MARIA FERNANDA DA ROSA MIRANDA

A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE ESTRUTURA ALGÉBRICA NA 2ª SÉRIE DO ENSINO FUNDAMENTAL

CURITIBA
2007

MARIA FERNANDA DA ROSA MIRANDA

A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE ESTRUTURA ALGÉBRICA NA 2ª SÉRIE DO ENSINO FUNDAMENTAL

Monografia apresentada à Universidade Federal do Paraná, como exigência parcial para obtenção do Título de Especialista em Organização do Trabalho Pedagógico.
Orientadora: Prof.ª Dra.ª Maria Tereza Carneiro Soares

CURITIBA

2007

A Deus, que nos acompanha a cada dia.

Para meu marido Fabiano, pelo apoio, carinho e compreensão demonstrados durante a execução deste trabalho..

Aos meus familiares, especialmente meus pais, que sempre apoiaram meus projetos.

AGRADECIMENTOS

À Prof.ª Dr.ª Maria Tereza Carneiro Soares, pelo apoio, dedicação, compreensão e companheirismo.

Ao corpo docente do curso de Especialização Organização do Trabalho Pedagógico da Universidade Federal do Paraná (2005-2006),
por tudo que me ensinaram.

Nada podes ensinar a um homem.
Podes apenas ajudá-lo a descobrir coisas dentro de si mesmo.
(Galileu Galilei)

SUMÁRIO

I – JUSTIFICATIVA E DELIMITAÇÃO DO PROBLEMA

Como educadora, o processo de educação matemática esteve sempre muito presente em minha vida. A vontade de compreender o processo de aquisição dos conceitos matemáticos e as hipóteses formuladas pelas crianças foi sempre uma constante em minha vida profissional. Justamente essa vontade despertou o interesse por um aprofundamento maior nesta área.

Durante meu curso de graduação, pude iniciar estudos e leituras sobre o assunto, pesquisando os conhecimentos que as crianças têm sobre o sistema de numeração antes de serem ensinadas formalmente sobre ele e, além disso, como esses conhecimentos podem ser utilizados em sala de aula.

Trabalhando com a Educação Infantil e séries iniciais do Ensino Fundamental em uma escola da rede particular, na cidade de Curitiba, pude vivenciar um pouco do modo como as crianças constroem a noção de número. Porém as dúvidas e questionamentos eram constantes. Pude observar crianças em diferentes idades e momentos elaborando estratégias pessoais e hipóteses a partir da necessidade de solucionar um problema.

No ano de 2006 ao trabalhar com alunos de 2ª série do ensino fundamental (crianças de 7 e 8 anos) procurei incentivá-los a utilizar estratégias pessoais ao resolver problemas e em seguida solicitei que explicassem seu raciocínio aos demais alunos da classe e à professora.

É importante ressaltar aqui, que acompanho aqueles que conceituam problema como uma situação ainda não ensinada, ou seja, sem um padrão prévio de solução (Vergnaud, 1991; Starepravo, 2001).

No início, esse tipo de intervenção provocava certa insegurança nos alunos, que procuravam "números" para fazer "continhas" e percebiam que muitas vezes o resultado era absurdo. Com o passar do tempo, minha intervenção colocando questões sobre o modo como eles resolviam o problema, possibilitou que começassem a aparecer estratégias pessoais e raciocínios próprios, uma variedade de tipos de notação, desde desenhos até resoluções com uso de algoritmos por estimativa. Curiosamente ou não, as estratégias pessoais dos alunos seguiam raciocínios com caminhos opostos aos ensinados convencionalmente na escola. As notações mais primitivas mostravam desenhos, riscos, marcas para a resolução do problema. Outras notações eram mais elaboradas, tanto no registro como na notação. Por exemplo, ao somar parcelas iguais, as crianças tendem a somar primeiro as dezenas e depois as unidades, ao contràrio do que é ensinado na escola.

Durante meu curso de graduação em Pedagogia, na PUC-PR, pude iniciar meus ensaios em pesquisas acadêmicas relacionadas à educação matemática, através de um trabalho monográfico que objetivou, principalmente a análise dos conhecimentos prévios que as crianças trazem à escola, antes mesmo de serem ensinadas formalmente sobre eles.

Na ocasião, pesquisei alunos na faixa etária entre 5 e 6 anos e propus atividades que envolviam números considerados altos para a faixa etária e para a série que cursavam. Pude perceber que, mesmo antes de serem ensinadas, as crianças possuem conhecimentos, formulam hipóteses e percebem regularidades no nosso sistema de numeração. Porém, na escola é comum que os alunos sejam recebidos como se nada soubessem sobre números antes de serem ensinados formalmente sobre eles. A maioria dos professores ainda trabalha apresentando os números às crianças de maneira fragmentada e isolada, desconhecendo ou desconsiderando que elas tenham conhecimentos e hipóteses sobre os mesmos. Não é difícil imaginar que as crianças que vivem em ambientes urbanos e encontram números em diversos lugares (nas fachadas das casas, na etiqueta da própria roupa, no calçado, nas placas de carros, etc), façam idéia de sua função e natureza antes de ter uma professora à sua frente para expor sobre o assunto.

Na busca por um maior aprofundamento e, principalmente, procurando compreender as estratégias das crianças ao se depararem com um novo problema matemático, é que surgiu a vontade de elaborar essa pesquisa. A necessidade de compreender e assim poder intervir positivamente na aprendizagem de meus alunos também é um dos motivos que me impulsionou a realizá-la e assim aprimorar e melhorar cada vez mais minha prática profissional.

No âmbito de uma prática de ensino da Matemática baseada na resolução de problemas, o presente trabalho busca identificar e analisar as diferentes notações que os alunos de uma segunda série do Ensino Fundamental (8 anos), de uma escola particular do município de Colombo, possam vir a produzir quando se deparam com uma situação, em que um padrão matemático de solução não lhes foi previamente ensinado.

A iniciação à álgebra nas séries iniciais tem sido estudada e discutida no âmbito da educação matemática. Bons resultados têm sido alcançados quando, ainda nas primeiras séries do ensino fundamental, professores apresentam problemas de cunho algébrico, desafiando os alunos a encontrarem suas soluções. Para esta pesquisa, foi escolhido um problema de estrutura algébrica, composto de duas incógnitas, buscando analisar a maneira que os alunos encontram para solucionar tais tipos de problema.

Configura-se então o problema desta pesquisa através da questão: Como alunos de 2ª série (7 e 8 anos) solucionam problemas que evocam estrutura algébrica do tipo equação do primeiro grau com duas incógnitas, antes de ser ensinado um padrão matemático de solução?

II – REVISÃO DE LITERATURA E FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Após delimitado e justificado o problema de investigação desta pesquisa, inicia-se a revisão de literatura e a fundamentação teórica com uma discussão sobre a educação matemática nas séries iniciais seguida de apontamentos teóricos sobre a resolução de problemas no âmbito escolar.

1 – A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NAS SÉRIES INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL.

Os números e a numeração escrita sempre estiveram e sempre estarão presentes na vida das pessoas. Ao contrário do que se pensava, as crianças percebem que existem números por toda a parte e, portanto fazem idéia e formulam hipóteses sobre eles antes mesmo de serem ensinadas.

Ao entrar na escola, esses conhecimentos prévios eram como que "negados" pela grande maioria dos professores. A escola tradicional criava um verdadeiro abismo entre o conhecimento formal, dos seus programas curriculares e o conhecimento informal trazido para a sala de aula elaborado pelos alunos em suas relações sociais. Zunino (1995), nos descreve a partir de uma entrevista realizada com professores de matemática na Venezuela: "Outros professores, porém, não conseguem imaginar que as crianças possam aprender alguma coisa sem que exista uma intervenção específica de ensino". (ZUNINO, 1995, p. 10)

Pesquisas e estudos realizados acerca da educação matemática e da aprendizagem dos conceitos matemáticos, como a de Kamii (2002) têm mostrado que o conhecimento lógico-matemático é construído por cada criança a partir da interação que fazem com o ambiente em que vivem. Talvez seja esse um dos motivos para tanta resistência de grande parte dos alunos para aprender Matemática, a falta de vinculação do conhecimento matemático da escola com o utilizado no nosso dia-a-dia.

Carraher, Carraher e Schliemann (2001), em vasta pesquisa sobre as relações da matemática escolar e a matemática como atividade humana apontam que a matemática ensinada na escola é apenas uma das formas de se fazer matemática e que, muitas vezes não dá conta de ensinar o suficiente para os alunos resolverem seus problemas do cotidiano. Isso porque em sua pesquisa, concluíram que crianças verdadeiramente habilidosas nas relações matemáticas do dia-a-dia (dar trocos, visualizar a área de determinado espaço, dividir dinheiro entre colegas) eram considerados alunos fracassados na matemática ensinada na escola.

Continuando com os autores citados, temos algumas constatações, do estudo que fizeram, sobre a discrepância entre o desempenho das crianças em contexto informal e em contexto escolar:

> A primeira constatação é que existem múltiplas lógicas corretas na resolução de cálculos. A escola nos ensina como deveríamos multiplicar, subtrair, somar e dividir; esses procedimentos formais, quando seguidos corretamente, funcionam. Entretanto, as crianças e adolescentes no estudo demonstraram utilizar métodos de resolução de problemas que, embora totalmente corretos, não são aproveitados pela escola.
> Outra interpretação que poderia surgir para os resultados deste estudo é a de que nossos sujeitos são mais concretos, resolvendo os problemas concretos (situação natural) problemas verbais escolares, com mais facilidade que os problemas "abstratos" (contas consistindo exclusivamente de números e operações, sem contexto específico).
> Em síntese, neste estudo a combinação do método etnográfico com o método clínico piagetiano mostrou-se especialmente adequada na descoberta da competência numérica de crianças que, em contextos mais próximos do escolar, apresentam rendimento insatisfatório.

Sobre o assunto, Starepravo (2001) relata que "sem levar em conta os conhecimentos que os alunos trazem para a sala de aula, construídos a partir das experiências com os objetos do seu meio, a escola acaba impondo uma grande distância entre o conhecimento escolar e o conhecimento informal da criança, o elaborado em suas interações com o meio-ambiente em que vive". (STAREPRAVO, 2001, p.2).

Sabendo-se disso, cabe ao professor considerar válidas estas experiências, sabendo utilizá-las em sala de aula como ferramenta de motivação e confronto entre o conhecimento prévio e o conhecimento a ser adquirido. Esta mudança busca desenvolver uma proposta mais adequada que valorize e aproveite as elaborações pessoais e a linguagem própria da criança, que interpreta de maneira singular as situações por ela vividas.

