

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

GUILHERME DE CASTRO SANCHES

GUILHERME SUGUINOSHITA

MATHEUS PASINI FRANÇA

ANÁLISE COMPARATIVA DE MODELO MATEMÁTICO PARA CÁLCULO DE
TEMPOS DE VOLTA NO CIRCUITO DE INTERLAGOS PARA VEÍCULO DE
COMPETIÇÃO DA CATEGORIA STOCK LIGHT

CURITIBA

2023

Guilherme De Castro Sanches
Guilherme Suginoshita
Matheus Pasini França

ANÁLISE COMPARATIVA DE MODELO MATEMÁTICO PARA CÁLCULO DE
TEMPOS DE VOLTA NO CIRCUITO DE INTERLAGOS PARA VEÍCULO DE
COMPETIÇÃO DA CATEGORIA STOCK LIGHT

TCC apresentada ao curso de Pós-Graduação em Engenharia Automotiva, Setor de Tecnologia, Universidade Federal do Paraná, como requisito parcial à obtenção do título de Especialista em Engenharia Automotiva.

Orientador: Prof. Dr. Rodolfo Enrique Perdomo Freitas

CURITIBA

2023

Análise Comparativa de Modelo Matemático para Cálculo de Tempos de Volta no Circuito de Interlagos Para Veículo de Competição da Categoria Stock Light

Guilherme de Castro Sanches¹

Guilherme Suginoshita²

Matheus Pasini França³

Rodolfo Perdomo⁴

Resumo

O presente trabalho de conclusão de curso tem por objetivo avaliar um tempo de volta de um veículo no circuito de Interlagos. Em um ambiente altamente competitivo tal qual o automobilismo, é de grande valia possuir ferramentas que possam economizar tempo, recursos e esforços de uma equipe de competição para definir o *setup* do veículo, ao levá-lo à pista. Através da simulação por modelo matemático quasi-estático, cujos parâmetros de entrada são os ajustes físicos do veículo, avaliou-se a correspondência entre o resultado de tempo de volta da simulação e o resultado de tempo de volta do veículo na competição em pista. O tempo de volta simulado foi comparado com o tempo real fornecido por uma equipe competidora, em forma de telemetria. Observou-se proximidade entre os tempos de volta teórico e real, apesar de discrepâncias inerentes a um modelo matemático simplificado.

Palavras-chave: Simulação de tempo de volta, Dinâmica Veicular, Automobilismo, Stock Series.

Abstract

This final paper aims to evaluate the lap time of a vehicle on the Interlagos circuit. In a highly competitive environment such as motorsport, it is of great value to have tools that can save time, resources and efforts of a competition team to define the vehicle's setup when taking it to the track. Through simulation using a quasi-static mathematical model, whose input parameters are the physical adjustments of the vehicle, the

¹ Pós-graduando em Engenharia Automotiva pela UFPR. E-mail: guilhermesanches@ufpr.br

² Pós-graduando em Engenharia Automotiva pela UFPR. E-mail: matheuspasinifranca@ufpr.br

³ Pós-graduando em Engenharia Automotiva pela UFPR. E-mail: suguinoshita@ufpr.br

⁴ Professor da Especialização em Engenharia Automotiva da UFPR – Campus Curitiba. E-mail: rodolfo.perdomo@utp.br

correspondence between the simulation lap time result and the vehicle lap time result in the track competition was evaluated. The simulated lap time was compared with the real time provided by a competing team, in the form of telemetry. A similarity was observed between the theoretical and actual lap times, despite discrepancies inherent to a simplified mathematical model.

Keywords: Lap Time Simulation, Vehicle Dynamics, Motorsports, Stock Series.

Introdução

Cada vez mais tem-se levado em conta a estratégia durante uma corrida de velocidade para manter a competitividade das equipes de esporte a motor. Vários artifícios vêm sendo utilizados para melhor definir as estratégias a serem utilizadas, seja atuando na configuração (*set-up*) ideal do veículo, o momento correto para a troca de pneus, o reabastecimento de combustível, entre outros quesitos que podem definir o resultado de uma corrida. Neste contexto, este trabalho busca validar um modelo matemático criado para simular o tempo de volta de um veículo qualquer em um determinado circuito. A partir desta simulação, é possível avaliar diferentes estratégias, buscando o menor tempo de volta e, como consequência, aumentar as chances de vitória durante uma competição de esporte a motor.

Nesse contexto, este trabalho visa validar este modelo matemático aplicado à categoria Stock Series. Esta categoria do automobilismo brasileiro, anteriormente conhecida como Stock Light, foi criada no ano de 1993. Desde sua criação, o objetivo desta categoria é servir como entrada para a principal categoria do automobilismo nacional, a Stock Car Pro Series.

Na Stock Series, o veículo possui uma construção específica para a categoria (Figura 1). Ele é fabricado pela empresa brasileira Giaffone Racing a partir de um chassis tubular e um revestimento de bolha de fibra de vidro e resina poliéster, resultando em 1.321 kg (considerando a massa do piloto e desconsiderando a massa de combustível). Para a propulsão utiliza-se um motor naturalmente aspirado, 4 tempos, de 8 cilindros com disposição em “V”, capaz de gerar uma potência máxima de 340 HP. O câmbio utilizado é do tipo sequencial, com 7 relações de transmissão.



Figura 1 – Ilustração do veículo utilizado na Stock Series. FONTE: CBA (2022)⁵.

Todas as equipes devem seguir as especificações citadas, além de outros sistemas comunizados, como freios, suspensão, alimentação de combustível entre outros, conforme exigência do regulamento. Cabe a cada equipe, portanto, trabalhar sobre os parâmetros do veículo, para explorar o melhor *set-up* possível, dentre as restrições apresentadas.

O motivo da escolha desta categoria para este trabalho foi a oportunidade de validar o modelo matemático comparativamente a uma situação real de corrida, utilizando dados de telemetria cedidos por uma equipe competidora da Categoria. Os dados reais utilizados são referentes à etapa do Circuito de Interlagos no ano de 2022.

