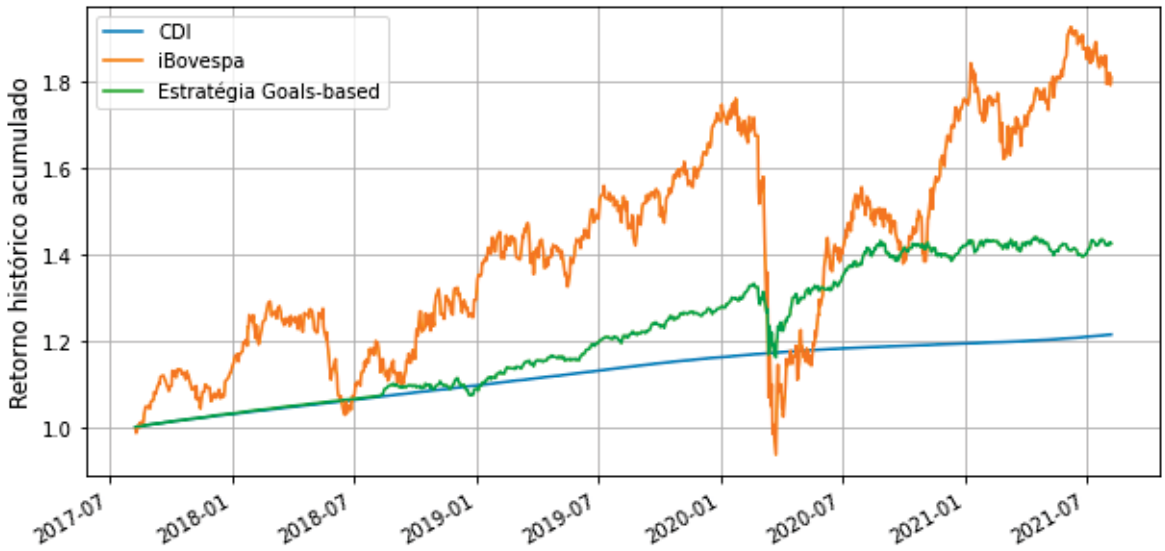
FONTE: O Autor (2023).

TABELA 7 - INDICADORES DO CENÁRIO ALTERNATIVO A AO FINAL DE QUATRO ANOS

Retorno Realizado Estratégia *Goals-based*	42,52%
Retorno Realizado CDI	21,43%
Retorno Realizado Ibovespa	80,87%
Volatilidade Estratégia *Goals-based*	7,04%
Volatilidade Ibovespa	28,09%
Máximo *Drawdown* Estratégia *Goals-based*	-12,82%
Máximo *Drawdown* Ibovespa	-46,82%
Índice Sharpe Estratégia *Goals-based*	2,99
Índice Modigliani Estratégia *Goals-based*	105,56%
Índice de Treynor Estratégia *Goals-based*	1,39%
Alpha de Jensen Estratégia *Goals-based*	12,07%
Beta Estratégia *Goals-based*	0,1518

FONTE: O Autor (2023).

FIGURA 14 - RETORNO ACUMULADO NO CENÁRIO ALTERNATIVO A



FONTE: O Autor (2023).

4.3 CENÁRIO ALTERNATIVO B – ALTERAÇÃO DAS RESTRIÇÕES AO RISCO

Os resultados anteriores evidenciaram que o limite de volatilidade máxima de 5,0% a.a. imposto ao retorno máximo (μ_{max}) da fronteira eficiente foi crucial na construção dos portfólios. Por essa razão, o Cenário Alternativo B avalia o impacto do aumento da tolerância ao risco do investidor no desempenho da estratégia *goals-based*. Para isso, aumenta-se a volatilidade do limite inferior da fronteira eficiente (volatilidade do μ_{min}) de 0,1% para 0,6% e a volatilidade do limite superior da fronteira eficiente (volatilidade do μ_{max}) de 5,00% para 10,00%.

A TABELA 8 mostra as composições dos portfólios sugeridos a cada ano do Cenário Alternativo B. Comparativamente ao Cenário Base, percebe-se uma redução na quantidade de ativos recomendados nos três primeiros anos, assim como diferenças consideráveis nos fundos selecionados e nos percentuais alocados.

No **primeiro ano**, ao invés da alocação somente em títulos públicos e créditos privados, devido ao incremento do limite inferior de volatilidade, houve a recomendação de um fundo multimercado que representou aproximadamente 24% do portfólio e um fundo de crédito privado. Porém, conforme apresentado na TABELA 9, o retorno realizado de 7,75% foi apenas ligeiramente superior ao retorno de 7,04% do

primeiro ano do Cenário Base. Ainda assim, esse valor foi inferior aos 13,70% do retorno esperado para o ano.