Em relação ao ensino e a aprendizagem da matemática no ambiente escolar, Carraher, Carraher e Schliemann (2001) apontam que: "A aprendizagem da matemática na sala de aula é um momento de interação entre a matemática organizada pela comunidade científica, ou seja, a matemática formal, e a matemática como atividade humana." (CARRAHER, CARRAHER e SCHLIEMANN, 2001, p 12)

Porém, não é suficiente que o professor apenas considere a existência do conhecimento prévio e individual do aluno. A modificação é mais profunda, mexe nas raízes do "modelo de ensino" da matemática.

Durante muito tempo, acreditava-se que se aprendia matemática apresentando conceitos, seguidos de exemplos, exercícios de fixação e concluindo com uma lista de problemas, geralmente resolvidos através da uma simples repetição dos exercícios apresentados anteriormente. Julgava-se que para obter bons resultados e excelência na matemática, era importante que o aluno aprendesse passando por esse processo, que privilegiava a repetição e a indução. Segundo Zunino (1995), "as afirmações da maioria dos professores parecem revelar que eles compartilham uma conhecida concepção do ensino e aprendizagem: ensinar consiste em explicar, aprender consiste em repetir (ou exercitar) o ensinado até reproduzi-lo fielmente". (ZUNINO, 1995, P.11)

Kamii (2002) aponta que, na matemática tradicionalmente ensinada, os professores mostram às crianças como somar, subtrair, multiplicar e dividir e, então, apresentam problemas para as crianças resolverem, ou melhor, praticarem os algoritmos aprendidos.

Hoje há uma forte tendência que se modifique essa idéia. O ensino da matemática será baseado em situações-problema, que serão apresentadas como etapa inicial do processo, para só posteriormente apresentar conceitos e fazer exercícios.

Sobre isso, Kamii (2002) pontua que o ensino por ela proposto começa com um problema e nenhuma sugestão sobre como resolvê-lo, em seguida a professora circula pela sala, procura entender como cada criança está pensando e formula questionamentos de acordo. Cabe ao aluno decidir se aceita as idéias da professora ou não, já que, segundo a autora, "não se cria autonomia obedecendo cegamente ao professor". (KAMII, 2002, p.149)

Apesar disso, percebe-se que o ensino da matemática nas nossas escolas ainda tem sido centrado apenas na aprendizagem dos mecanismos dos algoritmos padrões da sociedade e na sua aplicação na solução de problemas. Ainda há muitos professores que têm em mente a idéia de "passar" aos seus alunos os conhecimentos matemáticos elaborados pela sociedade até então, acreditando que o papel do professor é transmitir o conteúdo, e que o aluno aprende através disso. Kamii (2002) descreve sobre a teoria de Piaget e aponta como a mais apropriada para compreendermos como uma criança adquire conceitos numéricos.

> A teoria de Piaget fornece a explicação científica mais convincente de como as crianças adquirem conceitos numéricos. Ela afirma, basicamente, que o conhecimento lógico-matemático, incluindo número e aritmética, *é construído (criado) por cada criança de dentro para fora,* na interação com o ambiente. Em outra palavras, o conhecimento lógico matemático não é adquirido diretamente do ambiente por *internalização.* (KAMII, 2002, p15)

Para modificar essa postura dos professores em sala de aula, é necessário que sejam superadas algumas idéias fortemente enraizadas no ambiente escolar sobre a aprendizagem da matemática.

Por muito tempo acreditou-se que a criança aprendia a matemática numa seqüência linear, do conteúdo considerado mais simples, ao mais elaborado. A prática pedagógica da matemática era feita de maneira fragmentada e isolada, por exemplo, ao apresentar os números às crianças, os professores o faziam numa progressão sistematizada que julgavam necessária e ininterrupta, apresentado um número de cada vez e na ordem da seqüência numérica. Hoje, pesquisas apontam (SINCLAIR, 1990) que as crianças, a partir de sua interação com o meio físico e social, trazem, ao entrar na escola, uma bagagem considerável de conhecimentos sobre os números e a numeração. É sabido que os alunos nos chegam com valiosas experiências matemáticas, ou pelo menos intuições e hipóteses criadas com base nas suas vidas cotidianas.

A pesquisa de Lerner e Sadovsky (1996), sobre a compreensão do sistema de numeração decimal por crianças em idade pré-escolar, nos mostra que:

> Como a numeração escrita existe não só dentro da escola, mas também fora dela, as crianças têm a oportunidade de elaborar conhecimentos acerca deste sistema de representação muito antes de ingressar na primeira série. Produto cultural, objeto de uso social cotidiano, o sistema de numeração se oferece à indagação infantil desde as páginas dos livros, a listagem de preços, os calendários, as regras, as notas da padaria, os endereços das casas... (LERNER E SADOVSKY, 1996, P.74-75)

Outra prática comum e bastante questionada é a limitação do trabalho com números nas series, iniciando na Educação Infantil e primeira série com números pequenos, por exemplo do 1 ao 10 ou do 0 ao 10.

Lerner e Sadovsky (1996), na mesma pesquisa acima citada, nos mostram que as próprias crianças elaboram critérios para produzir notações numéricas e que a construção da notação convencional não segue necessariamente a ordem da seqüência numérica, ainda que ela desempenhe um papel importante nessa construção. Esse fato ocorre porque fora do ambiente escolar as crianças observam e convivem com números e estes não se apresentam, necessariamente, em ordem e por partes. É fácil imaginar que as crianças que vivem em ambientes urbanos (cheios de estímulos visuais) e encontram números em diversos lugares (nas fachadas das casas, na etiqueta da própria roupa, no calçado, nas placas de carros, etc), façam idéia de sua função e natureza antes que se exponha a elas sobre o assunto. Além disso, o número de suas casas, por exemplo, pode ser bem maior do que 10.

Essa idéia de progressão do mais simples ao mais complexo, na aprendizagem de conceitos matemáticos, se estende a outros conteúdos, como por exemplo os algoritmos e a resolução de problemas. É importante ressaltar que entende-se por algoritmo a definição de Vergnaud (1991), que define um algoritmo como uma regra ou um conjunto de regras a serem aplicadas em uma ordem determinada, com um número finito de passos para chegar a determinado resultado, para conduzir a uma solução.

Sabe-se que não basta que o aluno aprenda a mecanização dos algoritmos para que compreenda os conceitos matemáticos. A aprendizagem desses conceitos exige muito mais do que o ensino mecânico dos algoritmos convencionais e sua aplicação na resolução de problemas.

Além da idéia de progressão, aparece nessa concepção de ensino, a necessidade da repetição e da realização de uma grande quantidade de exercícios para levar o aluno ao conhecimento desejado, mostrando mais uma vez a forte crença de que o aluno aprende "de fora para dentro" e não de "dentro para fora" conforme anteriormente citado pela teoria de Piaget.

Nesse contexto, o aluno torna-se sujeito passivo no processo de aprendizagem. Torna-se um mero repetidor de fórmulas e mecanismos que não o levam a pensar, refletir e concretamente construir seus conhecimentos. O "modelo" do ensino tradicional da matemática, já citado anteriormente, que iniciava com o aprendizado do algoritmo e terminava com a resolução de problemas é um bom exemplo da progressão e repetição característica dessa concepção. O aluno fazia várias vezes o mesmo algoritmo e, os problemas apresentados ao final, eram como que pretextos para colocar em prática o que havia acabado de ser feito. Sendo assim, as crianças não resolviam problemas de fato, pois sabiam que mecanismos utilizar para resolvê-los.

Através de práticas pedagógicas como estas, não é possível trabalhar a autonomia e a liberdade de decisão do aluno ao chegar ao resultado do problema. Kamii (1990), referindo-se a Piaget, conceitua autonomia como: "o ato de ser governado por si mesmo. É o contrário de heteronomia, que significa ser governado por outra pessoa." (KAMII, 1990, p. 33) O trabalho com a autonomia leva a criança a perceber, por si mesma, como resolver seus problemas, com a crença individual naquilo que faz. Mais uma vez sobre a autonomia Kamii (1990) pontua: Algumas crianças da primeira série acreditam honestamente que 5 + 5 = 10, mas outras apenas recitam estes números porque alguém lhes disse para fazer assim. A autonomia como finalidade da educação requer que as crianças não sejam levadas a dizer coisas nas quais não acreditem com sinceridade. (KAMII, 1990, p. 34)

Ainda sobre a aprendizagem dos números e a autonomia, Starepravo (1997) nos descreve:

> O objetivo do trabalho com números é a autonomia, assim como é o objetivo amplo da educação. Se a autonomia é o nosso objetivo, não podemos acreditar que ela se desenvolverá em nossos alunos se estivermos transmitindo-lhes conhecimentos, pois desta forma eles estariam sendo dependentes de alguém e não criando condições de pensar por si só. Transmissão de conhecimento não garante o desenvolvimento do raciocínio, do pensamento lógico. Para isso precisamos priorizar com nossos alunos o conhecimento lógico matemático (que não ocorre de forma isolada dos outros conhecimentos) e permitir que estabeleçam todas as relações possíveis entre aquilo que conhecem (STAREPRAVO, 1997, p. 45)

Nas séries iniciais do Ensino Fundamental, grande parte do ensino ainda está centrada nas operações com números naturais e não na aprendizagem dos conceitos matemáticos, o que vem preocupando professores e pesquisadores da educação matemática. Os alunos vão passando de ano para ano com defasagens em conceitos básicos da matemática, que não permitem que aprendam conceitos mais elaborados e complexos.

Após esses apontamentos sobre o processo de ensino e aprendizagem da Matemática, percebe-se a importância de uma prática pedagógica pautada na resolução de problemas, num ambiente encorajador que valorize a participação de cada aluno na elaboração de estratégias e soluções, bem como a socialização dos conhecimentos adquiridos com os demais colegas. A construção do conhecimento acontece a partir do que a criança já conhece, tendo a situação-problema como início do processo.

O professor ocupa um importante papel neste processo. É ele que vai manter a classe em constante reflexão e problematizar toda situação que aparecer. Contrariando algumas conhecidas crenças de que o professor é o facilitador do processo ensino-aprendizagem, caberia melhor o título de "complicador" do processo. Isto se deve ao fato de que, segundo Piaget (1983) para que ocorra o interesse e a motivação para a aprendizagem o aluno deve sentir-se desequilibrado cognitivamente. O professor é quem vai deixar o aluo em constante desequilíbrio, possibilitando assim o desenvolvimento da aprendizagem.

O papel dele nesse contexto é de mediador e, principalmente, problematizador do processo. Sua função é manter os alunos em constante reflexão e anàlise. Sua prática vai basear-se em questionamentos constantes. Nessa perspectiva, o trabalho do professor não consiste em resolver problemas e tomar decisões sozinho, ele mantém um clima de encorajamento para que todos sintam-se a vontade para questionar e dar opiniões.

