

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

FERNANDO DE JESUS PAULA

A GEOMETRIA NO ENSINO FUNDAMENTAL II: PRÁTICAS E COMPREENSÃO
CONCEITUAL

CURITIBA
2015

FERNANDO DE JESUS PAULA

A GEOMETRIA NO ENSINO FUNDAMENTAL II: PRÁTICAS E COMPREENSÃO
CONCEITUAL

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Licenciatura em Matemática, da Universidade Federal do Paraná como requisito parcial para a obtenção do título de Licenciado em Matemática, sob orientação da professora Maria Tereza Carneiro Soares.

CURITIBA
2015

RESUMO

Na maioria das instituições de ensino que oferecem disciplina(s) de Matemática, e mais especificamente, conteúdos de Geometria (incluindo-se as escolas de ensino básico), percebemos que muitos estudantes têm muita dificuldade na compreensão dos conteúdos referentes a figuras geométricas, para além da memorização da sua definição. Essas dificuldades remetem, principalmente, à visualização, manipulação e representação dessas noções geométricas. Visando um ensino conceitual das figuras geométricas nas séries finais do ensino Fundamental que permita uma melhor compreensão desse conteúdo escolar, apresentarei visões de alguns autores que advogam essa perspectiva conceitual para o ensino da Geometria. Tendo em vista a superação das metodologias tradicionais desse ensino, apresentarei algumas tendências e estratégias didáticas para se trabalhar a Geometria de forma a permitir uma melhor visualização e compreensão dos conceitos geométricos. Nesse mesmo foco, descreverei práticas por mim desenvolvidas como professor de Matemática na escola pública (em estágios das disciplinas de Prática de Docência em Matemática do curso de Licenciatura) para trabalhar de forma diferenciada, citando exemplos de estratégias com uso de material didático que podem ser aplicadas em aulas de Geometria para o ensino fundamental fase II.

Palavras-Chave: Ensino conceitual de Geometria. Tendências didático-pedagógicas. Figuras geométricas.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	04
1.1 JUSTIFICATIVA E DELIMITAÇÃO DO OBJETO DE ESTUDO.....	04
2 REFERENCIAL CONSULTADO	09
2.1 A GEOMETRIA NAS ORIENTAÇÕES CURRICULARES GOVERNAMENTAIS.....	09
2.2 O TETRAEDRO E A REPRESENTAÇÃO DO PROCESSO DE CONSTRUÇÃO DO CONHECIMENTO GEOMÉTRICO.....	11
2.3 TENDÊNCIAS DIDÁTICO-PEDAGÓGICAS PARA O ENSINO DE GEOMETRIA.....	13
3 PRÁTICAS EM SALA DE AULA: ENSINO CONCEITUAL DE GEOMETRIA?..	17
3.1 DESCREVENDO A PRÓPRIA PRÁTICA	18
4 CONSIDERAÇÕES FINAIS	22
REFERÊNCIAS	24

1. INTRODUÇÃO

Não é incomum, mesmo durante o curso de graduação em Matemática, depararmos com estudantes que apresentam sérias dificuldades em visualizar, manipular e compreender noções de figuras geométricas, para além da memorização da sua definição.

Durante a realização de estágios obrigatórios nas disciplinas do curso de Licenciatura de Matemática, incluindo os realizados na Prática de Docência, como também durante o período em que tenho sido docente em sala de aula como professor contratado em regime especial no Estado do Paraná (PSS), pude observar que conceitos de figuras geométricas ensinados nos anos finais do Ensino Fundamental não estão sendo trabalhados da forma como autores da área da Educação Matemática têm sugerido.

Conforme Lorenzato (1995, p. 11), o ensino de Geometria no Brasil não tem permitido que os alunos avancem para além de um nível inicial, em que julgam que o quadrado não é retângulo só porque essas figuras possuem aparências diferentes.

Esse trabalho tem como intenção identificar em minha prática como professor de Matemática do ensino fundamental II, 6º ao 9º ano, a possibilidade de desenvolver um ensino conceitual das figuras geométricas que permita a visualização e compreensão desse conteúdo escolar. Destina-se a professores de matemática e a futuros professores dessa disciplina que devem se preparar para ensinar esse tema da Geometria na escola básica.

1.1 JUSTIFICATIVA E DELIMITAÇÃO DO OBJETO DE ESTUDO

Conforme os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN, a Geometria “desempenha um papel fundamental no currículo, na medida em que possibilita ao aluno desenvolver um tipo de pensamento particular para compreender, descrever e

representar, de forma organizada, o mundo em que vive” (BRASIL, 1998, p. 122). Entretanto, ora seu ensino tem sido confundido com o das medidas nas aulas de Matemática do ensino fundamental, como modo de visualizar possíveis representações de medidas de áreas e perímetros, ora a partir de definições das formas geométricas planas e espaciais sem a devida visualização e compreensão desses conceitos. Essas práticas didático-pedagógicas no ensino-aprendizagem de Geometria, ora não esclarecem conceitos tipicamente geométricos, como é o caso das figuras planas e espaciais, ora se distanciam da compreensão histórica e social desses conteúdos e da própria etimologia da palavra Geometria.

No entanto, a Geometria tem tido pouco destaque nas aulas de Matemática e, muitas vezes, confunde-se seu ensino com o das medidas. (...) Também é fato que as questões geométricas costumam despertar o interesse dos adolescentes e jovens de modo natural e espontâneo. Além disso, é um campo fértil de situações-problema que favorece o desenvolvimento da capacidade para argumentar e construir demonstrações. (BRASIL, 1998 p. 122)

Ainda segundo o documento consultado (BRASIL, 1998), a ênfase dada à Álgebra no ensino fundamental acaba colocando em risco o ensino-aprendizagem de Geometria, onde os professores acabam deixando de lado alguns conteúdos geométricos importantes, para tentar aumentar o tempo e o rendimento dos alunos no tratamento dos conteúdos algébricos.

