

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

DENISE CAROLINE GOMES DA SILVA

AULA INÉDITA FUNÇÕES: HISTÓRIA, CONCEITO E REPRESENTAÇÃO  
GRÁFICA

CURITIBA

2023

DENISE CAROLINE GOMES DA SILVA

AULA INÉDITA FUNÇÕES: HISTÓRIA, CONCEITO E REPRESENTAÇÃO  
GRÁFICA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado como requisito parcial para obtenção do título de Especialista, Curso de Pós-Graduação Lato Sensu de Especialização em Ensino de Matemática para o Ensino Médio, ora denominado Matemática na Prática, na modalidade a distância, Programa da Universidade Aberta do Brasil (UAB), Setor de Ciências Exatas, Universidade Federal do Paraná.

Orientador: Prof. Dr. Emerson Rolkouski  
Orientadora: Profa. Dra. Laura Leal Moreira

CURITIBA

2023

## RESUMO

Este texto apresenta um trabalho de conclusão do curso de Pós-Graduação Lato Sensu de Especialização em Ensino de Matemática para o Ensino Médio, ora denominado Matemática na Prática, na modalidade a distância, ofertado pelo Programa Universidade Aberta do Brasil, sob supervisão da Universidade Federal do Paraná. O objetivo principal é apresentar o encaminhamento metodológico de uma aula inédita sobre o assunto de funções, assim como a fundamentação teórica relacionada à escolha do tema. A justificativa do tema funções se deu pela experiência da autora como professora de 9º ano do Ensino Fundamental e do 1º ano do Ensino Médio, e que por diversas vezes se deparou com a dificuldade dos alunos de compreender o conceito de função, assim como relacionar com o cotidiano e sua representação gráfica. Através da especialização Matemática na Prática no Ensino Médio, nas disciplinas de Funções Elementares e Conteúdo e Prática sentiu-se a necessidade de readaptar uma atividade investigativa que faz uso do GeoGebra que já havia sido produzida e aplicada em anos anteriores pela docente, para uma abordagem mais ampla e com maior ênfase na construção do conceito. Dessa forma, esse trabalho segue dividido em três partes. A primeira possui uma pesquisa bibliográfica com um olhar para a história da construção do conceito de função, e para produções de aulas com metodologias não tradicionais aplicadas por outros docentes. Em um segundo momento é apresentada a aula, com seus objetivos, habilidades trabalhadas de acordo com a Base Comum Curricular Comum (BNCC), encaminhamento metodológico e recursos complementares. Por fim, as considerações finais, explicitando como foi o aprendizado na construção da aula inédita, e de que forma se espera que a aula possa ajudar na compreensão e aprendizagem dos alunos.

**Palavras-chave:** Funções. GeoGebra. TICs.

## ABSTRACT

This text presents a final project for the Post-Graduate course in Mathematics Teaching for High School, known as "Mathematics in Practice," offered in the distance learning modality by the Universidade Aberta do Brasil program under the supervision of the Universidade Federal do Paraná. The main objective is to present the methodological approach of a novel lesson on the topic of functions, as well as the theoretical foundation related to the choice of the theme. The justification for the topic of functions arises from the author's experience as a teacher of 9th grade in Elementary School and 1st year of High School, where she frequently encountered students' difficulty in understanding the concept of functions and relating it to everyday life and its graphical representation. Through the Mathematics in Practice in High School specialization, in the disciplines of Elementary Functions and Content and Practice, the need was felt to adapt an investigative activity that uses GeoGebra, which had already been developed and implemented in previous years by the author, for a broader approach with a greater emphasis on concept construction. Thus, this work is divided into three parts. The first part consists of a literature review, focusing on the history of the construction of the concept of function and on the production of lessons with non-traditional methodologies applied by other teachers. The second part presents the lesson, including its objectives, skills addressed according to the Common National Curricular Base (BNCC), methodological approach, and additional resources. Finally, the conclusion provides insights into the learning process involved in developing the novel lesson and how it is expected to contribute to the students' understanding and learning.

