

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

ARON DA ROCHA BATTISTELLA

EFEITO PELICULAR EM REGIME PERMANENTE NÃO-SENOIDAL

Curitiba – PR

2019

ARON DA ROCHA BATTISTELLA

EFEITO PELICULAR EM REGIME PERMANENTE NÃO-SENOIDAL

Trabalho de conclusão de curso apresentado como requisito parcial à obtenção do título de Licenciado em Física na Universidade Federal do Paraná.

Orientador: Prof. Dr. Sérgio Luiz Meister Berleze

Curitiba – PR

2019




UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ


SETOR DE CIÊNCIAS EXATAS


CURSO DE LICENCIATURA EM FÍSICA

**ATA DA APRESENTAÇÃO E ARGUIÇÃO ORAL DE
TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO**

Aos 25 dias do mês de junho de 2019, as 14 horas, na sala PE03, do Bloco II, Centro Politécnico, na Universidade Federal do Paraná, compareceu o acadêmico **Aron da Rocha Battistella**, aluno do Curso de Licenciatura em Física do Setor de Exatas da Universidade Federal do Paraná, para fazer a apresentação e arguição oral relativa ao seu **Trabalho de Conclusão de Curso (TCC)**, intitulado “**Efeito pelicular em regime permanente não-senoidal**”, orientado pelo Professor Dr. Sérgio Luiz Meister Berleze, perante a banca examinadora, que foi assim constituída: Prof. Dr. Sérgio Luiz Meister Berleze, como Presidente da Banca, o Prof. Dr. José Pedro Mansueto Serbena, como 1º Membro da Banca e o Prof. Dr. Marlus Koehler, como 2º Membro da Banca. Após assistirem a exposição do acadêmico acima nomeado e arguirem-no sobre diferentes aspectos do TCC apresentado, os membros da banca reuniram-se para atribuição da nota final, a qual foi 85 (oitenta e cinco), de acordo com o **Relatório de Avaliação de TCC**, que acompanha esta Ata, estando o acadêmico aprovado na disciplina TCC2, com a recomendação de que todas as sugestões de correções indicadas pela Banca sejam atendidas e que a versão definitiva do TCC seja entregue conforme as regras estabelecidas pelo Colegiado de Curso e no prazo fixado. A nota final foi comunicada ao acadêmico. Nada mais havendo a ser tratado, o Presidente da Banca declarou encerrada a seção e todos os membros da Banca assinaram a presente Ata.


Prof. Dr. Sérgio Luiz Meister Berleze
Presidente da Banca


Prof. Dr. José Pedro Mansueto Serbena
1º Membro da Banca


Prof. Dr. Marlus Koehler
2º Membro da Banca


Aron da Rocha Battistella
Orientando

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a minha mãe, que esteve presente em todos os momentos de minha vida e me deu auxílio e condições para chegar até onde cheguei, sem ela esse trabalho seria impossível. Agradeço a meu mestre pela orientação, bem como pela paciência para me explicar as coisas milhares de vezes sem reclamar uma única vez, além de toda a dedicação para responder os e-mails e atendimento em sua sala. Agradeço à minha namorada, que além da companhia durante as horas de escrita e programação desse TCC, me animando e motivando, também me ajudou a não esquecer de minhas obrigações e esteve presente nos momentos de dificuldade. Agradeço por fim, a dois amigos, um deles por ter me ajudado com as ilustrações do trabalho e teve a paciência de ficar mudando as cores até eu decidir qual seria a melhor opção, o outro, por ter me ajudado na montagem dos gráficos feitos com milhares de dados e com pequenas correções no trabalho. Sem cada um de vocês, o trabalho teria ficado ainda mais difícil de ser realizado. Portanto, fica aqui o meu “Muito obrigado, de coração.”.

O universo tem um começo, mas não um fim. Estrelas também tem começos, mas encontram seu fim. A história mostrou que aqueles com sabedoria são os maiores tolos de todos. Peixes que vivem no mar não tem conhecimento da terra. Se tivessem sabedoria, eles também, seriam arruinados. Os humanos passarem da velocidade da luz é mais tolo que os peixes começarem a viver na terra. Essas palavras são para aqueles que ousam desafiar o aviso final de Deus. Um epígrafa para sua teimosia.

“Hiyajou, Maho (Steins;Gate 0)”

RESUMO

Após o desenvolvimento teórico, criou-se um programa em linguagem de programação C++ que calcula numericamente a densidade de corrente elétrica em cada ponto de um condutor retilíneo pelo qual passa uma corrente periódica e não senoidal representada por sua série de Fourier. Ao final, fez-se uma análise para tensões com forma de onda retangular onde observou-se claramente a existência do efeito pelicular. Em seguida obteve-se a densidade de corrente em cada ponto do material, bem como a profundidade pelicular (*skin depth*) do efeito. Além disso, verificou-se, visualmente e calculando o fator de forma e de pico, que a forma de onda aplicada pela fonte é mais deformada à medida que se aproxima do centro do condutor.

Palavras chave: Efeito Pelicular, Ondas Retangulares, não-senoidal.

ABSTRACT

After a theoretical development, was created a C++ program to numerically compute the electric current density in each point of a linear conductor through which a periodic non-sinusoidal current is applied using its Fourier series. Finally, an analysis for rectangular waves was made and was clearly observed the existence of the skin effect, from which we obtained the current density for each point of the material, as well as the skin depth of the effect. Nevertheless, we verified visually and computing the wave and the crest factors that the shape of the applied wave is deformed as it gets closer to the center of the conductor.

Keywords: skin effect, rectangular waves, non-sinusoidal

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Campos no interior de um condutor cilíndrico	10
Figura 2 – Disposição geométrica	11
Figura 3 – Série de Fourier de uma onda retangular	13
Figura 4 – Séries de Fourier – Aproximação de uma forma retangular pela adição de diferentes números de harmônicos	15
Figura 5 – Densidade de corrente elétrica	20
Figura 6 – Série de Fourier de uma onda retangular	21
Figura 7 – Densidade de corrente elétrica em função da posição	22
Figura 8 – Densidade de corrente elétrica ao longo do condutor	23
Figura 9 – Efeito pelicular para 1 MHz.....	23
Figura 10 – Diminuição das amplitudes dos harmônicos da onda devido ao efeito pelicular	24
Figura 11 – Diminuição da amplitude dos harmônicos da onda devido ao efeito pelicular – Comparação com a série de Fourier da tensão aplicada.....	25
Figura 12 – Fatores de forma e de onda para o período em comum	26
Figura 13 – Fator de forma e de onda para o período individual	27
Figura 14 – Ferramenta para receber o formato da secção do condutor – exemplo 1	28
Figura 15 – Ferramenta para receber a secção do condutor – exemplo 2	29

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	1
2	OBJETIVOS.....	3
3	MOTIVAÇÃO.....	4
4	METODOLOGIA.....	5
5	DESENVOLVIMENTO TEÓRICO	6
6	RESULTADOS	20
7	CONCLUSÃO.....	30
8	REFERÊNCIAS	31

1 INTRODUÇÃO

O efeito pelicular é a tendência que uma corrente elétrica alternada tem de fluir próxima à superfície de um condutor metálico. Ela flui principalmente a uma profundidade chamada de “profundidade pelicular” (*skin depth* no inglês). Esse fenômeno é também chamado de efeito Kelvin, em homenagem a Lord Kelvin por suas contribuições a respeito desse efeito em condutores cilíndricos (1889) (ROBERT, 2000).

Os portadores de carga que constituem uma corrente que passa por um fio, geralmente elétrons, são movidos por um campo elétrico devido à fonte de energia elétrica. Acontece que a corrente alternada em um condutor, devido a um campo elétrico externo alternado, segundo as equações de Maxwell (GRIFFITHS, 2014), produzem um campo magnético alternado dentro do condutor. O campo magnético terá uma intensidade proporcional à intensidade de corrente elétrica que flui pelo condutor, variando juntamente com ela. A variação do fluxo deste campo magnético alternado produz um campo elétrico induzido que tem sentido oposto ao campo elétrico externo aplicado, sendo mais intenso no centro do condutor, forçando maior circulação de elétrons próximos à superfície, ou seja, há uma redistribuição da densidade de corrente gerando o chamado efeito pelicular (*skin effect* em inglês).

Em 1864, James Clerk Maxwell mostrou que a impedância de um circuito em regime quase-estacionário diferia daquela em regime estacionário e justificou essa diferença devido a uma distribuição não-uniforme da corrente através da seção transversal do condutor. Maxwell apresentou a primeira solução analítica para o efeito pelicular para o caso de condutores cilíndricos isolados. Esse efeito foi descrito pela primeira vez para o caso de condutores esféricos por Horace Lamb em 1883 e foi generalizado para qualquer formato de condutores por Oliver Heaviside por volta de 1885. Heaviside desenvolveu também pesquisas empregando solenoides onde mostrou que a variação da frequência do campo elétrico aplicado modificava a impedância do circuito. Em 1886, Heaviside publicou um trabalho onde, pela primeira vez, foi tratado de forma específica o efeito de proximidade, que é a influência de campos magnéticos externos gerados por corrente elétrica alternada em condutores nas vizinhanças do condutor que está sendo estudado. Entretanto, os campos magnéticos externos também sofrem influência do condutor em estudo, existindo, assim, uma influência mútua.

Apesar da teoria formulada, as contas necessárias para encontrar a densidade de corrente elétrica para formatos diversos de condutores são longas e complexas, sendo inviáveis de serem resolvidas manualmente. Até 1988, soluções analíticas exatas só foram obtidas para

o efeito pelicular em duas situações: condutores com simetria circular e chapas infinitamente largas.