TABELA 8 - COMPOSIÇÕES DAS CARTEIRAS NO CENÁRIO ALTERNATIVO B

Denominação Social	09/08/2017	08/08/2018	08/08/2019	07/08/2020
Angá Portfólio FI Multimercado Crédito Privado				50,59%
Artesanal FIC FI Multimercado	23,58%			
AZ Quest Termo FI Renda Fixa				6,43%
BB Renda Fixa Dívida Externa Mil FI				1,19%
BNP Paribas RF FI Renda Fixa				1,25%
BTG Pactual Crédito Corporativo I FIQ FI Renda Fixa Crédito Privado Longo Prazo	76,42%			
CSN Invest FI Ações			2,72%	
Daycoval Multiestratégia FI Multimercado				11,47%
Exploritas Alpha América Latina FIC FI Multimercado		39,18%		
Icatu Vanguarda Pré-Fixado FI Renda Fixa Longo Prazo			11,62%	
Itaú Hedge 30 Multimercado FIC FI				10,34%
Modalmais Lion FI Multimercado Crédito Privado				1,84%
Órama Ouro FI Multimercado			6,17%	
Safra Consumo Americano FIC FI Ações BDR-Nível I		60,82%	22,44%	
SF2 Tropico Cash FI Multimercado				7,02%
Sul América Inflatie FI Renda Fixa Longo Prazo			57,05%	
Vinci Multiestratégia FI Multimercado				9,88%

FONTE: O Autor (2023).

No **segundo ano,** o montante acumulado (R$ 59.875,00) estava claramente distante do valor pretendido (R$ 99.813,54) e, por consequência, criou-se uma carteira com volatilidade igual ao valor máximo estabelecido de 10,00%. Para isso, investiu-se 60,82% do montante disponível em um fundo de ações no mercado de consumo norte-americano e 39,18% no fundo Exploritas Alpha América Latina FIC FI Multimercados, que atua nos mercados de renda fixa e renda variável no Brasil, Argentina, Chile, Peru, Colômbia e México.

O retorno realizado pela carteira recomendada do segundo ano foi de 19,76%, o maior retorno anual realizado dentre todos os três cenários até então. Porém, esse valor foi menor que os 26,97% esperados. Já a volatilidade registrada de 9,81% ficou relativamente próxima ao limite máximo estabelecido. Com isso, houve uma redução na diferença entre o montante acumulado e a meta estabelecida e, por essa razão, no

terceiro ano, recomendou-se uma nova carteira com menor retorno e menor risco esperados que no ano anterior.

Conforme apresentado na TABELA 8, no terceiro ano adotou-se um portfólio composto por 68,67% de títulos de renda fixa de longo prazo com os fundos Sul América Inflatie FI Renda Fixa Longo Prazo e Icatu Vanguarda Pré-Fixado FI Renda Fixa Longo Prazo. Além disso, alocou-se um percentual de 22,44% em ações de consumo americanas, 2,72% em ações da bolsa de valores do Brasil e 6,17% em ouro. Com essa carteira, esperava-se para o próximo ano ter um retorno de 18,86% e um volatilidade de 5,71%.

TABELA 9 - INDICADORES ANUAIS DO CENÁRIO ALTERNATIVO B

	09/08/2017	08/08/2018	08/08/2019	07/08/2020	07/08/2021
Montante Atual + Aporte	50.000,00	59.875,00	77.706,29	98.254,97	100.662,22
IPCA Previsto 12m (%)	6,83	6,24	4,73	3,13	-
Meta Estimada com IPCA 12m Previsto	96.147,00	99.813,54	101.769,28	102.655,60	-
IPCA Realizado 12m (%)	-	4,39	3,34	2,55	9,94
IPCA Acumulado Total (%)	-	4,39	7,97	10,60	21,31
Meta Corrigida com IPCA Acumulado	-	93.951,00	97.173,00	99.540,00	109.179,00
Retorno Esperado Carteira Ótima (%)	13,70	26,97	18,86	9,85	-
Retorno Esperado Carteira Factível (%)	13,70	26,97	18,86	9,85	-
Retorno Realizado 12m (%)	-	7,75	19,76	18,71	2,45
Volatilidade Esperada Carteira Ótima (%)	0,19	4,09	5,08	0,52	-
Volatilidade Esperada Carteira Factível (%)	0,60	10,00	5,71	0,60	-
Volatilidade Realizada 12m (%)	-	0,22	9,81	13,29	0,38
Probabilidade de Atingir o Objetivo	100	100	99,35	100	-
Retorno Esperado CDI (%)	12,15	11,41	9,96	7,47	-
Retorno Realizado CDI 12m (%)	-	7,05	6,33	4,11	2,49
Sharpe Esperado Carteira Factível	2,57	1,56	1,56	3,96	-
Sharpe Realizado 12m	-	3,26	1,37	1,10	-0,11
Retorno Realizado Ibovespa 12m (%)	-	16,50	31,54	-1,29	19,49
Volatilidade Realizada Ibovespa 12m (%)	-	18,97	21,49	43,49	20,87
Índice Modigliani Realizado 12m (%)	-	68,87	35,73	51,89	0,21
MDD Realizado Ibovespa 12m (%)	-	-20,35	-10,00	-46,82	-12,03
MDD Realizado 12m (%)	-	-0,05	-9,56	-13,74	-0,33

FONTE: O Autor (2023).

