

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

ALINE DE FÁTIMA CAGORNI

O PAPEL DA DISCIPLINA DE GEOMETRIAS NÃO EUCLIDIANAS A PARTIR
DE DIFERENTES OLHARES

Curitiba

2023

ALINE DE FÁTIMA CAGORNI

O PAPEL DA DISCIPLINA DE GEOMETRIAS NÃO EUCLIDIANAS A PARTIR
DE DIFERENTES OLHARES

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e em Matemática do Setor de Ciências Exatas da Universidade Federal do Paraná, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Educação em Ciências e em Matemática.

Orientadora: Prof^ª. Dr^ª. Elisangela de Campos

CURITIBA 2023

DADOS INTERNACIONAIS DE CATALOGAÇÃO NA PUBLICAÇÃO (CIP)
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
SISTEMA DE BIBLIOTECAS – BIBLIOTECA DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA

Cagorni, Aline de Fátima

O papel da disciplina de geometrias não euclidianas a partir de diferentes olhares / Aline de Fátima Cagorni. – Curitiba, 2023.

1 recurso on-line : PDF.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Paraná, Setor de Ciências Exatas, Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e em Matemática.

Orientador: Elisangela de Campos

1. Geometria – Estudo e ensino. 2. Geometria não-Euclidiana. 3. Professores – Formação. 4. Análise do discurso. I. Universidade Federal do Paraná. II. Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e em Matemática. III. Campos, Elisangela de. IV. Título.

Bibliotecário: Elias Barbosa da Silva CRB-9/1894



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SETOR DE CIÊNCIAS EXATAS
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EDUCAÇÃO EM
CIÊNCIAS E EM MATEMÁTICA - 40001016068P7

TERMO DE APROVAÇÃO

Os membros da Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E EM MATEMÁTICA da Universidade Federal do Paraná foram convocados para realizar a arguição da dissertação de Mestrado de **ALINE DE FÁTIMA CAGORNI** intitulada: **O PAPEL DA DISCIPLINA DE GEOMETRIAS NÃO EUCLIDIANAS A PARTIR DE DIFERENTES OLHARES**, sob orientação da Profa. Dra. ELISANGELA DE CAMPOS, que após terem inquirido a aluna e realizada a avaliação do trabalho, são de parecer pela sua APROVAÇÃO no rito de defesa.

A outorga do título de mestra está sujeita à homologação pelo colegiado, ao atendimento de todas as indicações e correções solicitadas pela banca e ao pleno atendimento das demandas regimentais do Programa de Pós-Graduação.

CURITIBA, 31 de Agosto de 2023.

Assinatura Eletrônica

05/09/2023 13:25:53.0

ELISANGELA DE CAMPOS

Presidente da Banca Examinadora

Assinatura Eletrônica

04/09/2023 14:35:20.0

PRISCILA KABBAZ ALVES DA COSTA

Avaliador Interno (UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ)

Assinatura Eletrônica

05/09/2023 17:35:48.0

MARIA TEREZA CARNEIRO SOARES

Avaliador Externo (UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ)

AGRADECIMENTOS

A Deus, meu agradecimento essencial e especial, sem Ele a execução deste trabalho não seria possível, por ter me dado paciência e persistência para o estudo e desenvolvimento desta pesquisa.

Aos familiares que tanto me apoiaram, principalmente aos meus pais que foram meus primeiros mestres, ensinando sobre caráter, responsabilidade, fidelidade e dignidade. Aos meus amigos que em várias situações me auxiliaram e me distraíram quando me senti perdida.

A minha orientadora, professora Doutora Elisangela de Campos que mais uma vez acreditou em mim, foi paciente, sensata, compreensiva e me ensinou a acreditar que a educação pode ser um caminho libertador. Obrigada professora!

RESUMO

O presente trabalho teve como objetivos gerais, compreender o papel da disciplina de Geometrias Não Euclidianas na formação do professor de Matemática da Universidade Federal do Paraná (UFPR) e analisar as possíveis aproximações da ementa dessa disciplina com atuação dos docentes de matemática. Esta dissertação buscou responder a seguinte problemática: qual o papel da disciplina de Geometrias Não Euclidianas na formação do professor de Matemática da UFPR? A pesquisa foi realizada por meio de entrevistas, cedidas por três professores de Matemática, formados na UFPR e atuantes na Educação Básica. O trabalho realizou um estudo sobre a categoria do conhecimento HCK - Conhecimento de Conteúdo no Horizonte - que serviu como base para analisar os dados coletados. A ferramenta analítica, foi a Análise Textual Discursiva, assim, foi possível identificar que a disciplina de Geometrias Não Euclidianas é capaz de proporcionar ao professor de Matemática uma visão ampliada dos conceitos matemáticos geométricos, além de proporcionar a ele, a possibilidade de sentir-se mais seguro e confortável ao lecionar e atender os estudantes, em distintas situações que envolvam o ensino e aprendizagem da Matemática.

Palavras-chave: geometrias não euclidianas; formação de professores de matemática; conhecimento de conteúdo no horizonte; análise textual discursiva.

ABSTRACT

The present work had a general objective: to understand the role of the discipline of Non-Euclidean Geometries in the education of Mathematics professors at the Federal University of Paraná (UFPR) and to analyze the relationships between the content of this discipline and the performance of Mathematics teachers. This dissertation aimed to address the following question: What is the role of the discipline of Non-Euclidean Geometries in teacher training at UFPR? The research was conducted through interviews with three Mathematics teachers who were trained at UFPR and are currently active in basic education. The work carried out a study on the knowledge category HCK - Content Knowledge in Horizonte. Using the collected data, the chosen analysis method was Discursive Textual Analysis. Thus, it was possible to identify that the discipline of Non-Euclidean Geometries is capable of providing Mathematics teachers with an expanded view of geometric mathematical concepts, as well as the possibility of feeling more secure and comfortable when teaching and assisting students in various situations involving the teaching and learning of Mathematics.

Keywords: non-Euclidean geometries; training of mathematics teachers; content knowledge on the horizon; discursive textual analysis.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	8
2	AS GEOMETRIAS NÃO EUCLIDIANAS NO ESTADO PARANÁ.....	13
3	CONHECIMENTOS DOS PROFESSORES DE MATEMÁTICA.....	16
	3.1 CONHECIMENTO PEDAGÓGICO DO CONTEÚDO E MODELO DE CONHECIMENTO MATEMÁTICO PARA O ENSINO.....	17
	3.2 MODELO DE CONHECIMENTOS ESPECÍFICOS DOS PROFESSORES DE MATEMÁTICA.....	21
	3.3 MODELO DE CONHECIMENTO ESPECIALIZADO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA.....	22
4	CONHECIMENTO DE CONTEÚDO NO HORIZONTE - HCK.....	25
	4.1 DEFINIÇÕES INICIAIS SOBRE O HCK.....	25
	4.2 RECONCEITUANDO O HCK DOS PROFESSORES DE MATEMÁTICA.....	27
	4.3 AMPLIANDO O HCK DOS PROFESSORES DE MATEMÁTICA.....	31
5	PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS.....	34
	5.1 DA NATUREZA DA PESQUISA.....	34
	5.2 CARACTERIZAÇÃO DOS PARTICIPANTES DA PESQUISA.....	35
	5.3 PROCESSO DE CONDUÇÃO DAS ENTREVISTAS.....	36
	5.4 BREVE CONTEXTO HISTÓRICO DAS GEOMETRIAS NÃO EUCLIDIANAS. 38	
	5.5 ANÁLISE TEXTUAL DISCURSIVA.....	40
	5.4.1 ETAPAS DA ANÁLISE TEXTUAL DISCURSIVA.....	41
6	ANÁLISES DAS ENTREVISTAS.....	45
	6.1 AS CATEGORIAS.....	47
	6.2 METATEXTOS.....	49

6.2.1 Metatexto A.....	49
6.2.2 Metatexto B.....	51
6.2.3 Metatexto C.....	53
6.2.4 Metatexto D.....	58
6.2.5 Metatexto E.....	62
7 O PAPEL DA DISCIPLINA DE GEOMETRIAS NÃO EUCLIDIANAS A PARTIR DE DIFERENTES OLHARES.....	66
8 SÍNTESE DOS RESULTADOS.....	72
9 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	75
REFERÊNCIAS.....	78
ANEXO 1 - TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO.....	81
ANEXO 2 - TRANSCRIÇÃO DA PRIMEIRA ENTREVISTA.....	85
ANEXO 3 - TRANSCRIÇÃO DA SEGUNDA ENTREVISTA.....	99
ANEXO 4 - TRANSCRIÇÃO DA TERCEIRA ENTREVISTA.....	113
ANEXO 5 - EMENTA DA DISCIPLINA DE GEOMETRIAS EUCLIDIANAS E NÃO EUCLIDIANAS.....	124

1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo, apresentaremos a trajetória da pesquisadora e suas principais motivações e inquietações que foram fundamentais para o desenvolvimento desta pesquisa. Também serão enunciados o problema de pesquisa, objetivos justificativa e a relevância deste trabalho para a área de formação de professores de Matemática, além de descrever a estrutura dos capítulos.

Não é de hoje, que as disciplinas que compõem a ementa dos cursos de Licenciatura em Matemática têm sido alvo de discussões e debates em linhas de formação de professores, pesquisas como a de Moreira e Viana (2016), que tem como intenção entender o papel da Análise Real nos cursos de Licenciatura em Matemática e o trabalho de Fiorentini e Oliveira (2013) que buscam entender o lugar das “Matemáticas na licenciatura em Matemática”. Neste contexto, é pertinente compreender e refletir a respeito dos múltiplos conhecimentos que cercam a formação do professor de matemática e suas implicações.

A disciplina de Geometrias Não Euclidianas (GNE) é uma das disciplinas de cunho obrigatório no curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Paraná (UFPR), desde 2006, quando o Conselho Federal de Educação estabeleceu uma ementa mínima. Atualmente o Projeto Pedagógico do Curso, insere a disciplina no primeiro eixo norteador denominado por Conhecimentos Matemáticos “[...] tem como objetivo mostrar o desenvolvimento, origem e evolução das ideias matemáticas.” (UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ, 2017, p.06).

As primeiras lembranças desta pesquisadora com a Matemática surgem por volta dos seus 9 anos de idade na terceira série do ensino fundamental, hoje seria o equivalente ao 4º ano do ensino fundamental. São boas lembranças, envolvem multiplicação, a utilização dos dedos para contar, refazer vários exercícios que estavam incorretos, sempre de maneira tranquila e sem muita cobrança. No ensino médio a Matemática se apresentou um pouco mais desafiadora, a motivação para resolver aqueles exercícios grandes e complexos, admirava todos os professores, mas os de Matemática fascinavam por gerar habilidade de resolver problemas difíceis.

No ano de 2012, havia me preparado para prestar vestibular para o curso de Engenharia Civil, mas o fascínio pela Matemática me fez repensar e acabei decidindo por ela.

Desta forma, no final do ano prestei vestibular para Matemática na Universidade Federal do Paraná e fui aprovada para o ingresso em 2013. Em abril deste mesmo ano comecei a graduação com a incerteza se faria Licenciatura ou Bacharelado, não sabia ao certo a diferença que logo nas primeiras aulas foram esclarecidas pelos alunos veteranos do curso. As aulas começaram, meu primeiro contato com a Matemática não foi dos melhores, a maioria das vezes não compreendia o que os professores falavam, e precisava recorrer todos os dias as aulas de monitoria para conseguir acompanhar as aulas, principalmente de Funções, sentia muita dificuldade de compreender a linguagem utilizada pelo professor.

A convivência com o ambiente acadêmico, os colegas, minhas experiências com o PIBID (Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência) me levaram ao ambiente escolar, as disciplinas voltadas ao ensino e aprendizagem da Matemática me despertaram interesse pela escola, assim decidi que a escola seria meu ambiente de trabalho.

Ao longo dos semestres do curso de Licenciatura, alguns dos meus veteranos comentavam sobre uma disciplina intitulada por Geometrias Não Euclidianas (GNE), relataram a dificuldade de compreender a ementa, os conceitos, não entendiam os pré requisitos necessários, alegavam que a disciplina era complexa demais e não parecia ser tão relevante para eles, pois não enxergavam conexões com o currículo escolar. O trabalho de Godoy e Campos (2018), comprovou que os alunos do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Paraná (UFPR) apresentaram alta dificuldade para aprender e ensinar qualquer que seja a Geometria Não Euclidiana, visto que a disciplina foi inserida no currículo escolar no Paraná apenas em 2007 com a promulgação DCE-PR de Matemática (PARANÁ, 2007). Consequentemente na minha vez de cursar a disciplina não foi diferente, comecei a cursar-lá no segundo semestre de 2016, os conceitos eram complexos, a bibliografia recomendada pelo professor não era acessível e estava em outro idioma, dificilmente conseguia resolver os exercícios da lista proposta, minha aprovação só foi possível pois o professor propôs algumas atividades extras e trabalhos em grupos para que a turma fosse aprovada. Depois de ter sido aprovada, foi uma sensação de alívio pois achei que não precisaria de GNE para ser professora da educação básica.

Depois de formada, ingressei na rede particular de ensino, comecei a lecionar na educação básica para os anos finais do ensino fundamental. Durante uma aula sobre classificação de triângulos, um dos alunos da turma do oitavo ano, me fez o seguinte

questionamento: Em todos os triângulos a soma dos ângulos internos é sempre igual a 180° ? Comentei com o aluno a respeito do triângulo esférico, porém não consegui de uma forma clara e concisa definir para ele um triângulo em uma superfície esférica ou hiperbólica, senti que faltava conhecimento da minha parte enquanto docente em conseguir negociar com o estudante o significado de uma geometria não baseada nos postulados de Euclides.

Diante da situação vivenciada no ambiente escolar e da minha formação inicial, algumas reflexões começaram a aparecer, e conseqüentemente dois questionamentos serão norteadores desta pesquisa.

Qual o papel da disciplina de Geometrias Não Euclidianas na formação do professor de Matemática da UFPR? É possível elencar os conceitos delineados na ementa curricular da disciplina com as práticas da sala de aula?

Pensando então em buscar possíveis respostas, esta pesquisa se modelará por meio de relatos entre a comunidade científica dos matemáticos da UFPR, os educadores matemáticos formadores de professores da mesma universidade e professores que atuam na educação básica que concluíram seu curso de Licenciatura em Matemática na mesma instituição.

Os objetivos gerais desta pesquisa, consistem em identificar o papel da disciplina de GNE na formação do professor de Matemática da UFPR e analisar as possíveis aproximações da ementa dessa disciplina para a atuação do professor de Matemática, considerando a visão de professores de matemática da educação básica.

Buscando atingir o objetivo geral da pesquisa, traçarei os seguintes objetivos específicos:

- Caracterizar as concepções dos professor da educação básica acerca da disciplina de Geometrias Não Euclidianas na formação de docentes;
- Verificar se professores da educação básica, realizam aproximações da ementa da disciplina com o currículo escolar.

Ao atingir os objetivos gerais e específicos deste trabalho, acredito na possibilidade de apontar aproximações entre a Matemática discutida no ambiente acadêmico e escolar. Desse modo, será possível promover discussões acerca da importância da disciplina de GNE

na grade curricular de Licenciatura em Matemática da UFPR e na formação de professores de Matemática. Espero também que esta pesquisa seja uma oportunidade de reflexão sobre como as disciplinas acadêmicas impactam nas práticas dos professores de Matemática.

Este estudo, está dividido em: O Ensino das Geometrias Não Euclidianas no Paraná Fundamentação Teórica, Procedimentos Metodológicos, Análise Textual Discursiva, Análise das Entrevistas, O papel da disciplina de Geometrias Não Euclidianas a partir de diferentes olhares, Síntese dos Resultados e Considerações Finais.

Na Fundamentação Teórica será apresentado um estudo, sobre as categorias do conhecimento dos professores, desde o modelo proposto por Shulman (1986) até o MTSK, o modelo de Carrillo (2014), este estudo foi feito com a intencionalidade de buscar a categoria em que a Matemática da graduação está presente. Na sequência, um estudo sobre o Conhecimento de Conteúdo no Horizonte, que faz referências às mobilizações da Matemática de nível acadêmico em situações de ensino. No capítulo sobre a Metodologia, será feita uma apresentação sobre a natureza da pesquisa, o contexto onde ela ocorrerá, a caracterização dos participantes e um estudo sobre a ferramenta analítica Análise Textual Discursiva, que se faz necessário para que os dados qualitativos sejam analisados.

No capítulo sobre as Análises das entrevistas, serão apresentadas as categorias emergentes das análises e os metatextos envolvendo cada uma das categorias. No sétimo capítulo apresentarei o ponto de vista de dois grupos de professores os atuantes da educação básica e do grupos de professores formadores que atuam na UFPR, a visão dos professores formadores será pautada nos resultados do trabalho de Cavichiolo (2011), que abordou a mesma temática desta pesquisa, já a visão dos professores atuantes da educação básica será apresentada através dos resultados da análise deste estudo, a ideia é trazer pontos em comuns e pontos distintos entre as diferentes visões apresentadas.

No capítulo oito, será realizada uma breve síntese dos achados desta pesquisa e as relações com os objetivos gerais e específicos e finalmente na última seção apresentaremos nossas considerações finais buscando apresentar as contribuições teóricas e práticas deste estudo, além de apontar as limitações e sugestões de futuras pesquisas.

2 AS GEOMETRIAS NÃO EUCLIDIANAS NO ESTADO PARANÁ

A primeira vez que o conteúdo de GNE foi mencionado em um documento oficial do estado do Paraná ocorreu no ano de 2008, nas Diretrizes Curriculares da Educação Básica - DCE do estado do Paraná. Nas DCE - PR, dentro do Conteúdo Estruturante *Geometrias* inseriu-se noções de Geometrias Não Euclidianas para o Ensino Fundamental e Médio. Para o Ensino Fundamental, o documento espera que o aluno compreenda:

Noções de geometrias não-euclidianas: geometria projetiva (pontos de fuga e linhas do horizonte); geometria topológica (conceitos de interior, exterior, fronteira, vizinhança, conexidade, curvas e conjuntos abertos e fechados) e noções de geometria dos fractais. (PARANÁ, 2008, p. 56)

Ao longo desses treze anos em que as GNE fazem parte dos documentos oficiais do estado, alguns trabalhos foram publicados envolvendo a temática e a formação inicial continuada de professores de Matemática.

Um dos trabalhos que visava investigar como ocorreu o processo de inserção das Geometrias Não Euclidianas no currículo do Paraná, foi o de Caldato e Pavanello (2014) intitulado por “*O Processo de Inserção das Geometrias Não Euclidianas no Currículo da Escola Paranaense: a visão dos professores participantes*”. Em nossa concepção, compreender e relatar esse processo de inclusão da disciplina se torna relevante para nosso estudo, pois a inserção dessa disciplina nos currículos da educação básica, gerou também a inclusão de GNE na grade do curso de Licenciatura em Matemática da UFPR.

Caldatto e Pavanello (2014) construíram uma versão histórica do processo de elaboração do currículo de Matemática que na época estava vigente no estado do Paraná. Caldato e Pavanello (2014) se propuseram a ouvir participantes que fizeram parte da elaboração das DCE-PR de Matemática sendo eles de diferentes segmentos do sistema educacional do estado. De acordo com as autoras, no ano de 2008 sob a gestão do Secretário de Educação do Estado Maurício Requião, o texto das DCE-PR que engloba especificamente a disciplina de Matemática foi nomeado por “Diretrizes Curriculares da Disciplina de Matemática”, que era composto por cinco conteúdos estruturantes, que deveriam estruturar o ensino da Matemática na educação básica no Paraná. Os conteúdos estruturantes eram: Números e Álgebra, Grandezas e Medidas, Geometrias, Funções e Tratamento da Informação.

Segundo os estudos de Caldatto e Pavanello (2014) antes de se estabelecer definitivamente, nas Diretrizes da Educação Básica do estado, o conteúdo de Geometrias Não Euclidianas apareceu primeiramente nas Diretrizes Curriculares do Ensino Médio. A proposta inicial era de estabelecer duas diretrizes, uma para o Ensino Fundamental e outra para o Ensino Médio, sendo assim as GNE apareceram apenas nas primeiras versões das diretrizes correspondentes ao Ensino Médio no ano de 2005, apenas com a menção *Noções Básicas de Geometrias Não Euclidianas*.

Um dos entrevistados por Caldatto e Pavanello (2014) fez parte da equipe do Departamento de Matemática do Ensino Médio (DEM), que elaborou as DCE - PR, ele contou para as pesquisadoras que a pauta sobre a inserção das GNE nas diretrizes foi colocada em discussão juntamente com os professores, e que o processo foi bastante polêmico, o membro do DEM ainda relatou que a equipe da SEED na época, foi firme em não excluir nenhum conteúdo do currículo, mais ainda, foram irredutíveis para acrescentar GNE na educação básica. O membro do DEM, relatou a justificativa apresentada pelo departamento para que as Geometrias Não Euclidianas fizessem parte das DCE - PR:

A nossa opção pela inserção das Geometrias Não Euclidianas se deu porque acreditávamos que abordá-las no contexto do ensino e da aprendizagem matemática significaria contribuir para que o aluno ampliar seu horizonte de conhecimento, pois tais geometrias baseiam-se na negação do quinto postulado de Euclides que aborda o conceito de paralelas. E o quinto postulado pode ser aceito como verdadeiro se considerarmos o nível plano, porém se ele estiver em uma superfície não plana pode perder a validade. E como o meio em que estamos tem porções planas e outras não planas e para estas últimas torna-se necessário explorar os conceitos matemáticos delas oriundos. (Prof. Daniel, CALDATTO, PAVANELLO. 2014. p.54)

O professor entrevistado, ainda relatou que os membros da equipe técnica da SEED não estavam preocupados na época, em justificar a inclusão da disciplina, apenas em convencer os professores da rede e em como colocariam a disciplina no texto. Caldatto e Pavanello (2014) ainda relatam que:

Fica evidente ter havido apenas um processo de convencimento dos professores da importância genérica da inserção desse conteúdo no currículo sem uma discussão efetiva sobre o que são essas geometrias e as implicações do seu conhecimento para a formação dos estudantes da escola básica. Não se considerou o fato de os professores, em sua maioria, serem contrários a essa inserção devido às adversidades

que a escola pública é obrigada a superar, nem se eles conheciam ou não o tema. Importava que aceitassem essa inclusão para corroborar o discurso da SEED sobre a construção coletiva das DCE-PR Matemática.(CALDATTO, PAVANELLO. 2014 p.55).

No ano de 2006, a estrutura dos documentos elaborados pelo DEM e pelo Departamento de Ensino Fundamental (DEF) era perceptivelmente desigual, conseqüentemente o DEM e o DEF foram extintos e criou-se o Departamento do Ensino Básico, que passou a gerir a o processo de elaboração das DCE- PR. Mesmo sendo promovidos eventos para se propagar e fomentar a implementação das DCE - PR entre os anos de 2006 e 2008 a fala de todos os entrevistados por Caldato e Pavanello (2014) apontam em seu trabalho que o processo de inserção da disciplina de GNE nas DCE - PR partiu de uma ação isolada dos atuantes da SEED.

As autoras ainda realizaram estudos, evidenciando que professores de Matemática da rede constantemente equivocam-se em relação aos conceitos de Geometria Euclidiana, o que impactava na aprendizagem das GNE.

Caldatto e Pavanello (2011) realizaram uma pesquisa em 2010 e detectaram que em 24 cursos de Licenciatura em Matemática das instituições do estado do Paraná, nenhuma delas fornecia uma formação mínima aos professores de Matemática envolvendo GNE. Destacaram além de problemas ligados à formação de professores, havia na época da implementação das GNE nas DCE - PR dificuldades relacionadas às estruturas das escolas e carga horária dos professores de Matemática, que estava diminuindo aos poucos e os conteúdos eram constantes. Mesmo sendo realizadas essas objeções, a disciplina de GNE foi inserida no currículo da educação básica do estado, fazendo-se presente também no Referencial Curricular do Paraná, até o momento, presente na grade de conteúdos os 6º e 7º anos do Ensino Fundamental, visto que documento ainda segue em construção.

3 CONHECIMENTOS DOS PROFESSORES DE MATEMÁTICA

As primeiras discussões sobre as habilidades necessárias para formar um professor de Matemática foi uma necessidade que teve seu início a partir dos anos 80 principalmente com as reflexões de Lee Shulman (1986), que movimentaram-se no sentido de que não é suficiente ao professor ter conhecimento e domínio apenas de conteúdo (da disciplina que ensina) mas também se faz necessário dominar conhecimentos ligados ao ensino do conteúdo (PHELPS, 2008). Nos dias de hoje considera-se que para que o ensino da Matemática seja de qualidade, é pertinente que a formação dos professores seja de qualidade, assim como considera Ponte (2008):

Um ensino de Matemática de qualidade passa necessariamente por professores com uma formação matemática apropriada, com competências reconhecidas no campo didático, com bom relacionamento com os alunos, que assumem uma atitude profissional perante os problemas com que se deparam e que demonstram capacidade de se atualizarem profissionalmente. Por isso, se diz com frequência que o professor constitui um elemento decisivo no processo de ensino-aprendizagem. (PONTE, 2008, p.01)

Pensando em um ensino da Matemática de qualidade, voltada para o professor, alguns autores dedicaram-se a estudar o que os professores precisam saber para exercer seu papel de maneira eficiente. Ao nos referirmos à disciplina de GNE, cabe aqui, conhecer os principais modelos e/ou categorias existentes na literatura atual, que possam justificar teoricamente a permanência da disciplina no currículo da formação inicial do professor de Matemática da UFPR.

Shulman (1986) foi um dos primeiros a propor um modelo que contemplasse as habilidades de um professor, um outro modelo derivado do modelo inicial de Shulman, foi proposto por Ball *et al* (2008), que se preocupou com as competências e habilidades necessárias para a atuação específica do professor de Matemática. A partir do MKT (Conhecimento Matemático para o Ensino, do inglês *Mathematical Knowledge for Teaching*) proposto por Ball *et al* (2008), outros modelos foram surgindo, como os Conhecimentos Específicos do Professor de Matemática sugerido por Silva e Santos (2014) que enxergam as categorias do MKT de maneira fluida, em movimento e entrelaçada. Outro modelo o Conhecimento Especializado do Professor de Matemática (MTSK, sigla em inglês para

Mathematics Teacher's Specialised Knowledge) estruturado a partir dos estudos de Shulman (1986) e Ball *et al* (2008), foi apresentado pelo grupo de estudos de Carillo (2018), que encontraram algumas fragilidades nos modelos anteriores, se propuseram então a contornar as limitações existentes focando na natureza especializada do conhecimento matemático para o ensino. Nas próximas seções discutiremos os principais modelos de conhecimentos dos professores de Matemática que se encaixam em nossa pesquisa, e por fim apresentaremos a categoria do onde acreditamos que a disciplina de GNE é mobilizada pelo profissional professor.

3.1 CONHECIMENTO PEDAGÓGICO DO CONTEÚDO E MODELO DE CONHECIMENTO MATEMÁTICO PARA O ENSINO

Em meados dos anos 80, Lee Shulman publicou “*Knowledge and teaching: Foundations of the new reform*”, onde identifica pela primeira vez que o professor necessita de conhecimentos, além do conteúdo que irá lecionar. Essa perspectiva do trabalho Shulman (1987), tira o foco do conhecimento aprofundado do conteúdo e volta seus olhares para o Conhecimento Pedagógico do Conteúdo (PCK, da sigla em inglês “*Pedagogical Content Knowledge*”), as discussões da época começaram a considerar então, que para a formação de um professor, ter domínio avançado sobre o conteúdo não é suficiente é fundamental possuir aspectos do Conhecimento Pedagógico do Conteúdo.

Shulman (1987), entende que para o professor se apropriar dos processos de ensino e aprendizagem, é necessária uma base de conhecimentos, habilidades compreensões e disposições. Shulman (1987) explicita as categorias do conhecimento para essa base, que visam caracterizar o conhecimento profissional do professor. O quadro abaixo apresenta as categorias de Shulman (1986) e suas caracterizações.

QUADRO 1 - Categorias do conhecimento dos professores desenvolvidas por Shulman (1986)

- | |
|--|
| <ul style="list-style-type: none"> - <i>Conhecimento pedagógicos gerais</i>: fazem referência a princípios a estratégias mais gerais de sala de aula, gestão e organização; - <i>Conhecimento dos alunos e suas características</i>; - <i>Conhecimento dos contextos educacionais</i>: ocorre desde o funcionamento da sala de aula, da |
|--|

administração e gestão financeira do ambiente, até o conhecimento das características e culturas da comunidade escolar;

- *Conhecimento dos objetivos propósitos e valores educacionais e seus fundamentos históricos e filosóficos;*
- *Conhecimento do currículo com domínio particular do materiais e programas que servem como “ferramentas de trabalho” para docentes;*
- *Conhecimento pedagógico do conteúdo:* é aquele que mescla o conteúdo específico com a didática do professor é uma competência exclusiva dos professores especializados e sua própria forma de compreensão, uma habilidade de professores de cada área.

Fonte : Ball et al. (2008), tradução nossa.

As primeiras categorias abordam dimensões mais gerais do conhecimento, as três últimas se referem a aspectos mais específicos do conteúdo, então Shulman (1986), percebeu que existia uma falha nas pesquisas sobre ensino da época, pois estas caracterizam mais a fundo as categorias de conhecimentos gerais. O Conhecimento Pedagógico do Conteúdo (PCK), foi considerado como a categoria mais influente, este conhecimento distingue um professor de um especialista e faz o elo entre o Conhecimento do Conteúdo e a prática do ensino. O trabalho de Shulman (1986), serviu de base para outras pesquisas, mas a caracterização das categorias se referia aos saberes dos professores de maneira ampla, não tratando de matérias mais específicas como é o caso da matemática, Shulman (1986) se refere aos conhecimentos docentes de modo geral.