Com o avanço da tecnologia, e com a crescente produção de circuitos impressos, torna-se necessário o conhecimento dos efeitos de dispersão de energia devido ao efeito pelicular, especificamente aqueles induzidos por correntes elétricas com variação temporal retangular, que são muito utilizadas nesses tipos de circuitos. A necessidade de compreender tal fenômeno se deve ao fato de que, constantemente, as empresas têm a necessidade de produzir equipamentos e tecnologias mais eficientes, junto a um menor custo de produção, estimuladas pela própria concorrência do mercado.

2 OBJETIVOS

O intuito desse trabalho de conclusão de curso (TCC) é desenvolver um estudo acerca do efeito pelicular para tensões periódicas não-senoidais aplicadas em materiais não-magnéticos, eletricamente neutros e bidimensionais de largura muito maior que a altura. Para isso, utilizar-se-á como base dois artigos, o primeiro intitulado “*La Repartition Des Courants Dans Les Conducteurs Massifs Effet Kelvin. Courants de Foucault*” (CAHEN, 1951) e o segundo intitulado “Efeito Pelicular (On the Skin Effect)” (ROBERT, 2000), que tratam do efeito com algumas simplificações para torná-lo de “fácil” resolução numericamente.

Utilizando as referências citadas, será possível calcular a densidade de corrente elétrica em cada ponto do material condutor, bem como verificar a forma dessa distribuição de corrente através de sua secção transversal. Tal formulação será válida para condutores retilíneos, longos, com secção transversal retangular do tipo planar. As tensões aplicadas pela fonte no material serão de formato retangular.

Além disso, esse trabalho também tem como objetivo preparar a implementação para o estudo de condutores com secção transversal qualquer.

3 MOTIVAÇÃO

Com o avanço da tecnologia, circuitos impressos se veem cada vez mais presentes nos equipamentos eletrônicos. Tais circuitos são compostos de trilhas de materiais condutores, em geral cobre, e seu desempenho leva em conta, entre outras coisas, a frequência. Quanto maior a frequência, em geral, mais rápida será a resposta dos circuitos. Além disso, as tecnologias atuais utilizam sinais digitais com formato retangular, que pode ser interpretado como a soma de diversos sinais senoidais com frequências múltiplas da fundamental.

Para que se saiba qual a melhor frequência para se trabalhar com esses circuitos e em quais pontos o sinal elétrico obtido será o mais fiel ao sinal elétrico aplicado, é necessário que se compreenda os fenômenos físicos envolvidos no processo. Um desses fenômenos é o efeito pelicular.

Portanto, o estudo do efeito pelicular é necessário para que se compreenda o comportamento dos sinais aplicados em circuitos eletrônicos a fim de torná-los mais rápidos, e com menor perda de qualidade de sinal.

4 METODOLOGIA

Para a realização do TCC foi necessária a leitura de diversos artigos nos quais o efeito pelicular é abordado, afim de se conhecer as soluções analíticas ou numéricas existentes. Tendo o embasamento teórico, montou-se um programa em linguagem de programação C++, utilizando uma de suas principais versatilidades que é a construção de tipos denominados “classes”, nas quais todos os dados a serem armazenados são de propriedade da classe. Tal tipo de representação é chamada de “programação voltada a objetos”, na qual a “classe” representa um objeto. Como um exemplo, há uma classe que representa o material a ser estudado e os elementos dessa classe seriam a resistividade do material, as suas dimensões e a tensão que é aplicada sobre ele. Montadas as classes, criaram-se as funções para calcular os valores necessários para a verificação do comportamento da corrente elétrica no interior do material.

O programa foi desenvolvido de modo a resolver tais equações para diversos tipos de ondas em regime permanente e que possam ser representadas por uma série de Fourier. Foi feito um estudo especificamente de ondas retangulares.

Por fim, tendo os dados armazenados na memória RAM utilizada pelo programa, passou-se os dados para arquivos de texto, os quais foram analisados e interpretados com o auxílio de programas geradores de gráficos (SciDavis e GnuPlot).

5 DESENVOLVIMENTO TEÓRICO

De acordo com os artigos de (ROBERT, 2000) e (CAHEN, 1951) e usando as equações de Maxwell (GRIFFITHS, 2014), pode-se dizer que o efeito pelicular ocorre no interior de um material metálico quando ele é submetido um campo elétrico externo alternado. Isso se deve ao fato de que toda carga em movimento produz um campo magnético e, no caso de correntes alternadas, um fluxo magnético que varia no tempo que, de acordo com as equações de Maxwell [(5.2) a (5.5)], produz um campo elétrico induzido, cujo sentido é dado pela variação do fluxo magnético, sendo, portanto, contrário ao do campo elétrico externo aplicado (aquele que gerou a corrente elétrica alternada) no centro do condutor. Como a corrente elétrica nada mais é do que cargas em movimento, quando submetidas à um campo eletromagnético sofrem a ação da Força de Lorentz (5.1), que deverá ser necessariamente perpendicular à direção do movimento das cargas e ao campo magnético simultaneamente, e tendo sentido do centro para as bordas do condutor, explicando a natureza do efeito observado. Ressalta-se aqui que a força de Lorentz não é utilizada para o cálculo do efeito pelicular, expressá-la aqui é uma forma mais intuitiva para a compreensão e explicação do fenômeno. Experimentalmente, percebe-se que essa corrente elétrica se distribui, conforme previsto teoricamente, próxima às superfícies e bordas do condutor quanto maior é a sua frequência. Entretanto, nas teorias mais simples que tentam explicar o efeito pelicular, a condutividade é proporcional ao livre caminho médio dos elétrons no condutor e ocorre se a frequência for suficientemente alta a ponto da profundidade pelicular (skin depth) ser menor que o livre caminho médio dos elétrons. Essa teoria simples não será capaz de explicar o efeito e a situação passa a ser chamada de efeito pelicular anômalo. Com frequências muito altas, superiores às chamadas frequências de plasma, que varia de material para material, o efeito de relaxação ocorre. Nessas frequências o elétron é submetido a diversos ciclos de campos elétricos entre duas colisões com a rede difusora durante o intervalo de tempo médio em que permanece na película, de tal forma que é como se não houvesse corrente elétrica no material e, portanto, o metal torna-se “transparente” para campos elétricos com essas frequências, ou seja, é como se o metal não estivesse presente e não houvesse interação com o campo elétrico externo aplicado. Apesar desse efeito ocorrer, ele não será abordado neste trabalho e o estudo dar-se-á para frequências inferiores às frequências de plasma do metal considerado.

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}). \quad \text{Força de Lorentz (5.1)}$$

A partir das equações de Maxwell, enumeradas de (5.2) a (5.5) a seguir:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho, \quad (5.2)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0, \quad (5.3)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad (5.4)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}, \quad (5.5)$$

onde \vec{D} é o campo de deslocamento elétrico, também chamado de indução elétrica ou densidade de fluxo elétrico; \vec{B} é o campo magnético, também chamado de indução magnética, densidade de campo magnético e densidade de fluxo magnético; \vec{E} é o campo elétrico, também chamado de intensidade de campo elétrico; \vec{H} é o campo magnetizante, também chamado de campo magnético auxiliar, intensidade de campo magnético ou campo magnético. \vec{J} é a densidade de corrente elétrica de condução.

E sabendo das seguintes relações constitutivas:

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E}, \quad (5.6)$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H}, \quad (5.7)$$

$$\vec{J} = \sigma \vec{E}, \quad \text{Lei de Ohm (5.8)}$$

onde μ é a permeabilidade magnética absoluta do material; ϵ é a permissividade elétrica absoluta do material e σ é a condutividade elétrica do material.

O efeito pelicular clássico a ser abordado por este trabalho poderá ser resolvido analiticamente se consideradas as seguintes condições:

- a) Os meios são considerados condutores e não magnéticos, de tal forma que a permissividade relativa e a permeabilidade relativa sejam próximas da unidade.
- b) Para longos intervalos de frequências, o termo de densidade de corrente de deslocamento $\left(\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\right)$ pode ser considerado desprezível em relação a \vec{J} .
- c) A lei de Ohm é válida.
- d) As frequências envolvidas não geram efeito pelicular anômalo e consequentemente, estão suficientemente abaixo da frequência de plasma do material.
- e) A densidade de carga líquida no condutor é nula, ou seja $\rho = 0$.