O estudo da Álgebra constitui um espaço bastante significativo para que o aluno desenvolva e exercite sua capacidade de abstração e generalização, além de lhe possibilitar a aquisição de uma poderosa ferramenta para resolver problemas. Entretanto, a ênfase que os professores dão a esse ensino não garante o sucesso dos alunos, a julgar tanto pelas pesquisas em Educação Matemática como pelo desempenho dos alunos nas avaliações que têm ocorrido em muitas escolas. (...) Isso faz com que os professores procurem aumentar ainda mais o tempo dedicado a este assunto (...). Essa solução, além de ser ineficiente, provoca grave prejuízo no trabalho com outros temas da Matemática, também fundamentais, como os conteúdos referentes à Geometria. (BRASIL, 1998 p. 115-116)

Boyer (1996), já traz referências de que situações cotidianas e práticas da vida em sociedade foram historicamente gerando necessidades de explicação que levaram ao longo de grandes períodos à formulação de diferentes representações

por meio do que se denominou Geometria. O desenvolvimento da Geometria pode ter sido estimulado por necessidades práticas de construção e demarcação de terras, ou por sentimentos estéticos em relação a configurações e ordem (BOYER, 1996, p.5). Sendo uma ciência bastante antiga, nos tempos de Tales de Mileto, Pitágoras, Platão, Aristóteles, Euclides (Matemáticos nascidos antes do séc. III a.C.), a Geometria já era utilizada com vários fins, como na astronomia, por exemplo. Machado (2005, p. 48) reitera que:

Não parece haver qualquer dúvida quanto ao fato de que os primeiros conhecimentos de natureza geométrica derivam de resultados empíricos relacionados com medições de terras, construções arquitetônicas, determinações de área ou volumes, como no Antigo Egito, ou ainda a cálculos astronômicos envolvidos na fixação do calendário, como entre os babilônios. Entretanto, é apenas na Grécia, por volta do século III a.C., com os trabalhos de Euclides, que a Geometria logrou uma notável sistematização, tornando-se modelo de organização do conhecimento em quase todas as áreas. É precisamente por apresentar este caráter de modelo que o conhecimento geométrico será examinado com mais vagar, a seguir; extrapolações para a dinâmica dos processos cognitivos de uma maneira ampla serão, pois, naturais e esperadas.

Com a experiência do estágio nas disciplinas de Prática de Docência I e II e como professor PSS tem sido possível observar que não é suficiente memorizar todas as fórmulas algébricas e aplicar nos cálculos de áreas de figuras geométricas, se não aplicarmos esse conhecimento para solucionar problemas de nosso cotidiano ou oriundos das práticas científicas e da sociedade como um todo. Mais ainda, não adianta fazer cálculos espetaculares de áreas de um triângulo qualquer, mas não sabermos, por exemplo, diferenciar as propriedades de um triângulo das de outra figura geométrica qualquer.

Flores e Moretti (2006) defendem que o uso do desenho para o ensino da Geometria euclidiana e espacial, ou seja, o uso da figura que representa a situação matemática em questão é fundamental para a aprendizagem matemática. Para eles, a figura desempenha um papel importante na aprendizagem geométrica, principalmente na resolução de problemas, pelo seu suporte intuitivo e por desempenhar uma função heurística.

Segundo esses autores, no ensino pode-se lançar mão do uso de figuras geométricas, não só como instrumentos mediadores de conhecimentos geométricos, mas também, para o desenvolvimento da visualização e, conseqüentemente, para a

aprendizagem matemática de uma forma geral. A heurística e a visualização na reconfiguração de figuras geométricas são importantes ferramentas na resolução de problemas matemáticos, e sua utilização exige que o aluno “aprenda a ver e a ler” estas figuras.

Eles destacam que um trabalho realizado sobre as possíveis apreensões de uma figura geométrica, particularmente, no caso da reconfiguração, pode contribuir sensivelmente para uma melhor desenvoltura na aprendizagem matemática dos alunos. Acreditam que a preferência por métodos didáticos que privilegiam a visualização, com ênfase na heurística para a resolução de problemas matemáticos, poderá suprir uma deficiência do ensino convencional ao mesmo tempo em que complementaria o quadro de um aprendizado de conceitos matemáticos, que de outra forma ficaria incompleto.

Em projetos elaborados e aplicados nas disciplinas de Prática de Docência I e II, em 2013 com alunos de 6º ano - quando foram construídos poliedros a partir de sua planificação - e em 2014 com alunos do 8º ano, quando foi proposta a análise da quantidade de diagonais de um polígono convexo qualquer no Geoplano, já havíamos procurado focar o processo de ensino na construção, visualização, manipulação e análise de formas geométricas na direção de uma perspectiva conceitual.

Naquele período, quando questionamos os alunos, durante e após a aplicação dos projetos, inicialmente disseram não conhecer a Geometria da forma como havia sido a eles proposta, mas, apenas como o nome de um conteúdo que os professores deixavam de lado, que era pouco visto durante o ano letivo, e quando ensinado vinha geralmente recheado de definições e fórmulas algébricas. Entretanto, após o trabalho desenvolvido, disseram que preferiam trabalhar a Geometria desse modo, com os objetos que representavam as formas geométricas estudadas e seus elementos, mas, ressaltaram que os professores regentes geralmente não davam aulas nessa perspectiva de ensino-aprendizado.

