

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

CARLA SIMONE SALDANHA

INVESTIGAÇÕES MATEMÁTICAS NO ENSINO MÉDIO

CURITIBA
2013

CARLA SIMONE SALDANHA

INVESTIGAÇÕES MATEMÁTICAS NO ENSINO MÉDIO

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado
à Universidade Federal do Paraná como
Requisito parcial para obtenção da
Graduação em Matemática
Orientadora: Prof^a Dr^a Neila Tonin Agranionih

CURITIBA
2013

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus, o Mestre dos mestres, Senhor da sabedoria!

“Em seu poder estamos nós, as nossas palavras, a nossa inteligência e as nossas habilidades. Ele me concedeu o conhecimento exato de tudo o que existe, para que eu possa compreender a estrutura dos elementos, o começo, o meio e o fim dos tempos, a alternância dos solstícios e as mudanças de estações, os ciclos do ano e a posição dos astros, a natureza dos animais e o instinto das feras, o poder dos espíritos e o raciocínio dos homens, a variedade das plantas e a propriedade das raízes. Aprendi tudo o que está oculto e tudo o que está por ver, porque a sabedoria, artífice de todas as coisas, foi quem me ensinou.”
(Sabedoria 7, 16-21)

À minha orientadora, Prof^a Dr^a Neila Tonin Agranionih, pela dedicação e paciência na orientação deste trabalho.

Aos dos meus amigos do Projeto PIBID e em especial à Prof^a Dr^a Elisângela Campos, pelo acolhimento como bolsista no Projeto PIBID, pela amizade e contribuições essenciais para este trabalho.

Agradeço aos meus queridos amigos, que me fizeram sentir o calor de uma acolhida, me emocionando com um presente, no meu aniversário em 2010. Saibam que presente maior é ter a amizade de vocês, que me deram forças para prosseguir e vencer. Compartilho este momento com vocês.

Ao meu marido Giovanni, por ter suportado minhas ausências, comemorado minhas vitórias e me amparado nas dificuldades.

Aos meus pais amados, que não mediram esforços para que eu alcançasse os meus objetivos; são referências para minha vida, me concederam amor e dedicação incondicional. A vocês a minha gratidão.

“Ninguém é sujeito da autonomia de ninguém. Por outro lado, ninguém amadurece de repente, aos vinte e cinco anos. A gente vai amadurecendo do ser para si, é processo, é vir a ser.”

Paulo Freire

RESUMO

O presente trabalho sugere o uso das Investigações Matemáticas como uma metodologia diferenciada para o ensino e aprendizagem da matemática escolar, com enfoque para o Ensino Médio. Nele apresentamos o referencial teórico direcionado ao estudo das Investigações Matemáticas em sala de aula e sugestões de atividades de natureza investigativa, para aplicação no Ensino Médio. Tomamos como objetivos desenvolver e aplicar Atividades Investigativas em uma turma de 3º ano do Ensino Médio com vistas a verificar como os alunos reagem frente a esta proposta de ensino de Matemática, identificar as dificuldades enfrentadas por eles na realização das atividades investigativas e verificar se os alunos socializam suas ideias e descrevem os resultados encontrados utilizando a linguagem matemática. As atividades foram aplicadas em uma escola do Estado do Paraná, em turmas do 3º ano do Ensino Médio diurno. Através das observações de aulas, informações colhidas na ficha de observação das atividades e do questionário aplicado aos alunos, conferimos que os estes, embora tenham as ideias matemáticas intuitivas e consigam explicar suas intenções, pouco conseguem escrever na linguagem matemática suas observações. Demonstraram interesse para atividade através de interações entre eles e com os professores, além de posicionamentos favoráveis constantes no questionário aplicado a eles. As dificuldades apontadas envolvem interpretação, limitações conceituais, dificuldade no uso do software e ainda a pouca prática de resolução das questões, no molde investigativo proposto.

Palavras-chave: Investigações Matemáticas; Atividades Investigativas; Matemática para o Ensino Médio.

LISTA DE QUADROS

QUADRO 1 – COMO VOCÊ AVALIARIA A AULA?.....	49
QUADRO 2 – VOCÊ CONSIDERA AS AULAS DIFERENCIADAS? POR QUÊ?.....	50
QUADRO 3 – VOCÊ JÁ TEVE EXPERIÊNCIA DE ATIVIDADES DIFERENCIADAS DE MATEMÁTICA EM ALGUM MOMENTO? ESCREVA COMO FOI E SE GOSTOU.....	51
QUADRO 4 - COMO VOCÊ AVALIARIA O GRAU DE DIFICULDADE PARA A REALIZAÇÃO DAS ATIVIDADES PROPOSTAS?.....	51
QUADRO 5 - SE PUDESSE ESCOLHER, COMO GOSTARIA QUE FOSSEM AS AULAS DE MATEMÁTICA?.....	52

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....	7
2 ATIVIDADES INVESTIGATIVAS NO ENSINO DE MATEMÁTICA.....	10
2.1 INVESTIGAÇÃO NO CURRÍCULO	13
2.2 INVESTIGAÇÃO E INVESTIGAÇÃO EM MATEMÁTICA.....	15
2.2.1 Diferença/aproximação entre investigações matemáticas e resolução de problemas.....	16
2.2.2 Como devem ser elaboradas as Investigações Matemáticas	19
2.2.3 O que é necessário para um bom desenvolvimento das Atividades Investigativas de Matemática	20
2.2.4 O papel do professor em sala de aula e a postura do professor investigador.....	22
2.2.5 Importância das Atividades Investigativas para a aprendizagem da Matemática	24
3 METODOLOGIA DO TRABALHO	26
4 APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS	28
4.1 OBSERVAÇÕES INICIAIS – PRIMEIRA FASE DA PESQUISA.....	28
4.2 DESENVOLVIMENTO DAS ATIVIDADES INVESTIGATIVAS.....	29
4.3 ANÁLISE DAS ATIVIDADES INVESTIGATIVAS PROPOSTAS	39
4.3.1 Socialização das ideias e uso da linguagem matemática.....	39
4.3.2 Participação, interesse e envolvimento dos alunos durante a realização das atividades.....	43
4.3.3 As dificuldades encontradas pelos alunos na realização das atividades	44
4.4 AVALIAÇÃO DAS ATIVIDADES REALIZADA PELOS ALUNOS	46

5 CONCLUSÃO	51
REFERÊNCIAS	54
ANEXO 1- ATIVIDADES PIBID PLANO CARTESIANO	56
ANEXO 2 – ATIVIDADE GEOMETRIA ANALÍTICA	58
ANEXO 3 - FOTOS NO LABORATÓRIO DE INFORMÁTICA	60
APÊNDICE A – FICHA DE OBSERVAÇÃO DAS AULAS	61
APÊNDICE B – PLANO DE AULA – ATIVIDADE INVESTIGATIVA.....	62
APÊNDICE C – FICHA DE OBSERVAÇÕES DA APLICAÇÃO DA ATIVIDADE INVESTIGATIVA.....	66
APÊNDICE D – QUESTIONÁRIO APLICADO AOS ALUNOS	67
APÊNDICE E – MODELO DE TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO	68

1 INTRODUÇÃO

Há muito se entende a necessidade de estudar a aplicação de novas metodologias no ensino da Matemática. Essa necessidade se justifica dentre outras coisas, para atender às recomendações dos PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS (PCN's, 2008).

Em 2005 ocorreram mudanças significativas no currículo para a Educação Básica, acrescentando as disciplinas de Sociologia e Filosofia no currículo do Ensino Médio, ocorrendo uma consequente mudança nas horas/aula por disciplina. Essa alteração de carga horária atingiu diretamente as disciplinas de Matemática e Português haja vista que estas disciplinas possuíam a maior carga horária até o momento. Este fato forçou alterações no ensino das referidas disciplinas, uma vez que a quantidade de conteúdos foi mantida, para a quantidade reduzida de horas semanais para aplicação destes conteúdos e ainda precisando acrescentar momentos para os exercícios e as avaliações. No caso do currículo de Matemática no estado do Paraná, houve o acréscimo de conteúdo com estudo das Geometrias Euclidianas e não Euclidianas para o Ensino Médio.

A diminuição da carga horária das aulas de Matemática contribuiu também para que os professores procurassem direcionar melhor suas ações, selecionando o que é estritamente necessário para a formação dos alunos, focando seu planejamento de forma a alcançar as competências e habilidades almejadas, descritas nos PCN's, embora, em boa parte das vezes, no que julgavam relevante aos alunos aprenderem ou em conteúdos que possuíam maior familiaridade e facilidade em trabalhar, entre outras razões.

Com estas colocações, não queremos dizer que as disciplinas de Português e Matemática são mais importantes que as demais, mas apenas que suas cargas horárias sofreram maior alteração, uma vez que estas disciplinas possuíam maior carga horária que as demais disciplinas, antes das alterações governamentais propostas.

Para otimização do tempo, muitos professores basearam sua prática educativa em métodos semelhantes a “receita de bolo”, onde são ensinados os conteúdos do livro e aplicados em seguida exercícios de fixação, onde os alunos aprendem “seguindo o modelo”; prática essa que valoriza a memorização de

algoritmos, abrindo mão de metodologias inovadoras e não contemplando em sua prática novas tendências da Educação Matemática. Esta prática educativa tem como base o behaviorismo ou comportamentalismo, onde o professor ensina o conteúdo até a exaustão e espera que os alunos aprendam por repetição e memorização. Nesta condição, o aluno torna-se somente um receptor de conhecimento, totalmente passivo no processo de aprendizagem.

As tendências presentes na Educação Matemática são apresentadas por diversos autores, como sugestões de ensino e aprendizagem. Dentre elas, podemos citar a Modelagem Matemática, o uso de Jogos e Materiais Concretos e de Mídias, Resolução de Problemas e a aplicação de Atividades Investigativas.

Os PCN's (BRASIL, 2008) no que se refere ao ensino e aprendizagem, apresentam, de uma forma incisiva, propostas de ensino que favorecem a participação do aluno com a intervenção do professor; focando na autonomia do aluno, em uma abordagem construtivista. Temos que, pela abordagem construtivista, a criança aprende pela interação com o meio, de forma ativa, considerando que conhecimento não pode ser repassado, mas construído pelo indivíduo.

As reflexões sobre as questões que envolvem o ensino de Matemática que realizamos ao longo do curso de Licenciatura, provocaram questionamentos. Dentre eles, se haveria uma metodologia de ensino que atenda às nossas necessidades educacionais, contribuindo para o desenvolvimento das competências e habilidades descritas nos documentos base da educação e ao mesmo tempo, que se encaixe nas necessidades de tempo para ensinar os conteúdos especificados no currículo escolar.

Em nosso trabalho apresentamos as Atividades Investigativas como proposta metodológica para o Ensino Médio, pois entendemos que a aprendizagem realizada dessa forma atende à proposta de abordagem construtivista, e constitui uma opção interessante para o ensino da Matemática. Não estamos dizendo que a abordagem que apresentamos é a mais apropriada, mas uma alternativa possível para tornar o ensino de matemática mais interessante.

Propusemos a desenvolver e aplicar Atividades Investigativas em uma turma de 3º ano do Ensino Médio com vistas a verificar como os alunos reagem frente a esta proposta de ensino de Matemática, identificar as dificuldades enfrentadas por eles na realização das atividades investigativas e verificar se os alunos socializam

suas ideias e descrevem os resultados encontrados utilizando a linguagem matemática. Para tanto, elaboramos e aplicamos uma sequência didática em uma turma do Colégio Estadual Professora Maria Aguiar Teixeira, na cidade de Curitiba no Estado do Paraná, período diurno, envolvendo a metodologia das Investigações Matemáticas.

Para melhor compreensão das Investigações Matemáticas, apresentaremos referências sobre o que são, como devem ser elaboradas e trabalhadas em sala de aula e sua contribuição para a aprendizagem em Matemática.

Aos leitores, que possam tirar bons frutos do trabalho realizado podendo integralizá-lo à sua trajetória profissional e acadêmica fazendo bom uso das Atividades Investigativas em sala de aula, em favor da efetiva aprendizagem em Matemática.

2 ATIVIDADES INVESTIGATIVAS NO ENSINO DE MATEMÁTICA

Em todas as séries podemos observar que os alunos têm uma resistência natural à Matemática. Muitos não gostam, acham difícil ou até inalcançável e fazem alguns comentários, justificando a dificuldade em Matemática do tipo: “Matemática tem muita fórmula para decorar”; “a Matemática tira umas coisas não sei de onde”; “não entendo nada sobre o que fala (o professor)”; ou ainda, de forma mais clássica: “Matemática é difícil mesmo”, como se essa condição fosse intrínseca à disciplina.

Através dos estágios da disciplina Prática de Docência, relatos dos alunos ou mesmo por lembranças do nosso período acadêmico, na Educação Básica, percebemos que os alunos, talvez pela aplicação de uma metodologia de ensino inadequada, acumulam fórmulas e algoritmos, passando a realizar as atividades de forma mecanizada, sem entender ao certo o que fazem e o porquê fazem, retirando o prazer das descobertas, que agora são vistas com o pesar de implicarem apenas em mais regras a serem decoradas para a prova. A dificuldade conceitual em Matemática contribui para aumentar essa apatia e o sentimento de inferioridade, a partir do momento em que o aluno não consegue realizar atividades que vão pouco além de mera aplicação de fórmulas.

Para diminuir essa resistência à Matemática e ao rótulo de ser uma disciplina muito difícil, inacessível, buscamos uma metodologia diferenciada, que favorecesse a autonomia e o desenvolvimento da autoconfiança dos alunos em seu potencial acadêmico.

Constatamos que essas dificuldades em Matemática apontadas por professores e alunos refletem-se diretamente nas avaliações de desempenho. Apresentaremos então neste momento, alguns dos resultados de avaliações, com a finalidade de trazer ao conhecimento do leitor o atual quadro de desempenho de nossos estudantes da Educação Básica para o ensino de Matemática.

De acordo com o SAEB (SISTEMA NACIONAL DE AVALIAÇÃO DA EDUCAÇÃO BÁSICA) relativo ao desempenho em Matemática dos alunos do 3º Ano do Ensino Médio para o ano de 2011, as notas dos alunos variam entre 264,6 para escolas públicas e 332,8 para escolas privadas. Essas notas seguem a escala de desempenho em Matemática, apresentada na página do INEP (INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS ANÍSIO TEIXEIRA).