Passados doze meses, o Índice Bovespa teve uma queda de -1,29% com uma expressiva volatilidade anualizada de 43,49% e um Máximo Drawdown de -46,82% devido aos impactos negativos da pandemia do coronavírus. Por outro lado, o retorno efetuado pela carteira foi de 18,71%, valor muito próximo ao esperado. Além do mais,

a volatilidade registrada foi de 13,29%, bem inferior à do índice de mercado, porém superior tanto ao valor esperado quanto ao limite máximo estabelecido. Destaca-se ainda que o Máximo Drawdown obtido de -13,74%.

Devido ao bom resultado do portfólio até o dia 07 de agosto de 2020, reduziu-se a diferença entre a riqueza acumulada de R$ 98.254,97 (considerando o aporte de R$ 6 mil) e a meta estimada com a inflação prevista para o ano seguinte de R$ 102.655,60. Consequentemente, com o intuito de se manter o patrimônio já acumulado e reduzir a exposição a grandes oscilações, o algoritmo GBWM determinou para o último ano um portfólio com baixa volatilidade esperada.

Conforme indicado na TABELA 9, no último ano o retorno obtido foi de 2,45%, valor próximo ao retorno de 2,49% do CDI. Porém, o retorno realizado ficou consideravelmente abaixo do valor esperado de 9,85% e, além disso, a inflação realizada de 9,94% foi superior ao montante previsto de 3,13%. Somados esses fatores, o montante final obtido de R$ 100.662,22 não atingiu a meta corrigida pela inflação acumulada ao longo dos quatro anos

Apesar disso, seu valor ficou apenas 1,98% abaixo do valor de R$ 102.655,60 da meta estimada com o IPCA previsto e 8,46% abaixo da meta corrigida pela inflação efetiva de R$ 109.179,00. Ademais, conforme apresentado na TABELA 10, que sintetiza a performance da estratégia *goals-based* no Cenário Alternativo B entre 09 de agosto de 2017 e 07 de agosto de 2021, a volatilidade anualizada da estratégia em quatro anos ficou abaixo do limite máximo de 10,00% e bem abaixo da volatilidade 28,09% do índice de mercado.

TABELA 10 - INDICADORES DO CENÁRIO ALTERNATIVO B AO FINAL DE QUATRO ANOS

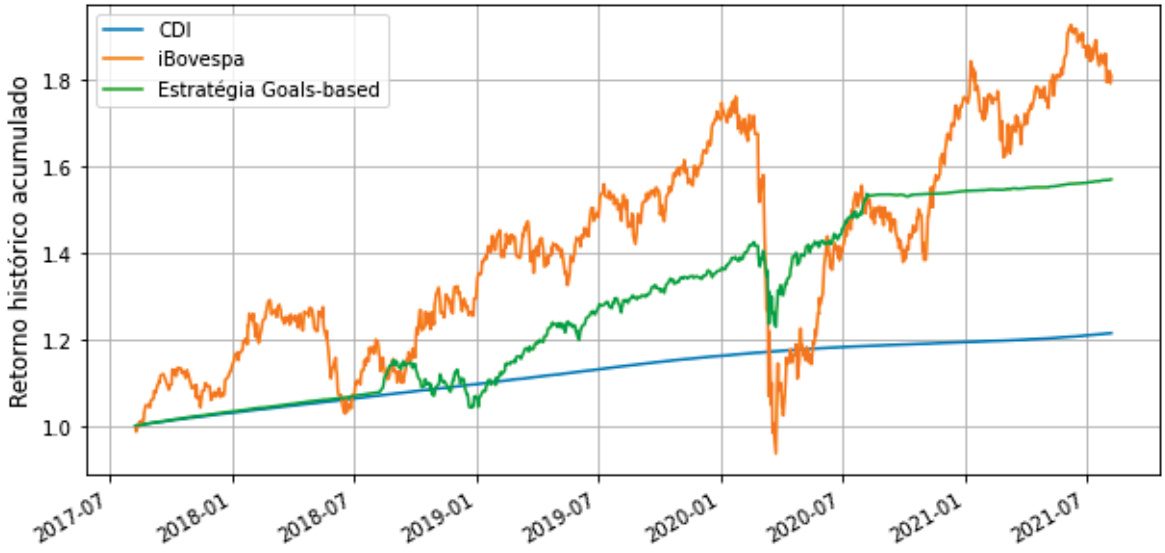
Retorno Realizado Estratégia *Goals-based*	56,94%
Retorno Realizado CDI	21,43%
Retorno Realizado Ibovespa	80,87%
Volatilidade Estratégia *Goals-based*	8,27%
Volatilidade Ibovespa	28,09%
Máximo *Drawdown* Estratégia *Goals-based*	-13,74%
Máximo *Drawdown* Ibovespa	-46,82%
Índice Sharpe Estratégia *Goals-based*	4,29
Índice Modigliani Estratégia *Goals-based*	141,99%
Índice de Treynor Estratégia *Goals-based*	2,23%
Alpha de Jensen Estratégia *Goals-based*	26,05%
Beta Estratégia *Goals-based*	0,1593