Com as considerações feitas acima, e utilizando as relações de (5.2) à Lei de Ohm (5.8), faz-se os seguintes passos:

De acordo com a equação (5.6) e considerando que o divergente de qualquer rotacional é nulo, faz-se:

$$\vec{\nabla}^2 \vec{D} = \vec{\nabla}^2 \vec{E} = 0 = \vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{B}), \quad (5.9)$$

utilizando a condição b) e a relação constitutiva Lei de Ohm (5.8) tem-se:

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \vec{J} \Rightarrow \vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu \vec{J} = \mu \sigma \vec{E}. \quad (5.10)$$

Portanto, retornando à equação (5.9):

$$\therefore \vec{\nabla}^2 \vec{E} = \vec{\nabla} \cdot (\mu \sigma \vec{E}) = 0. \quad (5.11)$$

Logo, assumindo μ e σ constantes, podemos escrever que:

$$\vec{\nabla}^2 \vec{E} = \mu \sigma \vec{\nabla} \cdot \vec{E}. \quad (5.12)$$

Novamente utilizando b) para frequências muito altas e considerando a relação constitutiva (5.6) tem-se que:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0 = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}, \quad (5.13)$$

$$\therefore \vec{\nabla}^2 \cdot \vec{E} = \mu\sigma \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}. \quad (5.14)$$

Mas, usando a Lei de Ohm,

$$\vec{\nabla}^2 \cdot \frac{\vec{J}}{\sigma} = \mu\sigma \frac{1}{\sigma} \frac{\partial \vec{J}}{\partial t}, \quad (5.15)$$

e, portanto:

$$\therefore \vec{\nabla}^2 \cdot \vec{J} = \mu\sigma \frac{\partial \vec{J}}{\partial t}. \quad (5.16)$$

Substitui-se a densidade de corrente elétrica pelo rotacional do campo magnetizante.

$$\vec{\nabla}^2 \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{H}) = \mu\sigma \frac{\partial (\vec{\nabla} \times \vec{H})}{\partial t}. \quad (5.17)$$

Usando a propriedade que,

$$\vec{\nabla}^2 \cdot (\vec{\nabla} \times) \vec{A} = (\vec{\nabla} \times) \vec{\nabla}^2 \cdot \vec{A} = 0, \quad (5.18)$$

e, considerando que a derivada parcial no tempo pode comutar com o rotacional do campo magnetizante, tem-se:

$$\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla}^2 \vec{H}) = \mu\sigma \left(\vec{\nabla} \times \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \right). \quad (5.19)$$

A equação (5.19) será verdadeira se,

$$\vec{\nabla}^2 \vec{H} = \mu\sigma \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}. \quad (5.20)$$

Portanto, ao fim temos as seguintes equações:

$$\vec{\nabla}^2 \vec{E} = \mu\sigma \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}, \quad (5.21)$$

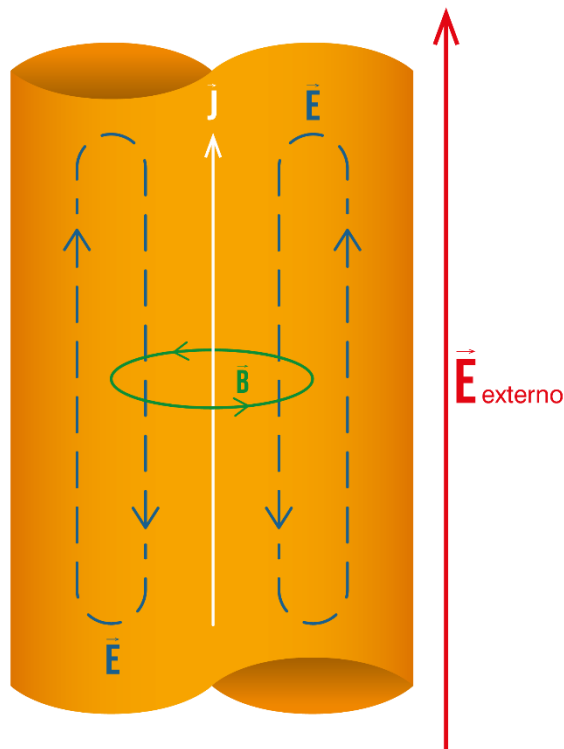
$$\vec{\nabla}^2 \vec{H} = \mu\sigma \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}, \quad (5.22)$$

$$\vec{\nabla}^2 \vec{J} = \mu\sigma \frac{\partial \vec{J}}{\partial t}. \quad (5.23)$$

Aplicando a equação (5.23) para um condutor metálico, não magnético, de altura b no eixo y e largura $2a$ no eixo x , de comprimento $L \gg 2a$ no eixo z , obtém-se a seguinte equação:

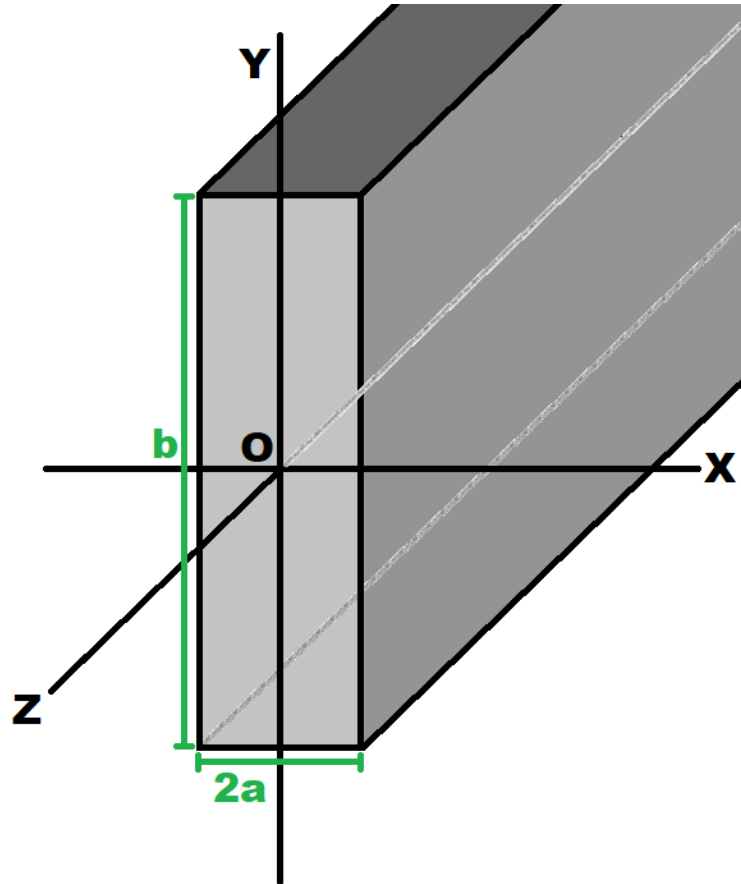
$$\frac{\partial^2 J_z(z, t)}{\partial x^2} = \mu\sigma \frac{\partial J_z(x, t)}{\partial t}. \quad (5.24)$$

Figura 1 – Campos no interior de um condutor cilíndrico



Na Figura 1, \vec{B} é o campo magnético gerado pela corrente elétrica; \vec{E} é o campo elétrico induzido pela variação do fluxo do campo magnético \vec{B} ; \vec{J} é o vetor densidade de corrente elétrica.

Figura 2 – Disposição geométrica



A Figura 2 representa a disposição geométrica da fita metálica estudada

Esta equação diferencial acima é do tipo parabólico, análogo a equações diferenciais relacionadas à difusão de calor. As soluções de tais equações são bem conhecidas, sendo explicitada a seguir.

$$J(x, t) = J_x e^{i\omega t}, \quad (5.25)$$

onde ω é a frequência angular do campo elétrico aplicado; $i = \sqrt{-1}$ é a unidade imaginária; t é o tempo transcorrido.

Utilizando a solução (5.25) na equação (5.24) encontra-se

$$\frac{\partial^2 J_z(x)}{\partial x^2} = \mu\sigma \frac{\partial J_z(x)}{\partial t} = i\omega\mu\sigma J_z(x). \quad (5.26)$$

Cuja solução é dada pela equação (5.27)

$$J_z(x) = J_z(a) \left[\frac{\cosh(2mx) + \cos(2mx)}{\cosh(2ma) + \cos(2ma)} \right]^{\frac{1}{2}} \{\Theta(x) - \Theta(a)\}, \quad (5.27)$$

onde

$$m = \left(\frac{\mu\sigma\omega}{2} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (5.28)$$

e

$$\tan(\Theta(x)) = \tanh(mx) - \tan(mx). \quad (5.29)$$

O termo $\{\Theta(x) - \Theta(a)\}$ é a diferença de fase na densidade de corrente entre o ponto de abcissa x e o ponto a em notação fasorial (cuja unidade é radianos).

A equação (5.27) indica como a densidade de corrente elétrica se comporta ao longo de cada ponto do material especificado, após um instante de tempo muito longo, como garantia de que o regime permanente já foi estabelecido. Uma analogia é ligar, e deixar ligada, uma chave que permite a passagem de corrente elétrica pelo material e esperar um longo período de tempo, além disso, não se tem a intenção de desligar a chave. Chegou-se à equação (5.27) considerando ondas senoidais, entretanto o foco do trabalho dar-se-á sobre funções periódicas não senoidais, que podem ser escritas através de uma série de Fourier.

A série de Fourier correspondente à função $F(x)$, definida no intervalo $c \leq x \leq c + 2L$, onde c e L são constantes definidas como

$$\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n \cos\left(\frac{n\pi x}{L}\right) + b_n \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \right), \quad \text{Série de Fourier (5.30)}$$

$$\begin{cases} a_n = \frac{1}{L} \int_c^{c+2L} f(x) \cos\left(\frac{n\pi x}{L}\right) dx, \\ b_n = \frac{1}{L} \int_c^{c+2L} f(x) \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) dx. \end{cases} \quad (5.31)$$

Para uma onda retangular, a série de Fourier associada é escrita da seguinte forma:

$$f(x) = \frac{4}{\pi} \left(\frac{\sin(x)}{1} + \frac{\sin(3x)}{3} + \frac{\sin(5x)}{5} + \dots \right), \quad (5.32)$$

onde

$$f(x) = \begin{cases} 1 & 0 < x < \pi \\ -1 & -\pi < x < 0. \end{cases} \quad (5.33)$$

Os termos de *senos* entre parênteses da equação (5.32) são chamados de harmônicos e serão referenciados pela letra m . Portanto, a equação (5.32) pode ser reescrita da seguinte forma.