A nota de Matemática da rede pública (de 264,6) compreende ao intervalo entre 250-300, estando entre os níveis 6 e 7, onde espera-se que os alunos saibam utilizar os conceitos de Progressão Aritmética (PA) e interpretar tabelas de dupla entrada com dados reais. A nota obtida pela escola privada é de 332,8, compreendida ao intervalo 300-350, estando dentre os níveis 8 e 9. Nestes níveis espera-se que além de conseguir fazer o que se descreve no nível 250-300, os alunos resolvam problemas calculando valor numérico de uma função e identificando uma função do 1º grau; resolvam problemas calculando o resultado de uma divisão em partes proporcionais; calculem a probabilidade de um evento em um problema simples; identifiquem em um gráfico de funções o comportamento de crescimento e decrescimento; identifiquem o gráfico de uma reta dada sua equação; utilizem o conceito de Progressão Geométrica (PG) para identificar o termo seguinte de uma sequência dada.

Percebe-se que os alunos da escola privada atingiram melhores resultados na avaliação do SAEB. Ainda, no que se descreve entre os níveis 6 e 7 referente a habilidades e competências relativas a conteúdo do 1º ano do Ensino Médio e parte do 2º Ano, deixa a entender que os alunos, em média, não dominam as habilidades e competências para o 3º ano, tanto na rede pública quanto na rede privada. Observando apenas a nota dos alunos da rede pública, a média é muito baixa para os níveis que se desejava alcançar.

Para complementar as informações quanto às avaliações de desempenho de Matemática para o Ensino Médio, acrescentamos os dados do PISA (PROGRAMA INTERNACIONAL DE AVALIAÇÃO DE ESTUDANTES), que apontam que o Brasil vem melhorando os resultados entre os anos de 2000 a 2009 e os índices relativos à Matemática destacam-se por apresentarem maior progressão, enquanto as áreas de conhecimento de leitura e ciências possuíram pouca variação nestes anos. Porém, mesmo com a melhora de desempenho, a Matemática é a que possui as menores notas, de acordo com os índices.

Nos dados retirados no site do movimento “Todos pela Educação”, podemos fazer uma reflexão sobre metas pré-estabelecidas para a Educação no Brasil para o ano de 2011. A Meta 3 - “Todo aluno com aprendizado adequado à sua série”, considerada a mais desafiadora para o programa, aponta uma defasagem na disciplina Matemática maior em relação à disciplina de Português, entre os 5º e 9º Anos do Ensino Fundamental e o 3º Ano do Ensino Médio. Comparando apenas as

porcentagens de Matemática, no atendimento às metas de 2011, temos que atingimos para o 5º Ano 36,5%; ultrapassando a meta de 35,0% para Matemática. Para o 9º Ano a meta foi de 25,4% e atingimos 16,9% e para o 3º Ano do Ensino Médio a meta foi de 19,6% e atingimos 10,3%. Podemos verificar com isso que o 3º Ano do Ensino Médio apresenta maior defasagem em relação às metas.

A meta 4 – “Todo jovem de 19 anos com Ensino Médio concluído”, almejava alcançar o percentual de 72,9% de alunos com o ensino fundamental concluído até os 16 anos e de acordo com registros e atingimos 63,4%. Para a conclusão do Ensino Médio com idade de 19 anos, a meta era de 53,6% e atingimos 50,2%, indicando o não cumprimento das metas, tanto para o Ensino Fundamental quanto para o Ensino Médio.

É de se observar e se perguntar o porquê o Ensino Médio possui menor taxa de aprendizado de Matemática em relação ao 9º Ano do Ensino Fundamental, mas possui maior taxa de conclusão em idade ideal. É possível que estes alunos estejam sendo aprovados sem o devido conhecimento Matemático? Outra justificativa plausível, de acordo com nossos estudos, estaria no fato dos alunos utilizarem de suas fórmulas decoradas para realizar as avaliações e com isso alcançarem os resultados, porém depois esquecem o conteúdo, pois a aprendizagem não foi efetiva, neste caso.

Comparando os dados do movimento “Todos pela Educação” com os dados do SAEB para o ano de 2011 referentes ao 3º Ano Ensino Médio, verifica-se que os dados se reafirmam quando se verifica uma defasagem no aprendizado adequado à série de acordo no movimento “Todos pela Educação” e os alunos não atingem as habilidades e competências desejadas na prova do SAEB.

Os quadros indicadores de qualidade do INSTITUTO NACIONAL DE EDUCAÇÃO BÁSICA, o INEB, indicam a Matemática como sendo a vilã, com seus índices sempre inferiores, se comparados a demais áreas de conhecimento, mesmo que estes estejam em ascensão.

A escolha de trabalhar as Atividades Investigativas no Ensino Médio é devida também à análise dessas avaliações de ensino, que apontam esta etapa como sendo a de maior defasagem em relação às metas. As atividades do tipo investigativas formam uma proposta que se aproxima da Resolução de Problemas e são indicadas como um meio para alcançar a aprendizagem. Acreditamos que este tipo de atividade possa contribuir para a melhoria da qualidade do ensino da

Matemática, pois consegue fazer com que os alunos mantenham um grau de autonomia na construção do conhecimento, aproximando deles o saber científico, ensinando-os a pensar como os matemáticos, melhorando sua autoconfiança a cada descoberta, além de contribuir de modo a amenizar a resistência destes alunos frente à Matemática, esse sentimento este que leva a uma desmotivação.

2.1 INVESTIGAÇÃO NO CURRÍCULO

Nessa abordagem inicial, apresentamos os PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS PARA O ENSINO MÉDIO (PCNEM) que fazem referência à importância de trabalhar a Matemática de modo a desenvolver o espírito investigativo e a habilidade de resolução de problemas. Eles apresentam a investigação como uma das competências gerais eleitas como metas para as Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias:

[...] investigação e compreensão, competência marcada pela capacidade de enfrentamento e resolução de situações-problema, utilização dos conceitos e procedimentos peculiares do fazer e pensar das ciências. (PCNEM, 2008, p. 110)

Os PCNEM descrevem a Resolução de Problemas como ferramenta fundamental, onde através do desafio o aluno é estimulado a se engajar no processo de aprendizagem, na busca da resolução do problema proposto.

A resolução de problemas é a perspectiva metodológica escolhida nesta proposta e deve ser entendida como a postura de investigação frente a qualquer situação ou fato que possa ser questionado. (PCNEM 2008, p.126)

Além disso, referem que:

[...] o que se espera é que o aluno seja competente em resolução de problemas, senão de todos, pelo menos daqueles que permitam desenvolver formas de se pensar em Matemática. (PCNEM, 2008, p. 109)

Ainda no que se refere às competências e habilidades necessárias para o Ensino Médio, falam da importância da interpretação e comunicação na linguagem

matemática para a aprendizagem e indicam que para atender às competências e habilidades objetivadas para as Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias, os alunos devem buscar formas de resolver as situações-problema apresentadas, motivados pelo desafio. Colocam que na tentativa de resolução, os alunos desenvolvem a linguagem matemática que se refere à competência de representação e comunicação, estabelecendo assim essa relação direta da investigação com a resolução de problemas, onde ambos levam à autonomia do aluno.

Alunos que não falam sobre matemática e não têm a oportunidade de produzir seus próprios textos nessa linguagem dificilmente serão autônomos para se comunicarem nessa área. (PCNEM, 2008, p. 117)

Entendemos que as atividades do tipo investigativas favorecem o atendimento dessas habilidades e competências estabelecidas pelos textos base educacionais, pois mudam a postura dos alunos frente ao diferente.

Os textos base colocam ainda que o trabalho em grupo favorece o desenvolvimento das competências e que devemos adotar postura de investigação frente aos questionamentos contidos nas atividades e dentro das estratégias de ação.

Há ainda uma nova proposta para o Ensino Médio chamado de Ensino Médio Inovador, instituída em 2009, integrando o Plano de Desenvolvimento da Educação - PDE, que contém em suas recomendações, a proposta do desenvolvimento de metodologias para a sistematização do conhecimento, por meio da experimentação, da vivência e da observação, da coleta e análise de dados e da organização das informações a partir da reflexão sobre os resultados alcançados.

Diante dessas colocações, acreditamos que as Investigações Matemáticas consistem em uma orientação metodológica para o ensino da Matemática que contemplam as recomendações dos PCNEM de trabalhar de modo a desenvolver uma postura de investigação frente aos problemas matemáticos.

2.2 INVESTIGAÇÃO E INVESTIGAÇÃO EM MATEMÁTICA

Quando se fala em “aprender matemática”, se espera que este aprender vá além da aprendizagem de conceitos, procedimentos e aplicações. Pressupõe que aprender matemática se transforme no fazer matemática. Não é simplesmente compreender a matemática já feita, mas ser capaz de fazer investigação de natureza matemática.

A literatura sobre as Atividades Investigativas são recentes e ao se falar sobre o tema, podemos citar o nome em especial de João Pedro da Ponte que nos apresenta vários artigos e dissertações sobre o tema em questão. Além dele ou em alguns momentos com ele, encontramos textos de Brunheira (1999), Brocardo (2003), Oliveira (1996, 1998 e 2003), Varandas (1998) e Segurado (1996 e 1998); e não podemos deixar de acrescentar Mendes, Fiorentini e Cristóvão (2005), que também discorrem sobre o assunto.

Buscando melhor explicar o conceito de investigações e investigações em Matemática, encontramos um texto de Ponte (2004, p. 1), onde ele diz que a palavra investigar pode ser empregada em vários contextos e que para os matemáticos, significa descobrir relações entre objetos matemáticos conhecidos ou desconhecidos. A acrescentar, em outro trabalho, Ponte, Brocardo e Oliveira (2003) referem que “investigar é procurar saber o que não se sabe”. Já investigar em Matemática, adquire conotação diferente, uma vez que envolve conceitos, testes e provas de conjecturas e procedimentos próprios matemáticos. Os autores colocam esta particularidade como sendo “estilo de conjectura-teste-demonstração”.

Encontramos momentos em que os autores chamam as Atividades Investigativas de atividades exploratório-investigativas. Isso porque a exploração faz parte da atividade investigativa, tendo em vista que abrange sua fase inicial, conforme colocado no texto de Ponte, Brocardo e Oliveira (2004, p. 20)

Para Porfírio e Oliveira (1999),

Investigar é um termo que, muitas vezes, é usado em sentido lato para descrever um certo tipo de actividade a que se associam características, tais como, descoberta, exploração, pesquisa, autonomia, tomada de decisões, espírito crítico. (PORFÍRIO, OLIVEIRA, 1999, p. 1)

Em outra abordagem, Mendes (2009, p. 124), relaciona as investigações matemáticas, dentro da perspectiva de projetos, utilizando a modelagem matemática como estratégia.

O que se confere é que as atividades de investigação envolvem o fazer matemática com a participação ativa dos alunos no processo de aprendizagem, não apenas recebendo o conhecimento. Estas atividades se aproximam da resolução de problemas por partir de uma situação-problema a resolver, e diferenciando-se por ter um caráter divergente, que leva a outros questionamentos no desenvolver das atividades e a conclusão nem sempre é única. (OLIVEIRA, SEGURADO, PONTE, 1996, p. 2).

Podemos optar por elaborar atividades de natureza investigativa dentro da perspectiva da Modelagem Matemática, com o uso de jogos, material concreto, uso de mídias ou resolução de problemas, tomando-as como estratégias para a aplicação de atividades investigativas. Em nosso trabalho optamos por utilizar de um software como ferramenta para a aprendizagem das questões investigativas propostas.

2.2.1 Diferença/aproximação entre investigações matemáticas e resolução de problemas

No texto dos PCNEM (2008), temos que, para atender às competências e habilidades objetivadas para as Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias, os alunos devem buscar formas de resolver as situações-problema apresentadas, motivados pelo desafio e na tentativa de resolução, os alunos desenvolvem a linguagem matemática que se refere à competência de representação e comunicação. O que nos remete a percepção dessa relação direta da investigação com a resolução de problemas.

Para acrescentar, temos que dentro das estratégias de ação, os PCNEM referem que “A resolução de problemas é a perspectiva metodológica escolhida nesta proposta e deve ser entendida como a postura de investigação frente a qualquer situação ou fato que possa ser questionado”. (PCNEM 2008, p. 126)

Sendo assim, de forma não direta, os PCNEM reconhecem a resolução de problemas como metodologia para se trabalhar de forma investigativa. Claramente aqui, podemos observar esta relação entre investigação e resolução de problemas.

Ponte (2004, p. 3) descreve a proximidade entre investigação e resolução de problemas, entendendo que a investigação parte da busca de solução para uma situação problema.

Encontramos referências a esta proximidade entre investigação e resolução de problemas em uma obra de Mendes (2009) onde o autor argumenta:

Atualmente, a resolução de problemas é encarada como uma metodologia de ensino em que o professor propõe ao aluno situações-problema caracterizadas pela investigação e exploração de novos conceitos. (MENDES, 2009, p. 71).

Em seu texto, Mendes classifica tipos de problemas e coloca que para a resolução de cada um deles, devemos utilizar da investigação, formulação de conjecturas, da descoberta de meios para solução e aplicação conceitos anteriores. Com isso, podemos pensar na atividade investigativa como uma forma de resolução de problemas ou em termos de metodologia, podemos pensar em utilizar as atividades investigativas a partir de situações-problema, estabelecendo esta relação íntima entre os conceitos. Neste caso, a introdução de uma situação-problema se torna uma estratégia para a atividade de investigação.

Para apresentar as diferenças entre as investigações matemáticas e resolução de problemas, temos Fiorentini, Fernandes e Cristóvão (2004) que identificam as atividades investigativas como situações-problemas de uma forma mais abrangente.

Podemos colocar da seguinte forma, em acordo com as referências bibliográficas estudadas: em um exercício ou problema o enunciado indica claramente o que é dado e o que é pedido. Com isso, o professor sabe de antemão se a solução está certa ou errada. Numa investigação as questões apresentadas são abertas, não são claramente definidas e requerem a participação do aluno na própria formulação das questões a estudar. O que é apresentado como questão gera novos questionamentos para sua resolução.

As investigações matemáticas diferenciam-se das demais por serem situações-problema desafiadoras e abertas, permitindo aos alunos várias alternativas de exploração e investigação. (FIORENTINI, FERNANDES, CRISTÓVÃO, 2004; p. 3)

Afonso e Gabriel (2007) colocam que as investigações matemáticas vão além da resolução de problemas, com questões abertas, pouco ou mais elaboradas e enunciados em aberto, que exigem empenho dos alunos em sua resolução.

Os autores Fonseca, Brunheira e Ponte (1999), reconhecem a importância da resolução de problemas, quando descrevem que:

A temática da resolução de problemas é, pois, determinante para compreender até que ponto é possível aproximar o trabalho do aluno na disciplina de Matemática da actividade matemática. (FONSECA, BRUNHEIRA, PONTE;1999)

Os autores (FONSECA, BRUNHEIRA, PONTE,1999, p. 4) relatam que o conceito de problemas sofreu alterações, aprimorando sua noção, tornando-se mais elaborado afim de, a partir dele, explorar novos conceitos e formular novas questões sendo essa a aproximação da resolução de problemas das atividades aqui chamadas de investigativas e exploratórias. Porém, é colocado que na resolução de um problema, toma-se em caminho que convergirá para a solução do mesmo; já na atividade investigativa e de exploração, o processo é divergente, pois parte de vários caminhos.