FONTE: O Autor (2023).

A TABELA 10 mostra ainda que os indicadores de performance ajustados ao risco foram os melhores dentre os cenários até então. E, esses resultados foram obtidos mantendo-se uma baixa correlação com índice do mercado de ações brasileiro, conforme indicado pelo Beta de 0,1593.

A FIGURA 16 ilustra o histórico do retorno acumulado com a estratégia *goals-based*, em comparação com o CDI e o Ibovespa no Cenário Alternativo B. Pode-se verificar que no último ano houve poucas oscilações no retorno acumulado do portfólio, de forma que seguiu-se praticamente a inclinação da reta do retorno acumulado do CDI.

FIGURA 15 - RETORNO ACUMULADO NO CENÁRIO ALTERNATIVO B



FONTE: O Autor (2023).

4.4 CENÁRIO ALTERNATIVO B2 – INCREMENTO DO MONTANTE ALMEJADO CONSIDERANDO AS ALTERAÇÃO DAS RESTRIÇÕES AO RISCO

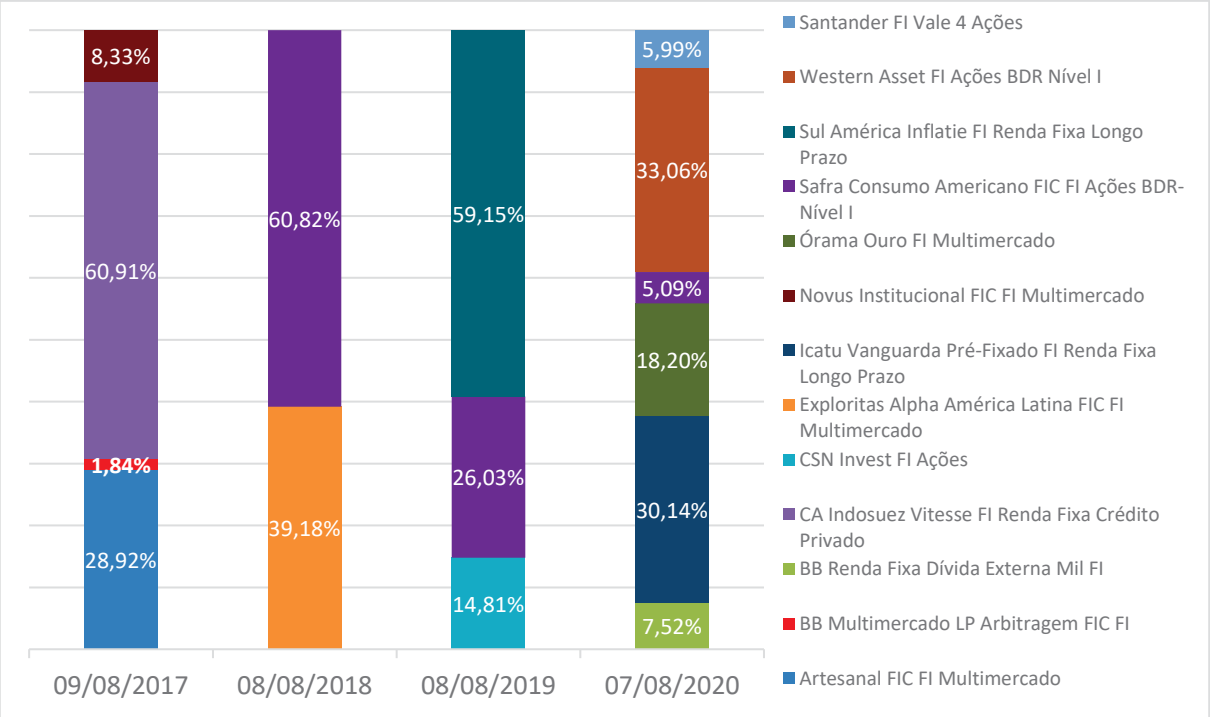
Por fim, o Cenário Alternativo B2 verifica a performance da estratégia goals-based no caso de uma meta mais arriscada, considerando-se o incremento nos limites de risco estabelecidos no Cenário Alternativo B. Para tanto, aumenta-se o montante pretendido de R$ 90 mil para R$100 mil, mantendo-se as demais variáveis de entrada do Cenário Alternativo B2.