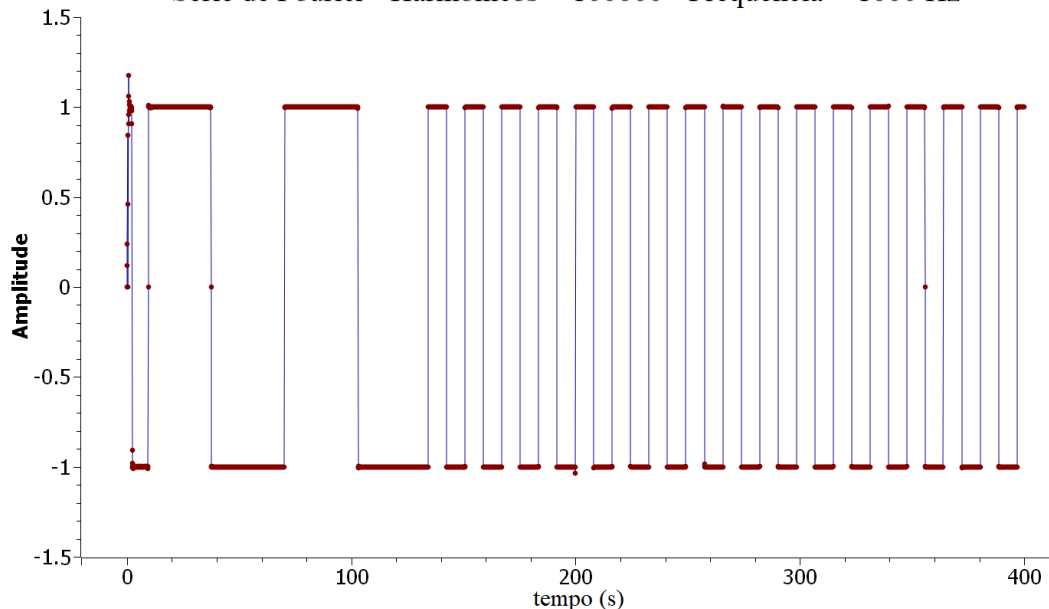
$$f(x) = \frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(m(n) x)}{m(n)}, \quad (5.34)$$

$$m(n) = (2n + 1). \quad (5.35)$$

A equação (5.32) tem sua representação dada pela Figura 3.

Figura 3 – Série de Fourier de uma onda retangular

Série de Fourier - Harmônicos = 100000 - Frequência = 1000 Hz



A Figura 3 foi feito utilizando a equação (5.32) substituindo x por t no eixo das abcissas e considerando a soma de 100000 harmônicos, já que não é possível resolver a série numericamente para infinitos termos. A variação inicial é devida a um tempo de ajuste da função, pois é feita numericamente. O passo do gráfico no eixo do tempo é 0.1 segundos, totalizando 4000 pontos representados.

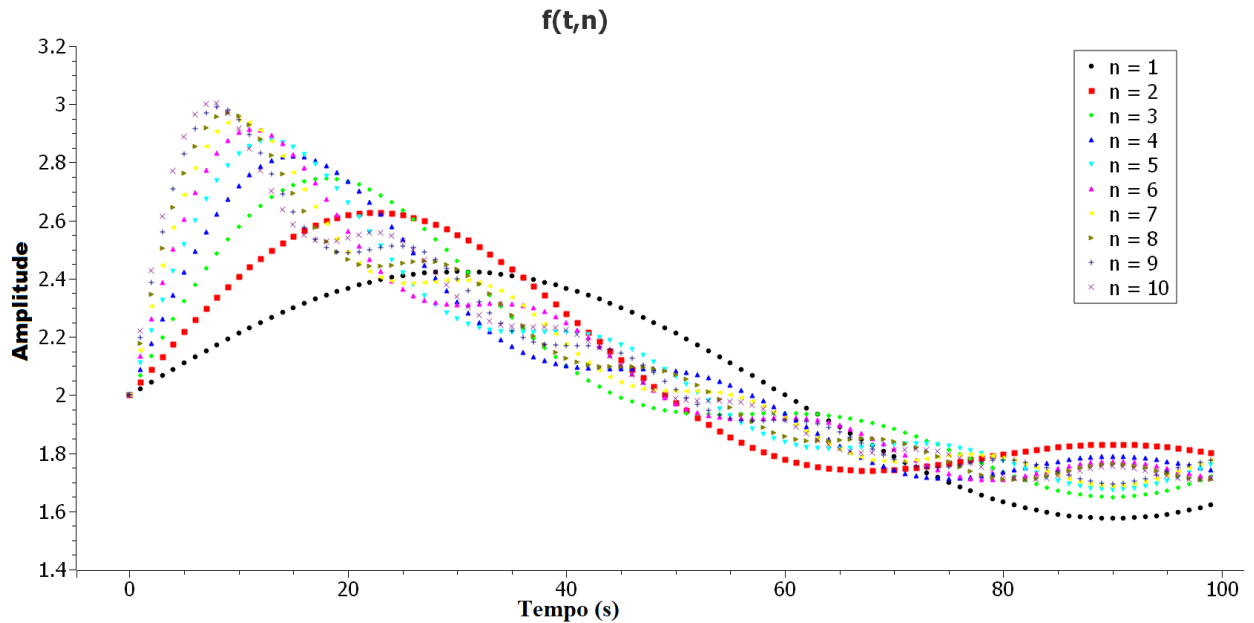
É importante ressaltar que, na Figura 3 há pontos entre $+1$ e -1 , tais pontos são justificados de acordo com o Fenômeno de Gibbs, que prevê que na série de Fourier os pontos de descontinuidade são expressados pelo valor médio entre os valores à esquerda e à direita do ponto de descontinuidade.

Um gráfico da equação (5.32) pode ser vista na Figura 4 para os dez harmônicos iniciais.

É possível perceber, através da Figura 4, que quanto mais harmônicos estão presentes, maior é a tendência do valor da função em cada ponto de se aproximar dos valores mínimos ou máximos da função, justificando o comportamento encontrado na Figura 3.

Agora que se sabe como é a representação de ondas quadradas através de uma série de Fourier – equação (5.32) – e também se sabe qual a função que descreve o comportamento da densidade de corrente elétrica ao longo de um condutor – equação (5.27) –, é possível, dada uma frequência fundamental f_n , realizar uma série de cálculos das densidades de corrente para múltiplos ímpares dessa frequência, formando assim a série de Fourier associada à onda retangular, de tal forma que, somando-se os termos obtidos, ter-se-á o comportamento da densidade de corrente elétrica ao longo do tempo para um ponto específico do condutor, levando em consideração a quantidade de harmônicos n que podem ser considerados sem que ultrapasse a frequência de plasma. Segundo (Aleksandar D. Rakic', 1998), a frequência de plasma do cobre é $\hbar\omega_{pe_{Cobre}} = 10.83 \text{ eV}$, que equivale a $\omega_{pe_{Cobre}} = 1.645 \times 10^{16} \text{ Hz}$.

Figura 4 – Séries de Fourier – Aproximação de uma forma retangular pela adição de diferentes números de harmônicos



A Figura 4 representa séries de Fourier para os primeiros $n = 10$ harmônicos. Nesse gráfico, foi somado uma constante $C = 2$ à equação (5.32).

A Figura 4 poderia ser interpretado como um conjunto de fontes de tensão senoidais ligadas em série, na qual a superposição das ondas tende a gerar uma onda de tensão retangular.

Com isso, será possível verificar a deformação da onda de densidade de corrente ao longo do condutor e verificar quais são os melhores e os piores lugares para se obter a onda com o mesmo formato da onda aplicada. O coeficiente que mede essa deformação é o fator de forma da onda κ , que pode ser obtido de acordo com a equação (5.40), após serem conhecidos o valor eficaz da função e o valor médio de meio período explicitados pelas equações (5.36.a), (5.36.b) e (5.37) respectivamente, como será mostrado a seguir.

De acordo com (NAKASHIMA, 2013) e (PETRY, 2007), o valor médio $\mathcal{V}_{médio}$ de uma função é dado pela equação (5.36.a).

$$\mathcal{V}_{médio} = \begin{cases} \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M f_i & \text{se } f(t) \text{ não contínua,} \\ \frac{1}{T} \int_{t_i}^{t_f} f(t) dt & \text{se } f(t) \text{ contínua,} \end{cases} \quad (5.36.a)$$

$$(5.36.b)$$

onde T é o período da função $f(t)$; t é o tempo, e os sub índices i e f significam inicial e final; M é um número inteiro.

Para funções contínuas senoidais se tem que o período é $T = 2\pi$ e , portanto, o valor médio de meio período, $\mathcal{V}_{médio,\pi}$ (para metade do ciclo de oscilação), é dado integrando $f(t) = a_n \sin(t)$ de $t_i = 0$ a $t_f = \pi$.

$$\mathcal{V}_{médio,\pi_{sin}} = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} a_n \sin(x) dt = \frac{2}{\pi} a_n \cong 0.673 a_n . \quad (5.37)$$

O valor eficaz de uma função representa a capacidade de produção de trabalho efetivo de uma grandeza variável no tempo entre as oscilações positivas e negativas dessa função. O valor eficaz \mathcal{V}_{ef} de uma função periódica é calculado de acordo com as equações (5.38.a) e (5.38.b).

$$\mathcal{V}_{ef} = \begin{cases} \sqrt{\frac{1}{M} \sum_{i=1}^M f^2(i)} & \text{se } f \text{ não contínua ,} \\ \sqrt{\frac{1}{T} \int_{t_i}^{t_f} f^2(t) dt} & \text{se } f(t) \text{ contínua ,} \end{cases} \quad (5.38.a)$$

$$\sqrt{\frac{1}{T} \int_{t_i}^{t_f} f^2(t) dt} \quad \text{se } f(t) \text{ contínua ,} \quad (5.38.b)$$

Para funções senoidais do mesmo tipo da integrada na equação (5.37), o valor efetivo vale

$$\mathcal{V}_{ef_{sin}} = \frac{a_n}{\sqrt{2}} \cong 0.707 a_n . \quad (5.39)$$

O valor eficaz também é conhecido como valor RMS, sigla do inglês *Root Mean Square*, que significa valor médio quadrático.