Numa investigação matemática, o objectivo é explorar todos os caminhos que surgem como interessantes a partir de uma dada situação. É um processo divergente. Sabe-se qual é o ponto de partida mas não se sabe qual será o ponto de chegada. (FONSECA, BRUNHEIRA, PONTE; 1999)

Vale pensar que nem toda atividade investigativa parte de uma situação problema, pensando que poderão partir apenas de uma “brincadeira com os números”, onde os alunos, de acordo com os objetivos propostos para atividades, podem inclusive permanecer apenas na fase exploratória inicial.

Mas de forma geral, temos que as atividades investigativas partem de uma situação problema, ou temos a resolução de problemas envolvendo investigação, estabelecendo uma relação entre os dois conceitos. Porém, as diferenças são apontadas na resolução, onde as atividades investigativas apresentam caminhos e destinos divergentes e um problema apresenta resposta única, fechada. Nas

investigações matemáticas sabe-se qual é o ponto de partida, mas não se sabe qual é o ponto de chegada, de acordo com Fonseca, Brunheira e Ponte (1999). Ao mesmo tempo, temos apresentado que o conceito de problema tem sofrido alterações, de forma a aproximar seu conceito ao conceito investigativo.

2.2.2 Como devem ser elaboradas as Investigações Matemáticas

Segundo Fonseca, Brunheira e Ponte (1999), as atividades poderão ser adaptadas ou elaboradas para que sejam atividades estimulantes, que permitam elaboração de questões discursivas; o que exige do professor muita pesquisa em diversas fontes, como livros, manuais, contando hoje com a opção de utilizar a Internet como um recurso, uma opção de pesquisa, a fim de buscar atividades variadas. Além disso, o professor deve incrementar as tarefas de modo a torná-las mais atrativas aos alunos, motivando-os para sua realização. Acrescenta ainda que o professor poderá optar pela adoção de softwares para casos em que não uso destes, dificultaria a aprendizagem.

Analisando os referenciais teóricos, entendemos que o plano de aula deve favorecer o trabalho em grupo. É sabido que nesta oportunidade podemos descobrir talentos escondidos. Ademais, a elaboração de atividades do tipo investigativas exige bastante preparação e uma postura de investigação também do professor, que deverá definir previamente os objetivos a alcançar, de acordo com Fonseca, Brunheira e Ponte (1999, p.10).

De forma geral, os autores dividem as atividades investigativas em fases, sendo iniciadas a partir de enunciados e objetivos pouco estruturados, a definição dos objetivos, condução das experiências (fase exploratória), formação de conjecturas, teste das conjecturas, argumentação, demonstração dos resultados e avaliação do trabalho realizado. Porém, depende da opção do professor, dentre seus objetivos especificados, acrescentar ou suprimir alguma fase do processo investigativo, sendo que também poderão ocorrer fases em simultâneo.

Dentro da perspectiva da resolução de problemas, a estrutura de uma atividade investigativa se desenvolve de forma a criar uma hipótese em torno do problema e então pesquisar o conteúdo envolvido, a fim de resolver o problema.

O uso de material concreto, Tangram e as novas tecnologias, como o Winplot e o GeoGebra podem ser utilizados como ferramentas para a aplicação de atividades investigativas. O GeoGebra, que será uma das ferramentas utilizadas neste trabalho em nossas atividades, teve uma contribuição significativa para o desenvolvimento desta, uma vez que os alunos não precisaram se empenhar em desenhar gráficos de funções, e puderam se ater às observações propostas. Além de que, muitas dessas observações se tornariam difíceis ou até impossíveis de se fazer sem o uso do software.

De uma forma que difere de outros autores, Mendes (2009, p.129) trata das atividades investigativas em seu trabalho dentro da perspectiva de projetos, e pressupõe que para o bom desenvolvimento das atividades, haja um planejamento bem definido centradas no que pesquisar, por quê, pra quê e como articular. Mendes sugere que as atividades investigativas sejam trabalhadas a partir de estratégias, tais como através da modelagem matemática, por ser uma metodologia que propõe investigações a partir de situações práticas e através da resolução de problemas, desenvolvendo a investigação a partir de um problema proposto.

2.2.3 O que é necessário para um bom desenvolvimento das Atividades Investigativas em Matemática

Analisando os referenciais teóricos, entendemos que o plano de aula deve favorecer o trabalho em grupo. É sabido que nesta oportunidade podemos descobrir talentos escondidos.

Como ponto de partida para a realização das atividades, Fonseca, Brunheira e Ponte (1999, p.10) destacam a importância da introdução à atividade, momento em que se deve explicar a proposta do trabalho diferenciado e o que se quer da tarefa. Mas alguns professores que utilizam a metodologia quando perguntados sobre esta necessidade, julgaram a explicação inicial desnecessária, ficando à escolha do professor. Em nosso trabalho, optamos por utilizar essa introdução explicativa, onde foi colocada a metodologia que seria aplicada, enfatizando para os alunos que o momento era de investigação das questões propostas. Optamos por essa explicação inicial, por julgarmos pertinentes as colocações dos autores Ponte, Brocardo e Oliveira (2004, p.27) de que os alunos devem ser estimulados para a

exploração, onde os autores falam em “atitude investigativa”, que é justamente o que difere este tipo de atividade da que os alunos estão acostumados a realizar. Deve-se fazer entender que metodologia não só é diferente, mas também implica em mudança de postura de trabalho, tanto dos alunos, quanto do professor.

Outro ponto a destacar nos referenciais teóricos é que nas atividades investigativas, tão importante quanto à atividade em si, é seu enunciado, onde deve estar bem claro o que se pede. Os autores sugerem ainda realizar as atividades em aulas de duas horas, a fim de favorecer o tempo para discussão. Mesmo porque, na fase exploratória inicial os alunos gastam algum tempo, tanto para os que estão acostumados com a metodologia, quanto os que ainda não a conhecem. Fato facilmente explicado pela natureza da atividade, que se diferencia da costumeira. Já no desenvolvimento, ressalta que o professor deve adotar postura questionadora.

Através de estudos em que os alunos são submetidos a esse tipo de atividade, percebe-se que eles têm dificuldade de aceitar que as atividades não tem fechamento. Recusam-se aceitar que a expressão fique sem resultado final único e numérico, conforme estão acostumados no estudo da aritmética.

O ambiente de aprendizagem também é importante e, segundo Ponte (2011, p.3), ele ajuda o aluno a se sentir à vontade para expressar suas ideias e, além disso, é necessária a prática de se trabalhar em grupos (p.4), para melhor desenvolvimento da atividade, onde acontecerá o diálogo, argumentação e soma de conhecimentos constante.

Também para Mendes (2009, p. 118), é importante essa criação de ambiente investigador, para que seja possível a aquisição de conhecimento, de forma contínua.

Alertando para uma possível mudança no planejamento durante a aplicação das atividades, Fonseca, Brunheira e Ponte (1999, p.11) colocam que “[...] o professor deve estar preparado para alterar a sua agenda consoante o rumo dos acontecimentos, sendo que a capacidade de reflexão na acção é aqui particularmente importante. (FONSECA, BRUNHEIRA, PONTE, 1999, p.11)

Por vezes, segundo Fonseca, Brunheira e Ponte (1999, p.10), poderão surgir questionamentos além dos previstos pelo professor durante o planejamento das atividades, dado que as questões permitem tomar várias direções para a resolução. Portanto, é importante, segundo Ponte, Brocardo e Oliveira (2003), que o professor possa antecipar as possibilidades.

O fechamento das atividades também se faz importante e para Oliveira, Segurado e Ponte (1996, p. 6), “sem essa discussão final sobre a actividade dos alunos pode se perder o sentido da investigação”. Isso porque neste momento que os alunos defenderão suas ideias, conjecturas, irão expor suas estratégias, além de favorecer o nivelamento das informações. Já para Fonseca, Brunheira e Ponte (1999), este momento de exposição de ideias ajuda a evidenciar os conhecimentos de matemática e de outras áreas de conhecimento utilizados pelos alunos, além de poder tomar este momento para a avaliação do próprio trabalho de investigação.

A avaliação, dentro da metodologia de investigação adotada, deve verificar onde o aluno está e onde devemos levá-lo a alcançar.

2.2.4 O papel do professor em sala de aula e a postura do professor investigador

Para haver aula investigativa é preciso adotar postura de investigação. Com isso, há de se esperar essa postura interrogativa/ investigativa não só dos alunos, mas também do professor, que deverá estimular a atitude investigativa nos alunos e até mesmo para entender e responder aos questionamentos diversos que poderão surgir no desenvolver das atividades muitas das vezes fugindo do planejamento inicial da aula.

Quanto ao papel do professor, Ponte, Oliveira, Brunheira e Varandas (2013) colocam que: “Ele tem de ser capaz de propor aos alunos uma diversidade de tarefas de modo a atingir os diversos objectivos curriculares”. (PONTE, OLIVEIRA, BRUNHEIRA, VARANDAS, 2013, p.2).

Neste caso, reforça a ideia de que o professor está em constante aprendizado, onde segundo Paulo Freire (2011; p. 25) “ensinar inexiste sem aprender”. Desta forma, professor e aluno são sujeitos no processo educativo.

Em frase escolhida para epígrafe neste trabalho, o autor coloca que a questão do amadurecimento, que não ocorre de repente, mas dia-a-dia.

Ninguém é sujeito da autonomia de ninguém. Por outro lado, ninguém amadurece de repente, aos vinte e cinco anos. A gente vai amadurecendo do ser para si, é processo, é vir a ser. (PAULO FREIRE, frase de capa)

A aplicação de uma nova metodologia em sala de aula, qualquer que seja ela, exige mudanças. Mudanças não só na forma de ensinar, por parte do professor, mas na forma de aprender, se envolver, por parte dos alunos; exige mudança de postura de ambos.

O aluno modifica sua postura naturalmente frente ao diferente. As aulas de cunho investigativo tiram o aluno de sua zona de conforto. Porém, é preciso ter paciência, pois a mudança não ocorre em um único dia, com aplicações pontuais de atividades. É um processo, que envolve fases, que devem ser desenvolvidas ao longo da vida acadêmica desses alunos, formando neles a postura de investigação.

Na fase inicial da atividade, o professor assume importante papel ao procurar estimular o aluno para a realização da atividade. É necessário despertar o interesse dos alunos para iniciar o trabalho. Também cabe ao professor buscar deixar o ambiente propício para a realização do trabalho investigativo.

No texto base dos PCNEM, recomenda-se que o professor deva assumir o papel de mediador do conhecimento, adotando essa postura questionadora, favorecendo um ambiente de investigação, onde os alunos tornam-se ativos no processo de aprendizagem.

Em uma aula investigativa, o papel do professor muda totalmente, pois agora ele passa a ser ouvinte. Os alunos assumem o papel principal, tornam-se autônomos no processo, em suas explorações. O professor interfere apenas quando solicitado. A intervenção também se faz necessária quando os alunos não conseguem desenvolver a atividade proposta, ou o fazem de forma demasiadamente demorada, tornando a atividade desmotivadora para eles.

Veja que dentro de nossas colocações, o professor não perde sua função em sala m sala de aula. O fato do aluno se tornar mais autônomo, não supre a presença e ajuda do professor, mas sua função apenas é modificada, conforme bem colocado por Ponte (2003):

Existe por vezes a ideia de que, para que o aluno possa investigar, é necessário deixá-lo trabalhar de forma totalmente autônoma e, como tal, o professor deve ter totalmente um papel regulador da atividade. No entanto, o professor continua a ser um elemento-chave mesmo nessas aulas, cabendo-lhe ajudar a compreender o que significa investigar e aprender a fazê-lo. (PONTE, 2003; p. 26)

As primeiras atividades de investigação devem ser mais coordenadas pelo professor, pois os alunos não estão acostumados com esse tipo de atividade.

Paulo Freire (2011, p. 28) diz em um de seus trabalhos sobre a curiosidade, natural no aluno e necessária para professor, além da humildade e persistência. Em frase reproduzida por muitos educadores, Freire coloca que:

Quem ensina aprende a ensinar e quem aprende ensina ao aprender.
Quem ensina ensina alguma coisa a alguém. (FREIRE, 2011, p. 25)

Somente com a aplicação em sala de aula poderemos responder a questões do tipo: “qual a melhor forma de introduzir a atividade” e muitas outras, pois através da aplicação, das observações, que nos é permitido o aprimoramento. Exige tempo até chegar ao ponto desejado. Então, que seja dado o primeiro passo para as mudanças.

2.2.5 Importância das Atividades Investigativas para a aprendizagem da Matemática

Conforme anteriormente colocado, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN's, 2008) recomendam a utilização de atividades de natureza investigativa para o desenvolvimento das habilidades e competências matemáticas dos alunos.

As atividades investigativas apresentam-se como uma proposta metodológica que atende às recomendações do PCNEM; com seu caráter de exploração, que envolve processos e resultados por vezes divergentes, oferece à matemática a condição dinâmica e, além disso, favorece a autonomia dos alunos, aproximando deles o saber matemático, ajudando-os a pensar como os matemáticos.

Além disso, estudos apontam para a necessidade de se adotar novas metodologias, demonstrando a ineficácia do ensino chamado de tradicional, que trata a Matemática como estável e imutável, ensinada aos alunos através de aplicação de fórmulas e reprodução de algoritmos.

Afonso e Gabriel (2007) ratificam que este tipo de atividade favorece a argumentação dos alunos, na defesa de suas estratégias no grupo e no seu desenvolvimento matemático crítico.

Para Ponte, Brocardo e Oliveira (2003):

O conceito de investigação matemática, como atividade de ensino aprendizagem, ajuda a trazer para a sala de aula o espírito da atividade matemática genuína, constituindo, por isso, uma poderosa metáfora educativa. O aluno é chamado a agir como um matemático, não só na formulação de questões e conjecturas e na realização de provas e refutações, mas também na apresentação de resultados e na discussão e argumentação com seus colegas e professor. (Ponte, Brocardo e Oliveira, 2003; p. 23)

As atividades de investigação estimulam a exploração e a experimentação. Reforçam a visão de Matemática como ciência em construção; mudam a concepção da Matemática como algo acabado. As atividades de investigação, através da exploração, podem proporcionar uma visão mais ampla e completa da matemática.

Segundo Mendes (2009, p. 128), as atividades de investigação, por ele tratadas em principal por meio de projetos, motiva os alunos, por serem de ordem prática, atendendo às diferenças individuais e despertando a ação investigatória dos alunos.