Consideramos que a relevância da aprendizagem da Geometria na escola é indiscutível e não permite que seja deixada de lado como um conteúdo de pouca importância para a formação do aluno. Pesquisadores em Educação Matemática (LORENZATO, 1995; MACHADO, 2005; FLORES e MORETTI, 2006; ANDRADE & NACARATO, 2013) têm apontado a necessidade de que a Geometria na escola,

principalmente no Ensino Fundamental, não deva ser trabalhada apenas abstratamente, sem manter uma relação com situações e/ou objetos e sem aplicações práticas dessas definições abstratas. Eles apontam para a necessidade de um ensino conceitual de Geometria.

Uma proposta, nessa direção é apresentada por Machado (2005) quando destaca a importância de que os conhecimentos geométricos, tendo em vista uma compreensão conceitual, sejam ensinados por meio de construções, visualização e/ou manipulação de formas geométricas.

É na direção de explicitar em minha prática de professor de Matemática do ensino fundamental II, 6º ao 9º ano, a possibilidade de desenvolver um ensino conceitual das figuras geométricas que permita a visualização e compreensão desse conteúdo escolar, que este trabalho tem como objetivos:

- levantar visões de autores em relação a educação matemática escolar, mais especificamente, daqueles que advogam uma perspectiva conceitual para o ensino da Geometria;
- identificar tendências e estratégias didáticas que permitam uma melhor visualização e compreensão dos conceitos geométricos;
- descrever práticas por mim desenvolvidas numa perspectiva conceitual, com uso de material didático, em aulas de Geometria no ensino fundamental fase II.

2. REFERENCIAL CONSULTADO

Conforme documentos oficiais curriculares e a literatura previamente consultada sobre o ensino de matemática - possibilitar uma compreensão conceitual dos temas curriculares relacionados à Geometria na escola básica - é um desafio.

2.1 A GEOMETRIA NAS ORIENTAÇÕES CURRICULARES GOVERNAMENTAIS

Durante o movimento que ficou conhecido como Matemática Moderna no Brasil, nas décadas de 60 e 70, uma grande preocupação com a formalização do conhecimento matemático (BRASIL, 1998) e com a padronização de uma linguagem, atingiu também uma ciência antiga e considerada importante como assunto escolar. O documento curricular enviado às escolas no final dos anos 90, assim descreve esse período:

O ensino proposto fundamentava-se em grandes estruturas que organizam o conhecimento matemático contemporâneo e enfatizava a teoria dos conjuntos, as estruturas algébricas, a topologia etc. Esse movimento provocou, em vários países, inclusive no Brasil, discussões e amplas reformas no currículo de Matemática. No entanto, essas reformas deixaram de considerar um ponto básico que viria tornar-se seu maior problema: o que se propunha estava fora do alcance dos alunos, em especial daqueles das séries iniciais do ensino fundamental. O ensino passou a ter preocupações excessivas com formalizações, distanciando-se das questões práticas. A linguagem da teoria dos conjuntos, por exemplo, enfatizava o ensino de símbolos e de uma terminologia complexa comprometendo o aprendizado do cálculo aritmético, da Geometria e das medidas. (BRASIL, 1998 p. 19-20)

O mesmo documento refere que a Geometria deve ser tratada como uma ciência construída ao longo da história da humanidade, não como uma caixa de ferramentas e exemplos para álgebra e outras áreas. A Geometria na escola deve ser reconhecida como uma área da Matemática que contribuiu para ampliar o

conhecimento do ser humano ao longo de sua história e permitiu ampliar sua forma de ver o mundo, sendo de grande importância para o desenvolvimento do pensamento matemático e crítico do aluno, uma vez que

Os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo de Matemática no ensino fundamental, porque, por meio deles, o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive. O estudo da Geometria é um campo fértil para trabalhar com situações-problema e é um tema pelo qual os alunos costumam se interessar naturalmente. O trabalho com noções geométricas contribui para a aprendizagem de números e medidas, pois estimula o aluno a observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar regularidades etc. (BRASIL, 1998 p. 51)

O mesmo documento aponta que o ensino de Geometria com construções geométricas e/ou a partir de objetos do cotidiano tem grande importância, pois facilita a visualização e a compreensão dos conteúdos geométricos, além de mostrar ao aluno as conexões da matemática com outras áreas do conhecimento:

O trabalho com espaço e forma pressupõe que o professor de Matemática explore situações em que sejam necessárias algumas construções geométricas com régua e compasso, como visualização e aplicação de propriedades das figuras, além da construção de outras relações. Este bloco de conteúdos contempla não apenas o estudo das formas, mas também as noções relativas a posição, localização de figuras e deslocamentos no plano e sistemas de coordenadas. Deve destacar-se também nesse trabalho a importância das transformações geométricas (isometrias, homotetias), de modo que permita o desenvolvimento de habilidades de percepção espacial e como recurso para induzir de forma experimental a descoberta, por exemplo, das condições para que duas figuras sejam congruentes ou semelhantes. Além disso, é fundamental que os estudos do espaço e forma sejam explorados a partir de objetos do mundo físico, de obras de arte, pinturas, desenhos, esculturas e artesanato, de modo que permita ao aluno estabelecer conexões entre a Matemática e outras áreas do conhecimento. (BRASIL, 1998 p. 51).

Documento curricular oficial do estado do Paraná (PARANÁ, 2006) considera a Geometria “rica em elementos que favorecem a percepção espacial e a visualização; constitui, portanto, conhecimentos relevantes, inclusive para outras disciplinas escolares” (PARANÁ, 2006, p.37).