**Keywords:** Functions. GeoGebra. ICTs.

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

DENISE CAROLINE GOMES DA SILVA

AULA INÉDITA FUNÇÕES: HISTÓRIA, CONCEITO E REPRESENTAÇÃO  
GRÁFICA

CURITIBA

2023

DENISE CAROLINE GOMES DA SILVA

AULA INÉDITA FUNÇÕES: HISTÓRIA, CONCEITO E REPRESENTAÇÃO  
GRÁFICA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado como requisito parcial para obtenção do título de especialista no curso de Pós-Graduação Lato Sensu de Especialização em Ensino de Matemática para o Ensino Médio, ora denominado Matemática na Prática, na modalidade a distância, do Programa da Universidade Aberta do Brasil (UAB).

Orientador: Prof. Dr. Emerson Rolkouski  
Orientadora: Profa. Dra. Laura Leal Moreira

CURITIBA

2023

## RESUMO

Este texto apresenta um trabalho de conclusão do curso de Pós-Graduação Lato Sensu de Especialização em Ensino de Matemática para o Ensino Médio, ora denominado Matemática na Prática, na modalidade a distância, ofertado pelo Programa Universidade Aberta do Brasil, sob supervisão da Universidade Federal do Paraná. O objetivo principal é apresentar o encaminhamento metodológico de uma aula inédita sobre o assunto de funções, assim como a fundamentação teórica relacionado a escolha do tema. A justificativa do tema funções se deu pela experiência da autora como professora de 9º ano do Ensino Fundamental e do 1º ano do Ensino Médio, e que por diversas vezes se deparou com a dificuldade dos alunos de compreender o conceito de função, assim como relacionar com o cotidiano e sua representação gráfica. Através da especialização Matemática na Prática no Ensino Médio, nas disciplinas de Funções Elementares e Conteúdo e Prática sentiu-se a necessidade de readaptar uma atividade investigativa que faz uso do GeoGebra que já havia sido produzida e aplicada em anos anteriores pela docente, para uma abordagem mais ampla e com maior ênfase na construção do conceito. Dessa forma, esse trabalho segue dividido em três partes. A primeira possui uma pesquisa bibliográfica com um olhar para a história da construção do conceito de função, e para produções de aulas com metodologias não tradicionais aplicadas por outros docentes. Em um segundo momento é apresentada a aula, com seus objetivos, habilidades trabalhadas de acordo com a Base Comum Curricular Comum (BNCC), encaminhamento metodológico e recursos complementares. Por fim, as considerações finais, explicitando como foi o aprendizado na construção da aula inédita, e de que forma se espera que a aula possa ajudar na compreensão e aprendizagem dos alunos.

## 1. Introdução

Este texto apresenta um trabalho de conclusão do curso de Pós-Graduação Lato Sensu de Especialização em Ensino de Matemática para o Ensino Médio, ora denominado Matemática na Prática, na modalidade a distância, ofertado pelo Programa Universidade Aberta do Brasil, sob supervisão da Universidade Federal do Paraná. O objetivo principal é apresentar o encaminhamento metodológico de uma aula inédita sobre o assunto de funções, assim como a fundamentação teórica relacionado a escolha do tema.

A justificativa do tema funções se deu pela experiência da autora como professora de 9º ano do Ensino Fundamental e do 1º ano do Ensino Médio, e que por diversas vezes se deparou com a dificuldade dos alunos de compreender o conceito de função, assim como relacionar com o cotidiano e sua representação gráfica.

Através da especialização Matemática na Prática no Ensino Médio, nas disciplinas de Funções Elementares e Conteúdo e Prática sentiu-se a necessidade de readaptar uma atividade investigativa que faz uso do GeoGebra que já havia sido produzida e aplicada em anos anteriores pela docente, para uma abordagem mais ampla e com maior ênfase na construção do conceito.

Dessa forma, esse trabalho segue dividido em três partes. A primeira possui uma pesquisa bibliográfica com um olhar para a história da construção do conceito de função, e para produções de aulas com metodologias não tradicionais aplicadas por outros docentes. Em um segundo momento é apresentada a aula, com seus objetivos, habilidades trabalhadas de acordo com a Base Comum Curricular Comum (BNCC), encaminhamento metodológico e recursos complementares. Por fim, as considerações finais, explicitando como foi o aprendizado na construção da aula inédita, e de que forma se espera que a aula possa ajudar na compreensão e aprendizagem dos alunos.