É importante que o professor solicite aos alunos que digam o porquê de suas decisões e estratégias. Toda vez que forem analisar o desempenho obtido em determinada atividade, o professor pode fazer questionamentos como: Como você chegou a essa conclusão? Todos concordam? Alguém tem uma idéia diferente? Através do desempenho deste papel por parte do educador, o processo de ensino-aprendizagem tornar-se-á mais rico e fundamentado.

Zunino (1995) destaca a importância de se propor aos alunos situações variadas para as quais necessitem utilizar um mesmo conceito metamático, para que as crianças possam comparar as estratégias utilizadas por elas e pelos colegas, observando possíveis semelhanças e diferenças entre elas.

Placha (2006) cita em seu trabalho, os estudos de Spinillo (1995), que apontava que a análise das estratégias de cálculo, o caminho percorrido por cada criança ao resolver um problema, reflete seu modo de pensar e as relações que estabelece sobre as informações contidas num problema. Esses aspectos são essenciais para a busca do ensino que tem como objetivo mais do que a simples mecanização de algoritmos por parte dos alunos, porque possibilita ao professor compreender o processo de aprendizagem de seus alunos ao direcionar suas intervenções para que eles possam avançar sua compreensão acerca dos conceitos matemáticos.

Todas essas reflexões nos mostram que é necessário a revisão do nosso modelo de educação para o ensino da matemática, procurando superar as defasagens que vêm sendo observadas e, principalmente, possibilitando ao aluno a construção de conceitos significativos, promovendo a troca de idéias, a variedade de interpretações e soluções e permitindo ao aluno ser sujeito ativo de sua aprendizagem.

A seguir será feita uma reflexão acerca da proposta do ensino da Matemática com base na resolução de problemas. Pretende-se oferecer aos professores, contribuições a respeito do assunto, buscando enriquecer suas práticas pedagógicas em sala de aula, para que possam valorizar, analisar e compreender as diferentes soluções apresentadas por seus alunos frente a um problema.

2 - A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO AMBIENTE ESCOLAR

Muitos avanços foram observados nas últimas décadas com relação ao ensino da Matemática no ambiente escolar. Muitas investigações foram e vêm sendo feitas acerca das práticas escolares e do processo de ensino - aprendizagem em relação à educação matemática.

Uma grande parte desses estudos aponta a resolução de problemas como a prática pedagógica mais adequada para a construção de conceitos matemáticos no ambiente escolar.

Charnay (1996) pontua que a matemática, nos seus tempos mais remotos, provavelmente surgiu de um problema a ser resolvido. "A matemática têm se construído como resposta a perguntas traduzidas em outros tantos problemas". Segundo o autor "fazer matemática é resolver problemas". (CHARNAY, 1996, p. 36 – 37).

De acordo com Gálvez (1996), os alunos só podem construir o sentido para as noções matemáticas, quando as desvendam, inicialmente, como ferramentas para resolver problemas. No entanto, o que se constata em sala de aula é um trabalho voltado para a repetição de modelos apresentados pelo professor.

Para propor uma nova aprendizagem aos alunos, é necessário saber como as crianças aprendem, como adquirem novos conhecimentos.

Segundo Starepravo (2006)

> Durante muito tempo se acreditou que aprender era o mesmo que memorizar, repetir, fazer tal qual foi ensinado. Ano após ano, as escolas se dedicaram à tarefa de "passar" aos seus alunos os conhecimentos até então acumulados pela sociedade. Como seria impossível passar tudo, alguns foram eleitos como importantes. Os conhecimentos matemáticos foram considerados importantes e tomaram lugar de destaque na escola, a despeito do fracasso que sempre permeou as relações dos alunos com essa disciplina. (STAREPRAVO, 2006, p. 10 – 11)

Charnay também propôs alguns apontamentos sobre o assunto, a partir da pergunta: como os alunos aprendem?

1. Os conhecimentos não se empilham, não se acumulam, mas passam de estados de equilíbrio a estados de desequilíbrio, no transcurso dos quais os conhecimentos anteriores são questionados. Assim, um novo saber pode questionar as concepções do aluno originadas por um saber anterior.
2. O papel da ação na aprendizagem. Trata-se de uma atividade própria do aluno que não é exercida obrigatoriamente pela manipulação de objetos materiais, mas de uma ação com uma finalidade, problematizada, que supõe uma dialética "pensamento-ação" muito diferente de uma simples manipulação guiada, que tende frequentemente a uma tarefa de constatação por parte do aluno.
3. Só existe aprendizagem quando o aluno percebe que existe um problema para resolver, quer dizer, quando reconhece o novo conhecimento como meio de resposta a uma pergunta.

4. As produções do aluno são uma informação sobre seu estágio de conhecimento. Em particular, determinadas produções errôneas não correspondem a uma ausência do saber.
5. Os conceitos matemáticos não estão isolados. Conceitos estão entrelaçados e se consolidam mutuamente.
6. A interação social é um elemento importante na aprendizagem. (CHARNAY, 1996, p. 43 - 44)

Vejo os problemas como recursos importantes de aprendizagem. E, ao contrário do que acontece, em geral, nas escolas (onde são apresentados após as definições e conceitos, como exercícios de aplicação), eles assim podem ser o ponto de partida para a formação dos conceitos.

Dentro de uma perspectiva de construção de conceitos significativos, a solução de problemas é um dos caminhos para o processo do ensino e da aprendizagem da Matemática. Sendo assim, os problemas sempre devem gerar desafios para as crianças, propiciando também que os conhecimentos construídos anteriormente sejam questionados e reelaborados.

A aprendizagem matemática fundamentada nessa concepção, de acordo com Kamii (2005), é precisamente o tipo de aprendizagem que coloca o aluno em constante desafio e questionamento. É um tipo de aprendizagem que leva o aluno a refletir durante a busca da solução dos problemas.

A autora acima citada Kamii (2005) delineia cinco princípios de ensino, aos professores, para o processo de ensino e aprendizagem através da resolução de problemas:

1. Comece com problemas com enunciado e deixe o cálculo surgir a partir deles.
2. Não mostre às crianças como resolver os problemas; em vez disso, encoraje-as a inventar seus próprios procedimentos.
3. Abstenha-se de reforçar respostas corretas e de corrigir as incorretas; em vez disso, promova a permuta de pontos de vista entre as crianças (a resposta correta sempre aparece).
4. Encoraje as crianças a inventar maneiras variadas de resolver problemas.
5. Encoraje as crianças a *pensar* mais do que escrever; escreva no quadro negro para (a) facilitar a permuta de pontos de vista e (b) ensinar o valor posicional. (KAMII, 2005, p. 80)

Comece com problemas com enunciado e deixe o cálculo surgir a partir deles

Ao contrário do ensino tradicional, onde as crianças aprendem primeiramente as técnicas operatórias, Kamii (2005) propõe, a partir de Piaget, que seja apresentado em primeiro lugar o problema, pois diz que nossos antepassados construíram a aritmética através de problemas do cotidiano que eram obrigados a resolver. Sendo assim, compartilho da idéia da autora que acredita que as crianças podem aprender a matemática com problemas simples, do seu dia-a-dia.

Não mostre às crianças como resolver os problemas; em vez disso, encoraje-as a inventar seus próprios procedimentos.

Muitos educadores tradicionais não acreditam que as crianças podem inventar seus próprios procedimentos para resolver problemas matemáticos. Acreditam que as crianças conseguem resolver problemas apenas se forem ensinadas. Entretanto, Kamii (2005) acredita que as crianças criam sim seus procedimentos e que basta o professor incentivá-las para que isso aconteça. Segundo a autora, as crianças fazem seus procedimentos a partir daquilo que já sabem. Para tornar possível essa prática, ela sugere que o professor inicie com números baixos e/ou mais favoráveis para as crianças.

Abstenha-se de reforçar respostas corretas e de corrigir as incorretas; em vez disso, promova a permuta de pontos de vista entre as crianças (a resposta correta sempre aparece).

No modelo tradicional de ensino, o professor tinha como papel fundamental, salientar as respostas corretas e corrigir as erradas. Assim, o aluno ficava esperando a aprovação, ou não, do professor através de um olhar ou um pequeno gesto.

Kamii (2005) propõe um intercâmbio de perguntas e constantes intervenções que encorajem os alunos a mostrar seu ponto de vista, promovendo uma troca de idéias muito útil e produtiva ao processo de ensino e aprendizagem.

Encoraje as crianças a inventar maneiras variadas de resolver problemas.

"A educação tradicional ensina "a única maneira correta" de lidar com cada tipo de problema, mas as crianças que são estimuladas a usar seu próprio raciocínio inventam diferentes maneiras de solucioná-lo." (KAMII, 2005, p. 82)

A criança cria as mais variadas maneiras de solucionar um mesmo problema e, coincidentemente ou não, na maioria das vezes não é o mesmo procedimento ensinado na escola.

Encoraje as crianças a pensar mais do que escrever; escreva no quadro negro para (a) facilitar a permuta de pontos de vista e (b) ensinar o valor posicional.

O ensino tradicional da matemática trabalha com algoritmos convencionais, os quais devem ser aprendidos passo a passo ininterruptamente. A criança fica muito mais tempo escrevendo do que pensando. Segundo Kamii (2005) o professor deve dar mais tempo para o aluno pensar do que para ele escrever e, durante a resolução de um problema, a autora propõe que o professor seja o escriba, registrando no quadro as várias respostas que os alunos forem dando para o problema apresentado.

Quando é proposto ao aluno a solução de um problema e não de uma simples operação isolada, estimula-se a produção de procedimentos próprios de cálculo. Além disso, sabe-se que só ocorre a aprendizagem quando a criança percebe que existe um problema a ser resolvido. É nesse contexto de estreita relação com as situações que dão sentido aos conceitos matemáticos.

Zunino (1995) defende que os problemas propostos pelos professores às crianças devem realmente apresentar um desafio, possibilitando à criança elaborar uma estratégia de solução, permitindo-lhe estabelecer relações que ainda não tinha estabelecido. A autora destaca a importância de permitir que os alunos criem suas próprias estratégias de resolução dos problemas apresentados. Destaca também que geralmente as estratégias pessoais dos alunos não seguem o padrão, o procedimento convencional. Zunino (1995) questiona:

> Por que não deixar então que as crianças tentem chegar ao resultado de diversas maneiras? Por que não lhes permitir que escrevam as somas ou subtrações que efetivamente fizeram e que quase nunca coincidem com o procedimento convencional? Elas poderiam descobrir progressivamente quais são as maneiras mais econômicas de realizar as operações, sobretudo se este é um tema de discussão em aula. Além disso, elas aprenderiam muito mais a respeito das operações e suas propriedades, sobre as estratégias que elas mesmas e as outras utilizam frente a diversas situações. "Elas

poderiam "fazer matemática", em lugar de ver-se reduzidas a aplicar procedimentos que não compreendem". (ZUNINO, 1995, p. 68 – 69).