Diretrizes curriculares mais recentes destacam que:

(...) a valorização de definições, as abordagens de enunciados e as demonstrações de seus resultados são inerentes ao conhecimento geométrico. No entanto, tais práticas devem favorecer a compreensão do objeto e não reduzir-se apenas às demonstrações geométricas em seus aspectos formais. (PARANÁ, 2008, p.57)

A seguir, apresentamos uma proposta que entendemos atender a esse propósito, e que em nosso entender atende também ao nosso primeiro objetivo, ou seja, apresenta a visão de um autor em relação a educação matemática escolar, mais especificamente, traz uma perspectiva conceitual para o ensino da Geometria, tendo em vista a superação das metodologias tradicionais desse ensino.

2.2 O TETRAEDRO COMO REPRESENTAÇÃO DO PROCESSO DE CONSTRUÇÃO DO CONHECIMENTO GEOMÉTRICO

Numa perspectiva conceitual para o ensino da Geometria, Machado (2005) representa o processo de construção de um conhecimento geométrico na forma de tetraedro (Figura 1), caracterizando esse processo como faces intercaladas em uma mesma figura: a percepção, a construção, a representação e a concepção, mas, sem hierarquia. Essas faces são comparadas às faces de um tetraedro com elementos comuns, não são faces que sucedem um conhecimento ao outro periodicamente, multiplamente articulados, ou seja, essas quatro faces vão se intercalando, não tendo uma ordem de segmento ou importância, proporcionando assim um conhecimento cada vez melhor.

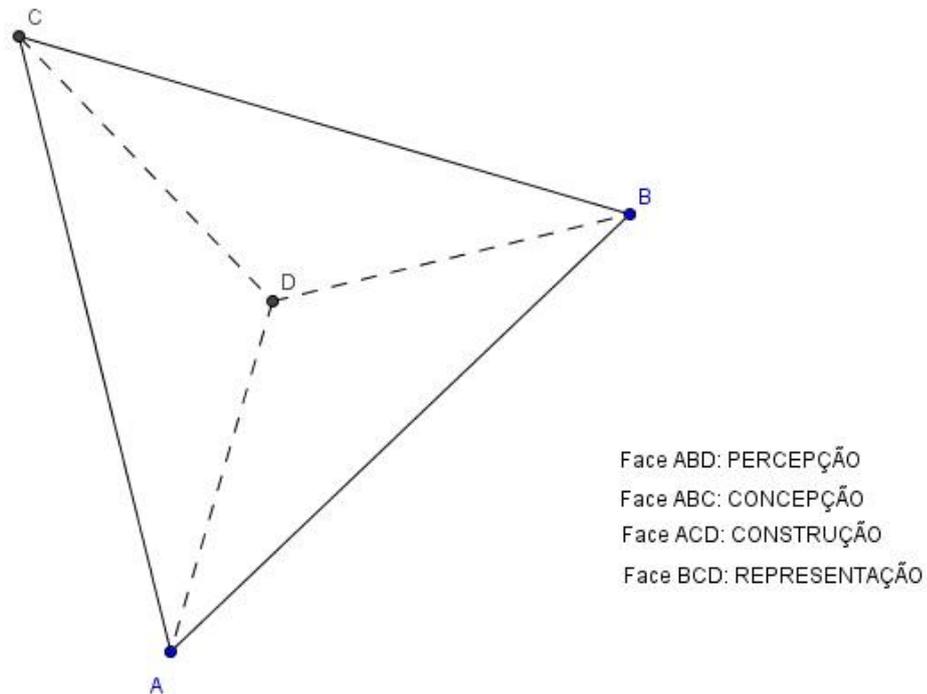


FIGURA 1. ILUSTRAÇÃO DO TETRAEDRO SUGERIDO POR MACHADO (2005)
 FONTE: O autor (2015)

Esse processo de conhecimento é, por Machado, assim explicado:

Precisamente nas possibilidades apresentadas pela circulação entre a percepção e a concepção reside a grande fecundidade do estudo da Geometria.

No processo de construção do conhecimento geométrico, em vez de uma polarização empírico/formal, é fundamental a caracterização de suas quatro faces: a *percepção*, a *construção*, a *representação* e a *concepção*. Não são fases, como as da Lua, que se sucedem linear e periodicamente, mas faces, como as de um tetraedro, com elementos comuns e multiplamente articuladas, configurando uma estrutura a partir da qual, de modo metafórico, podem-se apreender não apenas o significado e as funções do ensino de Geometria, como também alguns elementos básicos na dinâmica dos processos cognitivos de uma maneira geral. (...)

Assim, alimentando-se mutuamente, em interação contínua, percepções, construções, representações e concepções são como átomos em uma estrutura com características moleculares, que não pode ser subdividida sem que se destruam as propriedades fundamentais da substância correspondente. Isoladamente, cada uma das faces desse tetraedro tem uma importância muito restrita, seja a percepção que não prepara o terreno para a transcendência da realidade palpável, ou a concepção que se pretende inteiramente desvinculada do mundo físico, ou ainda construção ou a representação sem compromissos com a ação, que não resultam na realização de um projeto – ou não visam a isso. (MACHADO, 2005, p.54-55)

O mesmo autor entende ainda que a construção dos objetos em sentido físico ajuda os alunos na percepção de formas e suas propriedades características, através de atividades como a observação e manipulação dos objetos, e que a forma

de ver e a de representar um objeto é uma capacidade que a escola e os professores devem proporcionar aos alunos, visto que, na prática,

(...) poucos são os professores que buscam de modo consciente o desenvolvimento nos alunos da capacidade de representar. Frequentemente, os alunos são instados a desenhar sem qualquer orientação específica, e considera-se natural que "vejam" os objetos tridimensionais através de suas representações planas, classificando-se os recalcitrantes como "carentes de visão espacial". Tal capacidade de transitar do objeto para a representação plana e vice-versa, sem dúvida é passível de ser desenvolvida, competindo à escola a realização de tal tarefa. Não parece natural, por exemplo – a não ser quando se alicerça em convenções que se estabelecem no interior da escola, aceitas acriticamente e quase nunca suficientemente explicitadas-, o fato de um quadrilátero com uma das diagonais traçadas em linha cheia e a outra em linha pontilhada representar uma pirâmide triangular... (MACHADO, 2005, p.55-56)

Para Machado, é de grande importância a realização de atividades que integrem essas faces do tetraedro sugerido, não apenas no ensino fundamental...