Conhecidos o valor médio de funções contínuas e descontínuas, bem como o valor eficaz de funções, define-se o fator de forma como sendo

$$\kappa_f = \frac{\mathcal{V}_{ef}}{\mathcal{V}_{médio,\pi}} . \quad (5.40)$$

Para funções senoidais do tipo $f(t) = a_n \sin(t)$, o fator de forma é constante, e independe dos valores de a_n . Segue a demonstração.

$$\kappa_f = \frac{\mathcal{V}_{ef_{sin}}}{\mathcal{V}_{médio,\pi_{sin}}}, \quad (5.41)$$

$$\kappa_{sin} = \frac{a_n}{\sqrt{2}} \frac{\pi}{2a_n} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} \approx 1.11. \quad (5.42)$$

Sendo assim, como a série de Fourier, especificamente para ondas retangulares, é uma soma de senos e $\mathcal{V}_{médio}$ de funções contínuas é uma integral, é possível integrar a soma dos senos separadamente devido a linearidade das integrais de Riemann (equação (5.43)), como pode ser visto a partir da equação (5.44).

$$\int_a^b (\alpha f(x) + \beta g(x)) dx = \int_a^b \alpha f(x) dx + \int_a^b \beta g(x) dx, \quad (5.43)$$

$$\mathcal{V}_{médio,\pi_{Fourier}} = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(m(n) t)}{m(n)} dt. \quad (5.44)$$

Expandindo o somatório teremos:

$$\mathcal{V}_{médio,\pi_{Fourier}} = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \frac{4}{\pi} \left(\frac{\sin(1t)}{1} + \frac{\sin(3t)}{3} + \frac{\sin(5t)}{5} + \dots \right) dt. \quad (5.45)$$

Mas, utilizando a propriedade de linearidade de integrais de Riemann, se tem:

$$\mathcal{V}_{médio,\pi_{Fourier}} = \frac{1}{\pi} \left[\int_0^{\pi} \frac{4}{\pi} \left(\frac{\sin(1t)}{1} \right) dt + \int_0^{\pi} \frac{4}{\pi} \left(\frac{\sin(3t)}{3} \right) dt + \dots \right]. \quad (5.46)$$

Logo, o valor médio da série de Fourier depende de quantos harmônicos n são considerados, como pode ser visto da equação (5.47), onde usou-se a solução (5.37) para os valores médios de meio período para senos.

$$\mathcal{V}(n)_{\text{médio},\pi_{\text{Fourier}}} = \frac{1}{\pi} \sum_{i=0}^n \frac{4}{\pi} \frac{2a_i}{\pi} = \frac{8}{\pi^3} \sum_{i=0}^n a_i. \quad (5.47)$$

Onde a_i são os coeficientes da série de Fourier usada que, para ondas quadradas, vale $m^{-1}(n)$ de acordo com a equação (5.35). Atentando-se que o fator $4/\pi$ já é considerado na conta da densidade de corrente elétrica e, portanto, foi removido da equação (5.47) durante os cálculos dos fatores de onda e de pico.

Agora, verifica-se qual é o valor efetivo de uma série de Fourier para ondas retangulares e, da mesma forma como o valor médio, utiliza-se a propriedade de linearidade (5.43) e a equação (5.34) que são os valores das densidades de corrente, trocando x por t .

$$\mathcal{V}_{ef_{\text{Fourier}}} = \frac{4}{\pi} \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{t=0}^T J^2(t)}. \quad (5.48)$$

Portanto, o fator de forma para uma série de Fourier de ondas retangulares pode ser calculado de acordo com a equação (5.49).

$$\kappa_{f_{\text{Fourier}}} = \frac{\mathcal{V}_{ef_{\text{Fourier}}}}{\mathcal{V}_{\text{médio},\pi_{\text{Fourier}}}} = \frac{\frac{4}{\pi} \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{t=0}^T J^2(t)}}{\frac{8}{\pi^3} \sum_{i=0}^n a_i} = \frac{\pi^2}{2} \sqrt{\frac{\sum_{t=0}^T J^2(t)}{T \sum_{i=0}^n a_i}}. \quad (5.49)$$

Com o fator de forma (5.49) é possível comparar quanto o efeito pelicular modifica a taxa de aproveitamento da potência útil (NAKASHIMA, 2013) (trabalho realizado utilizando a menor intensidade de corrente elétrica possível) ao longo de cada ponto do material.

Existe ainda um outro fator, denominado fator de crista, também chamado de fator de pico, κ_p , dado pela equação (5.50), que indica o grau de distorção de uma onda. Uma corrente com fator de crista muito alto significa que o componente metálico deverá ser indicado com

necessidade de intensidade de corrente elétrica muito maior do que um outro componente com menor fator de pico que realize o mesmo trabalho que ele.

$$\kappa_p = \frac{\mathcal{V}_{pico}}{\mathcal{V}_{RMS}}, \quad (5.50)$$

onde \mathcal{V}_{pico} é a intensidade máxima da onda que e \mathcal{V}_{RMS} é o valor eficaz, dado pela equação (5.38.a).

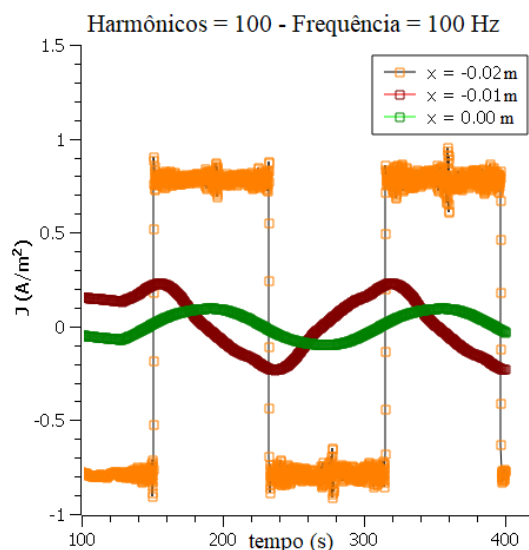
6 RESULTADOS

A implementação do código em linguagem de programação C++ fez-se através de uma classe denominada *Line_Material()* cujo tipo é definido via *template* como *std::complex<double>*. Essa classe tem como variáveis internas as dimensões do material, chamadas de *Material_width* e *Material_height*, e a condutividade do material chamada de *Material_Conductivity* todas do tipo *double*. A classe também contém a frequência da fonte (*Font_Frequency*), e a corrente elétrica total (*Font_Current*). Desses argumentos, apenas a corrente elétrica total não é um dado de entrada. Há também uma variável chamada *m* do tipo *std::complex<double>*, que representa a equação (5.28) e pode ser dado como variável de entrada ou calculada internamente pelo programa automaticamente.

Para o cálculo da densidade de corrente \vec{J} no interior do material, utilizou-se a fórmula (5.27), cujos valores obtidos foram armazenados em uma variável chamada *J3D* do tipo *std::vector<std::vector<std::vector<std::complex<double>>>>*, que nada mais é do que uma matriz tridimensional criada a partir de uma biblioteca interna à *<iostream>*, chamada *<vector>*, que possui um controle interno de alocação de memória, otimizando o funcionamento do programa.

Os dados obtidos para uma placa de cobre de largura $2a = 0.04$ m foram, então, escritos em arquivos de texto e obteve-se os gráficos dispostos na Figura 5 e na Figura 6.

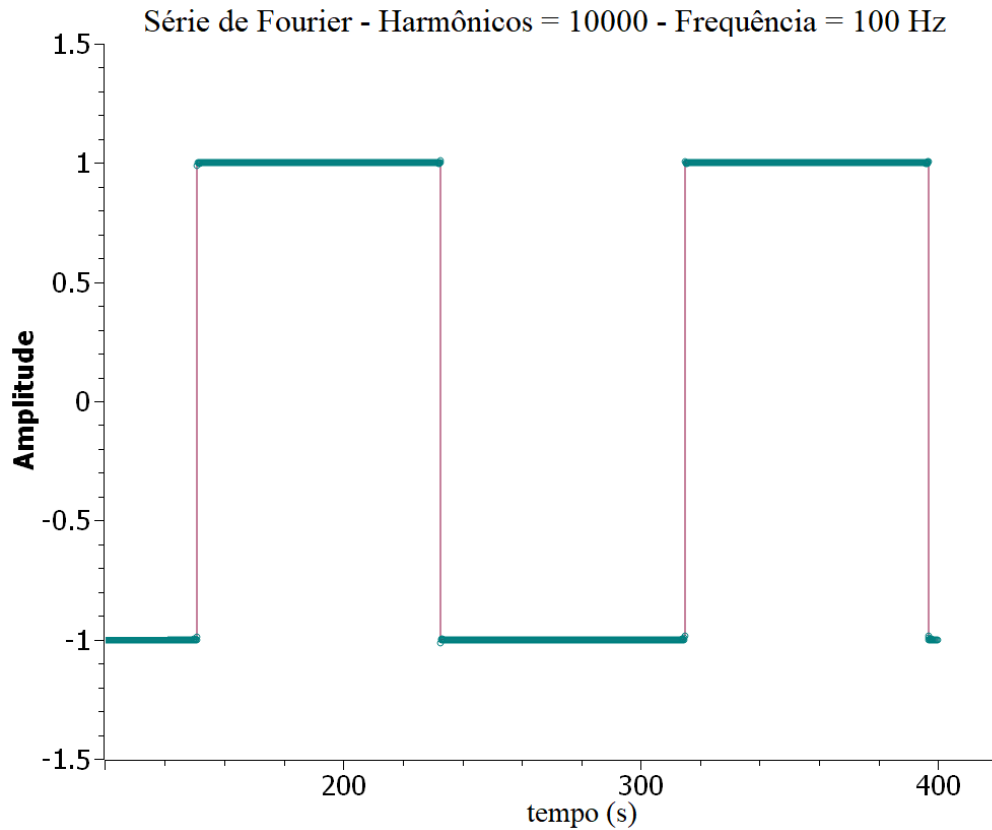
Figura 5 – Densidade de corrente elétrica



A Figura 5 mostra a densidade de corrente ao longo do tempo em 3 posições diferentes no interior de um condutor feito de cobre de 0.04m de largura ($2a = 0.04$ m). A onda de tensão aplicada inicialmente é uma onda retangular aproximada com 100 harmônicos considerados e uma frequência de 100 Hz. Em laranja é a curva para $x = -0.02$ m, a que está em vermelho é para $x = -0.01$ m e a que está em verde é para $x = 0$. Onde o eixo cartesiano está de acordo com a Figura 2.

