

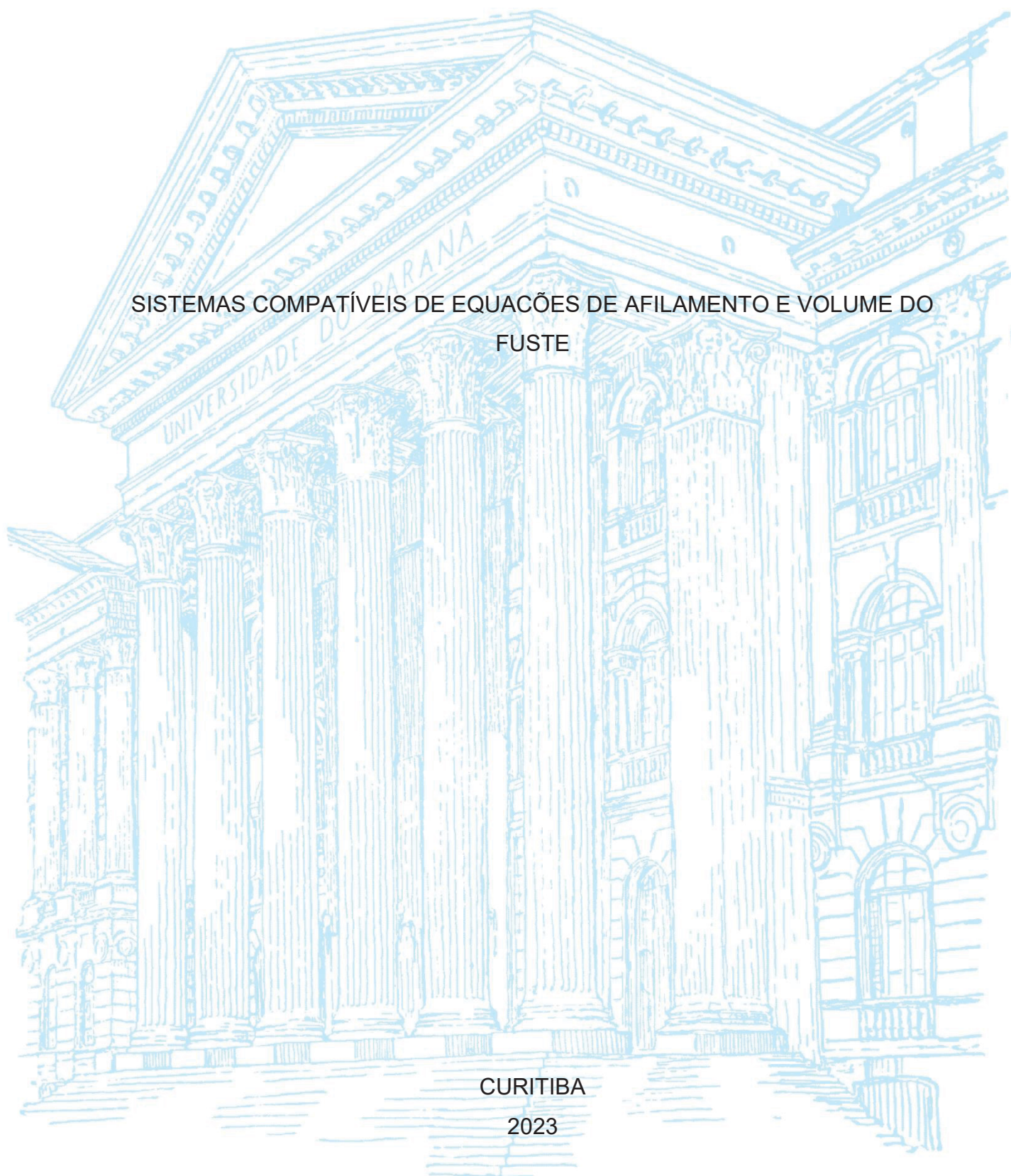
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

CLEBSON LIMA CERQUEIRA

SISTEMAS COMPATÍVEIS DE EQUACÕES DE AFILAMENTO E VOLUME DO
FUSTE

CURITIBA

2023



CLEBSON LIMA CERQUEIRA

SISTEMAS COMPATÍVEIS DE EQUACÕES DE AFILAMENTO E VOLUME DO
FUSTE

Tese apresentada ao curso de Pós-Graduação em Engenharia Florestal, Setor de Ciência Agrária, Universidade Federal do Paraná, como requisito parcial à obtenção do título de Doutor em Engenharia Florestal.

Orientador: Prof. Dr. Julio Eduardo Arce

Coorientadores: Prof(a). Dr(a). Rômulo Môra, Prof Dr. Gerson dos Santos Lisboa

CURITIBA

2023

Ficha catalográfica elaborada pela
Biblioteca de Ciências Florestais e da Madeira - UFPR

Cerqueira, Clebson Lima

Sistemas compatíveis de equações de afilamentos e volume do fuste /
Clebson Lima Cerqueira. – Curitiba, 2023.

1 recurso on-line : PDF.

Orientador: Prof. Dr. Julio Eduardo Arce

Coorientadores: Prof. Dr. Rômulo Mõra

Prof. Dr. Gerson dos Santos Lisboa

Tese (Doutorado) - Universidade Federal do Paraná, Setor de
Ciências Agrárias, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Florestal.
Defesa: Curitiba, 31/05/2023.

1. Troncos (Botânica) - Medição. 2. Florestas - Medição -
Modelos matemáticos. 3. Florestas - Mediação - Métodos estatísticos.
4. Equações. I. Arce, Julio Eduardo. II. Mõra, Rômulo. III. Lisboa,
Gerson dos Santos. IV. Universidade Federal do Paraná, Setor de
Ciências Agrárias. V. Título.

CDD – 634.9

CDU – 634.0.52

Bibliotecária: Berenice Rodrigues Ferreira – CRB 9/1160



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SETOR DE CIÊNCIAS AGRÁRIAS
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO ENGENHARIA
FLORESTAL - 40001016015P0

TERMO DE APROVAÇÃO

Os membros da Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação ENGENHARIA FLORESTAL da Universidade Federal do Paraná foram convocados para realizar a arguição da tese de Doutorado de **CLÉBSON LIMA CERQUEIRA** intitulada: **SISTEMAS COMPATÍVEIS DE EQUAÇÕES DE AFILAMENTO E VOLUME DO FUSTE**, sob orientação do Prof. Dr. JULIO EDUARDO ARCE, que após terem inquirido o aluno e realizada a avaliação do trabalho, são de parecer pela sua **APROVAÇÃO** no rito de defesa.

A outorga do título de doutor está sujeita à homologação pelo colegiado, ao atendimento de todas as indicações e correções solicitadas pela banca e ao pleno atendimento das demandas regimentais do Programa de Pós-Graduação.

CURITIBA, 31 de Maio de 2023.

Assinatura Eletrônica
01/06/2023 09:22:07.0
JULIO EDUARDO ARCE
Presidente da Banca Examinadora

Assinatura Eletrônica
01/06/2023 10:01:07.0
LUCIANO RODRIGO LANSSANOVA
Avaliador Externo (INSTITUTO FED. DE EDUC., CIÊNC. E
TECNOLOGIA DE MATO GROSSO)

Assinatura Eletrônica
02/06/2023 09:27:27.0
RODRIGO GERONI MENDES NASCIMENTO
Avaliador Externo (UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DA AMAZÔNIA)

Assinatura Eletrônica
02/06/2023 10:04:43.0
ANDREA NOGUEIRA DIAS
Avaliador Externo (UNIVERSIDADE ESTADUAL DO CENTRO-OESTE)

Assinatura Eletrônica
01/06/2023 20:15:05.0
THIAGO FLORIANI STEPKA
Avaliador Externo (UNIVERSIDADE DO ESTADO DE SANTA
CATARINA)

Dedico a minha família, em especial aos meus pais João Nivalton Gomes Cerqueira e Rosenilde Viana Lima.

Dedico.

AGRADECIMENTOS

À Deus por tudo que tem me concedido, por ter me possibilitado realizar esse importante trabalho.

À Universidade Federal do Paraná (UFPR) pela oportunidade de cursar o doutorado nessa instituição virtuosa.

Ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Florestal-PPGEF por todo o apoio e conhecimento adquirido.

Ao meu Orientador, Prof. Dr. Julio Eduardo Arce, pela confiança, competência e amizade. Agradeço pela acessibilidade sempre que precisei e pelas experiências compartilhada durante nossas conversas e reuniões.

Aos meus coorientadores, Prof. Dr. Rômulo Môra, Prof. Dr. Gerson dos Santos Lisboa, Prof. Dr. Alexandre Behling, pelas importantes contribuições para realização da pesquisa.

Ao Prof. Dr. Alexandre Behling que propôs o desafio de desenvolver o trabalho com sistemas de equações compatíveis e pelas contribuições no desenvolvimento do trabalho.

Ao doutorando João Sardo pelas trocas de experiência e apoio durante a realização do trabalho de pesquisa.

Aos professores do programa de pós-graduação em Engenharia Florestal da Universidade Federal do Paraná, por todo conhecimento repassado. Em especial aos professores Sylvio Péllico Netto e Sebastião do Amaral Machado pelos ensinamentos em mensuração e inspiração profissional, e pelas boas prosas sobre história de vida dedicada a engenharia florestal no café da tarde.

À empresa TANAGRO / TANAC S.A. pela disponibilização dos dados, para realização do presente trabalho.

À empresa Klabin S/A pelo apoio e incentivo durante o período em que atuei na companhia.

Aos colegas de trabalho na Klabin, Ezequiel, Guilherme, Ramon, Gabriel, Fernando, Yuri, Lucas, Ana, Luana, Rogério, pela parceria, troca de experiências e confraternizações.

Aos meus colegas do Laboratório de Manejo de Florestas Nativas: Chaiane, Renata, Hudson, Lucas, Iací, Tonho, Mauricio, Brown, Cícero, Cristine, Maycon, Franciele, Gabriel Orso, Gabriel Santana, Lisandra, Luan, Luciano, Stefanello,

Diego, Mirella, Kauê e Samuel pela troca de experiências, parceria, convívio e momentos de confraternização.

Aos amigos do mestrado na UFMT, Ítalo, Gabriel, Tupiara, Diego Arcanjo, Diogo, Hudson e Julia Graziella pela amizade e companheirismo.

Aos meu queridos pais, João Nivalton e Rosenilde pelo apoio e incentivo para continuar estudando e realizar mais esse sonho.

Aos meus irmãos, Marcony e Camila pelo apoio e amizade. Ao meu sobrinho, Carlos Augusto pelo carinho e amizade.

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPQ) pelo apoio financeiro e credibilidade concedido ao trabalho.

Por fim, agradeço a todos que contribuíram direta ou indiretamente para realização deste trabalho.

“A imaginação é mais importante que a ciência, porque a ciência é limitada, ao passo que a imaginação abrange o mundo inteiro”.
(ALBERT EINSTEIN)

RESUMO

Neste trabalho é discutido o tema: sistemas de equações compatíveis para afilamento, volume e volume total acumulado. Foram apresentados procedimentos para estabelecer sistemas de equações aditivos, propriedade muito útil para aplicação prática em inventário e manejo florestal, a qual estabelece que as estimativas de volume oriundas de equações de afilamento sejam equivalentes com as de uma equação de volume total e de volume acumulado, mantendo-se acurácia das estimativas e com maior eficiência na estimação dos coeficientes. O tema foi desenvolvido utilizando dados mensurados em florestas de *Acacia mearnsii* de wild. (Acácia negra), oriundos dos locais que concentram os plantios da espécie no estado do Rio Grande do Sul, obtendo as respostas apresentadas na sequência para as questões propostas. Quais são os sistemas de equações que devem ser selecionados? Recomenda-se a utilização dos sistemas de Fang et al. (2000) e Zhao et al. (2019). A modelagem da estrutura da variância e autocorrelação dos resíduos é suficiente para atender as condicionantes básicas da regressão? Sim, a modelagem da variância e autocorrelação proporcionam resultados mais eficientes, especialmente devido a redução do erro padrão dos coeficientes. Qual a eficiência dos sistemas equações ajustados por WNSUR (regressão não lineares aparentemente não relacionadas ponderada) quando comparados com os sistemas ajustadas de forma independente? Os sistemas ajustados por WNSUR proporcionam resultados mais acurados para estimativa do afilamento e volume. Os sistemas compatíveis apresentados e as técnicas de ajuste são úteis para a compreensão dos princípios envolvidos e para propósitos de difusão das técnicas para outras espécies, especialmente, quando existe agregação no valor comercial dos sortimentos.

Palavras-chave: modelo de afilamento de Fang, modelo de afilamento de Zhao, regressão aparentemente não relacionada, modelagem de variâncias, sortimentos de madeira.

ABSTRACT

In this work is discussed the theme: compatible system for taper, volume and total accumulative volume. Were presented procedures to establish system of additives equations, property useful to practice application at inventory and forest management, which stablish that estimates of total volume and accumulative volume, maintain accuracy of estimates and with more efficiency on the estimation of coefficients. The theme was developed using observed data at the forests of de *Acacia mearnsii* de wild., from locals that concentrate stand of species at state of Rio Grande do Sul, obtained the answers presented in sequence to the proposed questions. Which are the systems of equations should be selected? It is recommended the use of Fang et al.'s (2000) and Zhao et al.'s (2019) systems. Is the modeling of variance structure and autocorrelation of residues sufficient to attend the basics conditionals of regression? Yes, the modeling of variance and autocorrelation provide results more efficient, especially due of reduction of standard error of coefficients. Which were efficiency of system of equations fitted by WNSUR (Weighted Non-Linear Seemingly Unrelated Regression), when compared with the systems adjusted of an independent way? The systems adjusted by WNSUR provide results more efficiently for estimative of taper and volume. The compatible systems presented, and the techniques of fit are useful for comprehension of principles involved and to purpose of diffusion of techniques for other species, specially, when there is aggregation of commercial value of assortments.

Keywords: Fang's taper model, Zhao's taper model, seemingly unrelated regression, modeling of variance, assortments of wood.

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1-ÁREA DE CULTIVO DE ACÁCIA-NEGRA NAS REGIÕES DE CRISTAL, ENCRUZILHADA DO SUL E PIRATINI, NO ESTADO DO RIO GRANDE DO SUL.	26
FIGURA 2-FLUXOGRAMA COM OS MÉTODOS DE AJUSTE DOS SISTEMAS DE EQUAÇÕES PARA ACACIA MEARNSII.	35
FIGURA 3-PERFIL DO TRONCO (A) E BOXPLOT (B) DOS DADOS DE DIÂMETRO EM FUNÇÃO DA ALTURA RELATIVA PARA ACACIA MEARNSII. ...	36
FIGURA 4-VARIAÇÃO DO PERFIL DO FUSTE EM FUNÇÃO DAS IDADES DOS POVOAMENTOS DE ACACIA MEARNSII.....	37
FIGURA 5-RESÍDUOS ABSOLUTOS E PONDERADOS PARA ESTIMATIVA DO AFILAMENTO, VOLUME ACUMULADO E VOLUME TOTAL PELO MÉTODO MA1 PARA O GRUPO DE IDADE (1,75-1,83).	40
FIGURA 6-RESÍDUOS ABSOLUTOS E PONDERADOS PARA ESTIMATIVA DO AFILAMENTO, VOLUME ACUMULADO E VOLUME TOTAL PELO MÉTODO MA1 PARA O GRUPO DE IDADE (2,33-3,08).	43
FIGURA 7-RESÍDUOS ABSOLUTOS E PONDERADOS PARA ESTIMATIVA DO AFILAMENTO, VOLUME ACUMULADO E VOLUME TOTAL PELO MÉTODO MA1 PARA O GRUPO DE IDADE (5-5,75).	46
FIGURA 8-RESÍDUOS ABSOLUTOS E PONDERADOS PARA ESTIMATIVA DO AFILAMENTO, VOLUME ACUMULADO E VOLUME TOTAL PELO MÉTODO MA1 PARA O GRUPO DE IDADE (9,83-10,75).	49
FIGURA 9-RESÍDUOS ABSOLUTOS E PONDERADOS PARA ESTIMATIVA DO AFILAMENTO, VOLUME ACUMULADO E VOLUME TOTAL PELO MÉTODO MA2 PARA O GRUPO DE IDADE (1,75-1,83).	52
FIGURA 10-RESÍDUOS ABSOLUTOS E PONDERADOS PARA ESTIMATIVA DO AFILAMENTO, VOLUME ACUMULADO E VOLUME TOTAL PELO MÉTODO MA2 PARA O GRUPO DE IDADE (2,33-3,08).	55
FIGURA 11-RESÍDUOS ABSOLUTOS E PONDERADOS PARA ESTIMATIVA DO AFILAMENTO, VOLUME ACUMULADO E VOLUME TOTAL PELO MÉTODO MA2 PARA O GRUPO DE IDADE (5,0-5,75).	58
FIGURA 12-RESÍDUOS ABSOLUTOS E PONDERADOS PARA ESTIMATIVA DO AFILAMENTO, VOLUME ACUMULADO E VOLUME TOTAL PELO MÉTODO MA2 PARA O GRUPO DE IDADE (9,83-10,75).	61

FIGURA 13-RESÍDUOS ABSOLUTOS E PONDERADOS PARA ESTIMATIVA DO AFILAMENTO, VOLUME ACUMULADO E VOLUME TOTAL PELO MÉTODO MA3 PARA O GRUPO DE IDADE (1,75-1,83).	64
FIGURA 14-RESÍDUOS ABSOLUTOS E PONDERADOS PARA ESTIMATIVA DO AFILAMENTO, VOLUME ACUMULADO E VOLUME TOTAL PELO MÉTODO MA3 PARA O GRUPO DE IDADE (2,33-3,08).	67
FIGURA 15-RESÍDUOS ABSOLUTOS E PONDERADOS PARA ESTIMATIVA DO AFILAMENTO, VOLUME ACUMULADO E VOLUME TOTAL PELO MÉTODO MA3 PARA O GRUPO DE IDADE (5-5,75).	70
FIGURA 16-RESÍDUOS ABSOLUTOS E PONDERADOS PARA ESTIMATIVA DO AFILAMENTO, VOLUME ACUMULADO E VOLUME TOTAL PELO MÉTODO MA3 PARA O GRUPO DE IDADE (9,83-10,75).	73
FIGURA 17-RESÍDUOS PONDERADOS PARA ESTIMATIVA DO AFILAMENTO, VOLUME ACUMULADO E VOLUME TOTAL PELOS MÉTODOS MA1, MA2 E MA3 PARA O GRUPO DE IDADE (1,75-1,83).....	78
FIGURA 18-RESÍDUOS PONDERADOS PARA ESTIMATIVA DO AFILAMENTO, VOLUME ACUMULADO E VOLUME TOTAL PELOS MÉTODOS MA1, MA2 E MA3 PARA O GRUPO DE IDADE (2,33-3,08).....	78
FIGURA 19-RESÍDUOS PONDERADOS PARA ESTIMATIVA DO AFILAMENTO, VOLUME ACUMULADO E VOLUME TOTAL PELOS MÉTODOS MA1, MA2 E MA3 PARA O GRUPO DE IDADE (5-5,75).....	79
FIGURA 20-RESÍDUOS PONDERADOS PARA ESTIMATIVA DO AFILAMENTO, VOLUME ACUMULADO E VOLUME TOTAL PELOS MÉTODOS MA1, MA2 E MA3 PARA O GRUPO DE IDADE (9,83-10,75).....	79

LISTA DE TABELAS

TABELA 1- BASE DE DADOS PARA MODELAGEM DO AFILAMENTO E VOLUME DE ACÁCIA NEGRA EM FUNÇÃO DA IDADE POR LOCAL DE COLETA.....	27
TABELA 2-ESTATÍSTICA DESCRITIVA DOS DADOS PARA MODELAGEM DO AFILAMENTO E VOLUME DE ACACIA MEARNsii POR GRUPO DE IDADE.	35
TABELA 3-COEFICIENTES DOS SISTEMAS DE EQUAÇÕES AJUSTADOS PELO MÉTODO MA1 PARA O GRUPO DE IDADE (1,75-1,83).	38
TABELA 4-ESTATÍSTICAS DE AJUSTE DOS SISTEMAS DE EQUAÇÕES AJUSTADOS PELO MÉTODO MA1 PARA O GRUPO DE IDADE (1,75-1,83).....	39
TABELA 5-COEFICIENTES DOS SISTEMAS DE EQUAÇÕES AJUSTADOS PELO MÉTODO MA1 PARA O GRUPO DE IDADE (2,33-3,08).	41
TABELA 6-ESTATÍSTICAS DE AJUSTE DOS SISTEMAS DE EQUAÇÕES AJUSTADOS PELO MÉTODO MA1 PARA O GRUPO DE IDADE (2,33-3,08).....	42
TABELA 7-COEFICIENTES DOS SISTEMAS DE EQUAÇÕES AJUSTADOS PELO MÉTODO MA1 PARA O GRUPO DE IDADE (5-5,75).	44
TABELA 8-ESTATÍSTICAS DE AJUSTE DOS SISTEMAS DE EQUAÇÕES AJUSTADOS PELO MÉTODO MA1 PARA O GRUPO DE IDADE (5,0-5,75).....	45
TABELA 9-COEFICIENTES DOS SISTEMAS DE EQUAÇÕES AJUSTADOS PELO MÉTODO MA1 PARA O GRUPO DE IDADE (9,83-10,75).	47
TABELA 10-ESTATÍSTICAS DE AJUSTE DOS SISTEMAS DE EQUAÇÕES AJUSTADOS PELO MÉTODO MA1 PARA O GRUPO DE IDADE (9,83-10,75).....	48
TABELA 11-COEFICIENTES DOS SISTEMAS DE EQUAÇÕES AJUSTADOS PELO MÉTODO MA2 PARA O GRUPO DE IDADE (1,75-1,83).	50
TABELA 12-ESTATÍSTICAS DE AJUSTE DOS SISTEMAS DE EQUAÇÕES AJUSTADOS PELO MÉTODO MA2 PARA O GRUPO DE IDADE (1,75-1,83).....	51

TABELA 13-COEFICIENTES DOS SISTEMAS DE EQUAÇÕES AJUSTADOS PELO MÉTODO MA2 PARA O GRUPO DE IDADE (2,33-3,08).	53
TABELA 14-ESTATÍSTICAS DE AJUSTE DOS SISTEMAS DE EQUAÇÕES AJUSTADOS PELO MÉTODO MA2 PARA O GRUPO DE IDADE (2,33-3,08).....	54
TABELA 15-COEFICIENTES DOS SISTEMAS DE EQUAÇÕES AJUSTADOS PELO MÉTODO MA2 PARA O GRUPO DE IDADE (5-5,75).	56
TABELA 16-ESTATÍSTICAS DE AJUSTE DOS SISTEMAS DE EQUAÇÕES AJUSTADOS PELO MÉTODO MA2 PARA O GRUPO DE IDADE (5,0- 5,75).....	57
TABELA 17-COEFICIENTES DOS SISTEMAS DE EQUAÇÕES AJUSTADOS PELO MÉTODO MA2 PARA O GRUPO DE IDADE (9,83-10,75).	59
TABELA 18-ESTATÍSTICAS DE AJUSTE DOS SISTEMAS DE EQUAÇÕES AJUSTADOS PELO MÉTODO MA2 PARA O GRUPO DE IDADE (9,83-10,75).....	60
TABELA 19-COEFICIENTES DOS SISTEMAS DE EQUAÇÕES AJUSTADOS PELO MÉTODO MA3 PARA O GRUPO DE IDADE (1,75-1,83).	62
TABELA 20-ESTATÍSTICAS DE AJUSTE DOS SISTEMAS DE EQUAÇÕES AJUSTADOS PELO MÉTODO MA3 PARA O GRUPO DE IDADE (1,75-1,83).....	63
TABELA 21-COEFICIENTES DOS SISTEMAS DE EQUAÇÕES AJUSTADOS PELO MÉTODO MA3 PARA O GRUPO DE IDADE (2,33-3,08).	65
TABELA 22-ESTATÍSTICAS DE AJUSTE DOS SISTEMAS DE EQUAÇÕES AJUSTADOS PELO MÉTODO MA3 PARA O GRUPO DE IDADE (2,33-3,08).....	66
TABELA 23-COEFICIENTES DOS SISTEMAS DE EQUAÇÕES AJUSTADOS PELO MÉTODO MA3 PARA O GRUPO DE IDADE (5-5,75).	68
TABELA 24-ESTATÍSTICAS DE AJUSTE DOS SISTEMAS DE EQUAÇÕES AJUSTADOS PELO MÉTODO MA3 PARA O GRUPO DE IDADE (5- 5,75).....	69
TABELA 25-COEFICIENTES DOS SISTEMAS DE EQUAÇÕES AJUSTADOS PELO MÉTODO MA3 PARA O GRUPO DE IDADE (9,83-10,75).	71

TABELA 26-ESTATÍSTICAS DE AJUSTE DOS SISTEMAS DE EQUAÇÕES AJUSTADOS PELO MÉTODO MA3 PARA O GRUPO DE IDADE (9,83-10,75).....	72
TABELA 27-ESTATÍSTICAS DOS TRÊS MÉTODOS DE AJUSTE PARA OS QUATRO GRUPO DE IDADES.	75
TABELA 28-COEFICIENTES COM SEUS RESPECTIVOS ERROS PADRÕES DOS TRÊS MÉTODOS DE AJUSTE PARA OS QUATRO GRUPO DE IDADES.....	76

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO GERAL.....	17
1.1 OBJETIVOS	19
2 REVISÃO DE LITERATURA	20
2.1 SISTEMAS DE EQUACÕES COMPATIVES DE VOLUME E AFILAMENTO ...	20
2.2 AJUSTE DO SISTEMA VIA SUR	21
2.3 AJUSTE DO SISTEMA VIA SUR PONDERADO.	22
2.4 AJUSTE DO SISTEMA VIA WNSUR.....	24
3 MATERIAL E MÉTODOS	25
3.1 CARACTERIZAÇÃO DA ÁREA DE ESTUDO E DOS POVOAMENTOS	26
3.2 MENSURAÇÃO DAS VARIÁVEIS	27
3.3 SISTEMAS DE EQUACÕES DE AFILAMENTO E VOLUME.....	28
3.4 AUTOCORRELAÇÃO E HETEROCEDASTICIDADE	30
3.5 MÉTODOS DE AJUSTE.....	32
3.5.1 Método de ajuste 1 (MA1) - ajuste para dados de afilamento	33
3.5.2 Método de ajuste 2 (MA2) - ajuste para dados de volume acumulado.....	33
3.5.3 Método de ajuste 3 (MA3) - ajuste simultâneo para dados de afilamento e volume 34	
3.6 ESTATÍSTICAS DE AJUSTE	34
3.7 FLUXOGRAMA DO MÉTODO	35
4 RESULTADOS.....	35
4.1 ESTATÍSTICA DESCRITIVA.....	35
4.2 MÉTODO DE AJUSTE 1 (MA1) - AJUSTE PARA DADOS DE AFILAMENTO ...	37
4.3 MÉTODO DE AJUSTE 2 (MA2) - AJUSTE PARA DADOS DE VOLUME ACUMULADO	50
4.4 MÉTODO DE AJUSTE 3 (MA3) – AJUSTE SIMULTÂNEO PARA DADOS DE AFILAMENTO E VOLUME	62
4.5 COMPARAÇÃO DOS MÉTODOS.....	74
5 DISCUSSÃO	80
5.1 CONCLUSÃO.....	85
REFERÊNCIAS.....	86

1 INTRODUÇÃO GERAL

Predições acuradas envolvendo produtos da madeira classificadas por tamanhos comercializáveis é sempre um assunto de interesse para os manejadores de floresta (CAO et al., 1980; MARTIN, 1981; DIÉGUEZ-ARANDA et al., 2006), uma vez que o manejo eficiente dos recursos madeireiros depende de avaliações precisas do volume dos povoamentos florestais e das árvores (SHARMA et al., 2001). Especialmente, quando se refere a plantios cujas espécies possuam diferentes destinações, segundo Jiang et al. (2005), a habilidade estimar os diâmetros superiores do fuste bem como os volumes para os vários limites de comercialização se faz necessária, uma vez que se o afilamento da árvore pode ser descrito de forma acurada, então o volume para qualquer limite comercializável pode ser predito de maneira acurada (JORDAN et al., 2005).

Desta forma, com a mudança constante nas condições de mercado, há a necessidade de estimar de forma acurada o volume das árvores para os diferentes limites superiores comercializáveis do fuste (ÖZÇELIK e BROOKS, 2012; NUNES et al., 2010; CRECENTE-CAMPO et al., 2009; (BURKHART, 1977). Para isso métodos que apresentem acurácia e flexibilidade faz-se necessário para estimar o crescimento e produtividade dos povoamentos e das árvores para avaliar as diferentes alternativas de manejo e utilização para os recursos madeireiros (SHARMA et al., 2002).

Uma dessas formas é a utilização das funções de afilamento para a obtenção dos volumes. Entretanto, equações para diferentes volumes comerciais são ajustados independentemente, elas geralmente apresentam indesejáveis características, produzindo seções de volume que illogicamente cruzam dentro dos limites dos dados (BURKHART, 1977; CAO et al., 1980). Segundo os mesmos autores, tal fato ocasiona estimativas inconsistentes para os diferentes volumes comerciais de uma única árvore.

Para contornar esse efeito, uma das abordagens mais acuradas para estimar o diâmetro do fuste e o volume em qualquer diâmetro superior é por meio do uso de funções compatíveis de forma e volume (JIANG et al., 2005). Assim, as funções possibilitam estimar o diâmetro em qualquer ponto do fuste, a altura em pré-determinado diâmetro e o volume entre dois pontos do fuste (MARTIN, 1981). Como consequência, viabiliza calcular as proporções de volume nas diversas categorias de utilização, conforme exigido pelo inventário florestal (GOULDING & MURRAY, 1976).