O uso de modelos matemáticos em categorias de esporte a motor tem sido vastamente expandido nos últimos anos. Esses modelos são utilizados para desenvolvimento dos veículos e para a definição de estratégias de corrida pelas equipes em diferentes modalidades. O uso dessa ferramenta permite a criação de simulações alterando-se parâmetros e iterando-se diferentes configurações, a fim de avaliar seus impactos no desempenho do veículo e no tempo de volta. Desta maneira, economizam-se recursos, como tempo de mão-de-obra e dinheiro no desenvolvimento e aprimoramento de um veículo de competição. Seja em um campeonato, ou em uma etapa em específico.

⁵ Anexo Técnico <https://www.cba.org.br/campeonato/downloads/296/625/2022>

Uma das ferramentas de simulação utilizadas é a simulação de tempo de volta (LTS, *Lap Time Simulation*), e há diversas estratégias para se realizar tal simulação. A abordagem mais simples e comum é apresentada por Miliken (1995)⁶ e consiste em discretizar o trajeto do veículo em uma série de segmentos de reta e curvas, assumindo cada segmento como eventos quase-estáticos. Primeiro calculam-se as velocidades máximas nas curvas, obtendo as velocidades de entrada e saída de cada curva; depois calculam-se as velocidades durante aceleração e frenagem nas retas entre as curvas. A solução de cada segmento pode ser realizada por modelos de dinâmica longitudinal e lateral descritos em Miliken (1995) e também em Gillespie (1992)⁷.

Siegler et al (2000)⁸ divide os modelos de LTS em três abordagens principais: considerando eventos estáticos, quase-estáticos e transientes. Na abordagem considerando eventos estáticos (*steady state*), os comportamentos longitudinal e lateral do veículo são tratados de forma independente – aceleração e frenagem ocorrem apenas nas retas e apenas aceleração lateral é considerada em curvas. A velocidade em cada curva é obtida considerando uma velocidade, esterçamento, raio de curva e aceleração lateral constantes (Crolla, 1991)⁹.

Na abordagem quase-estática (*quasi-steady state*), cada curva é subdividida em pequenos segmentos de raio constante, onde o raio decresce conforme se aproxima do apex. Assim como na abordagem estática, calcula-se a aceleração lateral máxima do veículo em cada segmento da curva. Utilizando os limites de aderência dos pneus (por um modelo de círculo de aderência, *friction circle*, Miliken (1995), ou pelo modelo de Pacejka e Besselink (1997)¹⁰ pode-se calcular a força longitudinal disponível para acelerar ou frear o veículo naquele segmento de curva. A abordagem

⁶ Milliken W. F., Milliken D. L., Race Car Vehicle Dynamics, Published by SAE, ISBN = 1-56091-526- 9, 1995.

⁷ Gillespie T. D., Fundamentals of Vehicle Dynamics, Published by SAE, ISBN = 1-56091-199-9, 1992.

⁸ B. Siegler, A. Deakin and D. Crolla, Lap Time Simulation: Comparison of Steady State, Quasi-Static and Transient Racing Car Cornering Strategies, SAE Technical Paper Series, no. 2000-01-3563, 2000.

⁹ Crolla D.A., An Introduction to Vehicle Dynamics, Vehicle Dynamics Group, Department of Mechanical Engineering, University of Leeds, 1991.

¹⁰ Pacejka H. B., Besselink I. J. M., Magic Formula Tyre Model with Transient Properties, Tyre models for Vehicle Dynamics Simulation, Vehicle system dynamics supplement 27 (1997) pp 234-249.

quase-estática é bastante difundida por possibilitar resultados satisfatórios de maneira rápida e possuir simples implementação quando comparado a modelos transientes (Siegler et al, 2000).

A abordagem utilizando modelos transientes considera efeitos mais complexos, adicionando efeitos dinâmicos de rolagem, guinada e inclinação do veículo ao longo do trajeto. A transferência de carga e ângulos de deriva dos pneus em curvas também são levados em conta.

Heilmeier, Geisslinger e Betz (2019) ainda citam outra divisão dos modelos LTS em dois grupos. Em um grupo estão os modelos que calculam a velocidade do veículo em um traçado pré-determinado (percurso de mínima curvatura como desenvolvido por Heilmeier et al. (2020)¹¹, por exemplo). Em outro grupo estão os modelos que calculam a velocidade do veículo e a trajetória simultaneamente, e usualmente envolvem problemas de otimização de controle com modelos transientes.

Uma revisão bibliográfica dos modelos de LTS é apresentada por Massaro, Matteo e Limebeer (2021)¹². As primeiras tentativas de prever os tempos de volta em corridas remonta à década de 1950, principalmente na Fórmula 1, com estimativas de velocidade em cada segmento dos circuitos, pontos de frenagem e de troca de marchas. Atualmente há diversos métodos para estimar-se tempos de volta em uso em categorias variadas de automobilismo ou motociclismo, desde categorias de topo como Fórmula 1 ou Le Mans até categorias de entrada. Nota-se ainda que houve um progresso significativo dos modelos matemáticos, não apenas pelo avanço dos computadores, mas principalmente pelo uso extensivo da aquisição de dados, seja *offline* ou em tempo real, para verificar e aperfeiçoar as simulações continuamente.

O objetivo deste trabalho é validar o modelo matemático quando comparado com uma volta física do veículo de competição Stock Series no Circuito de Interlagos. Serão comparados os tempos obtidos a partir dos dois meios (modelo matemático e volta real), para um mesmo *set-up* de veículo. Após esta análise será possível

¹¹ A . Heilmeier, A. Wischnewski, L. Hermansdorfer, J. Betz, M. Lienkamp and B. Lohmann, „Minimum curvature trajectory planning and control for an autonomous race car“, *Vehicle System Dynamics*, vol. 58, no. 10, pp. 1497–1527, 2020, DOI: 10.1080/00423114.2019. 1631455.

¹² Massaro, Matteo & Limebeer, D.. (2021). Minimum-lap-time optimisation and simulation. *Vehicle System Dynamics*. 59. 1-45. 10.1080/00423114.2021.1910718.

comprovar a validade do modelo matemático e sua utilização na definição de estratégias de *set-up*, visando a otimização do tempo de volta real.