Deborah Ball, Mark Thames e Geoffrey Phelps (2008) decidiram investigar o trabalho do docente de matemática em uma abordagem que busca entender qual era o conhecimento necessário para ensinar Matemática.

Deborah Ball e colaboradores, baseando-se no modelo apresentado por Shulman, buscaram uma construção de uma teorização específica para os professores de matemática, a qual denominaram Conhecimento Matemático para o Ensino, uma teoria construída e baseada na prática profissional de professores de matemática. (SILVA, SANTOS, 2014, p.03).

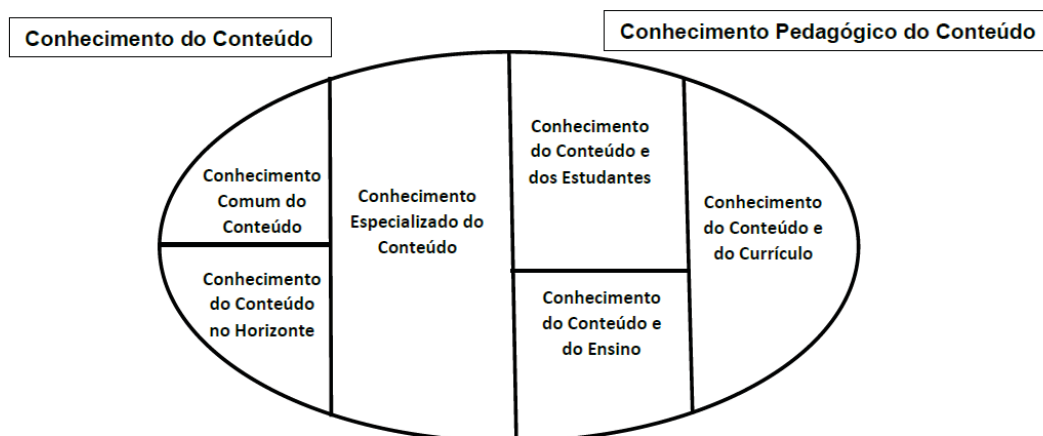
Eles propuseram um estudo aprofundado e ampliado das categorias de Lee Shulman. Os autores decidiram olhar para as práticas de sala de aula, visto que os conhecimentos matemáticos de conteúdo eram óbvios que os professores precisam dominar.

Nosso grupo de pesquisa escolheu investigar esta questão de uma forma que pode ser melhor caracterizada como trabalho "de baixo para cima", começando com a prática. Porque parecia óbvio que os professores precisam conhecer os tópicos e procedimentos que ensinam - multiplicação, frações equivalentes e assim por diante - decidimos focar especificamente sobre como os professores precisam conhecer esse conteúdo. Além disso, queríamos perguntar, o que outra coisa que os professores precisam saber sobre matemática e como e onde os professores podem usar tal conhecimento matemático na prática? (BALL, THAMES, PHILPS, 2008, p.04, tradução nossa).

Com base nas categorias desenvolvidas por Shulman (1986), Ball, Thames e Phelps (2008) se dedicaram a estudar as habilidades que os professores de matemática precisam ter, para serem capazes de realizar seu trabalho de maneira eficiente. A partir de análises qualitativas de práticas pedagógicas, desenvolveram uma definição para o “Conhecimento Matemático para o Ensino” (MKT) e propuseram um refinamento das categorias do conhecimento de Shulman (1986), com foco no trabalho do professor de matemática.

De acordo com Ball, Thames e Phelps (2008) o MKT é o conhecimento que os professores de matemática precisam possuir, para realizar seu trabalho de maneira eficiente. Os autores apresentaram as seguintes categorias do MKT:

FIGURA 1 - Categorias do conhecimento matemático para o ensino



Fonte: Ball et al (2008), tradução nossa.

Nesse novo agrupamento, o MKT tem como subdomínios o Conhecimento do Conteúdo e o Conhecimento Pedagógico do Conteúdo. O subdomínio Conhecimento do Conteúdo é dividido em: Conhecimento Comum do Conteúdo (CCK¹), Conhecimento de

¹ *Common Content Knowledge*

Conteúdo no Horizonte (HCK²) e Conhecimento Especializado do Conteúdo (SCK³). O subdomínio Conhecimento Pedagógico do Conteúdo é dividido em Conhecimento do Conteúdo e dos Estudantes (KCS⁴), Conhecimento do Conteúdo e do Ensino (KCT⁵) e Conhecimento do Currículo (KC⁶). O CCK se refere a aprendizagem matemática esperada de um adulto que possua uma formação de nível superior em áreas comuns à matemática, dentro desse subdomínio se encontram as profissões que também fazem uso da matemática, por exemplo os profissionais dos cursos de engenharia, estes possuem a habilidade de verificar se um cálculo está correto ou não, também se apropriam das linguagens matemáticas e reconhecem uma definição matemática incorreta. Já o SCK vai além do conhecimento de um profissional de ensino superior em áreas comuns a matemática, este se relaciona com a capacidade de compreender respostas diferentes para problemas matemáticos, dentro do SCK temos também a habilidade para justificar regras e métodos matemáticos. O subdomínio KCS envolve os conhecimentos específicos com a participação dos estudantes, ou seja, busca entender como os alunos aprendem e enxergam um conteúdo matemático. O KCT engloba o saber ensinar e saber matemática, aqui o professor escolhe a melhor tendência para superar as dificuldades e erros dos alunos para que seu trabalho seja eficiente, ele conhece sobre o conteúdo e também sabe como escolher a melhor abordagem para ensinar o mesmo. O subdomínio o KC se relaciona com o currículo, neste subdomínio estão os conhecimentos sobre o conjunto de conteúdos que deverão ser ensinados em um determinado nível de ensino, aqui estão inclusos os conhecimentos sobre os recursos metodológicos dos conteúdos, que podem ser utilizados para propiciar aprendizagem. O HCK que Ball e Bass (2009) descrevem inicialmente como uma visão periférica matemática, sendo essa uma visão mais ampla da Matemática do que aquela que se ensina na educação básica, ou seja, é o conhecimento matemático que está além do contido no currículo escolar. Os autores consideram essa visão mais ampla do conhecimento matemático, como “Conhecimento de Conteúdo no Horizonte”. Na concepção dos autores, o HCK é constituído de quatro elementos:

² *Horizon Content Knowledge.*

³ *Specialized Content Knowledge.*

⁴ *Knowledge of Content and Students.*

⁵ *Knowledge of Content and Teaching.*

⁶ *Knowledge of Curriculum.*

- O professor é capaz de situar-se, ele é capaz de localizar no ambiente Matemático amplo, onde o conteúdo escolar daquele momento está inserido;
- O professor conhece as estruturas e ideias principais da Matemática;
- Conhece as principais práticas da Matemática;
- Pode também conhecer as estruturas disciplinares da Matemática além de compreender seus valores fundamentais.

Vale ressaltar que o HCK não pode ser confundido com o PCK, e deve ser compreendido mais como “[...] uma consciência, da grande paisagem Matemática”. (BALL; BASS.2009. p. 06, tradução nossa).

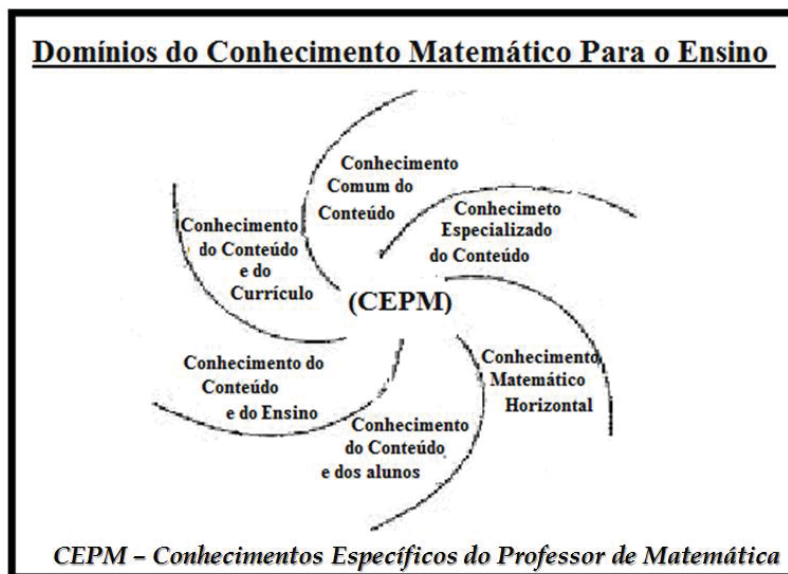
O modelo MKT, específico para professores de Matemática proposto por Ball *et al* (2008), foi estudado e reformulado por outros teóricos, como o proposto por Silva e Santos (2014), que será discutido no tópico seguinte.

3.2 MODELO DE CONHECIMENTOS ESPECÍFICOS DOS PROFESSORES DE MATEMÁTICA

Um modo diferente de interpretar o MKT foi discutido no trabalho de Silva e Santos (2014), eles problematizam o modo estático e fragmentado de ler o modelo de Ball *et al* (2008) . Depois de estudar o MKT, Silva e Santos (2014) indagam sobre alguns pontos do modelo, principalmente a maneira estática e separada em que os domínios dos conhecimentos dos professores de matemática se encontram, para eles, esses domínios não podem ser tratados de forma individual, mas sim desenvolvidos de maneira unificada e entrelaçada.

Os domínios do MKT para Silva e Santos (2014) precisam estar mobilizados, na prática do professor, esses domínios podem ser acionados sincronicamente, quando um domínio surge na prática, outros domínios também aparecem. Consequentemente, os domínios do MKT não apresentar-se com uma linha de divisão, que separa esses domínios, e por isso trouxeram uma nova maneira de olhar para o MKT, o que os autores denominaram por “Conhecimentos Específicos do Professor de Matemática”, - CEPM - esse novo olhar dos autores para o MKT não se trata de uma nova teorização, contudo trata-se de um novo jeito de interpretá-lo. Abaixo, segue a figura que representa as novas interpretações dos autores.

FIGURA 2 - Representação do CEPM



Fonte: Silva e Santos (2014).

Na perspectiva dos autores, a figura utilizada para representar os CEPM seria o catavento, que traz a noção de movimento. Para os autores:

Um catavento possui a perspectiva da estaticidade por possuir abas que constituem seu corpo, porém ao ser colocado em movimento pelo vento, realiza uma ação de unificação entre suas partes (no nosso caso domínios), fluindo de uma maneira e se constituído não por várias abas, mas sim por uma única aba que o constitui como um todo. (SILVA; SANTOS. 2014. p.08).

De maneira análoga, também olharemos para os domínios dos conhecimentos dos professores de matemática de forma unificada e entrelaçada, acreditamos que um subdomínio é dependente dos outros e se mobilizam concomitantemente na prática docente.

3.3 MODELO DE CONHECIMENTO ESPECIALIZADO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA

Carrillo *et al* (2014) de pesquisadores se dedicaram a explorar as características do MKT e durante seus estudos propuseram um refinamento dos sentidos relacionados aos seus subdomínios. Como resultado dos seus estudos, Carrillo *et al* (2014) destacaram as dificuldades de delimitar os subdomínios e por consequência, elaboraram um modelo de natureza especializada do professor de matemática segundo uma visão mais ampla e que

respeita os dois domínios principais do MKT o Conhecimento de Conteúdo e o Conhecimento Pedagógico de Conteúdo.

Carrillo *et al*, perceberam no MKT a necessidade de excluir as áreas do conhecimentos que são comuns com professores de outras disciplinas e de outras profissões. Inicialmente, em seu novo modelo, o grupo de estudos de Carrillo (2014) o dividem em dois principais domínios assim como no MKT de Ball *et al*: Conhecimento Matemático (MK, *Mathematical Knowledge*) e Conhecimento Pedagógico de Conteúdo (PCK, *Pedagogical Content Knowledge*).

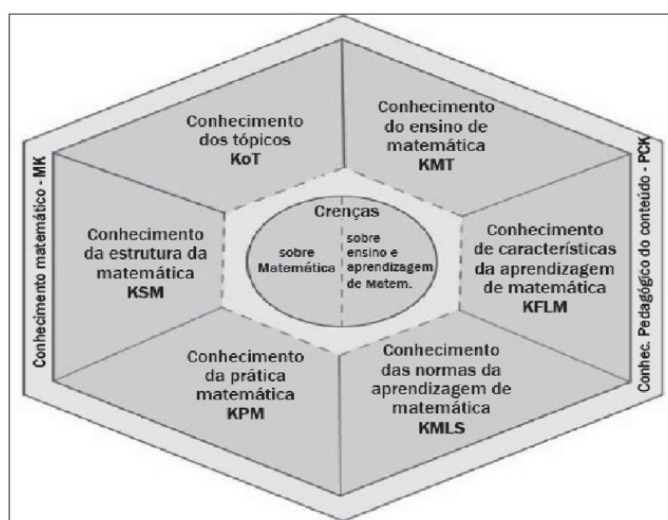
O MK é dividido em três subdomínios: Conhecimento de Tópicos (KoT do inglês, *Knowledge of Topics*) que envolve o conteúdo matemático que será ensinado, o Conhecimento da Estrutura da Matemática (KSM, sigla em inglês para *Knowledge of the Mathematical Structure*), é o conhecimento que permite a conexão do tópico com o conhecimento da estrutura matemática, exemplo o professor deverá ensinar Conjunto dos Números Racionais e pode conectar este tópico com a estrutura Algébrica de Anéis. O último subdomínio é o Conhecimento da Prática da Matemática (KPM, do inglês *Knowledge of Mathematical Practice*) faz menção a forma como o docente, produz, cria, comunica-se com a matemática, para Moriel Junior e Wielewski (2017) neste subdomínio, está contido “[...] saber como definir e usar definições selecionar representações, argumentar, generalizar e explorar”. (MORIEL JUNIOR, WIELEWSKI, 2017, p.131).

O PCK está dividido em três subdomínios: o primeiro é o Conhecimento do Ensino da Matemática (KMT, *Knowledge of Mathematics Teaching*) que está relacionado com as estratégias do ensino da matemática exemplo: como ele deve ser ensinado, quais as melhores maneiras de abordar o conteúdo, os melhores recursos didáticos que podem facilitar a aprendizagem de um determinado conceito. O segundo subdomínio do PCK é o Conhecimento das Características e Aprendizagens Matemáticas (KFLM, *Knowledge of Features of Learning Mathematics*) este subdomínio engloba o conhecimento que o professor tem sobre como os alunos aprendem matemática, ele está direcionado ao professor do que ao aluno, envolve também a habilidade do professor ser capaz de identificar o que o aluno está pensando sobre os conceitos. O último subdomínio denominado por Conhecimento dos Parâmetros da Aprendizagem Matemática (KMLS, *Knowledge of Mathematics Learning Standards*) neste subdomínio, o conhecimento sobre os parâmetros curriculares, a habilidade

do professor de matemática tem de identificar o que deve ser estudado em cada etapa do ensino, quais conteúdos serão ensinados nos próximos anos, as habilidades e competências esperadas em cada ano escolar.

O modelo a seguir ilustra a nova interpretação de Carrillo *et al* (2014) denominada por Conhecimento Especializado do Professor de Matemática (MTSK, *Mathematics Teacher's Specialized Knowledge*).

FIGURA 3 - Domínios e subdomínios do MTSK



Fonte: Moriel Junior e Wielewski (2017).

No modelo desenvolvido por Carrillo *et al* (2014) é possível perceber, uma preocupação com os aspectos pedagógicos mais específicos da Matemática, o domínio PCK proposto pelo grupo, coloca seus subdomínios voltados à Matemática, diferentemente dos subdomínios do PCK proposto por Ball *et al* (2008), que apresenta o PCK com características pedagógicas mais gerais, similares ao modelo inicial de Shulman (1986).

4 CONHECIMENTO DE CONTEÚDO NO HORIZONTE - HCK

Consideramos necessário um aprofundamento no estudo desta categoria, pois em nossa concepção, conseguimos identificar nela as contribuições das disciplinas da Matemática Acadêmica na formação de professores de Matemática. Para este estudo, assumimos por Matemática Acadêmica a definição de Moreira *et al* (2013) [...] um conjunto de práticas e saberes associados à constituição de um corpo científico de conhecimentos, conforme produzido pelos matemáticos profissionais e reconhecido socialmente como tal (DAVID; MOREIRA; TOMAZ, 2013. p.45). Consequentemente, a disciplina de GNE pode ter sua incumbência à formação docente, mobilizada intrinsecamente no HCK.

4.1 DEFINIÇÕES INICIAIS SOBRE O HCK

A primeira menção de uma categoria de conhecimento que tratasse da Matemática, além daquela que se trabalha no currículo escolar, foi feita por Ball *et al* (2008), onde se referiram a um subdomínio do MKT, que seria capaz de proporcionar ao professor uma visão mais ampla do conteúdo matemática, onde ele seria capaz de localizar o conteúdo matemático da escola em panorama matemático mais avançado.

Percebe-se que as primeiras sensações sobre o HCK estão voltadas a uma Matemática que não é aquela que o professor trabalha na educação básica, mas proporciona a ele uma experiência pessoal mais profunda com a Matemática.

Ball e Bass (2009) olharam um pouco mais a fundo o HCK, e o definiram como:

Definimos o conhecimento do horizonte como uma consciência – mais como um turista experiente e apreciativo do que como um guia turístico – da grande paisagem matemática na qual a experiência e a instrução presentes estão situadas. Ela envolve aqueles aspectos da matemática que, embora talvez não estejam contidos no currículo, são úteis para o aprendizado atual dos alunos, que iluminam e conferem um sentido compreensível do significado maior do que pode ser apenas parcialmente revelado na matemática do momento. (BALL; BASS, 2009, p.06, tradução nossa).

Neste contexto, Ball e Bass (2009) apresentam preocupações com a aprendizagem da Matemática, e para isso perceberam a necessidade de professores desenvolverem uma “visão periférica” da matemática, que mais adiante chamaram de HCK, mostraram situações do ensino básico em que o conhecimento mais amplo e periférico da matemática por parte do professor, foi fundamental para que ele pudesse compreender os questionamentos dos alunos.

Assim HCK confere algumas responsabilidades e desenvolve habilidades ao professor, são elas:

1) ser capaz de discutir sobre a importância da matemática; 2) Identificar os significados matemáticos nas falas dos alunos; 3) evidenciar os conceitos importantes; 4) antecipar e fazer conexões entre os conceitos matemáticos; 5) perceber e avaliar as oportunidades matemáticas em situações distintas; 6) detectar erros, confusões, distorções além de identificar precursores de ideias matemáticas falsas.

O HCK na concepção de BALL e BASS (2009) é constituído de quatro elementos estruturantes:

- *Elemento 1* - Sensação de localização no ambiente matemático em relação ao cenário atual. Este elemento fornece uma sensação de localização ao professor, ou seja, o professor consegue saber em que cenário mais amplo o conteúdo escolar está inserido. Exemplo: Trabalhar com o ensino de Frações e suas operações no ensino fundamental. O docente tem em sua consciência que o ensino de Frações está relacionado ao Conjunto dos Números Racionais e suas operações são válidas devido a estrutura de corpo dos Racionais.
- *Elemento 2* - Conhecimento das principais ideias e estruturas disciplinares. Do exemplo anterior, neste elemento o professor sabe que trabalhar com o ensino das Frações é trabalhar com o Conjunto dos Racionais, neste caso a estrutura principal seria o Conjunto dos Racionais.
- *Elemento 3* - Conhecimento das práticas Matemáticas. Acontece quando o professor questiona, define, faz demonstrações, provas, generalizações, argumentações e justificativas. Ele domina as práticas relacionadas a Matemática Acadêmica, mas que se fazem necessárias ao ensino da Matemática no ambiente escolar.
- *Elemento 4* - Valores matemáticos e sensibilidade matemática. Este elemento está relacionado com os valores da Matemática, sendo necessário o professor ter cuidado com a clareza e consistência da linguagem, engloba aspectos de autocontrole, compostura, coerência e saber fazer conexões. Ter cuidado com a formalidade matemática.

O trabalho de Ball e Bass (2009) sobre o HCK notoriamente abre uma discussão sobre quais as dimensões do horizonte matemático mais relevantes para o ensino, não há possibilidade de medi-lo nem avaliá-lo, nem é possível esclarecer como essa categoria do MKT é desenvolvida e adquirida. Não foi possível também identificar até que nível (se é que existem níveis) do HCK o professor precisa atingir para exercer seu papel de professor. Os estudos iniciais de Ball e Bass (2009) mostraram principalmente, que em situações onde o ensino da Matemática está envolvido, há indícios de que quando professores possuem a visão ampla e periférica da Matemática em todas as direções o ensino da Matemática acontece de maneira mais habilidosa.

Ainda há muito a ser feito. Pensamos, no entanto, que o ensino pode ser mais habilidoso quando os professores têm uma perspectiva matemática sobre o que está acontecendo em todas as direções, atrás e à frente, para seus alunos, que pode servir para orientar sua navegação no território. (BALL; BASS, 2009, p.11, tradução nossa).

A partir das primeiras noções sobre o HCK decidimos compreender como outros autores (re)conceituaram e ampliaram o HCK a fim entender melhor como o Conhecimento Avançado da Matemática contribui para a formação do HCK dos professores de Matemática.

4.2 RECONCEITUANDO O HCK DOS PROFESSORES DE MATEMÁTICA

Com o objetivo de discutir como o conhecimento matemático adquirido na graduação de uma professora da educação básica contribuiu para que ela pudesse responder e orientar seus alunos, Zazkis e Mamolo (2014) decidiram explorar o conhecimento matemático dos professores que vai além do conhecimento curricular, elas se reportaram a Matemática estudada em cursos de graduação (em faculdades ou universidades). As autoras buscaram compreender como a Matemática Acadêmica pode contribuir e ser relevante em situações do ensino básico, considerando que essa Matemática avançada pode situar-se dentro do HCK .

Inicialmente descobriram que para a maioria dos subdomínios do MKT existiam definições porém não havia uma explicação clara para o que Ball *et al* (2009) queriam dizer com o HCK. Na sequência de seus estudos encontraram o trabalho de Ball e Bass (2009) que apresentam e caracterizam o HCK. Zazkis e Mamolo (2014) decidiram reconceitua-lo para

um melhor entendimento do subdomínio e conseqüente refletir sobre alguns dos questionamentos deixados por Ball e Bass (2009).

Segundo Zazkis e Mamolo (2014) o HCK está “profundamente ligado ao conhecimento matemático de nível avançado (faculdade ou universidade)”(ZAZKIS, MAMOLO, 2014.p 09. Tradução nossa) e que ele está relacionado aos conhecimentos matemáticos do professor além dos conteúdos no currículo escolar. Elas compreendem que o HCK está diretamente ligado com uma outra categoria que elas já haviam detectado em outros momentos o Conhecimento Matemático Avançado (AMK, do inglês *Advanced Mathematical Knowledge*). Para elas o AMK é definido por “ conhecimento dos assuntos matemáticos adquiridos durante os cursos de graduação em faculdade e universidades”. (ZAZKIS, MAMOLO, 2014.p 09.Tradução nossa) Essa definição foi atribuída levando em consideração o fato de que existem currículos diferentes em épocas diferentes em países diferentes. Assim, quando um professor de Matemática aplica o AMK em situações de ensino (ensino fundamental ou médio) fica reconhecida e detectada a competência do HCK , nesta visão o HCK consiste em uma aplicação do AMK em cenários que envolvem o ensino da Matemática.

A visão de Zazkis e Mamolo (2014) para o HCK é influenciado pela metáfora da palavra “horizonte” que pode ser entendido como o “lugar onde a terra encontra o céu” e para elas seria o equivalente ao “local onde o AMK do professor vai ao encontro do conhecimento matemático refletido no conteúdo matemático escolar”. (ZAZKIS, MAMOLO, 2014, p 09, tradução nossa).

As autoras assumem ainda que em suas concepções sobre o HCK sofrem a influência filosófica de Follesdal (2003), considerando a existência de dois horizontes para um objeto matemático “horizonte interno” e “horizonte externo”. O “horizonte interno” de um objeto matemático corresponde aos aspectos matemáticos que não estão em foco mas que também fazem parte dele. Já o “horizonte externo”, olha para as características que não envolvem o objeto em si, mas mudam o foco para cenários externos no qual o objeto também existe, podendo incluir os estudos do objeto em outras áreas do conhecimento.

Abaixo segue um exemplo da interpretação de um objeto matemático em seu “horizonte interno” e “horizonte externo”.

QUADRO 2 - Exemplo de horizonte interno e externo.

Objeto Matemático	Algumas Características no Horizonte Interno	Características no Horizonte Externo
Geometria Esférica	<ul style="list-style-type: none"> • Dois pontos não determinam necessariamente uma única reta; • Alguns triângulos têm dois ângulos retos; 	<ul style="list-style-type: none"> • Conceitos que podem ser aplicados na Geografia: latitude, longitude, paralelos, meridianos e fusos horários; • O GPS⁷ (Sistema de Posicionamento Global) utiliza as propriedades da Geometria Esférica para localizar qualquer ponto da superfície terrestre.

Fonte: Autoras (2022).

Zazkis e Mamolo (2014) discutiram acerca do pré requisito necessário (porém não suficiente) para que um professor possa desenvolver o HCK que é se esforçar para aprender Matemática:

Este requisito é compatível com as afirmações de Watson (2008) quando os próprios professores estudam Matemática, estes estudos afetam sua prática de ensino. Watson (2008) sugere que ter experiência com a Matemática de nível avançado, tanto em termos de conceito quanto e combinando conceitos, além de analisar declarações matemáticas complexas para descobrir estruturas familiares, são aspectos úteis e importantes da formação de professores que prestam a tomar decisões pedagógicas eficazes. (ZAZKIS; MAMOLO, 2014, p.12, tradução nossa).

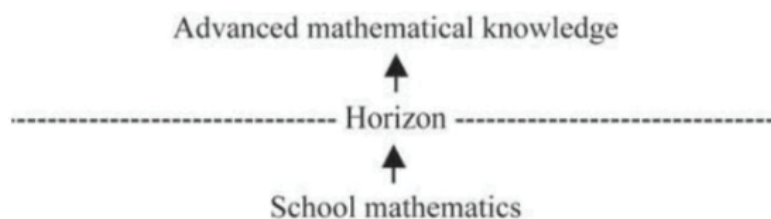
A condição de “não é suficiente” não poderá ser compreendido como “não necessário”. Destacamos também aqui o fato de um profissional saber Matemática em nível avançado (AMK) não significa que este terá desenvolvido o HCK, ressaltamos também que assim como Zazkis e Mamolo (2014) para nós, um professor de Matemática que possui o AMK desenvolvido, possui apenas um pré requisito para o desenvolvimento do HCK .

Carrillo *et al* (2014) apresentaram um esquema para o modelo de interação entre AMK, HCK e a Matemática Escolar⁸, compreendendo que o HCK é o lugar onde o AMK do professor encontra a Matemática Escolar.

⁷ *Global Positioning System*

⁸ Vista como um conjunto de práticas e saberes associados ao desenvolvimento do processo de educação escolar em matemática (que não se restringem ao que se ensina aos alunos na escola, porque inclui também, por exemplo, os saberes profissionais vinculados ao trabalho docente nesse processo).(DAVID; MOREIRA; TOMAZ, 2013, p. 45).

FIGURA 4 - Modelo de interação entre o AMK, HCK e a Matemática Escolar.



FONTE: Carrillo *et al.* (2014).

Para Carrillo *et al* (2014) o modelo de ilustração representa o movimento de progressão para cima proposto por Zazkis e Mamolo (2014).

Abaixo segue um quadro comparativo da principal visão do HCK na perspectiva de Ball e Bass (2009) e reconceituação desta visão feita por Zazkis e Mamolo (2014).

QUADRO 3 - Diferenciação entre as visões do HCK

Ball e Bass (2009)	Nós a hipotetizamos como uma espécie de perspectiva elementar sobre o conhecimento avançado que dota os professores de uma visão e orientação mais ampla e também mais particular para o seu trabalho. (BALL; BASS, 2009, p. 10, tradução nossa).
Zazkis e Mamolo (2014)	Embora relacionado ao trabalho de Ball e Bass (2009), nossa noção de conhecimento no horizonte matemático difere do que descrevem como “uma espécie de perspectiva elementar sobre o conhecimento avançado” (p. 10). Pelo contrário, nós o vemos como uma perspectiva avançada sobre o conhecimento elementar, ou seja, como conhecimento matemático avançado em termos de conceitos (horizonte interno), conexões entre conceitos (horizonte externo) e grandes ideias e estruturas disciplinares (horizonte externo) aplicadas as ideias do currículo do ensino fundamental ou médio. (ZAZKIS; MAMOLO, 2014, p.13, tradução nossa).

Fonte: Autoras (2022).

Em consonância com Ball e Bass (2009), Zazkis e Mamolo (2014) não apresentam em sua reconceituação uma possibilidade de medir o HCK, ou seja, não é possível verificar se um professor possui mais ou menos habilidades desenvolvidas dentro do HCK do que

outro, nem o quão profundo de AMK um professor precisa saber, para utilizá-lo em situações que envolvam o ensino da Matemática.

4.3 AMPLIANDO O HCK DOS PROFESSORES DE MATEMÁTICA

Um estudo mais recente que possibilitou a ampliação do conceito e das interações mobilizadas pelo HCK foi publicado por Yi-An Cho e Fui-Due, os autores complementam o conceito apresentado por Zazkis e Mamolo (2014).

Cho e Due (2018) discutem em seu trabalho uma incidência de ensino da Matemática, na qual três professores deixaram de explorar em oportunidades de ensino pontos e conceitos fundamentais do AMK que deveriam ser discutidos com os alunos na situação proposta. Não somente apresentar à turma técnicas de resolução de problemas matemáticos. Os autores perceberam então que estes três professores não possuíam um conhecimento matemático avançado, diferentemente do professor Sr. Chiu que possuía o AMK e ao analisar as três aulas, notou que nas aulas ministradas pelos professores, significados fundamentais do AMK deixaram de ser explorados, conseqüentemente os alunos não puderam explorar e fazer conexões com aspectos maiores da Matemática envolvidos naquele contexto.