Atividades do tipo investigativas oferecem desafios aos estudantes, permitem a elaboração e discussão de diferentes estratégias, permitem aos alunos e professores explorarem seus pontos de vista, compreendendo e respeitando o ponto de vista dos outros, analisando e construindo aprendizagens a partir de erros.

A investigação pode contemplar aspectos conceituais, procedimentais e atitudes em relação à matemática. Favorece a comunicação matemática, a partir do momento em que o aluno precisa exercer seu poder de argumentação e se fazer entender em seus procedimentos matemáticos para a obtenção de resultados, ou até mesmo para formar novos questionamentos.

3 METODOLOGIA DO TRABALHO

Neste trabalho nos propomos a desenvolver e aplicar atividades de natureza investigativa em uma turma de 3º ano do Ensino Médio. Entendemos que o uso das Atividades Investigativas como ferramenta de ensino e aprendizagem de Matemática permite o desenvolvimento de várias potencialidades nos alunos, mas optamos por investigar os seguintes aspectos: como os alunos reagem diante a esta proposta de ensino de Matemática, quais dificuldades enfrentam na realização das atividades investigativas e se socializam suas ideias e descrevem os resultados encontrados utilizando da linguagem matemática.

O trabalho foi realizado em fases que envolveram observações das aulas e a realização de situação didática envolvendo Atividades Investigativas e a aplicação de questionário aos alunos participantes da pesquisa.

Na primeira fase foram realizadas observações das turmas em sala de aula, com a finalidade de identificar a metodologia adotada pela professora da turma para o ensino da Matemática e se a metodologia de trabalho favorece questionamentos e troca de ideias. Entendemos como necessário este diagnóstico da turma e a metodologia aplicada, a fim de melhor desenvolver nossa proposta de ensino. Com isso, através destas observações também buscamos verificar se os alunos têm o costume de trabalhar em grupos, apresentar trabalhos, entendendo que esta prática viabiliza o uso de atividades de natureza investigativa, pois os alunos podem expor e justificar suas conjecturas, assim como se deseja em uma investigação matemática.

Como instrumento de coleta de dados na fase diagnóstica inicial, utilizamos uma ficha de observações das aulas, onde foram anotadas, em síntese, as respostas a algumas perguntas destinadas ora a professores, ora aos alunos do tipo: metodologia da aula, recursos utilizados, interação entre os alunos, trabalho em grupo, avaliação, participação/ interesse/ envolvimento dos alunos, bem como as observações realizadas nas aulas das turmas envolvidas na pesquisa. (APÊNDICE A).

Na segunda fase foi realizada a Atividade Investigativa com os alunos. As atividades propostas foram elaboradas no decorrer de nossa participação como bolsistas no Projeto PIBID (PROGRAMA INSTITUCIONAL DE BOLSA DE

INICIAÇÃO A DOCÊNCIA).¹ O Plano de aula referente à Atividade Investigativa consta no APÊNDICE B.

A sequência didática envolveu 02 aulas de 50 minutos cada e contou com a participação de 22 alunos do 3º ano do Ensino Médio. Durante o desenvolvimento da sequência didática também foram realizadas observações quanto ao seu andamento e ao cumprimento dos objetivos propostos na pesquisa. Tais observações foram anotadas na ficha de observações das atividades de acordo com modelo (APÊNDICE C). Ao final da sequência didática, foi aplicado um questionário aos alunos com perguntas a respeito da relevância das atividades, a fim de verificar a experiência vivenciada por eles. (APÊNDICE D). A avaliação do questionário teve como eixo principal identificar o interesse dos alunos para este tipo de atividade, não nos privando neste momento de alguma sugestão para aprimoramento do trabalho realizado, colocada pelos alunos.

¹ A sequência didática desenvolvida sob a metodologia das Investigações Matemáticas foi elaborada pelas bolsistas do PIBID – UFPR – Matemática Carla Simone Saldanha e Jéssica Proença no Colégio Estadual Professora Maria Aguiar Teixeira, na cidade de Curitiba, no Estado do Paraná; turmas do 3º Ano do Ensino Médio, diurno.

4 APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS

Neste momento iremos fazer um relato dos dados levantados descrevendo as informações contidas na ficha de observações iniciais, da aplicação das atividades e do questionário respondido pelos alunos; concomitantemente realizaremos a análise crítica dos resultados alcançados, para que o leitor se interesse dos resultados de nossa pesquisa.

4.1 OBSERVAÇÕES INICIAIS – PRIMEIRA FASE DA PESQUISA

Como nossa primeira pauta, colocamos as observações da didática utilizada em sala de aula, procurando identificar a prática pedagógica predominante; verificar se tal metodologia favorece questionamentos e troca de informações entre os alunos.

Pudemos observar a sequência das aulas onde ocorre inicialmente uma exposição do conteúdo pelo professor, seguindo o livro didático adotado e em sequência são passados exercícios, segundo a sequência do próprio livro; ou em alguns casos, são apresentados exercícios selecionados pelo professor, entregues xerocados, ou escritos no quadro para os alunos copiarem e resolverem em seus cadernos.

O professor ao ser questionado sobre as vantagens e desvantagens da metodologia adotada, entende que dentro do que se espera, cumpre o objetivo, que é obter resultados esperados na prova (avaliação), pois o que é ministrado é o mesmo que é cobrado das avaliações. Porém, admite que haja em alguns momentos uma falta de interesse dos alunos em resolver exercícios ou assistir às aulas de Matemática. O professor percebe que a metodologia deveria favorecer mais a autonomia dos alunos e que é preciso buscar “algo” que desperte o interesse dos alunos. Porém, ressalta que tudo o que for aplicado, deve ter relação direta com o conteúdo ministrado naquele momento, para não comprometer o planejamento e não correr o risco de parecer uma atividade à parte, desconexa do conteúdo.

Em momentos de conversas informais com o professor, este nos relatou que poucas vezes aconteciam trabalhos em duplas durante as aulas e quanto aos alunos, não se lembravam de haver ocorrido realização de atividades dessa forma na disciplina de Matemática, salvo em outras disciplinas. De fato, em nenhum momento observado aconteceu o trabalho em grupo, ou discussão de resultados entre os alunos.

Retomando ao objetivo das observações iniciais, de identificar se a metodologia de ensino utilizada favorece questionamentos e troca de informações entre os alunos, percebemos a falta de atividades em grupos e de apresentações orais de resultados pelos alunos, demandando a aplicação de atividades anteriores à da pesquisa, com a introdução de pequenas discussões de natureza investigativa, de modo a iniciar a mudança de postura dos alunos, de forma gradativa, para a exploração.

Percebendo esta necessidade, trabalhamos em conjunto com o grupo do PIBID no desenvolvimento da atividade de Plano Cartesiano, desenvolvida em grupos e com momento de socialização de ideias, entendendo que favoreceria nosso trabalho (ANEXO 01). O professor da turma também adotou a ideia de se trabalhar a matemática de forma investigativa e ciente que iríamos utilizar o software GeoGebra, levou os alunos ao Laboratório de Informática apresentando o programa com suas ferramentas aos alunos para o desenvolvimento de atividades de geometria analítica (ANEXO 02).

Com isso, começamos a desenvolver com os alunos a mudança de postura para a realização das atividades investigativas, uma condição essencial para que aconteça a aprendizagem.

4.2 DESENVOLVIMENTO DAS ATIVIDADES INVESTIGATIVAS

As atividades foram programadas para serem realizadas em 02 aulas, de 50 minutos cada, sendo 3 horas / aula para a aplicação das atividades e 1 hora / aula para a conclusão. Descreveremos neste momento as informações contidas na ficha de observação das atividades, contendo anotações do andamento das atividades, trazendo informações pertinentes para uma análise posterior.

Reservamos o momento inicial para apresentar a proposta de trabalho, explicando aos alunos que seriam aplicadas atividades do tipo investigativas com o uso do software. Optamos pelo uso do software porque através dele podemos observar certas regularidades que em sala de aula, e a ausência deste recurso, dificultaria o processo de abstração de alguns conceitos, como exemplo onde apresentamos a definição onde uma reta é formada a partir de dois pontos, ainda, que por um ponto passam infinitas retas; ou mesmo observar relações entre a inclinação da reta com a tangente do ângulo formado entre o eixo x e a reta.

Notadamente os alunos se colocaram curiosos frente ao software, e verificamos o interesse da turma para a realização da atividade. Com isso, foi essencial deixar um momento inicial para satisfação dessa curiosidade dos alunos, onde deixamos que eles manuseassem os comandos do software livremente, a fim de conhecerem suas ferramentas. Neste momento fez-se necessária a primeira mudança no planejamento da aula, uma vez que no Plano de Aula colocamos que a apresentação do software e suas ferramentas seriam realizadas pelo professor. Percebemos que os alunos tão logo chegaram ao Laboratório de Informática e abriram o software, começaram a “investigá-lo”, descobrindo as ferramentas por eles mesmos.

Em um segundo momento, lemos a primeira e a segunda atividade para os alunos e explicamos brevemente a atividade 03 e tão logo, deixamos os alunos investigando. Surgiu então o primeiro questionamento, referindo-se questão 01:

Atividade 01:

- ❖ No menu do software, abra a janela de álgebra (clique em: exibir>>janela de álgebra).
- ❖ Exiba os eixos. (clique em exibir ou esconder os eixos, abaixo da barra de ferramentas)



Crie uma reta a partir de 2 pontos .

- a) Agora, construa uma reta a partir de um ponto. Isso é possível? Justifique.

Um aluno perguntou:

- O que é para fazer? Não entendi a pergunta.

Outro nos direcionou a mesma pergunta destinada a ele na 1ª atividade, como se a estivesse lendo. Inclusive, devolver a pergunta ao professor o que foi perguntado a eles, foi uma constante, durante a primeira atividade. Esse fato (devolver a pergunta), entendemos que ocorreu porque os alunos estranharam um pouco um tipo de pergunta que precisa de exploração de situações para ser resolvida e ainda, que não utiliza de uma fórmula pronta para respondê-la.

Os alunos queriam uma resposta imediata e única e com isso, retornavam a perguntar ao professor.

Uma aluna, iniciando o processo de troca de ideias e ao mesmo tempo com receio dos resultados que surgiam, dizia:

- Mas professora, assim fica difícil, não entendi o que é pra fazer.

Ao pedirmos para explicar sua dúvida, a aluna respondeu:

- A resposta aqui, depende. Se eu clicar apenas um ponto, aparece uma reta, mas ela 'gira'.

Então, pedimos para ela explicar melhor esse 'gira' e ela respondeu:

- Pode ir pra qualquer lado, mas se clico em outro ponto, diferente, aí forma a reta. Mas qual é a resposta afinal?

Percebe-se uma dificuldade dos alunos em aceitar perguntas que geram mais perguntas. A resposta “depende” parecia-lhes inaceitável e gerou desconfiança dos alunos, que achavam que a falha estava na pergunta. Devido a essa dificuldade inicial dos alunos, a intervenção se fez necessária e foi realizada da seguinte forma: dissemos aos alunos que eles poderiam ou mesmo deveriam utilizar o software para ajudá-los a observar melhor o que acontecia com os objetos estudados. Procuramos deixar claro para os alunos que a atividade era de natureza investigativa e, portanto,

eles deveriam utilizar as ferramentas do software para a exploração dos objetos e também as conversas com os colegas sobre a atividade para socializar as ideias. Por vezes utilizamos as palavras: investiguem, explorem; assim como procuramos deixar claro que poderia até acontecer da resposta encontrada não ser igual à do colega e, portanto, o que tinham a fazer é investigar. Acho que era o que faltava dizer para que eles comesçassem de fato a investigar, melhor dizendo, explorar.

Então, surgiram respostas do tipo:

Aluno 4 - Sim, porém você nunca saberá exatamente onde será o 2º ponto.

Aluno 7 – Não é possível, pois a reta não vai ser definida, precisaria de mais um ponto para fixar reta.

Aluno 15 – Não é possível, com um ponto só pode se fazer infinitas retas. Uma reta precisa de dois pontos para ficar fixa.

Aluno 19 – Sim, é possível construir infinitas retas a partir de 1 ponto.

Neste momento já havia sido colocado que as respostas poderiam variar, de aluno para aluno, de acordo com a linha de observação adotada e estarem inclusive todas certas, livrando-os da inquietação de terem chegado a respostas diferentes do colega e também do que aprenderam através dos livros didáticos, em suas definições. Como por exemplo, quando o livro didático apresenta que uma reta é formada a partir de dois pontos e na atividade proposta chegam a resultados que a partir de um ponto podem ser formadas infinitas retas. Com isso enfim, conseguiram ir um pouco além. Chegaram a conclusões que, apenas pela abstração, sem a exploração, não seria assim tão trivial, como podemos verificar através da colocação do aluno 19 que escreveu que é possível construir infinitas retas a partir de um ponto.

Ainda na 1ª atividade, colocamos a seguinte questão:

- b) Com 3 ou mais pontos quaisquer, é possível construir uma única reta? Existe alguma condição para que seja possível construir a reta? Caso exista, que condição é essa?

Dentre as respostas, destacamos:

Aluno 4 - É possível sim; é só eles estarem aumentando um número de cada eixo (x e y), porém, se estiverem desordenados, pode-se formar até figuras geométricas.

Aluno 7 – Não. Sim, os pontos devem estar alinhados, senão precisaria mais de uma reta para ligá-los.

Outro aluno, seguindo a mesma ideia de “ligar a linha” respondeu:

Aluno 10 – Sim, porque tem onde ligar a linha. A condição é que estejam alinhados.

Aluno 18 - Não é possível construir uma reta com mais de dois pontos, porque com mais de dois pontos outra reta se forma.

c) Conclua então, a partir de suas observações, quantos pontos tem uma reta. Justifique sua resposta.

As respostas foram:

Aluno 1 – Uma reta deve ter no mínimo dois pontos, mas não tem um número máximo de pontos.

Aluno 4 – No mínimo 2 pontos. Pois um indica o início e o outro o fim.

Aluno 6 – Infinitos pontos.

Aluno 7 – 2 pontos, pois ela precisa de um ponto para definir a reta e um segundo para fixá-la.

Aluno 12 – Uma reta deve ter 02 ou mais pontos, contando que estejam alinhados.

Dentre os 22 alunos que participaram da sequência didática, 6 responderam que a reta possui apenas 02 pontos. A maioria respondeu que a reta possui “vários” pontos, ou “quantos quiser” ou ainda, “a partir de 02 até quantos se queira”, de forma semelhante às respostas dos alunos 01 e 12.