Sobre o assunto Saiz (1996) nos diz que o ensino tradicional não está centrado na resolução de problemas, mas na determinação da operação correspondente. Isso leva ao que a autora chama de "aplicação cega" de algoritmos que é acompanhada pela perda de sentido, pela incapacidade de imaginar diferentes opções de solução, ou mesmo, de controlar o resultado identificando respostas absurdas. A autora também defende a idéia de que as crianças devem comprovar seus próprios procedimentos, suas próprias soluções antes de conhecer os algoritmos convencionais. Assim, as crianças devem ser incentivadas, diante de problemas a fazer registros pessoais, seja através de desenhos, esquemas, tabelas ou outro registro que lhes tenha sentido.

Charnay (1996) apresenta algumas características essenciais da relação entre a situação-problema e os alunos, delineando uma aprendizagem apoiada na resolução de problemas:

- a atividade deve propor um verdadeiro problema por resolver para o aluno. Todos devem compreender o problema, ou seja, prever que existe uma resposta possível.

- a atividade não deve deixar o aluno desarmado diante do problema, ou seja, deve permitir que o aluno use seus conhecimentos anteriores para encontrar a solução.

- deve oferecer resistência suficiente para que o aluno questione seus conhecimentos anteriores, elaborando novos conhecimentos para responder à situação.

- é preferível que a validação venha da própria situação e não do professor.

Sendo assim, fica claro que um problema, para caracterizar-se como momento de aprendizagem, deve conter certo grau de dificuldade para o aluno, deve constituir-se um desafio motivador para o estudante. Porém, é necessário que se tome cuidado com o grau de dificuldade, para que não desanime o aluno diante dele. O aluno deve ser capaz de conectar seus conhecimentos com a questão apresentada, aproximando-se da solução.

O ensino tradicional não está centrado na resolução de problemas, eles aparecem como complemento ao ensino do algoritmo padrão da sociedade.

Sobre o assunto, Starepravo (1999), pontua que:

> Nas séries iniciais do Ensino Fundamental, o trabalho com a Matemática ainda está, na maioria das escolas, fundamentado nas técnicas operatórias da adição, subtração, multiplicação e divisão. Investe-se tempo muito grande no ensino destas técnicas e depois, somente depois, é que aparece o trabalho com problemas tendo como objetivo principal o uso das técnicas ensinadas. Na realidade, os problemas não constituem desafios, pois para muitos alunos o "segredo" para resolver um problema é "adivinhar" qual conta devem usar. (STAREPRAVO, 1999, p. 7)

Quantas vezes as escolas, através dos livros didáticos ou de outras atividades, apresentam uma grande lista de problemas em que o primeiro deles já foi resolvido, como modelo, e os demais são do mesmo estilo, o que mudam são apenas os dados. Logo, não é difícil entender o porquê dos alunos sentirem dificuldade em resolver problemas um pouco diferentes daqueles trabalhados em sala.

Professores de diferentes níveis de ensino concordam com a mesma afirmação: nossos alunos têm dificuldade em interpretar e resolver problemas. Mas, se pensarmos na maneira como a resolução de problemas vem sendo encaminhada na escola, não é necessário interpretá-los para resolvê-los, uma vez que geralmente eles são um pretexto para fazer contas, e na maior parte das vezes o mesmo tipo de conta numa mesma lista de problemas. Assim, percebe-se que alguma coisa está errada com a forma como a Matemática vem sendo trabalhada na escola.

Sobre o assunto Starepravo (2006) pontua: "não é de se estranhar que, ao apresentarmos algum problema um pouco diferente daqueles trabalhados em sala, nossos alunos fiquem perdidos, sem saber solucioná-lo.Sabemos hoje que um conhecimento só é pleno se for mobilizado em situações diferentes daquelas que lhe serviram para dar origem". (STAREPRAVO, 2006, p. 17) A solução de problemas, em muitas salas de aula, continua sendo utilizada após o ensino dos algoritmos convencionais, com o intuito de verificar se as crianças aprenderam a utilizar os procedimentos ensinados pelo professor para a solução dos algoritmos.

Brito (2006), em seus estudos sobre a resolução de problemas nos alunos do ensino superior, pondera que:

> Para que os estudantes que vão fazer uso da Matemática construam formas eficazes de trabalhar com problemas e atinjam um domínio das tarefas inerentes a essas disciplinas, faz-se necessário que, desde o ingresso na escola, sejam levados a

trabalhar com problemas desafiadores que os levem ao desenvolvimento de um pensamento flexível e produtivo na solução de problemas de diferentes tipos. (BRITO, 2006, p. 29)

Na pesquisa acima citada, Brito (2006) destaca que a solução de problemas é altamente dependente dos conceitos e princípios matemáticos aprendidos anteriormente, que são disponibilizados na memória, e se combinam com outros conhecimentos de forma a levar o estudante ao resultado final. Assim, a estrutura cognitiva se amplia e inclui novos elementos, de várias naturezas.

Se fizéssemos o caminho inverso ao que vem sendo feito, ou seja, nas aulas de Matemática, lançar primeiramente o problema, para depois discutir as técnicas utilizadas para resolvê-lo, aí sim os alunos teriam que interpretar a situação-problema e encontrar estratégias para resolvê-la. A riqueza de estratégias e caminhos percorridos enriqueceriam ainda mais o processo de ensino-aprendizagem. Starepravo (1999) sobre o assunto escreve: "Se trabalharmos com problemas antes de ensinarmos as técnicas operatórias convencionais, nossos alunos precisarão interpretar os seus dados para resolvê-los, pois terão de recorrer à lógica e não a técnicas específicas". (STAREPRAVO, 1999, p. 8)

Nesse contexto, percebe-se que a prática mais freqüente em relação à solução de problemas consiste no ensino de um procedimento, conceito ou técnica e na apresentação aos alunos de um problema para avaliar se são capazes de utilizar os recursos aprendidos.

Conforme comentado anteriormente, no ensino tradicional feito nas escolas, as crianças devem fazer uma "aplicação", uma repetição dos algoritmos na resolução de problemas. De acordo com este modelo, Carraher, Carraher e Schliemann (1995) apontam para as habilidades requeridas para se resolver problemas. Elas seriam seqüenciais e independentes, seguindo os seguintes passos:

1) interpretação do problema
2) determinação da operação a ser realizada
3) efetuação da operação.

Sobre a interpretação dos problemas matemáticos, Brito (2006) destaca algumas habilidades necessárias para serem desenvolvidas na escola. Para a solução dos problemas matemáticos destaca as habilidades matemática e verbal.

> É provável que a compreensão verbal do enunciado do problema seja anterior à compreensão da natureza matemàtica do problema. Na primeira etapa da solução de problemas matemáticos, é requisitada a compreensão verbal da proposição, pois como os problemas são apresentados por escrito (enunciados verbais que encerram problemas matemáticos), o estudante necessita da habilidade verbal (que permite a ele ler e compreender o problema) para compreender a natureza matemática do mesmo. (BRITO, 2006, p. 30)

Segundo a autora acima citada, a escola também vem falhando no desenvolvimento dessas habilidades (verbal e matemática) e não está cumprindo seu papel. A escola ocupa muito tempo com o ensino de fórmulas e modelos de problemas e reserva pouco espaço para a aprendizagem significativa de conceitos e princípios matemáticos. A baixa habilidade de compreensão, a falta de habilidade para descobrir respostas absurdas em seus cálculos também são destacadas pela autora como fatores que contribuem para o insucesso dos alunos na resolução de problemas.

De acordo com uma perspectiva de educação matemática pautada na problematização, Starepravo (1997) define que:

> Quando trabalhamos a partir de problematizações, abrimos as possibilidades de aprendizagens uma vez que os conteúdos não são tidos como fins em si mesmos, mas como meios importantes e essenciais na busca de respostas. Assim os problemas têm a função de gerar conflitos cognitivos nos alunos, que provoquem a necessidade de empreender uma busca pessoal. (STAREPRAVO, 1997, p. 45)

O papel do professor, nessa proposta, é de suma importância. Cabe a ele levar a criança a pensar e, num exercício constante de observação, identificar e compreender o pensamento que os alunos desenvolvem, para que possa intervir e promover a construção do conhecimento.

A resolução de problemas constitui-se em um dos caminhos para o ensino e a aprendizagem da matemática. Um caminho que permite ao aluno: refletir sobre suas produções e as dos colegas;elaborar estratégias próprias de cálculo, percebendo que existem diversas estratégias para solucionar um mesmo problema; elaborar e compartilhar procedimentos de solução; compreender o erro como parte do processo de construção e compreensão dos conceitos matemáticos; analisar os dados para a solução do problema, percebendo que, em alguns casos, a falta de dados inviabiliza a solução dele e, por fim, mas não menos importante, a oportunidade de construir verdadeiramente os conceitos matemáticos, relacionando seu conhecimento prévio com o conhecimento a ser adquirido.

3 – ARITMÉTICA E ÁLGEBRA NAS SÉRIES INICIAIS

Conforme já citado nos dois primeiros capítulos do presente trabalho, a preocupação com o ensino e a aprendizagem da Matemática fez crescer e surgir várias iniciativas para organizar as mudanças que se tornam necessárias na prática do professor. Muitas pesquisas são feitas e seus resultados, até hoje, vêm auxiliando e fundamentando novas práticas em sala de aula.

Há algumas correntes, no ensino da matemática, que propõem o trabalho com o pensamento algébrico na escola desde muito cedo, estreitamente relacionado com o que é realizado na aritmética.

Segundo Lins e Gimenez (1997) "é preciso começar mais cedo o trabalho com álgebra, e de modo que esta e a aritmética desenvolvam-se juntas, uma implicada no desenvolvimento da outra". (LINS E GIMENEZ, 1997, p. 10)

Entretanto, na maioria das escolas, a álgebra começa a ser trabalhada apenas a partir da 6ª série. Além disso, o ensino da álgebra ainda está bastante ligado à pedagogia tradicional, baseada na seqüência: definição - exemplos - aplicações. Alunos das 6ª e 7ª séries apresentam dificuldade em dar significado para as atividades que lhes são propostas em álgebra, na maioria das vezes adotando um comportamento de meros repetidores de procedimentos que o professor utiliza no desenvolvimento do tema. A mecanização de procedimentos na educação algébrica (assim como na educação aritmética) gera a sensação de que este aprendizado é apenas normativo. Alunos não resolvem problemas com procedimentos próprios e empregam equações sem entender a relação entre as atividades algébricas que fazem e a resolução dos problemas propostos na escola.