Metodologia

O motivo da escolha do Circuito de Interlagos para esta análise comparativa se dá pela possibilidade de realizar esse estudo sobre um veículo de corrida da Categoria Stock Series na prática, utilizando dados de telemetria de uma etapa do campeonato de 2022. A Figura 2 mostra o veículo de referência utilizado.



Figura 2 – Veículo de referência utilizado para coleta de dados e comparação posterior com o modelo matemático. FONTE: Oeste 360 (2022)¹³.

Serão comparados os tempos obtidos a partir dos dois meios (modelo matemático e volta real) e, após esta análise, será possível comprovar a validade do modelo matemático e sua utilização na definição de estratégias de *set-up*, visando a otimização do tempo de volta real.

Simulação de Tempo de Volta

Foi utilizado neste trabalho o modelo de simulação de tempo de volta (LTS, *Lap Time Simulation*) desenvolvido e disponibilizado por Heilmeyer, Geisslinger e Betz

¹³ <https://www.oeste360.com/noticia/34202/arthur-leist-vence-corrída-1-da-stock-series-no-rio>

(2019)¹⁴. O modelo foi elaborado com o objetivo de dar suporte à simulação de corridas, tendo foco em execução rápida e fácil adaptação a diferentes categorias de competição. É possível considerar tração integral ou apenas em um dos eixos, motor a combustão, elétrico ou híbrido, e até o uso de DRS (*Drag Reduction System*). O modelo pode ser dividido em três partes: o modelo de pista (ou traçado), o modelo do veículo e a solução do mínimo tempo de volta.

Para a primeira parte, é necessário informar ao modelo o mapa da pista, o que pode ser feito a partir de coordenadas de GPS da linha de centro do circuito e a largura da pista em cada ponto. O traçado da pista é obtido utilizando um algoritmo de otimização, buscando o caminho de curvatura mínima – sob a hipótese de que as menores curvaturas permitem maiores velocidades em curva, dados os limites de aceleração lateral do veículo. Ressalta-se que o modelo desconsidera acíves ou declives, inclinação (*banking*) ou desvios que ocasionem variação no *grip* entre o veículo e a pista. A Figura 3 mostra o traçado utilizado neste trabalho.

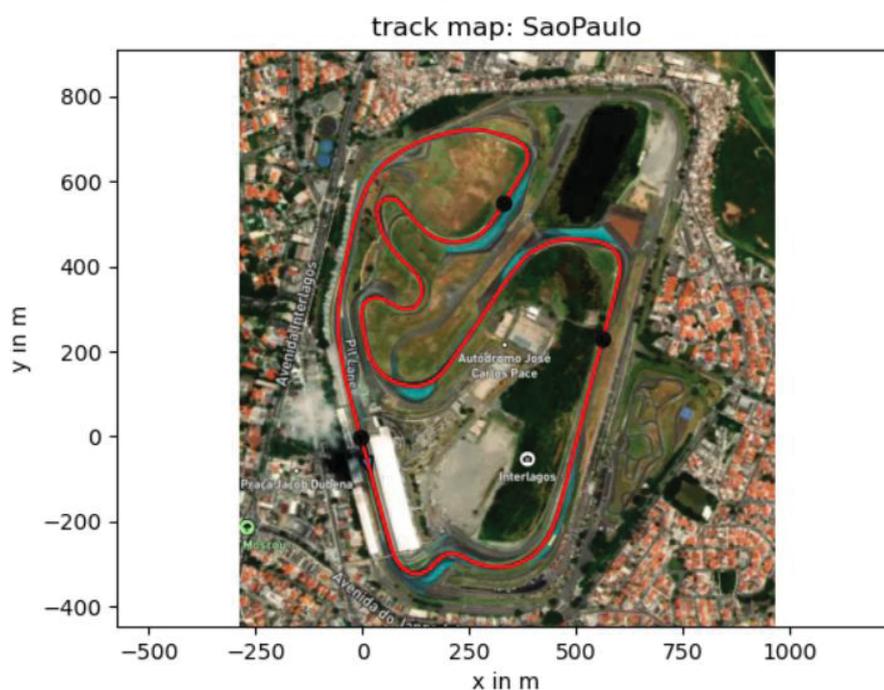


Figura 3 – Traçado de Interlagos, São Paulo, obtido pelo modelo LTS. Os pontos pretos representam o início da volta e as divisões entre os setores para tomadas de tempo parcial. FONTE: Os autores (2023).

¹⁴ Alexander Heilmeyer, Maximilian Geißlinger, and Johannes Betz, A Quasi-Steady-State Lap Time Simulation for Electrified Race Cars, 2019 Fourteenth International Conference on Ecological Vehicles and Renewable Energies (EVER), 2019.

Para a segunda parte são necessários diversos parâmetros do veículo. O modelo se baseia num modelo de dois graus de liberdade quase-estático (modelo 2DOF ou *two-track model*). A primeira etapa do algoritmo é calcular as forças transmissíveis por cada pneu. Os pneus são modelados de modo a considerar a variação da capacidade de transmissão de força de acordo com a carga vertical sobre cada pneu. As cargas verticais em cada pneu são obtidas através de um modelo 2DOF, considerando as transferências de carga devido às acelerações longitudinais e laterais e devido à carga aerodinâmica. Os parâmetros estimados para o modelo dos pneus estão na Tabela 1.

No modelo de Heilmeier, Geisslinger e Betz (2019) a curva de potência do motor é genérica, visando o ajuste a diferentes potências de forma simplificada. Neste trabalho, foi utilizada uma curva de potência característica da Stock Series, conforme a Figura 4. Os valores extraídos de ensaio em dinamômetro foram tabelados e o modelo LTS interpola os valores de potência diretamente destes dados.

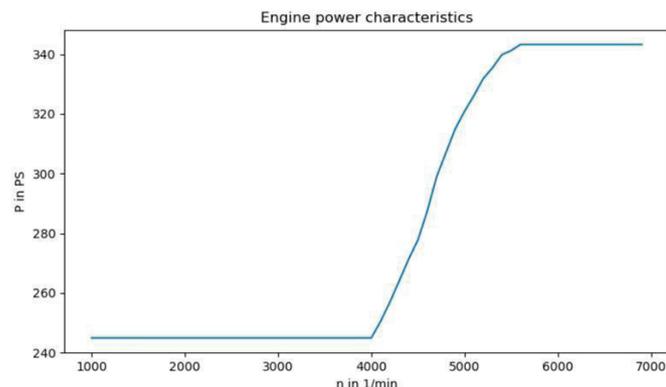


Figura 4 – Curva de potência do motor de Stock Series adotado no modelo LTS. FONTE: Os autores (2023).