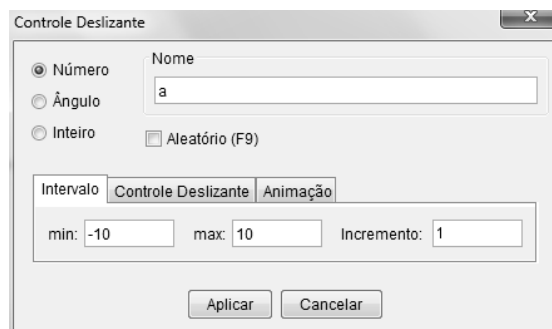
Apenas dois alunos responderam que uma reta possui infinitos pontos. E o aluno 5 que, ao ser questionado a que quantidade se referia quando escreveu “vários pontos”, acrescentou à sua resposta: “1, 2, 3, infinitos pontos”.

Na atividade 2, houve uma falha na ferramenta do software nos computadores, onde ao girar a reta, esta não atingia os ângulos solicitados para que as observações fossem feitas. O software mostrava, por exemplo, de 10° até 84° e depois “pulavam” o ângulo de 90° . O mesmo acontecia para os demais ângulos notáveis: 180° , 270° e 360° (ou 0°); justamente os que pedíamos que fossem analisados na questão.

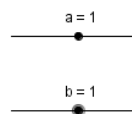
Atividade 02:

❖ Abra uma nova janela (arquivo>>nova janela)

- Clique na ferramenta **controle deslizante** .
- Então clique em qualquer lugar da área de trabalho do GeoGebra.
- Na janela que abrirá, mude o intervalo mín, max. e o incremento, de acordo com a imagem:



- Faça o mesmo processo novamente, mudando os intervalos deslizantes de b.
- Agora você terá os controles a e b, conforme a imagem abaixo:



- Na caixa de entrada (parte inferior), digite $y=a*x+b$.

- Utilizando a ferramenta ângulo , determine o ângulo que a reta do item anterior faz com o eixo x. (clique na reta e no eixo x)

- a) Movimente um dos pontos (no controle deslizante). Observe através da janela de álgebra o que acontece com os coeficientes da equação da reta quando o ângulo formado for de 90° . O que você observa em relação aos coeficientes da equação? E se o ângulo for 180° ? E 270° ?

Apesar deste imprevisto, verificamos que enquanto tentávamos resolver o problema do software com alguns alunos, indo de carteira em carteira, outros tentavam resolver por si mesmos a situação. Consideramos a atitude como demonstração de interesse pela atividade proposta.

Resolvido o funcionamento do software, obtivemos os seguintes resultados para a letra (a), atividade 02:

Aluno 4 – Ele fica junto com o segmento de reta. Em 90° e 270° fica junto com a linha (segmento) y e 180° fica junto com a linha (segmento) x.

Aluno 9 – A equação muda.

Aluno 18 – Os coeficientes da reta mudam conforme o ângulo.

Aluno 19 - O ponto gira a reta para o sentido horário e anti-horário, se deslizá-lo.

- b) Ao mover o ponto b, o que acontece com a reta?

Aluno 4 – Ele se movimenta, porém o ângulo continua o mesmo.

Aluno 5 – A reta fica perpendicular ao eixo x (o aluno refere-se à observação quando o ângulo é de 90°). A reta fica paralela em relação ao eixo y. (referindo-se à movimentação do ângulo de 180°).

Aluno 9 – Ela caminha pelo eixo x.

Aluno 18 – A reta se desloca em relação ao eixo x.

Aluno 19 – *Desloca a reta para o lado que deslizá-lo.*

c) Quais conexões você conseguiu observar envolvendo o gráfico e sua equação?

Aluno 3 – *A reta não é fixa.*

Aluno 8 – *A equação representa a posição dos pontos na reta.*

Aluno 16 – *Observei que tanto o ponto A, quanto o ponto B fazem a conexão de giro e deslocamento, trabalham juntos para que a reta se desloque de algum jeito.*

Aluno 17 – *Não observei nenhuma conexão.*

Aluno 18 – *Que os coeficientes mudam de acordo com o ângulo da reta.*

Aluno 19 – *O ponto a quanto o ponto b, fazem a conexão de giro e deslocamento, trabalham juntas para que a reta se desloque de algum jeito.*

Para a atividade 3, havíamos previsto que haveria certa dificuldade dos alunos em realizar as conclusões desejadas, pois até aquele momento, não havia sido apresentada a eles a interpretação geométrica da equação da reta. Além disso, a questão de fato exigia observações mais pertinentes, olhares mais atentos para a exploração e também exigia a aplicação de outros conhecimentos, tais como das relações trigonométricas, distância entre pontos e a própria identificação das coordenadas de um ponto.

Atividade 03:

- a) Suponha que você não saiba o ângulo formado entre a reta e o eixo x. Como fazer para encontrar, através do gráfico, o valor deste ângulo? (Sugestão: Utilizar relações trigonométricas)
- b) Utilizando pontos quaisquer, como: (x_1, y_1) e (x_2, y_2) , refaça a letra a.

Para a atividade 3, observamos que 7 alunos, de um total de 22 não conseguiram trabalhar a questão, por esgotamento do tempo disponível para desenvolver a sequência didática. Os demais ignoraram a dica do exercício de utilizar as relações trigonométricas e cada qual comentava que não sabia, ou não tinha como encontrar o valor, observando esta figura. Com isso, omitimos a informação dada a eles e insistimos que observassem mais e introduzimos algumas perguntas gradativamente, para auxiliar nesta etapa, tendo o cuidado de manter a característica investigativa da atividade.

Embora tenham sido introduzidas novas questões com a intenção de encaminhar o raciocínio dos alunos, percebemos que a dificuldade persistia e os alunos não conseguiam relacionar as informações da atividade e então, optamos por falar a dica já escrita para a atividade.

Curiosamente, a dica serviu para que os alunos desenvolvessem a letra (b) que seria a forma genérica para se calcular o ângulo e com isso, os alunos acharam que a pergunta (a) também estava resolvida. Não entenderam que a fórmula encontrada representa a generalização e que na letra (a) o que foi pedido é o valor do ângulo e então teriam de encontrar um número, utilizando as coordenadas dos 02 pontos evidentes na janela do software. Foi necessária a intervenção mais uma vez para explicar nos grupos essa questão, porém, nem com o auxílio os alunos conseguiram entender que os pontos traçados na construção da reta ou quaisquer outros poderiam ser utilizados na fórmula encontrada, para dar um valor numérico para o ângulo.

O aluno 5 chegou mais próximo das ideias matemáticas desejadas ao esboçar o gráfico de uma reta qualquer, através de uma construção com lápis e papel (por alguma motivo, preferiu utilizar esta forma e não o próprio software), traçando a projeção de dois pontos sobre os eixos x e y para chegar à relação desejada.

Atividade 03:

a) Suponha que você não saiba o ângulo formado entre a reta e o eixo x.

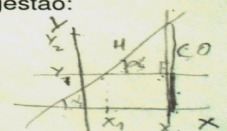
Como fazer para encontrar, através do gráfico, o valor deste ângulo? (Sugestão:

Utilizar relações trigonométricas)

$$(CO = Y_2 - Y_1 / CA = X_2 - X_1)$$

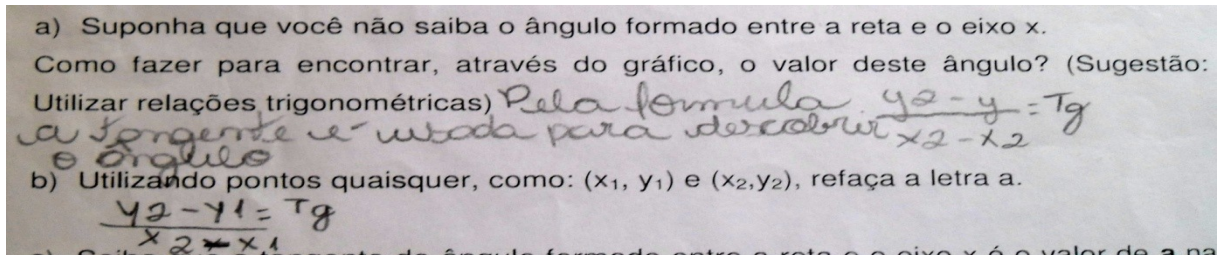
b) Utilizando pontos quaisquer, como: (x_1, y_1) e (x_2, y_2) , refaça a letra a.

calculando a $\text{tg} \alpha = \frac{CO}{CA}$

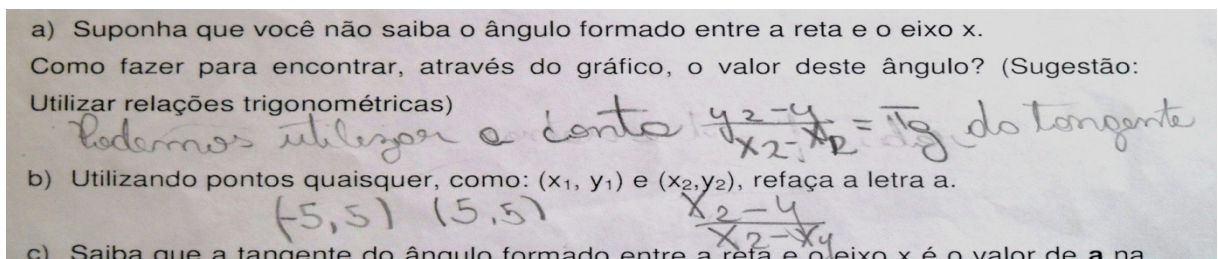


(ALUNO 5)

Os demais alunos apenas utilizaram a dica para escrever a relação trigonométrica:

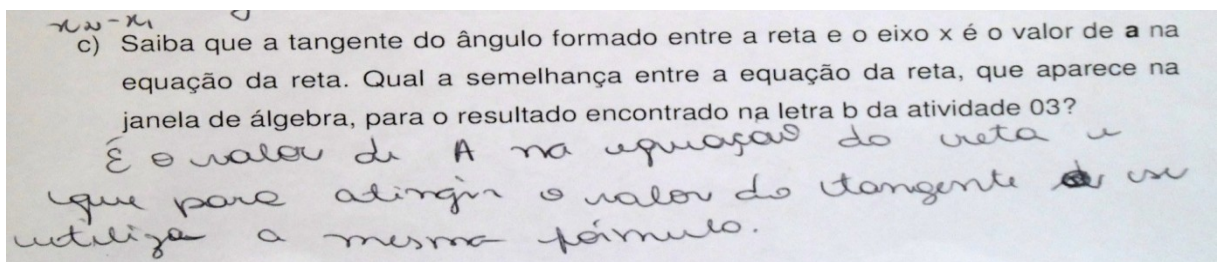


(ALUNO 9)



(ALUNO 8)

Para a resolução da letra (c) desta atividade, ao que nos parece, os alunos ignoraram o enunciado da questão, pois eles responderam o que já havia sido colocado como uma afirmação no enunciado. Além disso, as respostas foram idênticas, demonstrando não só que copiaram uns dos outros, mas também não questionaram as respostas para a questão. Embora durante a realização das atividades tenham ocorrido intervenções sobre o resultado, os alunos mantiveram a resposta final, colocada desta forma:



(ALUNO 10)

4.3 ANÁLISE DAS ATIVIDADES INVESTIGATIVAS PROPOSTAS

A seguir faremos a análise geral das respostas, com foco no atendimento dos objetivos propostos em nossa pesquisa. Para tanto, utilizaremos a Ficha de Observação das Atividades (APÊNDICE C).

4.3.1 Socialização das ideias e uso da linguagem matemática

Percebemos dificuldade dos alunos em utilizar a linguagem matemática. Apresentamos alguns exemplos de resposta para justificar a nossa colocação.

Em resposta se é possível construir uma reta a partir de 3 pontos, explicando a condição necessária para que isso aconteça, caso a resposta fosse afirmativa, obtivemos como respostas:

Aluno 4 - É possível sim; é só eles estarem aumentando um número de cada eixo (x e y), porém, se estiverem desordenados, pode-se formar até figuras geométricas.

Aluno 7 – Não. Sim, os pontos devem estar alinhados, senão precisaria mais de uma reta para ligá-los.

No caso do aluno 4, ocorreu que durante o atendimento individual em sala, na tentativa de explicar suas conjecturas utilizando o software para demonstração, o aluno no momento da explicação, este apenas indicou com o dedo apontado para a reta onde estariam os pontos acima ou abaixo e clicando em um ponto fora da reta, explicou que poderiam ser formadas outras a partir deles, que nesse caso, com três pontos, seria um triângulo. Orientamos a aluna a descrever suas observações em uma linguagem matemática adequada.

Na verdade, o que entendemos no momento da explicação é que, traçada uma reta a partir de 02 pontos, fixados estes pontos, poderiam ser acrescentados mais pontos, tanto para cima ou para baixo destes, desde que alinhados, prolongando esta reta. E que se os pontos estivessem desalinhados, ao unir estes pontos, formariam figuras geométricas. Não foi o que aluna escreveu. O aluno 7 seguiu a mesma linha de raciocínio dizendo que sim, é possível construir uma reta a partir de três pontos, desde que estejam alinhados, mas ao tentar explicar quando a

partir de mais pontos forma-se uma figura geométrica, não conseguiu transpor suas ideias para a linguagem matemática.

Quando os alunos faziam colocações orais e/ ou escritas de que é preciso haver um 2º ponto para “fixar” a reta, o que queriam dizer é que o 2º ponto indicava a direção da reta. Esta resposta resolveria a questão colocada por eles, que com um ponto apenas, a reta “gira”. Outro tipo de resposta foi que precisam de dois pontos para formar a linha, que o aluno deveria utilizar a palavra reta.

Na atividade 2, letra b, verificando o que acontece com a reta na tela e sua equação quando esta faz o ângulo de 90° , 180° , 270° e 360° , obtivemos respostas como:

Aluno 4 – Ele (o ponto A) fica junto com o segmento de reta. Em 90° e 270° fica junto com a linha (segmento) y e 180° fica junto com a linha (segmento) x.

Aluno 4 – Ele (o ponto B) se movimenta, porém o ângulo continua o mesmo.

Aluno 9 – Ela caminha pelo eixo x.

Vemos que o aluno 4 conseguiu utilizar a linguagem matemática mais adequada para definir este “fica junto com segmento de reta”. Poderia ter escrito que a reta criada por ele coincide com o eixo x, ou sobrepõe o eixo x. Cabe a observação de que o aluno utilizou o termo segmento x em sua resposta, que indica um erro conceitual, mas que não está sendo avaliado neste momento.

Para a letra c da atividade 1, apresentamos como exemplo o seguinte:

Aluno 19 - O ponto a quanto o ponto b, fazem a conexão de giro e deslocamento, trabalham juntas para que a reta se desloque de algum jeito.