## 2. Fundamentação teórica

Inquieto como a forma que professores viam trazendo a temática de funções na sala de aula em seu estágio supervisionado, Lima (2009) estuda alternativas pedagógicas para as aulas de matemática, em especial com o uso do laboratório de informática com um software gratuito. Concomitantemente, reconhece que um grupo colaborativo auxiliaria nessa tarefa, pois promove mais envolvimento dos participantes na busca de soluções para enfrentar os desafios do dia a dia da sala de aula. Frente a isso, constrói a pergunta norteadora de sua pesquisa qualitativa: *Como um grupo de estudos formado por professores e pesquisadores planeja e desenvolve atividades matemáticas sobre funções para um ambiente informatizado?*

Buscando esclarecer a pergunta, em um primeiro momento Lima (2009) faz críticas ao modelo de ensino tradicional, em que o professor é o centro da aula, não oportunizando a participação dos alunos, expondo as inúmeras complicações que isso tipo de aula pode trazer, como a indisciplina e principalmente a falta do aprendizado. Por isso, defende a participação ativa do aluno no processo de ensino-aprendizagem, trazendo como uma possibilidade a metodologia de investigação matemática. Traz ainda que diante de uma realidade em que temos muitas vezes um currículo engessado, defende a elaboração de um roteiro para otimizar o tempo sem perder o envolvimento dos alunos.

Com a tecnologia avançando em larga escala, defende o uso de softwares gratuitos em sala de aula, como o Winplot, a fim de o aluno criar de forma mais independente o conhecimento.

Aqui não há a intenção de dizer que a informática é a solução dos problemas educacionais, tampouco que ela seja o único meio de fazer com que os alunos sejam agentes ativos da própria aprendizagem. Aprender em um ambiente informatizado é diferente de aprender em um ambiente de lápis e papel, porém, um não substitui o outro, e é necessário que os alunos tenham contato com situações variadas para promover o próprio desenvolvimento. (LIMA, 2009, p.36)

Lima (2009) em sua dissertação trouxe vários trabalhos que validaram que o ensino de funções com o uso de softwares gráficos só contribuiu com o ensino dos alunos, assim como a dinâmica da sala de aula. Além disso, traz os

percalços da formação de professores frente a essas tecnologias, principalmente pela insegurança dos professores com o uso das Tecnologias de Informação e Comunicação (TICs), e por isso apresenta o grupo de estudos colaborativo como uma possibilidade para enfrentar esses desafios.

Várias foram as dificuldades encontradas, tanto pela participação de professores, quando ao funcionamento dos computadores, com isso, a pesquisa seguiu com um professor atuante no Ensino Médio, e seis licenciandas do curso de matemática da UEG. A estrutura dos encontros segue abaixo:

1) entender o funcionamento do software Winplot e suas potencialidades para o estudo de gráficos; 2) discutir textos sobre ambientes de aprendizagem e investigações matemáticas, informática, educação e educação matemática; 3) estudar atividades propostas em dissertações e teses sobre o ensino de funções com o uso de TIC; 4) elaborar atividades para a aula de matemática, em um ambiente informatizado, utilizando o Winplot; 5) elaborar um minicurso sobre o ensino de funções utilizando o Winplot para ser apresentado em encontros de professores de Matemática; 6) aplicar alguns dos planejamentos a alunos do 1º ano do ensino médio, a fim de refletir sobre a aula e refazer os planejamentos, quando o grupo considerasse necessário. (LIMA, 2009, p.50)

Os encontros também tiveram seus desafios, como a falta dos participantes, desatenção nas aulas, além da falta de colaboração dos alunos do ensino médio. No entanto, vários questionamentos e aprendizados foram construídos ao longo dos encontros, como a construção de conhecimentos básicos para a realização das tarefas, crescimento profissional, importância do diálogo, interação entre os alunos, o entendimento da gestão da aula em um ambiente informatizado, possibilidades de outras atividades e reflexão das atividades propostas.

O intuito do artigo "***Alguns aspectos do desenvolvimento histórico do conceito de função***" de Zuffi (2001) foi de trazer os principais aspectos históricos do conceito de função desde a Antiguidade, passando pela Idade Média e então a Moderna, a fim de analisar como esse processo histórico se encontra presente ou não em sala de aula, auxiliando na compreensão da construção da ideia de função na sala de aula até os dias atuais.