A Tabela 1 mostra os parâmetros do veículo adotados neste trabalho. A altura do centro de gravidade foi estimada. Os parâmetros aerodinâmicos e de pneus foram estimados realizando a correlação com dados de telemetria de etapas anteriores, observando-se a velocidade no *apex* de cada curva e velocidade atingida na reta subsequente. O consumo de combustível foi estimado com base no consumo em etapas anteriores. A densidade do ar foi estimada com base na altitude e temperatura média registradas no período da aquisição dos dados na etapa de qualificação.

Tabela 1 - Parâmetros do veículo adotados neste trabalho.

Seção	Descrição	Valor
Dimensões gerais e aerodinâmica	Tipo de motor	Combustão
	Distância do CG ao eixo dianteiro	1,367 m
	Distância d CG ao eixo traseiro	1,432 m
	Altura do CG em relação ao solo	0,45 m
	Bitola dianteira	1,878 m
	Bitola traseira	1,904 m
	Massa (incluindo piloto, excluindo combustível)	1355 kg
	Coefficiente de resistência a rolagem	0,04
	Área frontal	2,2 m ²
	Coefficiente de arrasto aerodinâmico	0,45
	Fator de downforce sobre o eixo dianteiro	0,5 m ²
	Fator de downforce sobre o eixo traseiro	0,5 m ²
	Gravidade	9,81 m/s ²
	Densidade do ar	1,100 kg/m ³
Motor e transmissão	Topologia	RWD
	Consumo	106 kg/h
	Eficiência mecânica	0,95
Pneus	Circunferência de referência (carregado)	2099 mm
	Carga nominal	3300 N
	Coefficiente de atrito longitudinal na carga nominal	1,3
	Coefficiente de atrito lateral na carga nominal	1,5
	Redução da força longitudinal transmissível com o aumento da carga vertical	-5x10 ⁻⁵
	Redução da força lateral transmissível com o aumento da carga vertical	-5x10 ⁻⁵
	Expoente de ajuste	2

FONTE: Os autores (2023).

Os parâmetros do sistema de transmissão foram obtidos do regulamento da categoria (Confederação Brasileira de Automobilismo, CBA, 2022) e são mostrados na Tabela 2. Considera-se que as trocas de marcha são realizadas a 5500 rpm.

Tabela 2 – Parâmetros do sistema de transmissão.

Marcha	Relação	Fator de massa
1	0,1337	1,16

2	0,1748	1,11
3	0,2202	1,09
4	0,2657	1,08
5	0,3059	1,08
6	0,3372	1,08
7	0,3626	1,07

FONTE: Os autores (2023).

A última parte do modelo LTS utilizado consiste no cálculo do menor tempo de volta possível para um veículo com os parâmetros fornecidos ao realizar o traçado calculado. O modelo se utiliza de um recurso que os autores denominam “*forward/backward plus*”, que obtém precisão e a agilidade superiores aos métodos “*forward/backward*” ou “*pure forward*”. Em um primeiro momento, preliminarmente se assume que todo o traçado é realizado a uma velocidade constante. Para cada ponto do traçado, estima-se uma aceleração longitudinal e calcula-se a aceleração lateral com base na curvatura. Com isso, calcula-se as forças em cada pneu, bem como as forças transmissíveis por cada pneu. Assume-se que o piloto seria capaz de manter o veículo no limite das forças transmissíveis dos pneus (sem perder tração), ao mesmo tempo que toda potência disponível pelo motor é utilizada. Caso a força transmissível seja maior que a força exercida e haja potência disponível, pode-se acelerar mais. Por outro lado, caso a força em algum dos pneus exceda a força lateral transmissível, tem-se que a velocidade estimada é excessiva, e recalcula-se a velocidade máxima possível naquele ponto do traçado. Estes cálculos são realizados para cada ponto do traçado até se chegar em um *apex*, onde tem-se que a aceleração longitudinal é nula, e o eixo motor apenas fornece força para igualar as resistências a rolagem e aerodinâmicas. A partir do *apex*, porém de forma reversa (“*backward loop*”), se calcula o potencial de frenagem (desaceleração) do veículo antes do *apex*, considerando uma distribuição de frenagem ideal nas quatro rodas, ou seja, todo o potencial dos pneus é utilizado. Em seguida, os cálculos são retomados novamente na direção do traçado, partindo do *apex* recém encontrado em direção à curva seguinte (“*forward loop*”).

Ao fim deste processo, o modelo terá o perfil de velocidades que extrai o máximo do veículo e dos pneus em cada ponto discretizado do traçado. Assim, o tempo despendido em cada segmento do traçado pode ser facilmente estimado e o somatório destes tempos será o tempo de volta.

Pode-se elencar como as hipóteses simplificadoras mais relevantes do modelo adotado: o solo é considerado uniforme em toda a pista, sendo negligenciadas oscilações de relevo e aderência; e as propriedades dos pneus são bastante simplificadas. Estas limitações impedem o estudo do comportamento dinâmico de suspensão, de variações do setup do veículo como rigidez de molas e amortecedores, geometria de suspensão e direção.

O modelo LTS é implementado em Python 3.8 e as simulações foram realizadas em um computador com processador Intel i7 3.4 GHz, 16GB RAM. O traçado de Interlagos utilizado possui uma distância de 4267 m e foi discretizado com 855 pontos (segmentos de 5 metros em média). Nestas configurações, a simulação do tempo de volta demora cerca de 3.4 segundos para ser executada.

Análise de Resultados e Discussão

A Figura 4 mostra as curvas de velocidade longitudinal, aceleração lateral, marcha selecionada e rotação do motor ao longo de uma volta da etapa de qualificação em Interlagos. As linhas em preto representam os valores medidos em uma volta de referência e as linhas em vermelho representam os valores previstos pelo modelo LTS.