O aluno 19 foi o que mais se aproximou da resposta esperada, mas não conseguiu utilizar a linguagem matemática mais adequada para definir este giro e deslocamento. Conferimos a intenção do aluno através do atendimento individual, onde o mesmo expôs suas ideias matemáticas, explicando que o movimento do ponto a determinava o movimento de rotação da reta, o “giro”; e a movimentação do ponto b determinava o “deslocamento”, ou translação da reta sobre o eixo y. E ainda que, movendo os dois, ocorria simultaneamente a rotação e a translação da reta. É o

mais próximo que tivemos da linguagem matemática adequada, além de ser o aluno que mais apresentou resultados de investigações/ explorações matemáticas na atividade.

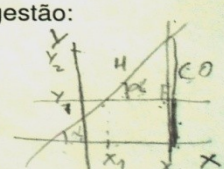
Para a atividade 3, o que mais se aproximou do esperado, foi o aluno 5, que ao fazer a construção para melhor exploração e investigação de seu objeto de pesquisa, a reta, conseguindo mostrar algebricamente, de forma geral e geometricamente a relação trigonométrica, embora não tenha conseguido colocar em termos do valor numérico do ângulo, utilizando pontos da reta e não o valor da $\text{tg}(\alpha)$, mas da $\text{cotg}(\alpha)$.

Atividade 03:

a) Suponha que você não saiba o ângulo formado entre a reta e o eixo x.
Como fazer para encontrar, através do gráfico, o valor deste ângulo? (Sugestão:
Utilizar relações trigonométricas) *calculando a $\text{tg} \alpha = \frac{CO}{CA}$*

$(CO = Y_2 - Y_1 / CA = X_2 - X_1)$

b) Utilizando pontos quaisquer, como: (x_1, y_1) e (x_2, y_2) , refaça a letra a.



(ALUNO 5)

O aluno 9 aparentemente tentou adequar seu conhecimento aos rumores de resposta correta, escrevendo uma relação trigonométrica. Julgamento que é confirmado quando na questão seguinte, o aluno identifica seu erro e corrige, onde na letra a, o fez de maneira mecanizada sem entender o que escrevia. Com isso, para nossa avaliação, além do aluno não possuir clareza da relação trigonométrica de onde se extrai o valor da tangente e do ângulo, não utilizou da linguagem matemática adequada para fazê-lo. Observe que nem ao menos utilizou $\text{tg}(\alpha)$, mas simplesmente tg .

a) Suponha que você não saiba o ângulo formado entre a reta e o eixo x.
Como fazer para encontrar, através do gráfico, o valor deste ângulo? (Sugestão:
Utilizar relações trigonométricas) *Pela fórmula $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \text{Tg}$*
a tangente e usada para descobrir o ângulo

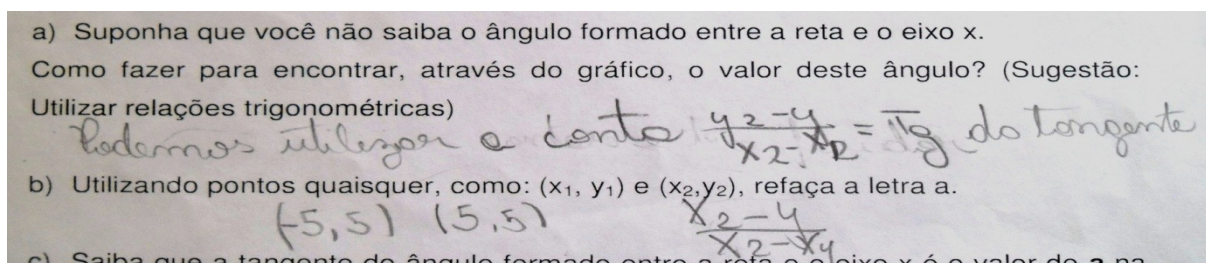
b) Utilizando pontos quaisquer, como: (x_1, y_1) e (x_2, y_2) , refaça a letra a.

$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \text{Tg}$

(ALUNO 9)

Mas esta situação também é relatada no trabalho de Ponte, Brocardo e Oliveira (2003, p. 19), onde colocam que a tendência dos alunos “é a procura de respostas para as questões colocadas pelo professor, o que pode levar os alunos a serem mais afirmativos do que interrogativos”.

O aluno 8 caminhava por escrever da mesma forma, erradamente, o denominador como sendo $x_2 - x_2$ quando corrigiu, escrevendo por cima, embora também tenha escrito tg e não tg (α). Mas devemos considerar seu empenho um pouco maior ao tentar identificar dois pontos sobre a reta e daí poderia ser que o aluno de fato escrevesse o que se esperava: o valor numérico de α . Porém, fizemos apenas especulações, pois o aluno não conseguiu também aqui, expor suas ideias, traduzindo seus pensamentos para a linguagem matemática adequada.



(ALUNO 8)

Na letra c da atividade 3, fica bem evidente que os alunos não conseguiram ao menos fazer observações pertinentes, pois apenas repetiram o que já estava posto no enunciado, além do fato de todos apresentarem a mesma resposta, sendo que alguns tinham apenas o cuidado de trocar poucas palavras, ficando evidente que uns dos outros.

Importante colocar que, de acordo com a nossa análise, perda maior consistiu no fato que nenhum destes alunos que copiou a resposta 03 ponderou a possibilidade de a resposta estar errada, e nem ao menos questionaram os resultados, o que enriqueceria o trabalho através troca de informações.

Ocorreu também que 7 alunos não conseguiram concluir esta atividade. E quanto a esta situação, também Ponte, Brocardo e Oliveira (2003, p. 14) colocam que o professor deve perceber o momento em que devem ser finalizado ou prolongado o tempo da fase exploratória das atividades, de acordo com os sinais de cansaço ou anseio de continuar, dos alunos. Porém, os mesmos autores colocam

que a decisão é difícil e é facilitada quando o professor conhece a turma. Reconhecemos que o tempo de realização de pesquisa não permitiu uma interação com os alunos e com isso, não conseguimos definir bem a duração das atividades. Além disso, mesmo percebendo a necessidade de mais aulas, não poderíamos estendê-las além do programado, para não interferir no planejamento do professor da turma. O que foi feito, condiz com o relato de atividade contido na obra dos autores, que diz que a professora analisou os registros dos grupos ao final da aula, mesma ação que realizamos ao final do primeiro dia de atividade. Devido a essa ação, pudemos programar o tempo para exploração matemática sem prejuízos para a fase de socialização de ideias e fechamento da atividade. Vale considerar, que nas atividades 1 e 2, e mesmo nesta última, ocorreu a socialização das ideias dos alunos frente aos questionamentos não só entre eles, mas também com o professor da turma e conosco, pesquisadores, durante o trabalho no Laboratório de Informática e durante a aula expositiva, onde eles foram convidados a expor os resultados para o fechamento da sequência pedagógica.

4.3.2 Participação/ interesse/ envolvimento dos alunos durante a realização das atividades

Assim, como em toda atividade, devemos ter ciência de que não atingirá todos os alunos; e no nosso caso não foi diferente. Pelas observações realizadas durante a aplicação da atividade, pudemos perceber que alguns poucos alunos (três deles), participaram bem pouco da realização das atividades, precisando ser chamados à atenção em vários momentos, pois insistiam em utilizar outros aplicativos do computador durante as aulas. Outro aluno que, embora tendo demonstrado ser um aluno de conceitos claros e linguagem matemática desenvolvida, evidenciadas na aplicação das atividades do PIBID e pelo relato do professor da turma, não se empenhou em realizar a atividade; estando constantemente conversando e escrevendo de forma bem abreviada.

Porém, de uma forma geral, julgamos que a atividade despertou sim o interesse da turma e este julgamento se deu a certos fatores, tais como:

- os alunos se empenharam em solucionar o problema do software para continuarem suas explorações;
- todos os alunos realizaram suas explorações comunicando suas ideias, ora em concordância com as ideias de outro, ora formando e justificando suas próprias opiniões, por vezes diferente das demais;
- a interação com os professores também foi intensa, bem mais que nas aulas convencionais, de acordo com as observações iniciais de sala de aula comparadas à aplicação das atividades investigativas. Os alunos perguntavam muito e atestavam se suas afirmações e formação de conjecturas estavam corretas;
- aconteceram poucas intervenções por indisciplina dos alunos, que, envolvidos nas atividades, mantinham diálogos constantes, voltados para os estudos e troca de informações matemáticas.
- percebia-se que tinham a prática de juntar o material na mochila, assim que percebiam os minutos finais para o fim da aula, mas na oportunidade em que houve a aplicação das atividades investigativas, os alunos esqueceram do tempo e só atentaram para o fim da aula ao soar o sinal. Consideramos também este, um indício de interesse dos alunos;
- as respostas do questionário aplicado aos alunos no final das atividades também forneceu informações que nos fazem entender que os alunos gostaram de participar da experiência com atividades investigativas, como veremos mais adiante, neste trabalho.

Portanto, da participação, interesse e envolvimento dos alunos durante a realização das atividades, podemos considerar satisfatória.

4.3.3 As dificuldades encontradas pelos alunos na realização das atividades

Para evidenciar as dificuldades dos alunos na realização das atividades, utilizamos as anotações das observações realizadas durante o desenvolvimento destas; também as respostas dos alunos no questionário aplicado a eles, referente à

colocação: “- Descreva qual a maior dificuldade que você encontrou (para a realização das atividades) e cite qual a questão, se a dificuldade for na questão.”

Embora 54,54% dos alunos tenham respondido no questionário que consideraram a atividade fácil, pelas respostas nas questões, percebemos que eles têm dificuldades conceituais e pouco conseguem traduzir suas ideias intuitivas para a linguagem matemática.

Podemos listar então algumas dificuldades evidenciadas no desenvolvimento da pesquisa e as descritas pelos próprios alunos:

- traduzir para a linguagem matemática os conhecimentos intuitivos;
- dificuldades conceituais, que mesmo colocando as respostas em linguagem própria à matemática, utiliza através de conceitos equivocados. Como onde os alunos construíam as ideias matemáticas de forma correta, mas ao invés de pensarem na reta, que pode prolongar-se tanto quanto se queira, consideravam-na finita, como um segmento de reta, citando inclusive que ela possuía extremos;
- interpretação, citado por um aluno no questionário e de leitura básica, evidenciado no desenvolvimento das atividades, das perguntas repetitivas dos alunos dos comandos que estavam todos descritos na folha, e pela repetição de resultado já descrito enunciado da atividade 3, como se fosse uma descoberta;
- tempo para realização da atividade, percebido por um aluno e descrito no questionário, onde ele não conseguiu acompanhar o desenvolvimento de seus colegas de classe. O fato de haverem tantas cópias da resposta final, pode ser atribuído também a isso, já que alguns comentaram que não deu tempo para terminar, mas quando da correção, as repostas estavam completas. Apesar do fato que 7 alunos não terem conseguido concluir a atividade, o que evidencia que o tempo para as investigações de fato foi pouco; porém, foi o programado para tal;
- os alunos também apontaram dificuldade específica na atividade 3, que foi comprovada com as respostas à esta atividade;
- acreditamos que houve a dificuldade dos alunos na mudança da postura passiva para uma postura questionadora, investigativa, uma vez que, pouco

conhecedores da prática investigativa, foram limitados em suas observações e suas colocações, muito embora estivessem sendo estimulados o tempo todo para investigar. Com isso, mesmo que percebessem algo que pudessem argumentar, não o faziam.

Ponte, Oliveira e Brocardo (2005, p. 29) atentam que para alunos que não estão acostumados a trabalhar em grupo ou realizar investigações, fazer as duas coisas, simultaneamente, sem a prática, pode dificultar a gestão do professor. Confere que as dificuldades dos alunos somaram-se às nossas, professores e pesquisadores, de gestão. Há de se considerar que estas aulas caracterizam-se por apresentar situações imprevistas, exigindo maior manejo do professor para lidar com elas, conforme também apontado pelos autores citados.

Retomando o fato de haverem tantas cópias da resposta final, podemos atribuir à falta de tempo, apontado por alguns alunos, que comentaram que não deu tempo para terminar. Aconteceu de 7 alunos não terem conseguido concluir a atividade e os demais apresentaram a tarefa completa. Para não haver prejuízo para a aprendizagem, valorizamos a fase da discussão final dos resultados em aula expositiva.

4.4 AVALIAÇÃO DAS ATIVIDADES REALIZADA PELOS ALUNOS

Ao final da sequência didática foi aplicado um questionário para que os alunos possam expressar suas experiências com a realização das mesmas (APÊNCIDE D).

No questionário havia o campo para o nome do aluno, mas foi colocado como preenchimento opcional. Foi colocado desta forma com a intenção tanto de conferir liberdade aos alunos de escreverem o que desejassem, como para ver a confiança dos alunos em assumir o que escreveram. E de fato, os que colocaram o nome escreveram mais e para nossa satisfação, as colocações destes foram positivas.

As perguntas contidas no questionário eram do tipo: como você avaliaria a aula; você considera esta aula diferenciada e por quê; você já teve a experiência de atividades diferenciadas de Matemática em algum outro momento; escreva como foi e se gostou; como você avaliaria o grau de dificuldade para a realização das atividades propostas; descreva qual a maior dificuldade que você encontrou e cite

qual a questão, se a dificuldade for na questão; e se pudesse escolher, como gostaria que fossem as aulas de Matemática?

Sistematizando os resultados temos:

QUADRO 1 – COMO VOCÊ AVALIARIA A AULA?

Sujeitos da pesquisa	1- Como você avaliaria a aula?			
- 22 alunos do 3º Ano do Ens. Médio	Chata	Regular	Legal	Outro; explique.
	01	03	16	02

Fonte: Dados da Pesquisa, 2013.

Participaram da pesquisa 22 alunos do 3º Ano do Ensino Médio, sendo que 01 aluno considera chata a aula do tipo investigativa; 03 consideraram regular, 16 consideraram legal a aula e 02 alunos classificaram como outros, explicando como descrevemos seguir:

“- Muito ótima e produtiva. Adorei a oportunidade de ampliar os conhecimentos.”

“- É interessante pois é diferente.”

Observamos então que 81% dos alunos consideraram a aula legal; incluindo os 02 alunos que responderam outros, justificando de forma positiva ao acontecimento da aula.

Para a questão dois, os resultados foram os seguintes:

QUADRO 2 – VOCÊ CONSIDERA AS AULAS DIFERENCIADAS? POR QUÊ?

Sujeitos da pesquisa	2- Você considera as aulas diferenciadas? Por quê?	
- 22 alunos do 3º Ano do Ens. Médio	Sim 18 alunos	Porquê - a aula é prática; - saíram da sala; - porque questiona; - usa outros instrumentos; - explica mais as questões e aprofunda os conhecimentos; - porque aprenderam coisas novas; - é dinâmica; - Inovadora, diferente.
	Não 04 alunos	Porquê - o modo de aplicar foi o mesmo; - normal (a atividade); - é uma aula igual às outras.