Para tanto, essas funções necessitam apresentar consistência numérica, que segundo Zhao et al. (2019), três métodos podem ser utilizados para garantir a consistência: I) Ajuste de uma função de afilamento para os dados mensurados de forma e, assim, extrair os coeficientes para as equações de volume comercial e total (GOULDING e MURRAY, 1976); II) Ajuste de uma equação para o volume comercial aos dados de volume cumulativo primeiro e, assim, extrair os coeficientes para as equações de volume total e afilamento a partir da equação de volume comercial ajustada (LYNCH et al. 2017, ZHAO E KANE 2017); III) Ajustar simultaneamente as equações de forma e volume comercial para os dados mensurados de forma e os dados de volume acumulado para uma mesma árvore amostrada (VAN DEUSEN 1988, FANG et al. 2000).

Uma vez estabelecidas as equações compatíveis de volume e afilamento, derivadas matematicamente, outro ponto importante é o ajuste dos sistemas de equações. Com enfoque no ajuste simultâneo desses modelos de forma e volume compatível, as regressões aparentemente não relacionadas (*Seemingly Unrelated Regressions* - SUR) têm sido aplicadas em diversas pesquisas, tais como: Behling et al. (2021), Özçelik e Cao (2017), Krisnawati (2016), Quiñonez-Barraza et al. (2014), Pompa-García et al. (2009), Diéguez-Aranda et al. (2006). Este método possui como característica segundo Diéguez-Aranda et al. (2009), na otimização da soma dos quadrados dos erros, ou seja, isso minimiza os erros de previsão para o diâmetro em várias alturas e para o volume simultaneamente. Ainda, utiliza a correlação contemporânea (correlação entre os resíduos das equações) como informação adicional no ajuste (peso), revelando erros padrão de coeficientes menores tanto o quanto for maior a correlação contemporânea, se comparado a ajustes independentes.

A obtenção de equações com menores variância, a exemplo de menores erros padrão dos coeficientes, é algo desejado para os manejadores, especialmente, na avaliação de incertezas nos inventários (Alba, 2023). Assim, o atendimento de dois pressupostos básicos da análise de regressão deve ser considerado: a autocorrelação e a heterodasticidade dos resíduos. Segundo Kmenta (1986) mesmo que os estimadores de mínimos quadrados dos coeficientes da regressão apresentam consistência, as principais consequências da heterodasticidade e a autocorrelação é dos estimadores não possuírem outras propriedades desejáveis,

afetam as variâncias estimadas, em geral viesada e convencionalmente intervalos de confiança e testes de significância são inválidos.

Par isso, técnicas de correção de tais problemas são utilizadas, como a utilização do CAR (*continuous-time autoregressive structure*) para autocorrelação (LÓPEZ-MARTÍNEZ et al., 2020; QUIÑONEZ-BARRAZA et al., 2019; SÁNCHEZ-BANDA et al., 2022; ÖZÇELİK e DIRICAN, 2017; CORRAL-RIVAS et al., 2017) e para heterocedasticidade, principalmente associada ao volume, a modelagem da estrutura da variância por meio do modelo de potência (*power function of the variance covariate - varPower*) é utilizada se aproximar de variâncias homogêneas (QUIÑONEZ-BARRAZA et al, 2019; ZHAO et al., 2019).

Como já destacado, a modelagem compatível do volume total e do afilamento é importante para espécies quando é necessário qualificar os produtos madeireiros em sortimentos. No presente trabalho, as técnicas avaliadas serão testadas em florestas de acácia-negra (*Acacia mearnsii*), para qual boa parte do uso da madeira é destinada, como lenha e cavaco. Conforme Behling (2020), para essa espécie, existe o interesse em estimar o volume do toco para quantificar o volume que não está sendo aproveitado, volume das ponteiros do fuste para estimar o resíduo, volume de madeira para a indústria de cavaco e o volume total. Daí a importância do desenvolvimento equações de volume total e de afilamento, especialmente com compatibilidade. O motivo para isso é que a incompatibilidade das funções de afilamento e volume as vezes pode ser maior até mesmo que o volume de uma parte do fuste, tal como do toco ou da ponteira. Ainda, a compatibilidade é requerida devido a um aspecto biológico lógico.

Dado o exposto, foram estabelecidas as seguintes perguntas:

- Quais são os sistemas de equações que devem ser selecionados?
- A modelagem da estrutura da variância e autocorrelação dos resíduos é suficiente para atender as condicionantes básicas da regressão?
- Qual a eficiência dos sistemas de equações ajustados por WNSUR (regressão não lineares aparentemente não relacionadas e ponderadas) quando comparados com os sistemas ajustadas de forma independente?

1.1 OBJETIVOS

O objetivo geral foi testar novos modelos compatíveis de afilamento e volume total, com ajuste por meio de sistemas equações ponderadas para dados de *Acacia*

meansii. Ainda, estudar qual é o comportamento do perfil do tronco das árvores em função da idade para a espécie.

Os objetivos específicos foram:

- Ajustar e selecionar sistemas de equações compatíveis para estimativa do afilamento e volume;
- Avaliar as condicionantes da regressão (homoscedasticidade e autocorrelação dos resíduos e realizar a modelagem delas);
- Ajustar os sistemas de equações por meio da regressão WNSUR;
- Avaliar a eficiência dos sistemas de equações ajustados por WNSUR comparado com ajustes independentes;
- Estudar o comportamento do perfil do tronco das árvores em função da idade;

2 REVISÃO DE LITERATURA

A presente revisão tem objetivo dois enfoques: i) sistemas compatíveis de volume a afilamento, ii) regressão aparentemente não relacionada.

2.1 SISTEMAS DE EQUACÕES COMPATIVES DE VOLUME E AFILAMENTO

As estimativas do volume comercial e total das árvores em um povoamento são uma importante técnica para o manejo e para o planejamento florestal (ÖZÇELİK e CAO, 2017). Tal estimativa de forma acurada, permite estimar os valores monetários de muitas commodities que as florestas fornecem à sociedade, ou seja, a madeira (CRECENTE-CAMPO et al., 2009). Desta forma, segundo Martin (1981), a necessidade de saber quais porções da árvore podem ser utilizadas para produtos específicos, e assim identificar toda variedade de produtos que podem ser obtidas de um determinado povoamento.

Uma das principais abordagens na estimativa do volume das árvores até um diâmetro mínimo ou altura limite, na adaptação dos cálculos de volume para as mudanças nos padrões de comercialização são as funções de afilamento (NUNES et al., 2010). Desta forma, uma função de afilamento não apenas deve predizer bem a forma do fuste, mas também deve proporcionar estimativas acuradas do volume do fuste (Li e Weiskittel, 2010). Então para isso, para o cálculo do volume comercial há

a necessidade de realizar dois passos: a determinação da altura correspondente de um diâmetro limite e então o cálculo do volume até a altura determinada pela integração (BARRIO ANTA et al., 2007).

Uma das abordagens mais acuradas para estimar o diâmetro do fuste e o volume em qualquer diâmetro superior é por meio do uso de funções compatíveis de afilamento e volume (Jiang et al., 2005). A teoria de sistema de equações compatíveis de volume e forma foi apresentada no começo da década de 70 por Demaerschalk (1971, 1972) (ZHAO et al., 2019). Desde então o significado de compatibilidade de volume e afilamento se expandiu, e várias abordagens para o desenvolvimento de sistemas compatíveis para equações de forma e volume tem sido proposto (Zhao et al., 2019).

Inicialmente, estes sistemas foram definidos por Demaerschalk (1971, 1972, 1973), Fang e Bailey (1999) e Özçelik e Cao (2017) que ao realizar a integração do modelo de afilamento, o volume total estimado idêntico aos das equações de volume existente é obtido. Essa definição sofreu uma alteração quando Clutter (1980) desenvolveu uma função de afilamento a partir de equações de volume comerciais de topo variável (ZHAO et al., 2019). Agora, o conceito de compatibilidade nos sistemas de equações de forma e volume ampliou para todos os componentes da equação (forma, volume total e volume comercial), que nesses sistemas são algebricamente compatíveis, ou seja, os coeficientes de uma equação podem ser escritos em termos de coeficientes em outras equações (Quiñonez-Barraza et al., 2019; Zhao et al., 2019; Sharma et al., 2002). Quando os sistemas apresentam essa característica, eles são geralmente bem especificados e refletem de forma mais eficiente as relações fundamentais físicas e biológicas presentes nos sistemas (SHARMA et al, 2002).

Para a espécie acácia-negra, os primeiros trabalhos com equações compatíveis de volume e afilamento foram apresentados por Behling (2020), Behling et al. (2020a) e Behling et al. (2021b), no qual os autores destacam a importância das equações compatíveis, do ajuste do sistema via regressão aparentemente não relacionada e propostas para a compatibilização.

2.2 AJUSTE DO SISTEMA VIA SUR

Segundo Özçelik & Göçeri (2015), os principais métodos de ajuste para os sistemas de equações são: *Ordinary Least Squares* (OLS), GLS, *Seemingly Unrelated Regression* (SUR), *generalized method of moments* (GMM) e *full information maximum likelihood* (FIM)L.

Dos métodos supracitados um dos mais utilizados é o SUR (*Seemingly Unrelated Regressions*). Proposto por Zellner (1962) o SUR é utilizado principalmente em situações em que os resíduos de diferentes equações são altamente correlacionados. Desta forma a obtenção dos valores dos coeficientes (β) se dá pelo estimador GLS (*generalized least squares*) que apresenta a seguinte solução:

$$\beta = (X' \Omega^{-1} X)^{-1} X' \Omega^{-1} y$$

$$\Omega = \Sigma \otimes I$$

Em que: X = matriz das observações variáveis independentes; y = vetor com as variáveis dependentes; Σ = é a matriz de variância e covariância dos resíduos das equações, $\otimes$ = é o produto de Knocker; I = matriz identidade.

Diversos estudos utilizaram este método no ajuste para garantir a compatibilidade dos modelos de afilamento e volume, pode-se citar os estudos de Behling et al. (2021a), Özçelik e Cao (2017), Krisnawati (2016), Quiñonez-Barraza et al., (2014), Pompa-García et al. (2009), Barrio Anta et al. (2007) e Diéguez-Aranda et al. (2006).

Uma vez que se espera a violação dos pressupostos de homogeneidade de variâncias e autocorrelação, o sistema preferível de SUR é o ponderado.

2.3 AJUSTE DO SISTEMA VIA SUR PONDERADO.

Algumas condições em relação ao ajuste quando se utiliza o SUR deve ser assegurada, como por exemplo a homocedasticidade dos resíduos, porém é frequente nos estudos florestais que essa prerrogativa não seja atendida, para isso pesos são utilizados para garantir a homogeneidade das variâncias dos resíduos.

No contexto dos ajustes via SUR dos modelos compatíveis de forma e volume os pesos são aplicados principalmente no componente volume, como constatado por López-Martínez et al. (2020). Segundo o autor a presença de condições heterocedásticas levaria a estimativa de coeficientes de variância não mínimas e intervalos de previsão não confiáveis. Para contornar esse problema os autores

utilizaram a regressão ponderada utilizando o peso como o inverso da variância de cada observação (PARRESSOL, 1999), isso para contornar o problema de heterocedasticidade e garantir que os coeficientes estimados foram obtidos sob condições homocedásticas.

Uma das principais abordagens na adoção dos pesos é a utilização de uma power function, a fim de garantir a homogeneidade dos resíduos. Estudos como os de Castillo-López (2021), Zhao et al. (2019) e Quiñonez-Barraza et al. (2019) utilizaram da técnica para contornar este problema. As principais power functions utilizadas são demonstradas a seguir:

$$\log(e_{ij}^2) = \beta_0 + \beta_1 \log(d_j) + \beta_2 \log(h_{ij}) + \beta_3 \log(H_j) \therefore$$

$$e_{ij} = \frac{e_{ij}}{\sqrt{d_j^{\beta_1} + h_{ij}^{\beta_2} + H_j^{\beta_3}}}$$

$$\log(e_j^2) = \beta_0 + \beta_1 \log(d_j^2 H_j) \therefore$$

$$e_{ij} = \frac{e_{ij}}{\sqrt{(d_j^2 H_j)^{\beta_1}}}$$

em que: e_{ij} = resíduo na altura i da árvore j ; e_j = resíduos da árvore j ; d_j = diâmetro a altura do peito da árvore j ; h_{ij} = altura da seção i da árvore j ; H_j = altura total da árvore j ; β_{ijs} = coeficientes estimados pelo método OLS.

Dos modelos citados o primeiro pode ser aplicado tanto para o volume quanto para o modelo de afilamento, já o segundo apenas para os modelos de volume.

Outro problema que constantemente os manejadores florestais enfrentam no ajuste de equações é o pressuposto de independência dos resíduos, contudo os dados de afilamento e volume acumulado apresentam uma estrutura hierárquica, uma vez que várias observações são mensuradas no mesmo indivíduo (árvore), que pode resultar em autocorrelação dos resíduos, o que viola a suposição de erros independentes

No ajuste via SUR é preferível que esse pressuposto seja atendido. Para isso, recomenda-se a utilização de modelos autorregressivos (DIÉGUEZ-ARANDA et al., 2006; TANG et al., 2016; ZHAO et al. 2019; QUIÑONEZ-BARRAZA et al., 2019; LÓPEZ-MARTÍNEZ et al., 2020) que consiste na aplicação de uma função

autorregressiva contínua de ordem (n) (ARn) que explica a distância entre medições e a posição relativa no fuste de onde foram mensuradas.

Os problemas de heterocedasticidade e autocorrelação podem afetar seriamente os erros padrão dos coeficientes, invalidando os testes estatísticos usando distribuições t ou F e intervalos de confiança (NETER et al. 1990; DIÉGUEZ-ARANDA et al., 2006; TANG et al., 2016). Desta forma, procedimentos estatísticos apropriados devem ser usados no ajuste do modelo para evitar erros com variâncias heterocedasticas e autocorrelacionados.

Para o ajuste, pode-se valer da seguinte expressão para definir o estimador wsur:

$$\beta = \left(X' \Psi(\hat{\theta})^{-1} X \right)^{-1} X' \Psi(\hat{\theta})^{-1} y$$

Em que:

$\Psi(\hat{\theta})$ é uma matriz diagonal de pesos, que depende do número de parâmetros (P) denotada pelo vetor θ da ordem $(P \cdot 1)$

2.4 AJUSTE DO SISTEMA VIA WNSUR

Observa-se que a maioria dos sistemas de equações compatíveis de volume e afilamento são não lineares. Assim, o estimador utilizado é referente ao WNSUR.

Uma vez definida as matrizes de pesos,

$$\Psi(\hat{\theta}) = \begin{bmatrix} e^{(g'_1 \hat{\theta})} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e^{(g'_2 \hat{\theta})} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & e^{(g'_T \hat{\theta})} \end{bmatrix}$$

$$\Psi(\hat{\theta}) = \begin{bmatrix} \Psi_1(\hat{\theta}_1) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \Psi_2(\hat{\theta}_2) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \Psi_M(\hat{\theta}_M) \end{bmatrix}$$

Em que:

$\Psi(\hat{\theta})$ = é a matriz dos pesos.

$\Psi_i(\hat{\theta}_i)$ = é a matriz dos pesos para a i^{th} equação, conforme definição seguinte:

$$\Psi_i(\hat{\theta}_i) = \begin{bmatrix} e^{g'_1 \hat{\theta}} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & e^{g'_2 \hat{\theta}} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & e^{g'_T \hat{\theta}} \end{bmatrix}$$

A solução do sistema de equações é definida pelo modelo WNSUR, se Ω é conhecida, é também equacionada aplicando-se *generalized nonlinear least squares* de forma a minimizar a soma de quadrados generalizada, conforme está apresentado:

$$S(\beta) = \varepsilon' \Delta' (\Sigma^{-1} \otimes I) \Delta' \varepsilon = [y - f(X, \beta)]' \Delta' (\Sigma^{-1} \otimes I) [y - f(X, \beta)]$$

Em que:

$$\Delta = \sqrt{\Psi^{-1}}$$

Os pressupostos para a solução de $S(\beta)$ são: (i) $E[\Delta_i \varepsilon_i] = 0$, a média dos resíduos ponderados para equação seja zero; (ii) $E[\Delta \varepsilon \varepsilon' \Delta'] = \Sigma \otimes I$, sendo Σ uma matriz variância-covariância ponderada da ordem $(M \cdot M)$ em que o valor i^{th} e j^{th} é dado por σ_{ij} - variância-covariância dos erros ponderados de cada equação i e j e $E[\Delta_i \varepsilon_i \varepsilon_j' \Delta_j'] = \sigma_{ij} I$.

Novamente, em princípio a matriz Ω ($\Omega = \Sigma \otimes I$) é desconhecida, mas essa será estimada. No modelo WNSUR as variâncias-covariâncias que são elementos da matriz Σ devem agora ser ponderadas. Como já mencionado, a estimativa de σ_{ij} é efetuada tomando os resíduos $[\varepsilon_i = y_i - f_i(X_i, \beta_i)]$ obtidos pelo ajustamento das funções independentemente por meio da aplicação de GNLS. As estimativas consistentes da matriz de variância-covariância podem ser calculadas conforme está apresentada em:

$$\hat{\sigma}_{ij} = \frac{\varepsilon_i' \hat{\Delta}_i' \hat{\Delta}_j' \varepsilon_j}{\sqrt{(T - K_i)} \sqrt{(T - K_j)}}$$

A solução pelo algoritmo de Gauss-Newton é resolvida como:

$$\beta_{n+1} = \beta_n + l_n [F(\beta_n)' \hat{\Delta}' (\hat{\Sigma}^{-1} \otimes I) \hat{\Delta} F(\beta_n)]^{-1} F(\beta_n)' \hat{\Delta}' (\hat{\Sigma}^{-1} \otimes I) \hat{\Delta} [y - f(X, \beta_n)]$$

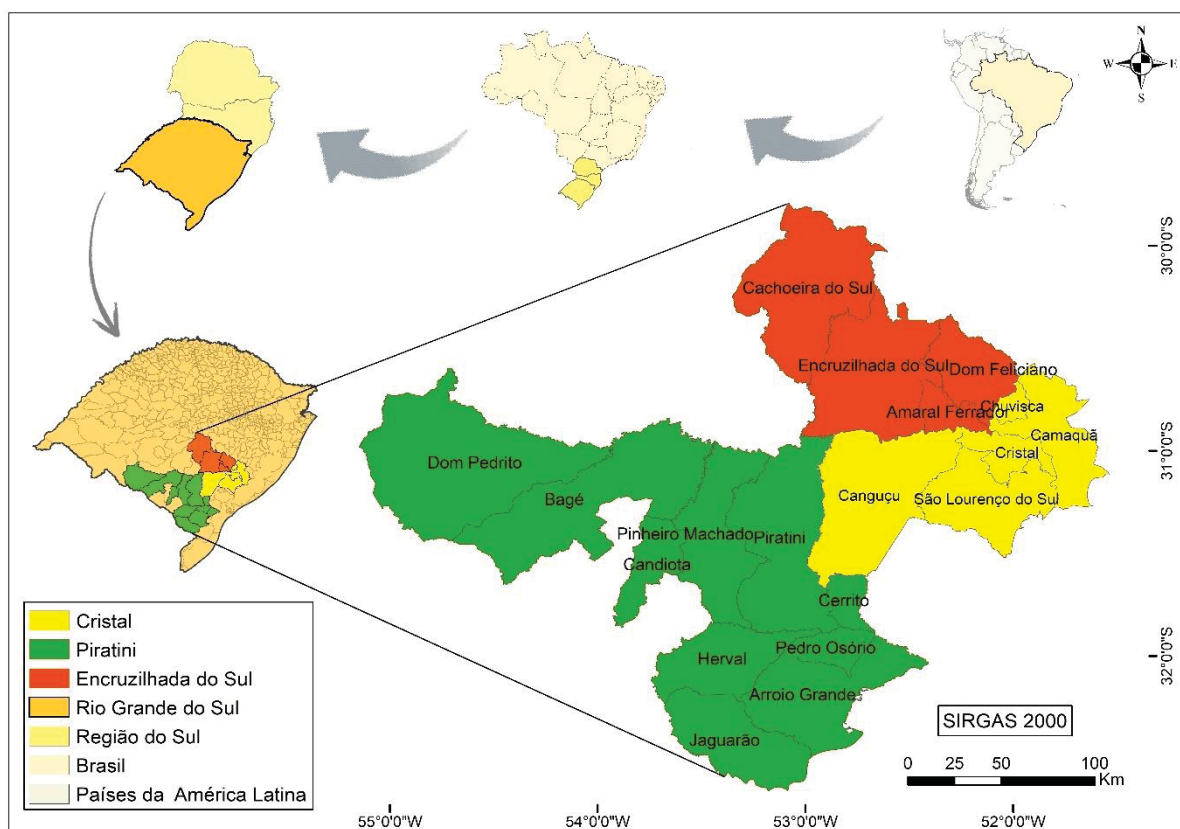
Com matriz de derivadas parciais dos resíduos referentes aos parâmetros – $[F(\beta)]$ de ordem $(k \cdot MT)$. Quando o processo convergir, se obtêm as estimativas generalizadas WNSUR para β .

3 MATERIAL E MÉTODOS

3.1 CARACTERIZAÇÃO DA ÁREA DE ESTUDO E DOS POVOAMENTOS

Os dados para realização deste trabalho foram obtidos em povoamentos comerciais de acácia negra (*Acacia mearnsii* de Wild.) localizados no estado do Rio Grande do Sul nas regiões denominadas de: Cristal, Encruzilhada do Sul e Piratini (FIGURA 1). O clima dessas regiões de acordo com a classificação de köppen é do tipo quente e temperado (Cfa) sem período de estiagem e precipitação anual de 2.500 a 2.800 mm, com temperatura média mensal de 10-22 °C, com máximas acima de 22 °C e mínimas entre 3-18 °C (ALVARES et al., 2013). Mais detalhes sobre a caracterização do clima, relevo e tipos de solo para cada povoamento pode ser consultado em Costa Junior et al. (2018).

FIGURA 1—ÁREA DE CULTIVO DE ACÁCIA-NEGRA NAS REGIÕES DE CRISTAL, ENCRUZILHADA DO SUL E PIRATINI, NO ESTADO DO RIO GRANDE DO SUL.



FONTE: o autor (2023).

Nas três regiões de estudo o preparo de solo para estabelecimento dos plantios foi realizado somente na linha de plantio (cultivo mínimo), com uma subsolagem com três hastes a 40 centímetros de profundidade e duas gradagens. As mudas de origem seminal foram implantadas em campo em espaçamento de 3 m entre linhas e 1,75 entre plantas na linha, sendo adicionado como adubação de base 50 gramas de adubo por cova.

Durante a condução dos plantios que tem como objetivo a madeira para biomassa, não foi necessário a realização de maiores tratos culturais, sendo realizado apenas roçada das plantas daninhas através de roçadeira agrícola acoplada em trator, visando diminuir a competição com as mudas de acácia durante os dois primeiros anos após o plantio.

3.2 MENSURAÇÃO DAS VARIÁVEIS

Os dados utilizados neste trabalho foram obtidos em medições de árvores de Acácia negra amostradas em 48 unidades amostrais circulares com diâmetro de 10 m (78,54 m²) instaladas por meio do processo de amostragem aleatório simples. Nas unidades amostrais, todas as árvores foram derrubadas e mensurado a circunferência com casca a 1,30 metros do solo (C), altura total (H) e cubagem do fuste, totalizando em 571 árvores mensuradas com idades variando de 1,75 a 10,75 anos (TABELA 1).

TABELA 1- BASE DE DADOS PARA MODELAGEM DO AFILAMENTO E VOLUME DE ACÁCIA NEGRA EM FUNÇÃO DA IDADE POR LOCAL DE COLETA.

local	Idade (Anos)	N. árvores
Cristal	1,75	51
	2,75	47
	5	43
	10,08	55
Encruzilhada	1,83	53
	3,08	65
	5,75	43
	10,75	60
Piratini	2,33	46
	5,25	59
	9,83	49
Total		571

FONTE: O autor (2023).

A circunferência a 1,30 metro do solo (C) que foi posteriormente convertido em diâmetro (D) foi mensurada utilizando uma fita métrica e a altura total (H) com uma trena. O método de cubagem utilizado foi o proposto por Hohenadl com a mensuração dos diâmetros (d) ao longo do fuste nas posições das alturas relativas

(h) de 5%, 15%, 25%, 35%, 45%, 55%, 65%, 75%, 85% e 95% em relação à altura total, com os volumes tidos como reais obtidos pelo método de Huber.

3.3 SISTEMAS DE EQUAÇÕES DE AFILAMENTO E VOLUME

Para modelagem do afilamento e volume de forma compatível três sistemas de equações foram ajustados aos dados de afilamento, volume acumulado e volume total. O volume acumulado é a soma dos volumes das diferentes seções do tronco de forma que quando $h=H$ tem-se o volume total. Os três sistemas apresentam uma função de afilamento, uma equação de volume comercial que foi ajustada aos dados de volume acumulado e uma equação de volume total.

Para as expressões matemáticas correspondentes a cada um dos três sistemas de equações compatíveis foram usadas as seguintes notações:

D = Diâmetro com casca a 1,30 m do solo (cm);

d = Diâmetro em qualquer parte do tronco com casca (cm);

H = Altura total (m)

h = Altura qualquer do tronco abaixo da altura total (m);

h_t = Altura do toco (cm);

v = Volume de uma árvore com casca (m^3);

v_a = Volume acumulado (m^3);

k = constante ($\pi/40000$);

O primeiro sistema foi derivado da conhecida equação de afilamento de Max e Burkhart (1976), a qual foi desenvolvida a sua compatibilização por Zhao et al. (2019) e reescrita da seguinte forma:

$$d = D \sqrt{\frac{\beta_1 \left(\left(\frac{h}{H} \right) - 1 \right) + \beta_2 \left(\left(\frac{h}{H} \right)^2 - 1 \right) + \beta_3 \left(\alpha_1 - \left(\frac{h}{H} \right) \right)^2 I_1}{\beta_4 \left(\alpha_2 - \left(\frac{h}{H} \right) \right)^2 I_2}} \quad (1)$$

$$I_1 = 1 \text{ se } \frac{h}{H} \leq \alpha_1; 0 \text{ se } \frac{h}{H} > \alpha_1$$

$$I_2 = 1 \text{ se } \frac{h}{H} \leq \alpha_2; 0 \text{ se } \frac{h}{H} > \alpha_2$$

Integrando a equação (1) resulta na seguinte equação de volume comercial:

$$v_a = kDH \left\{ \frac{\beta_3 \alpha_1^3 + \beta_4 \alpha_2^3}{3} + \frac{\beta_1}{2} \left(\frac{h}{H} \right)^2 + \frac{\beta_2}{3} \left(\frac{h}{H} \right)^3 - (\beta_1 + \beta_2) \left(\frac{h}{H} \right) - \frac{\beta_3}{3} \left(\alpha_1 - \left(\frac{h}{H} \right) \right)^3 I_1 - \frac{\beta_4}{3} \left(\alpha_2 - \left(\frac{h}{H} \right) \right)^3 I_2 \right\} \quad (2)$$

Uma equação de volume total foi derivada definindo $h=H$:

$$v = k \left(\frac{\beta_3 \alpha_1^3 + \beta_4 \alpha_2^3}{3} - \frac{\beta_1}{2} - \frac{2\beta_2}{3} \right) D^2 H + \varepsilon \quad (3)$$

O segundo sistema foi derivado da equação diferencial de forma variável apresentada por Fang e Bailey (1999) a qual teve sua compatibilização desenvolvida por Fang et al. (2000) e foi rescrita da seguinte forma:

$$d = c_1 \sqrt{H^{(k-\beta_1)/\beta_1} \left(1 - \frac{h}{H} \right)^{(k-b)/b} a_1^{I_1+I_2} a_2^{I_2}} \quad (4)$$

$$c_1 = \sqrt{\frac{\alpha_0 D^{\alpha_1} H^{\alpha_2-k/\beta_1}}{\beta_1(t_0 - t_1) + \beta_2(t_1 - a_1 t_2) + \beta_3 a_1 t_2}}$$

$$b = \beta_1^{1-(I_1+I_2)} \beta_2^{I_1} \beta_3^{I_2}; a_1 = (1 - p_1)^{\frac{(\beta_2-\beta_1)k}{\beta_1\beta_2}}; a_2 = (1 - p_2)^{\frac{(\beta_3-\beta_2)k}{\beta_2\beta_3}}$$

$$t_0 = (1 - h_t/H)^{\frac{k}{\beta_1}}; t_1 = (1 - p_1)^{\frac{k}{\beta_1}}; t_2 = (1 - p_2)^{\frac{k}{\beta_2}}$$

$$I_1 = 1 \text{ se } p_1 \leq \frac{h}{H} \leq p_2; \text{ Caso contrário } I_1 = 0$$

$$I_2 = 1 \text{ se } p_2 \leq \frac{h}{H} \leq 1; \text{ Caso contrário } I_2 = 0$$

Integrando a equação (4) resulta na seguinte equação de volume comercial:

$$v_a = c_1^2 \left[\beta_1 t_0 + (I_1 + I_2)(\beta_2 - \beta_1)t_1 + I_2(\beta_3 - \beta_2)a_1 t_2 - b \left(1 - \frac{h}{H} \right)^{k/b} a_1^{I_1+I_2} a_2^{I_2} \right] \quad (5)$$

A equação de volume total foi definida como:

$$v = \alpha_0 D^{\alpha_1} H^{\alpha_2} \quad (6)$$

O terceiro sistema foi desenvolvido a partir da equação de relação de volume proposto por Zhao e Kane (2017), a qual teve sua compatibilização desenvolvida por

Zhao et al. (2019). A equação de afilamento compatível derivada da equação (8) é apresentado da seguinte forma:

$$d = \sqrt{\frac{\frac{a_3}{k} a_0 D^{a_1} H^{a_2-1} \left(1 - \frac{h}{H}\right)^{a_3-1}}{\{1 - a_4 \exp[a_5 D^{a_1} H^{a_2}]\}} \left[1 - \left(1 - \frac{h}{H}\right)^{a_3}\right]^{-a_4 \exp[-\exp(a_5 D^{a_1} H^{a_2})]}} \quad (7)$$

A equação de volume comercial derivada da função de volume proposto por Zhao e Kane (2017) é apresentada como:

$$v_a = a_0 D^{a_1} H^{a_2} \left[1 - \left(1 - \frac{h}{H}\right)^{a_3}\right]^{-a_4 \exp[-\exp(a_5 D^{a_1} H^{a_2})]} \quad (8)$$

A equação de volume total foi definida como:

$$v = a_0 D^{a_1} H^{a_2} \quad (9)$$

As equações de afilamento (1) e volume comercial (2) compartilham o mesmo conjunto de coeficientes e compreendem o primeiro sistema de equações algebricamente compatível. A equação de volume total (3) compartilha o mesmo conjunto de coeficientes das equações (1 e 2) e foi derivada com base na equação de volume de Spurr (1952).