Segundo Lins e Gimenez (1997),

> Parece haver muita resistência, na comunidade, em se reavaliar a posição da educação algébrica na escola, resistência bastante maior do que aquela que enfrenta a proposta de mudanças na educação aritmética: a introdução à álgebra é o grande

momento de corte na educação matemática escolar, e a relação usual é deixar para depois, ao invés de antecipar essa introdução. (LINS E GIMENEZ, 1997, p. 11)

Melhores resultados têm sido alcançados quando alunos iniciam a educação algébrica desde as séries iniciais da escola básica. Porém, a maioria dos professores desconhece estas propostas e tem dificuldades de compreensão das idéias fundamentais da álgebra que já estão presentes nas resoluções padrão que ensinam para o cálculo aritmético. É necessário iniciar a educação algébrica desde os primeiros anos da escola básica, evidentemente sem a respectiva linguagem simbólica.

Pesquisas mostram que as crianças, quando desafiadas por problemas/atividades específicas, utilizam procedimentos que podem ser vistos como atividade algébrica, pois elas já desenvolvem, desde as séries iniciais, pensamentos e relações algébricas, o que deve ser incentivado.

É comum encontrarmos professores de matemática que não acreditam ser possível o ensino da álgebra nas séries iniciais. Lins e Gimenez (1997) nos descrevem que:

Um aspecto comum a quase todas as propostas para a educação algébrica, é que a atividade algébrica só é possível de forma tardia, em termos de idade. Essa crença, por vezes, apóia-se na idéia de que ela requer "pensamento operatório-formal", por outras, apóia-se na idéia de que é preciso primeiro aprender aritmética, e esta tomaria, então, os primeiros anos da educação matemática formal. (LINS e GIMENEZ, 1997, P.112-113)

Os mesmos autores consideram esta iniciação tardia à atividade algébrica equivocada e indesejável.

A atividade algébrica intensamente ligada à aritmética é possível e desejável desde as séries iniciais. As duas atividades estão interligadas e têm muito em comum. Segundo os autores acima citados criou-se uma cultura na escola, de que uma deveria ser conseqüência da outra, quando, na verdade elas se completam. Trabalhando-as de maneira interligada, "teremos encontrado uma verdadeira raiz, o que nos permitirá repensar a educação aritmética e algébrica de forma única" (LINS e GIMENEZ, 1997, p. 113).

Concordando ainda com os autores acima citados, o que se propõe para o ensino da álgebra, é que este seja feito de maneira interligada com a aritmética, de modo que uma esteja ligada à outra e que ambas estejam relacionadas com o cotidiano dos estudantes, para evitar que aconteça o que os autores chamam de farsa,

> (...) a farsa de tantas pessoas que aprendem o que é ensinado na escola, mas apenas para a escola. Essas pessoas passam nas provas e nos exames escolares, mas não chegam jamais a alcançar o objetivo de integrar o que aprenderam na escola e o que aprenderam na rua, e quando acaba a matemática escolar – seja porque a pessoa pára de ir à escola ou porque segue uma carreira na qual não há matemática – acaba a razão de existir tudo aquilo (LINS e GIMENEZ, 1997, p. 17)

III – MÉTODO

O presente trabalho consiste numa pesquisa sobre a própria prática da pesquisadora ao desempenhar a função de educadora do Ensino Fundamental. Consiste em um estudo no âmbito da sala de aula em que os alunos são solicitados a resolver problemas de matemática, sendo descritos e analisados os procedimentos notacionais utilizados em sua solução. A seguir são apresentados aspectos metodológicos que caracterizam a pesquisa realizada.

1. SUJEITOS E CAMPO DE PESQUISA

Foram investigados três alunos de duas turmas de segunda série de uma escola particular que oferece educação infantil e ensino fundamental, de 1ª a 8ª série na região metropolitana de Curitiba, município de Colombo.

As soluções dos sujeitos foram selecionadas de acordo com as respostas que deram ao problema apresentado, buscando aquelas com uma maior diversidade de notações.

Não houve preocupação em selecionar sujeitos com histórico de dificuldades, ou de sucesso, em matemática.

A seguir, são apresentados os sujeitos com alguns dados de sua história escolar. As idades, indicadas em anos e meses, são aquelas que as crianças tinham no início do segundo semestre de 2006, período da realização da coleta de dados.

ACLGS (8,3): do sexo feminino. Em 2006 cursou a segunda série no turno da tarde. Não foi repetente em nenhuma série. Ingressou naquela escola no ano de 2005, quando cursou a primeira série.

RPK (8,8): do sexo masculino. Em 2006 cursou a segunda série no turno da manhã. Não foi repetente em nenhuma série. Ingressou naquela escola no ano de 2003, quando cursou a educação infantil.

APP (8,7): do sexo feminino. Em 2006 cursou a segunda série no turno da tarde. Não foi repetente em nenhuma série. Ingressou naquela escola no ano de 2005, quando cursou a primeira série.

A escola foi escolhida por conveniência, pois é o local onde a pesquisadora atuava como professora regente no ano letivo de 2006.

2. PROCEDIMENTO DE COLETA DE DADOS

Os dados foram coletados na prática profissional da pesquisadora, durante as atividades propostas às turmas, dentro do horário e do currículo previsto.

Para a coleta de dados foi realizada uma sessão, durante uma aula de matemática das duas turmas, no dia treze de setembro do ano de dois mil e seis.

A professora/pesquisadora já vinha propondo aos alunos uma prática de resolução de problemas como ponto de partida das aulas de matemática, solicitando sempre que a cada problema resolvido, fosse explicado o caminho pelo qual se chegou ao resultado, aos demais colegas da classe.

Dentre os problemas solucionados pelos alunos naquela ocasião, foi selecionado para esta investigação um problema geralmente apresentado na iniciação à álgebra, quando em geral é resolvido por meio de um sistema de equações, conteúdo normalmente trabalhado na sexta e sétima séries do ensino fundamental.

A apresentação do problema aos alunos foi em caráter de desafio, visto que um padrão matemático de solução não lhes havia sido previamente ensinado.

As crianças foram encorajadas a resolver o problema por procedimentos próprios, podendo ser através de desenhos, marcas para a resolução, ou também palavras, números ou outros símbolos.

O problema foi proposto em primeira instância oralmente, em seguida foi solicitado que os alunos escrevessem o enunciado em seus cadernos.

Quando a criança finalizava as notações referentes à solução do problema era solicitada a dar explicações sobre os procedimentos de solução usados e sobre as notações feitas. A professora/entrevistadora, pedia explicações sobre as soluções apresentadas e propunha novas questões que se faziam necessárias para melhor compreensão do pensamento da criança.

INSTRUMENTO

Eis o problema selecionado:

Num sítio existem cabritos e galinhas num total de 8 cabeças e 22 pés. Quantos animais há de cada tipo?

Conforme já mencionado, o problema possui uma estrutura algébrica, pois contém duas incógnitas, e poderia ser resolvido por meio de um sistema de equações do 1º grau.

Pelo procedimento padrão de resolução, o problema seria resolvido utilizando-se linguagem algébrica da seguinte maneira:

x = galinhas

y = cabritos

$$\begin{cases} x + y = 8 \\ 2x + 4y = 22 \end{cases}$$

$x = 8 - y$	$x + y = 8$
$2\,(8 - y) + 4y = 22$	$x + 3 = 8$
$16 - 2y + 4y = 22$	$x = 8 - 3$
$2y = 22 - 16$	$x = 5$
$y = 6/2$	
$y = 3$	

O problema foi escolhido pelo fato de contemplar duas incógnitas e estabelecer a relação todo/parte, que segundo Lins e Gimenez (1997) e Lins (2003) é um dos raciocínios mais básicos da álgebra.

3. PROCEDIMENTO DE REGISTRO DOS DADOS

As soluções selecionadas foram recolhidas dos cadernos das crianças e a pesquisadora registrou as respostas das crianças ao serem solicitadas a explicar suas notações.

4. PROCEDIMENTO DE DESCRIÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS

A professora/pesquisadora descreveu os dados (soluções notacionais) produzidos pelos sujeitos e os utilizou como material de análise desta pesquisa (ver anexos).

Lins e Gimenez (1997) nos informam que ao ser apresentada a um problema de relação todo/parte, semelhante ao que foi usado na coleta de dados, é possível que a criança busque a solução sem o uso da linguagem algébrica, usando – contagem, desenho, algoritmo escrito – e chegue ao resultado correto tirando uma parte do todo.

Adotando a hipótese de que as crianças de séries iniciais podem apresentar notações alternativas ao buscarem solucionar um problema, de cunho algébrico, para o qual não foi ensinada uma resolução prévia padrão, serão buscadas soluções notacionais ao problema realizadas por meio de:

- desenhos;
- riscos;
- palavras;
- números;
- outros símbolos.

O objetivo é caracterizar os procedimentos notacionais de solução expressos pelos sujeitos para o problema. Para esta caracterização foram analisados dados relativos às seguintes etapas:

a) processo de produção da notação e seu resultado (notação final).
b) categorização das notações produzidas.
c) descrição das respostas dos sujeitos ao serem solicitados a explicar suas notações.

No processo de produção da notação, a professora/pesquisadora descreveu o comportamento dos sujeitos durante a sessão, considerando todo o processo de produção da solução e o resultado registrado no caderno, a notação final. Foi a primeira etapa de análise.

Numa segunda etapa, foi feita uma descrição interpretativa dos procedimentos notacionais de solução dos sujeitos, encontrados na primeira etapa. O foco ainda estava nos processos de solução, por sujeito, mas esta descrição já apontava para uma caracterização dos tipos de procedimento de solução expressos nas notações, permitindo identificar categorias.