Fonte: Dados da Pesquisa, 2013.

Houve um aluno que respondeu:

“- Não, mas a atividade foi diferenciada.”

Consideramos na análise de dados sua resposta como sendo sim, pois embora sua resposta seja não, sua consideração é que considera a atividade diferenciada. Acreditamos que o aluno se referia ao momento em sala de aula, durante a aula expositiva para discussão de resultados, para a apresentação de resultados; este momento em si o aluno considera parecido com o das aulas de costume.

Dos 22 alunos participantes da pesquisa, 05 alunos responderam que não consideram as aulas diferenciadas e 17 alunos disseram que sim.

Apresentando os dados para a questão 3 temos:

QUADRO 3 – VOCÊ JÁ TEVE EXPERIÊNCIA DE ATIVIDADES DIFERENCIADAS DE MATEMÁTICA EM ALGUM MOMENTO? ESCREVA COMO FOI E SE GOSTOU.

EM ALCUM MOMENTO? ESCRIBA COMO FOI E SE GOSTOU.		
Sujeitos da pesquisa	3- Você já teve experiência de atividades diferenciadas de Matemática em algum momento? Escreva como foi e se gostou.	
- 22 alunos do 3º Ano do Ens. Médio	Sim 10 alunos	Como foi e se gostou (em síntese): - através de simulados; - através do PIBID, no 2º ano do Ensino Médio; - desafios no Ensino Fundamental; - Oficinas; - Jogos; - Geogebra.
	Não - 12 alunos	

Fonte: Dados da Pesquisa, 2013.

Em análise das respostas, evidenciamos que os alunos consideram diferenciadas as atividades que envolvem jogos, uso de software, oficinas e atividades definidas por eles como desafiadoras. Apenas dois alunos responderam que gostaram da atividade, mas não colocaram qual foi a atividade realizada.

Na questão 4, os alunos demonstraram o grau de dificuldade na realização das atividades com as seguintes respostas:

QUADRO 4 - COMO VOCÊ AVALIARIA O GRAU DE DIFICULDADE PARA A REALIZAÇÃO DAS ATIVIDADES PROPOSTAS?

Sujeitos da pesquisa	4 - Como você avaliaria o grau de dificuldade para a realização das atividades propostas?			
- 22 alunos do 3º Ano do Ens. Médio	Fácil	Difícil	Muito difícil	Depende; explique
	12 alunos	07 alunos	01 aluno	02 alunos (não justificaram)

Descreva qual a maior dificuldade que você encontrou e cite qual a questão, se a dificuldade for na questão:

- na utilização dos aplicativos;
- na questão 3;
- várias, mas que foram todas respondidas;
- de interpretação;
- não conseguir acompanhar os demais alunos em desempenho;
- não gostar de matemática;
- sem reposta.

Fonte: Dados da Pesquisa, 2013.

Temos pela tabela de respostas, que dos 22 alunos que responderam ao questionário, 12 acharam fácil, 07, consideraram difícil e 01 considerou muito difícil. As dificuldades descritas aqui foram analisadas no item anterior, em análise da aplicação das atividades, quanto ao cumprimento dos objetivos propostos.

Essa resposta porém, com 54.54% dos alunos considerando fáceis as questões, não condiz com as respostas apresentadas, principalmente para a atividade 3, onde os alunos não conseguiram ao menos interpretar as perguntas. Mas curiosamente, o total de 07 alunos que não completaram a referida atividade, é o mesmo total de alunos que marcaram as atividades realizadas como sendo difíceis.

Em análise de respostas para a questão 5, apresentamos:

QUADRO 5 - SE PUDESSE ESCOLHER, COMO GOSTARIA QUE FOSSEM AS AULAS DE MATEMÁTICA?

5– Se pudesse escolher, como gostaria que fossem as aulas de Matemática?	
a) Da forma que sempre foram, como estamos acostumados, em sala de aula.	02
b) Aulas como as de hoje, investigativas.	03
c) Variando entre investigativas e como as de costume.	16
d) Outra forma; sugira.	01 (sem sugestão)
Total em n ^{os} absolutos	22 alunos

Fonte: Dados da Pesquisa, 2013.

Pelas respostas, concluímos que há o interesse dos alunos por atividades investigativas, mas entendem que deve ser introduzidas concomitantemente com as aulas “de costume” que não necessariamente é rotineira, mas percebemos que os alunos se referiam ao momento de aulas expositivas como sendo necessárias.

Também aconteceu de 02 alunos preferirem aulas como as de costume e verificando as demais respostas destes dois alunos, constatamos que estes disseram que gostaram da atividade e ambos avaliaram como legal; um deles comentou ainda

que as atividades eram consideradas investigativas porque questionam, o que indica que entendeu bem a essência da prática adotada. Ainda assim, acreditamos que eles não se sentiram à vontade com esse tipo de atividade, ou até com o software. Caberiam outras conversas para chegar a um por quê.

O questionário forneceu informações das dificuldades para a realização das atividades, que foram analisadas anteriormente, mas teve objetivo principal conferir a motivação, interesse dos alunos pelas atividades e pelos resultados apontados, conferimos que a resposta foi positiva.

5 CONCLUSÃO

“Ninguém é sujeito da autonomia de ninguém. Por outro lado, ninguém amadurece de repente, aos vinte e cinco anos. A gente vai amadurecendo do ser para si, é processo, é vir a ser.”

Paulo Freire

Mesmo sendo cientes das novas tendências em Educação Matemática, mesmo percebendo que os alunos não atendiam a metodologia adotada, mesmo sabendo que os alunos esperavam mais dos professores, acabamos por repetir velhos moldes de ensino, e isso fere a nossa formação, pois pesquisamos, sabemos, aprendemos e vivenciamos vários tipos de prática docente e ainda mais, fomos e somos alunos e como alunos, sabemos bem as diferenças entre as metodologias e qual ou quais, de fato nos conduz à aprendizagem efetiva. O que se espera é que saibamos distinguir o que é válido ou não na busca da aprendizagem efetiva. Não podemos nos acomodar, adotando uma postura imposta. Estamos inseridos em um sistema de ensino ao qual devemos interagir e buscar unicidade; mas no exercício da nossa função como professores devemos ter ao menos a coragem de optar por uma dada metodologia que acreditamos que trará resultados melhores do que vemos, não seguindo o modelo, mas dispostos a utilizar formas variadas para se atingir a aprendizagem efetiva. O certo é que devemos sempre focar nos alunos, respeitando as dificuldades de um, explorando suas virtudes, adaptando as atividades e a metodologia conforme as dificuldades ou facilidades de cada turma. Tem de ser feito o que traz resultados, focando sempre nos alunos, sem receio de adotar as novas metodologias.

Mas não se espera que esse espírito investigador, questionador seja intrínseco nos alunos; eles precisam ser estimulados para isso. E tudo é um processo, que deve ser iniciado em algum momento, sem receios e, além disso, sem esperar resultados imediatos.

Trabalhar atividades investigativas em sala de aula é desafiador. Não só os alunos, mas também para o professor, devido à própria natureza da atividade. Temos receio em não conseguir conduzir bem as atividades, não conseguir sanar

todas as dúvidas que poderão surgir, sendo que quanto mais acostumados à esse tipo de atividade, mais questionadores se tornam os alunos e o medo de sair do comodismo, agir diferente.

Em nossas atividades ocorreu a situação de falha no software, também ocorreu que alunos considerados bons não apresentaram resultados esperados. No desenvolvimento das atividades tivemos atendimentos individuais muito intensos, deixando dúvidas se alcançamos a interação com todos; além de ter sido observada a questão tempo, que foi pouco para as discussões finais.

O que pudemos tirar de experiência para nossa prática pedagógica que as Atividades Investigativas geram situações imprevistas, e pode acontecer de as atividades elaboradas não surtirem os resultados esperados, mas é a aplicação que nos permite aprimorar. Mas assim, como em toda atividade, devemos ter ciência de que não atingirá todos os alunos. Mas é preciso ter persistência.

Em um ambiente escolar onde se espera a autonomia dos alunos e se reclama do caráter imediatista deles, o professor deve agir diferente. Nós, professores, pesquisadores devemos adotar também postura investigativa e com isso, investigar a nossa própria prática docente. “Aprender a aprender”, como diz Paulo Freire em Pedagogia da Autonomia. Temos o papel de formar os alunos; alunos que questionam, refletem, agem com autonomia; devemos formar o cidadão, agindo com consciência dos seus objetivos e determinação, sabendo que os resultados virão sim, a médio ou longo prazo; e vale a pena.

A opção por apresentar atividades de natureza investigativa, deveu-se ao fato de que se encontram poucas atividades desta natureza com conteúdo voltado para o Ensino Médio. Julgamos necessário aumentar este acervo e ao mesmo tempo funcionar como um incentivo a mais para o professor adotar a prática, sendo que já possuem atividades feitas. A proposta de trabalhar Investigações Matemáticas no Ensino Médio vem ao encontro das necessidades de formação dos alunos, que os leva a estudar, pesquisar, investigar, ser autor de sua aprendizagem, portanto, mais comprometido com ela. Elaborar a atividade foi difícil, pois a tendência era de encaminhar os alunos à resposta, descaracterizando as Atividades Investigativas. Foi preciso muita pesquisa e reflexão sobre a metodologia, além de muitos testes, até chegar ao trabalho final e mesmo assim, aconteceram situações que devem ser antecipadas em uma próxima aplicação. A formulação e aplicação das atividades permitiu conferir a aplicabilidade das informações coletadas na fase

de pesquisa bibliográfica. Ficamos felizes por conferir que é possível adotar as Atividades Investigativas em sala de aula e traz bons resultados.

Como anteriormente colocado, o que se entende é que é preciso reflexão em termos de nossa prática docente e apresentamos as Atividades Investigativas cabendo aos professores optar por esta ou aquela metodologia que julgar mais adequada.

REFERÊNCIAS

FIorentini, D. FERNANDES, F. L. P. CRISTOVÃO, E. M. **Um Estudo das potencialidades pedagógicas das investigações matemáticas no desenvolvimento do pensamento algébrico.**

Disponível em: http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/ponte/temporario/SEM-LB/Fiorentini_Fernandes-Cristovao2.doc. Acesso em: 16 de jan. 2013.

PONTE, João Pedro da.; BROCARD, Joana.; OLIVEIRA, Hélia. **Investigações Matemáticas na sala de aula.** Belo Horizonte: Autêntica, 2003.

MENDES, Iran Abreu. **Matemática e Investigação em sala de aula:** tecendo redes cognitivas na aprendizagem. Livraria da Física. São Paulo, 2009.

BRUNHEIRA, H L., PONTE, J. P. **As actividades de investigação, o professor e a aula de Matemática.** Actas do ProfMat 99. Lisboa: APM, 1999.

BRASIL. Ministério da Educação. Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/CienciasNatureza.pdf>. Acesso em 24 de junho de 2013.

PROVA BRASIL. Disponível em <http://sistemasprovabrazil2.inep.gov.br/resultados/> Acesso em 18 de junho de 2013.

PORTAL DO INEP. Disponível em <http://portal.inep.gov.br/> Acesso em 29 de julho de 2013.

PORTAL DO MEC. Acesso em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro01.pdf>

PROGRAMA TODOS PELA EDUCAÇÃO. Disponível em: <http://www.todospelaeducacao.org.br/educacao-no-brasil/dados-das-5-metas/>. Acesso em 29 de julho de 2013.

Normas ABNT para trabalhos acadêmicos da UFPR. Disponível em http://www.portal.ufpr.br/tutoriais_normaliza/apresentacao_grafica.pdf. Acesso em 29 de julho de 2013.

OLIVEIRA, H. M.; SEGURADO, M. I.; PONTE, J. P., Explorar, Investigar e Discutir na Aula de Matemática. Lisboa, 1996. Disponível em

<http://www.prof2000.pt/users/j.pinto/textos/texto9.PDF> . Acesso em 04 de agosto de 2013.

OLIVEIRA, H. M.; SEGURADO, M. I.; PONTE, J. P.; VARANDAS J. M., **O trabalho do professor em uma aula de investigação matemática**. Quadrante, v. 7, 1998.

ANEXO 1- ATIVIDADES PIBID PLANO CARTESIANO



COLÉGIO ESTADUAL PROFESSORA MARIA AGUIAR TEIXEIRA

ALUNO(A): _____ Nº: _____

SÉRIE: _____

PROFESSOR RENATO DATA: ____/____/____ VALOR: ____ NOTA: ____

Atividades Plano Cartesiano

Definição par ordenado: Definimos par ordenado como sendo um objeto denotado por (x, y) , onde x e y são números reais. Dizemos que x e y são as coordenadas do “ponto” (a ideia de ponto ficará mais clara ao fazer a associação do conceito de par ordenado com a sua representação geométrica no plano cartesiano), a coordenada x é chamada de abscissa e a coordenada y de ordenada.

Atividade 1: Marque no plano cartesiano os seguintes pontos: $(0; 0)$, $(0; 6)$, $(-10; 5)$, $(-5; 0)$, $(3; -5)$, $(0; -5)$, $(-2; -4)$, $(1; 2)$, $(15/2; 13/4)$, $(7,5; -3/2)$.

Atividade 2: Encontre o ponto simétrico ao ponto $a = (3; -5)$ em relação ao eixo x .

Atividade 3: Construir um quadrado a partir do ponto a e de seu simétrico (usando atividade 2).

Atividade 4: Construir um retângulo de lados 3 e 6 com um dos vértices no ponto $(1;1)$.

Atividade 6: Um motorista de táxi cobra R\$ 3,50 de bandeirada (valor fixo) mais R\$ 0,70 por quilômetro rodado (valor variável).

- a) Escreva uma função que relacione o preço a ser pago com a quilometragem percorrida.
- a) Determine o valor a ser pago por uma corrida relativa a um percurso de 18 quilômetros.
- b) Represente no plano cartesiano o gráfico dessa função.

Atividade 7: O salário de um vendedor é composto de uma parte fixa no valor de R\$ 1000,00, mais uma parte variável de 12% sobre o valor de suas vendas no mês.

- a) Descreva uma função relacionando o salário de vendedor com a quantidade de vendas.
- b) Caso ele consiga vender R\$ 4500,00, calcule o valor de seu salário. E se ele vender 10000,00 reais, qual será o seu salário?
- c) Represente no plano cartesiano o gráfico dessa função.