O segundo sistema compartilha o mesmo conjunto de coeficientes entre a equação de afilamento (4) e equação de volume comercial (5) e compartilha os coeficientes, α_0 , α_1 , e α_2 com a equação de volume total (6).

O terceiro sistema compartilha o mesmo conjunto de coeficientes entre a equação de afilamento (7) e equação de volume comercial (8) e compartilha os coeficientes a_0 , a_1 , e a_2 com a equação de volume total (9).

A equação de volume total do segundo e terceiro sistema de equação (6 e 9) foi originalmente apresentada por Schumacher e Hall (1933).

3.4 AUTOCORRELAÇÃO E HETEROCEDASTICIDADE

Os modeladores florestais frequentemente enfrentam vários problemas no ajuste de equações de afilamento e volume que violam os pressupostos da regressão, tais como a independência (autocorrelação) e variância constante

(heterocedasticidade) dos resíduos. Esses problemas podem afetar seriamente os erros padrão dos coeficientes, invalidando os testes estatísticos usando distribuições t ou F e intervalos de confiança (NETER et al. 1990; DIÉGUEZ-ARANDA et al., 2006; TANG et al., 2016). Desta forma, procedimentos estatísticos apropriados devem ser usados no ajuste do modelo para evitar heterocedasticidade e erros correlacionados.

A heterocedasticidade das variâncias dos resíduos que é observado mais fortemente na construção de equações de volume pode ser solucionado com a ponderação (w) de cada observação durante o processo de ajuste pelo inverso de sua variância (σ^2 , equação 10) (TANG et al., 2016).

$$\sigma^2 = x_i^k = w \quad (10)$$

Em que x_i corresponde às variáveis independentes de cada modelo e o k é o coeficiente a ser estimado.

Neste trabalho a modelagem da variância dos resíduos foi realizada conforme a metodologia desenvolvida por Harvey (1976), e aplicada nos trabalhos de (DIÉGUEZ-ARANDA et al., 2006; TANG et al., 2016 e ZHAO et al. 2019). Esta metodologia consiste em utilizar os resíduos da equação ajustada sem ponderação (e_i) como variável dependente, para ajustar uma regressão em um modelo exponencial de variância do erro (equação 11).

$$\ln(e_i^2) = k_0 + k_1 \ln(D) + k_2 \ln(H) + k_3 \ln(h) \quad (11)$$

O coeficiente k foi estimado por meio da regressão linear resultando na seguinte função de pesos para modelagem da variância dos resíduos (equação 12).

$$w = \frac{1}{\sqrt{D^{k_1} H^{k_2} h^{k_3}}} \quad (12)$$

A base de dados de afilamento e volume acumulado contém múltiplas observações para cada árvore que pode resultar em autocorrelação dentro dos resíduos de cada indivíduo, o que viola a suposição de erros independentes. Neste trabalho para corrigir a autocorrelação foi utilizado uma metodologia recomendada por (DIÉGUEZ-ARANDA et al., 2006; TANG et al., 2016 e ZHAO et al. 2019) que consiste na aplicação de uma função autorregressiva contínua de segunda ordem AR(2) que explica a distância entre medições e a posição relativa no fuste de onde foram mensuradas (equação 13).

$$e_{ij} = d_1 p_1^{h_{ij}-h_{ij-1}} e_{ij-1} + d_2 p_2^{h_{ij}-h_{ij-2}} e_{ij-2} + \varepsilon_{ij} \quad (13)$$

Em que e_{ij} é o j -ésimo resíduo ordinário no i -ésimo indivíduo (ou seja, a diferença entre os diâmetros observados e estimados da árvore i na medida de altura j), $d_1, d_2 = 1, 2$ para $j > 1, 2$ e 0 para $j \leq 1, 2$, p_1, p_2 é os coeficientes autorregressivos contínuo de segunda ordem a ser estimado, $(h_{ij} - h_{ij-1}), (h_{ij} - h_{ij-2})$ é a distância que separa o j das observações $j-1, 2$ dentro de cada árvore, $h_{ij} > h_{ij-1, 2}$ e e_{ij} são variáveis aleatórias normais independentes com um valor de média zero.

3.5 MÉTODOS DE AJUSTE

A compatibilidade entre a função de afilamento e a equação do volume não depende do processo de estimativa dos coeficientes, portanto, diferentes metodologias podem ser utilizadas para ajustar os sistemas (DIÉGUEZ-ARANDA et al. (2006).

De acordo com Zhao et al. (2019), três métodos podem ser utilizados para garantir a consistência e compatibilidade dos sistemas: 1. estimativa dos coeficientes da função de afilamento utilizando as observações do diâmetro em diferentes alturas, e em seguida o cálculo do coeficiente β da equação de volume utilizando a relação de compatibilidade; 2. estimativa dos coeficientes da equação de volume usando as observações de volume total, em seguida, estimativa dos coeficientes da função de afilamento; 3. ajuste de ambas as equações (a função de afilamento e a equação de volume) simultaneamente, caso em que o coeficiente β deve ser expandido pela relação de compatibilidade.

Dadas as possibilidades de ajuste e a compatibilidade algébrica dos sistemas de equações utilizados neste trabalho, três métodos de ajuste foram testados para estimativa do afilamento, volume comercial e volume total.

Para o ajuste dos sistemas de equações compatíveis utilizou-se o método dos mínimos quadrados não lineares (MMQ) e regressão não linear aparentemente não relacionada (NSUR). Quando aplicadas funções de peso (w) no ajuste para a ponderação dos resíduos, utilizou-se os procedimentos WMMQ e WNSUR, conforme sugerido por (PARRESOL, 1999; 2001).

Os ajustes pelo método (MMQ) foi realizado no *Software R*, versão 4.2.0 (R CORE TEAM, 2022), pelo processo iterativo usando o algoritmo de Levenberg-Marquardt por meio da função *nlsLM*, do pacote *minpack.lm* (ELZHOV et al., 2016). Já os ajustes realizados por meio da regressão NSUR, WNSUR e WMMQ foram

executados por meio do *software* SAS Studio (SAS INSTITUTE INC., 2019), com uso das funções PROC MODEL, FIT, RESID e SUR.

3.5.1 Método de ajuste 1 (MA1) - ajuste para dados de afilamento

Inicialmente o sistema de equações foi ajustado aos dados de afilamento (d) utilizando mínimos quadrados não lineares (MMQ) por meio da função *nlsLM* do software R. Em seguida os coeficientes da equação de volume comercial e volume total foram extraídos da equação de afilamento.

Os erros estimados pelo (MMQ) foram modelados com uma função de potência de D, H e h, produzindo uma função de peso para heterocedasticidade dos resíduos (PARRESOL 2001; DIÉGUEZ-ARANDA et al., 2006; ZHAO et al. 2015; TANG et al., 2016 e ZHAO et al. 2019) e uma função autorregressiva AR(2) foi determinada para descrever a correlação entre medidas sucessivas da variável (d) na mesma árvore. Em seguida utilizando a função de pesos para os resíduos e a estrutura de correlação o sistema de equação foi ajustado aos dados de afilamento utilizando mínimos quadrados não lineares ponderados (WMMQ). Finalmente as estimativas dos coeficientes para equação de volume comercial (v_a) e total (v) foram extraídas da equação de afilamento ajustada.

3.5.2 Método de ajuste 2 (MA2) - ajuste para dados de volume acumulado

A equação do volume comercial foi primeiramente ajustada aos dados de volume cumulado usando os mínimos quadrados não lineares (MMQ). Em seguida os coeficientes da equação de afilamento e volume total foram extraídos da equação de volume acumulado ajustada. Da mesma maneira usada para ajustar as equações de afilamento acima, uma função de peso foi desenvolvida para modelar a heterocedasticidade, e uma função autorregressiva AR(2) foi desenvolvida para explicar a correlação entre medições sucessivas na mesma árvore (v_a).

Em seguida utilizando a função de pesos para os resíduos e a estrutura de correlação o sistema de equação foi ajustado aos dados de volume acumulado utilizando mínimos quadrados não lineares ponderados (WMMQ). Depois de finalmente reajustar a equação de volume comercial para dados de volume cumulado, as estimativas dos coeficientes para a equação de afilamento correspondente e a equação de volume total foram extraídos da equação de volume comercial ajustada.

3.5.3 Método de ajuste 3 (MA3) - ajuste simultâneo para dados de afilamento e volume

Inicialmente a equação de afilamento e volume comercial foram ajustadas simultaneamente usando a regressão não linear aparentemente não relacionada (NSUR). Os erros estimados no NSUR não ponderado foram modelados como uma função de potência de D, H e h, produzindo uma função de peso para cada equação, e uma função autorregressiva AR3 foi considerada apropriada para descrever a correlação entre medidas sucessivas da variável (d) e (v_a) na mesma árvore. Finalmente, com pesos para os resíduos e estrutura AR(2) o sistema de equação foram simultaneamente reajustados usando WNSUR ponderado para estimativa dos coeficientes da equação de afilamento, volume comercial e volume total.

3.6 ESTATÍSTICAS DE AJUSTE

As estimativas geradas pelos métodos de ajuste foram avaliadas de acordo com as seguintes estatísticas de ajuste: maior coeficiente de correlação linear de Pearson ao quadrado ($r_{y\hat{y}}^2$ %) entre a variável real e estimada, menor valor do erro padrão da estimativa (S_{yx} %), erro quadrático médio (EQM%) e análise gráfica dos resíduos absolutos (E), calculados pelas equações 14, 15, 16 e 17 respectivamente. Além destas, foi avaliado também o erro padrão dos coeficientes (Ep).

$$r_{y\hat{y}}^2 = \frac{\left[\sum_{i=1}^n y_i \hat{y}_i - \frac{(\sum_{i=1}^n \hat{y}_i)(\sum_{i=1}^n y_i)}{n} \right]^2}{\left[\sum_{i=1}^n y_i^2 - \frac{(\sum_{i=1}^n y_i)^2}{n} \right] \left[\sum_{i=1}^n \hat{y}_i^2 - \frac{(\sum_{i=1}^n \hat{y}_i)^2}{n} \right]} 100 \quad (14)$$

$$S_{yx} = \sqrt{\frac{\sum (y - \hat{y})^2}{n - p}} \rightarrow S_{yx} \% = \frac{S_{yx}}{\bar{y}} * 100 \quad (15)$$

$$EQM \% = \frac{100}{\bar{y}} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y - \hat{y})^2}{n}} \quad (16)$$

$$E = (y - \hat{y}) \quad (17)$$

Em que: $\hat{y}$ é a variável estimada pela equação; y é a variável observada; $\bar{y}$ é a média das variáveis observadas; p=número de coeficientes associado a variável independente.

Todas as análises estatísticas e elaboração dos gráficos foram realizadas no *Software R* e considerou-se a equação mais acurada, aquela que apresentou os melhores resultados para o conjunto das estatísticas propostas.

3.7 FLUXOGRAMA DO MÉTODO

Um resumo da implementação da modelagem dos sistemas de equações é apresentado na (FIGURA 2), a qual pode se observar os três métodos de ajuste e a sequência da modelagem até a estimativa dos coeficientes para estimativa do afilamento e volume.

FIGURA 2-FLUXOGRAMA COM OS MÉTODOS DE AJUSTE DOS SISTEMAS DE EQUAÇÕES PARA ACACIA MEARNSII.



4 RESULTADOS

4.1 ESTATÍSTICA DESCRITIVA

As principais estatísticas descritivas para o conjunto de dados de diâmetro mensurado a 1,30 metros acima do solo (D), diâmetro ao longo do tronco (d) e altura total (H), estratificados por grupo de idade dos povoamentos estão sumarizados na (TABELA 2).

TABELA 2-ESTATÍSTICA DESCRITIVA DOS DADOS PARA MODELAGEM DO AFILAMENTO E VOLUME DE ACACIA MEARNSII POR GRUPO DE IDADE.

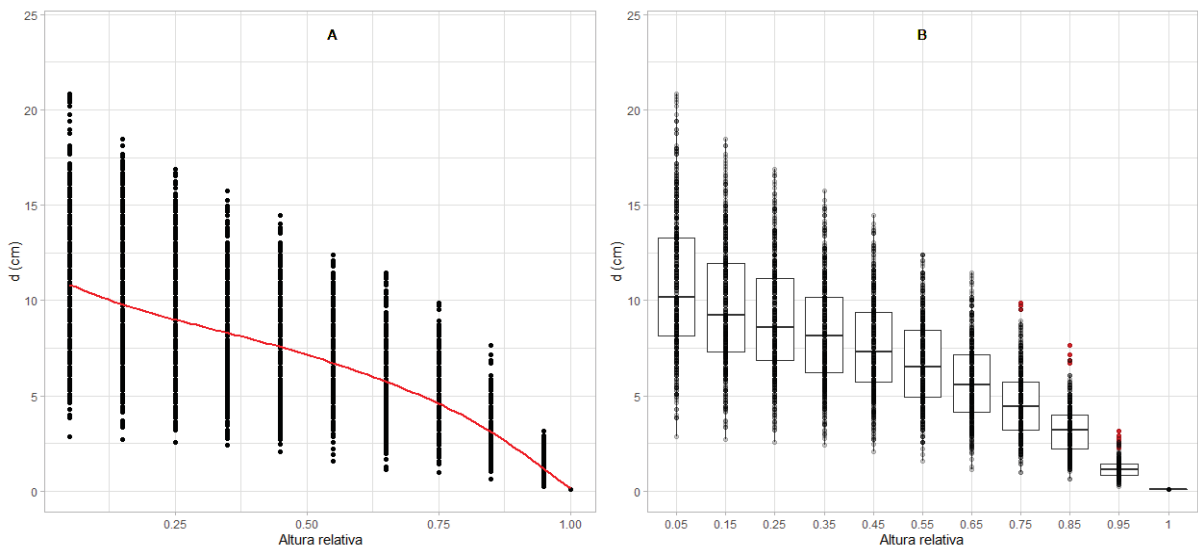
Idade	Variável	N. árvores	$f_{1,3}$	Mínimo	Média	Máximo	CV (%)
1,75-1,83	D (cm)	104	0,5566	3,18	6,74	8,91	20,18
	H (m)			4,4	7,68	9,96	13,65
	d (cm)			0,1	4,09	10,18	63,06
2,33-3,08	D (cm)	158	0,5293	4,13	9,17	16,55	26,67

	H (m)			7,6	11,79	15,4	15,10
	d (cm)			0,1	5,52	16,87	61,91
	D (cm)			2,54	11,04	16,87	29,46
5-5,75	H (m)	145	0,5042	4,7	15,09	20,2	19,06
	d (cm)			0,1	6,46	17,98	64,01
	D (cm)			5,25	12,72	20,37	28,11
9,83-10,75	H (m)	164	0,5064	8,0	16,42	21,9	17,06
	d (cm)			0,1	7,53	20,84	61,5
	D (cm)			2,54	10,22	20,37	35,04
1,75-10,75	H (m)	571	0,5213	4,4	13,21	21,9	29,70
	d (cm)			0,1	6,08	20,84	66,64

Em que: N é o número de árvores mensurada; $f_{1,3}$ é o fator de forma artificial; D é o diâmetro com casca a 1,30 m do solo; d é diâmetro ao longo do tronco; H é altura total; CV% é o coeficiente de variação. FONTE: O autor (2023).

A variabilidade dos dados contemplando todos os grupos de idades (1,75-10,75) pode ser visualizada pelos diâmetros ao longo do tronco (d) em função das alturas relativas (h), bem como o *boxplot* (FIGURA 3). Por meio do *boxplot* é possível observar os valores discrepantes (*outliers*) dos diâmetros mensurados ao longo do tronco nas classes de 75% a 95% (pontos em vermelho). No entanto, os pontos que indicam possíveis valores discrepantes não foram eliminados pois são medidas que ocorre naturalmente indicando a variabilidade dos dados em torno da média.

FIGURA 3-PERFIL DO TRONCO (A) E BOXPLOT (B) DOS DADOS DE DIÂMETRO EM FUNÇÃO DA ALTURA RELATIVA PARA ACACIA MEARNSII.

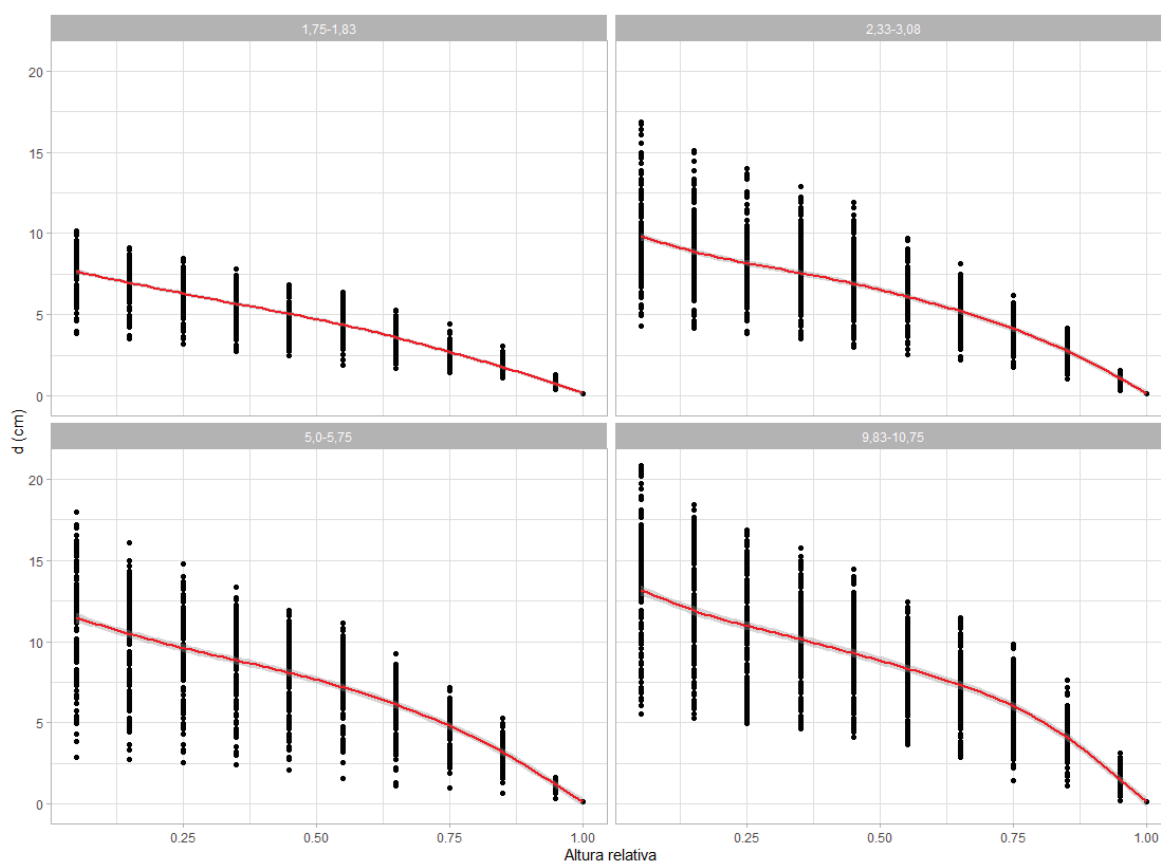


FONTE: O autor (2023).

A variação do afilamento do tronco das árvores pode ser observada pela dispersão dos dados de diâmetro em função da altura relativa por grupo de idades dos povoamentos que foi considerado no ajuste dos sistemas de equações (

FIGURA 4). Nota-se que a forma do tronco das árvores altera-se entre os grupos de idades, com maior conicidade das árvores nas idades mais jovens (1,75-1,83) e tornando troncos mais cilíndricos com o avanço da idade.

FIGURA 4-VARIAÇÃO DO PERFIL DO FUSTE EM FUNÇÃO DAS IDADES DOS POVOAMENTOS DE ACACIA MEARNSII.



FONTE: O autor (2023).

4.2 MÉTODO DE AJUSTE 1 (MA1) - AJUSTE PARA DADOS DE AFILAMENTO

Neste tópico estão apresentados os resultados dos ajustes dos sistemas de equações compatíveis que foi ajustado para dados de afilamento e posteriormente os coeficientes da equação de volume comercial e volume total foram extraídos da equação de afilamento.

Para o grupo de idade (1,75-1,83), o teste de significância dos coeficientes das equações revelou resultados significativos ($p < 0,05$) para o sistema de Fang e Zhao (TABELA 3), indicando que as variáveis independentes associadas aos coeficientes significativos podem explicar a média das variáveis dependentes. O sistema de Max Burkhardt apresentou resultado não significativo para os coeficientes β_3 e β_4 . Observa-se ainda uma redução nos erros padrões (Ep) dos coeficientes no ajuste dos sistemas de Fang e Zhao com ponderação (com w) dos resíduos e modelagem da autocorrelação.

TABELA 3-COEFICIENTES DOS SISTEMAS DE EQUAÇÕES AJUSTADOS PELO MÉTODO MA1 PARA O GRUPO DE IDADE (1,75-1,83).

Equação		Coeficientes				Função de pesos (w)_
		Sem w	Ep	Com w	Ep	
Max-Burkhardt	α_1	0,1223 ^{ns}	4,9780	0,1324	0,0130	$\frac{1}{\sqrt{D^{1,718}H^{-2,403}h^{-0,110}}}$
	α_2	0,7017*	0,0355	0,6694*	0,0361	
	β_1	-3,8250*	0,2231	-3,6558*	0,1919	
	β_2	1,8270*	0,1231	1,7367*	0,1076	
	β_3	9,4570 ^{ns}	1,3010	7,0791 ^{ns}	0,0	
	β_4	-1,3660 ^{ns}	0,1215	-1,3322 ^{ns}	0,1469	
Fang	α_0	7,7e-5*	5,4e-6	9,2e-5*	4,7e-6	$\frac{1}{\sqrt{D^{1,5078}H^{-1,2011}h^{0,0432}}}$
	α_1	1,808*	0,0319	1,8492*	0,0231	
	α_2	0,8949*	0,0446	0,7624*	0,0403	
	β_1	2,9e-5*	6,8e-7	3,0e-5*	5,5e-7	
	β_2	3,2e-5*	1,5e-6	3,3e-5*	1,0e-6	
	β_3	2,9e-5*	3,1e-7	3,0e-5*	3,0e-7	
	p_1	0,2813*	0,0747	0,2686*	0,0449	
	p_2	0,5500*	0,0624	0,5449*	0,0387	
Zhao	a_0	7,7e-5*	5,5e-6	8,9e-5*	4,9e-6	$\frac{1}{\sqrt{D^{1,5422}H^{-1,2792}h^{-0,0259}}}$
	a_1	1,7990*	0,0321	1,8655*	0,0249	
	a_2	0,9016*	0,0450	0,7693*	0,0414	
	a_3	2,5430*	0,0112	2,5416*	0,0111	
	a_4	2,6680*	1,6590	0,1441*	0,1276	
	a_5	0,0826*	0,1414	0,0067*	0,0040	

FONTE: O autor (2023). *=Significativo; ^{ns}=não significativo, Sem w=sem ponderação, Com w=com ponderação, Ep=erro padrão dos coeficientes.

Os sistemas de equações de Fang e Zhao evidenciou resultados satisfatórios para estimativa do afilamento, volume acumulado e volume total com $r^2(\%)$ superior a 96%, $S_{yx}(\%)$ e EQM em torno de 10% (TABELA 4). Os melhores resultados foram observados para estimativa do afilamento em função dos coeficientes terem sido otimizados apenas para o diâmetro ao longo do tronco. Verificou-se ainda uma

pequena redução nas estatísticas de ajuste quando aplicado a ponderação dos resíduos e modelagem da autocorrelação.

TABELA 4-ESTATÍSTICAS DE AJUSTE DOS SISTEMAS DE EQUAÇÕES AJUSTADOS PELO MÉTODO MA1 PARA O GRUPO DE IDADE (1,75-1,83).

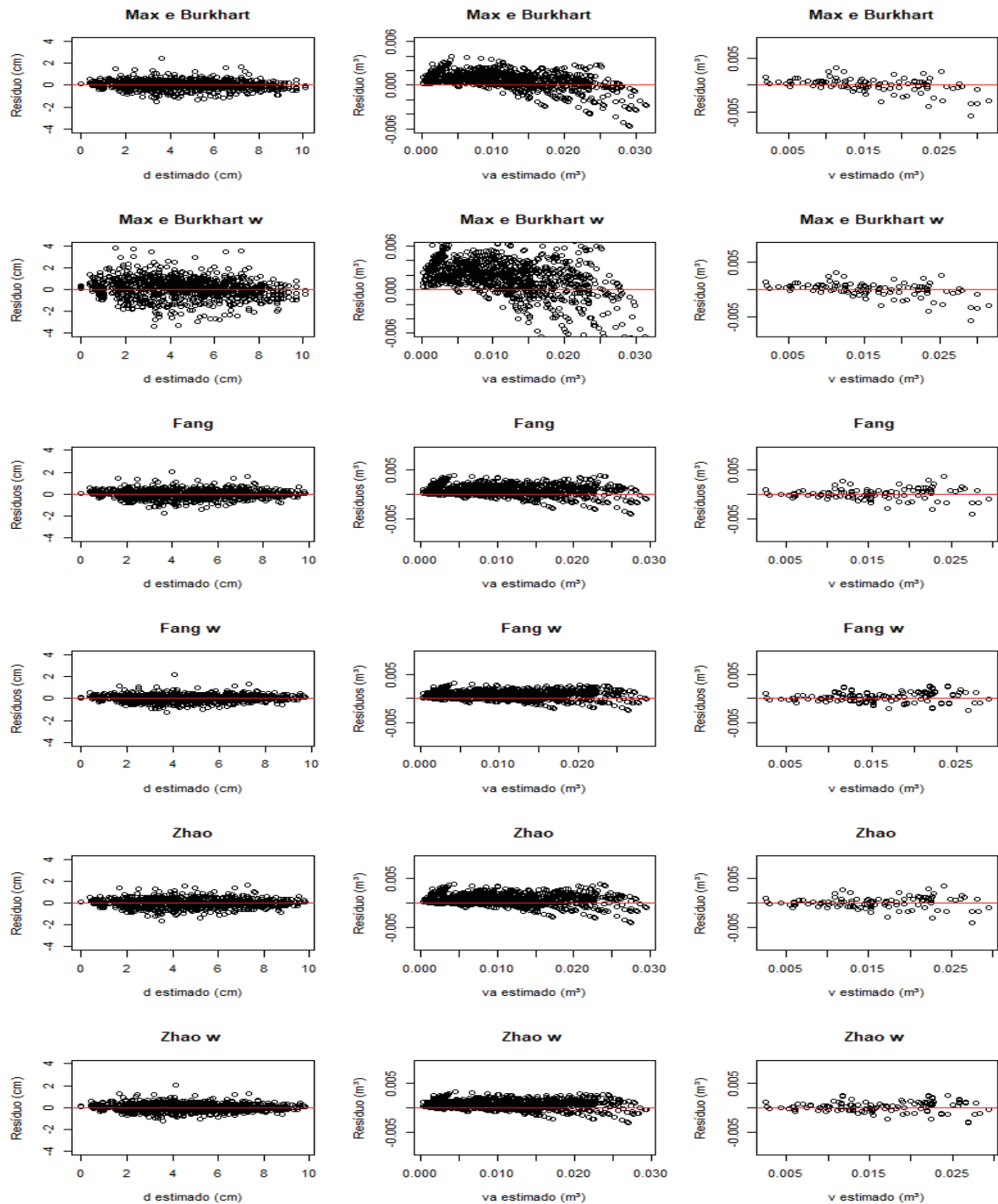
Idade	Variável	Modelo	Estatísticas de ajuste					
			$r^2(\%)$	$r^2(\%)_w$	$S_{\bar{y}x}(\%)$	$S_{\bar{y}x}(\%)_w$	EQM	EQM _w
1,75-1,83	d	Max-Burkhart	97,9547	97,9554	9,1469	9,1522	9,1269	9,1322
		Fang	98,0886	98,0495	8,7730	8,8798	8,7461	8,8526
		Zhao	98,0508	98,0196	8,8333	8,9116	8,8140	8,8921
	va	Max-Burkhart	97,7177	97,7159	10,7544	10,7757	10,7309	10,7522
		Fang	97,2807	97,1495	10,7392	11,7816	10,7063	11,7455
		Zhao	97,2837	97,2742	10,6683	10,7389	10,6450	10,7154
	v	Max-Burkhart	96,6834	96,6834	8,4800	8,4676	8,4614	8,4490
		Fang	96,7939	96,7583	7,4535	7,8450	7,4307	7,8210
		Zhao	96,7912	96,7593	7,4490	7,5171	7,4327	7,5007

FONTE: O autor (2023).

As estatísticas de precisão não garantem isoladamente inferir sobre o desempenho do modelo, uma vez que tratam das médias das variações das estimativas totais, subsidiando como um indicativo da qualidade do ajuste. Com isso, foram gerados os gráficos de resíduos para estimativa do afilamento, volume acumulado e volume total (FIGURA 5). Foram gerados os gráficos considerando o ajuste sem a modelagem da variância e autocorrelação e posteriormente o ajuste com pesos para resíduos e modelagem da autocorrelação (w).

Observou-se que os resíduos estão distribuídos uniformemente nos ajustes para o sistema de Fang e Zhao, indicando boa precisão entre os valores observados e estimados. Os ajustes com a modelagem da variância e autocorrelação os resíduos foram constantes.

FIGURA 5-RESÍDUOS ABSOLUTOS E PONDERADOS PARA ESTIMATIVA DO AFILAMENTO, VOLUME ACUMULADO E VOLUME TOTAL PELO MÉTODO MA1 PARA O GRUPO DE IDADE (1,75-1,83).



FONTE: O autor (2023).