Dessa maneira Cho e Due (2018) perceberam que as interações feitas pelo Sr. Chiu no HCK, não se tratavam apenas dentre AMK e Matemática Escolar apontadas por Zazkis e Mamolo (2014), mas sim havia nesse processo interativo uma outra categoria denominada por eles de Conhecimento Matemático Elementar - EMK⁹ - os autores definem como:

Definimos o conhecimento matemático elementar como aqueles significados que são fundamentalmente matemáticos inseridos no nível avançado. Com este aspecto do HCK, a compreensão ou consciência do horizonte matemático do professor de matemática será mais penetrante, ou seja, mais “conectada, coerente e simples”. (CHO; DUE, 2018, p. 09, tradução nossa).

Interpretamos aqui o EMK defendido por Cho e Due (2018) como: O conhecimento das ideias principais da Matemática Avançada. Exemplificando nossa interpretação, o professor precisa conhecer as definições, conjecturas, propriedades, teoremas, axiomas, postulados, ou seja, significados da Matemática Avançada que podem ser importantes ou até

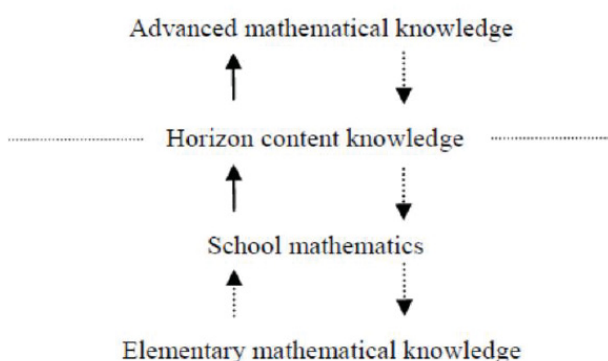
⁹ *Elementary Mathematical Knowledge*

mesmo ideias-chaves para oportunizar aos alunos um aprendizado matemático mais conectado, coerente e simples. Ressaltamos que o que pode ser considerado importante ou até mesmo uma ideia principal do AMK pode variar dependendo da situação e da aprendizagem matemática que se espera dos estudantes. Consequentemente Cho e Due apresentam a sua definição ampliada para o HCK:

Sugerimos o HCK dos professores como um caminho de navegação recíproco entre o aspecto elementar e o avançado do conhecimento matemático, ou seja, o HCK pode ajudar os professores de matemática a pensar entre o conhecimento matemático elementar e o avançado. (CHO; DUE, 2018, p. 09, tradução nossa).

O modelo a seguir ilustra a ampliação do conceito do HCK feita por Cho e Due (2018).

FIGURA 5 - Conhecimento de Conteúdo no Horizonte: Um aspecto complementar



Fonte: Cho e Due (2018).

A perspectiva sobre o HCK de Cho e Due (2018) mostra que o HCK pode ser o percurso que o professor de Matemática percorre durante a prática é uma via de mão dupla, onde o professor faz buscas em diferentes níveis de complexidade matemática.

Notamos aqui que, disciplinas da Matemática Acadêmica permitem ao professor ter acesso ao percurso completo, e vale destacar que pode sair da Matemática Escolar e buscar suas respostas no AMK, por outras vezes acessar o EMK para dominar as demandas de sala de aula. Acreditamos que o HCK é um caminho de mão dupla em que os níveis do conhecimento matemático não estão um acima do outro, ou seja acreditamos que não é o AMK superior a Matemática Escolar, nem o EMK mais ou menos relevante, a compreensão aqui nos coloca diante do HCK que em nossa interpretação é o caminho de várias mãos onde

o professor acessa sem barreiras, nem limitações todos os níveis da Matemática que achar necessário para exercer seu papel de professor de Matemática. Complementamos que a Matemática Acadêmica é apenas um dos lugares onde o professor precisa visitar para buscar suas respostas e o HCK o levará até lá. Reiteramos que a Geometria Não Euclidiana faz parte do currículo do curso de Licenciatura em Matemática da UFPR, sendo uma disciplina que faz pertencente à Matemática Acadêmica, conseqüentemente faz parte do AMK do professor. Em nossa concepção o professor de Matemática mobiliza a disciplina em seu HCK, por isso consideramos que ela é parte dele.

Nossa intenção em utilizar o HCK é de mostrar que de acordo com nossos estudos, possivelmente o papel da GNE esteja relacionado com o HCK, cogitamos o fato de que alguns dos argumentos que serão utilizados nos discursos dos participantes de nossa pesquisa, possam estar ligados aos conceitos do HCK.

5 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Este capítulo será dedicado a esclarecer o processo metodológico da pesquisa.

5.1 DA NATUREZA DA PESQUISA

A intencionalidade de responder a problemática apresentada na introdução deste trabalho, surge com o movimento da escolha por uma estratégia metodológica adequada para uma pesquisa que se apresenta com um caráter qualitativo. Os dados serão coletados por meio dos discursos provenientes de entrevistas¹⁰ gravadas, coletadas com professores de Matemática atuantes na educação básica.

Ao realizar uma leitura das características particulares desta pesquisa, nota-se a aproximação com a visão de pesquisa qualitativa defendida por Guarnica (2004):

(a) a transitoriedade de seus resultados; (b) a impossibilidade de uma hipótese a priori, cujo objetivo da pesquisa será comprovar ou refutar; (c) a não neutralidade do pesquisador que, no processo interpretativo, vale-se de suas perspectivas e filtros vivenciais prévios dos quais não consegue se desvencilhar; (d) que a constituição de suas compreensões dá-se não como resultado, mas numa trajetória em que essas mesmas compreensões e também os meios de obtê-las podem ser (re)configuradas; e (e) a impossibilidade de estabelecer regulamentações, em procedimentos sistemáticos, prévios, estáticos e generalistas. (GUARNICA, 2004, apud BORBA, 1996).

Entendemos neste trabalho, que a noção de pesquisa qualitativa é ampla, e necessariamente não se dá apenas pelo cumprimento das características acima, é considerável assumir que o conceito de pesquisa qualitativa está em movimento e o conhecimento que se insere dentro dela “ [...] pode mover-se, ser negociável e admitir uma interferência subjetiva.” (BORBA, 2004).

Para a coleta de dados utilizaremos questionários semiestruturados que na sequência serão analisados por meio da técnica Análise Textual Discursiva, proposta por Moraes (2016), mais à frente discutiremos a importância e as etapas desta ferramenta analítica para pesquisas qualitativas.

¹⁰ Número do Parecer Consubstanciado do Comitê de Ética e Pesquisa: 5.294.038

5.2 CARACTERIZAÇÃO DOS PARTICIPANTES DA PESQUISA

Para esta pesquisa, foram estabelecidos dois critérios para a seleção dos professores entrevistados: ser licenciado em Matemática pela UFPR no período compreendido entre os anos letivos de 2012 e 2018 e estar atuando na educação básica. Os critérios foram estabelecidos para que tivéssemos a garantia de que os professores passaram pela disciplina de GNE, no período em que Godoy e Campos (2018), comprovaram que os alunos do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Paraná (UFPR) apresentaram alta dificuldade para aprender e ensinar qualquer que seja a Geometria Não Euclidiana.

Os três entrevistados são atuantes da educação básica e trabalham como professores temporários em escolas públicas distintas da cidade de Curitiba. Os professores são contratados pela Secretaria de Estado da Educação do Estado do Paraná (SEED - PR) via Processo Seletivo Simplificado (PSS). Vale mencionar que os professores selecionados, foram solícitos em participar das entrevistas e de que não fizemos distinção se os professores eram atuantes dos anos finais do ensino fundamental ou do ensino médio, devido às dificuldades de encontrar professores que atendessem aos critérios da nossa pesquisa.

Escolhemos o ano inicial de 2012, pois foi o currículo vigente na época em que as dificuldades com a disciplina foram detectadas e o ano limite de 2018, a partir deste, o curso passou por uma reforma curricular. O primeiro professor a participar da pesquisa será denotado neste trabalho por P1, o segundo professor entrevistado por P2 e o terceiro por P3. Decidimos manter sigilo em relação à identidade dos entrevistados, independente do mesmo ter aceitado ou não sua identificação no Termo de Consentimento Livre e Esclarecido. O P1 é licenciado em Matemática pela UFPR, ingressou no ano de 2013 e concluiu no ano de 2017, possui três pós graduações uma em Alfabetização Matemática, a segunda em Ensino Lúdico e a última em Educação de Jovens e Adultos, as três pós foram feitas na Faculdade Unina (antiga Faculdade São Braz), o professor atua na educação básica há cerca de sete anos. P2 é licenciado em Matemática pela UFPR, ingressou no curso no ano de 2014 e concluiu no ano de 2018, é especialista em Neuropsicopedagogia, Educação e Sociedade, Educação de Jovens e Adultos e atualmente é mestrando do Programa de Pós Graduação em Educação da Universidade Federal do Paraná, ele atua como professor na educação básica há 8 anos. O P3 é licenciado em Matemática pela UFPR, ingressou no curso no ano de 2013 e egresso no ano

de 2017, possui pós graduação em Metodologia de Ensino de Matemática e Física pela Faculdade Futura e Pós graduação em Matemática aplicada ao Ensino da Biologia também pela Faculdade Futura, P3 atua como professor na educação básica há 9 anos.

5.3 PROCESSO DE CONDUÇÃO DAS ENTREVISTAS

Inicialmente, antes de ocorrer a banca de qualificação desta pesquisa, havíamos realizado uma entrevista piloto, que foi descartada posteriormente, com a finalidade de que a banca analisasse o processo de condução e pudesse sugerir contribuições. A partir das considerações feitas pela banca, decidimos que antes de realizarmos as entrevistas com os professores, os mesmos deveriam participar de um “Jogo da memória das Geometrias Não Euclidianas¹¹” para que os entrevistados pudessem lembrar alguns conteúdos que estavam na ementa da disciplina de GNE no período de 2012 a 2018.

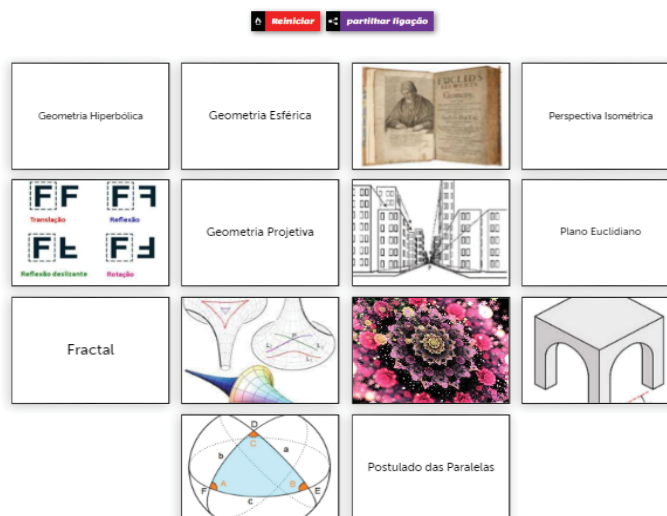
A escolha deste jogo, ocorreu devido ao fato de que na entrevista piloto, o entrevistado apresentou dificuldades em lembrar dos conteúdos da disciplina e solicitou que a entrevistadora retomasse a ementa da disciplina, por esse motivo escolhemos um jogo da memória com a intenção de que os entrevistados pudessem se recordar de alguns conceitos estudados na disciplina durante sua graduação.

O jogo foi construído no *puzzel.org*, onde há a possibilidade de criar jogos da memória online de diversos conteúdos. A entrevistadora conduzia o jogo e o entrevistado deveria escolher as cartas que faziam pares. Os pares das cartas contemplavam os seguintes tópicos da ementa vigente no período de 2012 a 2018: Geometria Hiperbólica, Geometria Esférica, Perspectiva Isométrica, Geometria Projetiva, Geometria Euclidiana e Geometria Fractal. Cada par de cartas constava um tópico da ementa e uma imagem que pudesse remeter ao tópico, como mostra a imagem abaixo.

FIGURA 6 - Imagem do Jogo da memória Geometrias Não Euclidianas retirada do *puzzel.org*.

¹¹ link do jogo: <https://puzzel.org/pt/memory/play?p=-NCaVZevp1rWt2MYnBsb>

JOGO DA MÉMORIA GEOMETRIAS NÃO EUCLIDIANAS



Fonte: Autoras (2023).

Inicialmente as cartas começavam o jogo todas viradas e assim que o entrevistado achava a imagem correspondente ao conteúdo as cartas eram desviradas. A ideia de associar o conteúdo do programa da disciplina a uma imagem foi proveniente da leitura do trabalho “As Concepções de Geometrias não Euclidianas de um Grupo de Professores de Matemática da Educação Básica” escrito por Lovis e Franco (2015), que originalmente utilizaram 36 cartas para a condução das entrevistas com professores da educação básica, para nossa pesquisa o conteúdo das cartas as imagens foram adaptados a ementa da disciplina.

As entrevistas foram conduzidas da seguinte forma: primeiramente a entrevistadora se apresentava e convidava os entrevistados a jogar, na sequência os mesmos deveriam responder as perguntas. A primeira entrevista ocorreu no dia 22 de setembro de 2022, a segunda no dia 14 de outubro de 2022 e a última no dia 01 de novembro de 2022. A escolha da plataforma *Microsoft Teams* para a gravação do áudio e vídeo ocorreu pois esta, é uma plataforma institucional que foi utilizada pela UFPR a partir da pandemia de covid-19, assim a plataforma tornou-se uma ferramenta viável para a realização das entrevistas.

Após responderem as perguntas, os professores foram informados de que as entrevistas seriam transcritas e seus nomes não seriam citados na pesquisa. Portanto com auxílio da plataforma *Reshape* foi realizada a transcrição e textualização das três entrevistas, a plataforma foi escolhida pois nosso objetivo era diminuir o tempo de transcrição. Mesmo que

as transcrições tenham sido feitas por uma plataforma, decidimos dedicar um tempo para conferir cada uma delas para absorver detalhes que o software pudesse não compreender. As transcrições das entrevistas estão disponíveis nos anexos 2, 3 e 4.

5.4 BREVE CONTEXTO HISTÓRICO DAS GEOMETRIAS NÃO EUCLIDIANAS

A partir da construção do Jogo da Memória das Geometrias Não Euclidianas, faremos uma breve apanhado histórico, a fim de contextualizarmos a discussão histórica que envolveu o quinto postulado de Euclides.

O grego Euclides de Alexandria escreveu sua obra “Os elementos” por volta do ano 300 a.C, seu trabalho é composto de 13 livros, envolvendo teoremas, definições, postulados e proposições. Os Livros I e II abordam os primeiros conceitos, noções comuns, postulados e os primeiros resultados da Geometria Plana. No Livro III, Euclides trata do círculo, o Livro IV da construção de certos polígonos regulares; o Livro V da teoria das proporções de Eudoxo, no Livro VI da semelhança de certas figuras, nos Livros VII, VIII e IX, da teoria dos números. Já os Livros X, XI, XII e XIII, abordam a Incomensurabilidade, a Geometria Espacial e os Poliedros Regulares.

Limitaremos nossas discussões apenas ao início do Livro I, onde estão apresentados os cinco postulados, pois a partir da negação do quinto postulado, estruturam-se as primeiras ideias das GNE.

Segue o quinto postulado de Euclides:

Se uma reta, ao incidir sobre outras duas, forma do mesmo lado ângulos internos menores cuja soma das medidas é menor que dois retos, as duas retas prolongadas ao infinito se encontrarão no lado em que estejam os ângulos menores que dois retos?

De acordo com Souza (1993), vários estudiosos procuraram modificar o quinto postulado, entendendo que havia uma dificuldade existente nele. Inicialmente tentaram modificar a definição de retas paralelas, depois tentaram, substituir o quinto postulado e a última tentativa consistiu em transformar o quinto postulado em teorema. Os estudiosos dos trabalhos de Euclides, questionavam-se o fato de que o quinto postulado era considerado uma

verdade evidente e assim consideravam que o postulado era decorrente dos outros quatro, o que exigia uma demonstração. Durante muitos séculos, vários matemáticos tentaram demonstrar o quinto postulado de Euclides, portanto, faremos um breve relato histórico que deu origem às GNE segundo os estudos de Souza (1993).

Souza (1993) destaca Proclo de Lícia como o primeiro matemático a abordar essa dificuldade, destacando também as tentativas de Possidônio e Cláudio Ptolomeu de superar a questão. No entanto, Proclo adverte contra o raciocínio de Ptolomeu, pois Ptolomeu afirma que: *uma reta, ao incidir sobre outras duas, forma de um dado ângulos menores ou maiores que a soma de dois retos*. Proclo entendeu que o raciocínio de redução ao absurdo não estava correto, e se coloca na lista dos que questionam o quinto postulado da Geometria Euclidiana e se recusa a aceitá-lo como postulado.

Souza (1993), continua discutindo as tentativas de demonstração e substituição do quinto postulado de Euclides, mencionando matemáticos como Clavius, Cataldi, Borelli e Wallis que estudaram o quinto postulado durante o Renascimento. Wallis propõe uma nova abordagem, baseada no conceito de semelhança, para tentar demonstrar o quinto postulado, mas essa proposta implica na necessidade de outro postulado, igualmente complexo. O autor destaca a contribuição de Wallis, que mostrou a possibilidade de um sistema geométrico no qual o quinto postulado não seja válido, mas os demais postulados de Euclides sejam válidos. Saccheri, foi outro matemático que deu sua contribuição, evidenciou a impossibilidade de demonstrar que o quinto postulado como recorrente dos anteriores.

O último matemático que tentou demonstrar o quinto postulado de Euclides, foi A.M.Legendre (SOUZA,1993), seus trabalhos alcançaram grande notoriedade devido à elegância e ao estilo, porém os resultados dos seus trabalhos não foram além dos estudos anteriores. A Legendre foram atribuídos três teoremas: “ i) a soma das medidas dos ângulos de um triângulo é igual ou menor que dois retos; ii) se essa soma valer dois retos, no caso de um triângulo particular, terá o mesmo valor para qualquer outro triângulo”. (SOUZA,1993, p. 06).

Foi no século XIX, que Lobatchevisk, Gauss e Janos Bolyai, partem da negação do quinto postulado de Euclides e decidem construir outras Geometrias, conhecidas hoje por Geometrias Não Euclidianas, que ditam não apenas a existência de uma única paralela, mas sim de pelo menos duas. Apesar dos grandes avanços alcançados por Lobachevski e Bolyai,

uma visão global em espaços de dimensão qualquer, seria proporcionada apenas anos mais tarde, por meio do matemático alemão Riemann. Com Riemann a Geometria apresenta-se com três concepções que podem ser consideradas como Geometrias Euclidianas e Geometrias Não Euclidianas. A Geometria de Riemann inclui, de acordo com Souza (1993), a Geometria de Lobatchevisk - com curvatura negativa - a Geometria Euclidiana (curvatura nula) e a Geometria Riemanniana - curvatura positiva.

Na próxima seção, será apresentado um estudo sobre a Análise Textual Discursiva, que foi o método de análise utilizado como ferramenta analítica dos dados desta pesquisa.

5.5 ANÁLISE TEXTUAL DISCURSIVA

A Análise Textual Discursiva é utilizada como ferramenta analítica em pesquisas qualitativas, ela transita entre a Técnica de Análise de Conteúdo e a Análise de Discurso e assume um sentido específico. Moraes (2007) tomado pela sensação de incompletude e superficialidade de que o método de ciência natural é o único capaz de guiar o conhecimento, envolve-se em pesquisas na área de Educação, com o anseio de que as pesquisas em uma abordagem qualitativa poderiam ser mais envolventes, significativas, e profundas, assumindo o fato de que há muitos métodos capazes de conduzir o conhecimento verdadeiro, cada um coerente com as múltiplas atitudes de pesquisas e os objetos de estudo. Roque Moraes em sua tese apresentou alguns elementos que fundamentam a ATD e que se tornam úteis para a compreensão da técnica.

O primeiro elemento importante de ser caracterizado é a *fenomenologia*, que é definido como uma Filosofia e ao mesmo tempo como um método de se chegar ao entendimento dos fenômenos. Moraes (2011) entende que como Filosofia a *fenomenologia* está entre o materialismo e o idealismo, mas não se localiza em nenhuma dessas duas vertentes. A *fenomenologia* adere a existência de coisas materiais, contestando o cenário de conhecê-las somente em sua essência material, valorizando a consciência como o elo entre o homem e o mundo material. A *fenomenologia* se coloca em lado oposto ao idealismo, “[...] pois assume a existência de uma realidade material e não apenas idealizada, realidade esta que não pode ser conhecida em sua essência material, mas apenas como fenômeno.”(MORAES; GALIAZZI, 2007, p. 22). Para Moraes (2007) a *fenomenologia* é uma maneira de investigação que aborda de forma direta os fenômenos e anseia compreender o homem a

partir da faticidade. A *fenomenologia* como movimento metodológico ou filosófico pode ser caracterizada por:

um esforço de retorno à experiência original, à vida, ao mundo da experiência, ao mundo irrefletido, como base na construção do conhecimento. Essa experiência é sempre uma experiência total, e por isso a Fenomenologia caracteriza-se em sua oposição à atomização. (MORAES, GALIAZZI, 2007, p. 24)

Vale destacar a *importância do sujeito* na *fenomenologia*, em consonância com o autor, a fenomenologia opõe-se ao objetivismo da ciência valorizando o mundo vivido pelo homem. A *importância do sujeito* revela-se através da consciência e intencionalidade. “A intencionalidade é uma relação entre sujeito e a realidade material, onde surge o sentido.” (MORAES; GALIAZZI, 2007, p. 25). A *fenomenologia* entende o homem com sua intencionalidade e consciência.

A *fenomenologia* está sempre à *procura das essências* dos fenômenos, para Moraes (2016) chegar às essências dos fenômenos é estar vinculado à redução eidética¹² e a redução fenomenológica, por meio delas podemos nos desvincular da realidade dos fatos e alcançar as realidades das ideias.

A *linguagem* também tem seu papel central na *fenomenologia*, pois está especificamente inerente à construção da realidade do sujeito, ela se torna mais que um instrumento de comunicação, ela é capaz de traduzir a essência do ser, para Moraes (2011) o ser reside na linguagem e investigar a linguagem é investigar o próprio ser.

Realizar uma pesquisa numa abordagem fenomenológica implica em traçar o caminho enquanto caminhamos, e estar aberto a para modificar o percurso durante a investigação.

A ATD como técnica de análise de pesquisas qualitativas, não tem intenção de testar hipóteses, mas sim seu objetivo é a compreensão e a reconstrução do que se sabe sobre os temas investigados.

5.4.1 ETAPAS DA ANÁLISE TEXTUAL DISCURSIVA

¹² Procedimento metódico a partir do qual elevamos nosso conhecimento do domínio dos fatos à esfera das essências. MORAES; GALIAZZI, 2016, p. 25

A ATD é descrita como uma unitarização em que os textos são separados em unidades de significados, que conseqüentemente podem gerar outros conjuntos de unidades, precedentes da interlocução empírica, teórica e das interpretações do investigador. Roque Moraes considera que a ATD é entendida como:

um processo auto-organizado de construção de compreensão em que os entendimentos emergem a partir de uma seqüência recursiva de três componentes: a desconstrução dos textos do “corpus”, a unitarização; o estabelecimento entre as relações entre os elementos unitários, o captar emergente em que a nova compreensão é comunicada e validada. (MORAES, GALIAZZI, 2007, p. 34).

A ATD constrói-se em torno de quatro focos, a *desmontagem dos textos*, que também pode ser denominada por *unitarização*, o *estabelecimento de relações* e a *captação do novo emergente*, os três primeiros formam um ciclo que como um todo se aproxima do *sistema auto-organizado*.

Após o pesquisador definir e delimitar seu *corpus* de análise, ele deverá iniciar o processo de desconstrução e unitarização dos textos, ele deverá buscar elementos constituintes, ou seja, colocar seus objetivos nos detalhes e nas partes componentes dos textos, aqui intenção é perceber os “ [...] sentidos dos textos em diferentes limites e de seus pormenores [...]” (MORAES, GALIAZZI, 2007, p. 40), ciente de que seu limite final e preciso não poderá ser alcançado. Como consequência das desmontagens dos textos, as unidades de significados ou sentidos emergem a partir dos conhecimentos do pesquisador. Estas unidades são atribuídas em função dos objetivos da pesquisa, as construções das unidades podem ser concretizadas a partir de três momentos definidos por Moraes (1999):

- fragmentação dos textos e codificação de cada unidade;
- reescrita de cada unidade de modo que assuma um significado, o mais completo possível em si mesma;
- atribuição de um nome ou título para cada unidade assim produzida.

A etapa de *unitarização* é o momento de maior contato com o material analisado, o envolvimento do pesquisador é um pré requisito para que ocorram as emergências das novas concepções.

O segundo passo da ATD é o de *categorização* onde as unidades são comparadas e agrupadas por elementos semelhantes, portanto os conjuntos de elementos que possuem significados próximos formam as categorias, que nessa fase também são nomeadas com maior precisão na medida em que se constituem. Na ATD as categorias podem ser definidas a partir de três métodos: dedutivo, indutivo e intuitivo. O primeiro é construído antes do pesquisador examinar o “corpus”, as categorias se formam a partir do referencial teórico que fundamentam a pesquisa. No método indutivo as categorias se constituem das unidades de análise, o pesquisador compara e contrasta as unidades de análise e organiza os conjuntos que possuem elementos semelhantes. Para chegar no método intuitivo, o pesquisador necessita “ [...] integrar-se num processo de auto-organização em que, a partir de um conjunto complexo de elementos de partida, emerge uma nova ordem [...].” (MORAES, GALIAZZI, 2007, p. 46).

Na etapa de *captação do novo emergente* ocorre a produção dos metatextos, que são construídos a partir das categorias e subcategorias, eles se compõem de descrição e interpretação. Diferentes textos podem surgir na ATD, alguns podem ser mais interpretativos já outros mais descritivos, assim a partir da unitarização e da categorização formam-se as bases iniciais dos metatextos, que são baseados no *corpus* da análise, mesmo sendo formados a partir das unidades de significados e das categorias, não se constituem apenas de montagens, eles são resultados de processos “[...] intuitivos e auto-organizados.” (MORAES, GALIAZZI, 2007, p. 62).

A *comunicação* das novas compreensões é o processo onde acontece a explicitação das novas compreensões atingidas, o pesquisador precisa expressar de forma clara e com profundidade as novas compreensões, tornando entendível o que não estava. As descobertas poderão ser comunicadas através de esquemas, figuras, mas é importante para a compreensão a construção de textos para que o novo conhecimento seja compreendido e a argumentação central da pesquisa seja desencadeada. O esquema abaixo ilustra o ciclo da ATD.

FIGURA 7 - Ciclo da Análise Textual Discursiva.



Fonte: Autoras (2023).

Concluindo-se o ciclo do processo auto-organizado que é compreendido a ATD, espera-se que as novas compreensões sejam produzidas acerca do fenômeno estudado.

6 ANÁLISES DAS ENTREVISTAS

Este capítulo descreve o processo de análise realizado com base nas três entrevistas transcritas que foram consideradas como o *corpus* da análise. Ao nosso ver o corpus foi produzido essencialmente para este trabalho (MORAES, GALIAZZI, 2007, p. 38).

A fim de facilitar o processo de análise, estabelecemos uma codificação que possa identificar a questão que foi respondida e o professor respondente, portanto o quadro abaixo mostra o código pertinente a cada questão do roteiro de entrevista.

QUADRO 4 - Questões do roteiro de entrevistas

Código	Questão do roteiro
Q1	Fale um pouco sobre suas lembranças, sentimentos e experiências das vezes em que você estava cursando a disciplina de GNE em sua graduação.
Q2	O que você achou da ementa da disciplina? Você faria alguma mudança?
Q3	Você consegue visualizar alguns conceitos da ementa da disciplina nos currículos da educação básica?
Q4	<p>Considere o trecho a seguir, retirado do Referencial Curricular do Paraná:</p> <p>“(EF09MA17) Reconhecer e compreender vistas ortogonais de figuras espaciais e aplicar esse conhecimento para desenhar objetos em perspectiva. Compreender os conceitos básicos de geometria projetiva. Identificar, formas fractais e as características de autossimilaridade e</p>

	<p>complexidade infinita.” (Referencial Curricular do Paraná, Ensino Fundamental, 9ºano)</p> <p>Este trecho refere-se aos objetivos a serem atingidos pelos estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental, em relação ao objeto de conhecimento Geometrias Não Euclidianas. Você consegue enxergar alguma relação entre os conceitos estudados na disciplina e os objetivos para o ensino e aprendizado dela no contexto escolar?</p>
Q5	Em alguma aula ministrada por você, já se deparou com algum dos conceitos estudados em Geometrias Não Euclidianas?
Q6	Qual foi o papel da disciplina de Geometrias Não Euclidianas na sua formação inicial?
Q7	Professor, você considera que a disciplina de Geometrias Euclidianas e não Euclidianas, ela deveria ser obrigatória para o curso de licenciatura em matemática? Por que?

Fonte: Autoras (2023).

As categorias que foram definidas, originaram-se a partir das leituras dos textos transcritos, optamos por analisar as respostas das questões da seguinte forma: primeiro a questão do roteiro era colocada em um arquivo individual na sequência inserimos as três respostas dadas pelos professores, estabelecendo assim uma ficha individual de organização das questões e respostas dos professores.

A partir das leituras e desconstrução das frases foi possível estabelecer dez categorias que explicaremos nas próximas seções.

6.1 AS CATEGORIAS

A partir das análises das duas primeiras questões foi possível estabelecer sete categorias, e as outras três surgiram a partir das leituras das cinco últimas questões. Após uma releitura das categorias, percebemos que algumas possuíam significados e sentidos semelhantes, assim reduzimos o número de categorias para cinco.