Galileu Galileu (1564-1642), Descartes (1596-1650) e de forma mais significativa Newton (1642-1727) e Leibniz (1646-1716) foram os precursores do período moderno a estudarem de forma mais expressiva a ideia de função,

sendo esse último matemático o primeiro a utilizar o termo “função”. Bernoulli (1667-1748), Euler (1707-1783), também se encantaram pelo universo das funções, contribuindo significativamente para a linguagem simbólica, e o estudo de funções trigonométricas, exponenciais e logarítmicas, séries fracionárias infinitas, além do estudo com funções no universo dos números complexos.

Matemáticos como Lagrange, Augustin Cauchy (1789-1857), Fourier (1768-1830, Peter Gustav Lejeune-Dirichlet (1805-1859), Giuseppe Peano (1858-1932), entre outros, também contribuíram para a construção de toda a estrutura do conceito de função, cada um à sua época com uma preocupação e estrutura diferente, seja simbólica, analítica ou visual.

Zuffi (2001) realizou pesquisas anteriores com professores do ensino médio, e percebeu que os eles faziam uma dicotomia entre a parte teórica e prática do conteúdo de funções, dando uma maior importância para a prática. Além disso, presenciou obstáculos epistemológicos do conceito, como a falta de conexão com a linguagem de conjuntos, e a determinação das variáveis dependentes e independentes, resumindo a uma equação, mais ligada a parte analítica. Outra dificuldade apresentada pelos professores foram os papéis não simétricos dos conjuntos do contradomínio e domínio, a falta de um trabalho mais aprofundado no conjunto dos números reais, o que coincide com os primeiros movimentos históricos do tratamento das funções. Outro detalhe que chama a atenção é o ensino apenas de funções bem comportadas, com raros casos de funções descontínuas.

A autora acredita que há muito a avançar na formação do professor que atua no Ensino Médio, acreditando que há pouco conhecimento histórico e lacunas no entendimento e reflexão desse processo quanto a construção da linguagem matemática.

Não contente com sua própria atuação em sala de aula no Ensino Fundamental, e crítico do modelo tradicional, Rodrigues (2007) opta pela Investigação Matemática como uma metodologia pedagógica a fim auxiliar seu trabalho como docente em um contexto mais dinâmico. Escolhe através dessa abordagem metodológica o uso de narrativas, e o conteúdo de funções como temática para um trabalho com alunos do Ensino Fundamental, procurando desenvolver aspectos que considerou importante para a construção do conceito

como “o desenvolvimento prévio das ideias básicas de variável, dependência, correspondência, regularidade e generalização” (RODRIGUES, 2007, p.20)

Através da pergunta norteadora: “*Quais são as possibilidades didático-pedagógicas das narrativas no contexto do ensino de funções?*” direciona a sua pesquisa a responder tal inquietação, tomando como ponto de partida um estudo mais aprofundado na parte histórica do ensino de funções, e o que dizem os documentos curriculares. Como já foi destacado no texto anterior de Zuffi(1999) o conceito de função segundo autores passou por três fases: Antiguidade, Idade Média e Período Moderno. Na Antiguidade os problemas eram mais simples devido à ausência de simbologia, mas já se percebia a relação de dependência. Na Idade Média os matemáticos se preocuparam mais com explicação gráfica e verbal, sem uso de fórmulas. Já no Período Moderno, introduziu o termo função, e todo o desenvolvimento da parte analítica, graças a uma inserção de um simbolismo algébrico mais eficaz.

Segundo Rodrigues (2007), nos dias de hoje, o ensino de funções está mais ligado ao par ordenado e a relação entre conjuntos, o que deixa o conteúdo abstrato, e com isso se perde a ideia principal que é compreender o significado do conceito. Entende que o tema é de grande importância no desenvolvimento científica, já que aparece em várias disciplinas e é um dos pré-requisitos para as disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral. Vários autores estudados por Rodrigues (2007), perceberem que os alunos estão chegando ao Ensino Médio com pouco entendimento do significado de função, e na grande maioria isso está atrelado a aulas do modelo tradicional e ao apego dos professores ao livro didático. Também foi observado que aulas que com uma participação ativa do aluno, e elaborado de forma a fazer o aluno entender as relações de dependência e significados no gráfico da função auxiliaram significativamente o aprendizado dos alunos.