Para o grupo de idade (2,33-3,08), o teste de significância dos coeficientes das equações apresentou resultados significativos ($p < 0,05$) para o sistema de Fang e Zhao (TABELA 5), indicando que as variáveis independentes associadas aos coeficientes significativos podem explicar a média das variáveis dependentes. O sistema de Max Burkhart apresentou resultado não significativo para o coeficiente β_3 . Ocorreu uma redução nos erros padrões (Ep) dos coeficientes no ajuste do sistema de Fang e Zhao com ponderação (com w) dos resíduos e modelagem da autocorrelação.

TABELA 5-COEFICIENTES DOS SISTEMAS DE EQUAÇÕES AJUSTADOS PELO MÉTODO MA1 PARA O GRUPO DE IDADE (2,33-3,08).

Equação	Coeficientes				Função de pesos (w)
		Sem w	Ep	Com w	Ep
Max-Burkhart	α_1	0,1409 ^{ns}	1,8140	0,1584*	0,0561
	α_2	0,8375*	0,0105	0,8552*	0,0660
	β_1	-6,4650*	0,4170	-7,0341*	0,5900
	β_2	3,1830*	0,2208	3,4803*	0,2529
	β_3	1,2730 ^{ns}	5,0800	9,0990 ^{ns}	8,4747
	β_4	-3,1030*	0,2096	-3,3387*	0,1623
Fang	α_0	7,6e-5*	4,9e-6	8,4e-5*	4,2e-6
	α_1	1,8260*	0,0212	1,9003*	0,0279
	α_2	0,9054*	0,0389	0,8002*	0,0216
	β_1	2,8e-5*	9,4e-7	2,6e-5	9,6e-7
	β_2	3,5e-5*	2,0e-7	3,5e-5*	2,0e-7
	β_3	2,8e-5*	6,4e-7	2,8e-5*	6,2e-7
	p_1	0,1500*	0,0175	0,1483*	0,0160
	p_2	0,7764*	0,0189	0,8051*	0,0070
Zhao	a_0	7,5e-5*	5,1e-6	8,7e-5*	5,1e-6
	a_1	1,8310*	0,0222	1,9011*	0,0102
	a_2	0,9041*	0,0408	0,7885*	0,0357
	a_3	2,3670*	0,0107	2,3794*	0,0105
	a_4	-0,2246*	0,0531	-0,0706*	0,0430
	a_5	1.1e-3*	3,0e-4	0,0743*	3,0e-4

FONTE: O autor (2023). *=Significativo; ^{ns}=não significativo.

O sistema de equação de Fang e Zhao revelou resultados satisfatórios para estimativa do afilamento, volume acumulado e volume total com $r^2(\%)$ superior a 98%, $S_{\bar{y}x}(\%)$ e EQM em torno de 8% para estimativa do afilamento e volume total e 10% para o volume acumulado (TABELA 6). Os melhores resultados foram

observados para estimativa do afilamento e volume total. Verificou-se uma pequena redução nas estatísticas de ajuste quando aplicado a ponderação dos resíduos e modelagem da autocorrelação.

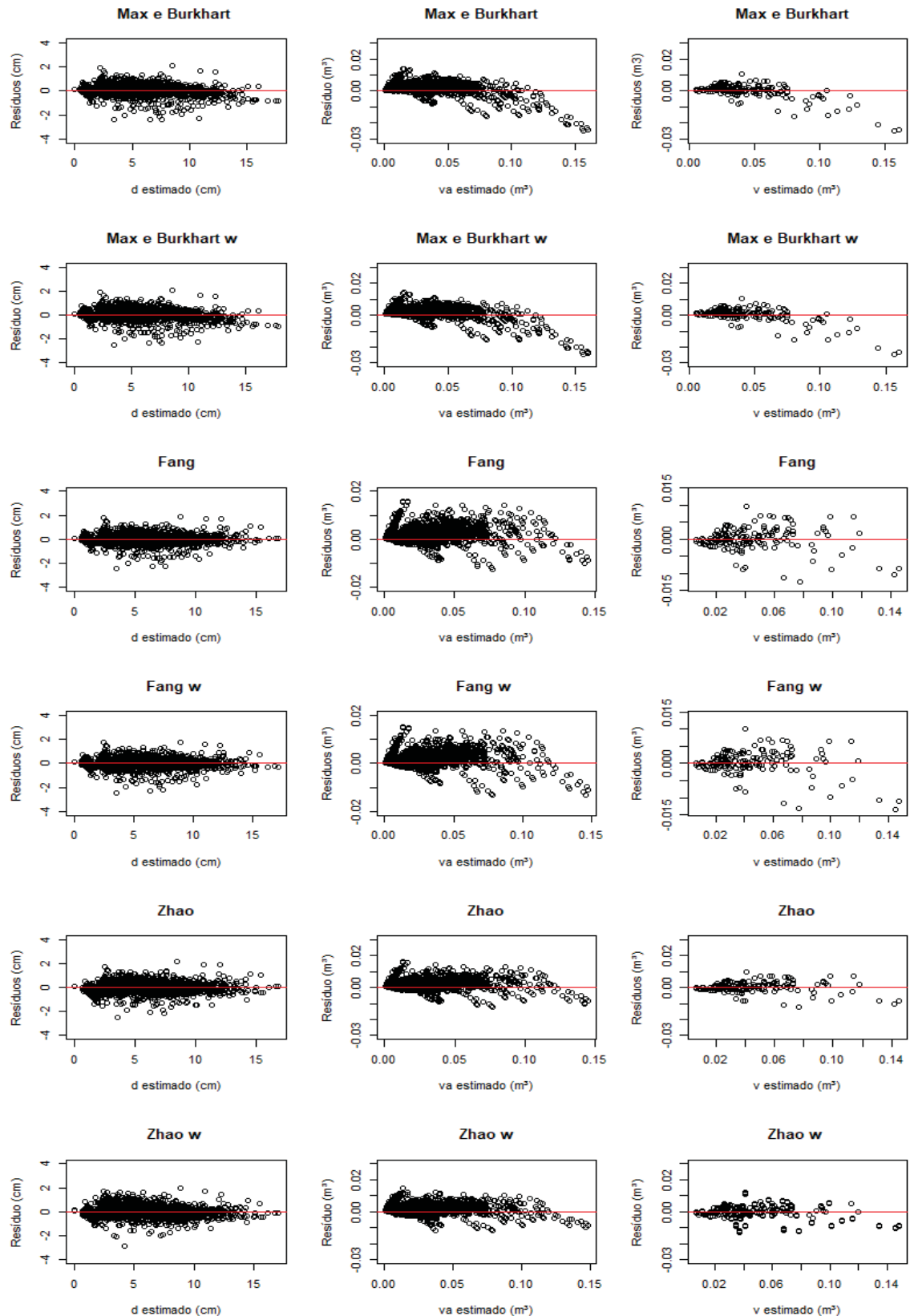
TABELA 6-ESTATÍSTICAS DE AJUSTE DOS SISTEMAS DE EQUAÇÕES AJUSTADOS PELO MÉTODO MA1 PARA O GRUPO DE IDADE (2,33-3,08).

Idade	Variável	Modelo	Estatísticas de ajuste					
			$r^2(\%)$	$r^2(\%)_w$	$S_{yx}(\%)$	$S_{yx}(\%)_w$	EQM	EQM _w
2,33-3,08	d	Max-Burkhart	98,2710	98,2708	8,3920	8,4061	8,3799	8,3940
		Fang	98,4320	98,4269	7,7858	7,8236	7,7701	7,8078
		Zhao	98,2740	98,2211	8,1439	8,3413	8,1322	8,3293
	va	Max-Burkhart	98,2930	98,3120	12,3267	12,2471	12,3090	12,2295
		Fang	98,1180	98,1761	11,4678	11,3048	11,4447	11,2820
		Zhao	98,1891	98,2097	11,4742	10,7776	11,4577	10,7621
	v	Max-Burkhart	98,0915	98,0915	11,2362	11,0628	11,2200	11,0469
		Fang	98,4308	98,3026	7,5713	8,0054	7,5560	7,9893
		Zhao	98,4241	98,2978	7,5913	8,0966	7,5804	8,0849

FONTE: O autor (2023).

Os resíduos (FIGURA 6) estão distribuídos uniformemente para o sistema de Fang e Zhao, indicando boa precisão entre os valores observados e estimados. Para o sistema de Zhao nos ajustes com a modelagem da variância e autocorrelação os resíduos apresentaram menor amplitude e constante.

FIGURA 6-RESÍDUOS ABSOLUTOS E PONDERADOS PARA ESTIMATIVA DO AFILAMENTO, VOLUME ACUMULADO E VOLUME TOTAL PELO MÉTODO MA1 PARA O GRUPO DE IDADE (2,33-3,08).



FONTE: O autor (2023).

Para o grupo de idade (5-5,75), os coeficientes das equações foram significativos ($p < 0,05$) para os três sistemas ajustados (TABELA 7), indicando que as variáveis independentes associadas aos coeficientes significativos podem explicar a média das variáveis dependentes. Observa-se ainda uma redução nos erros padrões (Ep) dos coeficientes no ajuste dos sistemas com ponderação (com w) dos resíduos e modelagem da autocorrelação.

TABELA 7-COEFICIENTES DOS SISTEMAS DE EQUAÇÕES AJUSTADOS PELO MÉTODO MA1 PARA O GRUPO DE IDADE (5-5,75).

Equação		Coeficientes				Função de pesos (w)_
		Sem w	EP	Com w	EP	
Max-Burkhardt	α_1	0,1989*	0,0351	0,2017*	0,0243	$\frac{1}{\sqrt{D^{0,1524}H^{-0,9798}h^{0,3128}}}$
	α_2	0,8549*	0,0079	0,8682*	0,0065	
	β_1	-7,2548*	0,3866	-7,792*	0,3193	
	β_2	3,6224*	0,2031	3,9004*	0,1655	
	β_3	4,1046*	1,6595	3,7099*	0,8784	
	β_4	-3,5288*	0,1929	-3,754*	0,1634	
Fang	α_0	6,3e-5*	3,9e-6	6,4e-5*	2,4e-6	$\frac{1}{\sqrt{D^{0,9145}H^{-0,2493}h^{0,2120}}}$
	α_1	1,8210*	0,0193	1,8778*	0,0164	
	α_2	0,9809*	0,0324	0,9289*	0,0240	
	β_1	2,7e-5*	8,2e-7	2,8e-5*	5,3e-7	
	β_2	3,5e-5*	2,6e-7	3,5e-5*	2,1e-7	
	β_3	2,8e-5*	3,5e-7	2,9e-5*	3,5e-7	
	p_1	0,1560*	0,0136	0,1569*	0,0111	
	p_2	0,7152*	0,0111	0,7249*	0,0085	
Zhao	a_0	6,2e-5*	4,1e-6	7,0e-5*	2,7e-6	$\frac{1}{\sqrt{D^{1,7707}H^{-1,1372}h^{0,1005}}}$
	a_1	1,8300*	0,0207	1,8677*	0,0196	
	a_2	0,9792*	0,0347	0,9041*	0,0282	
	a_3	2,3800*	0,0103	2,3941*	0,0142	
	a_4	-0,358*	0,0582	-0,129*	0,0561	
	a_5	6,3e-4*	9,9e-5	0,0007*	0,0002	

FONTE: O autor (2023). *=Significativo; ns=não significativo.

Os três sistemas de equações indicaram resultados satisfatórios para estimativa do afilamento, volume acumulado e volume total com $r^2(\%)$ superior a 98%, $S_{yx}(\%)$ e EQM em torno de 7% para o afilamento e volume total e em torno de 10% para o volume acumulado (TABELA 8). Apesar dos três sistemas apresentarem resultados satisfatórios, observa-se resultados mais acurados para o sistema de Fang e Zhao. Os melhores resultados foram obtidos para estimativa do afilamento e

volume total. Verifica-se ainda uma pequena redução nas estatísticas de ajuste quando aplicado a ponderação dos resíduos e modelagem da autocorrelação.

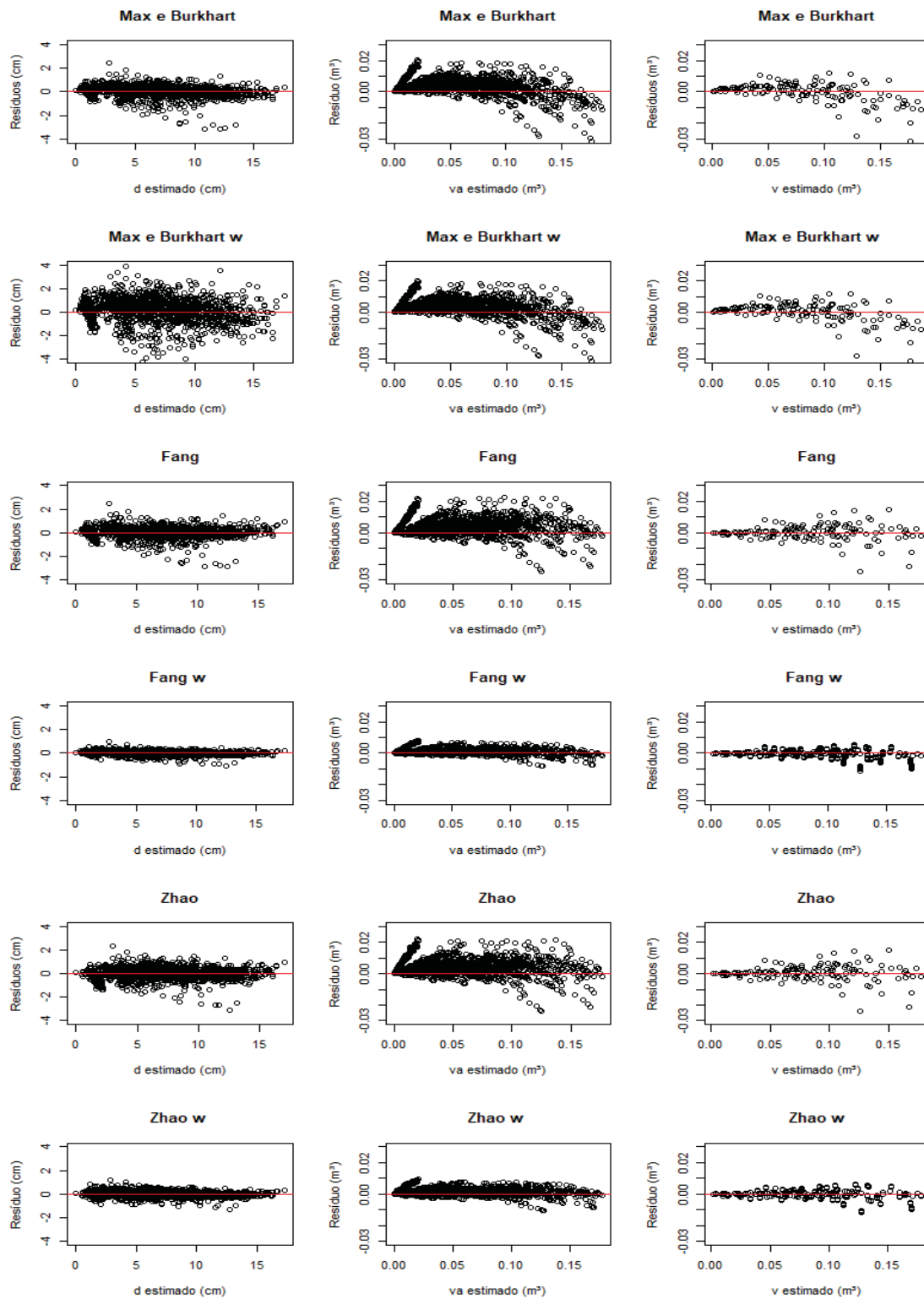
TABELA 8-ESTATÍSTICAS DE AJUSTE DOS SISTEMAS DE EQUAÇÕES AJUSTADOS PELO MÉTODO MA1 PARA O GRUPO DE IDADE (5,0-5,75).

Idade	Variável	Modelo	Estatísticas de ajuste					
			$r^2(\%)$	$r^2(\%)_w$	$S\bar{y}x(\%)$	$S\bar{y}x(\%)_w$	EQM	EQM _w
5-5,75	d	Max-Burkhart	98,7143	98,7124	7,4745	7,4842	7,4628	7,4724
		Fang	98,7922	98,7869	7,0659	7,1393	7,0504	7,1236
		Zhao	98,6103	98,5703	7,5558	7,6941	7,5440	7,6820
	va	Max-Burkhart	98,4930	98,5086	10,4376	10,4283	10,4213	10,4119
		Fang	98,2854	98,3984	10,5057	9,8508	10,4827	9,8291
		Zhao	98,3856	98,4340	10,4590	9,7793	10,4426	9,7640
	v	Max-Burkhart	98,5089	98,5089	7,7861	7,7119	7,7739	7,6998
		Fang	98,7039	98,6676	6,2971	6,5669	6,2833	6,5525
		Zhao	98,6991	98,6733	6,3189	6,4004	6,3090	6,3904

FONTE: O autor (2023).

Os resíduos (FIGURA 7), estão distribuídos uniformemente nos ajustes para o sistema de Fang e Zhao, indicando boa precisão entre os valores observados e estimados. Para o sistema de Max e Burkhart é possível verificar maior amplitude dos resíduos com tendência de subestimativa do volume total sem correção da variância dos resíduos quando aplicado a matriz de pesos. Observa-se ainda que nos ajustes do sistema de Fang e Zhao com a modelagem da variância e autocorrelação os resíduos apresentaram menor amplitude e constante ao longo da linha de regressão.

FIGURA 7-RESÍDUOS ABSOLUTOS E PONDERADOS PARA ESTIMATIVA DO AFILAMENTO, VOLUME ACUMULADO E VOLUME TOTAL PELO MÉTODO MA1 PARA O GRUPO DE IDADE (5-5,75).



FONTE: O autor (2023).

No ajuste dos sistemas para o grupo de idade (9,83-10,75), os coeficientes das equações foram significativos ($p < 0,05$) para os três sistemas ajustados (TABELA 9), indicando que as variáveis independentes associadas aos coeficientes significativos podem explicar a média das variáveis dependentes. Observa-se ainda uma redução nos erros padrões (Ep) dos coeficientes no ajuste dos sistemas com ponderação (com w) dos resíduos e modelagem da autocorrelação.

TABELA 9-COEFICIENTES DOS SISTEMAS DE EQUAÇÕES AJUSTADOS PELO MÉTODO MA1 PARA O GRUPO DE IDADE (9,83-10,75).

Equação	Coeficientes				Função de pesos (w)_
		Sem w	Ep	Com w	Ep
Max-Burkhardt	α_1	0,2174*	0,0221	0,2074*	0,0149
	α_2	0,8954*	0,0105	0,8838*	0,00738
	β_1	-10,84*	1,2039	-9,715*	0,5690
	β_2	5,4411*	0,6211	4,8638*	0,2928
	β_3	5,2758*	1,2071	5,8837*	0,8340
	β_4	-5,521*	0,5933	-4,961*	0,2780
Fang	α_0	6,0e-5*	4,4e-6	6,1e-5*	3,3e-6
	α_1	1,8120*	0,0229	1,8769*	0,0212
	α_2	1,0180*	0,0409	0,9543*	0,0164
	β_1	2,5e-5*	7,5e-7	2,6e-5*	4,8e-7
	β_2	3,7e-5*	2,2e-7	3,7e-5*	2,1e-7
	β_3	2,6e-5*	5,3e-7	2,6e-5*	4,4e-7
	p_1	0,1591*	9,2e-3	0,1554*	0,0070
	p_2	0,8125*	6,7e-3	0,8155*	0,0042
Zhao	a_0	5,9e-5*	5,0e-6	6,8e-5*	4,5e-6
	a_1	1,8170*	0,0257	1,8889*	0,0169
	a_2	1,0140*	0,0460	0,9102*	0,0374
	a_3	2,2600*	0,0101	2,2986*	0,0116
	a_4	-0,172*	0,0651	-0,2183*	0,4621
	a_5	4,8e-4*	1,6e-4	0,0029*	0,0358

FONTE: O autor (2023). *=Significativo; ns=não significativo.

Os três sistemas de equações foram satisfatórios para estimativa do afilamento, volume acumulado e volume total com $r^2(\%)$ superior a 97%, $S_{\bar{y}x}(\%)$ e EQM em torno de 8% para o afilamento e volume total e em torno de 10% para o volume acumulado (TABELA 10). Os resultados mais acurados foram obtidos para o sistema de Fang e Zhao. Os melhores resultados foram para estimativa do afilamento e volume total. Houve uma pequena redução nas estatísticas de ajuste quando aplicado a ponderação dos resíduos e modelagem da autocorrelação.

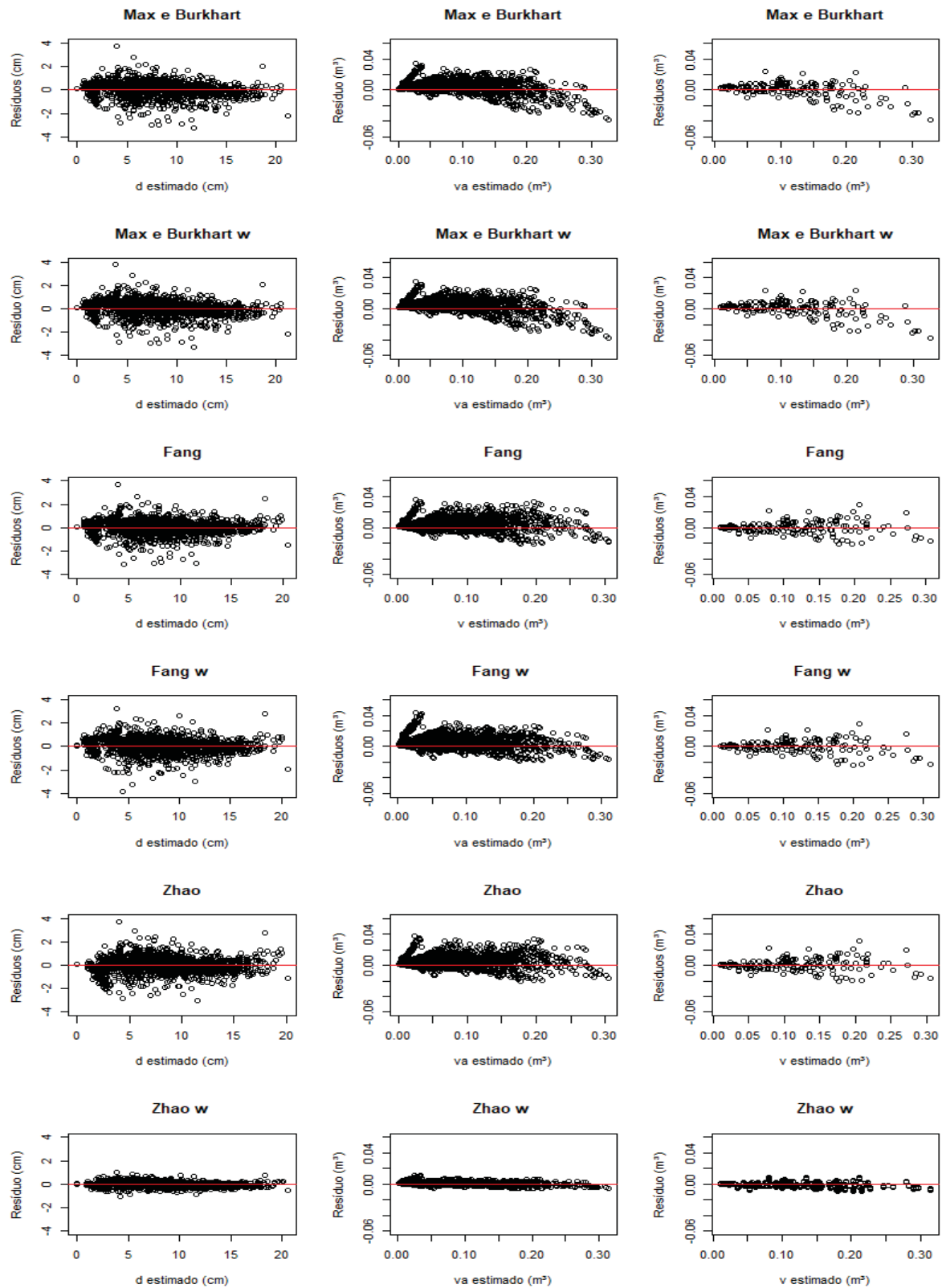
TABELA 10-ESTATÍSTICAS DE AJUSTE DOS SISTEMAS DE EQUAÇÕES AJUSTADOS PELO MÉTODO MA1 PARA O GRUPO DE IDADE (9,83-10,75).

Idade	Variável	Modelo	Estatísticas de ajuste					
			$r^2(\%)$	$r^2(\%)_w$	$S_{\bar{y}x}(\%)$	$S_{\bar{y}x}(\%)_w$	EQM	EQM _w
9,83-10,75	d	Max-Burkhart	98,3129	98,3200	8,1754	8,1829	8,1641	8,1716
		Fang	98,4293	98,4330	7,7430	7,7835	7,7280	7,7684
		Zhao	98,0188	97,9722	8,6738	8,8879	8,6618	8,8756
	va	Max-Burkhart	98,4660	98,4670	10,8857	10,9236	10,8706	10,9085
		Fang	98,2658	98,3557	10,8653	10,5730	10,8442	10,5525
		Zhao	98,2939	98,3993	10,9333	9,8135	10,9181	9,7999
	v	Max-Burkhart	98,3266	98,3266	8,6555	8,5803	8,6435	8,5684
		Fang	98,5298	98,4877	7,0143	7,2005	7,0007	7,1865
		Zhao	98,5275	98,4754	7,0337	7,4968	7,0240	7,4864

FONTE: O autor (2023).

Os resíduos (FIGURA 8) estão distribuídos uniformemente nos ajustes para o sistema de Fang e Zhao, indicando boa precisão entre os valores observados e estimados. Para o sistema de Max e Burkhart é possível verificar maior amplitude dos resíduos com tendência de subestimativa do volume total e sem correção da variância dos resíduos quando aplicado a matriz de pesos. Observa-se ainda que o sistema de Fang e Zhao com a modelagem da variância e autocorrelação os resíduos apresentaram menor amplitude e constante.

FIGURA 8-RESÍDUOS ABSOLUTOS E PONDERADOS PARA ESTIMATIVA DO AFILAMENTO, VOLUME ACUMULADO E VOLUME TOTAL PELO MÉTODO MA1 PARA O GRUPO DE IDADE (9,83-10,75).



FONTE: O autor (2023).

4.3 MÉTODO DE AJUSTE 2 (MA2) - AJUSTE PARA DADOS DE VOLUME ACUMULADO

Neste tópico estão apresentados os resultados dos ajustes dos sistemas de equações compatíveis para dados de volume acumulado e, posteriormente, os coeficientes da equação de afilamento e volume total foram extraídos da equação de volume comercial ajustada.

Para o grupo de idade (1,75-1,83), os coeficientes foram significativos ($p < 0,05$) para o sistema de Fang e Zhao (TABELA 11), indicando que as variáveis independentes associadas aos coeficientes significativos podem explicar a média das variáveis dependentes. O sistema de Max Burkhardt apresentou resultado significativo apenas para o coeficiente α_2 . Houve uma redução nos erros padrões (Ep) dos coeficientes no ajuste dos sistemas de Fang e Zhao com ponderação (com w) dos resíduos e modelagem da autocorrelação.

TABELA 11-COEFICIENTES DOS SISTEMAS DE EQUAÇÕES AJUSTADOS PELO MÉTODO MA2 PARA O GRUPO DE IDADE (1,75-1,83).

Equação		Coeficientes				Função de pesos (w)_
		Sem w	Ep	Com w	Ep	
Max-Burkhardt	α_1	0,0744 ^{ns}	0,0462	0,0574 ^{ns}	0,0429	$\frac{1}{\sqrt{D^{2,5501}H^{-2,6681}h^{0,9409}}}$
	α_2	0,6822*	0,2360	0,8425*	0,0826	
	β_1	-4,1949 ^{ns}	2,4014	-8,6677 ^{ns}	5,8703	
	β_2	2,1604 ^{ns}	1,3685	4,6035 ^{ns}	3,1528	
	β_3	516,38 ^{ns}	858,8	1072,4 ^{ns}	2336,5	
	β_4	-1,8336 ^{ns}	1,0417	-4,0053 ^{ns}	3,0921	
Fang	α_0	8,4e-5*	3,2e-6	8,4e-5*	3,0e-6	$\frac{1}{\sqrt{D^{3,428}H^{-1,389}h^{1,007}}}$
	α_1	1,8630*	0,0172	1,871*	0,0107	
	α_2	0,8027*	0,0221	0,7930*	0,0215	
	β_1	3,5e-6*	2,3e-6	2,6e-6*	2,9e-8	
	β_2	3,1e-5*	1,9e-6	3,1e-5*	6,5e-7	
	β_3	2,4e-5*	4,2e-6	2,5e-5*	2,1e-6	
	p_1	0,0610*	0,0311	0,0498	0,0212	
	p_2	0,5687*	0,1492	0,5434*	0,0408	
Zhao	a_0	8,4e-5*	3,7e-6	8,6e-5*	2,8e-6	$\frac{1}{\sqrt{D^{3,0796}H^{-0,7315}h^{0,6469}}}$
	a_1	1,8640*	0,0187	1,8634*	0,0139	
	a_2	0,8032*	0,0228	0,7973*	0,0196	
	a_3	2,3140*	0,0558	1,8369*	0,0393	
	a_4	0,7978*	0,0775	1,1090*	0,0308	
	a_5	5,3e-5*	3,4e-4	-0,0001*	0,0001	

FONTE: O autor (2023). *=Significativo; ^{ns}=não significativo.

Os sistemas de equações de Fang e Zhao foram satisfatórios para estimativa do volume acumulado, afilamento e volume total com $r^2(\%)$ superior a 95%, $S_{\bar{y}x}(\%)$ e EQM em torno de 7% para o volume acumulado e volume total e 12% a 16% para o afilamento (TABELA 12). Os melhores resultados foram observados para estimativa do volume acumulado e volume total. Verificou-se ainda uma pequena redução nas estatísticas de ajuste quando aplicado a ponderação dos resíduos e modelagem da autocorrelação.

TABELA 12-ESTATÍSTICAS DE AJUSTE DOS SISTEMAS DE EQUAÇÕES AJUSTADOS PELO MÉTODO MA2 PARA O GRUPO DE IDADE (1,75-1,83).