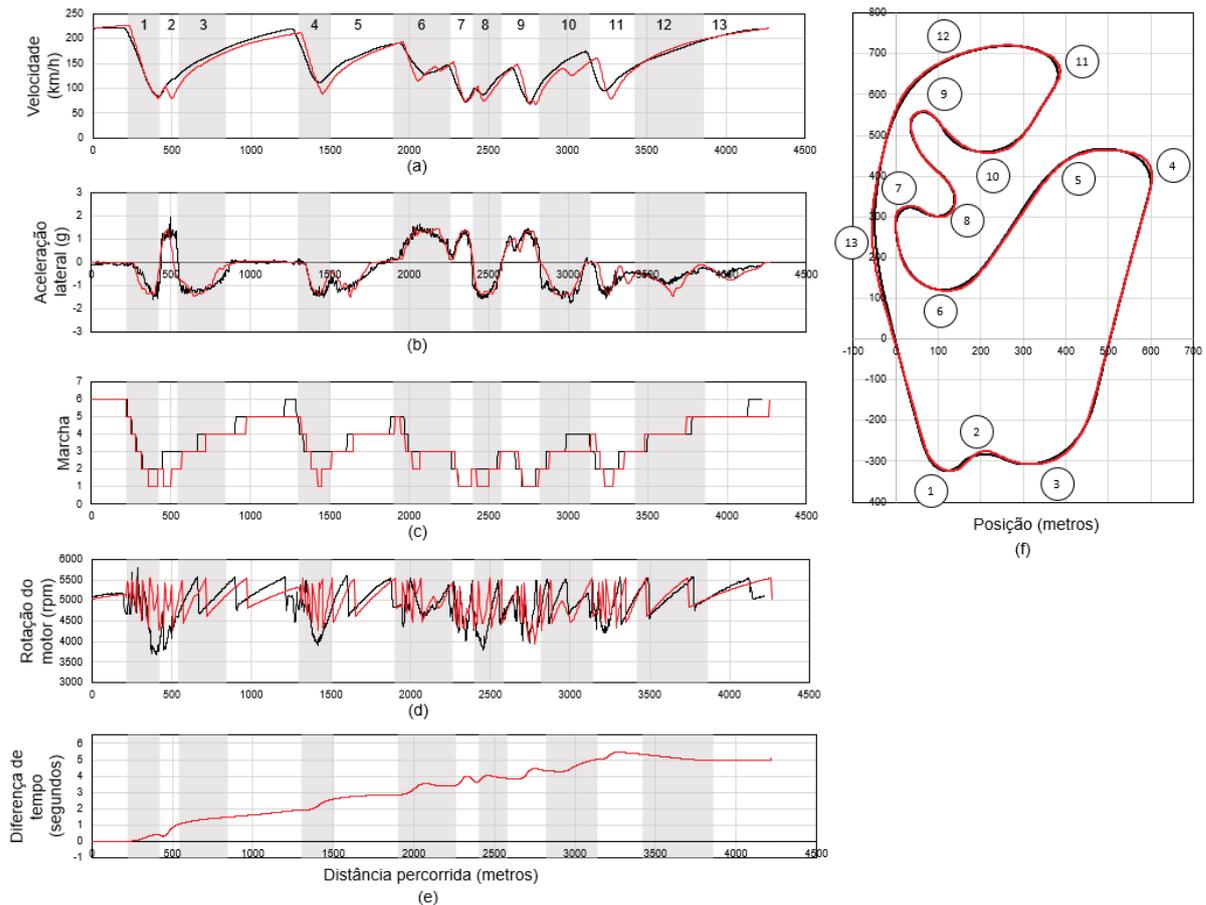


Figura 4 – Valores de (a) velocidade longitudinal, (b) aceleração lateral, (c) marcha selecionada, (d) rotação do motor, (e) diferença de tempo acumulada e (f) traçados da volta de referência (em preto) e da volta calculada pelo modelo LTS (em vermelho). FONTE: Os autores (2023).

Em geral, nota-se um comportamento coerente do modelo LTS, com boa aproximação dos resultados simulados com os medidos. No modelo LTS, a velocidade máxima de 227.36km/h é atingida no final da reta principal, mesmo local da volta de referência, na qual atingiu-se 225.30km/h – um desvio de 0.9%.

Porém, nota-se uma grande discrepância nos tempos de volta: enquanto a volta de referência obteve tempo de 103.366s, a volta simulada obteve tempo de 108.455s – uma diferença de 5.089s. No gráfico de diferença de tempo (ou “delta”, Figura 4e), pode-se verificar o modelo LTS aumenta o atraso em relação à volta de referência ao longo de todo o trajeto, especialmente nas curvas. Pode-se atribuir uma parcela destas discrepâncias à diferença de trajeto, conforme pode-se verificar na Figura 4f. Observa-se que o modelo foi conservador no cálculo do trajeto ótimo, realizando curvas com raio menor, enquanto o piloto na volta de referência foi capaz de utilizar-

se mais dos limites da pista e realizar curvas mais abertas e com maior velocidade. Cabe salientar que no modelo LTS utilizado, a trajetória é um dos dados de entrada, sendo calculado previamente assumindo um traçado de mínima curvatura. Portanto, diferentes traçados irão gerar diferenças no resultado de tempo de volta calculado – como de fato ocorre na realidade.

Tendo isto em vista, em um segundo momento, executou-se novamente o modelo LTS, desta vez utilizando como dado de entrada o mesmo trajeto mensurado na volta de referência, possibilitando uma comparação entre os resultados sem a interferência da diferença de traçado (Figura 5).