Cada categoria estabelecida será justificada com um código, já explicado na seção anterior, que retrata a fala do professor respondente, ou seja, indicaremos a questão e, professor entrevistado, que justifique a definição da categoria.

Abaixo seguem as categorias emergentes do *corpus*:

C1- A reta curva da Aprendizagem.

C2 - O papel das Geometrias Não Euclidianas.

C3 - Enfrentando o AMK.

C4 - Percursos do HCK.

C5 - Anseios

A fim de facilitar o entendimento dessas categorias, apresentaremos a seguir uma definição para cada categoria acima citada, considerando nossa interpretação acerca das falas dos entrevistados e a relação com o referencial teórico. Vale ressaltar que nossa intenção com o estabelecimento destas categorias é atingir os objetivos gerais e específicos desta pesquisa.

C1- A reta curva da Aprendizagem - Engloba os aspectos relacionados à experiência de aprendizagem individual do entrevistado para com a disciplina de Geometrias Euclidianas e Não Euclidianas. Nesta categoria estão sendo considerados os indícios de aprendizagem ou não aprendizagem, segundo a narrativa do próprio sujeito. O processo de aprendizagem individual ao cursar a referida disciplina também foram inseridos nesta categoria, considerando também os recursos que os participantes utilizaram com a finalidade de aprender e/ou compreender os conceitos da disciplina durante o período em que estiveram na graduação. Foram acatados também memórias e sentimentos individuais que os participantes trouxeram durante as entrevistas.

C2 - O Papel da disciplina de Geometrias Não Euclidianas - Considera os argumentos dos participantes que evidenciam a importância da disciplina e dos conteúdos do currículo / ementa para a formação do professor de matemática. Todas as lembranças que demonstram conhecimentos relacionados ao currículo da disciplina acadêmica e sua importância para a formação do professor, os argumentos em que os participantes demonstram perceber, realizar ou não, conexões/utilidade/aplicabilidade entre os conteúdos e conceitos estudados na disciplina GNE e os conteúdos e conceitos dela no ambiente escolar. As vezes em que essas conexões foram feitas através de atividades, trabalhos, conversas, currículo escolar, e as discussões propostas pelo professor que ministrou GNE durante a graduação dos entrevistados e quando os entrevistados realizaram na escola atividades, reflexões, situações que envolvessem a GNE.

C3 - Enfrentando o AMK - Reúne as vezes em que os participantes se referem a compreensão da disciplina acadêmica, ao rigor matemático, a complexidade de GNE, tanto deles quanto às enfrentadas pelos colegas de turma. Estão envolvidas nesta categoria as dificuldades dos professores entrevistados para compreenderem a disciplina e ministrá-los em sala de aula. Entendemos aqui como a categoria em que os participantes evidenciaram em seus discursos suas experiências com o AMK e as dificuldades de aplicar os conceitos da Matemática Acadêmica no âmbito escolar.

C4 - Percursos do HCK - Nesta categoria, discutiremos os possíveis caminhos que os três professores entrevistados mobilizam no HCK. Considerando o trajeto como uma via de mão dupla que ajuda o professor a pensar a disciplina de GNE entre a Matemática Avançada e a Elementar.

C5 - Anseios - Nesta categoria foram agrupadas as falas dos entrevistados que se referem a mudanças no currículo/ementa e na disciplina de um aspecto geral. Todas as vezes que os entrevistados se referem à abordagem utilizada pelo professor da disciplina para ministrá-la ou fizeram sugestões/críticas relacionadas à metodologia do ensino da disciplina, e foram aqui agrupados.

Na seção seguinte, destacamos nos metatextos emergentes, as falas em que podemos perceber a existência das categorias acima e suas relações com o referencial teórico. Os metatextos foram estruturados e nomeados a partir de cada categoria, assim teremos:

“Metatexto A” , “Metatexto B”, “Metatexto C”, “Metatexto D” e “Metatexto E” referentes às categorias C1, C2, C3, C4 e C5 respectivamente.

6.2 METATEXTOS

Com a finalidade de cumprirmos o terceiro passo da ATD - a produção do novo emergente - a partir de nossas interpretações e descrições trataremos de explicar os metatextos que emergiram das transcrições das três entrevistas realizadas. Serão expostos cinco metatextos, um para cada categoria emergente.

6.2.1 Metatexto A

A primeira categoria emergente foi C1, nomeada por “ A reta curva da aprendizagem”, buscamos inserir nesta categoria, os argumentos extraídos das três entrevistas, que de alguma forma narraram o percurso de aprendizagem da disciplina de GNE de cada participante. Entendemos em nossas análises que o processo de aprendizagem ocorreu de maneira distinta para cada um deles, entendemos que a trilha de aprendizagem não é um processo linear, e nem ocorre de maneira igualitária para todos os indivíduos, para alguns o caminho da aprendizagem pode assemelhar-se a uma curva, onde o indivíduo pode percorrer um trajeto com muitas mudanças de direções, assim justifica-se a escolha do nome a “A reta curva da aprendizagem”. A forma como cada um deles lidou com os desafios da aprendizagem da disciplina acadêmica, a relação com professor que ministrou a disciplina e também alguns sentimentos que os participantes trouxeram durante as entrevistas serão explanados neste metatexto, sentimentos que não esperávamos quanto pesquisadoras, mas nos chamaram a atenção durante as leituras do corpus.

Para começarmos nossa discussão, vamos destacar a fala do professor P1, ao afirmar que durante as aulas de GNE se sentia confuso e na maioria das vezes pedido, o professor afirma que eram poucas as aulas que ele conseguia entender.

Assim, pra falar bem a verdade, na maior parte do tempo eu me sentia bastante confuso. Eu entendi a proposta da disciplina no currículo, eu sei qual era o objetivo dela na nossa formação, eu entendi aquela necessidade ali, mas da maneira que ela

era abordada eu me sentia bastante confuso, na grande maioria das aulas. (PROFESSOR P1)

Ele recorria aos colegas, para buscar algum apoio e tentar compreender os conteúdos, mas afirma que seu processo de aprendizagem ocorreu de maneira superficial, relata ainda que entende a disciplina como uma possibilidade de ter mais "repertório", mas a disciplina em si acabou ficando muito técnica.

O professor P2, ao retomar suas memórias sobre seu processo de aprendizagem, ressalta que cursou a disciplina duas vezes, na primeira vez ele desistiu justificando que não gostava do professor que estava lecionando, e diz não se lembrar de nada da primeira vez que cursou GNE.

Na verdade, quando você fala de geometrias não euclidianas, quanto acadêmico, pra mim, eu lembro do professor. Tá? Eu cheguei a cursar duas vezes geometrias não euclidianas. A primeira vez eu desisti, porque eu não gostava do professor. Sabe? Então eu juro pra você, Aline, que eu não me lembro de nada nessa primeira vez que eu cursei. Tá? Já na segunda vez, não. Já na segunda vez eu começo, eu lembro assim, mas é claro que não com tantos detalhes quanto eu gostaria. (PROFESSOR P2).

Na segunda vez que P2 fez a matéria, já com outro docente, ele se recorda principalmente do fator histórico para o surgimento das GNE. P2 se recorda do processo de construção das ideias dos conceitos que o docente fazia durante a disciplina. Para P2, a disciplina não teve um rigor matemático e nem mesmo muitos recursos utilizando cálculos.

P3 apresenta uma visão distinta da disciplina, inicialmente ele diz que está com saudades do professor que a ministrou, e imediatamente cita vários conteúdos que ele estudou, diz ter feito um trabalho em grupo e prontamente explicou a temática do seu trabalho. O professor P3 afirma que durante todo o período em que permaneceu cursando GNE, se sentiu confortável, para ele estava tudo certo, ele conseguia fazer as tarefas proposta pelo professor da disciplina, e do ponto de vista dele estava tudo certo com o desenvolvimento da disciplina.

Eu me sentia até confortável assistindo, porque imagino que é isso que você deve estar querendo verificar, se a gente estava confortável fazendo o estudo, porque geralmente tem algumas que a gente fica um pouco desconfortável pela dificuldade da compreensão. Eu me sentia bem confortável, tanto é que muitas vezes o professor chegava, ele deixava o tema proposto e a gente tinha que, teve uma vez até que ele ficou bravo que ninguém perguntou nada para ele durante a aula. Mas eu não perguntei nada porque para mim estava tudo ok, eu estava fazendo as tarefas, estava

conseguindo desenvolver o meu trabalho e daí quando eu precisava de alguma ajuda eu procurava ele individualmente. (PROFESSOR P3)

Com base nos três relatos, percebemos três experiências distintas, com a mesma disciplina, as dificuldades enfrentadas por P1 e P2 não foram percebidas pelo P3, fato que pode ocorrer, pois em nossas concepções o processo de aprendizagem pode variar em decorrência das conexões que os estudantes realizam e das experiências e conhecimentos que eles possuem ao longo da sua formação.

6.2.2 Metatexto B

O segundo metatexto, refere-se a categoria C2, que foi nomeada por “ O papel da disciplina de Geometrias Não Euclidianas”, em nossa concepção foi possível observar nos discursos indicações da importância da disciplina para sua formação.

O professor P1 de imediato, fala que o professor precisa saber mais que o aluno, isso na opinião dele, transmite segurança para o professor, pois quando o professor conhece a Geometria Euclidiana e também a Geometria Não Euclidiana ele aumenta seu repertório, trazendo confiança para o professor, de acordo com P1 a disciplina transmite para o professor um conhecimento da geometria de maneira mais profunda.

O professor P2 ao tentar explicar qual seria na visão dele o papel da disciplina, trouxe a frase: “Seria o desenvolvimento de uma habilidade de ver as coisas de uma outra maneira”(PROFESSOR P2). O professor relatou que nunca havia parado para refletir que uma reta poderia não ser uma reta, que a disciplina fez ele entender que as coisas podem não estar de uma maneira cristalizada, e ainda, a disciplina ajudou-lhe a olhar para as coisas de outro ponto de vista, sendo para ele a importância da disciplina.

Já para o professor P3, a disciplina o ajudou a descobrir que era possível fazer Geometria em outras superfícies, como na esfera e na hipérbole, ele aprendeu também que alguns postulados e teoremas que temos na Geometria Euclidiana não acontecem em outras geometrias. Para P3 foi possível também fazer aplicações maiores, exemplificou que quando imaginamos o globo terrestre, ele se assemelha a uma esfera e os teoremas da Geometria Euclidiana não funcionam, assim para fazer uma “aplicação para alguma coisa maior”

(PROFESSOR P2) é necessário estudar a Geometria Esférica, deste modo, ele acredita que um professor precisa estar ciente desta e de outras geometrias.

Nos três discursos percebemos que de fato a disciplina desenvolveu pontos importantes na formação de cada um deles. Pensando no discurso do P1 ele relata sobre um repertório mais amplo do docente, que o mesmo sente-se seguro, e ainda que a disciplina transmite para o professor um conhecimento “profundo da geometria”. Na fala de P1, conseguimos enxergar que o professor estava falando de um conhecimento que vai além do que o professor necessita, ao nosso ver P1 está se referindo ao que Zazkis e Mamolo (2014) denominaram por AMK, ou seja, é “conhecimento dos assuntos matemáticos adquiridos durante os cursos de graduação em faculdade e universidades”. (ZAZKIS, MAMOLO, 2014.p 09.Tradução nossa). O professor P1 percebe a existência desse conhecimento e ainda indica a importância pois para ele, com esse conhecimento é possível se sentir mais seguro, sentimento semelhante ao que Zazkis e Mamolo (2010) detectaram como sendo uma das principais percepções docentes sobre a vantagens do AMK:

O conforto e a confiança com a matemática, proporcionados com a aquisição do AMK, auxiliam os professores no planejamento do ensino, na formulação de problemas para os alunos e na entrega de conteúdos específicos. Entre as questões adicionais, relacionadas ao conforto e confiança com o assunto, os professores mencionaram sua capacidade de executar tarefas rapidamente e de esclarecer dúvidas dos alunos relacionadas aos tópicos ensinados, bem como questões relacionadas a futuras carreiras. (ZAZKIS, MAMOLO, 2010, p. 16, tradução nossa).

Entendemos que a segurança que P1 relata, é o sentimento que ele tem ao atender as necessidades dos alunos relacionados ao ensino e aprendizagem da Matemática, assim P1 refere-se a um sentimento de confiança pessoal para atender seus alunos, deste modo em nossa concepção, para P1 a importância da disciplina de GNE em sua formação está ligada ao sentimento de conforto e confiança proporcionados pelo AMK.

O professor P2 traz em sua fala, que a disciplina de GNE proporcionou a ele uma habilidade de olhar as coisas de outra maneira, essa habilidade descrita por P2 assemelha-se com definição do HCK apresentada por Ball et al (2008), que referiram-se a um subdomínio do MKT capaz de proporcionar aos professores uma visão mais ampla do conteúdo matemático. P2 relatou que a disciplina o fez refletir que na Matemática, os conceitos podem não estar de maneira cristalizada, como por exemplo, uma reta pode não ser uma reta em

outra superfície, conseguimos perceber que P2 está se referindo a sua experiência pessoal com a disciplina. Essa experiência que P2 relata, ao nosso ver, está próxima a definição de HCK apresentada por Ball e Bass (2009).

Assim, entendemos que para P2, a importância da disciplina de GNE em sua formação está relacionada com o desenvolvimento da subcategoria HCK, aproximando-se da definição Ball e Bass (2009).

Na visão de P3 a disciplina foi importante pois lhe ajudou a descobrir que era possível fazer geometria em outras superfícies e que conheceu novos postulados e teoremas que ainda não tinha visto na geometria euclidiana. O posicionamento de P3 mostra que ele percebeu aplicações matemáticas para conceitos maiores, usou ainda o globo terrestre para exemplificar a Geometria Esférica, fazendo uso então o uso do objeto matemático “Geometria Esférica” e aplicando o que estudou para além do conhecimento em foco, olhando para um conceito em um cenário além do matemático. Ao nosso ver, P3 deu indícios de que a disciplina foi importante em sua formação, para desenvolver o que Zazkis e Mamolo (2014) chamaram de “horizonte interno” e “horizonte externo”. O exemplo escolhido por P3 envolvendo o globo terrestre, assemelha-se a descrição das autoras para “horizonte externo”:

Em contraste, não são as características particulares do objeto que abrange seu horizonte externo, mas apresenta características que estão ligadas ao objeto e que o incorporam em uma estrutura maior. O horizonte externo representa o “mundo maior” em que o objeto existe. (ZAZKIS, MAMOLO, 2014, p. 10, tradução nossa).

Para P3 a importância da disciplina de GNE em sua formação, ao nosso ver, contribuiu para que ele conseguisse enxergar a Geometria em outros ambientes, além dos que ele já conhecia, quando P3 fez a relação com o globo terrestre, em nossa interpretação ele argumentou que a disciplina proporcionou a ele um olhar diferenciado, para além do conteúdo matemático, ele estava fazendo referência, em outras palavras, ele estava se referindo da importância do encontro do seu “horizonte interno” com o “horizonte externo”.

6.2.3 Metatexto C

Neste terceiro metatexto, discutiremos as experiências dos professores com o AMK, estamos nos referindo a terceira categoria, nomeada por Enfrentando o AMK. Aqui,

apresentaremos como os entrevistados lidaram com uma disciplina acadêmica - neste caso a GNE - , esta categoria foi definida, pois percebemos nos discursos várias referências a ela, como: rigor matemático, complexidade, dificuldades de compreensão dos conteúdos e as dificuldades de aplicar os conceitos da disciplina no ambiente escolar.

Vale relembrar aqui, a definição de AMK que Zazkis e Mamolo (2014) apresentaram em seu trabalho:

Para o propósito do estudo, definimos Conhecimento Matemático Avançado (AMK) como conhecimento do assunto adquirido em cursos de matemática feitos como parte de uma graduação de uma universidade ou faculdade. (Reconhecemos que a existência de diferentes currículos torna nossa definição de AMK dependente de tempo e local; no entanto, há semelhanças suficientes entre os currículos o que a torna útil para nossos propósitos).(ZAZKIS, MAMOLO, 2014, p.264, tradução nossa).

Como a disciplina de GNE está inserida no curso de Licenciatura em Matemática da UFPR, sendo esse um curso de graduação, entendemos que a disciplina pode ser discutida no contexto do AMK. No trabalho de Zazkis e Mamolo (2014) elas destacam a lacuna existente entre a Matemática do ensino básico (Matemática Escolar) e Matemática do ensino superior (Matemática Acadêmica) e comentam que mesmo os alunos que apresentam um alto nível de desempenho em Matemática na escola, quando se deparam com a Matemática do ensino superior enfrentam diversas dificuldades. Além disso, reconhecem que muitos professores de Matemática percebem que a maioria dos assuntos estudados em sua formação inicial possuem pouca relevância em sua prática de ensino.

Vamos relatar as dificuldades dos três professores entrevistados em lidar com uma disciplina da graduação - GNE - e em aplicar esses conceitos em sua prática.

O professor P1, como já relatamos anteriormente, destaca que se sentia confuso na maioria das aulas, mesmo compreendendo a importância da disciplina era bem complicado acompanhar as aulas.

Às vezes, o universitário que depois vai ser professor não enxerga utilidade, ver praticidade, ver conexão com a sala de aula, ou então às vezes até entender os conceitos mesmo, é que daí ele acaba ficando tão avançado, tão assim, abstrato, que muitas vezes ele vai se virando ali, para tentar ali a aprovação, tenta estudar um pouco, algumas coisas ele engole, outras ele vai levando, e aí fica uma coisa meio estranha. (PROFESSOR P1).

É possível compreender que P1 ao se deparar com uma disciplina avançada, sua principal preocupação na época era ser aprovado na disciplina, então acabou “engolindo”

alguns conceitos, nos dando a ideia de que não entendeu realmente o que aqueles conceitos significavam. Quanto às possíveis conexões da disciplina com a sua prática escolar, P1 afirma que são conexões “ríspidas”, segundo ele, é necessária uma “forçação de barra” para que realmente haja algum tipo de conexão, P1 afirma que não consegue ver nessa disciplina, uma conexão direta com o contexto escolar. O professor P1 ainda nos conta que são casos isolados de conexão com currículo da educação básica:

Não é uma coisa que eu vivencio, assim, que diria, poxa, uso o tempo inteiro, acho que é bem moderado, assim, com relação ao currículo com o que a gente viu. Tem utilidade, não vou dizer que não, como eu falei, tem alguns casos em que eu vi essa conexão, assim, mas são bem raros e bem isolados.(PROFESSOR P1).

Percebemos que o professor P1 apresentou dificuldades em sua graduação, relatando que a disciplina se tornou tão avançada e abstrata que alguns conceitos não foram aprendidos da maneira esperada. P1 consegue enxergar em sua prática poucas conexões com a disciplina acadêmica, e pouco consegue verificar relações da disciplina com currículo escolar.

O professor P2 relata que não se recorda da primeira vez que fez a disciplina, mas da segunda vez ele lembra da maneira como o professor construiu a disciplina, segundo P2 a disciplina não tinha muito rigor matemático, o professor que ministrou a disciplina não chegou a fazer muitos cálculos, e sim utilizou o fator histórico para explicar como surgiram as definições das Geometrias Não Euclidianas. Em relação às conexões da disciplina com sua prática, P2 relatou que sente-se incapaz de estabelecer essas conexões, mais ainda, afirma que o modo como ele cursou a disciplina foi insuficiente, para que ele fosse capaz de estabelecer conexões. P2 relata que tem total convicção de que os conteúdos que foram abordados na ementa da disciplina estão de alguma forma relacionados com o currículo da educação básica, mas ele não faz, se limita a ter algumas discussões e reflexões com os alunos em sala de aula . P2 apresentou a seguinte justificativa para não conseguir estabelecer essas conexões:

Falta rigor. Eu não consigo, talvez por incapacidade, aplicar com rigor as Geometrias Não Euclidianas em sala de aula. Eu falo assim com total segurança, porque não tenho condições de fazer isso, infelizmente. Então fica por isso, fica por esse processo mais de discussão, reflexão, sabe, mais nesse sentido. (PROFESSOR P2).

De acordo com o relato do P2, ele obteve uma formação mais reflexiva e histórica, entendemos que P2 não obteve muitas dificuldades quando estava cursando GNE. P2 não teve uma formação com muitos cálculos e rigor matemático, e isso para ele é um dos motivos que o impede de estabelecer relações com o currículo escolar. P2 ainda comenta que tem muitas dificuldades em trabalhar os conceitos de GNE em sala de aula. P2 relatou que acredita que essas dificuldades que ele encontra, falta de rigor matemático em sua formação decorre da maneira como ele estudou a disciplina. O professor P2 relata que a ementa da disciplina na época “ tinha um rigor muito teórico do ponto de vista algébrico”(PROFESSOR P2), mas em na sua formação isso não ocorreu, assim como o professor que ministrou a disciplina para ele colocou em detrimento o rigor matemático e a complexidade, ele também coloca o rigor matemático em detrimento em sua prática.

O professor P3 relatou que se sentia bastante confortável com o nível da disciplina, ele entende que os conteúdos da ementa da disciplina fazem parte do currículo escolar, segundo P3 esses conteúdos vistos na disciplina estão de forma diferente no currículo escolar, pois como qualquer outra disciplina o nível é mais avançado na graduação. P3 relata que desde que terminou a disciplina, ainda não teve a oportunidade de ministrar os conteúdos de GNE em nenhuma turma, o professor relata que não pegou nenhuma série que abordava a temática, e que talvez fosse um tema do terceiro ano do ensino médio. Quando questionado sobre aplicações dos conceitos da disciplina acadêmica no ambiente escolar, P3 relata que:

É que depende, deixa eu ver, exatamente como eu vi lá não, mas como a gente acabou trabalhando com as geometrias euclidianas também, então se você for ver, por exemplo, no meu trabalho que eu entreguei para o professor, eu fiz alguns assuntos como, por exemplo, baricentro, medianas, retas, semirretas, enfim, então isso eu acabo usando no conteúdo para os meus alunos, mas aí na questão das geometrias euclidianas e das não euclidianas não, só essa parte. (PROFESSOR P3).

Na fala do professor P3, é possível perceber que o único conceito que ele consegue trabalhar em sua prática da disciplina de GNE, faz parte da Geometria Euclidiana.

Os três professores, tiveram experiências distintas com a disciplina acadêmica. P1 achou a disciplina complexa, abstrata, rigorosa, se sentiu, confuso, não conseguiu aprender os conceitos de maneira satisfatória, e preocupou-se apenas em ser aprovado na disciplina. P2 teve uma formação mais voltada ao aspecto filosófico, histórico e epistemológico, sem muito

rigor, sem cálculos, apenas obteve uma formação voltada à reflexão dos conceitos da GNE. P3 não sentiu dificuldades com disciplina, para ele a disciplina estava “ok”, o nível e a ementa estavam de acordo, e a metodologia do professor que ministrou a disciplina estava tranquila. Então diante dessas três distintas formações, nenhum desses professor relatou que consegue estabelecer conexões de maneira satisfatória com sua prática, o professor P1 diz que faz muito pouco, o professor P2 relata que apenas faz reflexões e discussões com os estudantes, mas que deixa em detrimento o ensino das GNE em suas aulas, o professor P3 nunca se deparou com o conteúdo em suas aulas, e que utilizou apenas a parte das Geometrias Euclidianas em suas aulas.

Cho e Due (2018) relataram em seu trabalho, que alguns professores possuíam o AMK mas mesmo assim deixaram de explorar em suas aulas, conceitos importantes e ideias-chaves da Matemática Acadêmica em situações de ensino, o que os autores perceberam é que não se tratava apenas de uma conexão entre AMK e a Matemática Escolar, mas estava faltando uma interação com outra categoria o EMK, do inglês, *Elementary Mathematical Knowledge*, que se trata do Conhecimento das Principais ideias da Matemática Avançada. Como já mencionamos anteriormente o EMK é a categoria que trata do conhecimento das conjecturas, postulados, definições, propriedades, teoremas e axiomas do AMK que possam ser importantes ou até mesmo pontos principais em situações de ensino e aprendizagem da Matemática.

Semelhante ao que Cho e Due (2018) detectaram, nos parece que a categoria EMK dos três professores entrevistados por nós, não foi desenvolvida durante sua formação, ou seja, as ideias e conceitos principais da disciplina GNE para situações de ensino e aprendizagem da Matemática não foram contempladas de maneira satisfatória, impossibilitando P1, P2 e P3 de fazer com seus respectivos HCK percorram a via completa que vai do Conhecimento Matemático Elementar até o Avançado. Para Cho e Due (2018) o professor de Matemática, necessita em algumas situações sair da Matemática Escolar e buscar respostas no AMK, outras vezes, acessar o EMK para atender suas demandas de sala de aula. Portanto, se os professores não estiverem com as habilidades do EMK desenvolvidas, a via que o HCK dos professores precisa percorrer pode estar incompleta. Vamos retomar a definição do HCK dada por Cho e Due (2018):

Sugerimos o HCK dos professores como um caminho de navegação recíproco entre o aspecto elementar e o avançado do conhecimento matemático, ou seja, o HCK pode ajudar os professores de matemática a pensar entre o conhecimento matemático elementar e avançado. (CHO; DUE, 2018, p. 09, tradução nossa).

Uma de nossas concepções é de que assim como no trabalho Cho e Due (2018), as dificuldades enfrentadas pelos três professores entrevistados, de estabelecer conexões entre disciplina de GNE e suas práticas em sala de aula, pode estar relacionada à inexistência da categoria EMK.

6.2.4 Metatexto D

Neste metatexto discutiremos, os percursos dos três professores dentro do HCK. Buscamos nos discursos dos sujeitos, argumentos que estivessem de alguma forma relacionados com as definições para o HCK apontadas anteriormente no referencial teórico deste trabalho.

Vamos tomar para esta discussão, a definição de HCK que Cho e Due (2018), apresentaram, queremos dizer que o HCK é o caminho de navegação recíproco, que faz o docente de Matemática pensar entre o conhecimento elementar e o avançado. Quando um professor de Matemática, pensa entre o AMK a Matemática Escolar e o EMK, este trajeto que ele percorre - independente do sentido, do começo ou do fim do percurso - é o que estamos assumindo por HCK. Aplicando a definição dos autores para nosso contexto, o HCK é compreendido como caminho que os professores percorrem entre a disciplina da graduação de GNE, as Geometrias Não Euclidianas na Escola e os conceitos matemáticos fundamentais da disciplina de GNE. Assim, estamos pensando em indícios do HCK, as possíveis conexões que os professores entrevistados apresentaram.

O professor P1, relatou em seu discurso dificuldades para estabelecer conexões, P1 afirmou que fazer conexões da disciplina com o ambiente escolar, não é uma coisa que ele vivencia, citou a Geometria Fractal, mas segundo ele apenas para curiosidade dos alunos. Para P1 a disciplina de GNE não apresenta com clareza como o conceito que está sendo estudado no âmbito acadêmico, será trabalhado na escola, de acordo com P1, essa conexão parece ficar

por conta do futuro professor. Quanto P1 foi questionado se chegou a ministrar em uma de suas aulas conceitos da disciplina acadêmica, ele afirmou que:

Recentemente não, nas últimas turmas que eu peguei, nos últimos anos que eu caí, assim, eu não me lembro de ter usado, talvez lá nos anos mais anteriores, assim, eu já dou aula faz bastante tempo, acho que já, mas já tem muito tempo que isso aconteceu, que, como eu disse pra vocês, são casos raros em que eu sinta conexão na Geometrias Euclidianas e não Euclidianas em sala de aula, então, como são situações bem isoladas, eu vou dizer que sim, já aconteceu, mas provavelmente faz bastante tempo que eu me deparei com essa situação, assim, não é comum, não é corriqueiro. (PROFESSOR P1).

Ao nosso ver, P1 relata dificuldades para estabelecer relações entre os conceitos que estudou durante seu curso de graduação e sua prática de sala de aula, e de fato não se recorda de ter feito alguma relação da disciplina no ambiente escolar.

O professor P2, nos contou que em algumas situações vivenciadas por ele em sala de aula se deparou com conceitos de GNE, P2 reafirmou que não trabalha com os conceitos de maneira rigorosa, mas conseguiu utilizar três exemplos de atividades que trabalha com seus alunos, mesmo que de maneira reflexiva.

Primeiro exemplo, esse do tecido. Então, quando a gente faz o tecido, aí tem a dobra do espaço, quando eu mostro para eles eu falo, qual que é a menor distância de dois pontos? Depois de muita conversa e muita reflexão, eles chegam ao fato de que vai ser uma curva ali, né? Uma curva do tecido. Uma linha curva, não uma reta, de fato, como a gente está acostumado na geometria euclidiana. (PROFESSOR P1).

Esse exemplo, ilustrado pelo professor, nos mostra que ele consegue utilizar um tecido para exemplificar que em outra superfície, a menor distância entre dois pontos pode não ser uma reta como ocorre no plano euclidiano e sim, uma curva, como ocorre na superfície esférica, trazendo para sua prática uma aplicação da GNE. No segundo exemplo, P2 nos contou que leva para sala de aula uma bolinha, e solicita aos seus alunos que desenhem nela, um triângulo, o objetivo do professor P2 é fazer com que os alunos percebam que mesmo em outra superfície, o objeto desenhado continua sendo um triângulo. Vejamos a explicação dada pelo professor P2: “Eu estou sendo bem a grosso modo, tá? Mas continua sendo um triângulo, entretanto, não é plano mais. Agora ele está em três dimensões. Veja, eu de novo não tenho rigor matemático nisso. Isso é só para reflexão no final.”(PROFESSOR P2). Percebemos, que na

atividade ilustrada por P2, ainda há possibilidade de explorar que a soma dos ângulos internos de um triângulo pode ser maior que 180° , ou seja, P2 consegue relacionar e explorar de forma lúdica, conceitos da Geometria Esférica, que fazem parte da ementa da disciplina acadêmica em suas aulas da Educação Básica. Novamente P2 aplica e exemplifica para seus alunos os estudos do triângulo esférico em uma situação de sala de aula. O terceiro exemplo citado por P2 é a atividade do brócolis, onde o professor consegue aplicar os conceitos da Geometria Fractal:

É uma atividade que eu faço quando eles discutem com o professor, porque tipo dois ao quadrado é quatro e por aí vai, sabe? Essa coisa assim da exponencial e tudo mais. Eu trago o brócolis como se ele fosse um fractal, sabe? Então eu mostro para eles o que acontece, né? Aquela coisa de...Cada galhinho dá dois galhinhos, aí saem outros galhinhos e por aí vai, sabe? (PROFESSOR P2).