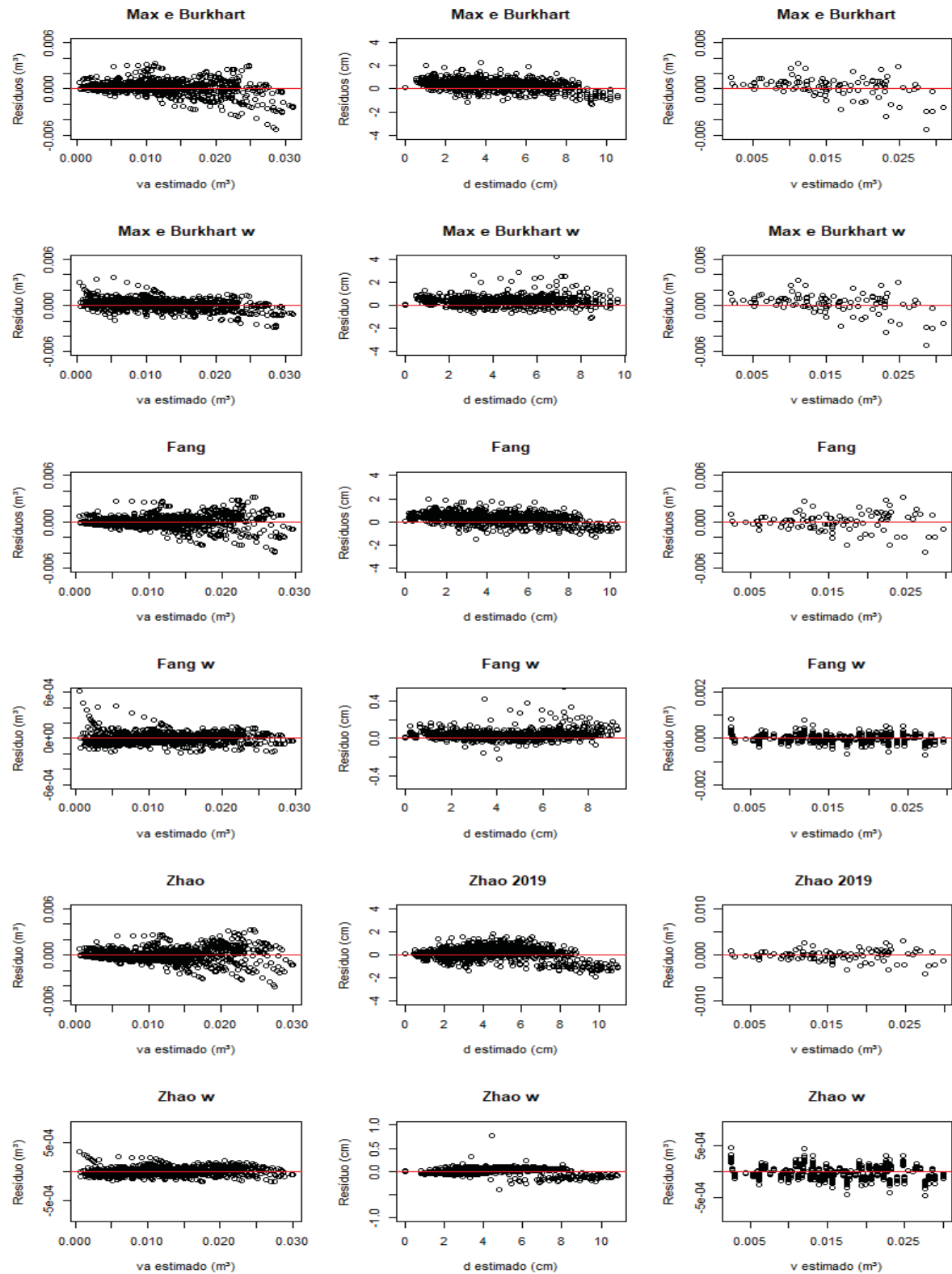
Idade	Variável	Modelo	Estatísticas de ajuste					
			$r^2(\%)$	$r^2(\%)_w$	$S_{\bar{y}x}(\%)$	$S_{\bar{y}x}(\%)_w$	EQM	EQM _w
1,75-1,83	va	Max-Burkhart	97,9463	97,9400	8,2297	8,2327	8,2117	8,2147
		Fang	98,2051	98,2042	7,2572	7,2649	7,2350	7,2427
		Zhao	98,1271	97,9440	7,4080	7,8262	7,3918	7,8091
	d	Max-Burkhart	97,8427	97,8528	15,1041	15,1051	15,0710	15,0910
		Fang	97,3796	97,8909	12,7929	12,8452	12,7537	12,8059
		Zhao	95,8075	93,1938	13,5124	16,8576	13,4829	16,8207
	v	Max-Burkhart	96,6834	96,6834	8,3106	8,3108	8,2924	8,2926
		Fang	96,7804	96,7730	7,4560	7,4740	7,4332	7,4511
		Zhao	96,7804	96,7776	7,4989	7,5822	7,4825	7,5657

FONTE: O autor (2023).

Foram gerados os gráficos considerando o ajuste sem a modelagem da variância e autocorrelação e posteriormente o ajuste com pesos para resíduos e modelagem da autocorrelação (w) (FIGURA 9).

Assim, observou-se que os resíduos estão distribuídos uniformemente nos ajustes para o sistema de Fang e Zhao, indicando boa precisão entre os valores observados e estimados. Observa-se ainda que nos ajustes com a modelagem da variância e autocorrelação resíduos com menor amplitude e constante.

FIGURA 9-RESÍDUOS ABSOLUTOS E PONDERADOS PARA ESTIMATIVA DO AFILAMENTO, VOLUME ACUMULADO E VOLUME TOTAL PELO MÉTODO MA2 PARA O GRUPO DE IDADE (1,75-1,83).



FONTE: O autor (2023).

No ajuste dos sistemas para o grupo de idade (2,33-3,08), os coeficientes foram significativos ($p < 0,05$) para o sistema de Fang e Zhao (TABELA 13), indicando que as variáveis independentes associadas coeficientes significativos podem explicar a média das variáveis dependentes. O sistema de Max Burkhart apresentou resultado significativo apenas para o coeficiente α_2 , β_1 e β_4 . Observou-se ainda uma redução nos erros padrões (Ep) dos coeficientes no ajuste dos sistemas de Fang e Zhao com ponderação (com w) dos resíduos e modelagem da autocorrelação.

TABELA 13-COEFICIENTES DOS SISTEMAS DE EQUAÇÕES AJUSTADOS PELO MÉTODO MA2 PARA O GRUPO DE IDADE (2,33-3,08).

Equação		Coeficientes				Função de pesos (w)_
		Sem w	Ep	Com w	Ep	
Max-Burkhart	α_1	0,0625 ^{ns}	0,0820	0,0671*	0,0102	$\frac{1}{\sqrt{D^{5,283} H^{-6,801} h^{1,383}}}$
	α_2	0,6784*	0,1598	0,7141*	0,0707	
	β_1	-4,065*	1,8807	-4,6929*	1,4299	
	β_2	2,0626 ^{ns}	1,0732	2,4194 ^{ns}	0,8135	
	β_3	788,7 ^{ns}	2960,9	639,7 ^{ns}	263,1	
	β_4	-2,178*	0,8120	-2,4944*	0,7964	
Fang	α_0	7,1e-5*	2,6e-6	7,3e-5*	2,1e-6	$\frac{1}{\sqrt{D^{2,0477} H^{0,5687} h^{0,9849}}}$
	α_1	1,7800*	9,3e-3	1,7947*	0,0001	
	α_2	0,9746*	0,0193	0,9530*	0,0132	
	β_1	1,9e-6*	0,1509	1,9e-6*	1,4e-8	
	β_2	3,4e-5*	1,4e-6	3,4e-5*	5,6e-7	
	β_3	2,6e-5*	2,2e-6	2,6e-5*	1,4e-6	
	p_1	0,0412*	2,1280	0,0412*	0,0077	
	p_2	0,5117*	0,0928	0,5584*	0,0217	
Zhao	a_0	7,5e-5*	2,9e-6	7,4e-5*	1,8e-6	$\frac{1}{\sqrt{D^{2,7439} H^{0,1150} h^{0,4783}}}$
	a_1	1,7640*	0,0101	1,7816*	0,0013	
	a_2	0,9723*	0,0198	0,9671*	0,0172	
	a_3	2,1580*	0,0386	1,6565*	0,0280	
	a_4	0,6227*	0,0451	1,1334*	0,0163	
	a_5	-2,1e-4*	6,7e-5	-3,0e-5*	1,1e-5	

FONTE: O autor (2023). *=Significativo; ^{ns}=não significativo.

Os sistemas de equações de Fang e Zhao foram satisfatórios para estimativa do volume acumulado, afilamento e volume total com $r^2(\%)$ superior a 92%, $S_{\bar{y}x}(\%)$ e EQM em torno de 8% para o volume acumulado e volume total e 12% a 17% para o afilamento (TABELA 14). Os melhores resultados foram observados para estimativa do volume acumulado e volume total. Verificou-se ainda uma pequena redução nas estatísticas de ajuste quando aplicado a ponderação dos resíduos e modelagem da autocorrelação.

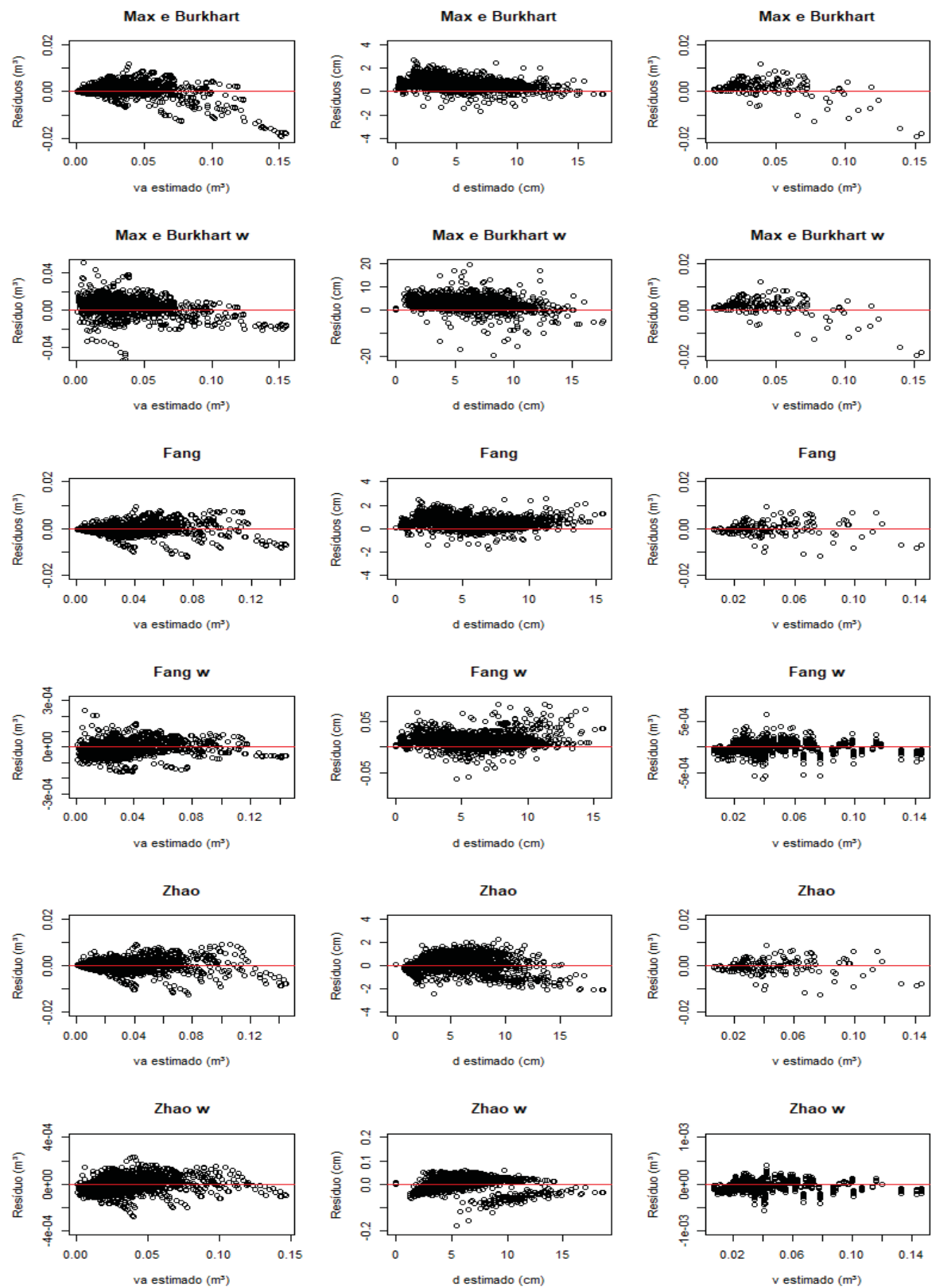
TABELA 14-ESTATÍSTICAS DE AJUSTE DOS SISTEMAS DE EQUAÇÕES AJUSTADOS PELO MÉTODO MA2 PARA O GRUPO DE IDADE (2,33-3,08).

Idade	Variável	Modelo	Estatísticas de ajuste					
			$r^2(\%)$	$r^2(\%)_w$	$S_{\bar{y}x}(\%)$	$S_{\bar{y}x}(\%)_w$	EQM	EQM _w
2,33-3,08	va	Max-Burkhart	98,5763	98,5783	9,7337	9,7297	9,7141	9,7157
		Fang	98,9906	98,9876	7,3133	7,3255	7,2986	7,3107
		Zhao	98,9218	98,7649	7,5348	8,1650	7,5240	8,1533
	d	Max-Burkhart	98,0111	98,0121	14,0322	14,0824	14,003	14,006
		Fang	97,8811	97,8427	12,6209	12,8705	12,5954	12,8446
		Zhao	96,0674	92,5835	12,6627	17,1577	12,6445	17,1330
	v	Max-Burkhart	98,0915	98,0915	10,2394	10,2337	10,2187	10,2189
		Fang	98,4746	98,4638	7,4265	7,4612	7,4115	7,4462
		Zhao	98,4900	98,4747	7,4562	7,7318	7,4455	7,7206

FONTE: O autor (2023).

Os resíduos (FIGURA 10) estão distribuídos uniformemente nos ajustes para o sistema de Fang e Zhao, indicando boa precisão entre os valores observados e estimados. Observou-se ainda que nos ajustes com a modelagem da variância e autocorrelação os resíduos apresentaram-se com menor amplitude e constante.

FIGURA 10-RESÍDUOS ABSOLUTOS E PONDERADOS PARA ESTIMATIVA DO AFILAMENTO, VOLUME ACUMULADO E VOLUME TOTAL PELO MÉTODO MA2 PARA O GRUPO DE IDADE (2,33-3,08).



FONTE: O autor (2023).

No ajuste dos sistemas para o grupo de idade (5,0-5,75), os coeficientes das equações foram significativos ($p < 0,05$) para o sistema de Fang e Zhao (TABELA 15), indicando que as variáveis independentes associadas aos coeficientes significativos podem explicar a média das variáveis dependentes. O sistema de Max Burkhart apresentou resultado significativo apenas para o coeficiente α_2 , α_2 e β_4 . Observou-se uma redução nos erros padrões (Ep) dos coeficientes no ajuste dos sistemas de Fang e Zhao com ponderação (com w) dos resíduos e modelagem da autocorrelação.

TABELA 15-COEFICIENTES DOS SISTEMAS DE EQUAÇÕES AJUSTADOS PELO MÉTODO MA2 PARA O GRUPO DE IDADE (5-5,75).

Equação		Coeficientes				Função de pesos (w)_
		Sem w	Ep	Com w	Ep	
Max-Burkhart	α_1	0,0744*	0,0294	0,0500*	0,0001	$\frac{1}{\sqrt{D^{2,183} H^{-1,520} h^{1,477}}}$
	α_2	0,7423*	0,1237	0,8296*	0,0372	
	β_1	-4,8798 ^{ns}	2,6555	-8,1609 ^{ns}	2,7202	
	β_2	2,5157 ^{ns}	1,4807	4,3040 ^{ns}	1,4749	
	β_3	459,9 ^{ns}	490,9	1413,7 ^{ns}	0,0	
	β_4	-2,5431*	1,2766	-4,1561*	1,4652	
Fang	α_0	6,9e-5*	2,4e-6	6,8e-5*	2,3e-6	$\frac{1}{\sqrt{D^{2,3254} H^{0,4124} h^{0,9553}}}$
	α_1	1,8380*	9,8e-3	1,8508*	0,0118	
	α_2	0,9349*	0,0151	0,9275*	0,0112	
	β_1	3,3e-6*	1,6e-6	3,2e-6*	5,4e-7	
	β_2	3,4e-5*	1,5e-6	3,5e-5*	1,2e-6	
	β_3	2,5e-5*	2,7e-6	2,8e-5*	1,1e-6	
	p_1	0,0598*	0,0223	0,0579*	0,0077	
	p_2	0,5754*	0,0849	0,4944*	0,0494	
Zhao	a_0	7,5e-5*	3,0e-6	7,4e-5*	3,0e-6	$\frac{1}{\sqrt{D^{3,3862} H^{0,4040} h^{0,3088}}}$
	a_1	1,8200*	0,0109	1,8319*	0,0108	
	a_2	0,9235*	0,0156	0,9231*	0,0119	
	a_3	2,1310*	0,0348	1,6638*	0,0261	
	a_4	0,5756*	0,0557	1,0660*	0,0219	
	a_5	-2,0e-4*	7,6e-5	-5,0e-5*	1,3e-5	

FONTE: O autor (2023). *=Significativo; ^{ns}=não significativo.

Os sistemas de equações de Fang e Zhao indicaram resultados satisfatórios para estimativa do volume acumulado, afilamento e volume total com $r^2(\%)$ superior a 96%, $S_{yx}(\%)$ e EQM em torno de 7% para o volume acumulado e volume total e 11% a 17% para o afilamento (TABELA 16). Os melhores resultados foram obtidos para estimativa do volume acumulado e volume total. Verifica-se uma pequena

redução nas estatísticas de ajuste quando aplicado a ponderação dos resíduos e modelagem da autocorrelação.

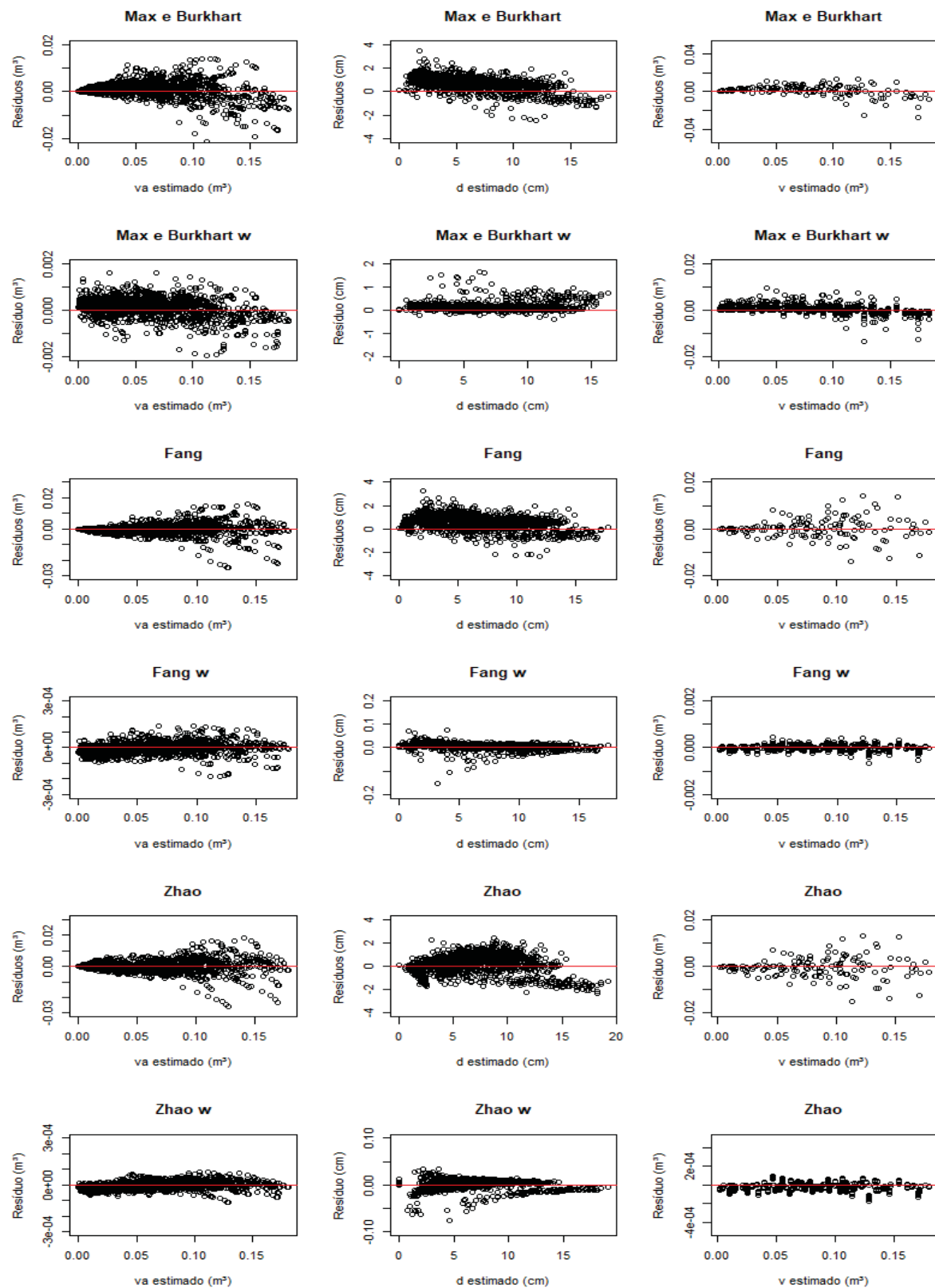
TABELA 16-ESTATÍSTICAS DE AJUSTE DOS SISTEMAS DE EQUAÇÕES AJUSTADOS PELO MÉTODO MA2 PARA O GRUPO DE IDADE (5,0-5,75).

Idade	Variável	Modelo	Estatísticas de ajuste					
			$r^2(\%)$	$r^2(\%)_w$	$S\bar{y}_x(\%)$	$S\bar{y}_x(\%)_w$	EQM	EQM _w
5-5,75	va	Max-Burkhart	98,9963	98,9985	7,1316	7,1298	7,1160	7,1186
		Fang	99,1611	99,1580	6,2147	6,2312	6,2010	6,2175
		Zhao	99,0945	98,9395	6,4433	7,0464	6,4332	7,0353
	d	Max-Burkhart	98,3343	98,3243	11,9734	11,9632	11,9546	11,9346
		Fang	97,9577	98,1341	11,6563	11,2437	11,6307	11,2190
		Zhao	96,3664	93,1002	12,4602	17,0830	12,4407	17,0562
	v	Max-Burkhart	98,5089	98,5089	7,4714	7,4667	7,4550	7,4550
		Fang	98,6981	98,6891	6,3053	6,3399	6,2915	6,3260
		Zhao	98,7081	98,7014	6,3691	6,7286	6,3591	6,7180

FONTE: O autor (2023).

Os resíduos (FIGURA 11), estão distribuídos uniformemente nos ajustes para o sistema de Fang e Zhao, indicando boa precisão entre os valores observados e estimados. Observa-se ainda que nos ajustes com a modelagem da variância e autocorrelação os resíduos apresentaram-se com menor amplitude e constante.

FIGURA 11-RESÍDUOS ABSOLUTOS E PONDERADOS PARA ESTIMATIVA DO AFILAMENTO, VOLUME ACUMULADO E VOLUME TOTAL PELO MÉTODO MA2 PARA O GRUPO DE IDADE (5,0-5,75).



FONTE: O autor (2023).

Para o grupo de idade (9,83-10,75), os coeficientes das equações foram significativos ($p < 0,05$) para o sistema de Fang e Zhao (TABELA 17), indicando que as variáveis independentes associadas aos coeficientes significativos podem explicar a média das variáveis dependentes. O sistema de Fang quando ajustado sem modelagem da variância e autocorrelação apresentou resultado não significativo para o coeficiente β_3 . O sistema de Max Burkhardt apresentou resultado significativo apenas para o coeficiente α_1 e α_2 . Observou-se ainda uma redução nos erros padrões (Ep) dos coeficientes no ajuste dos sistemas de Fang e Zhao com ponderação (com w) dos resíduos e modelagem da autocorrelação.

TABELA 17-COEFICIENTES DOS SISTEMAS DE EQUAÇÕES AJUSTADOS PELO MÉTODO MA2 PARA O GRUPO DE IDADE (9,83-10,75).

Equação		Coeficientes				Função de pesos (w)_
		Sem w	Ep	Com w	Ep	
Max-Burkhardt	α_1	0,0764*	0,0246	0,0670*	0,0101	$\frac{1}{\sqrt{D^{3,424} H^{-3,325} h^{1,610}}}$
	α_2	0,8659*	0,1468	0,8456*	0,0491	
	β_1	-11,17 ^{ns}	19,913	-8,6284 ^{ns}	3,9964	
	β_2	5,8514 ^{ns}	10,583	4,4864 ^{ns}	2,1425	
	β_3	433,1 ^{ns}	375,8	612,57 ^{ns}	250,3	
	β_4	-5,8767 ^{ns}	10,427	-4,4809 ^{ns}	2,1000	
Fang	α_0	6,6e-5*	2,9e-6	6,7e-5*	2,5e-6	$\frac{1}{\sqrt{D^{2,676} H^{1,055} h^{1,104}}}$
	α_1	1,8250*	0,0102	1,8383*	0,0901	
	α_2	0,9739*	0,0207	0,9592*	0,0200	
	β_1	3,1e-6	1,7e-6	3,1e-6*	4,4e-7	
	β_2	3,5e-5*	7,7e-7	3,5e-5*	5,1e-7	
	β_3	1,6e-5 ^{ns}	1,6e-5	1,5e-5*	6,4e-6	
	p_1	0,0572*	0,0225	0,0576*	0,0063	
	p_2	0,7627*	0,0900	0,7820*	0,0186	
Zhao	a_0	7,0e-5*	3,4e-6	6,9e-5*	4,5e-7	$\frac{1}{\sqrt{D^{2,9409} H^{1,4120} h^{0,5724}}}$
	a_1	1,8140*	0,0112	1,8286*	0,0052	
	a_2	0,9682*	0,0214	0,9636*	0,0207	
	a_3	1,9810*	0,0326	1,5595*	0,0246	
	a_4	0,7064*	0,0438	1,1365*	0,0191	
	a_5	-5,2e-5*	2,2e-5	-1,0e-5*	5,6e-6	

FONTE: O autor (2023). *=Significativo; ^{ns}=não significativo.

Os sistemas de equações de Fang e Zhao indicam resultados satisfatórios para estimativa do volume acumulado, afilamento e volume total com $r^2(\%)$ superior a 92%, $S_{\bar{y}x}(\%)$ e EQM em torno de 7% para o volume acumulado e volume total e 12% a 17% para o afilamento (TABELA 18). Os melhores resultados foram obtidos para estimativa do volume acumulado e volume total. Houve uma pequena redução

nas estatísticas de ajuste quando aplicado a ponderação dos resíduos e modelagem da autocorrelação.

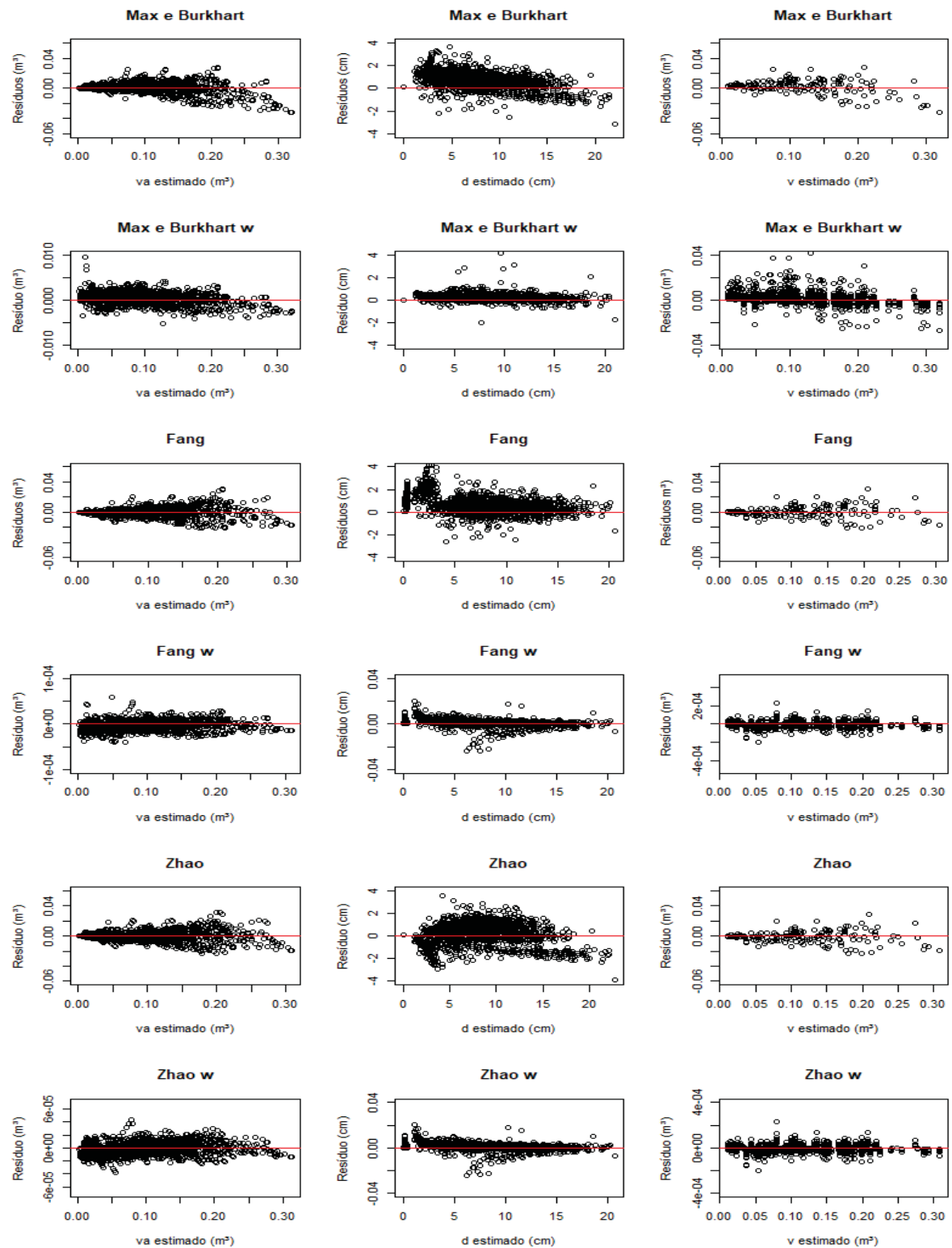
TABELA 18-ESTATÍSTICAS DE AJUSTE DOS SISTEMAS DE EQUAÇÕES AJUSTADOS PELO MÉTODO MA2 PARA O GRUPO DE IDADE (9,83-10,75).