No **primeiro ano**, recomendou-se uma carteira factível com retorno esperado de 13,57%, valor ligeiramente inferior ao retorno esperado de 13,70% do Cenário Alternativo B. Já a volatilidade esperada de 0,21% foi praticamente igual ao valor de 0,20% do cenário anterior. Porém, conforme exibido na FIGURA 17, que mostra as composições dos portfólios sugeridos a cada ano desse cenário, os fundos recomendados foram diferentes.

Comparando-se a TABELA 8 e a FIGURA 17, verifica-se que em 09 de agosto de 2017, a carteira do Cenário Alternativo B era composta de 23,58% de um fundo multimercado e 76,42% de um fundo de crédito privado de longo prazo. Já para o Cenário Alternativo B2, os fundos multimercados somaram 39,09% do portfólio, enquanto os 60,91% restante forma compostos por um fundo de crédito privado.

Após um ano, conforme mostrado na TABELA 11, que sumariza os indicadores anuais do Cenário Alternativo B2, o retorno obtido com essa carteira foi de 7,57% com uma volatilidade anualizada de 0,27%. Ambos os valores ficaram muito próximos ao cenário anterior.

FIGURA 16 - COMPOSIÇÕES DAS CARTEIRAS NO CENÁRIO ALTERNATIVO B2



FONTE: O Autor (2023).

Conforme ilustrado pela FIGURA 18, que mostra o histórico do retorno acumulado diário com a estratégia *goals-based*, em comparação com o CDI e o

Ibovespa neste cenário, verifica-se que durante os doze primeiros meses, o portfólio teve um comportamento muito próximo ao CDI, que obteve um retorno de 7,05%. Com isso, o índice Sharpe desse período foi de 1,93.

TABELA 11 - INDICADORES ANUAIS DO CENÁRIO ALTERNATIVO B2

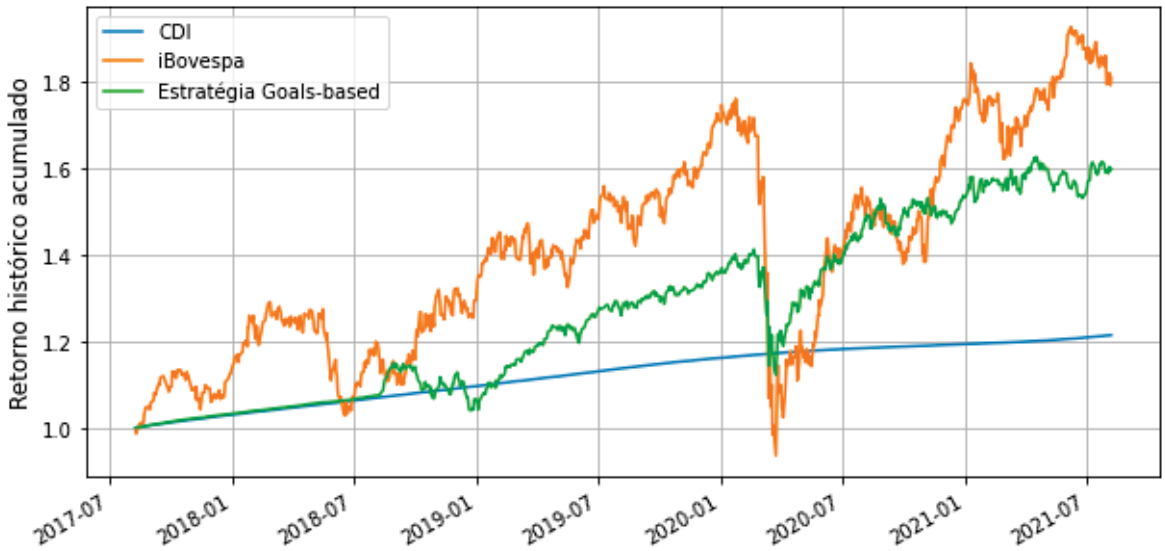
	09/08/2017	08/08/2018	08/08/2019	07/08/2020	07/08/2021
Montante Atual + Aporte	50.005,00	59.785,00	77.590,75	95.718,19	102.696,05
IPCA Previsto 12m (%)	6,83	6,24	4,73	3,13	-
Meta Estimada com IPCA 12m Previsto	106.830,00	110.903,94	113.076,98	114.061,78	-
IPCA Realizado 12m (%)	-	4,39	3,34	2,55	9,94
IPCA Acumulado Total (%)	-	4,39	7,97	10,60	21,31
Meta Corrigida com IPCA Acumulado		104.390,00	107.970,00	110.600,00	121.310,00
Retorno Esperado Carteira Ótima (%)	13,57	26,97	21,49	24,62	-
Retorno Esperado Carteira Factível (%)	13,57	26,97	21,49	24,62	-
Retorno Realizado 12m (%)	-	7,57	19,76	15,63	7,29
Volatilidade Esperada Carteira Ótima (%)	0,21	4,09	6,73	6,49	-
Volatilidade Esperada Carteira Factível (%)	0,61	10,00	9,99	10,00	-
Volatilidade Realizada 12m (%)	-	0,27	9,81	18,83	10,38
Probabilidade de Atingir o Objetivo	100,00	100,00	88,00	86,75	-
Retorno Esperado CDI (%)	12,15	11,41	9,96	7,47	-
Retorno Realizado CDI 12m (%)	-	7,05	6,33	4,11	2,49
Sharpe Esperado Carteira Factível	2,33	1,55	1,15	1,72	-
Sharpe Realizado 12m	-	1,93	1,37	0,61	0,46
Retorno Realizado Ibovespa 12m (%)	-	16,50	31,54	-1,29	19,49
Volatilidade Realizada Ibovespa 12m (%)	-	18,97	21,49	43,49	20,87
Índice Modigliani Realizado 12m (%)	-	43.63	35,73	30,71	12,15
MDD Realizado Ibovespa 12m (%)	-	-20,35	-10,00	-46,82	-12,03
MDD Realizado 12m (%)	-	-0,06	-9,56	-20,49	-5,87