O professor P2, cita a atividade do brócolis com a intenção de exemplificar como é possível explorar os conceitos de autossimilaridade de um fractal na natureza, o professor consegue de maneira lúdica, nos contar como é possível refletir sobre os aspectos da Geometria Fractal em sala de aula. O professor ressalta que as três atividades que ele trabalha, são de caráter reflexivo, com intuito de se estabelecer discussões e não engloba em suas aulas o rigor matemático, nem a parte algébrica, ele acredita que isso decorre do fato de como ele estudou na graduação GNE, ou seja, de forma reflexiva sem considerar os aspectos matemáticos formais.

O professor P3, relatou que os únicos conceitos da disciplina de GNE que ele conseguiu aplicar em suas aulas foram os de baricentro, medianas, retas e semirretas, segundo ele, essa parte é da Geometria Euclidiana, mas quando ele fez GNE na sua graduação, o professor começou a disciplina falando de Geometrias Euclidianas, então essa é a única parte da disciplina que ele utiliza em sala de aula, os conceitos pertencentes às Geometrias Não Euclidianas, P3 não aplica em suas aulas. Então podemos notar que os demais conceitos que fazem parte da ementa da disciplina, P3 não estabelece conexão com a sua prática, apenas os conteúdos que normalmente já são trabalhados, pois pertencem a Geometria Euclidiana.

Conseguimos perceber aqui, que os três professores parecem estar em locais distintos dentro do HCK para a disciplina de GNE, pensando no sentido de que o HCK é um caminho, um trajeto que o professor percorre durante sua prática. O professor P1, reconhece suas dificuldades para fazer as conexões, ou visitar todos os percursos do HCK. P1 fez a disciplina

de maneira abstrata, relatou dificuldades com a disciplina acadêmica então podemos entender que P1 teve dificuldades relacionadas com o AMK, dentro desse aspecto, estamos sugerindo que os conceitos fundamentais do AMK para a sala de aulas, para P1 talvez não ficaram claros, nos dando a sensação de que P1 também possui dificuldades atreladas ao EMK (conceitos da matemática avançada, fundamentais para situações de ensino), ficando assim incompleto para o professor o percurso do HCK. O professor P1 ao nosso ver, pode estar com dificuldades de fazer conexões, pois de acordo com sua fala, a disciplina GNE foi muito difícil, ele não conseguiu aprender de maneira satisfatória, apenas obteve nota para aprovação, o que pode ter gerado problemas no AMK e no EMK. Vale ressaltar que o professor P1, percebe que a disciplina não lhe ajudou a fazer conexões, afirma que em sua visão essas conexões ficam a cargo do futuro professor.

O professor P2, apresenta três exemplos que podem ser trabalhados em sala de aula, que ele mesmo aplica, ele nos deixa claro que faz isso de maneira lúdica, sem a formalidade matemática, segundo ele isso se deve a sua formação, o professor que ministrou a disciplina para P2 não se preocupou com uma formação matemática rigorosa e formal, trabalhou com questões mais reflexivas, históricas, o professor da disciplina construía as ideias das GNE, ele comentava como surgiram os cálculos, as definições sem se prender a questões ligadas ao AMK. Nesse contexto, podemos compreender que P2 mesmo que de maneira informal, sem se prender ao AMK, pois não teve uma formação matemática rigorosa dentro da GNE, consegue discutir e propor atividades em suas aulas, que abordam os conceitos da ementa da disciplina de GNE, temos a sensação de que este professor mesmo não possuindo um conhecimento Cho e Due (2018) profundo (na visão dele) do AMK, consegue fazer buscas entre o EMK e a Matemática Escolar e aplicar os conceitos de GNE na escola, mesmo que de maneira superficial e não rigorosa. Temos a sensação de que o modo escolhido pelo professor que ministrou a disciplina a P2, foi suficiente para despertar em P2 habilidades de estabelecer conexões entre o EMK e Matemática Escolar, sem trabalhar de maneira formal e profunda os aspectos do AMK.

O professor P3, relatou que não teve dificuldades com a disciplina de GNE durante sua formação, achou a disciplina satisfatória e para ele estava dentro do esperado, ele conseguia fazer as lista de exercícios e as atividades propostas pelo professor. Quando P3 foi questionado acerca das conexões da disciplina com os conteúdos do currículo escolar, P3

afirma que não teve a oportunidade de fazer estas conexões, ele relatou que não utiliza os conteúdos da disciplina em suas aulas, apenas aqueles que são pertencentes a Geometria Euclidiana. O relato do professor P3, nos permite entender que mesmo não tendo dificuldades com o AMK, pois P3, achou a disciplina “normal” na visão dele, o professor P3 não conseguiu relatar situações de relações entre o AMK e a Matemática Escolar. O Professor P3 entende que a disciplina possui uma aplicação maior, que pode ser utilizada em outros contextos, como exemplificou que a Geometria Esférica pode ser trabalhada no globo terrestre. O relato de P3 nos sugere, que ele pode estar com limitações relacionadas ao EMK, ou seja, mesmo o professor dominando o AMK de maneira profunda, sem relatar dificuldades com a disciplina acadêmica, ainda existem lacunas relacionadas à aplicação das GNE em situações de ensino.

Precisamos apontar aqui, que depois de analisar os percursos dos três professores dentro do HCK, a importância do EMK descrita por Cho e Due (2018), fica mais evidente, como os autores afirmaram, que as interações feitas dentro do HCK não ocorrem apenas entre o AMK e Matemática Escolar, é necessário considerar as ideias principais do AMK que podem ser úteis em situações de ensino e aprendizagem das GNE. O professor P3 mesmo não possuindo uma formação sólida da disciplina, trabalhando aspectos menos formais, parece possuir mais habilidades de conectar os conceitos em sala de aula, P3 aproveita materiais distintos para ilustrar e discutir os conteúdos da ementa em suas aulas, ele consegue enxergar algumas ideias, mesmo que de maneira informal, podem ser interessantes em situações de ensino das GNE.

6.2.5 Metatexto E

Trataremos neste texto, uma breve discussão de quais foram os anseios sobre a disciplina de GNE deixadas pelos três professores entrevistados, nos referindo às mudanças, sugestões, críticas que os participantes trouxeram em seus discursos relacionadas a GNE, e que em nossa concepção podem contribuir para formação de professores de Matemática da UFPR.

Quando o professor P1 foi questionado sobre a obrigatoriedade da disciplina, ele afirmou com clareza que sim, considera a disciplina importante para a formação mas ressaltou que:

Ela precisa, ser repensada, eu acho que essa forma seca, tradicional, convencional que ela vem sendo feita, totalmente acadêmica, com olhar totalmente assim, pensado numa Geometria não Euclidiana, e fazer cálculos e mexer com coisas assim muito estruturais, acaba, é, ficando difícil assim, às vezes, fazer o universitário que depois vai ser professor enxergar utilidade, ver praticidade, ver conexão com a sala de aula, ou então às vezes até entender os conceitos mesmo, que daí ele acaba ficando tão avançado, tão assim, abstrato, que muitas vezes ele vai se virando ali de repente para tentar ali a aprovação, tenta estudar um pouco, algumas coisas ele engole, outras ele vai levando, e aí ela fica uma coisa meio estranha. (PROFESSOR P1).

O professor P1 sugere que a forma puramente acadêmica da disciplina precisa ser repensada, na opinião do professor o fato da disciplina ser estruturada e voltada ao cálculo, impede o universitário de enxergar uma aplicação para a disciplina, ver a utilidade dela e principalmente estabelecer conexão com a sala de aula, pois a disciplina se torna tão avançada que o universitário se preocupa apenas com a aprovação. P1 ainda sugere que:

Eu acho importante no currículo, justamente como eu falei, para dar essa estrutura toda para o professor, mas eu acho que ela tem que ser repensada, de repente trabalhar alguns conceitos que podem ser aplicados em sala de aula, baixar um pouco o nível da dificuldade para trazer uma coisa um pouco mais palpável, que a gente consiga ver isso de maneira mais lúdica, tanto para o nosso aprendizado, quanto depois para quando a gente for trabalhar nessa sala de aula, então é uma disciplina bem bacana, bem interessante, mas eu mudaria alguns aspectos dela. (PROFESSOR P1).

P1 sugere que a disciplina seja abordada de forma mais lúdica, entendemos que o professor esteja pensando em uma forma de abordagem cujos conceitos sejam mais explorados de maneira simples e visual, como o exemplo dado por P2 quando utiliza uma bola de isopor para abordar os estudos da Geometria Esférica. Quando o professor P3 afirma que é necessário “baixar um pouco o nível de dificuldade”, entendemos que a sugestão de P1 é tornar os conceitos principais da GNE mais acessíveis e simples, sem muitas formalidades, pensando nesses conceitos, voltados ao ensino e não puramente matemáticos.

O professor P2, concluiu que a disciplina de GNE é de grande importância na formação do professor de Matemática, porém apresentou sugestões de mudanças na ementa e na metodologia, quando questionado. Vejamos as considerações de P2 voltadas a ementa e a metodologia da disciplina:

Eu acredito que sim, porque a ementa, ela tinha um rigor muito teórico do ponto de vista algébrico, sabe? Eu não sei se eu tô correto no que eu tô dizendo, mas é o que eu me lembro, tá? Mas tinha um rigor muito teórico do ponto de vista algébrico, tanto que esse primeiro professor que a gente pegou, ele teve essa metodologia, assim, era uma coisa que pra mim era muito difícil, Aline, porque as Geometrias não Euclidianas é uma coisa, assim, que é um pouco difícil de compreender, ao meu ver, puramente algébrico, sabe? Do ponto de vista puramente algébrico. (PROFESSOR P2).

Como já mencionamos anteriormente, P2 cursou duas vezes a disciplina de GNE, então suas considerações foram feitas em relação à primeira vez que ele cursou. Ele considerou a disciplina muito teórica, muito difícil de entender do ponto de vista algébrico. Vamos agora ressaltar as considerações de P2, quando ele fez a disciplina pela segunda vez, com outro professor.

Então, eu me lembro que eu me dei muito melhor quando o professor, ele fez as alterações no currículo, vamos dizer assim, pra poder discutir o por que surgiam aquelas noções, né? Então, aquilo começou a fazer sentido pra depois a gente partir pra essa faceta, pra esse prisma algébrico mesmo, de fato, da questão. (PROFESSOR P2).

P2 teve mais facilidade de compreender a disciplina quando o professor fez a alteração da ementa, para ele, o momento de discussão das definições fizeram mais sentido e ele conseguiu compreender, portanto P2 apresentou a seguinte sugestão de mudança: “Então, eu acho que se eu pudesse mudar naquela época, se eu pudesse mudar, eu faria primeiro uma introdução, justamente como aquele professor optou por fazer, de apresentar isso de uma forma menos abstrata, sabe? Se eu pudesse, eu faria isso.” (PROFESSOR P2).

Portanto P2 sugeriu que primeiramente apresentaria uma introdução da disciplina, uma abordagem menos abstrata. Entendemos que P2 sugeriu que a disciplina não fosse puramente voltada a Matemática Acadêmica, que voltasse sua abordagem a discussões e reflexões sobre

o contexto histórico, filosófico e epistemológico que envolveram os estudos das GNE, retirando o foco da abordagem puramente matemática.

Quando questionamos o professor P3 sobre possíveis alterações na ementa da disciplina e metodologia, ele apresentou a seguinte resposta: “ Não, achei ok, com o que é esperado do nome da disciplina, Geometrias Euclidianas e não Euclidianas, para mim ok, está ótimo.” (PROFESSOR P3).

P3 afirmou que para ele a disciplina está dentro do esperado, não sugeriu nenhuma alteração de ementa e metodologia, de acordo com ele está tudo certo com a disciplina.

Para a discussão das sugestões de possíveis mudanças na disciplina, vamos considerar os apontamentos feitos por P1 e P2, visto que P3 considerou estar tudo certo com a disciplina. É possível notarmos que tanto P1 e P2 remetem seus apontamentos a questões relacionadas à complexidade da ementa da disciplina, os dois professores consideraram a ementa complexa, difícil, com muito rigor matemático. P1 ainda nos relatou ter apresentado dificuldades de aprendizado com essa disciplina. Os dois professores sugeriram que a disciplina fosse abordada de maneira distinta, P1 sugere uma abordagem mais lúdica, mais acessível, e que pudesse auxiliar o futuro professor a fazer conexões com os conceitos de sala de aula e com o currículo escolar, P2 sugere trabalhar a disciplina de maneira introdutória, menos abstrata que aborde outros contextos que envolveram as GNE e não apenas a parte algébrica da disciplina, assim como ocorreu durante a segunda vez que ele cursou a disciplina.

7 O PAPEL DA DISCIPLINA DE GEOMETRIAS NÃO EUCLIDIANAS A PARTIR DE DIFERENTES OLHARES

Nesta seção, nos dedicaremos a discutir os resultados da categoria C2 - O papel da disciplina de Geometrias não Euclidianas - e confrontá-los com os resultados obtidos no trabalho de Cavichiolo (2011).

O trabalho realizado por Cavichiolo (2011) teve como objetivo investigar como professores de um curso de Licenciatura em Matemática justificam a existência da disciplina de GNE na formação inicial do professor de Matemática. Cavichiolo (2011), delimitou sua pesquisa no curso de Licenciatura em Matemática da UFPR, entrevistando professores formadores que ministraram a disciplina de GNE .

A pesquisa de Cavichiolo (2011) foi realizada no mesmo campo investigativo e dentro da mesma temática que esta pesquisa, consideramos relevante trazer seus resultados para enriquecer a discussão deste trabalho. Assim, possuímos a visão dos professores formadores acerca da importância da disciplina de GNE, obtida pelo trabalho de Cavichiolo (2011), e a visão de professores atuantes na educação básica, que cursaram GNE em suas graduações. A autora do trabalho selecionou quatro questões chaves para embasamento de sua investigação, porém nos limitaremos nossa discussão a uma questão chave, pois aborda a temática da disciplina da formação inicial de professores.

A questão chave, que selecionamos do trabalho de Cavichiolo (2011) para dialogar com nossos resultados foi: Quais são as principais razões para incluir conteúdos de Geometrias não Euclidianas na formação de futuros professores de Matemática para a escola básica? Depois de entrevistar cinco professores formadores do curso de Licenciatura em Matemática da UFPR, Cavichiolo (2011), chegou a conclusão de que existiam duas categorias em que as razões da inclusão das GNE na formação inicial do professor de Matemática poderiam ser divididas. A primeira categoria envolve os aspectos histórico-epistemológicos e a segunda os aspectos didático-conceituais.

A categoria dos aspectos histórico-epistemológicos descritos pela autora, engloba principalmente a ampliação da visão do professor sobre a própria Matemática.

As razões relacionadas à dimensão histórico-epistemológica caracterizam-se não apenas pelas possibilidades de ampliar os conhecimentos geométricos do professor, mas, sobretudo, pela ampliação de sua visão sobre a própria Matemática, mostrando

que os conhecimentos matemáticos são historicamente produzidos em função das necessidades humanas. Também mostram que o estudo das Geometrias não Euclidianas permite romper o paradigma euclidiano da existência de uma única Geometria verdadeira para a interpretação e descrição do espaço, mostrando que existe uma multiplicidade de sistemas geométricos logicamente consistentes. Dessa forma, o conhecimento de outras geometrias permite mostrar as diversas possibilidades de interpretação do espaço e das aplicações dessas geometrias nos fenômenos do mundo real. (CAVICHIOLO, 2011, p. 112).

A definição da categoria aspectos histórico-epistemológicos definida pela autora, nos remete novamente aos HCK, aproximando da justificativa apresentada pelo professor P2, quando ele relatou que a disciplina foi capaz de desenvolver uma “habilidade de ver as coisas de uma outra maneira”(Professor P2). O professor P2 relatou que não havia parado para pensar que a Matemática não é algo cristalizado, e que a disciplina lhe ajudou a olhar para a Matemática sob outro ponto de vista. A categoria que Cavichiolo (2011) nomeou por aspectos histórico-epistemológicos, parecem evidenciar novamente a existência do HCK, a definição que a pesquisadora apresenta, parece englobar a definição de HCK de Ball e Bass (2009) e ainda, quando Cavichiolo (2011) relata que, “ o conhecimento de outras geometrias permite mostrar as diversas possibilidades de interpretação do espaço e das aplicações dessas geometrias nos fenômenos do mundo real” (CAVICHIOLO, 2011, p. 112), ainda nos remete aos conceitos já explanados nesta pesquisa, sobre horizonte interno e horizonte externo.

Nesse sentido, podemos pensar que tanto na visão dos professores formadores quanto na visão dos professores atuantes na educação básica, essa disciplina se faz importante na formação inicial de professores de Matemática, pois contribui de maneira significativa no desenvolvimento de habilidades relacionadas ao HCK dos professores.

A segunda categoria definida por Cavichiolo (2011), foi denominada por dimensão didático-conceitual, onde a autora detectou que a importância da disciplina de GNE, está atrelada ao conhecimento profundo e integrado dos conceitos matemáticos e didáticos, ou seja, preparar os futuros professores de Matemática para ensinar GNE na escola. Vamos destacar agora, uma das conclusões sobre a importância da disciplina na formação inicial, encontrada por Cavichiolo (2011), segundo a narrativa dos professores formadores.

Segundo os argumentos que apresentaram durante as entrevistas, o futuro professor poderá desenvolver abordagens por meio de aplicações dessas geometrias em problemas da realidade dos alunos da Educação Básica, mostrando a importância e a

utilidade desse conhecimento no seu cotidiano. Assim, é essencial que a formação inicial do futuro professor propicie conhecimentos básicos sobre essas geometrias, de modo que possa buscar, futuramente, meios de abordá-las na escola. (CAVICHIOLO, 2011, p.121)

A segunda categoria, encontrada por Cavichiolo (2011), não foi detectada nos discursos dos participantes desta pesquisa. Não podemos deixar de pontuar aqui, que de fato existem lacunas relacionadas à aplicação das GNE em sala de aula, os professores formadores apontaram que é necessário trabalhar no ambiente escolar a importância e a existência dos conceitos de GNE, porém vimos nos relatos dos professores atuantes da educação básica, dificuldades, de conectar conceitos da disciplina acadêmica com o as atividades da escola. Apenas o professor P2 conseguiu relatar situações de ensino envolvendo GNE, mas de acordo com ele colocando em detrimento Matemática Acadêmica.

Dois professores atuantes da educação básica relataram enfrentar uma disciplina difícil, que eles não conseguiam enxergar aplicabilidade, não viam conexão com outras disciplinas ou com a escola. Podemos então nos questionar: Como a segunda categoria encontrada por Cavichiolo (2011) tem sido trabalhada pelos professores formadores?

Detectamos em nosso trabalho que os professores atuantes da escola básica, reconhecem que a importância da disciplina GNE, também pode estar ligada a segurança do futuro professor de Matemática, pois ele possui um conhecimento profundo do conteúdo, uma formação sólida proporcionada pelo AMK. Este ponto detectado em nossas análises, também apareceu no trabalho de Cavichiolo (2011).

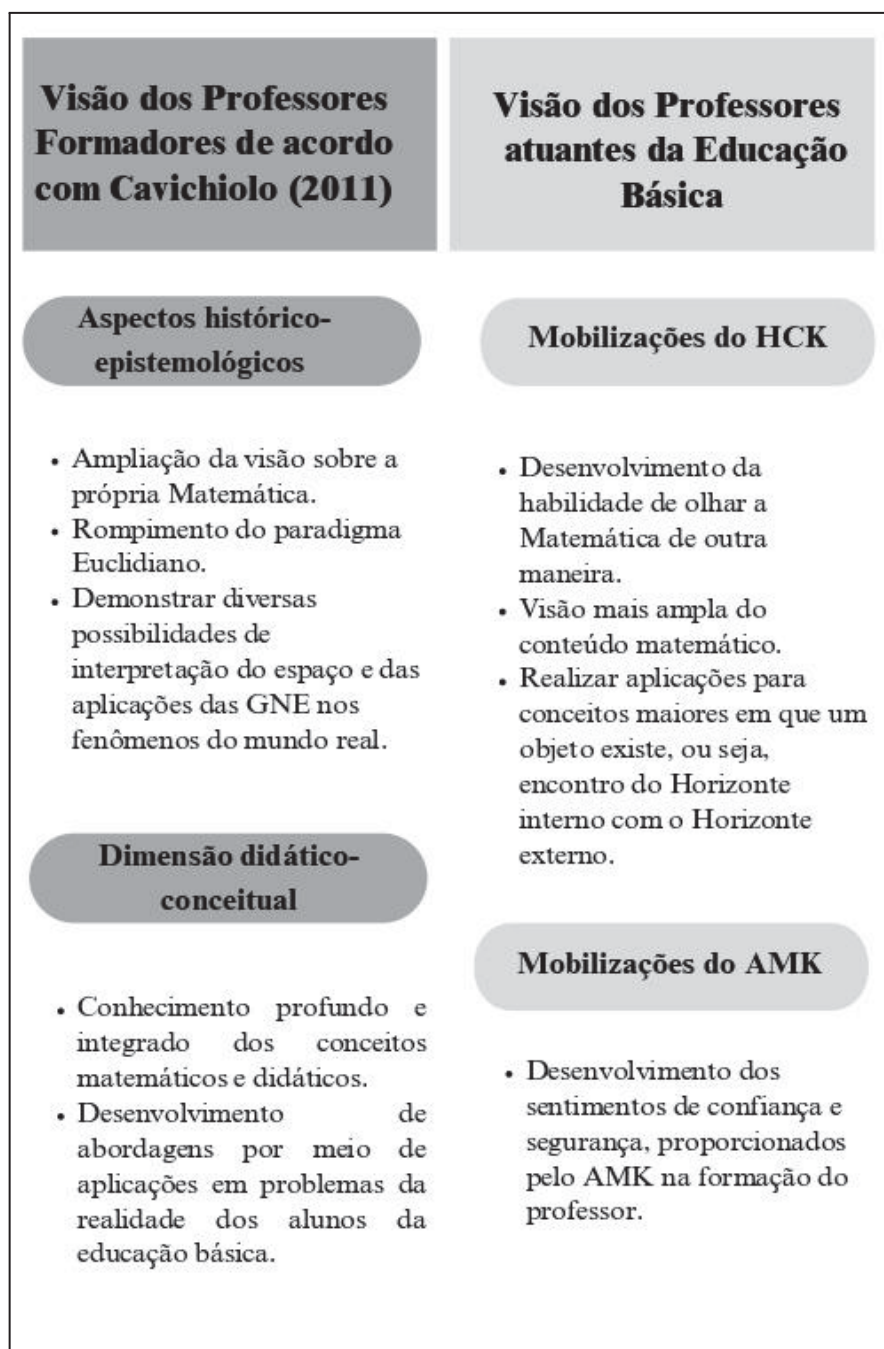
Ampliar e possibilitar um conhecimento substantivo da Geometria Euclidiana, pois o professor deve saber muito mais do que aquilo que ensinará na escola, ou seja, o futuro professor deverá ter um conhecimento profundo de Matemática para que ele possa compreender, conceitualmente, os conteúdos escolares, e não apenas operativamente. (CAVICHIOLO, 2011, p. 124)

Assim, esse conhecimento substantivo das GNE, é reconhecido pelos professores atuantes, pois sentem-se seguros e confiantes quando possuem um conhecimento matemático além daquele incluído nos currículos escolares.

Em nossa pesquisa, identificamos o papel da disciplina de GNE mobilizadas em duas categorias de conhecimento, as justificativas apresentadas por P1 foram mobilizadas dentro do AMK e as justificativas apresentadas por P2 e P3 foram mobilizadas dentro do HCK.

Abaixo, ilustramos em um infográfico os resultados obtidos por Cavichiolo (2011) em comparação com as nossas análises.

FIGURA 8 - Infográfico Comparativo: O Papel da disciplina de Geometrias Não Euclidianas a partir de dois diferentes olhares.



Fonte: Autoras (2023).

Ao analisarmos o quadro, destacamos que os resultados se aproximam em alguns pontos, as mobilizações do HCK e os aspectos histórico-epistemológicos possuem descrições semelhantes, assim entendemos que em para os dois grupos de professores a disciplina contribui no desenvolvimento de habilidades do HCK. Em relação ao AMK, os professores atuantes da educação básica, reconheceram a importância da disciplina como desenvolvimento de habilidades pessoais, sentimento de confiança, conforto, mas relataram que a disciplina assume um caráter avançado e às vezes não existe aplicação na sala de aula. Ressaltamos que dos três professores que entrevistamos apenas um conseguiu enxergar e nos relatar conexões da disciplina com a Matemática Escolar, justamente o professor que não fez a disciplina da maneira convencional. Fato que coloca em questionamento os dois pontos da dimensão didático-conceitual: desenvolvimento de abordagens por meio de aplicações em problemas da realidade dos alunos da educação básica e conhecimento profundo e integrado dos conceitos matemáticos e didáticos. Ao nosso olhar, os professores atuantes da educação básica relataram uma disciplina puramente Matemática, que segue o rigor matemático, leva em consideração a parte puramente algébrica sem conexões com os estudos escolares. os discursos se atrelam apenas ao conhecimento profundo da Matemática Acadêmica.

Cavichiolo (2011) mostrou em seu trabalho como os professores formadores enxergam o papel da disciplina de GNE na formação de professores, mas também destacou que ainda existem mudanças a serem feitas. Citaremos a fala de um dos professores que Cavichiolo (2011) entrevistou, e que acreditamos ser coerente com nosso trabalho.

Muito do conhecimento específico que se tem da Matemática, ele acaba se encerrando em si. Porque ele termina ali, sem que se façam vínculos com a questão de formação de professores. Por outro lado, um professor que tenha em mente a formação de professores, ele vai, na sua metodologia de ensino, fazer o vínculo desses conteúdos com a formação do professor, e não só do Bacharelado. Então, a contribuição é teórica, formativa do ponto de vista teórico, especificamente da Matemática, como está aqui. Agora, tornar isto fundamental sob o ponto de vista da formação do professor vai depender dos professores. Porque eu penso que uma ementa, uma grade curricular, ela tem um compromisso vinculado com especificar, viabilizar com quais conteúdos que serão trabalhados. Ela não traz a metodologia. Mas eu acho que aí, tem que ter um pouco de bom senso também, se eu estou trabalhando essa disciplina pensando na formação do professor, então, enquanto eu estou trabalhando eu vou fazendo esse vínculo, eu vou chamando a atenção, eu vou

mostrando para o professor em formação que esse conteúdo é importante, sob o ponto de vista da compreensão do conteúdo que ele trabalha na escola. Porque eu tenho certeza que o professor da Educação Básica tem que ter um conhecimento profundo de Matemática, para que ele possa compreender, conceitualmente, o que ele trabalha e não apenas operativamente. E o que nós vemos, tanto na formação continuada dos professores que estão em exercício, como dos nossos próprios alunos, é que, muitas vezes, nós sabemos a Matemática profundíssima, enorme, mas desvinculada daquele trabalho que vamos fazer na escola. (CAVICHIOLO, 2011, FALA PROFESSOR P3)

Assim como os relatos dos professores P1 e P2 entrevistados por nós, percebe-se a necessidade da existência de vínculos entre a disciplina acadêmica e a escolar. Os professores atuantes que saem do curso de Licenciatura em Matemática, não percebem as conexões que podem ser feitas, nem mesmo se recordam de deparar com os assuntos estudados na graduação em situações de ensino, o que nos leva a concluir que, assim como afirmou a professora entrevistada por Cavichiolo (2011), a Matemática profundíssima estudada universidade, não está relacionada com a prática escolar.

8 SÍNTESE DOS RESULTADOS

Neste capítulo, abordaremos uma síntese envolvendo os resultados obtidos nas categorias emergentes e os objetivos gerais e específicos desta pesquisa.

O objetivo geral deste trabalho é identificar o papel da disciplina de GNE na formação do professor de matemática da UFPR e analisar as possíveis aproximações da ementa dessa disciplina para a atuação do professor de Matemática, considerando a visão de professores de matemática da educação básica.

No capítulo anterior, vimos que de acordo com os três professores de Matemática atuantes da educação básica, o papel da disciplina de GNE consiste em mobilizar habilidades inseridas em duas categorias do conhecimento, o HCK e AMK. Portanto entendemos que na visão dos professores da educação básica a disciplina de GNE é relevante por dois motivos: O primeiro, é capaz de ampliar a visão do professor, ela desperta no futuro professor um olhar amplo e reflexivo sobre a geometria. O futuro professor adquire uma habilidade de entender que a Matemática não é estática, nem cristalizada, como citou o professor P2, entendemos que a disciplina desperta um determinado raciocínio crítico geométrico, fazendo com que o docente compreenda que as GNE podem ser aplicadas em contextos maiores, ao nosso olhar a disciplina auxilia no desenvolvimento do HCK dos futuros professores. A segunda justificativa trazida pelos entrevistados, a disciplina proporciona sentimentos de conforto e segurança para as demandas de sala de aula, pois é abordada de maneira profunda. Características para nós que envolvem os aspectos do AMK, os sentimentos de conforto e segurança trazidos pelo nível de abordagem da disciplina são características que Zazkis e Mamolo (2010), também identificaram em suas pesquisas envolvendo o AMK.