Idade	Variável	Modelo	Estatísticas de ajuste					
			$r^2(\%)$	$r^2(\%)_w$	$S_{\bar{y}x}(\%)$	$S_{\bar{y}x}(\%)_w$	EQM	EQM _w
9,83-10,75	va	Max-Burkhart	98,8840	98,8888	7,8835	7,8859	7,8725	7,8750
		Fang	99,0769	99,0746	6,7750	6,8409	6,7619	6,8277
		Zhao	99,0071	98,8680	7,0134	7,5559	7,0037	7,5454
	d	Max-Burkhart	97,2118	97,2119	14,4040	14,4050	14,3841	14,3845
		Fang	97,2756	97,2853	13,2752	13,2921	13,2494	13,2663
		Zhao	95,7955	92,2352	12,8015	17,3824	12,7838	17,3583
	v	Max-Burkhart	98,3266	98,3266	8,2938	8,2941	8,2823	8,2826
		Fang	98,5268	98,5187	7,0178	7,0801	7,0042	7,0663
		Zhao	98,5336	98,5250	7,1028	7,4755	7,0930	7,4652

FONTE: O autor (2023).

Os resíduos (FIGURA 12), estão distribuídos uniformemente nos ajustes para o sistema de Fang e Zhao, indicando boa precisão entre os valores observados e estimados. Observou-se ainda que nos ajustes com a modelagem da variância e autocorrelação os resíduos apresentaram-se com menor amplitude e constante.

FIGURA 12-RESÍDUOS ABSOLUTOS E PONDERADOS PARA ESTIMATIVA DO AFILAMENTO, VOLUME ACUMULADO E VOLUME TOTAL PELO MÉTODO MA2 PARA O GRUPO DE IDADE (9,83-10,75).



FONTE: O autor (2023).

4.4 MÉTODO DE AJUSTE 3 (MA3) – AJUSTE SIMULTÂNEO PARA DADOS DE AFILAMENTO E VOLUME

Neste tópico estão apresentados os resultados dos ajustes dos sistemas de equações compatíveis ajustado de forma simultânea para dados de afilamento e volume por meio da regressão NSUR E WNSUR.

Para o grupo de idade (1,75-1,83), os coeficientes foram significativos ($p < 0,05$) para o sistema de Max Burkhart e Fang (TABELA 19), indicando que as variáveis independentes associadas aos coeficientes significativos podem explicar a média das variáveis dependentes. O sistema de Zhao apresentou resultado não significativo para o coeficiente a_4 e a_5 . Observou-se ainda uma redução nos erros padrões (Ep) dos coeficientes no ajuste dos sistemas de Max Burkhart e Fang com ponderação (com w) dos resíduos e modelagem da autocorrelação.

TABELA 19-COEFICIENTES DOS SISTEMAS DE EQUAÇÕES AJUSTADOS PELO MÉTODO MA3 PARA O GRUPO DE IDADE (1,75-1,83).

Equação		Coeficientes				Função de pesos (w)_
		Sem w	Ep	Com w	Ep	
Max-Burkhart	α_1	0.0630*	0,0017	0,0610*	0,0010	$\frac{1}{\sqrt{D^{0,9984} H^{-2,3348} h^{-0,1285}}}$
	α_2	0.6994*	0,0382	0,6945*	0,0389	
	β_1	-3.4125*	0,2088	-3,320*	0,1963	
	β_2	1.5966*	0,1159	1,5570*	0,1096	$\frac{1}{\sqrt{D^{2,76301} H^{-2,29682} h^{-0,02333}}}$
	β_3	516.99*	34,692	640,3*	36,7477	
	β_4	-1.1696*	0,1101	-1,085*	0,1213	
Fang	α_0	9,4e-5*	4,1e-6	0,0001*	4,1e-6	$\frac{1}{\sqrt{D^{2,1037} H^{-0,2094} h^{0,3235}}}$
	α_1	1,8858*	0,0200	1,8809*	0,0185	
	α_2	0,7423*	0,0260	0,6812*	0,0252	
	β_1	3,7e-6*	8,3e-8	3,3e-6*	7,0e-8	$\frac{1}{\sqrt{D^{4,4273} H^{1,0796} h^{0,5284}}}$
	β_2	3,2e-5*	1,7e-7	3,2e-5*	2,4e-7	
	β_3	3,1e-5*	3,6e-7	3,1e-5*	3,4e-7	
	p_1	0,0527*	0,0006	0,0534*	0,0004	
	p_2	0,9500*	0,0141	0,9573*	0,0011	
Zhao	a_0	7,7e-5*	3,8e-6	8,8e-5*	5,6e-6	$\frac{1}{\sqrt{D^{1,6059} H^{-1,1924} h^{-0,1316}}}$
	a_1	1,8951*	0,0227	1,8538*	0,0269	
	a_2	0,8208*	0,0302	0,7457*	0,0439	
	a_3	2,5944*	0,0109	2,5498*	0,0236	$\frac{1}{\sqrt{D^{4,9751} H^{-0,6799} h^{-0,8093}}}$
	a_4	-7,3946 ^{ns}	0,0000	-0,0071 ^{ns}	0,0101	
	a_5	0,2919 ^{ns}	0,0000	-0,6612 ^{ns}	0,0000	

FONTE: O autor (2023). *=Significativo; ^{ns}=não significativo.

Os sistemas de equações de Max Burkhart e Fang indicaram resultados satisfatórios para estimativa do volume acumulado, afilamento e volume total com

$r^2(\%)$ superior a 96%, $S_{\bar{y}x}(\%)$ e EQM inferior a 10% (TABELA 20). Observou-se uma certa similaridade das estatísticas entre as variáveis estimadas. Houve uma pequena redução nas estatísticas de ajuste quando aplicado a ponderação dos resíduos e modelagem da autocorrelação.

TABELA 20-ESTATÍSTICAS DE AJUSTE DOS SISTEMAS DE EQUAÇÕES AJUSTADOS PELO MÉTODO MA3 PARA O GRUPO DE IDADE (1,75-1,83).

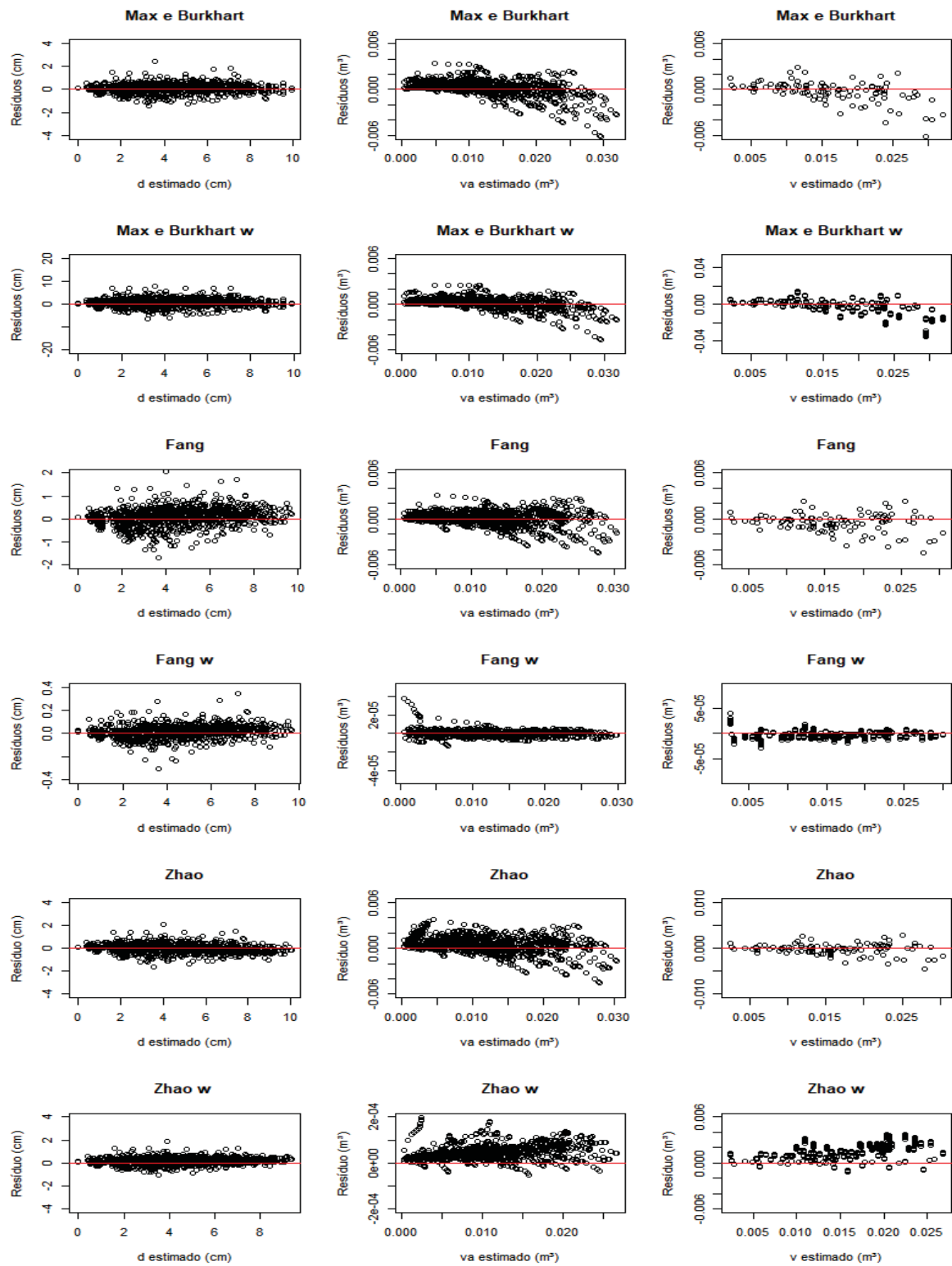
Idade	Variável	Modelo	Estatísticas de ajuste					
			$r^2(\%)$	$r^2(\%)$ w	$S_{\bar{y}x}(\%)$	$S_{\bar{y}x}(\%)$ w	EQM	EQM w
1,75-1,83	d	Max-Burkhart	97,8924	97,9164	9,6019	9,9061	9,5808	9,8844
		Fang	97,9351	97,9006	9,4021	9,7617	9,3733	9,7318
		Zhao	98,0353	98,0102	9,0301	10,1693	9,0104	10,1471
	va	Max-Burkhart	98,0054	98,0287	8,9824	8,7281	8,9627	8,7090
		Fang	97,9477	97,9521	7,9750	7,7906	7,9506	7,7667
		Zhao	97,5271	97,1700	9,7331	16,5886	9,7118	16,5523
	v	Max-Burkhart	96,6834	96,6834	9,0225	8,8503	9,0028	8,8310
		Fang	96,7287	96,6522	8,2689	8,0053	8,2435	7,9808
		Zhao	96,7780	96,7424	7,6821	12,1325	7,6653	12,1060

FONTE: O autor (2023).

Foram gerados os gráficos considerando o ajuste sem a modelagem da variância e autocorrelação e posteriormente, o ajuste com pesos para resíduos e modelagem da autocorrelação (w) (FIGURA 13).

Apesar do sistema de Max Burkhart ter apresentado significância dos coeficientes e estatísticas de ajuste satisfatório, observou-se por meio da análise gráfica dos resíduos tendência em subestimar o volume total. Desta forma o sistema mais adequado é o de Fang com distribuição uniforme dos resíduos, indicando boa precisão entre os valores observados e estimados. Observou-se ainda que nos ajustes do sistema e Fang com a modelagem da variância e autocorrelação os resíduos apresentaram-se com menor amplitude e constante.

FIGURA 13-RESÍDUOS ABSOLUTOS E PONDERADOS PARA ESTIMATIVA DO AFILAMENTO, VOLUME ACUMULADO E VOLUME TOTAL PELO MÉTODO MA3 PARA O GRUPO DE IDADE (1,75-1,83).



FONTE: O autor (2023).

No ajuste dos sistemas para o grupo de idade (2,33-3,08), os coeficientes foram significativos ($p < 0,05$) para os três sistemas ajustados (TABELA 21), indicando que as variáveis independentes associadas aos coeficientes significativos podem explicar a média das variáveis dependentes. Observou-se ainda uma redução nos erros padrões (Ep) dos coeficientes no ajuste dos sistemas com ponderação (com w) dos resíduos e modelagem da autocorrelação.

TABELA 21-COEFICIENTES DOS SISTEMAS DE EQUAÇÕES AJUSTADOS PELO MÉTODO MA3 PARA O GRUPO DE IDADE (2,33-3,08).

Equação		Coeficientes				Função de pesos (w)_
		Sem w	Ep	Com w	Ep	
Max-Burkhart	α_1	0,0680*	0,0010	0,0653*	0,00061	$\frac{1}{\sqrt{D^{2,4614}H^{-3,8742}h^{0,0075}}}$
	α_2	0,8512*	0,0088	0,8641*	0,0073	
	β_1	-6,1990*	0,3964	-6,675*	0,3484	
	β_2	3,0252*	0,2100	3,2796*	0,1829	$\frac{1}{\sqrt{D^{5,0235}H^{-3,7116}h^{-0,0447}}}$
	β_3	381,8*	17,779	505,9*	19,232	
	β_4	-2,938*	0,2028	-3,120*	0,1782	
Fang	α_0	7,5e-5*	3,0e-6	8,0e-5*	2,7e-6	$\frac{1}{\sqrt{D^{3,1009}H^{-3,1225}h^{0,1599}}}$
	α_1	1,8126*	0,0107	1,9944*	0,0118	
	α_2	0,9385*	0,0219	0,7488*	0,0204	
	β_1	3,6e-6*	5,8e-8	3,3e-6*	4,0e-8	$\frac{1}{\sqrt{D^{4,9791}H^{-1,9025}h^{0,5698}}}$
	β_2	3,6e-5*	1,9e-7	3,6e-5*	1,1e-7	
	β_3	3,1e-5*	3,6e-7	3,1e-5*	3,6e-7	
	p_1	0,0554*	0,0004	0,0552*	0,0002	
	p_2	0,6964*	0,0181	0,7213*	0,0126	
Zhao	a_0	6,5e-5*	3,2e-6	8,2e-5*	2,7e-6	$\frac{1}{\sqrt{D^{1,8437}H^{-1,4054}h^{-0,0921}}}$
	a_1	1,8345*	0,0139	1,9782*	0,0120	
	a_2	0,9692*	0,0280	0,7497*	0,0205	
	a_3	2,2759*	0,0114	2,3159*	0,0146	$\frac{1}{\sqrt{D^{5,8701}H^{-1,4935}h^{-0,5682}}}$
	a_4	0,0695*	0,0057	0,0475*	0,0057	
	a_5	-3,8792*	0,0012	-6,416*	0,0002	

FONTE: O autor (2023). *=Significativo; ns= não significativo.

Os três sistemas de equações indicaram resultados satisfatórios para estimativa do afilamento, volume acumulado e volume total com $r^2(\%)$ superior a 98%, $S_{yx}(\%)$ e EQM em torno de 8% para o afilamento e 10% para o volume acumulado e volume total (TABELA 22). Apesar dos três sistemas apresentarem resultados satisfatórios, observou-se resultados mais acurados para o sistema de Fang e Zhao. Houve uma pequena redução nas estatísticas de ajuste quando aplicado a ponderação dos resíduos e modelagem da autocorrelação.

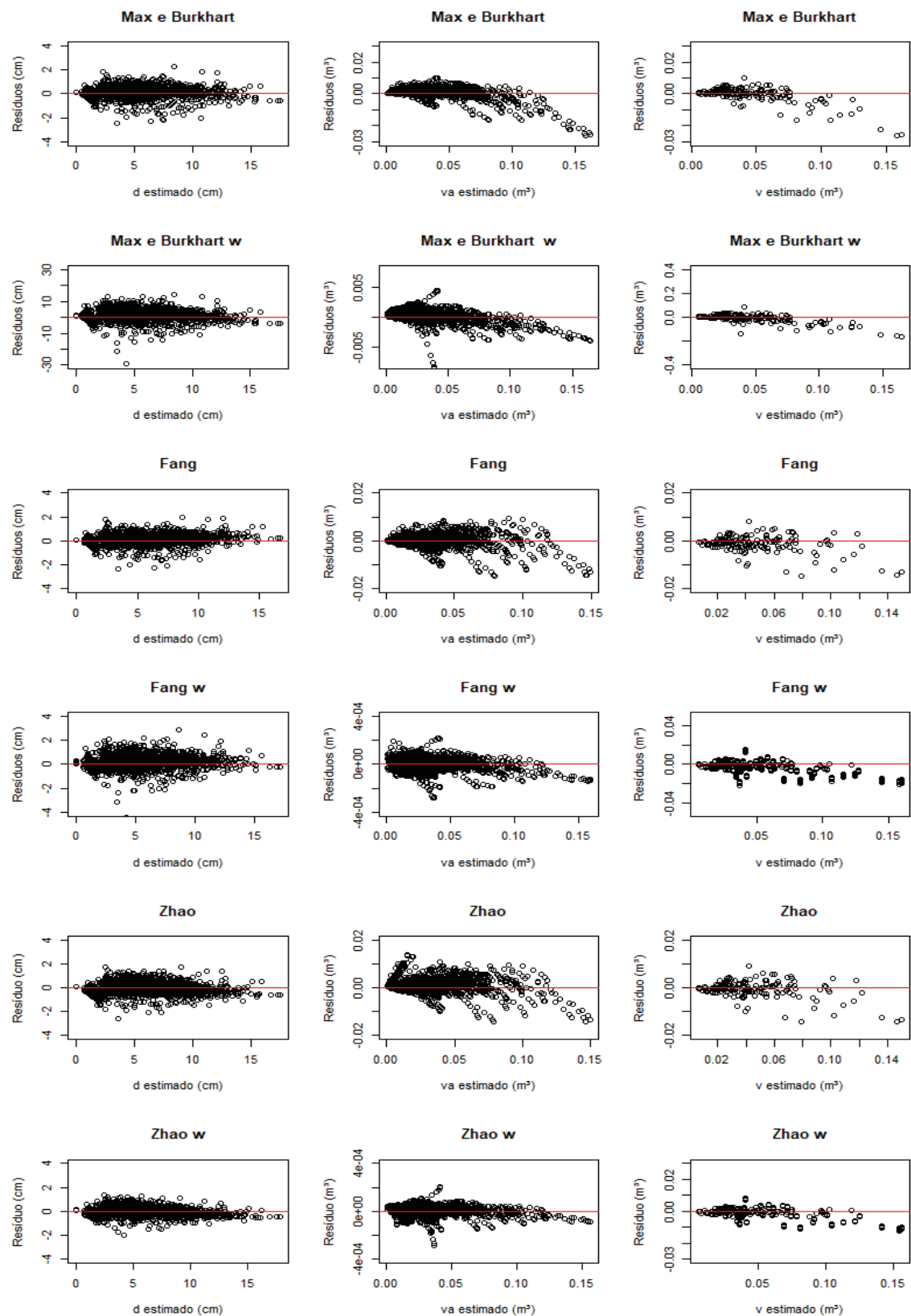
TABELA 22-ESTATÍSTICAS DE AJUSTE DOS SISTEMAS DE EQUAÇÕES AJUSTADOS PELO MÉTODO MA3 PARA O GRUPO DE IDADE (2,33-3,08).

Idade	Variável	Modelo	Estatísticas de ajuste					
			$r^2(\%)$	$r^2(\%)_w$	$S_{\bar{y}x}(\%)$	$S_{\bar{y}x}(\%)_w$	EQM	EQM _w
2,33-3,08	d	Max-Burkhart	98,1882	98,2131	8,8423	8,7990	8,8296	8,7864
		Fang	98,4167	98,3261	8,1266	8,4163	8,1103	8,3994
		Zhao	98,0909	98,1243	8,6138	8,7045	8,6014	8,6920
	va	Max-Burkhart	98,5478	98,5898	10,9390	11,3530	10,9233	11,3366
		Fang	98,7528	98,6206	8,2570	9,8673	8,2403	9,8474
		Zhao	98,4620	98,3330	9,7371	10,6135	9,7231	10,5982
	v	Max-Burkhart	98,0915	98,0915	11,6678	12,7631	11,6510	12,7447
		Fang	98,4453	98,0893	8,5575	11,2412	8,5402	11,2185
		Zhao	98,4116	98,1270	8,2675	10,1643	8,2556	10,1497

FONTE: O autor (2023).

Os resíduos (FIGURA 14), estão distribuídos uniformemente nos ajustes para o sistema de Fang e Zhao, indicando boa precisão entre os valores observados e estimados. Para o sistema de Max e Burkhardt é possível verificar maior amplitude dos resíduos com tendência de subestimativa do volume total sem correção da variância dos resíduos quando aplicado a matriz de pesos. Observou-se ainda que nos ajustes do sistema de Fang e Zhao com a modelagem da variância e autocorrelação os resíduos estão com menor amplitude e constante com uma leve tendência em subestimar o volume total nas maiores classes de volume.

FIGURA 14-RESÍDUOS ABSOLUTOS E PONDERADOS PARA ESTIMATIVA DO AFILAMENTO, VOLUME ACUMULADO E VOLUME TOTAL PELO MÉTODO MA3 PARA O GRUPO DE IDADE (2,33-3,08).



FONTE: O autor (2023).

Para o grupo de idade (5,0-5,75), os coeficientes das equações foram significativos ($p < 0,05$) para os três sistemas ajustados (TABELA 23), indicando que as variáveis independentes associadas aos coeficientes significativos podem explicar a média das variáveis dependentes. Observou-se ainda uma redução nos erros padrões (Ep) dos coeficientes no ajuste dos sistemas com ponderação (com w) dos resíduos e modelagem da autocorrelação.

TABELA 23-COEFICIENTES DOS SISTEMAS DE EQUAÇÕES AJUSTADOS PELO MÉTODO MA3 PARA O GRUPO DE IDADE (5-5,75).

Equação		Coeficientes				Função de pesos (w)_
		Sem w	Ep	Com w	Ep	
Max-Burkhart	α_1	0,0655*	0,0009	0,0632*	0,0005	$\frac{1}{\sqrt{D^{0,2715} H^{-0,8614} h^{0,0737}}}$
	α_2	0,8695*	0,0085	0,8825*	0,0076	
	β_1	-7,1207*	0,4864	-7,620*	0,4472	
	β_2	3,5314*	0,2541	3,8015*	0,2307	$\frac{1}{\sqrt{D^{2,6644} H^{0,1488} h^{0,0736}}}$
	β_3	431,6*	17,6847	540,04*	18,2942	
	β_4	-3,413*	0,2433	-3,580*	0,2213	
Fang	α_0	7,4e-5*	2,9e-6	6,3e-5*	1,7e-6	$\frac{1}{\sqrt{D^{1,8011} H^{-0,5655} h^{0,1377}}}$
	α_1	1,8665*	0,0115	1,9207*	0,0094	
	α_2	0,8968*	0,0182	0,9023*	0,0160	
	β_1	3,6e-6*	6,2e-8	3,4e-6*	5,4e-8	
	β_2	3,6e-5*	1,8e-7	3,5e-5*	1,8e-7	$\frac{1}{\sqrt{D^{5,4525} H^{-1,2816} h^{0,2093}}}$
	β_3	3,0e-5*	3,4e-7	2,8e-5*	2,8e-7	
	p_1	0,0548*	0,0004	0,0542*	0,0002	
	p_2	0,7367*	0,0105	0,8298*	0,0056	
Zhao	a_0	6,2e-5*	2,9e-6	6,1e-5*	1,5e-6	$\frac{1}{\sqrt{D^{1,758} H^{-1,268} h^{0,168}}}$
	a_1	1,8309*	0,0139	1,8787*	0,0090	
	a_2	0,9788*	0,0224	0,9474*	0,0151	
	a_3	2,3720*	0,0099	2,3840*	0,0089	$\frac{1}{\sqrt{D^{5,3487} H^{0,5594} h^{-1,1031}}}$
	a_4	-0,3845*	0,0655	-8,509*	0,0435	
	a_5	0,0007*	0,0001	0,0781*	0,0001	

FONTE: O autor (2023). *=Significativo; ns=não significativo.

Os sistemas de equações de Fang e Zhao indicaram resultados satisfatórios para estimativa do afilamento, volume acumulado e volume total com $r^2(\%)$ superior a 98%, $S_{yx}(\%)$ e EQM em torno de 7% para o afilamento e volume total e de 7% a 10% para o volume acumulado (TABELA 24). O sistema de Max-Burkhart apresentou maior $S_{yx}(\%)$ e EQM em torno de 27% para estimativa do volume total quando aplicado a modelagem da variância e autocorrelação dos resíduos. Houve ainda uma pequena redução nas estatísticas de ajuste quando aplicado a ponderação dos resíduos e modelagem da autocorrelação.

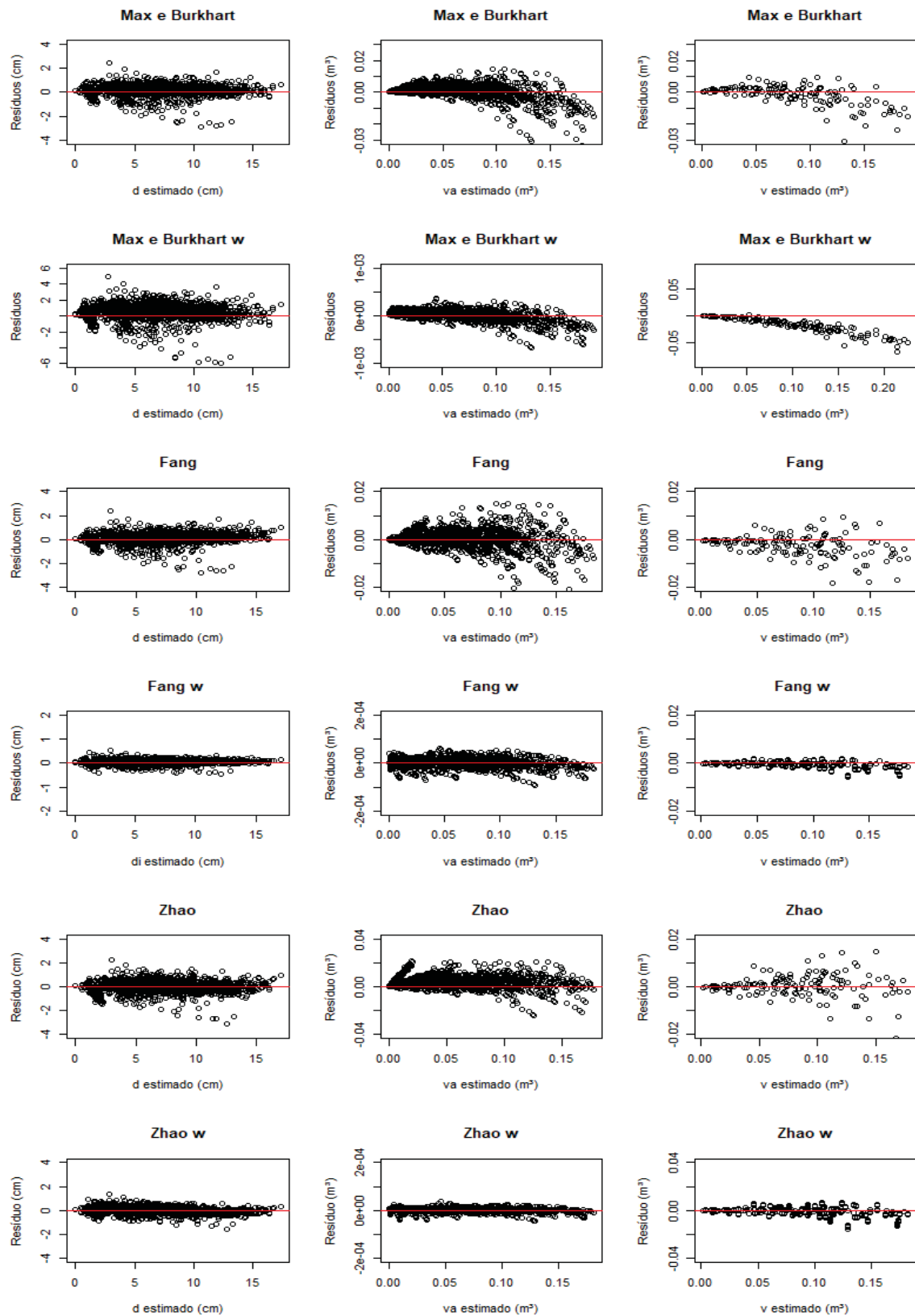
TABELA 24-ESTATÍSTICAS DE AJUSTE DOS SISTEMAS DE EQUAÇÕES AJUSTADOS PELO MÉTODO MA3 PARA O GRUPO DE IDADE (5-5,75).