Foi feita a série de Fourier associada à frequência utilizada na Figura 5 e o resultado pode ser visto na a seguir

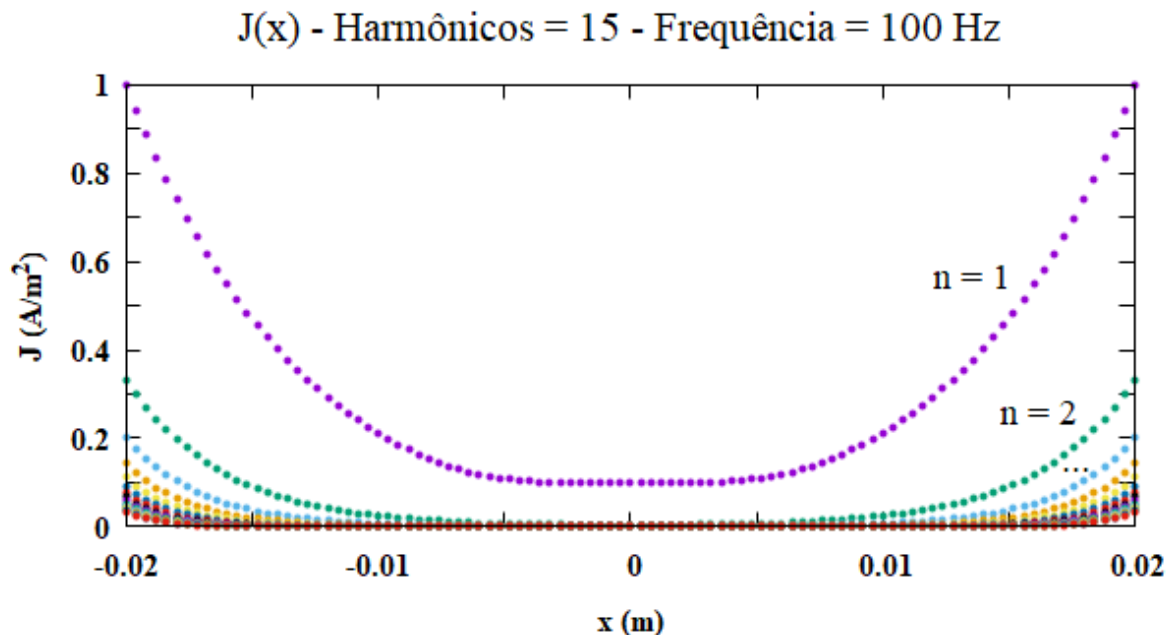
Figura 6 – Série de Fourier de uma onda retangular



A Figura 6 mostra a série de Fourier teórica para uma onda retangular de frequência $f = 100$ Hz. Para a montagem do gráfico foram utilizados 10000 harmônicos, já que é necessário escolher um número finito.

Além disso, montou-se um gráfico da densidade de corrente elétrica ao longo do condutor, para frequência de alguns harmônicos. O resultado pode ser visto na Figura 7.

Figura 7 – Densidade de corrente elétrica em função da posição



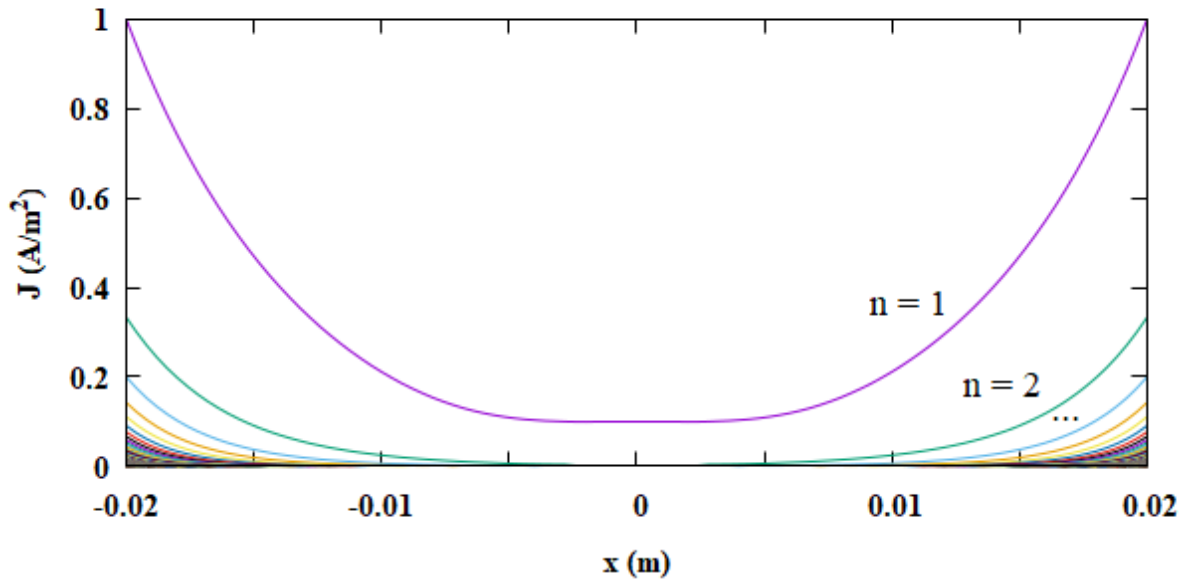
A Figura 7 mostra a densidade de corrente elétrica em diversos pontos de um condutor de cobre para intensidades de corrente elétrica de formato senoidal com frequências múltiplas da frequência da onda retangular aplicada pela fonte. Ou seja, mostra como cada frequência se comporta ao longo do condutor.

Para uma melhor visualização do efeito pelicular, montou-se o gráfico disposto na Figura 8, no qual exagerou-se o número de harmônicos iniciais considerados. Cada curva representa uma certa quantidade de harmônicos utilizados, variando de 1 harmônico até 1000 harmônicos. É bom atentar que, mesmo para o milésimo harmônico, a frequência considerada não estará acima da frequência de plasma do cobre, pois para o milésimo harmônico ($n = 1000$), ter-se-ia uma frequência $f = (2n + 1).100 = 200100$ Hz, que está abaixo da frequência de plasma do cobre.

Em geral, quando se trabalha com ondas retangulares em laboratórios de tecnologia elétrica, utiliza-se frequências na ordem do kHz, já para microprocessadores que exigem frequências da ordem de GHz (10^9 Hz), se considerados mil harmônicos, o milésimo harmônico terá uma frequência $f = 2001 \times 10^9 = 2,001 \times 10^{12}$ Hz. Para essa frequência, no entanto, não foi possível realizar a simulação devido a problemas computacionais, portanto utilizou-se 1 MHz no lugar, cujo efeito pelicular gerado no cobre é extremamente forte, como pode ser observado na Figura 9.

Figura 8 – Densidade de corrente elétrica ao longo do condutor

$J(x)$ - Harmônicos = 1000 - Frequência = 100 Hz

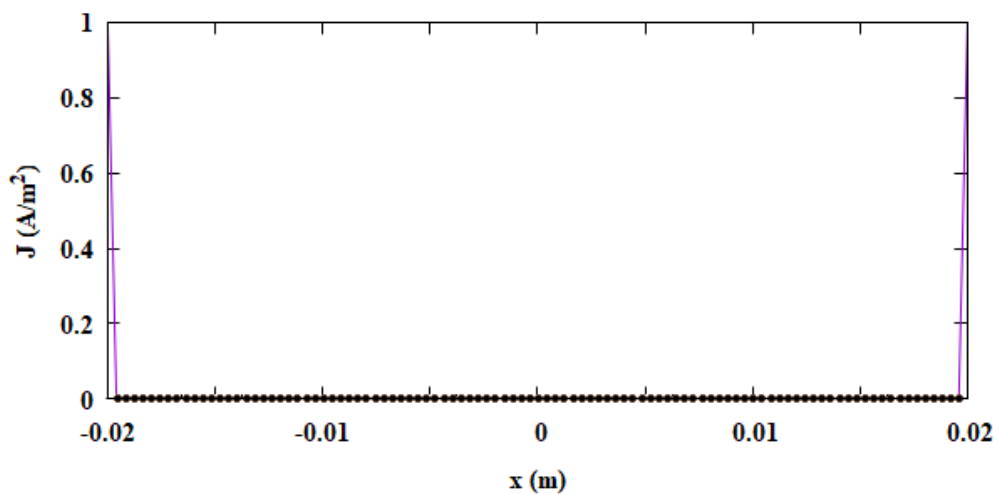


A Figura 8 é referente à distribuição da densidade de corrente elétrica no interior de um material de largura $2a = 0.04$ m, de acordo com a construção geométrica dada pela Figura 2. Cada curva remete a uma intensidade de corrente elétrica de formato senoidal com uma frequência angular de multiplicidade ímpar da frequência da onda retangular associada, para esse caso são múltiplas ímpares de 100 Hz.