No metatexto D, discutimos as possibilidades de conexões da ementa da disciplina com a prática escolar, vimos que os professores P1 e P3 não se recordam de realizar ou utilizar os conceitos da ementa em suas práticas, ressaltamos que os dois professores cursaram a disciplina da maneira convencional, ou seja, a disciplina foi feita de maneira algébrica, com demonstrações matemáticas formais assumindo um caráter acadêmico. O professor P2 conseguiu nos contar alguns exemplos de atividades envolvendo GNE que ele mesmo utilizava em suas aulas, a formação deste professor em relação a GNE não foi totalmente voltada a demonstrações e ao rigor matemático, mas sim uma formação voltada à reflexão e

discussão histórica que envolveram as GNE. Não podemos deixar de pontuar, aqui, sobre até que ponto existe a necessidade de se trabalhar com níveis elevados do AMK na formação de professores de Matemática, sendo que esses níveis distanciam-se da prática do professor.

Encontramos nos relatos dos professores entrevistados, alguns desafios relacionados ao AMK, observamos dificuldades de compreender a linguagem da disciplina, aplicar os conceitos e até mesmo acompanhar o direcionamento das aulas na universidade. O professor P1 relatou se sentir confuso e perdido durante as aulas, e com muito pouca conexão com conteúdos escolares. Essas dificuldades encontradas pelos professores entrevistados, já foram mencionadas no trabalho de Zazkis e Mamolo (2010), quando as autoras comentam que mesmo alunos com um bom desempenho em Matemática Escolar, sentem-se perdidos ao se depararem com a Matemática Acadêmica. Neste ponto observamos o distanciamento existente entre as duas “Matemáticas”, a falta de conexões entre elas fica mais evidente quando nos deparamos com discursos de professores que passaram pela Matemática Acadêmica.

De acordo com nossas análises, percebemos que os três professores entrevistados, estavam em percursos distintos do HCK, evidenciando a teoria apresentada por Cho e Due (2018) de que o HCK é um caminho de navegação recíproco entre a Matemática Elementar e a Avançada. Identificamos que P1 destacou seus obstáculos epistemológicos entre o AMK e o EMK, o que nos leva a crer que o percurso que o HCK de P1 está incompleto, conseqüentemente o professor não consegue relacionar os conceitos da disciplina com sua prática de ensino. O professor P2 relatou suas dificuldades no AMK, de acordo com ele faltou rigor matemático quando ele fez a disciplina de GNE, porém P2 foi o único professor que propôs situações de relação entre a disciplina e o ambiente escolar, assim entendemos que P2 é capaz de identificar os conceitos da disciplina são relevantes para situações de ensino, portanto ao nosso ver o professor P2 possui habilidades do EMK mesmo sem desenvolver na visão dele todas competências do AMK. O professor P3 nos relatou que não teve dificuldades com o AMK, assim não teve problemas com as GNE durante sua formação, porém o P3 relatou dificuldades de realizar conexões com os conteúdos da ementa da disciplina com a sala de aula, fato que nos leva a concluir que P3 mesmo dominando o AMK, parece apresentar dificuldades com o EMK, assim o trajeto percorrido pelo HCK de P3 também pode estar incompleto, limitando duas oportunidades de conexões. Podemos compreender que o AMK não é suficiente para que um professor percorra todo o trajeto do HCK, mas destacamos

que o conhecimento matemático avançado é parte do trajeto assim como relatam Cho e Due (2018), “ portanto, o conhecimento matemático avançado do professor de matemática talvez seja apenas parte do HCK de alguém. Seu HCK deve incluir um certo tipo de transformação pedagogicamente útil sustentada pelas interações entre conhecimento matemático avançado e elementar”. (CHO, DUE, 2018. p.03, tradução nossa). Concluímos que para que existam conexões entre os conteúdos estudados no ambiente acadêmico e os conteúdos escolares, é necessário que o trajeto percorrido pelo HCK do professores de Matemática esteja completo, o professor necessita adquirir habilidades entre o AMK e o EMK.

Os três professores entrevistados, consideram que a disciplina de GNE deve sim ser obrigatória no curso de Licenciatura em Matemática, porém P1 e P2 sugeriram alterações na ementa e na metodologia da disciplina. Segundo os professores ela precisa ser repensada, pois a forma tradicional como ela vem sendo trabalhada não é possível enxergar utilidade, de acordo com os professores a disciplina poderia abordar conteúdos que pudessem ser explanados em sala de aula, o nível de dificuldade da disciplina também poderia ser reduzido, pois a maneira puramente algébrica que ela é trabalhada é de difícil de compreensão. Uma outra sugestão dos professores, é fazer inicialmente uma introdução dos conceitos, e fazer uma abordagem menos abstrata. O professor P1 ainda sugeriu que a disciplina fosse um pouco mais lúdica, exemplificando a utilização de jogos em sua abordagem.

A partir das nossas análises, percebemos que o papel da disciplina de GNE na visão dos professores atuantes da educação básica, se estabelece de forma mais individual, nenhum dos professores entrevistados sugeriu que o papel ou a importância da disciplina está vinculada ao fato de que ele vai trabalhar com GNE na escola. Notamos que esse ponto diverge dos resultado do trabalho de Cavichiolo (2011), os professores formadores entendem que a disciplina é importante pois o futuro professor de Matemática terá que ensinar GNE na escola, mas os professores da escola básica que passaram pela disciplina não relataram esse mesmo ponto, eles reconhecem a disciplina no currículo da escola básica, mas não consideram que a disciplina contribui para este ponto. Na visão dos professores da educação básica, a disciplina contribui para aspectos ligados apenas ao conhecimento e sentimentos do professor e não voltados a sua prática profissional.

9 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao longo deste estudo, esperávamos compreender como diferentes grupos de professores entendiam o papel da disciplina de GNE na formação inicial dos professores de Matemática, nos dedicamos a ouvir o grupo de professores que atua na educação básica, levando em consideração que o trabalho de Cavichiolo (2011), de temática semelhante, já tinha ouvido o grupo de professores da UFPR. Entendemos que ouvir um grupo distinto de professores e confrontar as visões poderia ser uma possibilidade de compreender como essa disciplina impacta na prática dos professores de Matemática formados na UFPR.

Nos próximos parágrafos, apresentaremos duas contribuições teóricas e três práticas, as limitações da pesquisa e algumas sugestões de futuros trabalhos.

Este trabalho possui duas principais contribuições teóricas. A primeira, faz um estudo amplificado envolvendo a categoria de conhecimento HCK dos professores de Matemática. A segunda, sugere que professores de Matemática que não possuam grandes níveis de aprofundamento com o AMK podem desenvolver competências relacionadas ao EMK.

O estudo teórico realizado nesta pesquisa sobre o HCK, proporciona uma reflexão aprofundada sobre a evolução das noções iniciais do HCK, iniciamos nossos estudos pautados nas definições iniciais de Ball e Bass (2009) até chegamos a definição de Cho e Due (2018), acreditando que assim como nós, futuros pesquisadores necessitarão compreender o HCK de forma mais sólida e esclarecida, conseqüentemente nosso trabalho pode tornar-se um ponto de partida.

A teoria para o HCK apontada por Cho e Due (2018) sugere que os professores de Matemática utilizam o HCK pensar entre a Matemática Avançada e a Elementar, sugerindo que as conexões são realizada desde que o professor possua habilidades envolvendo todo o percurso do HCK, - AMK, Matemática Escolar e EMK - porém em nossas análises detectamos que um dos professores realizava conexões com a sala de aula, mesmo sem possuir, na visão dele, um aprofundamento matemático do AMK.

Este estudo possui três contribuições práticas: apresenta visões de dois grupos distintos de professores sobre a importância de uma disciplina para formação inicial de professores; discute a necessidade de estabelecer relações entre a Matemática Acadêmica e a Matemática Escolar e por último, apresenta possíveis sugestões para ementa e metodologia para uma

disciplina do curso de Licenciatura em Matemática da UFPR, baseadas nas experiências de alunos que hoje atuam como professores da educação básica.

As visões dos dois grupos de professores que aqui foram apresentadas, possuem pontos coincidentes, principalmente a visão da disciplina mobilizada dentro do HCK do professor de Matemática. O que para nós vale a pena considerar é que os professores que atuam na educação básica, citaram ou não relataram a importância da disciplina de GNE voltada à prática do professor em sala de aula.

Consideramos que os relatos dos professores entrevistados nesta pesquisa, colocam em pauta a formação de professores de Matemática voltada a prática, os entrevistados sugerem uma disciplina mais próxima da realidade dos professores, que a disciplina fomente situações de ensino e aprendizagem que não estabeleça o foco puramente na Matemática Acadêmica. Entendemos que a Matemática Acadêmica tem sua importância e aspectos fundamentais que não podem ser dispensados, mas entendemos que pensando na formação de professores se faz necessário minimizar distâncias entre a universidade e a escola.

Não poderíamos deixar de apresentar aqui as considerações sugeridas pelos entrevistados em relação a ementa e a metodologia da disciplina. Os professores da educação básica sugeriram uma disciplina mais próxima da realidade escolar, com uma ementa voltada à prática da sala de aula e com um nível menor de abstração. Entendemos que a formação continuada de professores é um processo que ocorre a partir de conversas e discussões, e ouvir estes professores pode ser um primeiro passo para que possamos pensar em uma disciplina que tenha contribuições maiores na sala de aula, e não apenas esteja na ementa de um curso de graduação ou em um currículo escolar.

Este trabalho limitou seu estudo a três professores, visto as dificuldades de encontrar professores que atendessem os critérios da pesquisa e que se dispuseram voluntariamente a contribuir com nosso estudo. Entendemos que não haveria tempo hábil para que mais professores fossem entrevistados. Outra limitação do nosso estudo, é referente ao estudo do EMK, acreditamos que existe a necessidade de estudar mais a fundo esta categoria, para que possamos compreender como é possível desenvolver habilidades dentro dela, sendo que Cho e Due (2018) consideram ela essencial, para que professor consiga realizar buscas no percurso do HCK.

Sugerimos que emergjam futuras pesquisas, voltadas a dois estudos, o primeiro busque compreender os impactos do HCK na prática da sala de aula e segundo, se volte a estudar como é possível desenvolver as habilidades do EMK na formação inicial de professores de Matemática.

É evidente que deixamos com nosso estudo apenas uma ponta de *iceberg* que está submerso na discussão Matemática Acadêmica e Matemática Escolar, desejamos que cada vez se voltem mais estudos buscando compreender e completar as lacunas existentes entre a Matemática que o professores precisa saber e a Matemática que o professor precisa ensinar.

REFERÊNCIAS

BALL, D.L.; BASS, H. *With an Eye on the Mathematical Horizon: Knowing Mathematics for Teaching to Learners' Mathematical*. 43rd **Jahrestagung für Didaktik der Mathematik**. Oldenburg, Germany, March 1 – 4, 2009.

BALL, D.L.; THAMES, M.H.; PHELPS, G. *Content Knowledge for teaching: what makes it special?* J. Teacher Educ., v.59, n.5, p.389-407, 2008.

BORBA, M.C. A Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática. Publicado em CD nos **Anais da 27ª reunião anual da Anped**. Caxambu, MG, 21-24 Nov. 2004. Disponível em :<http://www1.rc.unesp.br/gpimem/downloads/artigos/borba/borba-minicurso_a-pesquisa-qualitativa-em-em.pdf> Acesso em 21 de junho de 2022.

CALDATTO, M. E.; PAVANELLO, R. M. O Processo de Inserção das Geometrias Não Euclidianas no Currículo da Escola Paranaense: a visão dos professores participantes. **Bolema**, Rio Claro, SP, v. 28, n. 48, p. 42-63, abr. 2014.

CARRILLO, J.; CARMONA, E.; GONZÁLEZ, A.; MONTES, M. *Un marco teórico para el Conocimiento especializado del Profesor de Matemáticas*. Universidad de Huelva Publicaciones. ISBN: 978-84-16061-48-8.

CARRILLO, J.; RIBEIRO, M.; DEULOFEU, J. *Teachers' advanced mathematical knowledge for solving mathematics teaching challenges: A response to Zazkis and Mamolo*. **FLM Publishing Association, Fredericton**, New Brunswick, Canada. November, 2011. Disponível em < [\(PDF\) Teachers' advanced mathematical knowledge for solving mathematics teaching challenges: A response to Zazkis and Mamolo \(researchgate.net\)](#)> Acesso em 2 de junho de 2022.

CHO, Y.; TEE, F. D. *Complementing Mathematics Teachers' Horizon Content Knowledge with an Elementary-on-Advanced Aspect*. **Lectito Publishing**. Pedagogical Research. February 28, 2018. Disponível em: < <https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ1171108.pdf> >. Acesso em 13 de maio de 2022.

CONSELHO NACIONAL DE SAÚDE. Resolução Número 466, 12, de dezembro de 2012. no uso de suas competências regimentais e atribuições conferidas pela Lei nº 8.080, de 19 de setembro de 1990, e pela Lei nº 8.142, de 28 de dezembro de 1990.

DAVID, M. M.; MOREIRA, P. C.; TOMAZ, V. **Matemática Escolar, Matemática Acadêmica e Matemática do Cotidiano: uma teia de relações sob investigação**. Acta Scientiae. Canoas. v. 15. n.1.p.42-60. jan./abr. 2013. Disponível em: < https://www.repositorio.ufop.br/bitstream/123456789/4785/1/ARTIGO_Matem%C3%A1tica_EscolarMatem%C3%A1tica.pdf > Acesso em 21 de junho de 2022.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. *Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos*. Campinas, SP: Autores e Associados, 2012.

FIorentini, D.; OLIVEIRA, A.T.C.C. O Lugar das Matemáticas na Licenciatura em Matemática: que matemáticas e que práticas formativas? **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 27, n. 47, p. 917-938, 2013. Disponível em: <<https://www.scielo.br/j/bolema/a/99f8nsJSh8K9KMpbGrg8BrP/?format=pdf&lang=pt>>. Acesso em: 02 out. 2021

GAMBOA, G.; BADILLO, E.; RIBEIRO, M. *El horizonte matemático em el conocimiento para la enseñanza del profesor: geometria y medida em educación primaria*. PNA, p. 1-24, 2015.

GODOY, E. V.; CAMPOS, E. **A Relação dos Futuros Professores de Matemática com o Ensino dos Conteúdos Matemáticos do Ensino Médio**. Revista Temporis [Ação] (Periódico acadêmico de História, Letras e Educação da Universidade Estadual de Goiás). Cidade de Goiás; Anápolis. V. 18, N. 02, p. 179 - 197 de 250, jul./dez., 2018. Disponível em: < <http://www.revista.ueg.br/index.php/temporisacao/issue/archive> >. Acesso em abril de 2021.

LOVIS, K. A.; FRANCO, V. S. As Concepções de Geometrias não Euclidianas de um Grupo de Professores de Matemática da Educação Básica. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 29, n. 51, p. 369-388, abr. 2015.

MORAES, R. *Uma tempestade de luz: A compreensão possibilitada pela análise textual discursiva*. **Ciência e Educação** v. 9, n. 2, p. 191-211, 2011.

MORAES, R.; GALIAZZI, M. **Análise Textual Discursiva**. Ijuí, RS: Editora Unijuí. 3ª edição revisada e ampliada: 2016.

MOREIRA, P. C.; VIANNA, C. R. Por que Análise Real na Licenciatura? Um Paralelo entre as Visões de Educadores Matemáticos e de Matemáticos. **Bolema**, Rio Claro SP, v. 30, n. 55, p. 515 - 534, 2016.

MORIEL JUNIOR, J.G.; WIELEWSKI, G.D. *Base de Conhecimento de Professores de Matemática: do Genérico ao Especializado*. **Ens. Educ. Cienc. Human.**, v. 18, n.2, p. 126-133, 2017.

PONTE, J. P. Estudando o conhecimento e o desenvolvimento profissional do professor de Matemática. **Fundação para a Ciência e Tecnologia no âmbito do Projecto Práticas Profissionais dos Professores de Matemática** (contrato PTDC/CPECED 098931/2008).

SHULMAN, L.S. Knowledge and teaching: foundations of the new reform. *Harvard Educ. Rev.*, v.57, n.1, p.1-23, 1986.

SOUZA, A.C.C. Aspectos históricos das Geometrias não-Euclidianas. **Bolema**. Rio Claro-SP, v. 8, n. 9, 1993.

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ. *Projeto Pedagógico do Curso de Licenciatura em Matemática*. Curitiba, 2017. Disponível em: <http://www.mat.ufpr.br/graduacao/matematica/Documentos/Curso-2018/PPC_2018_Lic_Matematica.pdf>. Acesso em 12 de julho de 2021.

WESLEY DA SILVA, D.; VIOLA DOS SANTOS, J.R. *Conhecimentos específicos do professor de matemática: um 'novo' olhar sobre uma teorização*. **VIII SESEMAT**. v. 8 n.1. 2014.

ZAZKIS.R; MAMOLO. A. *Reconceptualizing Knowledge at the Mathematical Horizon*. **FLM Publishing Association**, Edmonton, Alberta, Canada. July, 2009. Disponível em: <(PDF) [Reconceptualizando o conhecimento no horizonte matemático \(researchgate.net\)](#)>. Acesso em 15 de maio de 2022.

ZAZKIS. R; LEIKIN. R. *Advanced Mathematical Knowledge: how is it used in teaching? Proceedings of CERME 6*, January 28th-February 1st 2009, Lyon France. Disponível em <[Proceedings of CERME 6 — Site des Publications de l'Institut National de Recherche Pédagogique \(ens-lyon.fr\)](#)>Acesso em 12 de maio de 2022.

ANEXO 1 - TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Nós Prof.º Dr. Elenilton Vieira Godoy, Prof.ª Dr.ª Elisângela Campos e Aline de Fátima Cagorni, orientador pesquisador responsável, coorientadora e a aluna de pós-graduação - respectivamente - do Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e em Matemática da Universidade Federal do Paraná, estamos convidando (o)a senhor(a), por ser Professor de Matemática da Educação Básica, a participar de um estudo intitulado “O Papel da disciplina de Geometrias Não Euclidianas a partir de diferentes olhares”.

- a) O objetivo desta pesquisa é identificar o papel da disciplina de Geometrias Não Euclidianas na formação do professor de matemática da UFPR e analisar as aproximações da ementa da disciplina para a atuação do professor na educação básica, considerando as percepções dos matemáticos, educadores matemáticos e professores da educação básica.
- b) Caso o senhor(a) participe da pesquisa, será necessário participar com depoimentos gravados por vídeos. Para as entrevistas, utilizamos como procedimento a História Oral temática, que nos permitirá ouvir as suas memórias sobre a sua trajetória na formação de professores de Matemática da UFPR relacionadas a Geometrias Não Euclidianas. Para além do seu depoimento, será enviada ao senhor(a) por e-mail, a transcrição da entrevista para que seja lida e ajustada caso o(a) senhor(a) julgue necessário. Queremos deixar claro que a transcrição a ser utilizada para análise será a versão final aprovada pelo senhor(a).
- c) Para tanto você deverá comparecer em uma reunião virtual cujo link será enviado com antecedência, para participar de uma entrevista que levará aproximadamente 30 minutos.
- d) É possível que o senhor (a) experimente algum desconforto, principalmente relacionado com as memórias que podem surgir.
- e) Alguns riscos relacionados ao estudo podem ocorrer, como desconforto ou constrangimento, podem eventualmente acontecer pela lembrança do momento ou pela presença dos pesquisadores frente a suas memórias. Caso qualquer uma destas situações ocorra, o senhor (a) poderá não responder as perguntas que lhe causem constrangimento e ainda desistir da entrevista em qualquer momento.

- f) A pesquisa a ser realizada pode contribuir para se pensar em uma formação inicial de professores que ensinam Matemática, de uma maneira mais humana e menos tecnicista. Sendo que a escola e a sociedade poderão se beneficiar podendo ter um professor que utiliza o contexto social do seu local de trabalho e os seus conhecimentos profissionais e pessoais para auxiliar o aluno da educação básica a uma (auto) formação de cidadão.
- g) Os pesquisadores Prof.º Dr. Elenilton Vieira Godoy, Prof.ª Dr.ª Elisângela Campos e Aline de Fátima Cagorni, responsáveis por este estudo poderão ser localizados no Departamento de Matemática, no campus Centro Politécnico da Universidade Federal do Paraná, situado na Rua Coronel Francisco Heráclito dos Santos, número 100, Jardim das Américas – Curitiba -PR- no bloco PA, na sala 306. É possível entrar em contato com os pesquisadores pelos e-mails: elenilton@ufpr.br; elismat@ufpr.br; aine.cogorni@gmail.com; e telefones: (41) 992712749, (41) 991125266 (41) 991071715 respectivamente, para esclarecer eventuais dúvidas que o(a) senhor(a) possa ter e fornecer-lhe as informações que queira, antes, durante ou depois de encerrado o estudo.
- h) A sua participação neste estudo é voluntária e se o(a) senhor(a) não quiser mais fazer parte da pesquisa poderá desistir a qualquer momento e solicitar que lhe devolvam este Termo de Consentimento Livre e Esclarecido assinado.
- i) O material obtido – gravação de áudio, vídeo e a transcrição da entrevista – será utilizado unicamente para essa pesquisa e constituirá o acervo desta pesquisa por um período de 5 anos após o término do estudo.
- j) As informações relacionadas ao estudo poderão ser conhecidas por pessoas autorizadas. Sendo esses o Prof.º Dr. Elenilton Vieira Godoy, Prof.ª Dr.ª Elisângela Campos Aline de Fátima Cagorni. No entanto, se qualquer informação for divulgada em relatório ou publicação, isto será feito sob forma codificada, para que a sua identidade seja preservada e mantida sua confidencialidade.

Permito a revelação da minha identidade durante a fase de análise dos dados no decorrer da pesquisa;

Não permito a revelação da minha identidade durante a fase de análise dos dados no decorrer da pesquisa .

- n) O material obtido – gravação de áudio, vídeo e a transcrição da entrevista – será utilizado unicamente para essa pesquisa e constituirá o acervo desta pesquisa por um período de 5 anos após o término do estudo.
- o) As despesas necessárias para a realização da pesquisa, não são de sua responsabilidade e o senhor (a) não receberá qualquer valor em dinheiro pela sua participação. Entretanto, caso seja necessário seu deslocamento até o local do estudo, os pesquisadores asseguram o ressarcimento dos seus gastos com transporte (Item II.21, e item IV.3, subitem g, Resol. 466/2012).
- p) Quando os resultados forem publicados, não aparecerá seu nome, e sim um código.
- q) Se o (a) senhor (a) tiver dúvidas sobre seus direitos como participante de pesquisa, o senhor (a) pode contatar o Comitê de Ética em Pesquisa em Seres Humanos (CEP/SD) do Setor de Ciências da Saúde da Universidade Federal do Paraná, pelo e-mail cometica.saude@ufpr.br e/ou telefone 41 -3360-7259, das 08:30h às 11:00h e das 14:00h às 16:00h. O senhor (a), poderá contatar também o pesquisador responsável por esta pesquisa, Elenilton Vieira Godoy cujo telefone para contato é 41 992712749, ou seus assistentes Elisangela de Campos 41 991125266 e Aline de Fátima Cagorni 41 991071715. O Comitê de Ética em Pesquisa é um órgão colegiado multi e transdisciplinar, independente, que existe nas instituições que realizam pesquisa envolvendo seres humanos no Brasil e foi criado com o objetivo de proteger os participantes de pesquisa, em sua integridade e dignidade, e assegurar que as pesquisas sejam desenvolvidas dentro de padrões éticos (Resolução nº 466/12 Conselho Nacional de Saúde).

Eu, _____ li esse Termo de Consentimento e compreendi a natureza e o objetivo do estudo do qual concordei em participar. A explicação que recebi menciona os riscos e benefícios. Eu entendi que sou livre para interromper minha participação a qualquer momento sem justificar minha decisão e sem qualquer prejuízo para mim.

Eu concordo, voluntariamente, em participar deste estudo.

Curitiba, 18 de março de 2022.

[Assinatura do Participante de Pesquisa ou Responsável Legal]

Eu declaro ter apresentado o estudo, explicando seus objetivos, natureza, riscos e benefícios e ter respondido da melhor forma possível às questões formuladas.

[Assinatura do Pesquisador Responsável ou quem aplicou o TCLE]

ANEXO 2 - TRANSCRIÇÃO DA PRIMEIRA ENTREVISTA

Entrevistado: Professor 1 - P1.

Local da Entrevista: Plataforma on-line (*Microsoft Teams*).

Material Gravado: Um vídeo cuja duração é de 31 min e 19 s.

Entrevistador: Aline de Fátima Cagorni.

Data da entrevista: 26/09/2022, período da noite.

Professor 1

E não, não apareceu. Não sei se aparece em algum lugar.

Aline

Ah não, foi iniciado.

Professor 1

Ah, aparece, agora eu vi aqui. Tá bom, é assim que você...Acho que fica legal?

Aline

Aham, é mais o áudio na verdade.

Professor 1

É mais o áudio, tá bom?

Aline

Então tá bom, Professor. Então, na verdade, você foi convidado para fazer essa entrevista porque você foi aluno do curso de Licenciatura em Matemática no período de 2012 até 2018. Então você fez parte do currículo que estava na disciplina de Geometrias Euclidianas e Não Euclidianas, né? Elas eram cursadas juntas.

Professor 1

Certo.

Aline

Como você é professor, foi formado na Universidade Federal do Paraná e atua na Educação Básica, por isso que você foi um dos nossos escolhidos.

Professor 1

Tá bom.

Aline

Então, inicialmente, professor, eu gostaria que você contasse um pouco sobre as suas lembranças. Como que você se sentia cursando Geometrias Não Euclidianas na faculdade e que tipo de lembrança você tem em relação à sua experiência. Quais eram as suas sensações em relação a essa disciplina na sua graduação?

Professor 1

Você diz assim em relação à forma que eu sentia da importância dela para mim depois quando eu fosse trabalhar como professor?

Ou você diz assim no sentido das emoções que eu sentia?

Aline

Isso, no sentido das emoções. O que você sentia cursando aquela disciplina? Quando você estava lá como estudante, qual que era a tua impressão em relação à essa disciplina?

Professor 1

Assim, pra falar bem a verdade, na maior parte do tempo eu me sentia bastante confuso. Eu entendi a proposta da disciplina no currículo, eu sei qual que era o objetivo dela na nossa formação, eu entendi aquela necessidade ali, mas da maneira que ela era abordada eu me sentia bastante confuso na grande maioria das aulas. Eram poucas aulas que eu conseguia entender, tinha que fazer um... Eu tinha que ficar muito submerso dentro dessa perspectiva da Geometria não Euclidiana. Era bem comum eu me sentir perdido, me sentir confuso, eu tentar buscar ajuda de outra pessoa depois pra estudar, pra entender, e as coisas meio que iam encaixando, algumas coisas passavam batido, outras eu aprendi de maneira superficial. Mas assim, eu acho que eu entendi ela mais com o sentido de dar mais repertório pra gente, que ia ser professor, então se você consegue pensar na geometria não euclidiana, em vários tipos de geometria não euclidiana, seja esférica ou qualquer outra, fica mais fácil entender a geometria euclidiana também. Então quando você vai lecionar depois, ter bem embasado essas ideias em outras formas diferentes, não só euclidiana, isso aumenta o espectro e a gente consegue se sentir mais sólido para explicar a geometria euclidiana em sala de aula. Então eu entendi a proposta, mas acabou ficando muito técnico, muito acadêmico, eu não vi muito essa conexão da geometria não euclidiana com a sala de aula. E a geometria euclidiana também, um pouco assim. Era um pouco melhor a parte de euclidiana, mas mesmo assim seria mais pra dar estofado, pra gente quando fosse trabalhar em sala de aula, mas na maior parte das aulas, da forma que era feita naquele currículo, eu achava bem abstrato assim.

Aline

Eu vou compartilhar com você a minha tela, daí ele vai abrir num jogo da memória. Esse jogo da memória sobre geometria euclidiana. Tá conseguindo ver, Professor?

Professor 1

Tô, conseguindo ver sim.

Aline

Então você pode escolher qualquer carta.

Professor 1

Qualquer uma delas? Pode ser essa do cantinho aqui em cima.

Aline

Essa?

Professor 1

Não, do outro lado.

Aline

Pode escolher o parzinho dela.

Professor 1

Pode ser essa aí que você tá com a mouse em cima. Beleza.

Aline

Tá, qual você quer?

Professor 1

Podem ser as duas do lado agora.

Aline

Essa aqui?

Professor 1

Sim.

Aline

E agora?

00:04:49 **Professor 1**

Podem ser as próximas duas.

Aline

As duas? As cartas.

Professor 1

Aí dá pra você abrir de novo essas duas aqui que você quer abrir?

Professor 1

Isso, essa e essa. E a debaixo também.

Professor 1

Eu acho que as das paralelas é a mesma do edifício. Então é essa que você tá com a mouse com a do ladinho. Será que combina?

Professor 1

Vamos ver.

Aline

Essa aqui com essa aqui?

Professor 1

Posso estar enganado, não tenho certeza. Não é?

Aline

Não, tá.

Professor 1

Putz. Tá, então vamos lá. Vai as próximas duas.

Aline

Essas duas aqui?

Professor 1

Uhum.

Aline

E agora?

Professor 1

Pode ser as duas. A primeira aí. Tá.

Professor 1

Pode ser essa que você clicou fractal, que é a segunda aqui. Com a segunda lá do outro canto embaixo. Essa é isso, essas duas mesmo. Esse é um, esse é um, né?

Aline

É, esse é um.

Professor 1

Tá ok. Essa em cima do desenho do fractal, qual que é o nome dela?

Aline

Abro?

Professor 1

Abre. Plano Euclidiano, tá. E as duas do lado, qual que são mesmo? Você já abriu, mas abre de novo, por favor. Hiperbólica e a de baixo, qual que é a de baixo da hiperbólica?

Professor 1

Paralelas, tá.