De modo geral, em todos os níveis, o ensino de Geometria carece de atividades integradoras que propiciem a articulação harmoniosa das quatro faces do processo de construção do conhecimento, que pretendemos anteriormente caracterizar. É tão importante transitar, como uma criança, da percepção à construção, daí à representação e, então, à concepção, quanto o é realizar o percurso do engenheiro ou do arquiteto, que concebe o objeto geométrico antes de representá-lo e construí-lo, e só então torná-lo palpável. Estes e outros circuitos envolvendo a percepção, a construção, a representação e a concepção contribuem para a efetiva caracterização da Geometria como instrumento que diz respeito à organização tanto do espaço físico quanto do "espaço intelectual", fato que subjaz a inúmeros sistemas filosóficos, como os que podem ser associados a Platão, Descartes ou Husserl, dentre outros. (MACHADO, 2005, p.56)

2.3 TENDÊNCIAS DIDÁTICO-PEDAGÓGICAS PARA O ENSINO DE GEOMETRIA

ANDRADE e NACARATO (2013) em uma pesquisa feita com abordagem histórico-bibliográfica sobre os anais dos Encontros Nacionais de Educação Matemática (ENEM) identificaram e analisaram tendências didático-pedagógicas para o ensino de Geometria no Brasil, no período entre 1987 e 2001. Eles tomaram por base uma concepção de tendência como

(...) um saber funcional, isto é, uma modalidade de conhecimento, socialmente elaborada e partilhada, criada na prática pedagógica quotidiana e que se alimenta não só das teorias científicas (Psicologia, Antropologia, Sociologia, Filosofia, Matemática, ...), mas também de grandes eixos culturais, de ideologias formalizadas, de pesquisas, de experiências de sala de aula e das comunicações quotidianas. (FIORENTINI, 1995 p.3)

E também as tendências para o ensino de matemática, identificadas por Fiorentini, fazem um relato dessas perspectivas, e propõem sete categorias para o ensino de Geometria: Geometria pelas Transformações, relação Álgebra e Geometria, Geometria na Perspectiva Curricular e/ou na Formação de Professores, Geometria na Perspectiva Teórica, Geometria na Perspectiva Histórica, Geometria Experimental e Geometria em Ambientes Computacionais. Dentre elas, as duas últimas foram consideradas como as tendências didático-pedagógicas emergentes e as tomaram como objeto de análise.

Na categoria Geometria Experimental, classificam os trabalhos que trazem uma perspectiva do ensino de Geometria em que todas as produções geométricas resultantes da experiência e da ação humanas e/ou que se referem às construções geométricas e formas de representação do mundo, mediadas pela experimentação encaixam-se.

Identificam também as seguintes subcategorias: o ensino de Geometria na perspectiva empírico-ativista; o ensino de Geometria sob a perspectiva sócio-cultural; o ensino de Geometria na perspectiva das provas e argumentações/refutações; e o ensino e aprendizagem da Geometria na perspectiva de seus fundamentos teórico-epistemológicos. Na primeira subcategoria, situam os trabalhos em que a Geometria é trabalhada em sala de aula por meio de recursos experimentais, período de predominância da perspectiva que Fiorentini (1995) intitula empírico-ativista, cuja gênese é por ele localizada na pedagogia ativa (Movimento Escolanovista a partir de 1920).

Tal pedagogia visava se contrapor aos modelos tradicionais de ensino, transferindo o centro do processo do professor para o aluno. *O conhecimento matemático emerge do mundo físico e é extraído pelo homem através dos sentidos* (FIORENTINI, 1995, p.9). Os métodos de ensino que marcaram tal tendência se pautavam em atividades visando a ação, manipulação e experimentação; enfim, a descoberta. Tais atividades seriam desencadeadas pelo uso de jogos, materiais manipulativos e

situações lúdicas e experimentais. Esse ideário empírico-ativista é retomado, com certa força no Brasil, a partir da década de 1970, diante dos questionamentos e do fracasso do Movimento da Matemática Moderna, e se evidenciou, principalmente, nos materiais didáticos produzidos nessa época. (ANDRADE; NACARATO, 2013, p.3).

Dentre os trabalhos classificados na categoria Geometria Experimental os autores identificam duas tendências: inicialmente, uma que possuía característica mais motivadora, de apresentação de materiais e ambientes, sem preocupações explícitas com reflexões teóricas sobre a utilização desses recursos e outra, mais atual, em que a ênfase está na análise teórica dos procedimentos metodológicos e ao mesmo tempo, essa análise fornece novos direcionamentos para a sala de aula, resultando em novas abordagens para o ensino de Geometria.

Como o propósito dos autores era discutir a tendência emergente para o ensino de Geometria, concluem que

Este vem se pautando em abordagens mais exploratórias, em que os aspectos experimental e teórico do pensamento geométrico são considerados, quer na utilização de diferentes mídias, quer em contextos de aulas mais dialogadas com produção e negociação de significados (...). Mas esses contextos não prescindem da importância dos processos de validação matemática, visto ser significativo o número de trabalhos que vêm discutindo o papel das provas e argumentações no ensino da Geometria, além de uma preocupação mais recente com discussões de aspectos epistemológicos como a visualização e representação em Geometria. (ANDRADE; NACARATO, 2013, p.15-16).