Tendo como base os documentos curriculares oficiais, e autores como Tinoco (1996), Rodrigues (2007) criou oito atividades exploratórias e investigativas oportunizando um melhor aprendizado do conceito. Para a análise, faz uso das narrativas como uma abordagem didático-pedagógica, entendendo a importância de ouvir o aluno, viabilizando a comunicação e a compreensão das ideias matemáticas. O autor conseguiu êxito em suas atividades, de modo que

as tarefas foram bem aceitas e promoveu um olhar diferente para as aulas, tanto do ponto de vista do conteúdo, quanto da postura dos alunos e do professor.

Siqueira (2013) considera o conteúdo de funções como um dos mais importantes no Ensino Médio, devido a sua aplicabilidade na vida cotidiana nas mais diversas áreas do conhecimento. Assim como os demais autores citados anteriormente, critica a forma como o conteúdo é ensinado, pois não garante aos alunos o aprendizado de relações importantes do conteúdo, como a limitação na representação gráfica. Para isso, propõe como uma solução os recursos computacionais, nesse caso o GeoGebra, e através de uma pesquisa-ação com suas quatro turmas do Ensino Médio elabora atividades a fim de auxiliar os alunos na compreensão, interpretação e análise dos gráficos.

A autora relata antes mesmo de realizar as atividades que a escola em que atua atende apenas o Ensino Médio, e por isso as turmas são heterogêneas e possuem muita defasagem em conteúdos básicos do Ensino Fundamental. Por se tratar de um currículo pré-determinado pelo governo, Siqueira (2013) já havia iniciado o conteúdo com os seus alunos seguindo o material indicado, mas sentiu que esse deixou algumas lacunas, e por isso resolveu retomar o ensino, tomando **como foco da investigação a pergunta: “Qual o entendimento que os alunos do Ensino Médio desenvolvem durante a resolução de atividades de ensino elaboradas para o uso de recursos computacionais, sobre o conceito de funções?”**

A escolha do software se deu por atender a seis itens elencados importantes pela autora, como por exemplo, associar lei de formação e gráfico de cada função e ser em português. As atividades consistiam em quinze questões, que poderiam ser respondidas em duplas ou trios, e a atividade durou um total de 5 horas-aula.

As atividades de ensino elaboradas para a utilização do software Geogebra têm por objetivos: a compreensão do conceito de função e a construção de seu gráfico, a análise do comportamento da variável dependente e da variável independente de algumas funções, a percepção e análise das características e comportamentos das funções constante, linear, afim, quadrática, exponencial e logarítmica de forma significativa e reflexiva. (SIQUEIRA, 2013, p.60)

Como já previsto na teoria, a atividade trouxe grande interesse pelos alunos, e foram significativas tanto na parte oral quanto na escrita. Com as

atividades foi possível perceber que os alunos visualizaram as características de cada função, e se sentiram protagonistas na atividade através de uma aprendizagem significativa. Também tiveram pontos negativos, como dificuldades no manuseio do software, dúvidas gerais sobre funções, e atividades muito extensas.

De modo geral, os recursos tecnológicos vieram para potencializar o ensino, auxiliando professor e alunos a uma aula mais dinâmica e interessante. O uso do software possibilitou uma melhor visualização das leis de formação com os gráficos, podendo identificar melhor o domínio e imagem das funções.

Guimarães (2010) produziu, aplicou e analisou atividades sob o tema de funções em duas escolas do Ensino Médio com o objetivo de proporcionar o entendimento do conceito e representação das funções, através de problemas. A vontade de produzir esse material se deu pela sua atuação como docente na qual percebeu que os alunos traziam inúmeras dificuldades em relação ao tema, mas de modo especial à falta de entendimento sobre o conceito.

A importância da temática se dá no próprio campo da matemática onde funções é trabalho para as áreas da Álgebra, Equações diferenciais, Análise numérica, Análise Funcional, além de modelar fenômenos. Como já apresentado no resumo de Zutti (1999), Guimarães a usa como base para descrever toda a parte histórica da construção de funções. Posteriormente traz as definições de conjuntos, produto cartesiano, funções, relações binárias, domínio, imagem, e funções logarítmicas, exponenciais, entre outras.