O intuito da Figura 8 é mostrar que não há necessidade de considerar muitos harmônicos, pois para harmônicos muito altos, a frequência é muito alta e a densidade de corrente elétrica relacionada a ele torna-se desprezível.

Figura 9 – Efeito pelicular para 1 MHz

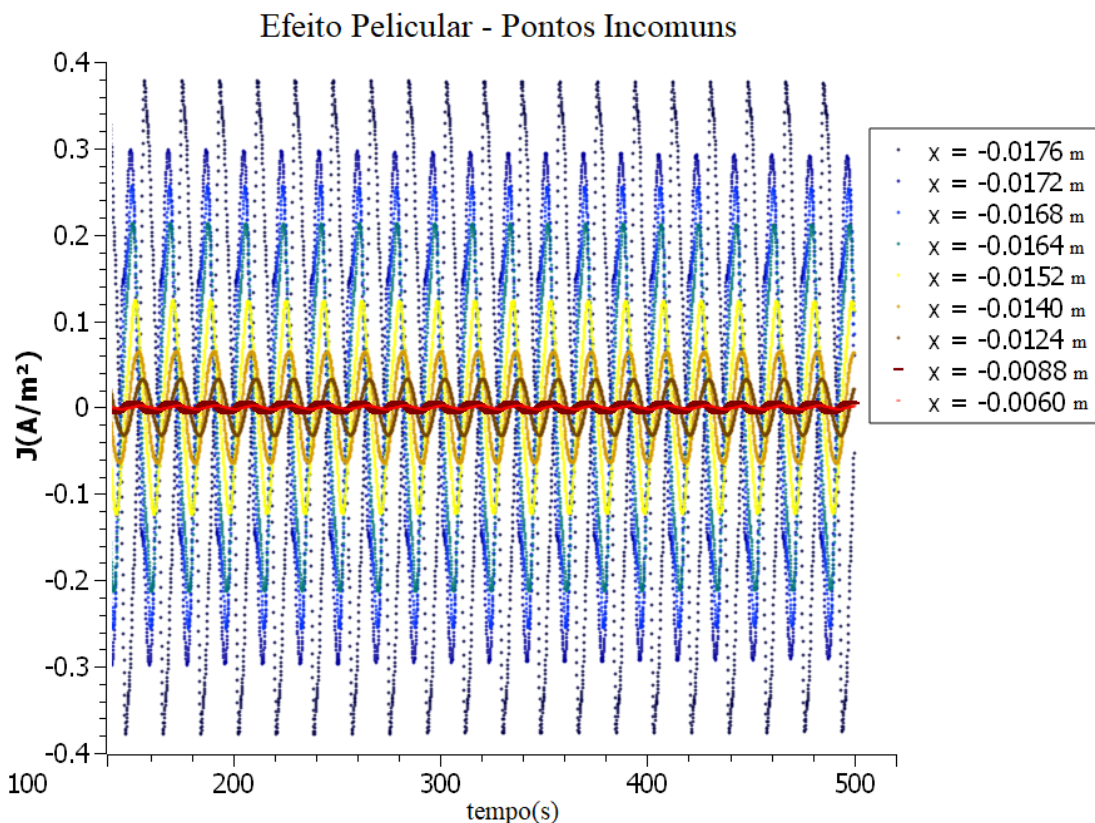
$J(x)$ - Harmônicos = 1000 - Frequência = 1.0 MHz



Percebe-se, olhando a Figura 9, que a densidade de corrente elétrica nas bordas do condutor é praticamente toda a densidade de corrente elétrica que existe no material e que, não muito longe da superfície do material a densidade de corrente elétrica já é praticamente nula. Sendo assim, não há necessidade de trabalhar-se com condutores sólidos quando se utiliza frequências muito altas. Entretanto, é bom atentar-se que o efeito de dispersão de calor devido ao efeito Joule não foi considerado.

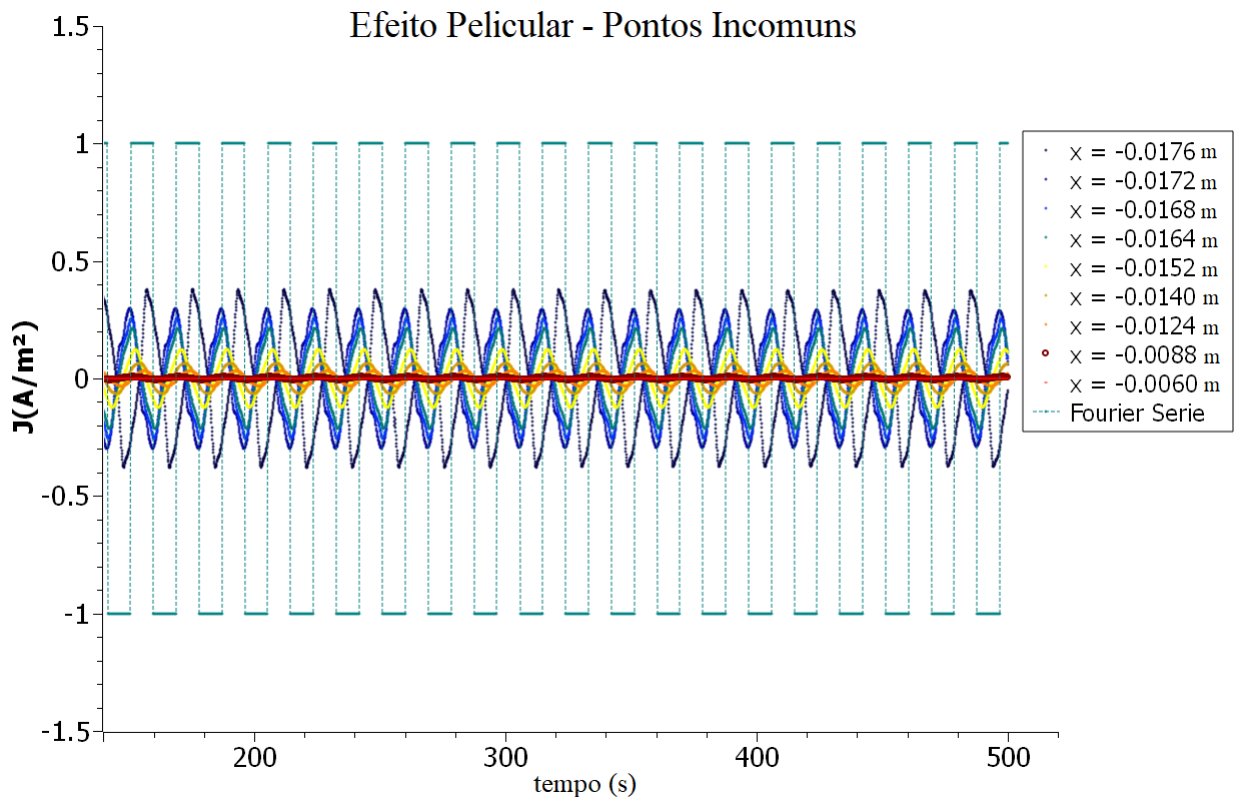
Ao olhar-se ao longo do eixo analisado do material, percebe-se que quanto mais perto do centro do material, menor é a intensidade dos harmônicos mais altos e, conseqüentemente, a onda da densidade de corrente vai perdendo as características do formato da tensão aplicada. O efeito de deformação da onda pode ser visto na Figura 5 e mais detalhadamente, para pontos pouco usuais de verificação, na Figura 10 e na Figura 11.

Figura 10 – Diminuição das amplitudes dos harmônicos da onda devido ao efeito pelicular



Os valores das atenuações são simétricos devido à simetria do condutor, por isso a Figura 10 mostra apenas para valores negativos do eixo x. O gráfico foi feito considerando uma frequência de 900Hz. Quanto mais ao centro do condutor, maior é a deformação e a atenuação da onda.

Figura 11 – Diminuição da amplitude dos harmônicos da onda devido ao efeito pelicular – Comparação com a série de Fourier da tensão aplicada



A deformação da onda torna-se ainda mais evidente quando a Figura 10 é superposta com a série de Fourier para uma onda retangular de mesma frequência (0.9 MHz), para critérios de comparação.

O objetivo da Figura 11 é mostrar o quão rapidamente a onda da densidade de corrente perde as características de sua forma em relação à onda de tensão aplicada.

Como critério de verificação da deformação, toma-se o fator de forma e o fator de crista (ou de pico) de acordo com as equações (5.36.a) até a (5.50) para ondas da densidade de corrente em posições específicas do material, montando-se tabelas que podem ser visualizadas na Figura 12 e na Figura 13, nas quais utilizou-se 1000 harmônicos para a série de Fourier de uma onda retangular com frequência $f = 100$ Hz. O fator de pico indica o quão diferente uma onda está de certo formato, em geral utiliza-se ondas senoidais, entretanto, para esse trabalho, ondas senoidais tendem a ser as que apresentam maior deformação, sendo assim utilizar-se-á como critério de referência o fator de forma κ_{fr} da onda retangular obtida através da série de Fourier.