Professor 1

Abre essas quatro de baixo que eu não vi ainda, o que tem delas, quero ver. Tá, e as outras duas também que eu não vi ainda. Perspectiva Isométrica. Difícil algumas aí.

Professor 1

Tá.

Professor 1

Será que...Espera aí, quero que você abra esse livro que você abriu, que é esse de baixo aqui.

Professor 1

Não, do lado. Esse...Do lado desse. Não, do outro lado, que é um livro antigo. Isso. Eu acho que essa é a Geometria Euclidiana, que tá em cima do desenho do fractal. Será que forma um par?

Professor 1

Não. Eu lembrei do Euclides, achei que tinha alguma coisa a ver com aquele livro dos elementos, achei que pudesse ser isso, mas me enganei. Tá, deixa eu ver. Pensar em uns aleatórios, que eu já esqueci de quase todos, deixa eu ver. Abra esses dois, esse que tá com essa setinha do mouse, essa aqui com a de baixo. Abra os dois de novo.

Aline

Esses dois aqui?

Professor 1

É, os dois do lado agora, do lado, isso.

Professor 1

Ah tá, Geometria esférica, deixa eu ver onde que...Será que tá a palavra, deixa eu ver onde que ela tá.

Professor 1

Não me lembro. Abra os dois do meio de novo aqui. Ah tá, lembrei. Então é o primeiro do meio com o que tá do lado da palavra fractal embaixo aqui.

Professor 1

É? Isso, esse aqui. Aham.

Professor 1

Deu certo.

Aline

Deu.

Professor 1

Essas são as mais clássicas, né? É difícil. Aí, deixa eu ver. Abra de novo esse do canto embaixo aqui.

Aline

Esse aqui?

Professor 1

Isso, aham.

Professor 1

Rotação, tá. E do lado dele aqui que tem? Essa minha abinha aqui tá cobrindo, deixa eu ver se eu consigo ver direito os de baixo. Não consigo mexer nela aqui. Aí, acho que assim do jeito que tá tá melhor. Ta.

Professor 1

Abra de novo os quatro de baixo, tá. Translação, reflexão, do lado qual que é? Pra eu ver a projetiva dos outros dois. Euclides, "Os Elementos", perspectiva isométrica. Eu acho que é os dois do canto aqui embaixo, uma projetiva isométrica com aquele de reflexão e translação.

Aline

Esse aqui?

Professor 1

É, aham. Então, vamos fazer um teste, quero um experimente então. O que tá em cima do fractal, que é a geometria euclidiana, né? O plano euclidiano. Será que são aqueles edifícios que estão embaixo da geometria esférica?

Professor 1

Esse aqui, isso, aham. Começando a ir meio pela...Fazer uns testes.

Aline

A gente não lembra, né?

Professor 1

Tá, o que tá aqueles dois em cima da geometria esférica? Não lembro mais o que tem neles. Ta.

Aline

E esse aí?

Professor 1

Aquele ali era pra ser geometria, umas coisinhas assim.Tá. O que tem essas duas de baixo aqui do cantinho?

Professor 1

É essa e essa. Perspectiva Isométrica e do lado dela está o livro do Euclides. E do lado do livro do Euclides , qual é o quê? Geometria Projetiva. Projetiva, tá. Talvez a Geometria Projetiva com aqueles edifícios que estão embaixo da Geometria Esférica. Será que tem sentido? Vamos fazer um teste. É? Deu certo?

Aline

Deu, aham.

Professor 1

Não sei se tem a ver com desenho geométrico ou coisa assim de projeção.Pensei, associei dessa forma, não sei se eu tô doido.Aqueles tipo pontos de fuga assim, sabe?

Aline

Isso, isso mesmo.

Professor 1

Deixa eu ver aqui. Esses dois aqui que estão do lado da geometria esférica e do prédio, o que tem embaixo deles? Deixa eu ver. Ah, tá. Agora eu já sei. Geometria Hiperbólica é com o que tá lá no cantinho, lá em cima, em cima da palavra fractal.

Aline

É isso aí.

Professor 1

O que é a Geometria Euclidiana? Não combina com o livro. Nossa, não tô acreditando nisso. Deixa eu ver aqui. Ah, eu vou insistir de novo nessa combinação. Mesmo que aquela hora não deu certo. Clica no livro e clica lá no canto, lá em cima, em cima do fractal. Ah, é plano euclidiano, não Geometria Euclidiana. Ah, tá. Tô doido. Plano euclidiano. O que é que tem um plano euclidiano aqui?

Professor 1

O que é que tem do lado da Geometria Esférica ali? Então esse daí é com o plano euclidiano, que é esse do lado da Geometria Hiperbólica. Isso, esses dois. Não é, tá muito bem. Será que essa é geometria? Esse doizinho. O que que tem do lado, embaixo de Geometria Hiperbólica? Postulado das paralelas. Vou experimentar então esse postulado das paralelas com esse desenho que se abriu em cima agora há pouco, ali lá no canto em cima, do lado do Geometria Esférica.

Aline

Esse?

Professor 1

Eu acho que não vai dar certo, mas vou fazer um teste. Do lado de Geometria Projetiva, o que que tem?

Aline

Aqui?

Professor 1

Não, do outro lado. Ah, não, já sei, é o livro. E do lado de cada Geometria Projetiva. No cantinho. A translação. Tá, vou fazer um teste então, eu vou...

Não vai dar certo, eu pensei, não vai dar. O que que tem no canto aqui, nessa do cantinho embaixo aqui?Essa aí, isso.Perspectiva isométrica. Talvez ele seja com aquele que tá em cima da Geometria Esférica , ali no canto.

Aline

Essa?

Professor 1

Isso, aham. Isométrica. Fechou?

Aline

Fechou, aham.

Professor 1

Isometria. Não consigo pensar que esse desenho com isometria...Demorou para mim associar a isso, nossa, que estranho.

Aline

É Perspectiva Isométrica.

Professor 1

Ah, é Perspectiva Isométrica. Beleza. Esse eu engoli com farinha, você não foi assim muito.

Aline

Depois você dá uma olhada, eu te mostro o que é perspectiva isométrica.

Professor 1

É, é que eu não sei, com o desenho não associei mentalmente assim, deixa eu ver aqui. O que que tem do lado do fractal mesmo aqui, entre o fractal e os prédios, postulado das paralelas. Bom, talvez ele seja com o livro então, postulado das paralelas com o livrinho que tá entre Geometria Projetiva e Perspectiva Isométrica.Então o postulado das paralelas tá no livro do Euclides, que é um dos postulados dele lá, né? Dos principais. Daí sobrou os dois últimos, né? É o plano euclidiano com reflexão e translação. Tá bom.

Aline

Ajudou a lembrar, Professor?

Professor 1

É, os que eu já sabia não foi surpresa, mas os que eu não lembrava... Esse jogo da memória ainda me deixou... Não esclareceu tanto assim, ainda fiquei meio...

Aline

Esse jogo da memória eu peguei do...Esses conceitos estão no currículo da ementa que você estudou. Então foi retirado da ementa lá do ano de 2018, estava na ementa do curso de Geometria não Euclidianas. Eu vou parar a apresentação e daí eu vou continuar a entrevista então.

Professor 1

Ok.

Aline

Então tá. Professor, agora pensando um pouquinho, o que você achou da ementa da disciplina quando você cursou ela? Você faria alguma mudança nessa ementa?

Professor 1

Sim, eu faria. Eu acho que aquela parte acadêmica que a disciplina tentava trazer esse estofado pra gente, assim, pra dar essa segurança quando a gente fosse pra sala de aula, ela podia continuar, mas eu digamos assim que eu deixaria ela mais soft, digamos assim. Deixaria ela menos técnica, menos acadêmica, talvez introduzir alguns conceitos assim mais palpáveis, que nem esse próprio jogo da memória que você fez aí já traz uma coisa mais lúdica assim pra gente que estava lá estudando. Viria um pouco mais de sentido, né, em aprender essa disciplina, assim, um pouco mais palpável, não ficar nesse âmbito tão assim, uma matemática acadêmica superior que você não entende nada e não vê sentido em aprender e não ver conexões lá com a sala de aula. Talvez assim a mudança que eu faria seria assim, tipo, manter mais ou menos com a proposta, só que tentar deixá-la um pouco mais pé no chão, assim, tipo, trazer um pouco mais pra realidade do acadêmico ali que tá cursando e também pra combinar um pouco a sala de aula, assim, de repente dar alguns exemplos de uma praticidade de uma geometria euclidiana e não euclidiana em sala de aula. Eu faria assim essa, como é que eu vou te explicar, tipo assim, puxar um pouco mais pra matemática escolar, assim, sabe, fugir um pouco dessa, manter a parte da matemática acadêmica estrutural que nem a gente tava vendo que é bem bacana, mas faria um meio a meio assim com essa matemática escolar, ver a gente conseguir enxergar essa disciplina de geometria euclidiana e não euclidiana de maneira mais palpável, assim, eu acho que seria bem interessante. E ser mais cuidadoso também para entre os conceitos, porque eles acabam ficando bem abstratos, assim, né, e depois acaba ficando esquecível também, acaba não sendo muito importante para nossa... Pelo menos é o que eu penso, assim, né, ele fica muito assim acima da gente, assim, a gente não consegue ver praticidade, não conseguiria... Acaba passando batida, acaba sendo só mais uma daquelas matérias acadêmicas que você faz por fazer, tenta ser aprovado, vai tentando aprender o que dá ali pra passar nas provas, mas acaba não fazendo muito sentido. Então é uma disciplina bacana, só que eu acho que com certeza tinha que repensar ela, não sei como é que é hoje no novo currículo, como é que ela é abordada, mas essa seria minha sugestão, uma crítica pessoal minha, assim, minha opinião.

Aline

Entendi. Professor, agora a terceira pergunta, tá? Você consegue visualizar alguns conceitos da ementa da disciplina nos currículos da educação básica? Você consegue aproximar ou enxergar algum conceito da ementa da disciplina com o currículo que você vê lá na educação básica?

Professor 1

Lá na sala de aula...Algumas coisas, tipo, por exemplo, que nem ali do plano cartesiano, né, aquele negócio da reflexão, da translação, isso eu tenho um pouco no ensino fundamental. Eu acho que quando a gente trabalha um pouco de cônicas, às vezes no terceiro ano do ensino médio, talvez pode associar um pouco ali com alguma geometria não Euclidiana, mas muito pouquinho, assim, eu vou dizer pra você que fractal também seria mais um lance de curiosidade, você pode levar pros alunos, mas geometria fractal, mas não é algo assim que é cobrado no currículo assim, bem de maneira metódica, né, uma coisa mais avulsa assim, então é uma conexão bem, pontos bem específicos, assim, não é uma coisa que eu vivencio, assim, que dizia, poxa, uso o tempo inteiro, acho que é bem moderado, assim, com relação ao currículo com o que a gente viu. Tem utilidade, não vou dizer que não, como eu falei, tem alguns casos em que eu vi essa conexão, assim, mas são bem raros e bem isolados, assim, em todo, desde o sexto ano até o terceiro ano do ensino médio, sim, em casos isolados.

Aline

Ta. Professor, vou ler pra você um trecho retirado do Referencial Curricular do Paraná, ele é um trecho que se refere a um dos objetivos a serem atingidos pelos alunos do nono ano do ensino fundamental, tá bom?

É o EF09MA17, reconhecer e compreender vistas ortogonais de figuras espaciais e aplicar esse conhecimento para desenhar objetos em perspectiva, compreender os conceitos básicos de geometria projetiva, identificar formas fractais e as características de auto similaridade e complexidade infinita.

Você consegue relacionar os conceitos que você estudou com os objetivos para ensino e aprendizagem dela, do mesmo modo que está no Referência Curricular?

Professor 1

Esse pro nono ano, né?

Como eu falei, até sim você consegue ver um pouco a utilidade da disciplina na sala de aula, mas de maneira bem superficial, talvez até fique a cargo do universitário, que depois vai vir a ser professor, fazer essa conexão de maneira totalmente sozinha, assim, porque a disciplina em si ela não te traz com clareza, assim, ó, poxa, eu tô aprendendo aqui tal conceito lá na disciplina e quando eu estiver lá trabalhando, sei lá, por exemplo, eu lhe dizia sobre fractais,

ah, lembrei lá da aula, então aqui, então tipo assim, não seria uma conexão tão direta, seria a cargo do professor fazer essa conexão mental, assim. Como eu falei, ela é bacana que ela traz esse estofado, né, ela traz esse repertório, te dá mais segurança para abordar esses assuntos, porque você acaba vendo toda essa parte acadêmica de maneira mais aprofundada, e aí quando você vai selecionar conceitos mais simples lá no ensino fundamental, por exemplo, você tem total segurança para trabalhar esses assuntos porque você tem mais estrutura, né, mais estrutura mais profunda e isso vai conseguir ensinar de maneira mais sólida, mas, como eu falei, são conexões assim meio bem ríspidas, assim, tem que dar um pouco de força de barra pra falar bem a verdade, assim, pra você sentir assim de fato, não vejo ela assim com uma conexão tão direta.

Aline

Tá, a quinta pergunta, Professor, em alguma aula que você ministrou, você já se deparou com algum desses conceitos estudados de Geometrias não Euclidianas?

Professor 1

Deixa eu tentar me lembrar, recentemente não, nas últimas turmas que eu peguei, nos últimos anos que eu caí, assim, eu não me lembro de ter usado, talvez lá nos anos mais anteriores, assim, que eu já dou aula faz bastante tempo, eu acho que já, mas já tem muito tempo que isso aconteceu, que, como eu disse pra vocês, são casos raros em que eu sinta conexão na Geometrias Euclidianas e não Euclidianas em sala de aula, então, como são situações bem isoladas, eu vou dizer que sim, já aconteceu, mas provavelmente faz bastante tempo que eu me deparei com essa situação, assim, não é comum, não é corriqueiro.

Aline

Professor, na sua opinião, qual foi o papel da Disciplina de Geometrias Euclidianas e não Euclidianas na sua formação inicial?

Professor 1

Eu vou repetir o que eu já disse algumas vezes, né, com essa questão da estrutura, né, então, fica difícil você, às vezes, lecionar um conteúdo em sala de aula se você não tem uma bagagem, não tem uma estrutura, você precisa saber muito mais do que o estudante, né, então, ele acaba te dando uma segurança depois pra trabalhar esses conteúdos em sala de aula, porque você conhece a Geometria Euclidiana, você sabe como é a não Euclidiana, você sabe como é aquele postulado, como é aquele postulado naquela outra determinada geometria, então, isso vai te dando uma estrutura mais sólida, assim, então, tipo, você acaba ficando com mais segurança, você tem repertório, o aluno te faz uma pergunta, você, uma pergunta meio assim, mais complicada por você ter esse conhecimento profundo dessa geometria, você vai saber explicar com mais segurança pra ele, porque você conhece ela bem profundamente, conhece os, conhece lá bem os tópicos da geometria, sabe como é que ela funciona, a estruturazinha dela, quais são os axiomas, tudo mais, então, eu acho que a importância dela é

isso, a gente dá esse estofado pra você se sentir mais seguro lecionando nela, ela te dá uma bagagem bacana, uma bagagem mais assim, de formação do conhecimento da geometria de maneira profunda, mas conexão direta com a sala de aula assim já é bem menos assim, acho que essa aqui é a importância da disciplina, na minha opinião.

Aline

Professor, você considera que a disciplina de Geometrias Euclidianas e não Euclidianas, ela deveria ser obrigatória para o curso de licenciatura em Matemática? Por que?

Professor 1

Sim, eu acho que deve ser importante, acho que é importante a existência dela com certeza, mas como eu já falei antes, eu acho que ela precisa de uma, ser repensada, eu acho que essa forma seca, tradicional, convencional que ela vem sendo feita, totalmente acadêmica, com olhar totalmente assim, pensado numa Geometria não Euclidiana, e fazer cálculos e mexer com coisas assim muito estruturais, acaba, é, fazendo difícil assim, às vezes, o universitário que depois vai ser professor enxerga utilidade, ver praticidade, ver conexão com a sala de aula, ou então às vezes até entender os conceitos mesmo, que daí ele acaba ficando tão avançado, tão assim, abstrato, que muitas vezes ele vai se virando ali de repente para tentar ali a aprovação, tenta estudar um pouco, algumas coisas ele engole, outras ele vai levando, e aí ele fica uma coisa meio estranha, assim, eu acho, então eu acho importante no currículo justamente como eu falei, para dar essa estrutura toda para o professor, mas eu acho que ela tem que ser repensada, de repente trabalhar alguns conceitos que podem ser aplicados em sala de aula, baixar um pouco o nível da dificuldade para trazer uma coisa um pouco mais palpável, que a gente consiga ver isso de maneira mais lúdica, tanto para o nosso aprendizado, quanto depois para quando a gente for trabalhar nessa sala de aula, então é uma disciplina bem bacana, bem interessante, mas eu mudaria alguns aspectos dela.

Aline

Antes de terminar eu só vou te mostrar aqui, eu vou compartilhar uma guia sobre Perspectiva Isométrica, que você ficou em dúvida.

Professor 1

Ah sim, sim.

Aline

Tá conseguindo enxergar?

Professor 1

Com esquadros, Isometria.

Aline

Você lembra de ter estudado?

Professor 1

Pior que essa daí, acho que escapou totalmente da minha memória.
Geometria...

Aline

Geometria no Ensino?

Professor 1

Tá, Geometria no ensino, essa disciplina.

Aline

Não sei se você chegou a estudar?

Professor 1

Se eu fiz, já esqueci, já fugiu da memória, não me recordo de...

Aline

Por isso que esse desenho tá lá, na perspectiva isométrica.
Tem perspectiva linear, isométrica...

Aline

Tá bom, Professor, é isso aí.

Professor 1

Espero que eu tenha conseguido dar a sua pesquisa aí. Claro que não sei se a minha opinião é o que a maioria dos universitários pensa também, mas pelo menos é o que eu penso, tanto do que eu me recordo da disciplina quanto da utilidade delas. É a minha opinião, não sei se ajudou.

Aline

Ajudou sim, claro que ajudou. Obrigada pelo tempo, pela paciência, por ter jogado.

Professor 1

O que precisar, a gente sempre pode contar comigo.

ANEXO 3 - TRANSCRIÇÃO DA SEGUNDA ENTREVISTA

Entrevistado: Professor 2 - P2.

Local da Entrevista: Plataforma on-line (*Microsoft Teams*).

Material Gravado: Um vídeo cuja duração é de 26 min e 9 s.

Entrevistador: Aline de Fátima Cagorni.

Data da entrevista: 14/10/2022, período da noite.

Aline

Ainda não?

Professor 2

Ainda não.

Professor 2

Ah, acho que agora apareceu aqui. Aham.

Aline

Tá, beleza.

Professor 2

Ah, que legal, ele faz a transcrição.

Aline

Pois é, isso que eu estou vendo agora.

Professor 2

Que legal. Nossa.

Aline

Tá fazendo em inglês aqui pra mim, mas tudo bem. Só um minutinho, tá? Eu acho que eu fechei alguma coisa.

Professor 2

Não tem problema Aline. Tudo tranquilo.

Aline

Então tá. Professor, então, antes de começar a entrevista, só queria te explicar o porquê você foi escolhido para participar. Primeiro porque você é professor formado pela Universidade Federal do Paraná. Você é licenciado em matemática e está atuando na Escola da Educação

Básica, né?E você participou do currículo anterior ao 2018.

Professor 2

Sim.

Aline

Ah, isso mesmo. Então, por esses motivos você foi selecionado. Você cursou disciplina de geometrias euclidianas e não euclidianas.

Professor 2

Sim.

Aline

É, então a entrevista, como você sabe, ela é gravada, então seus dados não serão divulgados, nem o seu nome.E a gente só vai usar sua imagem e o áudio para fins investigativos mesmo.Só pra analisar e investigar.Depois que a gente transcrever a entrevista, você vai receber uma cópia com a transcrição para você revisar. Se você achar que quer mudar alguma coisa, alterar alguma coisa, você vai poder mudar.E depois para autorizar a nossa divulgação, tá?

Professor 2

Sem problema.

Aline

Eu, primeiramente,professor, vou compartilhar aqui com você a minha tela.

Professor 2

Ok.

Aline

Aí você vai participar de um joguinho da memória, não sei se...Deixa eu ver...Aqui é só mesmo pra lembrar as coisas que você estudou lá na disciplina de geometrias e não euclidianas?

Professor 2

E tudo bem se eu não lembrar, né?

Aline

Tudo bem, não tem problema nenhum.Deixa eu só ver que a minha tela tá travada aqui. Não acho que vai ser. Ah, voltou... Voltou agora sim. Achei. É que o Teams é bem lento no meu computador, então, meu Deus. Não sei se apareceu alguma coisa aqui.

Professor 2

Pra mim, ainda não.

Aline

Não? Ta.

Professor 2

Não.

Aline

Eu acho que agora vai aparecer.

Professor 2

Tá começando a abrir alguma coisa...Aí, abriu.

Aline

Ah, então tá. Então é um jogo da memória de geometrias e não euclidianas.O conteúdo é baseado no currículo que você estudou, tá? Lá do currículo de 2018.

Aline

Então, você pode escolher qualquer carta, é um jogo da memória normal. Você pode escolher duas cartas. Se fizer parzinho, elas vão permanecer viradas. Se não fizer parzinho, elas vão virar.

Professor 2

Perfeito.

Professor 2

Posso escolher já?

Aline

Pode, aham.

Professor 2

Eu quero escolher a segunda.

Aline

Essa aqui? Ou essa?

Professor 2

Isso.Não, a segunda.Isso aí. Da esquerda pra direita. Ta. Agora eu tô entendendo. Eu quero a última lá de baixo. Da esquerda pra direita.

Aline

Essa?

Professor 2

Aham.Tá. Perfeito. Não fechou, né? Claro.

Aline

Fechou.

Professor 2

Ah, ela não volta. Quando ela não volta, ela fecha.

Aline

Isso.

Professor 2

Nossa, que sorte. Agora a primeira lá de cima. Ok. E a que tá embaixo dessa. Tá, entendi.

Professor 2

Agora a última aqui de cima. A última de cima.

Aline

Essa?

Professor 2

Aham. A primeira lá que tava do lado esquerdo do Fzinho ali.

Aline

Essa aqui?

Professor 2

Aham.

Professor 2

Fechou, né?

Aline

Isso.

Professor 2

Perfeito. Ah, que legal. Gostei disso. Agora a do meio. A do meio de cima.

Aline

Essa?

Professor 2

Aham.

Professor 2

Não tem, ok. A primeira lá de baixo.

Professor 2

Ah, não. Ok. Agora a do meio de baixo.

Aline

Essa aqui?

Professor 2

Isso. Essa aqui.

Professor 2

Isso.

Professor 2

Poxa vida. E embaixo de Geometria Hiperbólica?

Professor 2

Não, não. Era embaixo de Geometria Hiperbólica.

Aline

Ah, ok. Ah, desculpe.

Professor 2

Isso. Putz, eu sei que é fractal. Calma. Segunda linha. Bem, terceiro é o terceiro objeto.

Aline

Este?

Professor 2

Aham.

Aline

Este?

Professor 2

Aham. Tá, isso é Geometria Esférica. Agora onde que vai para Geometria Esférica? Eu não vou lembrar... Meu Deus do céu. Meu problema não é nem a matemática, é a memória. Ok, então. Eu acredito que essa que você clicou por último.

Aline

Essa aqui?

Professor 2

Aham. Que ela esteja lá embaixo.

Aline

Essa?

Professor 2

É. Nossa, eu tô viajando. Clica de novo nesta ali do meio, que a gente tava.

Aline

Essa aqui?

Professor 2

Em cima dela. Eu só tô tentando lembrar onde que estava.

Aline

Essa aqui, né?

Professor 2

Aham. Aí, aí.

Professor 2

Tá, agora, do lado dessa esfera, da direita.

Professor 2

Aham. Fractal, mais uma pra direita. Aí, perfeito.

Professor 2

Aham. Agora vamos clicar na última lá de baixo.

Professor 2

Não essa aí, a última pra direita.

Professor 2

Essa. Aham.

Professor 2

Postulado das paralelas. Nossa. Eu acredito que esteja do lado direito de Geometria Esférica. Lá em cima.

Professor 2

Aham. Não, Geometria Projetiva. Projeção.

Professor 2

Oh, tá. Clica nessa Geometria Projetiva, essa do lado da Geometria Esférica, e clica na primeira, na segunda linha lá.

Aline

Essa aqui?

Professor 2

Aham.Ok. Aí agora, agora vamos lá. Do lado dessa projeção, clica nessa da direita, da projeção.

Aline

Essa?

Professor 2

Aham. Euclides, Euclides... Geometria. Complicado, porque tudo é meio geometria, né? Ah, mas é Euclidiana. Se é Euclidiana, tá. Então clica no meio.

Aline

Essa aqui?

Professor 2

Aham. Não, ok. Então clica na direita ali, na que tá da direita. Isso, essa. Postulado das paralelas. Com certeza vai ser a primeira dessa linha.

Aline

Dessa aqui?

Professor 2

Não, não vai ser não. Desculpa, desculpa. Postulado das paralelas é Geometria Euclidiana .É na de cima.

Aline

Essa?

Professor 2

Uhum. E só sobram essas duas. Ok. Que legal, achei muito divertido isso.

Aline

É mais pra lembrar mesmo as coisas que a gente estudou.

Professor 2

Ok.

Aline

Então eu acho que agora parou de apresentar?

Professor 2

Parou, aham.

Aline

Ah, então tá.

Aline

Professor, conte um pouco de algumas lembranças que você tem de quando você cursava disciplina de geometrias não euclidianas, assim, quais são as suas lembranças? O que você

lembra assim da disciplina, quanto acadêmico?

Professor 2

Quanto acadêmico? Na verdade, quando você fala de geometrias não euclidianas, quanto acadêmico, pra mim eu lembro do professor. Tá? Eu cheguei a cursar duas vezes geometrias não euclidianas. A primeira vez eu desisti, porque eu não gostava do professor. Sabe? Então eu juro pra você, Aline, que eu não me lembro de nada nessa primeira vez que eu cursei. Tá? Já na segunda vez, não. Já na segunda vez eu começo, eu lembro assim, mas é claro que não com tantos detalhes quanto eu gostaria, mas eu lembro que o professor utilizava muito o fator histórico para explicar como surgiram as geometrias não euclidianas. Então eu me recordo bem que assim, por exemplo, agora que a gente tava fazendo o jogo da memória, quando você fala ali da geometria hiperbólica, aí eu lembro como ele construía isso, como ele construía essa ideia. Assim, a gente nem chegava a ter um rigor muito grande no cálculo, sabe? Pelo que eu me lembro, assim. A gente falava muito sobre como surgiram essas definições, como surgiram essas noções, como surgiram os cálculos, como surgiram...Motivado pelo quê. Então tinha muito essa relação, assim, na época. Isso é o que eu mais lembro. Lembro de geometria hiperbólica, lembro que a gente falou de fractais, foi até uma coisa que agora me recordo bem, mas é basicamente isso.

Aline

Entendi.

Aline

A segunda pergunta, professor, queria que você me dissesse o que você acha da ementa da disciplina, da disciplina acadêmica. Se você tivesse a oportunidade, você faria alguma mudança nessa ementa?

Professor 2

Você diz daquela época, né?

Aline

Exatamente.

Professor 2

Tá, daquela época. Nossa, eu acredito que sim. Eu acredito que sim, porque a ementa, ela tinha um rigor muito teórico do ponto de vista algébrico, sabe? Eu não sei se eu tô correto no que eu tô dizendo, mas é o que eu me lembro, tá? Mas tinha um rigor muito teórico do ponto de vista algébrico, tanto que esse primeiro professor que a gente pegou, ele teve essa metodologia, assim, era uma coisa que pra mim era muito difícil, Aline, porque as geometrias não euclidianas é uma coisa, assim, que é um pouco difícil de compreender, ao meu ver, puramente algébrico, sabe? Do ponto de vista puramente algébrico. Então, eu me recordo que eu me dei muito melhor quando o professor, ele fez as alterações no currículo, vamos dizer assim, pra poder discutir o por que surgiam aquelas noções, né? Então, aquilo começou a fazer sentido pra depois a gente partir pra essa faceta, pra esse prisma algébrico mesmo, de fato, da questão. Mas eu me lembro que a gente até analisava isso na época, e a gente ficava muito chateado, porque já era difícil de entender. A gente pode comparar, por exemplo, nas geometrias euclidianas mesmo, né? Ao meu ver, a geometria euclidiana é tudo espaço que a

gente vive, então é muito mais fácil eu operar algebricamente tendo isso em vista. Mas lá não, pelo menos naquela época, não era pra mim, sabe? Quando falava em fractal e depois a gente começava a calcular, eu achava muito difícil. Então, eu acho que se eu pudesse mudar naquela época, se eu pudesse mudar, eu faria primeiro uma introdução, justamente como aquele professor optou por fazer, de apresentar isso de uma forma menos abstrata, sabe? Se eu pudesse, eu faria isso.

Aline

Tá, entendi.

Aline

Você, por acaso, consegue, professor, visualizar alguns daqueles conceitos estudados na ementa da disciplina nos currículos da educação básica?

Professor 2

Olha, deixa eu pensar um pouquinho, tá? Não tem problema não, né?

Aline

Não, pode pensar.