No trabalho a autora faz um estudo detalhado sobre o que dizem de funções no Ensino Fundamental e no Ensino Médio os documentos oficiais, como LDB e PCN's, **os livros didáticos atuais, e pesquisas em artigos, tese e dissertações.**

Apoiada na Engenharia Didática elaborou e aplicou uma sequência de atividades sobre o conceito de função e algumas representações, e por fim fez uma análise. As aulas não foram expositivas, apenas entregou folhas com problemas, e os alunos em conjunto respondem sob a mediação do professor. Quanto aos problemas, usa como apoio Polya e procura elaborar problemas interessantes e que condizem com a realidade dos alunos, como por exemplo árvore genealógica, varal de camisas, compra de chicletes, suco concentrado, entre outros.

Durante a aplicação das atividades, Guimarães (2010) assim como Siqueira(2013) percebeu a necessidade de realizar algumas mudanças nas atividades, o que normal quando refletimos sobre os objetivos propostos das atividades. De um modo geral o trabalho teve êxito já que os alunos demonstraram interesse, e sugere-se aplicar as folhas no Ensino Fundamental.

### 3. Apresentação da aula inédita

A aula tem como tema a Função: história, conceito e representação gráfica. Se destina ao nível de ensino: 9º ano do Ensino Fundamental/1º ano do Ensino Médio, na Componente Curricular: Matemática. As habilidades da BNCC relacionadas a funções que serão abordados nessa aula, são:

(EM13MAT101) Interpretar situações econômicas, sociais e das Ciências da Natureza que envolvem a variação de duas grandezas, pela análise dos gráficos das funções representadas e das taxas de variação com ou sem apoio de tecnologias digitais.

(EM13MAT302) Resolver e elaborar problemas cujos modelos são as funções polinomiais de 1º e 2º graus, em contextos diversos, incluindo ou não tecnologias digitais.

(EM13MAT401) Converter representações algébricas de funções polinomiais de 1º grau para representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais o comportamento é proporcional, recorrendo ou não a softwares ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica.

(EM13MAT402) Converter representações algébricas de funções polinomiais de 2º grau para representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais uma variável for diretamente proporcional ao quadrado da outra, recorrendo ou não a softwares ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica.

(EM13MAT403) Comparar e analisar as representações, em plano cartesiano, das funções exponencial e logarítmica para identificar as características fundamentais (domínio, imagem, crescimento) de cada uma, com ou sem apoio de tecnologias digitais, estabelecendo relações entre elas.

(EM13MAT501) Investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de 1º grau.

(EM13MAT502) Investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de 2º grau do tipo  $y = ax^2$ . (BNCC, 2017)

Os objetivos são construir o conceito de função; identificar uma função; identificar a relação de dependência; reconhecer as variáveis; construir uma generalização; identificar uma regularidade; explorar a representação gráfica de uma função; relacionar o gráfico de uma função com a sua expressão algébrica; identificar os coeficientes das funções e sua relação com o gráfico.

A ideia inicial prevê a duração de 7 horas/aulas de 50 minutos, e admite como conhecimentos prévios que os alunos saibam reconhecer e operar com equações de 1º e 2º grau, e conhecer o plano cartesiano.



A sequência didática será apresentada em 3 etapas:

- 1) Através de uma apresentação em slides explorar o conceito de função; A função no cotidiano; A parte histórica da função;
- 2) Representar graficamente as mais variadas funções com o uso do GeoGebra e relacionar com sua expressão algébrica, procurando estabelecer algumas conexões através de uma atividade investigativa;
- 3) Criar um mapa conceitual sobre o conteúdo de funções de uma forma bem abrangente, procurando relacionar todos os termos que envolvem e suas particularidades descobertas ao longo da sequência didática.

Para a primeira etapa, com duração de 1 a 2 hora/aula, o professor vai iniciar a aula com uma apresentação de slides<sup>1</sup> que estarão inúmeras situações em que aparecem o conceito de função no cotidiano, com o objetivo de perceber a noção de variável, dependência, regularidade e generalização. O professor deve sempre recorrer aos alunos que participem das perguntas e respostas, podendo explorar mais as situações apresentadas e até mesmo inserir novas, de acordo com a realidade de seus alunos. Feito isso, na própria apresentação indagar, mas afinal o que é uma função? Dada a respostas dos alunos formalizar o conceito de função de acordo com o apresentado em livros didáticos.