Acompanhando a sugestão dos autores em relação a uma abordagem exploratória para o ensino da Geometria na escola, para este trabalho, destas categorias, destaco a Geometria Experimental por serem suas principais características:

(...) atividades de experimentações por meio de manipulações de objetos concretos; representações, através de desenhos e construções de modelos; resolução de problemas; construção de conceitos pelo aluno através da produção e negociação de significados ou por meio de atividades diretivas; contextos de provas e argumentações, além de trabalhos que visam discutir o pensamento geométrico num enfoque teórico e/ou epistemológico. (ANDRADE; NACARATO, 2013, p.2).

A identificação das subcategorias, por eles mencionadas, permitiu que na intitulada “O ensino de Geometria na perspectiva empírico-ativista”, fosse por mim identificada a tendência das práticas que venho desenvolvendo em sala de aula. A seguir relato algumas dessas práticas.

3. PRÁTICAS EM SALA DE AULA: ENSINO CONCEITUAL DE GEOMETRIA?

É bastante comum encontrarmos estratégias didáticas e sugestões de planos de aula para serem aplicados em sala sobre os conteúdos de Geometria das séries finais do Ensino Fundamental, tanto em livros didáticos, quanto na internet, neste trabalho, não utilizo estas sugestões, mas, apresento as práticas por mim criadas e desenvolvidas para o ensino de Geometria a partir das aulas do curso de Licenciatura em Matemática.

Como parte da ementa sugerida nas disciplinas de Prática de Docência em Matemática I e II, elaborei dois projetos de matemática para serem aplicados nas escolas em que fiz os estágios dessas disciplinas, com foco em Geometria, tentando favorecer a compreensão dos alunos para os conteúdos estudados, por meio de um ensino diferenciado do costumeiramente visto no cotidiano escolar, explorando a manipulação e visualização das figuras geométricas estudadas.

Algumas das características que definem a Geometria Experimental - categoria explicitada por Andrade e Nacarato (2013) em relação a uma abordagem exploratória para o ensino da Geometria na escola - foram visíveis nos projetos por mim desenvolvidos. Uma vez que realizei atividades de experimentação, por meio de manipulações de objetos concretos, representações, através de planificação de poliedros e construções de formas geométricas planas e espaciais, visando a construção de conceitos pelo aluno em contextos argumentativos.

A abordagem de Machado (2005) para o ensino conceitual de Geometria, processo de construção de conhecimento representado nas quatro faces articuladas de um tetraedro, pode ser até certo ponto reconhecida na forma como os projetos foram realizados. Uma vez que durante todo o desenvolvimento das atividades, os alunos foram sempre incentivados a manifestar representações próprias das características das figuras geométricas, no diálogo com colegas e professor, o que pode ser reconhecido como um processo contínuo de validação e aprimoramento do conhecimento em suas diferentes linguagens. A descrição desses projetos é apresentada a seguir.

3.1 DESCRREVENDO A PRÓPRIA PRÁTICA

Durante as disciplinas de Prática de Docência em Matemática I e II, realizei dois projetos nas escolas em que estava fazendo estágio, a saber: Colégio Estadual Colônia Malhada, no segundo semestre de 2013, e Colégio Estadual Tiradentes, no primeiro semestre de 2014, ambos os colégios localizados na cidade de São José dos Pinhais.

Nestes projetos procurei trabalhar a Geometria de uma forma diferenciada, a fim de provocar a conceituação dos elementos trabalhados através da construção, representação dos entes geométricos e reflexão sobre o representado, favorecendo a visualização e compreensão pelos alunos, de forma a maximizar o aprendizado.

O primeiro projeto foi realizado durante a disciplina de Prática de Docência em Matemática I, intitulado “Construções geométricas em jogos matemáticos”, no mês de novembro, no Colégio Estadual do Campo Colônia Malhada, e teve como objetivos: incentivar o desenvolvimento de raciocínio lógico/matemático com jogos de tabuleiro e desenvolver a visualização de poliedros planificados e sua relação com o formato dos mesmos após sua montagem.

Os conteúdos trabalhados foram: planificação e construção de sólidos geométricos, formas geométricas planas e espaciais, na tentativa de estar de acordo com o que sugere o PCN de Matemática, em relação às formas geométricas espaciais e suas representações planas:

Neste ciclo, os alunos reorganizam e ampliam os conhecimentos sobre Espaço e Forma abordados no ciclo anterior, trabalhando com problemas mais complexos de localização no espaço e com as formas nele presentes. Assim é importante enfatizar (...) as relações entre figuras espaciais e suas representações planas, a exploração das figuras geométricas planas, pela sua decomposição e composição, transformação (reflexão, translação e rotação), ampliação e redução. (BRASIL, 1998 p. 68)

A duração do projeto foi de 15 aulas, ministradas nos dias 04, 05 e 11 de novembro de 2013, quando trabalhei com 13 alunos do sexto ano no contra - turno, analisando a planificação e construindo os poliedros regulares de Platão (o tetraedro, hexaedro, octaedro, dodecaedro e icosaedro).

Primeiramente os alunos visualizaram (em imagens) os poliedros em uma pesquisa rápida na internet, depois tiveram contato com a planificação dos mesmos, quando analisaram as formas planas presentes, para então construírem os poliedros a partir dessa planificação. Com os poliedros construídos, os alunos analisaram visualmente e manualmente a quantidade de vértices, arestas e faces de cada poliedro.