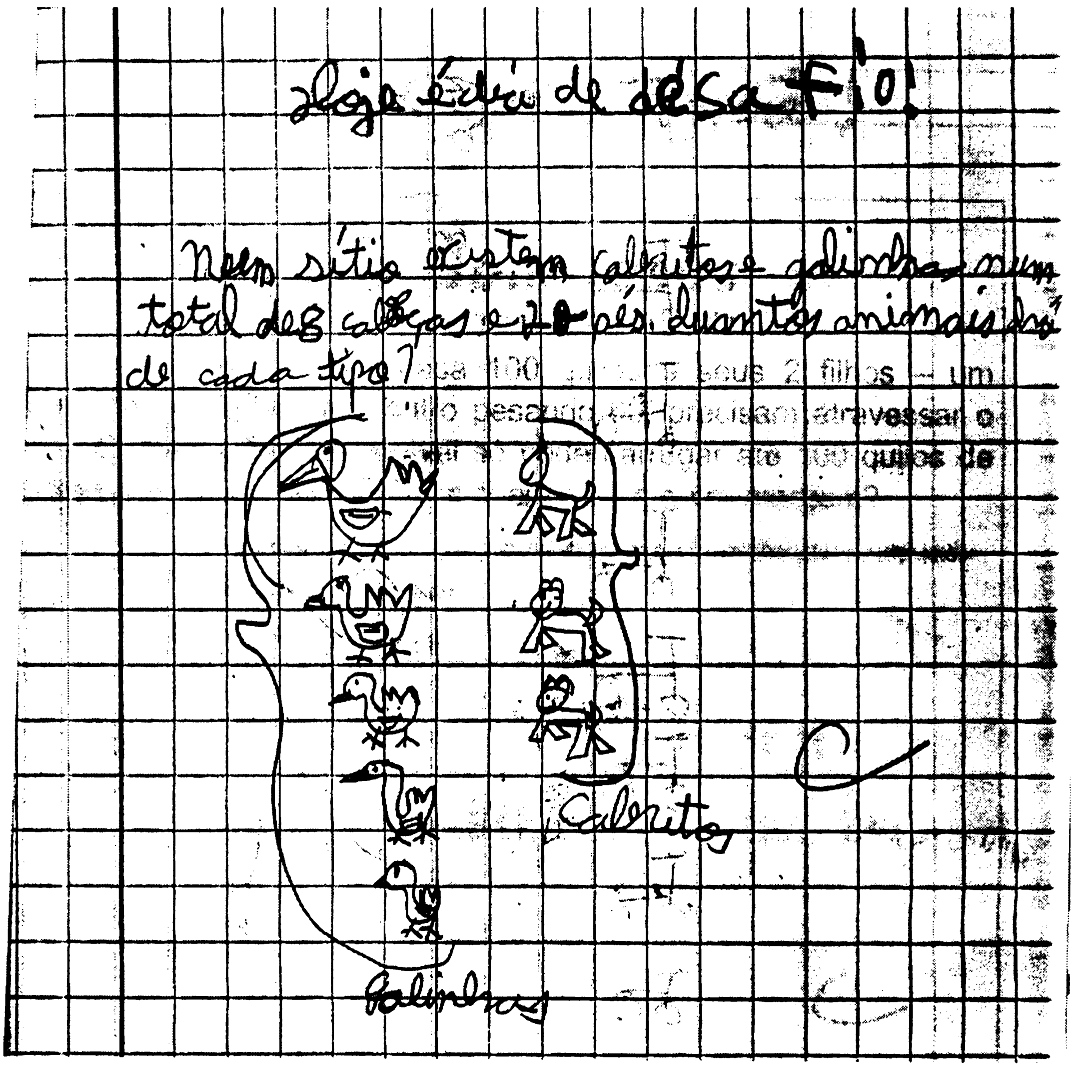
Na terceira etapa, foi feita uma descrição interpretativa das explicações que os sujeitos faziam de suas notações.

IV – ANÁLISE DOS RESULTADOS

A análise das notações produzidas pelas crianças ao serem solicitadas a solucionar o problema proposto será apresentada, por sujeito, destacando-se as categorias de notações encontradas (desenhos, riscos, palavras, números e outros símbolos).

Sujeito 1 – **ACLGS (8,3)**

Ao ser solicitado a resolver o problema apresentado, ACLGS optou por produzir uma notação com desenhos.



a) Processo de produção da notação e seu resultado (notação final).

Ao iniciar o processo de produção da notação, ACLGS desenhou, primeiramente, quatro galinhas e quatro cabritos. Então, contou os pés das figuras.

Em seguida, apagou um dos desenhos que representava um cabrito e acrescentou uma galinha. Contou novamente os pés das figuras e, finalizou sua notação, agrupando as ilustrações com chaves e nomeando os grupos: galinhas e cabritos.

b) Categorização das notações produzidas.

ACLGS solucionou a situação-problema apresentada através do desenho, acompanhada de palavras de identificação.

A notação produzida por ACLGS é exemplo das categorias: notações com desenhos e notações com palavras.

c) Descrição das respostas dos sujeitos ao serem solicitados a explicar suas notações.

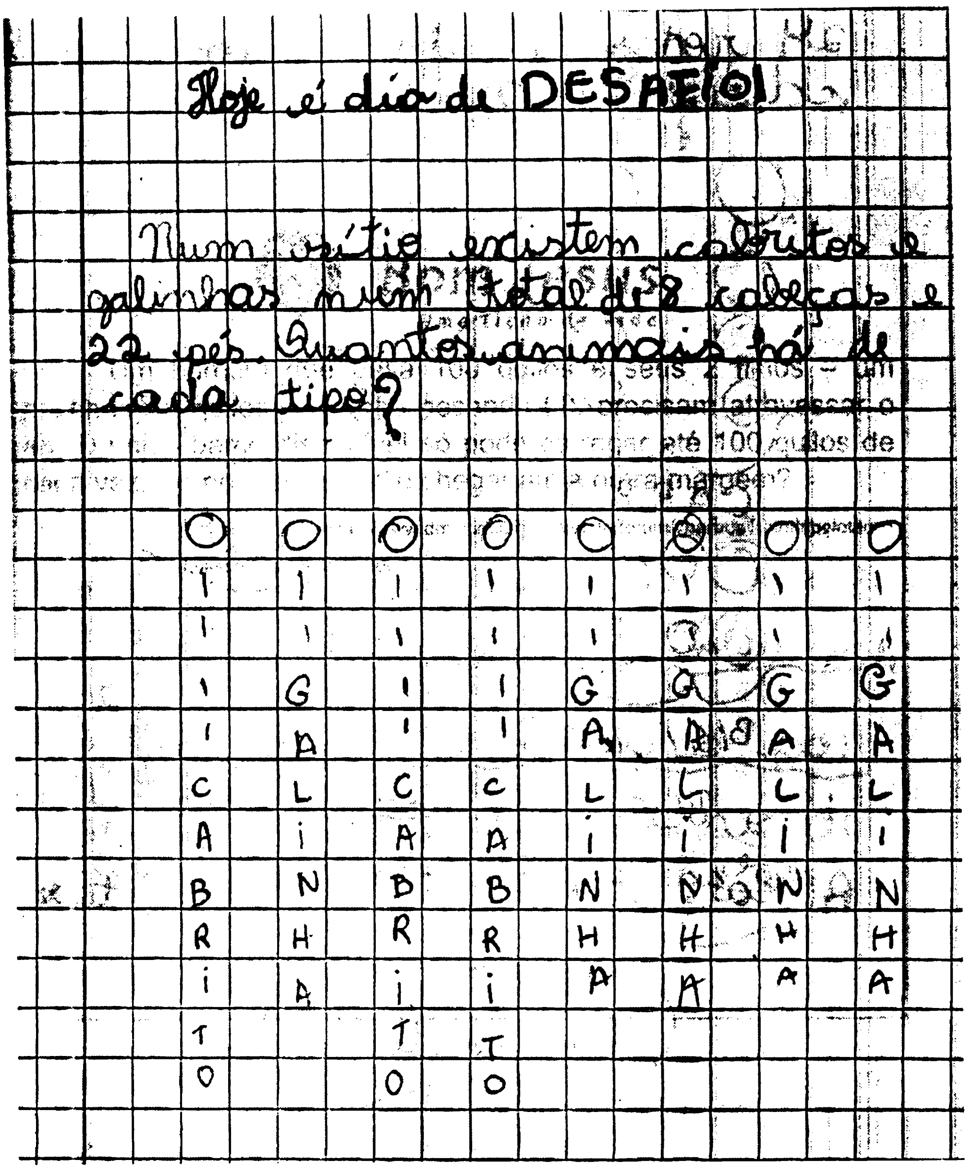
Ao ser solicitado a explicar o seu processo de resolução e a notação produzida, ACLGS inicia sua explicação dizendo que achava mais simples resolver pelo desenho, já que não sabia qual operação deveria ser feita.

Em seguida, explica que começou desenhando quatro de cada tipo de animal, pelo fato de quatro ser a metade de oito, e essa seria a tentativa mais óbvia a ser feita.

ACLGS relata que quando fez a primeira contagem de pés das figuras desenhadas percebeu que deveria diminuir a quantidade total de pés, sem diminuir o total de animais. Então, resolveu apagar um dos cabritos (já que os cabritos possuem mais pés do que as galinhas) e acrescentar uma galinha. Contou novamente e percebeu que sua conclusão fora feita com sucesso. Para deixar ainda mais clara a solução, ACLGS relata que resolveu agrupar os desenhos com chaves, representando o total de cabritos e o total de galinhas, finalizando com a identificação de cada grupo através dos nomes dos animais.

Sujeito 2 – **APP (8,7)**

Ao ser solicitado a resolver o problema apresentado, APP optou por produzir uma notação com riscos e outros símbolos.



a) Processo de produção da notação e seu resultado (notação final).

APP representou o problema por meio de riscos e outros símbolos, além de palavras para identificar os registros.

Ao iniciar o processo de produção da notação, APP desenhou, primeiro, os oitos símbolos circulares, representando a cabeça dos animais.

Em seguida, APP registrou abaixo de cada círculo, dois traços, representando os pés dos animais. Então, contou quantos pés já havia desenhado no total.

Na seqüência, APP acrescentou dois pés em três dos registros anteriores. Contou os pés dos animais enquanto desenhava.

Para finalizar, APP escreveu, abaixo de cada registro, o nome dos animais representados pelos símbolos identificando cada um deles.

b) Categorização das notações produzidas.

APP solucionou o problema através de riscos e outros símbolos, acompanhados de palavras de identificação.

A notação produzida por APP exemplifica as categorias: notações com riscos, notações com outros símbolos e notações com palavras.

c) Descrição das respostas dos sujeitos ao serem solicitados a explicar suas notações.

Quando solicitado a explicar o seu processo de resolução e a notação produzida, APP inicia dizendo que desenhou um pequeno círculo para cada animal descrito no problema. APP relata que cada círculo representaria a cabeça do animal, por isso, desenhou oito círculos.