Após apresentada essa introdução do conceito, continuar: Mas como essa definição chegou em nossas mãos? E ainda na apresentação, trazer a parte histórica brevemente, desde a Antiguidade até os dias atuais.

No segundo momento, com duração de 4 hora/aulas, teremos a atividade investigativa no GeoGebra. Aqui é importante verificar se os alunos já tiveram contato com o software GeoGebra, caso isso não tenha acontecido, dar uma aula de introdução com as ferramentas básicas e deixar a atividade bem direcionada para facilitar o manuseio.

Nessa etapa da sequência didática, os alunos estarão com uma folha de atividades<sup>2</sup> que deverá ser preenchida em duplas, trios, conforme a disponibilidade de computadores. Nessa folha está uma sequência em que os

---

<sup>1</sup> Os slides estão disponíveis em:

<https://www.dropbox.com/s/eju0iei3gprzvj1/Conceito%20de%20fun%C3%A7%C3%A3o.pptx?dl=0>

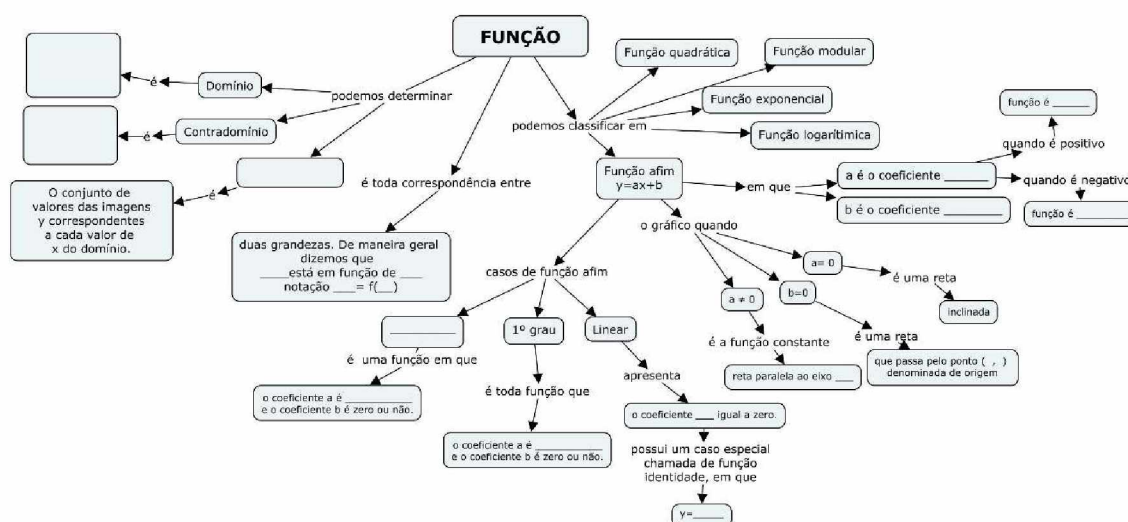
<sup>2</sup> A folha está disponível em:

[https://www.dropbox.com/s/sqlzvciipyi977wk/Atividade%20investigativa%20fun%C3%A7%C3%B5es\\_Denise.docx?dl=0](https://www.dropbox.com/s/sqlzvciipyi977wk/Atividade%20investigativa%20fun%C3%A7%C3%B5es_Denise.docx?dl=0)

alunos irão construir as mais diversas funções e buscar caracterizar formato de suas curvas, expressão algébrica, e estabelecer algumas relações.

Por fim, na terceira etapa, com duração de 2 horas/aulas, o objetivo é criar o mapa conceitual. Nessa fase cabe ao professor decidir qual o direcionamento que dará a turma na criação desse mapa, pois existe o mapa mental e o mapa conceitual. O mapa mental as palavras e conceitos são interligados da forma que o criador quiser, já o mapa conceitual exige um pouco mais de cuidado, já que há palavras de ligação que podem ser usadas por mais de um conector. Também dependendo do suporte técnico da escola, o professor pode usar o aplicativo CmapTools que auxilia na construção. Na apresentação em Power Point há um tutorial sobre o uso desse aplicativo.