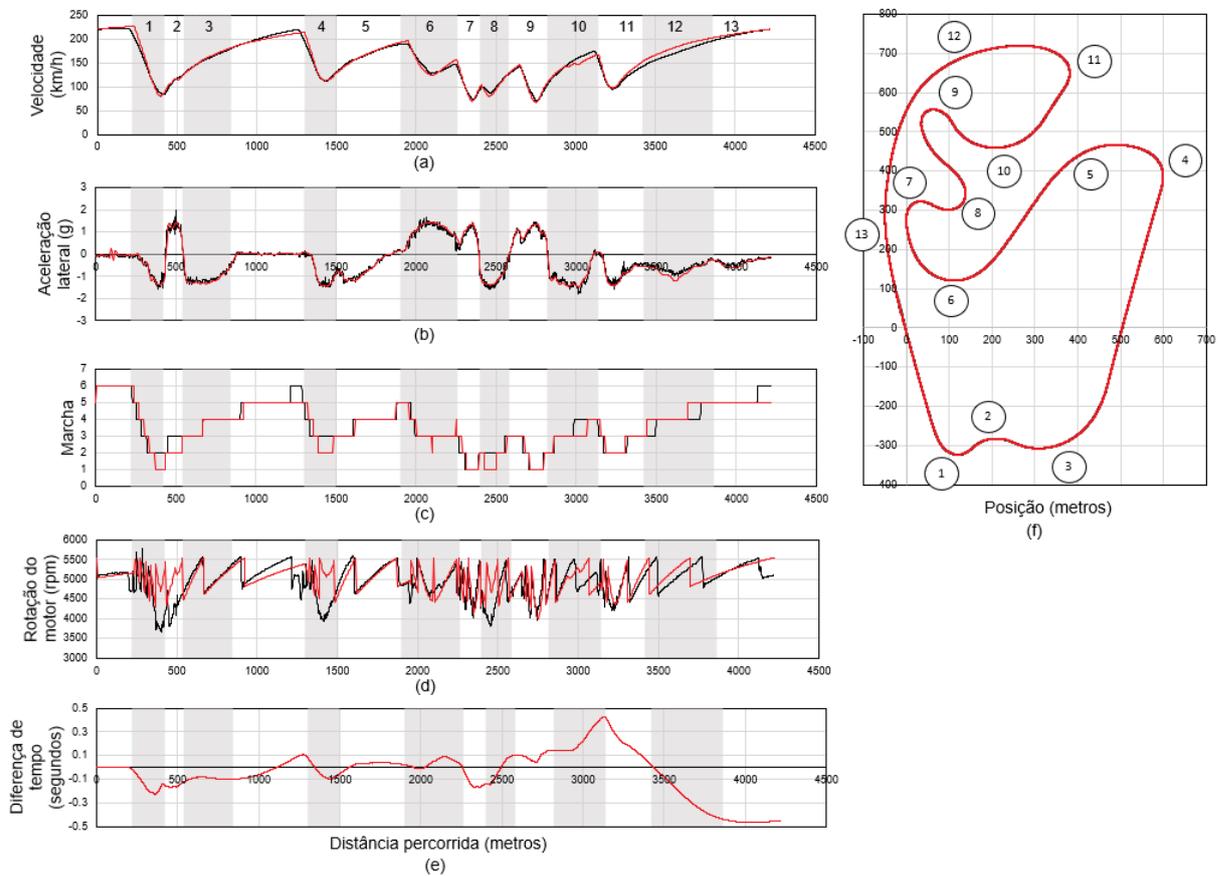


Figura 5 – Valores de (a) velocidade longitudinal, (b) aceleração lateral, (c) marcha selecionada, (d) rotação do motor, (e) diferença de tempo acumulada e (f) traçados. Volta de referência em preto e volta calculada pelo modelo LTS em vermelho; resultados obtidos quando se utiliza o mesmo traçado da volta de referência como dado de entrada do modelo LTS. FONTE: Os autores (2023).

Observa-se uma melhor aproximação nas curvas de velocidade (Figura 5a), com poucas discrepâncias. Nota-se que o modelo calculou uma velocidade menor que

a referência na reta oposta, enquanto a aceleração após a junção (curva 11) em direção à reta principal foi maior que a referência. Pode-se atribuir estas diferenças ao declive da reta oposta e ao aclive presente na subida dos boxes (curva 12), visto que aclives ou declives não são considerados pelo modelo. O circuito de Interlagos possui diferença de elevação relativamente alta, indo de 781,9 m no final da reta principal até 738,9 m de altitude na curva do lago (curva 4), um declive de 43 metros (F1, 2016¹⁵). Já no outro lado do circuito, entre as curvas 11 e 13, estima-se que o aclive chega a 31,5 metros. Outro fator que pode ter contribuído para discrepâncias entre o modelo e a volta de referência é a possível presença de ventos na ocasião, auxiliando o veículo a acelerar numa direção, mas dificultando a aceleração na direção oposta. Infelizmente não se obteve acesso a medições de intensidade ou direção dos ventos para reforçar esta hipótese.

Ainda na Figura 5a, nota-se que as frenagens são mais pronunciadas no modelo matemático do que a referência. Isto pode ser atribuído a diferenças de aderência pneu-pista, e também ao fato de o modelo assumir um sistema de frenagem totalmente eficiente, em que toda a força de frenagem possível é aplicada a cada pneu. Na realidade, isto vai depender do dimensionamento e eficiência do sistema de freio, como o balanço entre eixos dianteiro e traseiro. As velocidades em cada *apex* e aceleração lateral nas curvas (Figura 5b) se mostram semelhantes em relação à volta de referência, evidenciando que o modelo foi capaz de representar estes resultados satisfatoriamente.

Nos gráficos de seleção de marcha e rotação de motor (Figuras 5c e 5d) observa-se as maiores discrepâncias. Nota-se na Figura 5c que o piloto manteve a 2ª marcha na curva 1 e manteve a 3ª marcha na curva 4, enquanto o modelo reduziu uma marcha a mais nestas ocasiões. Ainda, ao longo da curva 6 o modelo calculou duas trocas de marcha por curtos períodos, não sendo realizadas pelo piloto. Isto evidencia a diferença na estratégia de condução do veículo, uma vez que o modelo não prevê esta possibilidade, apenas calculando qual seria a marcha necessária para manter o veículo em determinada velocidade com o pedal do acelerador totalmente acionado. Outras divergências na seleção de marcha também podem ser atribuídas a

¹⁵ <https://www.formula1.com/en/latest/features/2016/10/highs-and-lows---which-f1-track-has-the-most-elevation-changes-.html>

diferenças no desempenho assumido do motor. Na reta oposta, entre as curvas 3 e 4, por exemplo, nota-se que o motor não acelera com a mesma agilidade da volta de referência – como se o motor do modelo apresentasse menor potência nesse período, mantendo-se em 5ª marcha até o final da reta, enquanto o piloto foi capaz de utilizar até a 6ª marcha antes de entrar na curva.