Em seguida, explica que começou registrando dois riscos (que representam os pés) para cada círculo (que representam as cabeças). E acrescenta explicando que assim o fez, pois cada animal necessariamente teria ao menos dois pés. Quando terminou essa primeira fase de produção da notação, APP contou quantos pés já havia registrado

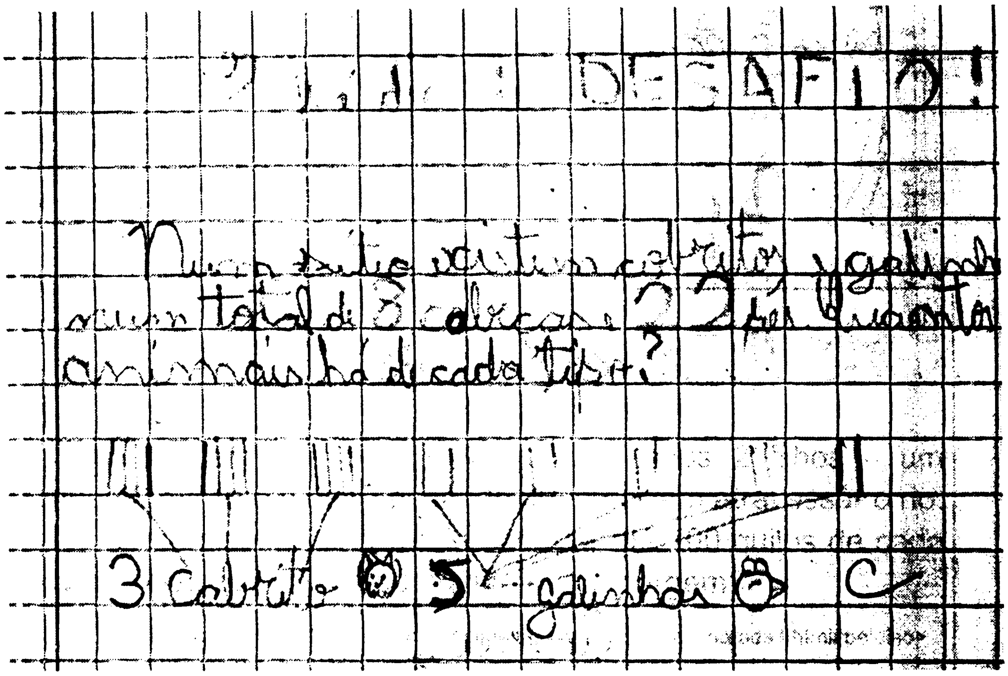
APP relata que quando fez a primeira contagem de pés das figuras desenhadas percebeu que deveria acrescentar alguns pés em alguns dos desenhos e, relata ainda, que sabia que deveriam ser dois os pés a serem acrescentados, pois no problema havia apenas animais de dois ou quatro pés.

Enquanto registrava os pequenos riscos, APP contava, acrescentando àqueles que foram desenhados anteriormente.

Para finalizar, APP escreveu o nome dos animais representados por suas marcas, e concluiu que seriam três cabritos e cinco galinhas.

Sujeito 3 – **RPK (8,8)**

Quando solicitado a resolver o problema apresentado, RPK optou por produzir uma notação apenas com riscos e palavras.



a) Processo de produção da notação e seu resultado (notação final).

RPK representou o problema através de riscos, marcas que procuravam reproduzir a situação apresentada.

Ao iniciar o processo de produção da notação, RPK desenhou riscos de dois em dois, numa disposição linear, totalizando oito pequenos agrupamentos de dois riscos cada um.

Em seguida, fez a contagem e acrescentou dois riscos nos três primeiros agrupamentos, totalizando três grupos com quatro riscos (que representam os pés) e cinco grupos com dois riscos.

Finalizando sua notação, RPK escreveu, ao lado dos agrupamentos, as palavras: cabritos (nos agrupamentos de quatro riscos) e galinhas (nos agrupamentos de dois riscos).

b) Categorização das notações produzidas.

RPK solucionou a situação-problema apresentada através de riscos e palavras.

A notação produzida por RPK é exemplo das categorias: notações com riscos e notações com palavras.

c) Descrição das respostas dos sujeitos ao serem solicitados a explicar suas notações.

Ao ser solicitado a explicar o processo de resolução e a produção da notação, RPK inicia sua explicação dizendo que começou desenhando dois riscos para cada pequeno agrupamento, já que cada animal possuía no mínimo dois pés. Explica também que fez oito agrupamentos, pois eram oito animais no total.

Em seguida, explica que fez a contagem e percebeu que faltavam seis para completar o número total de pés descrito no problema.

RPK relata que acrescentou, aos três primeiros agrupamentos, mais dois riscos e enquanto registrava, contava o total de marcas.

RPK então, fez a contagem final e acrescentou a cada agrupamento as palavras: cabritos e galinhas, identificando os animais representados.

V – DISCUSSÃO E CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nesta pesquisa verificou-se os procedimentos notacionais de solução que alunos de 2ª série podem produzir na resolução de um problema de estrutura algébrica, com duas incógnitas.

Visando responder ao problema proposto, uma questão foi levantada ainda no início da pesquisa:

Como alunos de 2ª série (7 e 8 anos) solucionam problemas que evocam estrutura algébrica do tipo equação do primeiro grau com duas incógnitas, antes de ser ensinado um padrão matemático de solução?

Ao descrever a natureza das soluções notacionais, das soluções verbais e das interpretações das crianças expressas durante a solução do problema algébrico, conforme os níveis de raciocínio envolvido em cada um deles, identificaram-se diferentes categorias de resolução do problema. Houve soluções das mais simples às mais elaboradas, de níveis menos avançados para níveis mais avançados de solução.

A notação produzida por ACLGS e a explicação por ele dada, revela sua compreensão da relação todo/parte, descrita por Lins e Gimenez (1997) e anteriormente referida.

Além disso, ACLGS demonstrou, em sua notação, certa habilidade em cálculo mental, pois chega à conclusão de que para diminuir o total de pés, e não de animais, precisaria acrescentar uma galinha, visto que as galinhas possuem menos pés que os cabritos.

Os diferentes tipos de resoluções encontrados mostram diferentes níveis de compreensão dos conceitos matemáticos e da aplicação destes em problemas.

Mas que significado têm estes avanços para o estudo do ensino e da aprendizagem da matemática?

O aluno é sujeito ativo de sua aprendizagem, cria hipóteses, experimenta, questiona e, dessa forma, vai construindo seu conhecimento. Para essa construção, é considerada a bagagem de conhecimento que o aluno possui, pois é a partir dela que ele estabelecerá relações para aprendizagem e por meio do que ele já sabe é que começa a compreender e dar significado a um conteúdo, tendo em vista que "uma aprendizagem é tanto mais significativa quanto mais relações com sentido o aluno for capaz de estabelecer entre o que já conhece, seus conhecimentos prévios e o novo conteúdo que lhe é apresentado como objeto de aprendizagem" (COLL, 1997, p. 61).

A notação produzida por ACLGS revela parte da bagagem de conhecimentos que já possui, conforme citado anteriormente, pois ao iniciar a produção de sua notação, começou utilizando seu conhecimento sobre metade. Depois de iniciar a notação representando a metade da quantidade total, ACLGS foi buscando resolver o problema por ensaio e erro, acrescentando ou diminuindo unidades do total de cada uma das incógnitas (número de galinhas e de cabritos).

É importante ressaltar que ACLGS utilizou-se também de seus conhecimentos de cálculo mental, pois ao diminuir o total de um tipo de animal ao invés do outro, ACLGS mostra que sabe que quantidade pode interferir no resultado final do problema.

Através de relações estabelecidas com os conhecimentos já construídos, o aluno resolve problemas, pelas mais variadas estratégias e encontra a solução, geralmente diferente àquela ensinada na escola. Conforme Coll (1997), "quando um aluno enfrenta um novo conteúdo a ser aprendido, sempre o faz armado com uma série de conceitos, concepções e representações adquiridos no decorrer de suas experiências anteriores" (COLL, 1997, p. 12).

Segundo Lins e Gimenez (1997), "toda operação é realizada segundo uma lógica, e é essencial investigar essas lógicas se queremos entender as formas de pensar de nossos alunos" (LINS e GIMENEZ, 1997, p. 114).

Analisando os resultados obtidos pelos três sujeitos estudados, pode-se observar uma lógica nas operações por eles realizadas.

ACLGS mostra uma lógica baseada na redução de uma das parcelas, e por conseqüência no aumento da outra parcela, para conseguir o resultado final desejado. ACLGS, em seu relato, revela que iniciou tentando separar o todo em partes pela maneira por ele considerada mais óbvia, separando a quantidade pela metade. Quando observou que não obteve o resultado esperado, foi tirando de uma das partes e, por conseqüência, aumentando a outra parte.

APP mostrou em sua notação uma lógica baseada na dedução. Ao desenhar um círculo para cada cabeça do animal e, em seguida, dois traços abaixo de cada círculo, APP revela que, por dedução, cada animal tinha ao menos dois pés e que, portanto, para concluir sua resolução do problema era necessário apenas acrescentar mais dois pés em alguns dos animais, completando a quantidade final.

De maneira diferente, RPK mostrou também uma resolução baseada na dedução. RPK, assim como APP, deduziu que cada animal teria ao menos dois pés, e por isso desenhou riscos em agrupamentos de dois em dois. Ao final desta representação, RPK apenas acrescentou mais dois riscos nos três primeiros agrupamentos anteriormente registrados.

Lins e Gimenez (1997) em sua obra, citam o psicólogo, cientista e filósofo russo Vasily Vasilievich Davydov (1930- 1998), um discípulo de Vygotsky. Davydov criou um currículo no qual a educação visa dar poder de generalidade ao pensamento infantil. Acreditava que o ensino da álgebra poderia ser iniciado nos primeiros anos da vida escolar. Não numa perspectiva de aumentar a quantidade de conteúdos ou de antecipar seu ensino. A idéia era utilizar dispositivos como diagramas e algumas atividades que dessem base para o pensamento algébrico no futuro. O importante era tornar o raciocínio da criança mais flexível e poderoso. Segundo Lins e Gimenez (1997) a perspectiva de Davydov é perfeitamente adequada a alunos bastante jovens, "a principal característica da atividade proposta por Davydov é que nela uma situação é proposta, e o que se segue é que as pessoas falam sobre aquela situação." (LINS e GIMENEZ, 1997, p. 122)

O que pode ser observado nos dados obtidos pela resolução dos sujeitos estudados, é que cada um, de sua maneira, falou sobre a situação apresentada mostrando suas conclusões através de desenhos, riscos ou palavras para mostrar seu pensamento.

As notações produzidas pelos sujeitos desta pesquisa, demonstram que mesmo muito cedo, ainda nas séries iniciais, as crianças desenvolvem um pensamento algébrico e podem resolver problemas com estrutura algébrica.

O nível de raciocínio e cálculo mental que os sujeitos apresentaram na coleta de dados para esta pesquisa, está muito além daquele nível de raciocínio exigido pela escola. Isto nos leva a crer, mais uma vez, que a escola não vem desenvolvendo todo o potencial de raciocínio matemático que as crianças possuem.

"Tudo parece sugerir uma razão pela qual sempre ouvimos, de pessoas comuns, que boa parte da matemática escolar é inútil ou irrelevante, e talvez mesmo toda ela: é possível aprender na rua a maior parte da aritmética da rua. Não é que não haja aritmética na rua: é que ela é outra" (LINS e GIMENEZ, 1997, p. 16).

Uma educação matemática com significado e relacionada ao cotidiano é o que se busca na realidade. Uma educação matemática interligando aritmética, álgebra, geometria e todos os outros temas de estudo com a realidade, interligada com o contexto extra-escolar. Lins e Gimenez (1997) defendem que "o que devemos buscar é a coexistência da educação algébrica com a aritmética, de modo que uma esteja implicada no desenvolvimento da outra" (LINS e GIMENEZ, 1997, p. 159).