Figura 12 – Fatores de forma e de onda para o período em comum

Período em comum entre todos (+- 819)				
posição	Eficaz	π Eficaz		
-0,02 m	0,7852	0,7854		
-0,019 m	0,7272	0,7273		
-0,015 m	0,3507	0,3506		
-0,01 m	0,1505	0,1505		
-0,005 m	0,0786	0,0785		
0 m	0,0701	0,0701		
Harmônicos = 1000 - Frequência = 100 Hz				
posição	Fator de Forma	π Fator de Forma	Fator de Forma	π Fator de Forma
-0,02 m	2738,6528	5,8367	2738,6528	5,8367
-0,019 m	-7238,5387	5,4523	7238,5387	5,4523
-0,015 m	17525,2875	3,5590	17525,2875	3,5590
-0,01 m	5467,0952	-4,3171	5467,0952	4,3171
-0,005 m	7682,0575	37,2618	7682,0575	37,2618
0 m	89918,2944	5,5324	89918,2944	5,5324
posição	Fator de Pico	π Fator de Pico	Fator de Pico	PI Fator de Pico
-0,02 m	1,7792	1,7788	1,7792	1,7788
-0,019 m	1,5188	1,5186	1,5188	1,5186
-0,015 m	1,6971	1,6976	1,6971	1,6976
-0,01 m	1,5322	1,5317	1,5322	1,5317
-0,005 m	1,3397	1,3417	1,3397	1,3417
0 m	1,3811	1,3810	1,3811	1,3810

A Figura 12 mostra os valores encontrados dos valores médios e eficaz, bem como os fatores de forma e de onda. Utilizou-se o período em comum entre as ondas de cada posição. π representa meio período. Na imagem, a vírgula é utilizada como separador decimal.

Figura 13 – Fator de forma e de onda para o período individual

Período individual (+- 819)				
posição	Eficaz	- π Eficaz	+ π Eficaz	Eficaz médio
-0,02 m	0,7853	0,7851	0,7855	0,7853
-0,019 m	0,7271	0,7272	0,7271	0,7272
-0,015 m	0,3507	0,3507	0,3506	0,3507
-0,01 m	0,1506	0,1506	0,1506	0,1506
-0,005 m	0,0784	0,0785	0,0785	0,0785
0 m	0,0701	0,0701	0,0701	0,0701
Harmônicos = 1000 - Frequência = 100 Hz				
posição	Fator de Forma	- π Fator de Forma	+ π Fator de Forma	Média F. Forma
-0,02 m	5629,1178	-3,0074	3,0138	3,0106
-0,019 m	-1416,8308	-3,1145	5,9208	4,0817
-0,015 m	17723,4077	-3,5566	3,5582	3,5574
-0,01 m	-10006,3828	-1,1343	1,1346	1,1344
-0,005 m	-968,7870	-3,2586	3,2879	3,2732
0 m	-1092,2139	-3,2909	3,3171	3,3039
posição	Fator de Pico	- π Fator de Pico	+ π Fator de Pico	Média F. Pico
-0,02 m	1,7790	-1,5017	1,7786	1,7790
-0,019 m	1,5189	-1,5124	1,5190	1,5188
-0,015 m	1,6969	-1,6967	1,6972	1,6971
-0,01 m	1,5313	-1,5316	1,5313	1,5313
-0,005 m	1,3425	-1,3420	1,3423	1,3423
0 m	1,3814	-1,3811	1,3813	1,3813

A Figura 13 mostra os valores encontrados dos valores médios e eficaz, bem como os fatores de forma e de onda. Utilizou-se o período individual da onda em cada posição. π representa meio período e o seu sinal representa se é a parte positiva ou negativa da onda (a onda oscila entre +1 e menos 1). Na imagem, a vírgula é utilizada como separador decimal.

Até o presente momento, abordou-se sobre o efeito pelicular em condutores retilíneos com secção retangular planar. Entretanto, já se iniciou o desenvolvimento do código para o estudo deste efeito para condutores com secção qualquer. Tal método pode ser valioso industrialmente, pois fornece soluções numéricas, abrindo a possibilidade de estudo de diversos formatos de condutores, onde, quem sabe, seja possível encontrar aqueles que contribuam no desenvolvimento de novas tecnologias. Entretanto, o software em desenvolvimento tornou-se de extrema complexidade. Um dos pontos aqui ressaltado é o input da forma do material. Para tal feito, foi desenvolvido, utilizando a biblioteca livre SDL2, um formato para input de dados no qual é possível desenhar. A ferramenta, ainda em desenvolvimento, já conta com desenho de circunferências e linhas retas e desenho a mão livre, além de contar com auxílio de aumento

e diminuição da “ponta” do pincel, a ferramenta também possui uma borracha caso o usuário cometa algum erro.

Com relação à parte teórica para o cálculo do efeito pelicular para um condutor de área qualquer, seguindo como base o artigo “Efeito Pelicular e de Proximidade em Condutores Não-Magnéticos” (BERLEZE, 1998), segue-se que, é possível calcular a intensidade de corrente elétrica em diversos pontos no interior de um condutor de formato qualquer.

Figura 14 – Ferramenta para receber o formato da secção do condutor – exemplo 1



Figura 15 – Ferramenta para receber a secção do condutor – exemplo 2



As Figura 14 e Figura 15 mostram como foi ficou o resultado do input do formato da secção do condutor utilizando a biblioteca SDL2. Os quadrados em verde são onde há material condutor presente, os em roxo simbolizam onde não há material condutor.

Os cálculos para a densidade de corrente em cada ponto do material ainda estão em processo de desenvolvimento e, por isso, não foram completamente desenvolvidos neste TCC.

7 CONCLUSÃO

Verifica-se que quanto maior a frequência de uma tensão senoidal aplicada, maior será o efeito pelicular, resultando em uma camada pelicular cada vez menor. Além disso, mostrou-se que é viável estudar outras formas de onda da tensão aplicada utilizando-se a representação em série de Fourier. Fez-se o estudo para tensão aplicada de forma retangular e mostrou-se que a densidade de corrente sofre distorção conforme adentra o meio condutor devido a um efeito indutivo do material, que funciona como um filtro de altas frequências (filtro passa baixa). Também se observou o fator de crista das ondas de densidade de corrente elétrica no interior do condutor e verificou-se que o fator de crista se modifica quanto mais perto do centro do condutor. É esse fator de crista que mede o quão distorcida está a onda em relação à tensão aplicada.

Em seguida, delineou-se a continuidade desta pesquisa com a introdução de um programa em linguagem de programação C++ que calculará o efeito pelicular para materiais condutores com secção de formato qualquer.

Por fim, a motivação para que se compreenda como o efeito pelicular afeta o comportamento da corrente no interior do material é que quanto mais as tecnologias avançam, maior é a necessidade de velocidade de processamento em microprocessadores e outros sistemas eletrônicos. Como a corrente utilizada para esses componentes é alternada, o efeito pelicular passa a existir caso o material seja metálico e, portanto, afeta a intensidade de corrente elétrica ao longo do equipamento. Saber onde o sinal pode ser melhor captado ou então descobrir novos formatos geométricos que minimizem este efeito possibilitaria uma economia de energia e ainda uma maior velocidade de processamento.

8 REFERÊNCIAS

[Online] // [cplusplus.com](http://www.cplusplus.com). - 10 de Dezembro de 2018. - <http://www.cplusplus.com>.

Aleksandar D. Rakić Aleksandra B. Djurišić, Jovan M. Elazar, and Marian L. Majewski Optical properties of metallic films for vertical-cavity optoelectronic devices [Artigo] // *Applied optics*. - 1 de Agosto de 1998. - 22 : Vol. 37. - pp. 5271-5276.

BASTOS João P. A. ELETROMAGNETISMO PARA ENGENHARIA ESTÁTICA E QUASE ESTÁTICA [Livro]. - [s.l.] : UFSC, 2004, 2008. - 3.

BERLEZE Sérgio L. M. EFEITO PELICULAR E DE PROXIMIDADE EM CONDUTORES NÃO-MAGNÉTICOS [Online]. - 1998. - <https://acervodigital.ufpr.br/bitstream/handle/1884/36657/D%20-%20SERGIO%20LUIZ%20MEISTER%20BERLEZE.pdf?sequence=1&isAllowed=y> , acessado em 10 de dezembro de 2018.

BOMBARDELLI C. CALCULO NUMÉRICO [Livro]. - SC : UNIOSTES, 2000.

CAHEN F. LA REPARTITION DES COURANTS DANS LES CONDUCTEURS MASSIFS EFFET KELVIN. COURANTS DE FOUCAULT [Periódico] // *Thechnique de L'Ingenieur*. - 1951. - Vols. D-130. - pp. 1-10.

GRIFFITHS David J. INTRODUCTION TO ELECTRODYNAMICS [Livro]. - Upper Saddlw River : Prentice-Hall, 2014. - 3.

LUGÃO Isabel R, FIGUEIREDO Luiz M. e CUNHA Marisa O. ÁLGEBRA LINEAR I [Livro]. - [s.l.] : Fundação CECIERJ, 2010. - 3 : Vol. 1.

NAKASHIMA Kazuo Valor Médio Eficaz [Artigo]. - Itajubá : UNIFEI /IESTI, Setembro de 2013.

NUSENZVEIG H. Moysés CURSO DE FÍSICA BÁSICA - FLUIDOS, OSCILAÇÕES E ONDAS, CALOR [Livro]. - [s.l.] : Edgard Blücher Ltda., 2014. - 5.

PETRY Clóvis Antônio Aula_16 [Online] // Professor Petry - Conhecimento para uma vida. - abril de 2007. - 15 de 06 de 2019. - http://www.professorpetry.com.br/Ensino/Repositorio/Docencia_CEFET/Retificadores/2007_1/Aula_16.pdf.

REAMAT [Online] // REAMAT. - UFRGS-IME, 15 de maio de 2019. - 17 de junho de 2019. - https://www.ufrgs.br/reatmat/TransformadasIntegrais/livro-af/pdsdf-fenx00f4meno_de_gibbs.html.

ROBERT René Efeito Pelicular (On the Skin Effect) [Periódico] // *Revista Brasileira de Ensino de Física*. - 2000. - pp. 285 - 289.

RUGGIERO M. A. G e LOPES V. L. R. CÁLCULO NUMÉRICO: ASPECTOS TEÓRICOS E COMPUTACIONAIS [Livro]. - [s.l.] : Makron Books do Brasil, 1997. - 2.