FONTE: O Autor (2023).

Como o desempenho ficou bem abaixo do esperado, para o **segundo ano**, recomendou-se uma carteira factível com volatilidade esperada de 10%, ou seja, o máximo estabelecido, e um retorno esperado de 26,67%. Esses valores foram exatamente os mesmos recomendados para o segundo ano do cenário anterior e, portanto, a carteira recomendada foi a mesma e os resultados obtidos também.

Com uma meta mais arriscada, nos anos seguintes os retornos realizados pelos portfólios sugeridos ficaram abaixo dos valores esperados e o algoritmo manteve o risco no limite máximo. Ainda assim, o montante final acumulado de R$ 102.696,05 não atingiu a meta corrigida pela inflação.

FIGURA 17 - RETORNO ACUMULADO NO CENÁRIO ALTERNATIVO B2



FONTE: O Autor (2023).

Mesmo assim, conforme apresentado na TABELA 12, que sintetiza a performance da estratégia *goals-based* no Cenário Alternativo B2, os indicadores de retorno ajustados ao risco foram satisfatórios. É importante destacar que, houve ainda uma baixa correlação com o índice de mercado, representado pelo Beta de 0,2422, de forma que a volatilidade obtida foi de 11,87% e o Máximo *Drawdown* de -20,49% valores bem inferiores aos registrados pelo Ibovespa.

TABELA 12 - INDICADORES DO CENÁRIO ALTERNATIVO B2 AO FINAL DE QUATRO ANOS

Retorno Realizado Estratégia *Goals-based*	59.82%
Retorno Realizado CDI	21,43%
Retorno Realizado Ibovespa	80,87%
Volatilidade Estratégia *Goals-based*	11,87%
Volatilidade Ibovespa	28,09%
Máximo *Drawdown* Estratégia *Goals-based*	-20,49%
Máximo *Drawdown* Ibovespa	-46,82%
Índice Sharpe Estratégia *Goals-based*	3,24
Índice Modigliani Estratégia *Goals-based*	112,31%
Índice de Treynor Estratégia *Goals-based*	1,59%
Alpha de Jensen Estratégia *Goals-based*	23,9%
Beta Estratégia *Goals-based*	0,2422

FONTE: O Autor (2023).

5 CONCLUSÃO E RECOMENDAÇÕES

O presente trabalho apresentou uma metodologia para auxiliar os investidores a definirem em quais fundos de investimento devem investir seu montante disponível para atingirem uma meta específica. O método de seleção e alocação de ativos baseado no agrupamento hierárquico de fundos de investimentos e nas restrições estabelecidas foi eficaz na criação de carteiras factíveis de fundos de investimentos.

Nota-se que além de respeitar as restrições de investimentos mínimos em cada fundo, as carteiras foram compostas por uma pequena quantidade de fundos. E, observa-se também uma diversificação nos tipos de fundos escolhidos, tanto com relação aos tipos de ativos quanto às regiões geográficas nas quais eles alocam recursos.

Por meio dos resultados apresentados, corrobora-se que a gestão de investimento baseada em objetivo proporciona uma gestão ativa do risco esperado do portfólio à medida que os mercados oscilam ao longo do prazo de investimento, maximizando-se a probabilidade de atingir a riqueza alvo. Verificou-se também que a estratégia proposta obteve bons indicadores de performance ajustada ao risco, ainda que o montante almejado corrigido pela inflação não tenha sido atingido em todos os cenários hipotéticos.