O projeto finalizou com a utilização de alguns desses poliedros como dados em jogos de tabuleiro, numerando-se as faces de cada poliedro com números múltiplos de 1, 2, 3 e 5. O projeto contou também com algumas ideias sobre o jogo de xadrez e o raciocínio lógico, mas que não fazem parte desse objeto de estudo.

Para facilitar a compreensão dos conceitos geométricos estudados, no projeto, busquei dar importância à visualização e manipulação dos materiais construídos, no caso: formas planas e espaciais, além dos vértices, arestas e faces presentes nos poliedros construídos. Na avaliação escrita que os alunos fizeram, constatou-se que gostaram de participar do projeto, pois não era comum ver a Geometria dessa forma em sala de aula, e as figuras como poliedros eram apenas vistas e desenhadas da forma como estavam no livro didático. A manipulação dos poliedros facilitou uma conversa e análise sobre quantidade de vértices, arestas e faces presentes em cada poliedro.

Apoiado em Machado (2005), ao propor a representação do processo de construção do conhecimento geométrico, identificando nas faces articuladas de um tetraedro a percepção, construção, representação e concepção; consideramos ser possível reconhecer nas atividades por mim desenvolvidas aproximações a um ensino conceitual. Por exemplo: a pesquisa dos poliedros de Platão na internet poderia ser vista como a primeira percepção que os alunos tiveram sobre os mesmos; já, a partir de modelos de planificação, a construção de cada poliedro, articula as faces que indicam percepção, construção e representação, ao possibilitar visualizar diferentes formas de representação da mesma figura, o que encaminha para a elaboração da concepção das formas geométricas estudadas. Etapa que entendemos ter sido atingida após a análise e a discussão realizada com os alunos quanto aos elementos principais de cada poliedro construído (vértices, arestas e faces), e com a avaliação escrita tratando dos conceitos estudados.

O segundo projeto (intitulado “Diagonais de um polígono convexo”) foi realizado nos dias 27 de maio e 03 de junho de 2014 no Colégio Estadual

Tiradentes, durante a disciplina de Prática de Docência em Matemática II, com alunos do 8º ano. O objetivo do projeto foi que os alunos assimilassem e encontrassem relações entre o número de lados e o respectivo número de diagonais de vários polígonos convexos, levando-os por indução à conclusão de que a fórmula para o cálculo das diagonais de um polígono, definida da forma: $D=n(n-3)/2$, com D: número de diagonais e n: número de lados do polígono, traz os mesmos resultados que uma contagem manual realizada na prática.

O projeto foi elaborado buscando-se pôr em prática a sugestão do PCN de Matemática, de não abandonar as verificações empíricas, mas também de fazer conjecturas e identificar propriedades das figuras geométricas a partir da análise destas, fazendo os alunos usarem o raciocínio dedutivo para construir argumentos plausíveis:

O estudo dos conteúdos do bloco Espaço e Forma tem como ponto de partida a análise das figuras pelas observações, manuseios e construções que permitam fazer conjecturas e identificar propriedades. (...) Também neste quarto ciclo, os problemas de Geometria vão fazer com que o aluno tenha seus primeiros contatos com a necessidade e as exigências estabelecidas por um raciocínio dedutivo. (...) A busca da construção de argumentos plausíveis pelos alunos vem sendo desenvolvida desde os ciclos anteriores em todos os blocos de conteúdos. (...) Embora no quarto ciclo se inicie um trabalho com algumas demonstrações, com o objetivo de mostrar sua força e significado, é desejável que não se abandonem as verificações empíricas, pois estas permitem produzir conjecturas e ampliar o grau de compreensão dos conceitos envolvidos. (BRASIL, 1998, p. 86-87)

O material didático utilizado neste projeto foi o Geoplano (desconhecido pelos alunos até aquele momento), no qual foram construídos vários polígonos, onde a primeira tarefa foi relembrar os conceitos de polígonos convexos e de não-convexos. A seguir localizamos na construção a diagonal de um polígono convexo, e a partir daí os alunos analisaram as possíveis relações entre a quantidade de lados e a quantidade de diagonais presentes em um mesmo polígono. Para isso, os alunos analisaram polígonos com 3, 4, 5, 6, 7 lados, e a quantidade de diagonais presentes neles, através da construção no Geoplano. Com o preenchimento de uma tabela, concluíram através do cálculo que a fórmula $D=n(n-3)/2$ funciona para os polígonos construídos, inclusive para o caso do triângulo, que não permite a construção de diagonais (neste caso $D=0$) e finalizamos o projeto com uma atividade avaliativa escrita.

Os conteúdos trabalhados foram: Geometria plana, polígonos e especificamente, o cálculo do número de diagonais de um polígono convexo. Com a utilização do Geoplano, a visualização, compreensão e manipulação dos entes geométricos trabalhados (polígonos e diagonais) ficaram mais fáceis e isso deixou os alunos mais à vontade para testar as possibilidades e arrumar, quase que instantaneamente, pequenos erros e dúvidas que surgiram no decorrer das aulas. Os alunos compreenderam bem o conteúdo e trabalharam bem em grupo, além de citarem que gostaram de trabalhar com o Geoplano e que era mais fácil entender a Geometria quando se constrói ao invés de apenas ver os desenhos do livro e usar a fórmula para calcular quantidades sem entender do que se trata.

Com base na representação das faces do tetraedro para o processo de conhecimento geométrico: percepção, construção, representação e concepção (Machado, 2005), pode observar na análise desse projeto a ampla relação existente principalmente entre percepção, construção e representação e a não hierarquia entre elas. Por exemplo: a construção dos polígonos no Geoplano possibilitou a percepção de uma forma de representação e nela, a relação entre a quantidade de lados e diagonais de um mesmo polígono; assim como, o salto ao ser proposta a verificação da validade da fórmula que permite o cálculo do número de diagonais de um polígono convexo (uma forma de representação algébrica dos conceitos geométricos estudados).