Idade	Variável	Modelo	Estatísticas de ajuste					
			$r^2(\%)$	$r^2(\%)_w$	$S\bar{y}_x (\%)$	$S\bar{y}_x (\%)_w$	EQM	EQM _w
5-5,75	d	Max-Burkhart	98,6409	98,6761	7,9220	8,0616	7,9095	8,0489
		Fang	98,7331	98,7152	7,4734	7,9261	7,4570	7,9087
		Zhao	98,6087	98,5406	7,5608	7,8404	7,5490	7,8281
	va	Max-Burkhart	98,8939	98,9599	8,2728	8,1821	8,2599	8,1692
		Fang	98,9087	99,0113	7,3207	7,0488	7,3046	7,0333
		Zhao	98,3950	98,4756	10,3643	9,3925	10,3480	9,3777
	v	Max-Burkhart	98,5089	98,5089	8,7918	27,9086	8,7780	27,8648
		Fang	98,6729	98,6219	7,6673	7,6174	7,6504	7,6007
		Zhao	98,6985	98,6667	6,3164	6,7813	6,3064	6,7707

FONTE: O autor (2023).

Os resíduos (FIGURA 15), estão distribuídos uniformemente nos ajustes para o sistema de Fang e Zhao, indicando boa precisão entre os valores observados e estimados. Para o sistema de Max e Burkhart verificou-se maior amplitude dos resíduos com tendência de subestimativa do volume total sem correção da variância dos resíduos quando aplicado a matriz de pesos. Observou-se que nos ajustes do sistema de Fang e Zhao com a modelagem da variância e autocorrelação os resíduos estão com menor amplitude e constante.

FIGURA 15-RESÍDUOS ABSOLUTOS E PONDERADOS PARA ESTIMATIVA DO AFILAMENTO, VOLUME ACUMULADO E VOLUME TOTAL PELO MÉTODO MA3 PARA O GRUPO DE IDADE (5-5,75).



FONTE: O autor (2023).

No ajuste dos sistemas para o grupo de idade (9,83-10,75), os coeficientes das equações foram significativos ($p < 0,05$) apenas para o sistema de Fang (TABELA 25), indicando que as variáveis independentes associadas aos coeficientes significativos podem explicar a média das variáveis dependentes. O sistema de Max Burkhart apresentou resultado significativo apenas para o coeficiente β_3 com modelagem de variâncias e o sistema de Zhao apresentou resultado não significativo para os coeficientes a_4 e a_5 , resultando em problemas de convergência. Observou-se uma redução nos erros padrões (Ep) dos coeficientes no ajuste do sistema de Fang com ponderação (com w) dos resíduos e modelagem da autocorrelação.

TABELA 25-COEFICIENTES DOS SISTEMAS DE EQUAÇÕES AJUSTADOS PELO MÉTODO MA3 PARA O GRUPO DE IDADE (9,83-10,75).

Equação	Coeficientes					Função de pesos (w)_
		Sem w	Ep	Com w	Ep	
Max-Burkhart	α_1	0,0738 ^{ns}	0,0	0,0679 ^{ns}	0,0	$\frac{1}{\sqrt{D^{1,7920}H^{-3,3613}h^{0,5057}}}$
	α_2	0,9050 ^{ns}	0,0	0,9232 ^{ns}	0,0	
	β_1	-11,818 ^{ns}	0,0	-13,98 ^{ns}	0,0	
	β_2	5,9404 ^{ns}	0,0	7,0452 ^{ns}	0,0	$\frac{1}{\sqrt{D^{4,2475}H^{-1,8192}h^{-0,1736}}}$
	β_3	221,10 ^{ns}	0,0	381,8*	1,2559	
	β_4	-5,9515 ^{ns}	0,0	-6,994 ^{ns}	0,0	
Fang	α_0	7,4e-5*	3,5e-6	6,8e-5*	2,0e-6	$\frac{1}{\sqrt{D^{2,8269}H^{-2,0726}h^{0,1126}}}$
	α_1	1,8521*	0,0119	1,9481*	0,0102	
	α_2	0,9209*	0,0231	0,8641*	0,0195	
	β_1	3,5e-6*	5,3e-8	3,2e-6*	3,5e-8	$\frac{1}{\sqrt{D^{4,7415}H^{0,3031}h^{0,6329}}}$
	β_2	3,8e-5*	1,6e-7	3,8e-5*	1,4e-7	
	β_3	2,8e-5*	5,0e-7	2,7e-5*	4,3e-7	
	p_1	0,0567*	0,0004	0,0556*	0,0002	
	p_2	0,8206*	0,0064	0,8320*	0,0040	
Zhao	a_0	5,9e-5*	3,5e-6	7,9e-5*	4,7e-6	$\frac{1}{\sqrt{D^{0,9078}H^{0,3552}h^{0,1769}}}$
	a_1	1,8679*	0,0160	1,8249*	0,0230	
	a_2	0,9811*	0,0306	0,9723*	0,0374	
	a_3	2,2906*	0,0075	2,3296*	0,0204	$\frac{1}{\sqrt{D^{4,6805}H^{1,2660}h^{-0,7709}}}$
	a_4	0,3259 ^{ns}	0,0377	-0,0516 ^{ns}	0,0377	
	a_5	0,1059 ^{ns}	0,0003	-0,0001 ^{ns}	0,0003	

FONTE: O autor (2023). *=Significativo; ^{ns}=não significativo.

O sistema de equação de Fang indicou resultados satisfatórios para estimativa do afilamento, volume acumulado e volume total com $r^2(\%)$ superior a 98%, $S_{\bar{y}x}(\%)$ e EQM em torno de 8% (TABELA 26). Observou-se que as estatísticas de ajuste mantiveram se de forma semelhante entre a estimativa do afilamento, volume acumulado e volume total. Verificou-se ainda uma pequena redução nas

estatísticas de ajuste quando aplicado a ponderação dos resíduos e modelagem da autocorrelação.

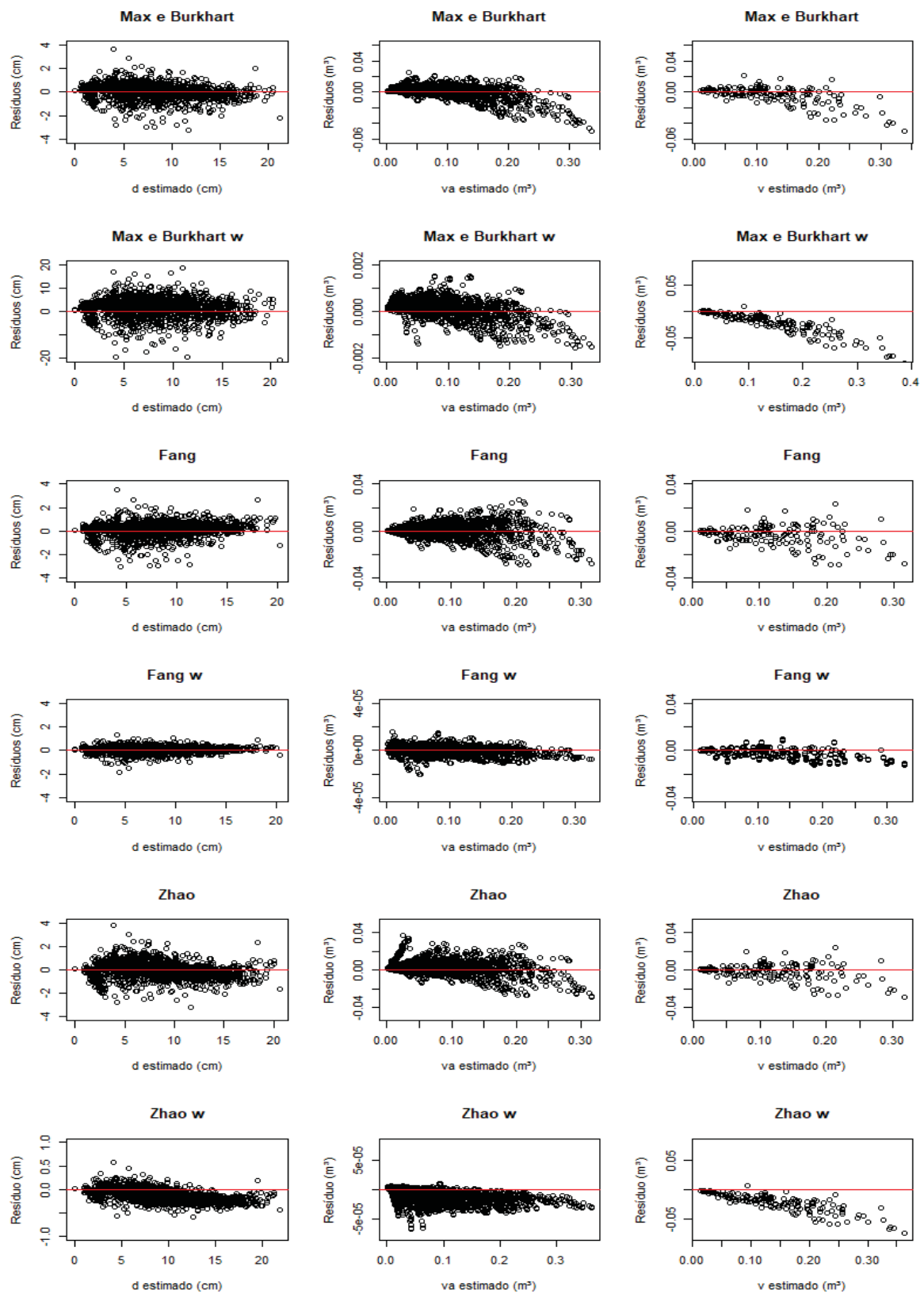
TABELA 26-ESTATÍSTICAS DE AJUSTE DOS SISTEMAS DE EQUAÇÕES AJUSTADOS PELO MÉTODO MA3 PARA O GRUPO DE IDADE (9,83-10,75).

Idade	Variável	Modelo	Estatísticas de ajuste					
			$r^2(\%)$	$r^2(\%)_w$	$S\bar{y}x(\%)$	$S\bar{y}x(\%)_w$	EQM	EQM _w
9,83-10,75	d	Max-Burkhardt	98,3085	98,2917	8,1865	8,4407	8,1752	8,4290
		Fang	98,3641	98,3216	8,1695	8,3436	8,1536	8,3274
		Zhao	97,9805	97,9336	8,9058	14,0854	8,8934	14,0659
	va	Max-Burkhardt	98,7126	98,8235	9,9186	9,0275	9,9049	9,0150
		Fang	98,8554	98,8903	7,6616	8,1786	7,6467	8,1627
		Zhao	98,4101	98,2658	9,7900	21,2366	9,7764	21,2071
	v	Max-Burkhardt	98,3266	98,3266	10,4665	25,4930	10,4520	25,4577
		Fang	98,5079	98,4038	8,0111	9,3603	7,9956	9,3422
		Zhao	98,4941	98,5270	7,7244	22,7850	7,7137	22,7534

FONTE: O autor (2023).

Os resíduos (FIGURA 16), estão distribuídos uniformemente nos ajustes para o sistema de Fang, indicando boa precisão entre os valores observados e estimados. Para o sistema de Max e Burkhardt e Zhao verifica-se maior amplitude dos resíduos com tendência de subestimativa do volume total sem correção da variância dos resíduos quando aplicado a matriz de pesos. Observou-se ainda que no ajuste do sistema de Fang com a modelagem da variância e autocorrelação os resíduos apresentaram menor amplitude e constante.

FIGURA 16-RESÍDUOS ABSOLUTOS E PONDERADOS PARA ESTIMATIVA DO AFILAMENTO, VOLUME ACUMULADO E VOLUME TOTAL PELO MÉTODO MA3 PARA O GRUPO DE IDADE (9,83-10,75).



FONTE: O autor (2023).

4.5 COMPARAÇÃO DOS MÉTODOS

No geral, os três métodos de ajuste (MA1, MA2 e MA3) para os quatro grupos de idades, os sistemas de Fang e Zhao indicaram resultados mais acurados para estimativa do afilamento, volume acumulado e volume total. O sistema de Fang apresentou os melhores resultados com $r^2(\%)$ variando de 96% a 99%, $S_{\bar{y}x}(\%)$ e EQM variando de 6% a 13%. Em seguida o melhor resultado foi obtido para o sistema de Zhao com $r^2(\%)$ variando de 96% a 99%, $S_{\bar{y}x}(\%)$ e EQM variando de 6% a 22%. Resultados inferiores foram observados para o sistema de Max e Burkhardt com $r^2(\%)$ variando de 96% a 98%, $S_{\bar{y}x}(\%)$ e EQM variando de 7% a 27%. Além disso, o sistema de Max e Burkhardt apresentou em sua grande maioria problemas de não convergência e consequentemente coeficientes não significativos.

Com base no conjunto de estatísticas de ajuste e análise gráfica dos resíduos, dentre os três sistemas de equações compatíveis testados pode se afirmar que o sistema de Fang e Zhao proporcionam estimativas do afilamento, volume acumulado e volume total mais acurado e por isso são recomendados para a espécie acácia-negra (*Acacia mearnsii*).

O sistema de Fang, além da superioridade nas estimativas, proporcionou resultados satisfatórios para todos os métodos de ajuste e grupos de idade. Desta forma, o sistema de Fang foi selecionado para comparação do desempenho dos métodos de ajuste conforme será apresentado neste tópico (TABELA 27).

TABELA 27-ESTATÍSTICAS DOS TRÊS MÉTODOS DE AJUSTE PARA OS QUATRO GRUPO DE IDADES.

Idade	Método	Variável	Estatísticas de ajuste					
			$r^2(\%)$	$r^2(\%)$ w	$S_{\bar{y}x}(\%)$	$S_{\bar{y}x}(\%)$ w	EQM	EQM w
1,75-1,83	MA1	d	98,0886	98,0495	8,7730	8,8798	8,7461	8,8526
		va	97,2807	97,1495	10,7392	11,7816	10,7063	11,7455
		v	96,7939	96,7583	7,4535	7,8450	7,4307	7,8210
	MA2	d	97,3796	97,8909	12,7929	12,8452	12,7537	12,8059
		va	98,2051	98,2042	7,2572	7,2649	7,2350	7,2427
		v	96,7804	96,7730	7,4560	7,4740	7,4332	7,4511
	MA3	d	97,9351	97,9006	9,4021	9,7617	9,3733	9,7318
		va	97,9477	97,9521	7,9750	7,7906	7,9506	7,7667
		v	96,7287	96,6522	8,2689	8,0053	8,2435	7,9808
2,33-3,08	MA1	d	98,4320	98,4269	7,7858	7,8236	7,7701	7,8078
		va	98,1180	98,1761	11,4678	11,3048	11,4447	11,2820
		v	98,4308	98,3026	7,5713	8,0054	7,5560	7,9893
	MA2	d	97,8811	97,8427	12,6209	12,8705	12,5954	12,8446
		va	98,9906	98,9876	7,3133	7,3255	7,2986	7,3107
		v	98,4746	98,4638	7,4265	7,4612	7,4115	7,4462
	MA3	d	98,4167	98,3261	8,1266	8,4163	8,1103	8,3994
		va	98,7528	98,6206	8,2570	9,8673	8,2403	9,8474
		v	98,4453	98,0893	8,5575	11,2412	8,5402	11,2185
5-5,75	MA1	d	98,7922	98,7869	7,0659	7,1393	7,0504	7,1236
		va	98,2854	98,3984	10,5057	9,8508	10,4827	9,8291
		v	98,7039	98,6676	6,2971	6,5669	6,2833	6,5525
	MA2	d	97,9577	98,1341	11,6563	11,2437	11,6307	11,2190
		va	99,1611	99,1580	6,2147	6,2312	6,2010	6,2175
		v	98,6981	98,6891	6,3053	6,3399	6,2915	6,3260
	MA3	d	98,7331	98,7152	7,4734	7,9261	7,4570	7,9087
		va	98,9087	99,0113	7,3207	7,0488	7,3046	7,0333
		v	98,6729	98,6219	7,6673	7,6174	7,6504	7,6007
9,83-10,75	MA1	d	98,4293	98,4330	7,7430	7,7835	7,7280	7,7684
		va	98,2658	98,3557	10,8653	10,5730	10,8442	10,5525
		v	98,5298	98,4877	7,0143	7,2005	7,0007	7,1865
	MA2	d	97,2756	97,2853	13,2752	13,2921	13,2494	13,2663
		va	99,0769	99,0746	6,7750	6,8409	6,7619	6,8277
		v	98,5268	98,5187	7,0178	7,0801	7,0042	7,0663
	MA3	d	98,3641	98,3216	8,1695	8,3436	8,1536	8,3274
		va	98,8554	98,8903	7,6616	8,1786	7,6467	8,1627
		v	98,5079	98,4038	8,0111	9,3603	7,9956	9,3422

FONTE: O autor (2023).

Com base nas estatísticas de ajuste (TABELA 27) verificou-se que ambos os métodos de ajuste apresentam resultados satisfatórios para estimativa do afilamento, volume acumulado e volume total com $r^2(\%)$ maior que 97%, $S_{\bar{y}x}(\%)$ e EQM em sua grande maioria menor que 10%.

Para os quatro grupos de idades evidenciou-se que o método MA1 proporcionou resultados mais acurados nas estimativas do afilamento e volume total com $r^2(\%)$ em torno de 98%, $S_{\bar{y}x}(\%)$ e EQM menor que 8%. Já para estimativa do volume acumulado observou-se $r^2(\%)$ em torno de 98%, $S_{\bar{y}x}(\%)$ e EQM variando de 9% a 11%.

O método MA2 proporcionou resultados mais acurados para estimativa do volume acumulado e volume total com $r^2(\%)$ em torno de 98%, $S_{\bar{y}x}(\%)$ e EQM menor que 7%. Já para estimativa do afilamento observou-se $r^2(\%)$ em torno de 97%, $S_{\bar{y}x}(\%)$ e EQM variando de 11% a 13%.

Nas estimativas obtidas pelo método MA3 observa-se uma estabilidade nas estatísticas de ajuste para estimativa do afilamento, volume acumulado e volume total com $r^2(\%)$ variando de 96% a 99%, $S_{\bar{y}x}(\%)$ e EQM variando de 7% a 10%. Desta forma, diferente do MA1 e MA2 o método MA3 proporciona estimativas semelhante e acurada para as três variáveis estimadas pelo sistema as quais são o afilamento, volume acumulado e volume total.

A redução nos erros padrões dos coeficientes quando aplicado a modelagem da variância e autocorrelação dos resíduos é confirmada e apresentada na descrição dos resultados dos métodos de ajuste MA1, MA2 e MA3. Para avaliar o comportamento dos erros padrões dos coeficientes entre os métodos de ajuste na (TABELA 28) estão sumarizados os coeficientes estimados com os respectivos erros padrões (valores em *itálico*).

Os valores apresentados são apenas para o ajuste com modelagem da variância e autocorrelações dos resíduos, a qual pode se observar resultados semelhantes entre os métodos. Porém verifica-se que os métodos MA2 e MA3 proporcionam resultados com menores erros padrões.

TABELA 28-COEFICIENTES COM SEUS RESPECTIVOS ERROS PADRÕES DOS TRÊS MÉTODOS DE AJUSTE PARA OS QUATRO GRUPO DE IDADES.

Idade	Método	Coeficientes estimados							
		α_0	α_1	α_2	β_1	β_2	β_3	p_1	p_2
1,75-1,83	MA1	9,2E-5*	1,8492*	0,7624*	3,0E-5*	3,3E-5*	3,0E-5*	0,2686*	0,5449*
		<i>4,7E-6</i>	<i>0,0231</i>	<i>0,0403</i>	<i>5,5E-7</i>	<i>1,0E-6</i>	<i>3,0E-7</i>	<i>0,0449</i>	<i>0,0387</i>

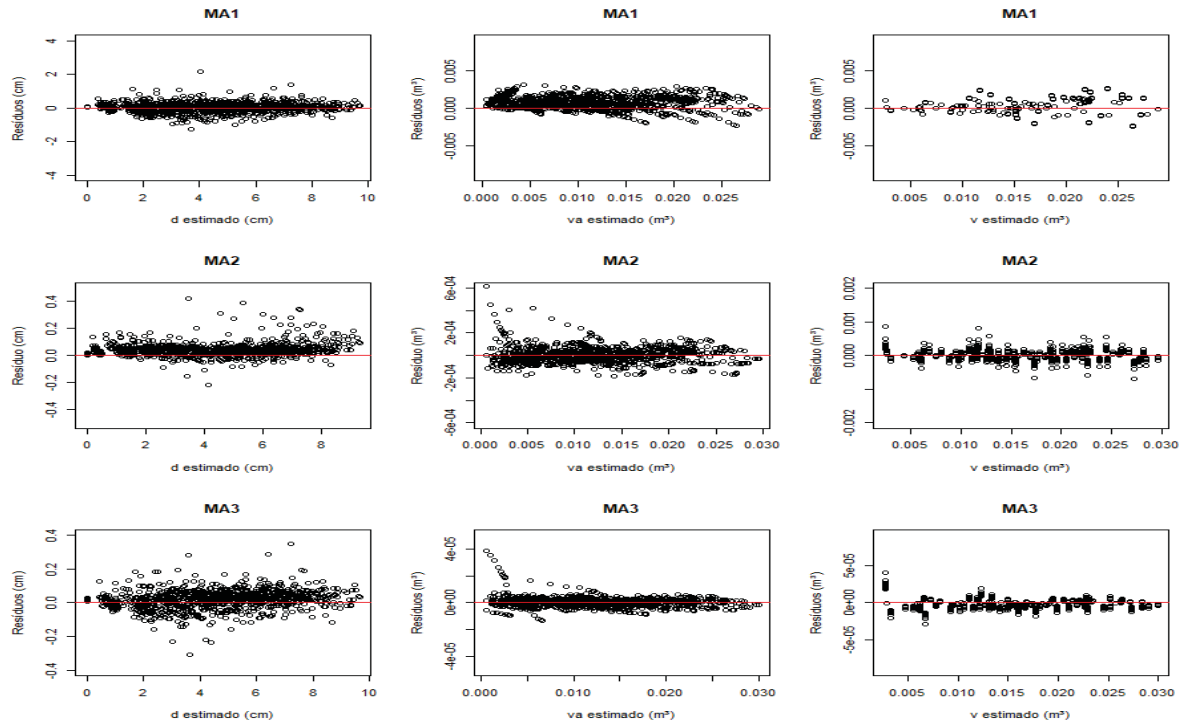
	MA2	8,4E-5*	1,8710*	0,7930*	2,6E-6*	3,1E-5*	2,5E-5*	0,0498	0,5434*
		3,0E-6	0,0107	0,0215	2,9E-8	6,5E-7	2,1E-6	0,0212	0,0408
	MA3	0,0001*	1,8809*	0,6812*	3,3E-6*	3,2E-5*	3,1E-5*	0,0534*	0,9573*
		4,1E-6	0,0185	0,0252	7,0E-8	2,4E-7	3,4E-7	0,0004	0,0011
	MA1	8,4E-5*	1,9003*	0,8002*	2,60E-05	3,5E-5*	2,8E-5*	0,1483*	0,8051*
2,33-3,08		4,2E-6	0,0279	0,0216	9,6E-7	2,0E-7	6,2E-7	0,0160	0,0070
	MA2	7,3E-5*	1,7947*	0,9530*	1,9E-6*	3,4E-5*	2,6E-5*	0,0412*	0,5584*
		2,1E-6	0,0001	0,0132	1,4E-8	5,6E-7	1,4E-6	0,0077	0,0217
	MA3	8,0E-5*	1,9944*	0,7488*	3,3E-6*	3,6E-5*	3,1E-5*	0,0552*	0,7213*
		2,7E-6	0,0118	0,0204	4,0E-8	1,1E-7	3,6E-7	0,0002	0,0126
	MA1	6,4E-5*	1,8778*	0,9289*	2,8E-5*	3,5E-5*	2,9E-5*	0,1569*	0,7249*
5-5,75		2,4E-6	0,0164	0,024	5,3E-7	2,1E-7	3,5E-7	0,0111	0,0085
	MA2	6,8E-5*	1,8508*	0,9275*	3,2E-6*	3,5E-5*	2,8E-5*	0,0579*	0,4944*
		2,3E-6	0,0118	0,0112	5,4E-7	1,2E-6	1,1E-6	0,0077	0,0494
	MA3	6,3E-5*	1,9207*	0,9023*	3,4E-6*	3,5E-5*	2,8E-5*	0,0542*	0,8298*
		1,7E-6	0,0094	0,016	5,4E-8	1,8E-7	2,8E-7	0,0002	0,0056
	MA1	6,1E-5*	1,8769*	0,9543*	2,6E-5*	3,7E-5*	2,6E-5*	0,1554*	0,8155*
9,83-10,75		3,3E-6	0,0212	0,0164	4,8E-7	2,1E-7	4,4E-7	0,0070	0,0042
	MA2	6,7E-5*	1,8383*	0,9592*	3,1E-6*	3,5E-5*	1,5E-5*	0,0576*	0,7820*
		2,5E-6	0,0901	0,0200	4,4E-7	5,1E-7	6,4E-6	0,0063	0,0186
	MA3	6,8E-5*	1,9481*	0,8641*	3,2E-6*	3,8E-5*	2,7E-5*	0,0556*	0,8320*
		2,0E-6	0,0102	0,0195	3,5E-8	1,4E-7	4,3E-7	0,0002	0,004

FONTE: O autor (2023).

Para complementar a comparação do desempenho dos métodos de ajuste dos sistemas de equações pode-se observar os gráficos de resíduos com modelagem de variâncias e autocorrelação por grupo de idades (FIGURA 17 a 20). Por meio da análise gráfica dos resíduos observa-se a mesma tendência das estatísticas de ajuste em que MA1 proporciona resíduos mais homogêneos para estimativa do afilamento e volume total, MA2 proporciona resíduos mais homogêneos para estimativa do volume acumulado e volume total. Já o método MA3 proporciona resíduos com menor tendenciosidade para estimativa do afilamento, volume acumulado e volume total.

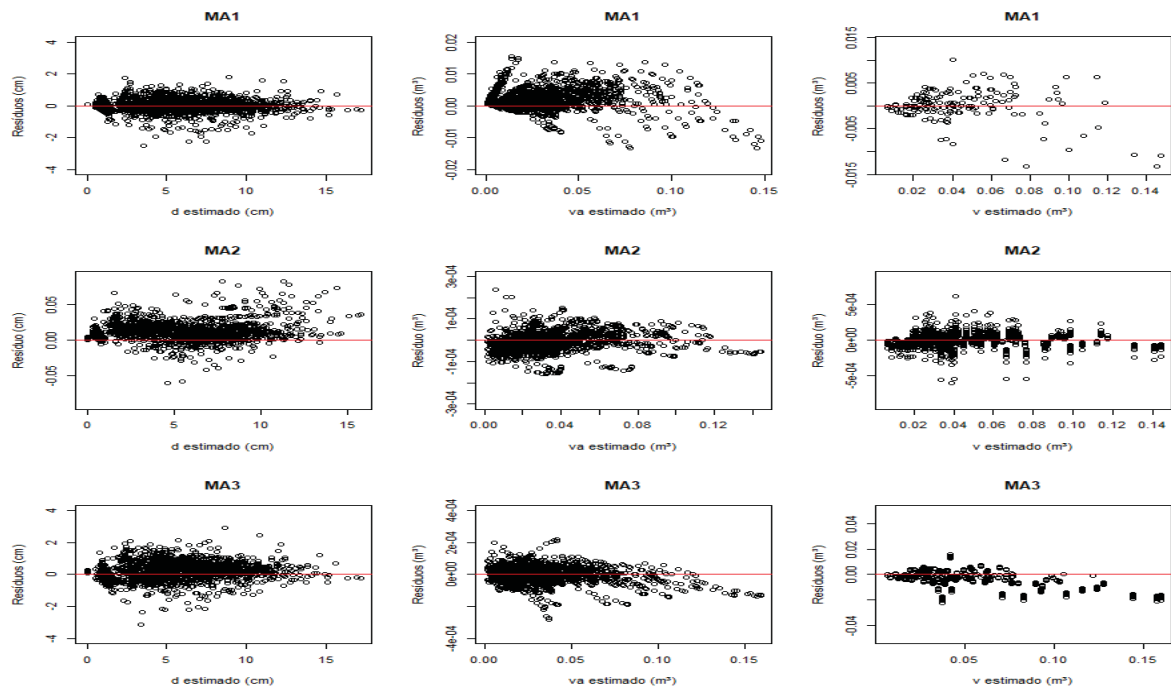
Dado o exposto, pelo conjunto de estatísticas e análises gráficas, o método mais apropriado para ajuste dos sistemas de equações compatíveis é o MA3 com regressão WNSUR.

FIGURA 17-RESÍDUOS PONDERADOS PARA ESTIMATIVA DO AFILAMENTO, VOLUME ACUMULADO E VOLUME TOTAL PELOS MÉTODOS MA1, MA2 E MA3 PARA O GRUPO DE IDADE (1,75-1,83).



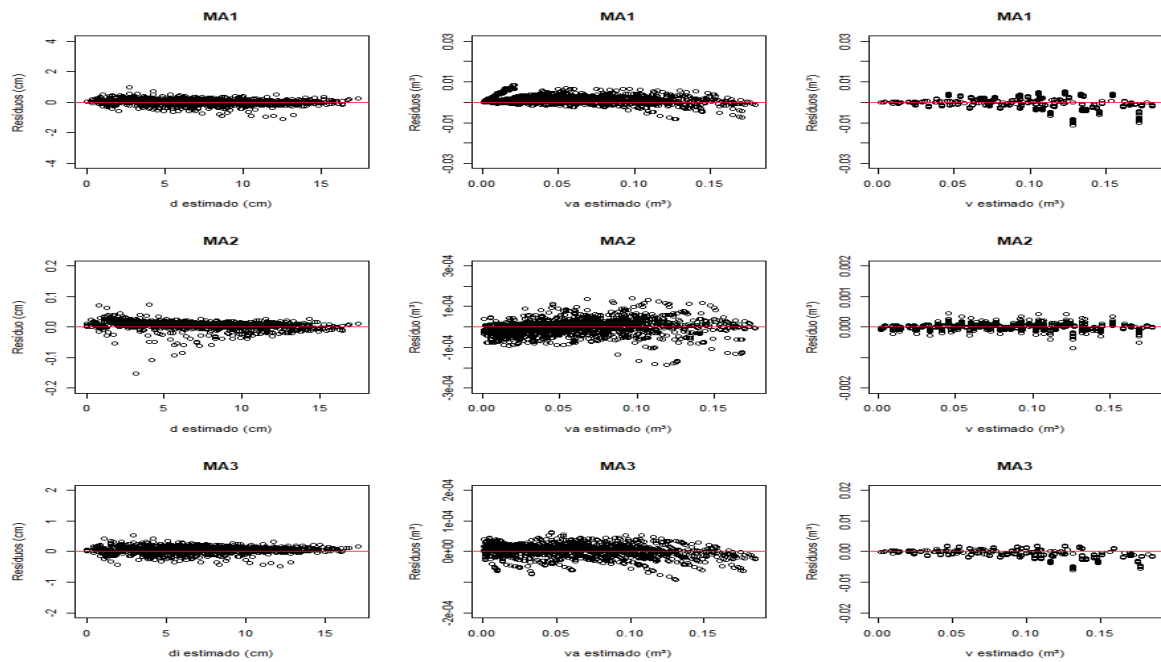
FONTE: O autor (2023).