Dentre os fatores que levaram ao não atingimento das metas, destaca-se que as metas foram bem agressivas, com altos retornos esperados acima da inflação. E, houve também uma significativa divergência entre os retornos esperados e os retornos realizados a cada ano. Portanto, como sugestões para trabalhos futuros, recomenda-se a estimativa de retornos futuros por meio de outros métodos diferentes da média aritmética e a consideração de períodos passados de análise diferentes de quatro anos.

Sugere-se ainda a estimativa da evolução futura dos montantes financeiros com outros modelos estocásticos diferentes do Movimento Geométrico Browniano, uma vez que esse modelo parte do pressuposto de retornos gaussianos independentes e identicamente distribuídos ao longo do tempo. Ademais, a estimativa da inflação pela sua média aritmética não foi eficaz e contribuiu para a divergência entre os valores acumulados e os almejados. Por essa razão, recomenda-se o uso da inflação implícita para estimativa da inflação.

Por fim, conclui-se que este trabalho pode contribuir para aconselhamentos financeiros mais individualizados e gerar impactos positivos na comunicação entre investidores, instituições financeiras e profissionais do mercado. Ademais, o método apresentado pode levar uma experiência de *wealth-management* a um número maior de investidores e incentivar uma maior popularização dos investimentos em fundos de investimentos.

REFERÊNCIAS

Associação Brasileira das Entidades dos Mercados Financeiro e de Capitais - ANBIMA (2021). *Raio X do Investidor Brasileiro - 4ª Edição*. Acessado em 23.08.2022. Recuperado de: https://www.anbima.com.br/pt_br/especial/raio-x-do-investidor-2021.htm.

Associação Brasileira das Entidades dos Mercados Financeiro e de Capitais - ANBIMA (2023). *Raio X do Investidor Brasileiro - 6ª Edição*. Acessado em 17.05.2023. Recuperado de: https://www.anbima.com.br/pt_br/especial/raio-x-do-investidor-2023.htm.

Banco Central do Brasil (2023). *SGS - Sistema Gerenciador de Séries Temporais - v2.1*. Disponível em: https://www3.bcb.gov.br/sgspub

Bodie Z., Kane A., & Marcus A. J. (2014). *Investments* (10th ed.). Irwin.

Brunel, Jean L.P. (2011). Goal-Based Wealth Management in Practice. *The Journal of Wealth Management* 14.3, pp. 17–26. ISSN: 1534-7524. DOI: 10. 3905/jwm.2011.14.3.017.

Cajas, D. (2022). *Riskfolio-Lib* (3.0.0). https://github.com/dcajasn/Riskfolio-Lib.

Comissão de Valores Mobiliários – CVM (2023). *Portal Dados Abertos CVM.* Disponível em: http://dados.cvm.gov.br/dados/FI/.

Daniel, K., Hirshleifer, D., & Teoh, S. Investor psychology in capital markets: Evidence and Policy Implications. *Journal of Monetary Economics*, 49, 139 209, 2002.

Das, S. R., Markowitz, H., Scheid, J., & Statman, M. (2010). Portfolio Optimization with Mental Accounts. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 45(2), 311-334. doi:10.1017/S0022109010000141.

Das, S. R., Ostrov, D. N., Radhakrishnan, A., & Srivastav, D. (2018). *A New Approach to Goals-Based Wealth Management*. Available at SSRN: https://ssrn.com/abstract=3117765 or http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.3117765.

Das, S. R., Ostrov, D. N., Radhakrishnan, A. & Srivastav, D. (2020). Dynamic portfolio allocation in goals-based wealth management. *Computational Management Science*, 17, 613–640. https://doi.org/10.1007/s10287-019-00351-7.

Das, Sanjiv R (2021). *Research Webinar on Goals-Based Wealth Management*. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=An054OfUE2s

DeMiguel, V., Garlappi, L., & Uppal, R. (2007). Optimal versus naive diversification: How inefficient is the 1/N Portfolio strategy? *Review of Financial Studies*, 22(5), 1915-1953. doi:10.1093/rfs/hhm075.

De Nard, G. (2020). Oops! I Shrunk the Sample Covariance Matrix Again: Blockbuster Meets Shrinkage. *Journal of Financial Econometrics*, 20(4), 569–611. https://doi.org/10.1093/jjfinec/nbaa020.

Fama, Eugene F. (1965). “Random Walks in Stock Market Prices”. *Financial Analysts Journal* 21.5, pp. 55–59. ISSN: 0015198X.

Hughson, E., Stutzer, M., & Yung, C. (2006). The Misuse of Expected Returns. *Financial Analysts Journal*, 62(6), 88–96. http://www.jstor.org/stable/4480793.