Analisando a diferença de tempo na Figura 5e, pode-se observar em quais regiões o modelo perde tempo e onde ganha em relação à volta de referência. As maiores divergências são notadas nas curvas, onde o modelo tende a aumentar o desvio progressivamente na entrada das curvas e reduzir na saída. Essa diferença pode ser justificada pelas hipóteses simplificadoras do modelo, como a consideração de eventos quase-estáticos, desconsiderando efeitos transientes. Também considera propriedades idênticas nos quatro pneus, desconsiderando diferenças de temperatura, pressão, desgaste, condição da pista, configuração de suspensão, cambagem ou ângulo de deriva, por exemplo. Também há um ganho de tempo do modelo por considerar uma frenagem mais eficiente, conforme já foi discutido. Um ganho notável de tempo é visto após a curva 11 passando pela subida dos boxes até a reta principal, possivelmente devido às diferenças de vento e topografia, não consideradas pelo modelo utilizado, como também já foi discutido.

A Tabela 3 mostra os tempos parciais em cada setor e tempos de volta da volta de referência e do modelo LTS. Quando o mesmo traçado é utilizado, o desvio entre os tempos de volta é significativamente menor – caindo para apenas 0,365 segundo. O mesmo ocorre nos tempos parciais de cada setor, sendo o setor 3 com maior desvio de 0,393 segundo ou 1,2%.

Tabela 3 – Comparação entre o modelo LTS e uma volta de referência da etapa de qualificação em Interlagos, SP.

	Tempo, em segundos				Velocidade máxima, em km/h
	S1	S2	S3	Volta completa	
Volta de referência	40.663	31.103	31.6	103.366	225.3
Modelo LTS, utilizando traçado calculado	42.44	33.433	32.582	108.455	227.36
Desvio	4.4%	7.5%	3.1%	4.9%	0.9%
Modelo LTS, utilizando o mesmo traçado da volta de referência	40.513	31.284	31.207	103.004	227.59
Desvio	-0.4%	0.6%	-1.2%	-0.4%	1.0%

FONTE: Os autores (2023).

Para complementar a verificação do modelo, os resultados calculados foram comparados não apenas com a volta de referência, mas também com outros tempos de volta atingidos por outros pilotos e equipes. A Figura 6 mostra os resultados de tempos parciais e totais e também velocidade máxima calculados pelo modelo em comparação com os resultados das 10 melhores voltas da etapa de qualificação da Stock Series 2022 de Interlagos – mesma etapa da volta de referência. Os dados foram obtidos dos resultados oficiais da etapa em questão (Audace Tech, 2022¹⁶).

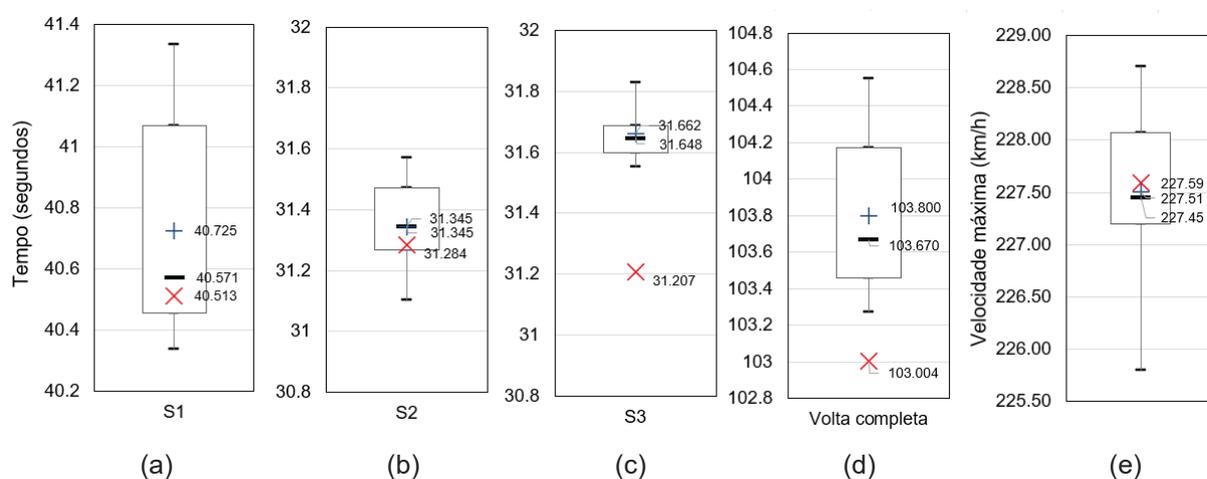


Figura 6 – Resultados do (a) tempo parcial do Setor 1, (b) tempo parcial do Setor 2, (c) tempo parcial do Setor 3, (d) tempo da volta completa e (e) velocidade máxima na volta dos 10 melhores tempos de volta da etapa de qualificação da Stock Series 2022 de Interlagos. Os digramas de caixa mostram os limites superior e inferior, primeiro e terceiro quartis e mediana; o resultado médio é representado pela cruz preta; o resultado calculado pelo modelo LTS é representado pelo xis vermelho. FONTE: Os autores (2023).

Observa-se uma aproximação satisfatória dos tempos parciais e totais, bem como da velocidade máxima atingida. No setor 1 o desvio em relação à média foi apenas de 0,212s e no setor 2, de 0,061s. O setor 3 apresentou maior desvio, de 0,455s, tendo um tempo parcial inferior ao menor tempo obtido por qualquer piloto. Isto contribuiu para o desvio de 0,796s observado no tempo total de volta. A

¹⁶ <https://www.chronon.com.br/resultados/stockcar-series-2022/stock-car-series-2022/>

velocidade máxima calculada apresentou valores bastante próximos, tendo um desvio de apenas 0,08km/h.