ANEXO 2 – ATIVIDADE GEOMETRIA ANALÍTICA



COLÉGIO ESTADUAL PROFª MARIA AGUIAR TEIXEIRA

Ensino Fundamental, Médio e Profissional

Av. Pres. Affonso Camargo, 3463 – Capão da Imbuia

Fone: 3267-1512 / 3267-8796 – cepmat@yahoo.com.br

Curitiba – PR

ATIVIDADE DE MATEMÁTICA: VALOR :

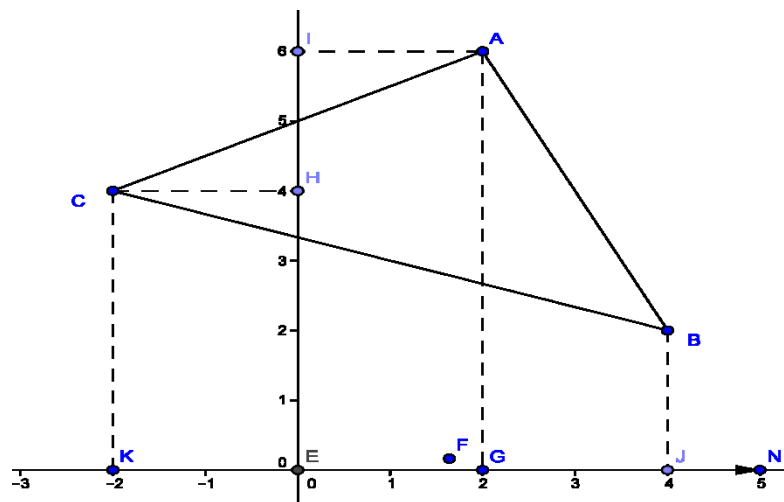
DATA: 23/10/2013

NOME: _____ NR.: _____ TURMA: _____ NOTA:

Professor: Renato

1. [CONEXÕES PAG.125-EXERC.APROFUNDAMENTO] Dado o triângulo ABC da figura abaixo, determine, em seu caderno:

- A medida da mediana AM;
- O baricentro G.



2. Dados os pontos $A(6,2)$, $B(2,4)$ e $C(4,-2)$, vértice de um triângulo, resolva os itens no caderno.
- Represente os pontos A, B e C no plano cartesiano e trace o triângulo e suas medianas.
 - Calcule o comprimento das medianas desse triângulo.
 - Determine as coordenadas do baricentro G desse triângulo.

- d) Compare as coordenadas dos pontos A, B e C desta questão com, respectivamente, os pontos A, B e C do exercício acima. O que ocorre com as coordenadas? E com os pares de pontos em relação à bissetriz dos quadrantes ímpares?
- e) Compare o baricentro, e as respectivas coordenadas, do triângulo desta questão com o baricentro do triângulo da questão acima.

3. Segundo um teorema da geometria analítica, dizemos que são necessários:

ASSINALE A ALTERNATIVA CORRETA, ABAIXO: Valor: 0,5

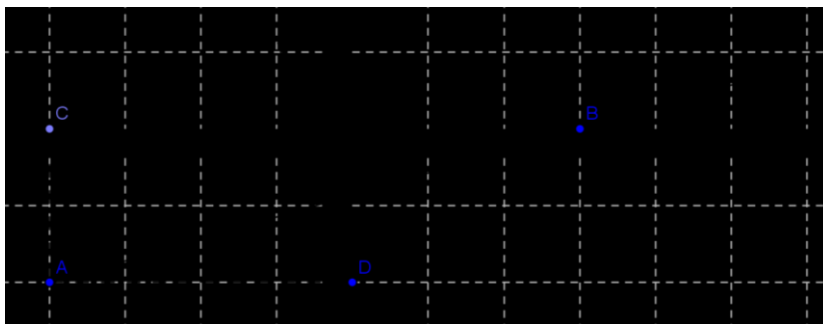
I – três pontos para se traçar uma reta no plano cartesiano.

II- um ponto e somente um ponto para se traçar uma reta.

III- precisa de três pontos para que a reta não fique desalinhada.

IV- dois e somente dois pontos no plano cartesiano.

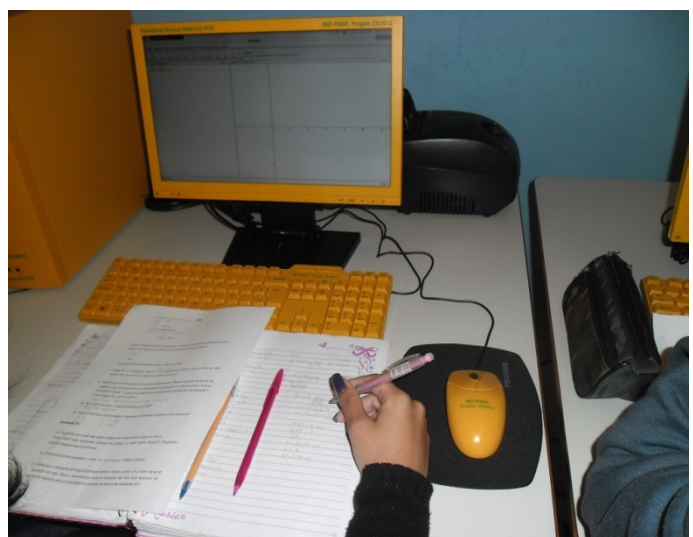
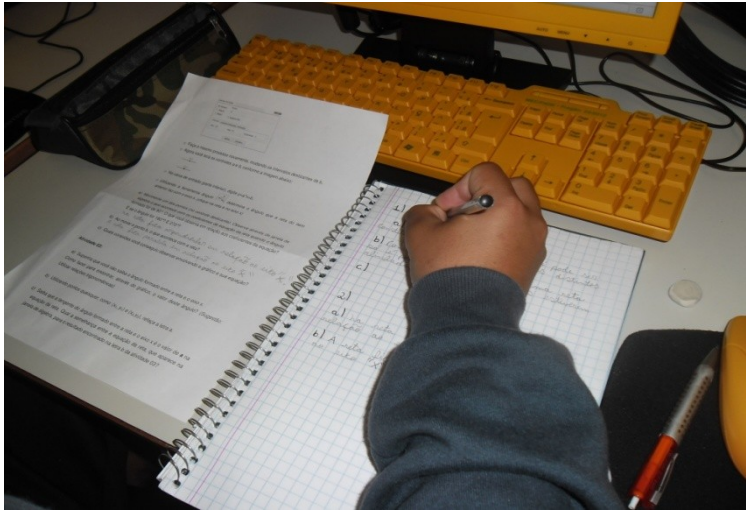
4. [Conexões – p.123] Escreva a equação da reta representada a seguir:



valor: 2,0

Obs.(1): Na falta de espaço utiliza uma folha auxiliar - Obs.(2): Pense com calma mais sem perder o foco.

ANEXO 3 - FOTOS NO LABORATÓRIO DE INFORMÁTICA



APÊNDICE A – FICHA DE OBSERVAÇÃO DAS AULAS

- Motivo: Trabalho de TCC - Investigações Matemáticas em Sala de Aula

- Período de observações:

- Conteúdos trabalhados no período:

- Duração da aula:

- Metodologia da aula. Especificamente: se há momentos em que são realizados trabalhos em grupo nas aulas de Matemática ou outra situação didática que favoreça a troca de informações por linguagem matemática.

- Recursos didáticos utilizados:

- Participação, interesse e envolvimento dos alunos:

APÊNDICE B – PLANO DE AULA – ATIVIDADE INVESTIGATIVA



Plano de Aula: Geometria Analítica com uso do Software Geogebra

Público Alvo: Alunos 3º Ano do Ensino Médio

Duração: 2 horas / aula para a realização e 1 hora / aula para a conclusão

CONTEÚDO:

Formas geral e reduzida da equação da reta, gráfico de funções do 1º grau, análise da inclinação da reta em função do coeficiente angular, dedução geométrica da equação da reta.

OBJETIVOS:

Que o aluno seja capaz de:

- identificar as formas da equação da reta, relacionando suas formas;
- identificar, através do coeficiente angular, a inclinação da reta;
- identificar as variáveis independentes e dependentes em uma função de 1º grau;
- formular a equação da reta geometricamente.

DESENVOLVIMENTO:

- 1º) Os alunos serão levados ao laboratório de informática, onde será apresentado o software GeoGebra;
- 2º) Apresentar as ferramentas que serão utilizadas, através do menu do software;
- 3º) Aplicação das atividades, que serão entregues para os alunos, impressa.
- 4º) Recolher as atividades para a correção e pontuação.
- 5º) Discussão dos erros encontrados na correção e conclusão da atividades com a apresentação da equação geral da reta, já esboçada na atividade 3.

Atividade 01:

- ❖ No menu do software, abra a janela de álgebra (clique em: exibir>>janela de álgebra).

- ❖ Exiba os eixos. (clique em exibir ou esconder os eixos, abaixo da barra de ferramentas)



Crie uma reta a partir de 2 pontos

- b) Agora, construa uma reta a partir de um ponto. Isso é possível? Justifique.

Algumas respostas possíveis:

- Não; é preciso haver dois pontos para formar uma reta.
- Sim; por um ponto poderia passar várias retas. Se fixarmos dois pontos, por eles dois passaria uma única reta.

- c) Com 3 ou mais pontos quaisquer, é possível construir uma única reta? Existe alguma condição para que seja possível construir a reta? Caso exista, que condição é essa?

Resposta possível:

- Sim, desde que os pontos estejam alinhados.

- d) Conclua então, a partir de suas observações, quantos pontos tem uma reta. Justifique sua resposta.

Resposta possível:

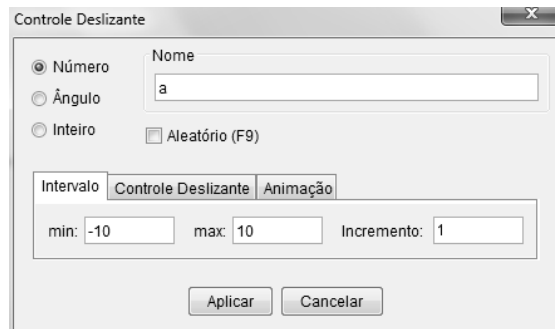
- Uma reta possui infinitos pontos alinhados.

Atividade 02:

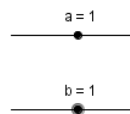
- ❖ Abra uma nova janela (arquivo>>nova janela)



- Clique na ferramenta **controle deslizante**. Então clique em qualquer lugar da área de trabalho do Geogebra.
- Na janela que abrirá, mude o intervalo mín, max. e o incremento, de acordo com a imagem:



- Faça o mesmo processo novamente, mudando os intervalos deslizantes de b .
- Agora você terá os controles a e b , conforme a imagem abaixo:



- Na caixa de entrada (parte inferior), digite $y=a*x+b$.
- Utilizando a ferramenta ângulo , determine o ângulo que a reta do item anterior faz com o eixo x . (clique na reta e no eixo x)

- a) Movimente um dos pontos (no controle deslizante). Observe através da janela de álgebra o que acontece com os coeficientes da equação da reta quando o ângulo formado for de 90° . O que você observa em relação aos coeficientes da equação? E se o ângulo for 180° ? E 270° ?

Algumas respostas possíveis:

- Quando o ângulo for de 90° , o valor de y é igual a zero; o valor de x é fixo; ou para quaisquer valores de y , o valor de x é o mesmo.
- Quando o ângulo for de 180° , o valor de x é igual a zero; o valor de x é fixo; ou para quaisquer valores de y , o valor de x é o mesmo.
- Quando o ângulo for de 270°

- b) Ao mover o ponto b , o que acontece com a reta?

- c) Quais conexões você conseguiu observar envolvendo o gráfico e sua equação?

Atividade 03:

- c) Suponha que você não saiba o ângulo formado entre a reta e o eixo x . Como fazer para encontrar, através do gráfico, o valor deste ângulo? (Sugestão: Utilizar relações trigonométricas)
- d) Utilizando pontos quaisquer, como: (x_1, y_1) e (x_2, y_2) , refaça a letra a.
- e) Saiba que a tangente do ângulo formado entre a reta e o eixo x é o valor de **a** na equação da reta. Qual a semelhança entre a equação da reta, que aparece na janela de álgebra, para o resultado encontrado na letra b da atividade 03?

**APÊNDICE C – FICHA DE OBSERVAÇÕES DA APLICAÇÃO
DA ATIVIDADE INVESTIGATIVA**

FICHA DE OBSERVAÇÕES

(Do cumprimento dos objetivos propostos)

- Se os alunos conseguiram utilizar a linguagem matemática;
- a comunicação matemática entre alunos e aluno-professor;
- Participação, interesse e envolvimento dos alunos durante a realização das atividades;
- as dificuldades encontradas pelos alunos na realização das atividades.

APÊNDICE D – QUESTIONÁRIO APLICADO AOS ALUNOS

Nome (opcional):

Turma:

Data:

1) Como você avaliaria a aula?

() chata () regular () legal () outro; explique.

2) Você considera esta aula diferenciada? Porquê?

3) Você já teve a experiência de atividades diferenciadas de Matemática em algum outro momento? Escreva como foi e se gostou.

4) Como você avaliaria o grau de dificuldade para a realização das atividades propostas?

() fácil () difícil () muito difícil () depende; explique

Descreva qual a maior dificuldade que você encontrou e cite qual a questão, se a dificuldade for na questão.

5) Se pudesse escolher, como gostaria que as aulas de Matemática fossem:

- () Da forma que sempre foram como estamos acostumados, em sala de aula.
- () Aulas como as de hoje, investigativas.
- () Variando entre investigativas e como de costume.
- () Outra forma; sugira.

APÊNDICE E – MODELO DE TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Declaro, por meio deste termo que concordei em participar da pesquisa intitulada (TÍTULO DA PESQUISA), desenvolvida por (PESQUISADOR), referente ao TCC (Trabalho de Conclusão de Curso) do curso de (CURSO) da (INSTITUIÇÃO DE ENSINO), sob a orientação (NOME DO ORIENTADOR), a quem poderei contatar/consultar a qualquer momento que julgar necessário através do telefone _____, ou e-mails: _____.

Afirmo que aceitei participar por minha própria vontade, sem receber qualquer incentivo financeiro ou ter qualquer ônus e com a finalidade exclusiva de colaborar para o sucesso da pesquisa. Fui informado(a) dos objetivos estritamente acadêmicos do estudo que é: (DESCREVER OBJETIVOS DA PESQUISA)

Minha colaboração se fará de forma anônima, por meio DE (METODOLOGIA) a partir da assinatura desta autorização. Fui informado(a) que o registro das informações concedidas farão parte do TCC, sendo que minha identidade será preservada. Fui informado(a) ainda que posso me retirar dessa pesquisa a qualquer momento, sem prejuízo para meu acompanhamento ou sofrer quaisquer sanções ou constrangimentos.

Após ter recebido todos os esclarecimentos e ciente de meus direitos, atesto recebimento de uma cópia assinada deste Termo de Consentimento Livre e Esclarecido.

Curitiba, ____ de _____ de 2013.

.

Assinatura do(a) participante: _____

Assinatura do(a) pesquisador: _____