Professor 2

Na verdade, é sim. As geometrias não euclidianas estão presentes na BNCC e elas estão presentes no planejamento escolar e no planejamento que é feito pelo estado do Paraná, por exemplo. A gente sabe que é. Mas infelizmente, eu me coloco nesse grupo de professores, a maior parte dos professores não aplica a geometria não euclidiana. Isso que eu tô falando é da materialidade da minha realidade, análise dos professores que eu conheço, tá? Posso estar completamente errado quando analisamos uma realidade mais, assim, vamos dizer, Paraná inteiro. Não sei, mas a minha realidade é. Eu tenho muita dificuldade pra trabalhar esses assuntos. Então, como eu trabalho eles? Quando eu tô falando de geometria, de fato, e eu tô, por exemplo, falando sobre gravidade, que é um dos assuntos que eu gosto de tocar a respeito de geometria, eu levo um tecido para sala de aula e eu faço aquela questão de um corpo maciço que dobra tecido no espaço, sabe aquela coisa assim? E aí eu sempre pergunto pra eles qual que é a menor distância de dois pontos. Sempre surge uma reta quando a gente fala no tecido, mas na geometria euclidiana, né, seria uma reta se a gente fizesse assim, mas não é verdade quando a gente tá falando de tecido, porque não é uma reta que se forma a menor distância de dois pontos. Então fica por isso, sabe, Aline? Falta rigor. Eu não consigo, talvez por incapacidade, aplicar com rigor as geometrias não euclidianas em sala de aula. Eu falo assim com total segurança, porque não tenho condições de fazer isso, infelizmente. Então fica por isso, fica por esse processo mais de discussão, reflexão, sabe, mais nesse sentido.

Aline

Professor, eu vou ler pra você um trecho, do referencial curricular do Paraná, é um trecho que retirei dos objetivos a serem atingidos pelo estudante do nono ano do ensino fundamental. Eu vou ler esse trecho, e você me diz se consegue enxergar alguma relação entre os objetivos para a aprendizagem que estão no trecho e os os conceitos que estavam na ementa da

disciplina que você estudou.

Aline

Então eu vou ler o trecho pra você.

Aline

“Reconhecer e compreender vistas ortogonais de figuras espaciais e aplicar esse conhecimento para desenhar objetos em perspectivas, compreender os conceitos básicos de geometria projetiva, identificar formas fractais e características de auto-similaridade e complexidade infinita.”

Professor 2

Olha, é uma pergunta difícil, né? Porque parece tão óbvio, né? É tipo assim, nossa, pra mim é muito óbvio, agora você lendo assim, tipo assim, é uma coisa muito óbvia que a gente deveria aplicar em sala de aula e em teoria a gente até faz um esforço, sabe? Mas a questão ali, você pode repetir a pergunta só pra ver se eu não tô desviando da pergunta? Da pergunta, não da frase, tá?

Aline

Você consegue enxergar alguma relação entre os conceitos estudados na disciplina, na disciplina acadêmica, com os objetivos para ensino e aprendizado que apresentados pelo referencial curricular ?

Professor 2

Não, claro que sim, sobretudo nesse planejamento que você apontou, né? Todas essas questões, essas noções que estão no planejamento, elas fazem total sentido lá da disciplina que eu fiz com o que era aplicado. Qual é a questão? De novo, eu me sinto incapaz, eu sinto que aquilo não foi suficiente, sabe? Entende? Mas agora ouvindo você falando esse trecho do planejamento, me fez pensar que eu até me esforço pra fazer isso, sabe? Mas eu coloco em detrimento, por exemplo, de área, volume, esses assuntos mais assim, esses assuntos curriculares mais, qual que é a palavra? Mais tradicionais, vamos dizer assim, da geometria euclidiana mesmo assim, mas eu tenho total convicção que eles estão totalmente relacionados. O que eu aprendi lá está totalmente relacionado com o que está escrito no planejamento. Talvez eu não faça, mas eles estão relacionados.

Aline

Eu vou fazer a quinta pergunta, mas de certa forma você já acabou respondendo ela, tá? Só se você quiser complementar. Em alguma aula ministrada por você, você já se deparou com alguns conceitos estudados em geometrias não euclidianas?

Professor 2

Sim, sim, já. Eu posso te dar três exemplos, tá? Vou tentar te dar três exemplos. Mas, de novo, eu quero deixar claro que eu não vou para o rigor matemático nessas partes. Então, eles ficam como reflexões, no geral ficam como reflexões. Não é como se eu me envergonhasse, tá, Aline? Não é o caso. Mas eu sei que o ideal seria que eu tivesse um rigor maior, mas eu não consigo. Primeiro exemplo, esse do tecido. Então, quando a gente faz o tecido, aí tem a dobra do espaço, quando eu mostro para eles eu falo, qual que é a menor distância de dois pontos?

Depois de muita conversa e muita reflexão, eles chegam ao fato de que vai ser uma curva ali, né? Uma curva do tecido. Uma linha curva, não uma reta, de fato, como a gente está acostumado na geometria euclidiana. Esse é o primeiro. Segundo, é uma discussão que eu trago sempre para eles, que é trazer uma bolinha assim e falar para eles desenharem um triângulo na bolinha. Para poder discutir justamente que o triângulo é um objeto com três ângulos, ok? Então, na bola, aquilo continua sendo um triângulo. Eu estou sendo bem a grosso modo, tá? Mas continua sendo um triângulo, entretanto, não é plano mais. Agora ele está em três dimensões. Veja, eu de novo não faço, eu não tenho rigor matemático nisso. Isso é só para reflexão no final. E a terceira coisa que você me perguntou agora, que me fez lembrar, é a atividade do brócolis. É uma atividade que eu faço quando eles discutem com o professor, porque tipo dois ao quadrado é quatro e por aí vai, sabe? Essa coisa assim da exponencial e tudo mais. Eu trago o brócolis como se ele fosse um fractal, sabe? Então eu mostro para eles o que acontece, né? Aquela coisa de... Cada galinho dá dois galinhos, aí saem outros galinhos e por aí vai, sabe? Mas de novo, sem rigor matemático, sem de fato ir para a álgebra, o que agora, quase numa sessão de psicanálise com você, eu percebo que tem muito a ver com... Que tem muito a ver com como foi ensinado para mim, porque não tinha muito rigor na época. Lembra que eu te disse logo no começo da nossa conversa? E agora eu estou parando para pensar o que eu nunca tinha parado para pensar, que eu também deixo rigor matemático em detrimento. É interessante, mas isso acontece. Mas essas são três coisas que acontecem. Então assim, às vezes acontece Aline, mas de novo, sem muito rigor.

Aline

Perfeito.

Aline

E na sua opinião, Professor, qual foi o papel dessa disciplina, na sua formação inicial?

Professor 2

Ai, pergunta difícil. Qual foi o papel dessa disciplina? Olha, se eu fosse responder assim, no tapa, se eu fosse responder no tapa, seria o desenvolvimento de uma habilidade de ver as coisas de uma outra maneira. Essa foi uma disciplina que me fez muito isso, sabe? Eu nunca tinha parado para pensar, por exemplo, que uma reta poderia não ser uma reta, se a gente analisasse sobre uma esfera. Então isso era uma coisa que eu achava muito legal. Então ser capaz de ver por outro prisma uma coisa que para mim já estava cristalizada, eu acho que esse foi um ponto importante.

Professor 2

Mas para mim, em particular, quando eu fiz o meu TCC, o meu TCC foi sobre o Teorema do Ponto Fixo de Banach na época, que não tem nada a ver, sabe? Com geometrias não euclidianas. Mas foi muito fascinante as geometrias não euclidianas para mim, porque nós falamos sobre translação, sobre esses movimentos, e aquilo foi muito bonito. Então na minha formação, foi muito importante essa etapa do entendimento sobre translação, como se funciona a translação como uma função mesmo que descreve esse movimento. Então nesse sentido Aline.

Aline

Ok, entendi.

Aline

Tá quase acabando, só falta um pouquinho.

Professor 2

Não, tem que ter um pouquinho, tem que ter um tempo todo.

Aline

Tá, e você considera que essa disciplina, professor, ela impacta nas suas práticas de sala de aula?

Professor 2

Aí, eu considero. Mas é porque eu tenho uma fascinação. Posso falar o que eu quiser, né?

Aline

Pode, fica à vontade.

Professor 2

Eu tenho uma fascinação. Eu particularmente gosto muito do professor que deu essa disciplina, e eu gosto da metodologia dele. Então essa disciplina, para mim, talvez muito por ele também, mas pela disciplina, me fez ver a geometria de uma maneira diferente. Não por ela ser não euclidiana, ou por ela ser euclidiana, mas por ver a geometria de uma maneira diferente, encarar ela como o estudo do espaço que a gente vive mesmo, sabe? A geometria, e é claro, nesse caso vai ser euclidiana, mas eu não parava para pensar nessas coisas, sabe? Eu acho que a graduação, ela tem muito, e é uma crítica, não a graduação, mas os estudos de geometria na universidade, eles de novo tem esse peso da álgebra, o que também acontece na disciplina de geometrias não euclidianas, mas nesse caso específico, a gente consegue viajar. Quando o professor chegava com alguma coisa não euclidiana, com algum elemento da geometria não euclidiana, e colocava para a gente, eu ficava fascinado, pelo que me recordo, né? Mas eu fiquei fascinado, Aline, porque era uma maneira diferente de ver as coisas, então para mim fez muita diferença. Eu, pelo menos, vejo dessa maneira.

Aline

Então agora é a última, tá? Você considera que a disciplina de geometrias não euclidianas, ela deveria ser obrigatória para o curso de licenciatura em matemática? Sim ou não e por que?

Professor 2

Polêmica. Calma, eu tenho que pensar para não responder bobagem, Aline. Você pode repetir a pergunta, por gentileza?

Aline

Posso.

Aline

Você considera que a disciplina de geometrias não euclidianas deveria ser obrigatória para o curso de licenciatura em matemática? E por que?

Professor 2

Ok.

Professor 2

Ok.

Professor 2

Eu vou tentar responder da melhor maneira que eu conseguir, tá? Eu espero que fique claro. Ai meu Deus do céu, essa pergunta é muito boa.

Professor 2

Nossa, Aline do céu. É porque eu tenho total convicção do que eu penso sobre isso, mas eu estou meio em cima do muro ainda, sabe. Mas tá, eu vou dar a minha resposta, tá? Eu acredito que ela tem que ser obrigatória, sim. Entretanto com alterações no planejamento. Por quê? Porque quando eu coloco em paralelo outras disciplinas, por exemplo, cálculo 3, quando eu coloco, por exemplo, análise no RN, para mim, geometrias não euclidianas faz muito mais sentido. Por quê? Primeiro porque tá no planejamento escolar, né? Da educação básica. Diferente de análise no Rn, diferente da análise na reta, mas ela tá no planejamento. Esse é o primeiro ponto. E o segundo ponto porque eu tenho a sensação que o professor, ele tem que passar por esse processo, ele tem que experimentar isso que normalmente foge dele numa primeira fase de ensino. Então, quando ele entra na universidade, ele vai ter lá geometria analítica, muito importante, ele vai ter a geometria euclidiana das mil maneiras possíveis lá, na geometria dinâmica e por aí vai, mas ele precisa compreender que nem tudo no mundo é geometria euclidiana. Então, eu acho fundamental sim, ainda mais quando eu coloco em comparação com outras disciplinas que eu considero menos importantes para o currículo do professor, né? Para o arcabouço teórico do professor de matemática.

Aline

Mais alguma coisa que você gostaria de falar sobre a disciplina?

Professor 2

Não, só que eu gostei muito de lembrar disso, sabe?

Professor 2

Porque eu não lembrava e agora você trouxe lá, você resgatou da minha memória esse momento, pra mim foi muito legal, sabe? Como eu disse, é isso. Mas é só isso e obrigado pelo convite.

Aline

Obrigada eu, né? Obrigada por disponibilizar seu tempo, por se dedicar a responder, colaborar com nossa pesquisa. Ficamos muito felizes e assim que transcrevemos, a gente envia pra você, pra você dar uma olhada, ver se você quer mudar alguma coisa, se você discorda, aí a gente altera pra você, tá bom? Eu vou parar a gravação então.

Professor 2

Ok.

ANEXO 4 - TRANSCRIÇÃO DA TERCEIRA ENTREVISTA

Entrevistado: Professor 3 - P3.

Local da Entrevista: Plataforma on-line (*Microsoft Teams*).

Material Gravado: Um vídeo cuja duração é de 22 min e 54 s.

Entrevistador: Aline de Fátima Cagorni.

Data da entrevista: 01/11/2022, período da noite.

Aline

Não sei se apareceu para você.

Professor 3

Sim, está gravando.

Aline

Então beleza.

Professor 3

Está me escutando direitinho?

Aline

Estou sim. Primeiramente, muito obrigada por ter aceitado. Lembrando, professor, você foi convidado para fazer parte da nossa pesquisa porque você foi aluno da Universidade Federal do Paraná. Você foi formado no currículo anterior, de 2018, né? Então você cursou a disciplina de Geometrias Euclidianas e Não Euclidianas, isso?

Professor 3

Isso.

Aline

Você é professor atuante da Educação Básica?

Professor 3

Sim.

Aline

Então professor, você atendeu os critérios da nossa pesquisa e foi convidado. Relembrando que se você tiver algum sentimento desconfortável, quiser interromper, pular alguma questão, pode se sentir bem à vontade, tá? A pesquisa é anônima, a entrevista, o seu nome será

ocultado, então em nenhum momento seu nome vai aparecer. Assim que eu transcrever a pesquisa, eu vou enviar por e-mail. Se você quiser fazer alguma alteração no texto, você vai poder alterar e a gente só vai analisar depois da sua autorização. Certo?

Professor 3

Certo.

Aline

Professor, antes de começar a entrevista, eu vou compartilhar minha tela com você e vou colocar um jogo da memória, tá? Não sei se você lembra. É um jogo da memória sobre Geometrias Euclidianas e Não Euclidianas. Então deixa eu só achar aqui. E esse jogo é baseado no currículo de 2018. Você está conseguindo ver minha tela?

Professor 3

Tô.

Aline

Tá.

Professor 3

Tô vendo uma tela de um aplicativo, não sei qual aplicativo é. O aplicativo. É o aplicativo, acho que é do...Do Teams, né? É do *Teams*.

Aline

Deixa eu só parar. Vê se aparece algum jogo pra você.

Professor 3

Sim, apareceu.

Aline

Ah, então beleza. Então, esse jogo, professor, é sobre o que estava na ementa na época que você cursou a disciplina. Então, tem alguns conteúdos que estavam na ementa e a gente elaborou um jogo da memória, tá?

Professor 3

Pra ver se eu lembro?

Aline

É só pra você recapitular. Pode ser?

Professor 3

Tá, pode ser. Pode abrir qualquer uma.

Aline

Essa? Pode ser?

Professor 3

Pode ser. Tá. Aí pode abrir a de baixo mesmo.

Aline

Essa?

Professor 3

Isso. Tá, tudo bem. Agora vamos lá. Vamos do lado aí, pro lado esquerdo, para abrir qualquer um aí. Aí, pode fechar.

Professor 3

Ah, agora vamos abrir o outro ali embaixo, pode ser. Tá, pode abrir..É, pode abrir essa. Que você tá com a flechinha em cima aí.

Professor 3

Ah, agora abre a da pro lado direito. Essa aí.

Professor 3

Não fez, par? Ah, fez, né?

Aline

Aham.

Professor 3

Pode abrir essa aí que você tá com a flechinha em cima. Ah, é a... Eu já vi essa, eu acho, se eu não me engano.

Professor 3

É a dessa fileira mesmo?

Aline

Essa aqui?

Professor 3

É, essa primeira figurinha aí, essa aí. Não deu certo, ah, então tá bom.

Professor 3

Então, abre...Pode abrir a última dessa primeira fileira.

Professor 3

Não abriu ainda.

Professor 3

Aí, tudo bem, pode abrir a debaixo dessa aí. E aí, abre a da segunda fileira, essa aí mesmo.

Professor 3

Isométrica. Eu não sei, vale abrir a de baixo do fractal, hein, mesmo.

Professor 3

Geometria hiperbólica, hiperbólica. O que é essa hiperbólica? Abre a primeira, a primeira quadradinho da primeira fileira.

Aline

Esse?

Professor 3

É, esse.

Professor 3

E aí, abre a de baixo do fractal.

Professor 3

Aí, abre do lado aí da geometria hiperbólica. Ah, essa aí eu já tinha aberto. Tá, pode abrir uma da última fileira lá.

Aline

Qual?

Professor 3

Pode ser essa, pode ser essa.

Professor 3

Ih, não consegui ver, porque tá com um negocinho, a barrinha aqui em cima aqui. Postulado das paralelas, ah tá.

Professor 3

Pode deixar, se não consegue deixar ele mais pra baixo que eu consigo enxergar melhor, se não não consigo. É isso, deixa assim. Aí, pode abrir a do lado dessa. Tá, agora abre a da, ainda na última fileira, a próxima na sequência.

Professor 3

Isso. Aí, então essa é da esfera, então é da segunda fileira, a primeira da direita pra esquerda.

Professor 3

Isso, essa. Aí, pode abrir a última lá da última fileira que eu não abri ainda, eu sei mesmo.

Professor 3

Geometria projetiva provavelmente é aquela que tá entre, na segunda fileira, tá entre geometria hiperbólica e geometria esférica. Aí, agora as outras eu não lembro mais, eu tô ruim, de memória. Ah, Geometria euclidiana ali primeiro.

Aline

Aquela que era o livrinho. Ah, eu não lembro mais, eu não lembro mais. Aquela que era o livrinho da... Ah, eu não lembro qual, abre aquela ali, Aline, pra mim, que tá embaixo da, essa aí, essa aí.

Aline

Essa ou essa?

Professor 3

Essa. Isso, aí. Pode abrir a primeira da última fileira lá, que eu nem lembro o que é, mas não era isso que eu queria. Tá. Então, agora abre da última fileira a segunda figurinha.

Professor 3

Isso. Aí, agora a gente vai abrir a segunda, que é a primeira da direita. Isso.

Professor 3

Geometria projetiva, deve ser, abre a do lado dessa última fileira.

Aline

Essa?

Professor 3

É.

Professor 3

Ah, não é, qual que era a geometria, projetiva, já foi. Ixi. Agora eu não lembro, geometria. Abre uma dessa, abre a segunda, figurinha da segunda fileira pra mim, por favor.

Professor 3

Perspectiva isométrica.

Aline

Essa?

Professor 3

A da segunda, a de segunda, é a da segunda, que é a segunda. Perspectiva isométrica. Então, a da última fileira lá, a segunda figurinha.

Aline

Essa, né?

Professor 3

É. Eu tô indo no chute agora, porque eu acertei. Agora, eu esqueci de novo aquela que estava embaixo ali.

Aline

Essa?

Professor 3

Não, essa aí eu acho que eu lembro, essa é...

Professor 3

Ou não lembro, esqueci mesmo, essa acho que eu lembro.

Professor 3

Vai a da segunda fileira lá que eu esqueci qual que é, essa aí. Ah, é, reflexão.

Professor 3

Ué. É que eu estou ruim de memória, mas vai lá, pode clicar na primeira linha lá.

Professor 3

É a outra lá, na primeira linha lá. Isso, isso.

Professor 3

Euclidiano... Deu certo?

Professor 3

Fez?

Professor 3

Ué, tá bom, obrigado.

Professor 3

Então, agora as duas últimas. Ah, tá, beleza.

Aline

Beleza? Então, tá, eu só vou parar de compartilhar aqui. A intenção professor, era só pra você lembrar mesmo o que que estava na ementa na época que você... Que você estava estudando, tá bom?

Aline

Parou de compartilhar?

Professor 3

Parou.

Aline

Tá, então é o seguinte, professor, então a gente vai começar a entrevista, tá?

Professor 3

Tá.

Aline

Então, eu vou começar fazendo a primeira pergunta, mas não é bem uma pergunta? É só pra você me contar um pouco, professor, sobre suas lembranças das vezes que você estava cursando a disciplina de geometrias euclidianas e não euclidianas. Quais são as suas lembranças, as recordações, as percepções que você tem em relação àquela disciplina quando você estava cursando ela?

Professor 3

Então, eu fiz a disciplina com o professor XXXXX¹³, o XXXX, saudades dele, aliás. Aí, eu lembro que de começo a gente estava estudando alguns teoremas, algumas coisas sobre a geometria plana euclidiana. E daí a gente começou a estudar sobre as translações, reflexões, enfim. E daí depois eu não lembro qual que a gente fez direito, só sei que ele separou por temas e a gente tinha que fazer associações entre geometria euclidiana plana com alguma geometria não euclidiana. Daí eu não lembro como foram organizadas as pesquisas. Eu lembro que aquela que eu fiz por causa do que eu abri agora, o trabalho que tenho salvo aqui no meu computador, o trabalho que eu fiz foi os pontos notáveis de um triângulo na geometria esférica. Então, eu fiz a associação desses pontos notáveis da geometria euclidiana para a geometria esférica. Então, eu estava olhando aqui o trabalho e comecei bem pontualmente estudando o que é reta, o que é semirreta, o que é ângulo, o que é segmento de reta na geometria esférica para conseguir postular todas as observações que eu queria. Daí, nisso, o professor orientava a gente mais individualmente nessa questão do trabalho e, por fim, não teve apresentação do trabalho, então acabei não verifiquei o que os outros alunos fizeram.

Aline

E qual que era a sensação, as suas sensações em relação, quanto estudante, em relação à disciplina? Quando você estava lá assistindo aula, o que você sentia em relação à disciplina?

Professor 3

Para mim, estava ok. Eu me sentia até confortável assistindo, porque imagino que é isso que você deve estar querendo verificar, se a gente estava confortável fazendo o estudo, porque geralmente tem algumas que a gente fica um pouco desconfortável pela dificuldade da compreensão. Eu me sentia bem confortável, tanto é que muitas vezes o professor chegava, ele deixava o tema proposto e a gente tinha que... Teve uma vez até que ele ficou bravo que ninguém perguntou nada para ele durante a aula. Mas eu não perguntei nada porque para mim estava tudo ok, eu estava fazendo as tarefas, estava conseguindo desenvolver o meu trabalho e daí quando eu precisava de alguma ajuda eu procurava ele individualmente. E a gente tinha também o grupo de estudos lá, entre os colegas, a gente estava conseguindo se adaptar bem na disciplina, mas eu lembro que ele ficou bravo por causa que a gente tinha feito uma prova lá, tinha muita gente cheia de mal. Daí ele perguntou a gente desse jeito, que ele estava lá disposto a atender a gente, mas se ninguém tivesse nada para perguntar, então ele não teria como atender a gente. Mas eu, respondendo a sua pergunta de novo, para mim estava ok, confortável com o desenvolvimento da matéria, estava entendendo tudo ok.

Aline

Entendi. E o que você achava da ementa da disciplina, professor? O que você achou? Se você pudesse, você mudaria a ementa da disciplina?

¹³ Nome do professor ocultado.

Professor 3

Não, achei ok, com o que é esperado do nome da disciplina, geometrias euclidianas e não euclidianas, para mim ok, está ótimo.

Aline

E você consegue visualizar alguns conceitos da ementa da disciplina nos currículos da educação básica?

Professor 3

Então, no currículo da educação básica, pelo que estudei sim, porque eu verifico que têm os conteúdos lá de geometria não euclidiana no ensino básico, mas de forma diferente com o que a gente desenvolveu lá no curso. Mas enfim, como qualquer outra disciplina do curso de matemática, a gente vê num nível bem mais aprofundado, daí quando a gente vai apresentar no ensino básico, a gente tem o domínio pleno e consegue converter a linguagem para os estudantes. Mas eu ainda não tive a oportunidade de ter turma com esse conteúdo no currículo, então, que é mais para o ensino médio e geralmente quando eu peguei o ensino médio até então, desde que eu terminei essa disciplina, eu não cheguei a propor esses conteúdos aos meus alunos. Não cheguei a pegar a série exata que pegava isso, se eu não me engano, acho que isso vai mais para o terceiro ano do ensino médio, se eu não me engano.

Aline

Vou ler um dos objetivos que está no referencial curricular do Paraná, que trata sobre o ensino da geometrias não euclidianas para o nono ano do ensino fundamental. E na sequência, eu gostaria que você me dissesse se você consegue relacionar, enxergar de alguma forma esses objetivos, se você consegue relacionar o que está nessa referencial com o que você estudou na disciplina, certo? Eu vou ler para você, é o EF-09MA-17 do referencial curricular do Paraná.

“Reconhecer e compreender vistas ortogonais de figuras espaciais e aplicar esse conhecimento para desenhar objetos em perspectiva. Compreender os conceitos básicos de geometria projetiva, identificar formas fractais e características de auto similaridade e complexidade infinita.”

Então, esse é o que se espera de aprendizagem para um aluno de nono ano do ensino fundamental de acordo com o referencial curricular do Paraná. Então, eu gostaria que você me dissesse se você consegue enxergar alguma relação entre o que você estudou na disciplina e esses objetivos que o referencial curricular propõe?

Professor 3

Nesse caso específico, acho que não, por causa que não me lembro especificamente de eu ter feito sobre perspectiva nessa disciplina. Na perspectiva, se eu não me engano, eu fiz em

desenho geométrico e fractais eu não vi nessa disciplina em específico, fractais eu vi em uma oficina que eu fiz no curso. Tinha algum outro assunto do conteúdo?

Aline

Fractais, perspectiva, geometria projetiva, forma e complexidade infinita.

Professor 3

Complexidade infinita? Não consigo lembrar onde se encaixaria isso.

Aline

Sem problemas Professor, está quase acabando.

Professor 3

Não, sem problemas.

Aline

Você já se deparou com alguns conceitos estudados em geometrias não euclidianas lá na sala de aula?

Professor 3

É que depende, deixa eu ver exatamente como eu vi lá não, mas como a gente acabou trabalhando com as geometrias euclidianas também, então se você for ver, por exemplo, no meu trabalho que eu entreguei para o professor, eu fiz alguns assuntos como, por exemplo, baricentro, medianas, retas, semirretas, enfim, então isso eu acabo usando no conteúdo para os meus alunos, mas aí na questão das geometrias euclidianas e não das não euclidianas, só essa parte.

Aline

Entendi, professor. E na sua opinião, qual que foi o papel da disciplina de geometrias euclidianas e não euclidianas na sua formação inicial?

Professor 3

Bom, eu não sabia que dava para se fazer geometria no plano esférico ou no plano hiperbólico, por exemplo, para mim que a geometria de teoremas e postulados só funcionava pelo que temos lá, seguindo o livro do Euclides, então eu aprendi isso aí na disciplina, também verifiquei a importância de a gente verificar que muitas das coisas que acabam acontecendo na geometria euclidiana não acontecem, por exemplo, uma geometria esférica que a gente acaba usando bastante, no caso que a gente está vivendo num planeta que tem uma geometria que se assemelha com uma esfera, então a gente acaba geralmente muitas vezes projetando, por causa que a gente pega uma parte pequena do globo e acaba fazendo com que se pareça com uma geometria euclidiana, mas na verdade quando a gente estuda,

quando a gente vai fazer uma aplicação para alguma maior, daí os teoremas da geometria esférica funcionam melhor, então acho que é isso aí para mim o mais importante.

Aline

E você considera que essa disciplina impacta em suas práticas de sala de aula?

Professor 3

Creio que sim, com certeza.

Mas é em poucas, não é em todo momento, em alguma coisa assim, no geral não.

Aline

Tá entendi. É a última pergunta, tá?

Aline

Você acha que essa disciplina de Geometrias não euclidianas deveria ser obrigatória para o curso de licenciatura em Matemática? Sim ou não e por que?

Professor 3

Tá, eu creio que sim, eu creio que sim. É porque a gente, acho que faz parte de a gente entender que a geometria euclidiana se desenvolveu lá faz muitos, muitos anos, então com isso a gente se desenvolveu bastante e existem agora muitas outras geometrias e que faz sentido no curso de licenciatura. O que vai formar um professor, ele tem que estar ciente de todas essas outras geometrias que existem, pelo menos o básico de como funciona, tá certo, não precisa ficar provando um monte de teorema lá, mas que ter uma noção básica de como funciona, acho que é extremamente importante.

Aline

Tem mais alguma coisa que você gostaria de argumentar ou falar professor?

Professor 3

Não, por mim. Professor 3 Tá tudo bem.

Aline

Então tá, eu vou parar a gravação, tá bom, professor?

Professor 3

Tá tudo bem.

ANEXO 5 - EMENTA DA DISCIPLINA DE GEOMETRIAS EUCLIDIANAS E NÃO EUCLIDIANAS



MINISTÉRIO DA
EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE
FEDERAL DO
PARANÁ SETOR DE
CIÊNCIAS EXATAS
DEPARTAMENTO DE
MATEMÁTICA



CM128 - GEOMETRIAS EUCLIDIANAS E NÃO EUCLIDIANAS

Pré-requisitos	Aulas Semanais	Natureza	Créditos	Aulas Anuais
Não tem	04	Semestral	04	60

Ementa: (Aprovada conf. Resol. nº 91/92-CEP, de 27/11/92).

Programa:

1. **O Plano Euclidiano:** Reflexões, Translações, Rotações, Reflexões deslizantes. Estrutura do grupo de isometrias da Geometria Euclidiana.
2. **Geometria Afim:** Transformações Afins, o grupo afim. Dilatação e semelhanças. Raios e ângulos, centróide. Coordenadas Baricêntricas. Baricentro. Congruência de ângulos e triângulos. Grupos cíclico e diedral, órbitas e estabilizadores, Polígonos Regulares, Semelhança de polígonos regulares.
3. **Geometria Esférica:** Distância na geometria esférica, retas na geometria esférica, Isometrias na Geometria Esférica. Trigonometria esférica, Teoremas de Congruência. Grupos da Geometria esférica.
4. **Geometria Projetiva:** Coordenadas Homogêneas, Teorema de Pappus e Teorema de Desargues. Grupos da Geometria Esférica.
5. **Geometria Hiperbólica:** Distância na geometria hiperbólica, retas da geometria hiperbólica. Isometrias. Reflexões, Translações, Classificação das isometrias.

Bibliografia básica

1. Euclidean and Non-Euclidean Geometry: An Analytic Approach, Patrick Ryan. Cambridge University Press. 1986.
2. Geometry - Michèle Audin. Springer Verlag-2002.
3. Fundamentos de Computação Gráfica, Jonas Gomes, Luiz Velho.
4. Geometry I, Marcel Berger
5. Manipulations Elementaires de Géometrie Non-Euclidienne avec le Logiciel CABRI, Perez Mage