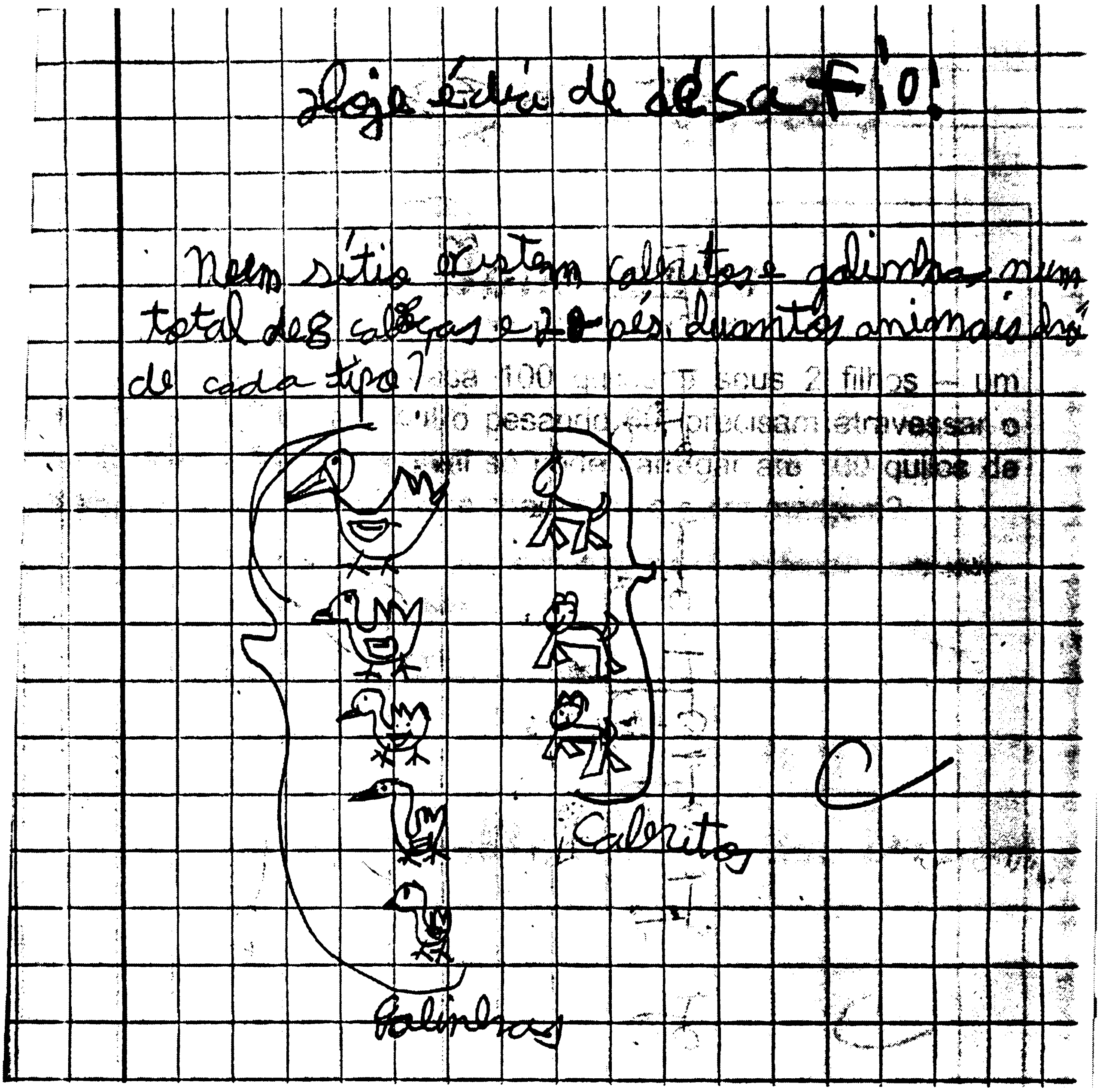
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS:

1. BRITO, M. R. F. Alguns aspectos teóricos e conceituais da solução de problemas matemáticos. In: BRITO M. R. F. (Org.) **Solução de Problemas e a Matemática Escolar.** Campinas: Alínea, 2006. p. 13 – 53.
2. CARRAHER, T.; CARRAHER, D. e SCHLIEMANN, A. **Na vida dez, na escola zero.** 10 ed. São Paulo: Cortez, 1995
3. CHARNAY, R. Aprendendo (com) a resolução de problemas. In: PARRA, C. e SAIZ, I. (Org.) **Didática da matemática: reflexões psicopedagógicas.** Porto Alegre: Artes Médicas, 1996. p. 36-47.
4. COLL, C. et al. **O construtivismo na sala de aula**. São Paulo: Ática, 1997.
5. GÁLVEZ ,G. Didática da matemática. In: PARRA, C. e SAIZ, I.(Org.) **Didática da matemática: reflexões psicopedagógicas.** Porto Alegre: Artes Médicas, 1996. p. 26-35
6. KAMII, C. **Crianças pequenas reinventam a aritmética: implicações da teoria de Piaget.** Porto Alegre, Artmed, 2005.
7. _______. **A criança e o número**. 22 ed. Campinas: Papirus, 1996.
8. _______. **Crianças pequenas continuam reinventando a aritmética (séries iniciais): implicações da teoria de Piaget**. Porto Alegre: Artmed, 2005.
9. LERNER, D.; SADOVSKY, P. O sistema de numeração: um problema didático. In: PARRA, C. e SAIZ, I. (Org.). **Didática da matemática: reflexões psicopedagógicas.** Porto Alegre: Artes Médicas, 1996. p. 73-155.
10. LINS, R. C; GIMENEZ, J. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI.** Campinas: Papirus, 1997.
11. PIAGET, J. **A Epistemologia Genética.** Piaget. Coleção Os Pensadores. 2 ed.São Paulo: Abril Cultural, 1983.
12. SAIZ, I. Dividir com dificuldade ou a dificuldade de dividir. In: PARRA, C. e SAIZ, I. (Org.). **Didática da matemática: reflexões psicopedagógicas.** Porto Alegre: Artes Médicas, 1996. p. 156-85.
13. STAREPRAVO, A. R. **Matemática em tempo de transformação.** Curitiba: Renascer, 1997.
14. ________. **A resolução de problemas de estrutura multiplicativa por crianças de terceira série do ensino fundamental.** Dissertação de Mestrado. UFPR, Curitiba:2001.

15. ________. **Jogos para ensinar e aprender matemática.** Curitiba: Coração Brasil Editora, 2006.
16. ________. **O Jogo e a Matemática no Ensino Fundamental – Séries Iniciais.** Curitiba: Renascer: 1999.
17. VERGNAUD, G. **El niño, las matemáticas y la realidad. Problemas de la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria**. México: Trillas,1991.
18. ZUNINO, Délia Lerner. **A matemática na escola: aqui e agora.** Porto Alegre: Artes Médicas, 1995.

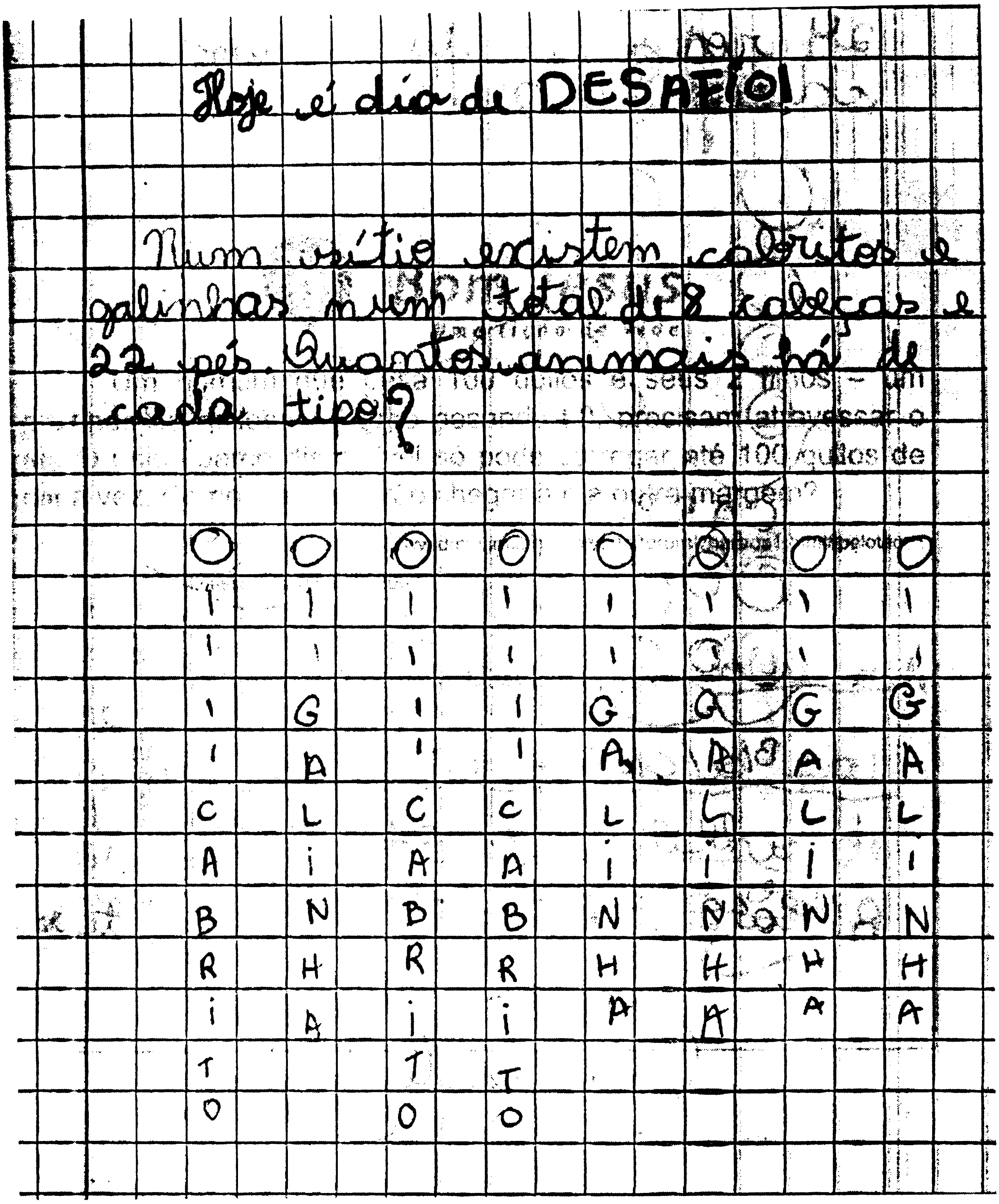
ANEXO 1

Notação produzida por ACLGS.



ANEXO 2

Notação produzida por APP.



ANEXO 3

Notação produzida por RPK.