FIGURA 18-RESÍDUOS PONDERADOS PARA ESTIMATIVA DO AFILAMENTO, VOLUME ACUMULADO E VOLUME TOTAL PELOS MÉTODOS MA1, MA2 E MA3 PARA O GRUPO DE IDADE (2,33-3,08).



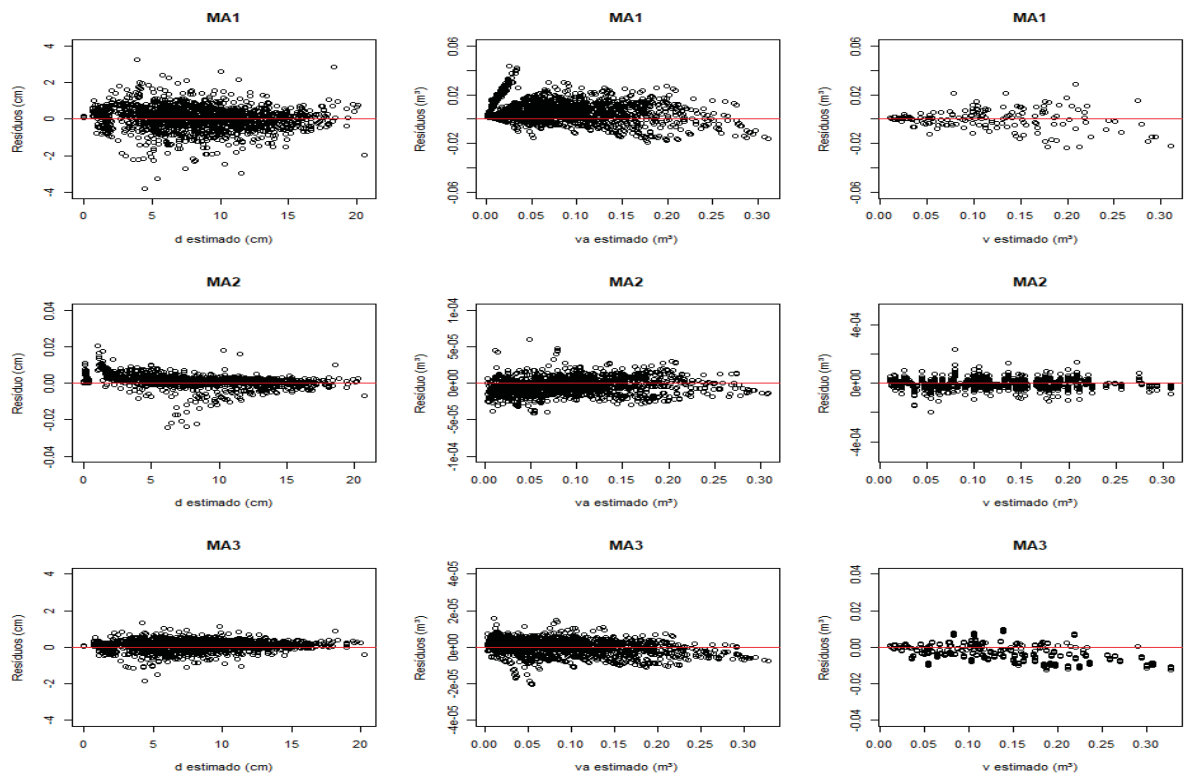
FONTE: O autor (2023).

FIGURA 19-RESÍDUOS PONDERADOS PARA ESTIMATIVA DO AFILAMENTO, VOLUME ACUMULADO E VOLUME TOTAL PELOS MÉTODOS MA1, MA2 E MA3 PARA O GRUPO DE IDADE (5-5,75).



FONTE: O autor (2023).

FIGURA 20-RESÍDUOS PONDERADOS PARA ESTIMATIVA DO AFILAMENTO, VOLUME ACUMULADO E VOLUME TOTAL PELOS MÉTODOS MA1, MA2 E MA3 PARA O GRUPO DE IDADE (9,83-10,75).



FONTE: O autor (2023).

5 DISCUSSÃO

O perfil do tronco das árvores altera-se entre os grupos de idade com troncos mais cônicos para a idade mais jovem (1,75-1,83) (Figura 3). Outros autores estudaram a relação da idade dos povoamentos com o afilamento do tronco das árvores e mencionam que alguns atributos do povoamento como (espaçamento, idade, sítio, classe diamétrica, material genético), dentre outros, exercem influência sobre a forma do tronco das árvores (LARSON, 1963; FINGER, 1992; SCHNEIDER, 1996; SCOLFORO e THIERSCH, 2004). Figueiredo Filho et al. (2015) mencionam que em geral esses resultados são esperados do ponto de vista biométrico com redução do afilamento conforme o avanço da idade tornando-se troncos mais cilíndricos.

Árvores jovens, de crescimento livre, têm longas copas e, conseqüentemente, maior afilamento e, quando em competição sua copa tende a reduzir, o tronco livre tende a aumentar logo cedo, melhorando a forma do tronco principal (SCOLFORO e FIGUEIREDO FILHO, 1998). Segundo FIGUEIREDO FILHO (1991), a relação do fator de forma natural com a idade, mostra que a melhora da forma nas idades jovens é bastante rápida, estabilizando-se com o passar do tempo. Normalmente, o que ocorre é que as árvores jovens têm uma copa comprida e uma forte conicidade

Dada a influência do fator idade na forma do tronco das árvores espera-se que o agrupamento da base de dados em grupos de idades proporcione estimativas mais acuradas do afilamento e volume total, uma vez que diminui a variabilidade dos dados e melhora a exatidão nas estimativas pelas equações ajustadas (KOEHLER e FIGUEIREDO-FILHO, 2013; ZHAO et al., 2019).

Com base nos resultados, dentre os três sistemas de equações compatíveis testados, o sistema de Fang e Zhao proporciona estimativas do afilamento, volume acumulado e volume total mais acurado, sendo recomendado para a espécie acácia-negra (*Acacia mearnsii*). O sistema de Fang é uma função segmentada exponencial que assume que o tronco das árvores apresenta três seções com forma diferentes. O sistema compatível é composto por três equações, sendo uma função de afilamento, uma equação de volume comercial e uma equação de volume total (FANG et al. 2000; TANG et al. 2016).

A superioridade nas estimativas obtidas pelo sistema de Fang observada neste estudo já foi comprovada e relatada em outros trabalhos com sistemas de equações compatíveis. Dentre eles, DIÉGUEZ-ARANDA et al. (2006) que testou

vários sistemas de equações não segmentados, segmentados e de forma variável para pinheiro silvestre no noroeste da Espanha e constatou que o sistema de Fang explica 97,6% da variação do afilamento e volume total, resultado semelhante ao encontrado nesse estudo com $r^2(\%)$ variando de 96% a 99%. Dentre os diferentes sistemas de equações testados, DIÉGUEZ-ARANDA et al. (2006), mencionam que o sistema proposto por FANG et al. (2000) apresentou as melhores estatísticas de ajuste com distribuição apropriada dos resíduos e consequentemente gerando estimativas acuradas para o afilamento e volume total.

Resultados acurados também foram encontrados por Sánchez-Banda et al. (2022), que testou os sistemas de Max and Burkhart (1976), McClure e Czaplewski (1986) e Fang et al. (2000) para povoamentos clonais de *Acacia mangium* em Tabasco no México e constatou que o sistema de Fang explica de 94% a 98% da variação do afilamento e volume total, resultado semelhante ao encontrado nesse estudo com $r^2(\%)$ variando de 96% a 99%.

O sistema de oito coeficientes pode ser implementado nos *softwares* com baixo custo computacional para encontrar a convergência e significância dos coeficientes. A facilidade de implementação do sistema em um software computacional também foi afirmada por FANG et al. (2000). A significância dos coeficientes também foi relatada por TANG et al. (2016) que ajustou o sistema de Fang para plantações de Abetos Chinês e encontrou resultados significativos ao nível de 0,001, com resultados acurados explicando mais de 98% das variações do afilamento e volume total.

Os modelos segmentados, assim como o sistema de Fang, são flexíveis para modelar a forma do tronco das árvores considerando as diferentes formas geométricas que estas podem apresentar. Os modelos segmentados dividem os troncos em três ou mais segmentos, tornando mais flexíveis resultando em menor viés para estimativa do afilamento e volume (DEMAERSCHALK E KOZAK, 1977; CAO et al. 1980; PARRESOL et al. 1987; FANG et al. 2000; MÔRA, 2015).

O sistema de Zhao foi desenvolvido a partir da equação de relação de volume proposto por Zhao e Kane (2017) e teve sua compatibilização desenvolvida por Zhao et al. (2019). Esse sistema pelo seu recente desenvolvimento e publicação não foi encontrado trabalhos na literatura com o ajuste do sistema por outros autores. Após a sua compatibilização por Zhao et al. (2019) o sistema foi testado e avaliado para estimativa do afilamento e volume com uma base de dados da espécie de pinheiro

do norte da Flórida e os resultados foram acurados explicando mais de 97% das variações do afilamento e volume total. Resultados semelhantes ao encontrado nesse estudo com $r^2(\%)$ de 96% a 99%.

A superioridade do sistema de Zhao quando comparado ao sistema de Max e Burkhardt também foi relatado por (Zhao et al. 2019) que desenvolveu a compatibilização dos dois sistemas. Os autores concluíram que o primeiro sistema derivado de uma equação de volume comercial recém-publicada (Zhao e Kane 2017) pode ser competitivo com o sistema derivado da conhecida equação de Max e Burkhardt (1976) para a estimativa do afilamento, e superior nas estimativas de volume comercial e total.

Na comparação dos resultados dos sistemas compatíveis ajustados sem e com (w) modelagem da variância dos resíduos, observou-se que as estatísticas de ajuste foram semelhantes, porém quando analisado os gráficos de resíduos verifica-se variâncias heterocedasticas no ajuste sem pesos principalmente para o volume acumulado e volume total.

A heterocedasticidade das variâncias dos resíduos que é observado mais fortemente na construção de equações de volume (TANG et al., 2016) violam os pressupostos de homogeneidade das variâncias da regressão. Isso ocorre quando a variância aumenta de forma notável à medida que aumenta o valor da variável dependente (ÁLVAREZ-GONZÁLEZ; ROQUE-SOALLEIRO; ROJO-ALBORECA, 2007), de tal forma que árvores maiores apresentaram maior variabilidade volumétrica, ou seja, a variância do volume é proporcional ao tamanho das árvores.

O problema da heterocedasticidade foi corrigido com a modelagem e aplicação da matriz de pesos (w), resultando na estabilização das variâncias residuais conforme pode ser evidenciado nos gráficos de resíduos ponderados (Figura 16 a 19), e como demonstrado também nos trabalhos de (PARRESOL, 2001; DIÉGUEZ-ARANDA et al. 2006; TANG et al., 2016; ZHAO et al., 2019; ZEA et al. 2020). A modelagem da variância residual permite obter coeficientes mais eficientes, com menor erro padrão conforme observado neste estudo (Tabela 29), validando os testes estatísticos usando distribuições t ou F, garantindo maior acurácia nas predições (NETER et al. 1990; DIÉGUEZ-ARANDA et al., 2006; TANG et al., 2016).

Neste trabalho, a base de dados de afilamento e volume acumulado contém múltiplas observações em cada árvore, isso pode resultar em autocorrelação dos resíduos de cada indivíduo, o que viola a suposição de erros independentes e pode

afetar seriamente os erros padrão dos coeficientes (NETER et al. 1990). Para corrigir esse problema foi utilizado uma função autorregressiva contínua de segunda ordem AR(2), também recomendada por (DIÉGUEZ-ARANDA et al., 2006; TANG et al., 2016 e ZHAO et al. 2019).

Outros autores testaram e recomendaram a função autorregressiva de segunda ordem para corrigir a dependência residual, dentre outros, Diéguez-Aranda et al., (2006); Tang et al. (2016) e López-Martínez et al., (2020). Funções de terceira ordem em diante podem ser testadas, conforme Zhao et al. (2019) que aplicaram outras estruturas de autocorrelação e sugeriram que a melhora é mínima em comparação com a AR(2). O único propósito da correção de autocorrelação é melhorar a interpretação das propriedades estatísticas do modelo (TANG et al., 2016), portanto, os coeficientes de autocorrelação são descartados em aplicações práticas (DIÉGUEZ-ARANDA et al., 2006).

Os coeficientes dos sistemas de equações compatíveis foram estimados por MA1, MA2 e MA3, a qual observa-se diferenças nas estimativas dos coeficientes e erros padrões devido ao método de ajuste. Essas diferenças estão associadas a otimização dos coeficientes entre os métodos de ajuste, conforme também relatado por Zhao et al. (2019), os coeficientes em MA1 são otimizados apenas para o afilamento, MA2 são otimizados para volume acumulado e volume total e no MA3 todos os coeficientes do sistema são otimizados para o afilamento, volume acumulado e volume total.

A comparação do desempenho dos métodos de ajuste (MA1, MA2 e MA3) foi realizada apenas com o sistema de Fang, conforme descrito no tópico 4.5 na comparação dos métodos de ajuste. Observou-se que o método MA1 proporciona resultados mais acurados nas estimativas do afilamento e volume total, MA2 proporcionou resultados mais acurados para estimativa do volume acumulado e volume total e MA3 proporciona estimativas semelhantes e acuradas para as três variáveis estimadas, as quais são o afilamento, volume acumulado e volume total.

Uma equação de afilamento é considerada boa quando estima apropriadamente o afilamento e o volume de madeira para usos múltiplos que serão fundamentais para o planejamento da produção florestal. Contudo, essa situação nem sempre acontece, porque o erro associado ao ajuste da função de afilamento, tem efeito diferente no erro para estimativa do volume (MUNRO; DEMAERSCHALK,

1974; LI; WEISKITTEL, 2010). Esse problema pode ser resolvido por meio do método MA3.

Comparando os três métodos de ajuste por meio do conjunto de estatísticas e análises gráficas, o método mais adequado para ajuste dos sistemas de equações compatíveis é o MA3 com regressão WNSUR. As equações de afilamento e volume em um sistema de equações compatíveis compartilham o mesmo conjunto de coeficientes de modo que o ajuste simultâneo ponderado (WNSUR) é recomendado (FANG et al. 2000). Os resultados desse trabalho corroboram com essa recomendação.

O ajuste simultâneo dos sistemas compatíveis de equações, como o de Fang, permitem minimizar simultaneamente a soma de quadrados do erro de ambas as equações e não prioriza apenas uma delas como acontece nos ajustes independentes (FANG; BAILEY, 1999; ÁLVAREZ-GONZÁLEZ; ROQUE-SOALLEIRO; ROJO-ALBORECA, 2007; ZHAO et al., 2019). Além disso, este método proporciona erro padrão dos coeficientes menores devido a inclusão da correlação contemporânea nos ajustes (DIÉGUEZ-ARANDA et al., 2006; ZHAO et al. 2019), conforme também observado neste trabalho com menor erro padrão dos coeficientes para o MA3 (Tabela 29), aditividade e flexibilidade em relação às equações de afilamento tradicionais (FANG et al. 2000, LI e WEISKITTEL 2010).

Outro problema, não menos importante que pode ser resolvido com a metodologia utilizada neste trabalho, é a incompatibilidade nas estimativas do volume por equações de afilamento e de volume ajustadas de forma independente que corresponde a um erro não amostral, impactando nas informações do inventário e, conseqüentemente, no planejamento da produção florestal. Os resultados deste trabalho por meio do método MA3 garantem a consistência numérica dos sistemas de equações e compatibilidade nas estimativas de afilamento e volume das árvores, conforme também relatado por Zhao et al. (2019), que afirmam que os três métodos podem ser utilizados para garantir a consistência numérica, dentre eles, o ajuste simultâneo das equações de afilamento e volume (VAN DEUSEN 1988, FANG et al. 2000).

Diante do exposto, foram obtidas as seguintes respostas para a presente pesquisa:

- Quais são os sistemas de equações que devem ser selecionados? Recomenda-se a utilização dos sistemas de Fang et al. (2000) e Zhao et al. (2019).
- A modelagem da estrutura da variância e autocorrelação dos resíduos é suficiente para atender as condicionantes básicas da regressão? Sim, a modelagem da variância e autocorrelação proporcionam resultados mais eficientes, especialmente devido a redução do erro padrão dos coeficientes.
- Qual a eficiência dos sistemas equações ajustados por WNSUR (regressão não lineares aparentemente não relacionadas ponderada) quando comparados com os sistemas ajustadas de forma independente? Os sistemas ajustados por WNSUR proporcionam resultados mais acurados para estimativa do afilamento e volume com menor erro padrão dos coeficientes.

5.1 CONCLUSÃO

Todas as perguntas formuladas foram devidamente respondidas. Os sistemas de equações compatíveis ajustados de forma simultânea com modelagem de variâncias e autocorrelação é uma técnica apropriada com potencial para aplicações práticas em inventários florestais.

- Os sistemas de equações compatíveis proposto de Fang et al. (2000) e Zhao et al. (2019) indicaram resultados mais acurados para estimativa do afilamento e volume.
- Os sistemas de equações ajustados considerando a modelagem de variâncias e autocorrelação dos resíduos revelou resultados mais eficientes, especialmente devido a redução no erro padrão dos coeficientes.
- A regressão aparentemente não relacionada ponderada proporciona melhores resultados no ajuste dos sistemas de equações compatíveis, quando comparado com o ajuste independente. Portanto, é o método mais apropriado e indicado para utilização.
- O perfil do tronco das árvores de acácia-negra (*Acacia mearnsii*) altera-se com o avanço da idade tornando-se troncos mais cilíndricos.

REFERÊNCIAS

- ALBA, F. S. **Variance Composition and Assessment of Uncertainty in Volume and Aboveground Biomass Estimates**. 80f. Tese (Doutorado em Engenharia Florestal) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2023.
- BARRIO ANTA, M.; DIÉGUEZ-ARANDA, U.; CASTEDO-DORADO, F.; ÁLVAREZ GONZÁLEZ, J.G.; VON GADOW, K. Merchantable volume system for pedunculate oak in northwestern Spain. **Annals of Forest Science**, v. 64, n. 5, p. 511-520, 2007.
- BEHLING, A.; HASSAN D. C.; DEMETRIO, C. G. B.; SANQUETTA, C. R.; CORTE, A. P. D.; WOYCIKIEWICZ, A. P. Additivity of volume components of tree stem. **Floresta**, v.50, n.1, p. 905 - 914, 2020.
- BEHLING, M.; KOEHLER, H. S.; BEHLING, A. Compatibility between the spurr function volume and the kozak taper function and quintic polynomial volumes for black wattle trees. **Floresta**, v. 51, p. 521-530, 2021.
- BURKHART, H. E. Cubic-foot volume of Loblolly Pine to any merchantable top limit. **Southern Journal Applied Forestry**, Bethesda, v.1, n.1, p.7-9, 1977.
- CAO, Q. V.; BURKHART, H. E.; MAX, T. A. Evaluating of two methods for cubic-volume prediction of Loblolly Pine to any merchantable limit. **Forest Science**, Washington, v.26, n.1, p.71-80, 1980.
- CASTILLO-LÓPEZ, A.; QUIÑONEZ-BARRAZA, G.; DIÉGUEZ-ARANDA, U.; CORRAL-RIVAS, J. J. Compatible taper and volume systems based on volume ratio models for four pine species in Oaxaca Mexico. **Forests**, v.12, n.2, p.1-15, 2021.
- CLUTTER, J.L. Development of taper functions from variable-top merchantable volume equations. **Forest Science**, Washington, v. 26, n. 1, p. 117-120, 1980.
- CORRAL-RIVAS, J. J.; VEGA-NIEVA, D. J.; RODRÍGUEZ-SOALLEIRO, R.; LÓPEZ-SÁNCHEZ, C. A.; WEHENKEL, C.; VARGAS-LARRETA, B.; ÁLVAREZ-GONZÁLEZ J. G.; RUIZ-GONZÁLEZ, A. D. Compatible system for predicting total and merchantable stem volume over and under bark, branch volume and whole-tree volume of pine species. **Forests**, v.417, n.8, p.1-18, 2017.
- COSTA JUNIOR, S.; SILVA, D. A.; SANQUETTA, C. R.; BEHLING, A.; SIMON, A. A.; TRAUTENMULLER, J. W.; FERRAZ, F. A. Quantificação dos estoques de biomassa de *Acacia mearnsii* de Wild. em diferentes idades e locais de cultivo. **Scientia Forestalis**, v. 46, p. 614-625, 2018.
- CRECENTE-CAMPO, F.; ALBORECA, A.; DIÉGUEZ-ARANDA, U. A merchantable volume system for *Pinus sylvestris* L. in the major mountain ranges of Spain. **Annals of Forest Science**, v. 40, p.1-12, 2009.
- DEMAERSCHALK, J. P. **An integrated system for the estimation of tree taper and volume**. Dissertação (mestrado em florestal). Universidade de British Columbia, departamento de florestal. 1971. 65 p.

DEMAERSCHALK, J. P. Converting volume equations to compatible taper equations. **Forest Science**, Washington, v.18, n.3, p.241–245, 1972.

DIÉGUEZ-ARANDA, U.; CASTEDO-DORADO, F.; ÁLVAREZ-GONZÁLEZ, J. G.; ROJO, A. Compatible taper function for Scots pine plantations in Northwestern Spain. **Canadian Journal of Forest Research**, Ottawa, v.36, n.5, p.1190–1205, 2006.

ELZHOV, T. V. et al. minpack.lm: **R Interface to the Levenberg-Marquardt Nonlinear Least-Squares Algorithm Found in MINPACK, Plus Support for Bounds**. R package version 1.2-1. 2016.

FANG, Z.; BAILEY, R. L. Compatible volume and taper models with coefficients for tropical species on Hainan island in Southern China. **Forest Science**, v. 100, p.45–85, 1999.

FANG, Z.; BORDERS, B. E.; BAILEY, R. L. Compatible volume taper models for loblolly and slash pine based on a system with segmented-stem form factors. **Forest Science**, v.46, n.1, p. 1-12, 2000.

FIGUEIREDO FILHO, A. **Influência da resinagem no crescimento de *Pinus elliotii* Engelm. var. *elliotti* e sua avaliação econômica**. 155f. Tese (Mestrado em Engenharia Florestal) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 1991.

FINGER, C. A. G. **Fundamentos de biometria florestal**. Santa Maria: UFSM, CEPEF - FATEC, p. 269, 1992.

GOULDING, C. J.; MURRAY, J. C. Polynomial taper equations that are compatible with tree volume equations. **New Zealand Journal of Forestry Science**, Tiergartenstr, v.5, n.3, p.313–322, 1976.

HARVEY, A. C. Estimating regression models with multiplicative heteroscedasticity. **Econometrica**, v.44, n.3, p. 461-465, 1976.

JIANG, L.; BROOKS, J.R.; WANG, J. Compatible taper and volume equations for yellow-poplar in West Virginia. **Forest Ecology and Management**, v.213, p.399-409, 2005.

JORDAN, L.; BERENHAUT, K.; SOUTER, R.; DANIELS, R. F. Parsimonious and completely compatible taper, total, and merchantable volume models. **Forest Science**, v.51, n.6, p. 578–584, 2005.

KMENTA, J. **Elements of econometrics**. New York: Macmillan Publishing Company, 1986.

KOHLER, S. V.; KOEHLER, H. S.; FIGUEIREDO FILHO, A. Modelos de afilamento para *Pinus taeda* por classes de idade. **Floresta e Ambiente**, Seropédica, v.20, n.4, p.470-479, 2013.

KRISNAWATI, H. A compatible estimation model of stem volume and taper for *Acacia mangium* Willd. plantations. **Indonesian Journal of Forestry Research**, v.3, n.1, p.49-64, 2016.

LI, R.; WEISKITTEL, A.R. Comparison of model forms for estimating stem taper and volume in the primary conifer species of the North American Acadian Region. **Annals of Forest Science**, v. 67, n. 3, p. 1-16, 2010.

LÓPEZ-MARTÍNEZ, J. O.; VARGAS-LARRETA, B.; AGUIRRE-CALDERÓN, O. A.; AGUIRRE-CALDERÓN, C. G.; MACARIO-MENDOZA, P. A.; MARTÍNEZ-SALVADOR, M.; ÁLVAREZ-GONZÁLEZ, J. G. Compatible taper-volume systems for major tropical species in Mexico. **Forestry**, v.93, n. 1, p. 56-74, 2020.

LYNCH, T. B. et al. Deriving compatible taper functions from volume ratio equations based on upper-stem height. **Canadian Journal of Forest Research**, v.47, n.1, p. 1424-1431, 2017.

MARTIN, J. A. **Taper, and volume equations for selected Appalachian hardwoodspecies** (Res. Pap. NE-490). USDA For. Serv., 22 p, 1981.

MAX, T. A.; BURKHART, H. E. Segmented polynomial regression applied to taper equation. **Forest Science**, v. 22, n. 3, p. 283–289, 1976.

NETER, J.; WASSERMAN, W.; KUTNER, M. H. **Applied linear statistical models: regression, analysis of variance and experimentais designs**. 3 ed. Irwin, Boston, Mass. 1990.

NUNES, L.; TOMÉ, J.; TOMÉ, M. A system for compatible prediction of total and merchantable volumes allowing for different definitions of tree volume. **Canadian Journal of Forest Research**, v.40, n.4, p.747-760, 2010.

ÖZÇELİK, R., CAO, Q. V. Evaluation of fitting and adjustment methods for taper and volume prediction of black pine in Turkey. **Forest Science**, v.53, n.4, p. 349-355, 2017.

ÖZÇELİK, R.; BROOKS, J. R. Compatible volume and taper models for economically important tree species of Turkey. **Annals of Forest Science**, v. 69, p. 105-118, 2012.

PARRESOL, B. R. Additivity of nonlinear biomass equations. **Canadian Journal of Forest Research**, v. 31, p. 865-878, 2001.

PARRESOL, B. R. Assessing tree and stand biomass: a review with examples and critical comparisons. **Forest Science**, v. 45, p. 573-593, 1999.

POMPA-GARCÍA, M.; CORRAL-RIVAS, J. J.; HERNÁNDEZ-DÍAZ, J. C.; ALVAREZ-GONZÁLEZ, J. G. A system for calculating the merchantable volume of oak trees in the northwest of the state of Chihuahua, Mexico. **Jornal of Forestry Research**, v.20, n.4, p.293-300, 2009.

QUIÑONEZ-BARRAZA, G.; SANTOS-POSADAS, H. M.; ÁLVAREZ-GONZALES, J. G.; VELÁSQUEZ-MARTÍNEZ, A. Compatible taper and merchantable volume system for major pine species in Durango, Mexico. **Agrociencia**, v.48, p.553-567, 2014.

QUIÑONEZ-BARRAZA, G.; ZHAO, D.; SANTOS-POSADAS, H. M. Compatible taper and stem volume equations for five pine species in mixed-species forests in Mexico. **Forest Science**, v.65, n.5, p.602-613, 2019.

R CORE TEAM. R: **A language and environment for statistical computing**. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria, 2022. Disponível em <https://www.R-project.org/>.

SÁNCHEZ-BANDA, M. B.; SANTOS-POSADAS, H. M.; VALDEZ-LAZALDE, J. R. Heartwood functions and compatible taper and merchantable volume systems for *Acacia mangium* willd. in Tabasco, Mexico. **Agrociencia**, v.56, n.1, p.88-107, 2022.

SAS Institute Inc. **SAS® On Demand for Academics**. Cary, NC: SAS Institute Inc., 2022. Disponível em <https://odamid-usw2.oda.sas.com/SASODAControlCenter/>.

SCHNEIDER, P. R.; FINGER, C. A. G.; KLEIN, J. E. M.; TOTTI, J. A.; BAZZO, J. L. Forma do tronco e sortimentos de madeira de *Eucalyptus grandis* Maiden para o estado do Rio Grande do Sul. *Ciência Florestal*, v.6, n.1, p.79-88, 1996.

SCHUMACHER, F. X.; HALL, F. S. Logarithmic expression of timber-tree volume. **Journal of Agricultural Research**, Washington, v.47, n.9, p.719-734, 1933.

SCOLFORO, J. R. S. THIERSCH, C. R. **Biometria florestal**: medição, volumetria e gravimetria. Lavras: UFLA/FAEPE, 2004. 285 p.

SHARMA, M.; ODERWALD, R. G. Dimensionally compatible volume and taper equations. **Canadian Journal of Forest Research**, Ottawa, v.31, n.5, p.797-803, 2001.

SPURR, S. H. **Forest inventory**. Ronald Press Co., New York, 1952.

TANG, X.; PÉREZ-CRUZADO, C.; FEHRMANN, L.; ÁLVAREZ-GONZÁLEZ, J. G.; LU, Y.; KLEINN, C. Development of a compatible taper function and stand-level merchantable volume model for Chinese fir plantations. **PloS one**, v.11, n.1, 2016.

VAN DEUSEN, P. Simultaneous estimation with a squared error loss function. **Canadian Journal of Forest Research**, v.18, p.1093-1096, 1988.

ZELLNER, A. An efficient method of estimating seemingly unrelated regressions and tests for aggregation bias. **Journal of the American statistical Association**, v.57, n.98, p. 348-368, 1962.

ZHAO, D. et al. Compatibility, development, and estimation of taper and volume equation systems. **Forest Science**, v.65, n.1, p.1-13, 2019.

ZHAO, D.; KANE M. New variable-top merchantable volume and weight equations derived directly from cumulative relative profiles for loblolly pine. **Forest Science**, v.63, n.3, p.261-269, 2017.