Jacquier, E., Kane, A., & Marcus, A. J. (2003). Geometric or Arithmetic Mean: A Reconsideration. *Financial Analysts Journal*, 59(6), 46–53. http://www.jstor.org/stable/4480527.

K.-H. Chang, M. N. Young, & J. F. T. Diaz. (2018). Portfolio Optimization Utilizing the Framework of Behavioral Portfolio Theory. *International Journal of Operations Research* (Online), 15(1), 1–13.

Kahneman, Daniel e Amos Tversky (1979). “Prospect Theory: An Analysis of Decision Under Risk”. *Handbook of the Fundamentals of Financial Decision Making*. Cap. Chapter 6, pp. 99–127. DOI: 10.1142/9789814417358_0006.

Kent, Daniel, David Hirshleifer e Siew Hong Teoh (2002). “Investor psychology in capital markets: evidence and policy implications”. *Journal of Monetary Economics* 49.1, pp. 139–209. ISSN: 0304-3932. DOI: https://doi.org/10.1016/S03043932(01)00091-5.

Ledoit, Olivier, & Wolf, Michael. 2004. Honey, I Shrunk the Sample Covariance Matrix. *The Journal of Portfolio Management*, 30(4), 110–119. DOI: 10.3905/jpm.2004.110.

López de Prado, M. (2016). Building diversified portfolios that outperform out of sample. *The Journal of Portfolio Management*, 42 (4), 59–69.

Markowitz, Harry (1952). Portfolio selection. *Journal of Finance* 7.1, pp. 77–91.

Martin, R. A., (2021). PyPortfolioOpt: portfolio optimization in Python. *Journal of Open Source Software*, 6(61), 3066, https://doi.org/10.21105/joss.03066.

McKinney, W. (2010). *Data Structures for Statistical Computing in Python*. Proceedings of the Python in Science Conference. https://doi.org/10.25080/majora-92bf1922-00a.

Miller, Merton H. & Franco Modigliani (1961). Dividend Policy, Growth, and the Valuation of Shares. *The Journal of Business* 34.4, pp. 411–433. ISSN: 00219398, 15375374. http://www.jstor.org/stable/2351143.

Nevins, Daniel (2004). Goals-Based Investing. *The Journal of Wealth Management* 6.4, pp. 8–23. ISSN: 1534-7524. DOI: 10.3905/jwm.2004.391053.

Raffinot, T. (2017). Hierarchical clustering-based asset allocation. *The Journal of Portfolio Management*, 44(2), 89-99. doi:10.3905/jpm.2018.44.2.089.

Sjöstrand, Daniel. & Behnejad, Nima. *Exploration of hierarchical clustering in long-only risk-based portfolio optimization*. 2020. 103f. Dissertação (Mestrado em Economia e Administração), Copenhagen Business School, Copenhagen.

Sharpe, William F. (1964). Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium Under Conditions of Risk. *The Journal of Finance* 19.3, pp. 425–442. DOI: https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.1964.tb02865.x.

Shefrin, Hersh & Meir Statman (1985). The Disposition to Sell Winners Too Early and Ride Losers Too Long: Theory and Evidence. *The Journal of Finance* 40.3, pp. 777–790. DOI: 10.1111/j.1540-6261.1985.tb05002.x.

Sharpe, W. F., Alexander, G. J., Bailey, J. W. (1999). *Investments, 6th ed*. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall.

Shefrin, Hersh & Meir Statman (2000). Behavioral Portfolio Theory. *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 35.2, pp. 127–151. DOI: 10.2307/2676187.

Statman, Meir (2008). What Is Behavioral Finance?. *Handbook of Finance*. American Cancer Society. Chap. 9. ISBN: 9780470404324. DOI: https://doi.org/10.1002/9780470404324.hof002009.

Thaler, Richard H. (1999). Mental accounting matters. *Journal of Behavioral Decision Making* 12.3, pp. 183–206. DOI: 10.1002/(SICI)1099-0771(199909) 12:3<183::AID-BDM318>3.0.CO;2-F.

Virtanen, P., Gommers, R., Oliphant, T. E., Haberland, M., Reddy, T., Cournapeau, D., … SciPy 1.0 Contributors. (2020). *SciPy 1.0: Fundamental Algorithms for Scientific Computing in Python*. Nature Methods, 17, 261–272. https://doi.org/10.1038/s41592-019-0686-2.

Yahoo Finance (2023). *Yahoo Finance - Business Finance, Stock Market, Quotes, News.* Disponível em: https://finance.yahoo.com/.

Yue, S., Wang, X., & Wei, M. (2008). Application of two-order difference to Gap Statistic. *Transactions of Tianjin University*, 14(3), 217-221. doi:10.1007/s12209-008-0039-1.