Considerações Finais

Neste trabalho foi realizada a comparação dos resultados do modelo LTS originalmente desenvolvido e disponibilizado por Heilmeyer, Geisslinger e Betz (2019) com os dados reais de volta obtidos durante a competição Stock Series no circuito de Interlagos. Em geral, o modelo obteve resultados satisfatórios de tempo de volta, bem como velocidade e aceleração lateral, mostrando boa concordância com os valores medidos em pista.

Pôde-se verificar a influência da diferença de traçado no tempo de volta. O trajeto calculado inicialmente se mostrou conservador, com tempos de volta cerca de 5 segundos mais lentos que a referência. Ajustando o traçado, o modelo LTS obteve tempo de volta 0,362 segundo mais rápido que a volta de referência - desvio de apenas 0,4%. Já a velocidade máxima foi calculada com desvio inferior a 1% em relação à referência. Comparando os tempos de volta e velocidade máxima calculados com aqueles obtidos por outros pilotos e equipes durante o mesmo evento, os resultados também se mostraram satisfatórios.

Dentre as deficiências do modelo pode-se destacar a negligência de aclives e declives. O circuito estudado possui uma diferença de elevação de até 43 m ao longo do traçado, tendo sido notável uma discrepância nos resultados nos trechos de maior aclave e declive. Outro ponto são a simplificação do modelo de pneus e a hipótese de eventos quase-estáticos, limitando a representação do desempenho do veículo especialmente nas curvas. Cabe lembrar que os resultados na prática são fortemente influenciados pelas condições da pista, como temperatura e umidade, e também pela perícia do piloto, responsável por extrair o máximo desempenho do veículo nas condições que lhe são expostas.

Ressalva-se que, mesmo com suas limitações, os resultados foram bastante satisfatórios, considerando a simplicidade e agilidade de execução do modelo. A utilização do modelo LTS estudado pode ser de grande proveito de pilotos e equipes para a análise do impacto de diferentes parâmetros no desempenho do veículo e tempo de volta de maneira bastante simples e ágil. Além disso, por estar disponível

de forma aberta e gratuita, pode ser facilmente acessado e continuamente aperfeiçoado conforme a demanda.

Como sugestões para trabalhos futuros, pode-se elencar:

- Adicionar ao modelo os efeitos de aclives e declives da pista no desempenho do veículo;
- Comparar os resultados do modelo com uma pista com topografia mais plana, como o Autódromo Internacional Ayrton Senna em Goiânia, ou o circuito de Albert Park na Austrália.
- Adicionar ao modelo os efeitos de diferenças de aderência ao longo da pista;
- Adicionar ao modelo os efeitos de diferenças de vento ao longo da pista;
- Utilizar o modelo para avaliar os ganhos e perdas com diferentes traçados para uma mesma pista;
- Realizar estudos aerodinâmicos para verificar as características do veículo, como coeficientes de arrasto e sustentação, e fornecer dados de entrada mais precisos ao modelo;
- Utilizar modelos de pneus, suspensão e geometria de direção mais representativos, visando o estudo do impacto de diferenças de setup no desempenho do veículo. Com isto, pode-se ampliar a utilização deste tipo de modelo pelas equipes de automobilismo, contribuindo para o desenvolvimento dos pilotos e equipes.

Agradecimentos

Agradecemos à equipe Garra de Stock Series pelo apoio e aquisição dos dados utilizados neste trabalho e ao orientador deste nosso trabalho, Rodolfo Perdomo, o “Lolo”, que tornou essa ponte e o acesso a estes dados possível e também que nos guiou durante essa jornada.

Agradecemos à nossa família e também às nossas cônjuges pela paciência e compreensão durante o período de tempo dedicado ao curso de Especialização em Engenharia Automotiva e a execução deste artigo.

Referências

Anexo Técnico. Disponível em: <https://www.cba.org.br/campeonato/downloads/296/625/2022>. Acesso em jun. de 2023.

MILLIKEN, William F. MILLIKEN, Douglas L. **Race Car Vehicle Dynamics**. SAE, 1995.

GILLESPIE, Thomas D. **Fundamentals of Vehicle Dynamics**. SAE, 1992.

SIEGLER, Blake. DEAKIN, Andrew. CROLLA, David. **Lap Time Simulation: Comparison of Steady State, Quasi-Static and Transient Racing Car Cornering Strategies**. SAE Technical Paper Series, no. 2000-01-3563, 2000.

CROLLA, David. **An Introduction to Vehicle Dynamics**, University of Leeds, 1991.

PACEJKA, Hans B. BESSELINK, Igo J. M. **Magic Formula Tyre Model with Transient Properties**, Tyre models for Vehicle Dynamics Simulation, Vehicle system dynamics supplement 27. 1997.

HEILMEIER, Alexander. WISCHNEWSKI, Alexander. HERMANSDORFER, Leonhard. BETZ, Johannes. LIENKAMP, Markus. LOHMANN, Boris. **Minimum curvature trajectory planning and control for an autonomous race car**. Vehicle System Dynamics, Vol. 58. 2020.

MASSARO, Matteo. LIMEBEER, David. **Minimum-lap-time optimisation and simulation**. Vehicle System Dynamics. Vol. 59. 2021.

Arthur Leist vence corrida 1 da stock series no Rio. Disponível em: <https://www.oeste360.com/noticia/34202/arthur-leist-vence-corrída-1-da-stock-series-no-rio>. Acesso em jun. 2023.

HEILMEIER, Alexander. GEISLINGER, Maximilian. BETZ, Johannes. **A Quasi-Steady-State Lap Time Simulation for Electrified Race Cars**, Fourteenth International Conference on Ecological Vehicles and Renewable Energies (EVER), 2019.

Highs and lows - which F1 track has the most elevation changes. 21 de outubro de 2016. Disponível em: <https://www.formula1.com/en/latest/features/2016/10/highs-and-lows---which-f1-track-has-the-most-elevation-changes-.html>. Acesso em jun. 2023.

STOCK SERIES – 2022. #5 SÃO PAULO - 31 DE JULHO. Disponível em: <https://www.chronon.com.br/resultados/stockcar-series-2022/stock-car-series-2022/>. Acesso em jul. 2023.