Segue um exemplo de mapa conceitual em construção.



O objetivo dessa atividade é usá-la como mais um meio de averiguar quais conceitos os alunos construíram e quais as relações entre eles.

Para auxiliar na dinâmica da aula, o professor ainda pode usar com recursos complementares, atividades prontas fazendo uso do GeoGebra<sup>3</sup>, outras sequências didáticas mais aprofundada sobre funções específicas<sup>4</sup>, o livro do Projeto fundão orientado por Tinoco (2009), e o aplicativo CmapTools, que foi orientado nos slides da aula.

Para a avaliação, tem-se como abordagem a avaliação contínua, ou seja, durante todo o decorrer da aula através da participação e comportamento. Para

<sup>3</sup> <https://www.geogebra.org/t/functions?lang=pt>

<sup>4</sup> <https://www.lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/200594/001103051.pdf?sequence=1>

isso os instrumentos serão as atividades de investigação através do preenchimento da folha em anexo, e a construção do mapa mental ou conceitual. Quanto ao preenchimento e a construção do mapa serão analisados se os objetivos da proposta didática foram alcançados, são eles:

- Construir o conceito de função;
- Identificar uma função;
- Identificar a relação de dependência;
- Reconhecer as variáveis;
- Construir uma generalização;
- Identificar uma regularidade;
- Explorar a representação gráfica de uma função;
- Relacionar o gráfico de uma função com a sua expressão algébrica;
- Identificar os coeficientes das funções e sua relação com o gráfico.

#### **4. Considerações finais**

Vivemos em um ambiente que se atualiza constantemente, e com isso novas tecnologias, ideias são inseridas a todo momento. O professor se encontra nesse âmbito com alunos imersos no mundo virtual, e se depara com a barreira de uma formação inicial cheia de lacunas. Assim, estar em formação é imprescindível para que possamos preencher tais lacunas, e produzir aulas que possam estar mais próximas da realidade dos alunos. Com isso, a produção de aulas que fazem alusão a metodologias mais inovadoras e com o uso de tecnologias, ajuda a aproximar o aluno com os conhecimentos matemáticos com mais interesse e compreensão.

A produção de uma boa aula, além de levar tempo, exige empenho do professor, pois fará que muitas vezes saia da zona de conforto, e necessite de novos ambientes dentro da escola, como no laboratório de informática. Por isso, a oportunidade de o professor poder estar pensando em uma aula diferenciada, auxilia no enfrentamento desses desafios, e torna a conexão professor-aluno mais estreita e dinâmica.

A aula inédita apresentado nesse trabalho de conclusão, busca de uma maneira significativa fazer com o que aluno compreendam que o conceito de função está em diversas situações, e que após aprender a expressão algébrica e gráficos, entenda que os elementos estão conectados e fazem parte de um mesmo conceito apresentado inicialmente. Além disso, se espera que possa auxiliar o docente de matemática na explicação desse conteúdo tão importante no Ensino Fundamental e Médio.

## 5. Referências Bibliográficas

Guimarães, R.S. **Atividades para aprendizagem do conceito matemático de função.** Dissertação (Mestrado). São Carlos: Universidade Federal de São Carlos, 2010.

LIMA, L.F. **Grupo de estudos de professores e a produção de atividades matemáticas sobre funções utilizando computadores.** Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas. - Rio Claro: 2009.

RODRIGUES, M.U. **Narrativas no ensino de funções por meio de investigações matemáticas.** Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas. - Rio Claro: 2007

SIQUEIRA, D.M. **Elaboração de atividades de ensino de funções utilizando recursos computacionais no Ensino.** Dissertação (Mestrado - Programa de Pós-Graduação em Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação. São Carlos: Universidade de São Paulo, 2013.

TINOCO, L.A.A (Coord). **Construindo o Conceito de Função.** Rio de Janeiro: Instituto de Matemática/UFRJ, Projeto Fundação, 2009, 64p.

ZUFFI, E. M. et al. **Alguns aspectos do desenvolvimento histórico do conceito de função.** Educação Matemática em Revista. Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática em Revista (SBEM), n. 9/10, p. 10-16, São Paulo, 2001.