Na avaliação realizada pelos alunos ao final do trabalho, pode observar que haviam compreendido de onde vinha a fórmula para o cálculo das diagonais de um polígono. Assim, entendo que as quatro faces da construção do conhecimento geométrico, sugeridas por Machado, contribuem para que o professor reconheça em sua forma de trabalhar a necessidade de buscar um ensino conceitual de Geometria nas aulas de Matemática que contemplam esses conteúdos.

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os objetivos deste trabalho foram: levantar visões de autores que propuseram um ensino conceitual de Geometria, identificar tendências didático-pedagógicas para o ensino-aprendizagem de Geometria, e descrever práticas desenvolvidas por mim no ambiente escolar nesse contexto.

A pesquisa sobre autores como Lorenzato (1995) e Boyer (1996), além de Documentos oficiais (como os Parâmetros curriculares Nacionais e as Diretrizes Curriculares da Educação Básica), que tratam do ensino de Geometria na escola básica, e as indicações encontradas, levou-me a outros autores. Entre eles, Flores e Moretti (2006), que descrevem a importância do uso de figuras no ensino-aprendizado da Geometria plana e espacial em geral, por ser uma ferramenta que possui um suporte intuitivo e que desempenha função heurística.

Nessa busca, encontrei em Machado (2005) um apoio fundamental ao sugerir um tetraedro com faces interligadas e articuladas se alternando na dinâmica do processo cognitivo na aprendizagem de Geometria. O destaque à percepção, concepção, construção e representação foi por mim entendida como basilar para esclarecer os focos desse processo que explicita a relevância da realização de atividades que integrem essas faces do tetraedro sugerido.

Ao pesquisar sobre tendências didático-pedagógicas para o ensino de Geometria, me deparei com os autores Andrade e Nacarato (2013), que tomaram por base a concepção de tendência apresentada por Fiorentini (1995) sobre o ensino de Matemática, para propor algumas tendências voltadas ao ensino de Geometria. Após citá-las, identifiquei o foco das práticas por mim desenvolvidas e apresentadas nesse trabalho na subcategoria denominada “empírico-ativista”, em que a Geometria é trabalhada em sala de aula por meio de recursos experimentais.

As práticas que descrevi no texto referem-se a trabalhos feitos no decorrer dos anos 2013 e 2014, com relato de projetos feitos sob a orientação de professores da UFPR em escolas públicas referentes aos estágios das disciplinas de Prática de Docência em Matemática I e II, respectivamente. Nesses projetos busquei um trabalho com formas geométricas planas e espaciais, tendo em vista uma

abordagem diferente da tradicional, levando em conta ferramentas de apoio à aprendizagem como a manipulação, construção, visualização e análise dessas formas, tentando facilitar e maximizar o ensino-aprendizagem dos conteúdos abordados. As manifestações dos alunos nos questionários de avaliação do trabalho desenvolvido e nas discussões durante o decorrer do projeto trazem indícios de que este é um caminho possível em direção a uma compreensão conceitual.

Como consequência das pesquisas e da elaboração deste Trabalho de Conclusão de Curso, ficou mais fácil me familiarizar com as sugestões que os documentos oficiais governamentais trazem sobre o ensino de Geometria, e ampliar meu conhecimento sobre a importância de se trabalhar a Geometria sob uma perspectiva conceitual, se distanciando do método tradicional de ensino. Visando sempre uma melhor compreensão e aproveitamento dos conteúdos dessa área da matemática, que muitos professores da escola básica deixam de lado, como se ela fosse de pouca importância para o desenvolvimento crítico e pessoal dos alunos é que entendi ser importante apresentar as práticas que venho desenvolvendo em sala de aula.

Espero que o ensino de Geometria se torne cada vez mais próximo do que sugerem os autores citados, pois esses conteúdos matemáticos fornecem uma quantidade inestimável de conhecimento e de estratégias para se analisar, compreender e representar o mundo em que vivemos.

REFERÊNCIAS

FIORENTINI, D. Alguns modos de ver e conceber o ensino de Matemática no Brasil. **Zetetiké**. São Paulo, v. 3, n. 4, p. 1-37, 1995.

LORENZATO, S. Por que não ensinar Geometria? **A educação matemática em revista. Geometria**. Florianópolis, v. 04, p.03-13, 1995.

BOYER, C. B. **História da Matemática**. 2. Ed. São Paulo: Edgard Blücher, 1996.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais – Matemática**. Brasil, MEC/SEF, 1998.

MACHADO, N. J. **Epistemologia e didática: as concepções de conhecimento e inteligência e a prática docente**. 6. Ed. São Paulo: Cortez, 2005.

PARANÁ, Secretaria de Estado da Educação. **Diretrizes Curriculares da Educação Básica - Matemática**. Paraná, 2006.

FLORES, C. R.; MORETTI, M. T. As figuras geométricas enquanto suporte para a aprendizagem em Geometria: um estudo sobre a heurística e a reconfiguração. **REVEMAT - Revista Eletrônica de Educação Matemática**. Santa Catarina, v. 13 1.1, p. 5 -13, 2006.

PARANÁ, Secretaria de Estado da Educação. **Diretrizes Curriculares da Educação Básica - Matemática**. Paraná, 2008.

ANDRADE, J. A. A.; NACARATO, A. M. Tendências didático-pedagógicas para o ensino de Geometria. **GT: Educação Matemática**. São Paulo, n.19, 2013.

Disponível em:

http://www.ufrj.br/emanped/paginas/conteudo_producoes/docs_27/tendencias.pdf .

Acesso em: 21/06/2015.