

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

JULIANA RODRIGUES DE ARAUJO

AULA INÉDITA FUNDAMENTADA SOBRE O ENSINO DE FUNÇÕES
ATRAVÉS DA TECNOLOGIA

CURITIBA

2023

JULIANA RODRIGUES DE ARAUJO

AULA INÉDITA FUNDAMENTADA SOBRE O ENSINO DE FUNÇÕES
ATRAVÉS DA TECNOLOGIA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado como requisito parcial para obtenção do título de Especialista, Curso de Pós-Graduação Lato Sensu de Especialização em Ensino de Matemática para o Ensino Médio, ora denominado Matemática na Prática, na modalidade a distância, Programa da Universidade Aberta do Brasil (UAB), Setor de Ciências Exatas, Universidade Federal do Paraná.

Orientador: Prof. Dr. Emerson Rolkouski
Orientadora: Profa. Dra. Laura Leal Moreira

CURITIBA

2023

RESUMO

Essa aula tem como objetivo proporcionar aos/as estudantes do nono ano do Ensino Fundamental e primeiro ano do Ensino Médio, um momento em que possam compreender o comportamento das funções Afim, Quadrática, Exponencial, Logarítmica e Trigonométrica através do uso da tecnologia. Tais conceitos matemáticos estão previstos na BNCC citados da seguinte forma: “Compreender as funções como relações de dependência unívoca entre duas variáveis e suas representações numérica, algébrica e gráfica e utilizar esse conceito para analisar situações que envolvam relações funcionais entre duas variáveis”. Utilizar o máximo de funções, estudadas em sala de aula com o auxílio do livro didático, para modelar matematicamente o contorno de montanhas do Paraná. Desta forma, pesquisar e aprender sobre as montanhas presentes no estado do paranaense, além de perceber que a matemática está presente em diferentes lugares. Esta aula foi pensada para que o/a estudante possa desenvolver habilidade com o software GeoGebra para aprender, fixar conceitos matemáticos e explorar a interdisciplinaridade com o intuito de proporcionar uma percepção mais ampla do seu entorno. Para tanto, foram elaboradas atividades em que o/a estudante aprende a transpor o conteúdo presente no livro didático para o computador. A escolha do assunto de funções com o uso do software GeoGebra foi feita pela autora por julgar importante a diversificação na metodologia de ensino, levando em consideração que a tecnologia é uma realidade dentro e fora da escola, tornando as aulas mais atrativas.

Palavras-chave: Ensino de Funções. GeoGebra. TICs.

ABSTRACT

This lesson aims to provide students in the ninth grade of Elementary School and the first year of High School with an opportunity to understand the behavior of Linear, Quadratic, Exponential, Logarithmic, and Trigonometric functions through the use of technology. These mathematical concepts are specified in the BNCC as follows: "Understanding functions as one-to-one relationships between two variables and their numerical, algebraic, and graphical representations, and using this concept to analyze situations involving functional relationships between two variables." The goal is to use as many functions as possible, studied in the classroom with the help of the textbook, to mathematically model the contours of mountains in the Paraná state. In this way, students can research and learn about the mountains in Paraná, as well as realize that mathematics is present in different places. This lesson was designed to help students develop skills with the GeoGebra software, learn and solidify mathematical concepts, and explore interdisciplinary connections in order to gain a broader understanding of their surroundings. To achieve this, activities were created in which students learn to transpose the content from the textbook to the computer. The choice of the subject of functions using the GeoGebra software was made by the author to diversify the teaching methodology, considering that technology is a reality both inside and outside the school, making the lessons more engaging.

Keywords: Teaching Functions. GeoGebra. ICTs.

Artigo Final – Tipo 2

Introdução

Essa aula tem como objetivo proporcionar aos/as estudantes do nono ano do Ensino Fundamental e primeiro ano do Ensino Médio, um momento em que possam compreender o comportamento das funções Afim, Quadrática, Exponencial, Logarítmica e Trigonométrica através do uso da tecnologia. Tais conceitos matemáticos estão previstos na BNCC citados da seguinte forma: “Compreender as funções como relações de dependência unívoca entre duas variáveis e suas representações numérica, algébrica e gráfica e utilizar esse conceito para analisar situações que envolvam relações funcionais entre duas variáveis”.

Utilizar o máximo de funções, estudadas em sala de aula com o auxílio do livro didático, para modelar matematicamente o contorno de montanhas do Paraná. Desta forma, pesquisar e aprender sobre as montanhas presentes no estado do paranaense, além de perceber que a matemática está presente em diferentes lugares.

Esta aula foi pensada para que o/a estudante possa desenvolver habilidade com o software GeoGebra para aprender, fixar conceitos matemáticos e explorar a interdisciplinarização com o intuito de proporcionar uma percepção mais ampla do seu entorno. Para tanto, foram elaboradas atividades em que o/a estudante aprende a transpor o conteúdo presente no livro didático para o computador.

A escolha do assunto de funções com o uso do software GeoGebra foi feita pela autora por julgar importante a diversificação na metodologia de ensino, levando em consideração que a tecnologia é uma realidade dentro e fora da escola, tornando as aulas mais atrativas.

O texto será composto em tópicos, quais sejam, Fundamentação teórica; Apresentação da aula; Considerações finais e Referências.

1) Fundamentação teórica

Este texto é escrito a partir da leitura de artigos, os quais discutem sobre o conteúdo matemático de funções fazendo uso do software GeoGebra.

Ao buscar por teorias que pudessem agregar na criação da minha aula inédita, deparei com um artigo que reflete sobre o uso do software GeoGebra no ensino de funções quadráticas, onde os autores defendem o uso de tecnologias no ensino da matemática pois acreditam ser uma metodologia muito eficaz. Além de ser um recurso para o ensino de matemática disponível, pode despertar no aluno um maior interesse pelo conteúdo trabalhado e que possa transformar o momento de aprendizagem em um conhecimento mais fluido e prazeroso.

O artigo traz uma investigação a qual foi trabalhada conteúdos envolvendo funções quadráticas e gráficos, em que os alunos puderam desenvolver as atividades sem o uso de qualquer tecnologia, apenas com o uso do lápis e papel. Posteriormente, foi apresentado aos alunos o software GeoGebra com o intuito de desenvolver a mesma atividade realizada no caderno, agora com o auxílio do computador. Neste sentido, tal artigo trouxe elementos para que ao criar a aula inédita pudesse me embasar naquela experiência vivida pelos autores do artigo intitulado de **“Um relato de experiência no ensino de funções quadráticas com a utilização do software GeoGebra”**.

A ideia de mostrar que existem diferentes maneiras de apresentar o conteúdo matemático, facilitando o processo de aprendizagem e ampliando a compreensão dos conceitos matemáticos, fazendo com que o interesse pela matemática aumente à medida que a desmistificação vai fluindo.

A parte metodológica é um ponto muito importante em qualquer trabalho e neste não poderia ser diferente. O leitor se depara com informações sobre o desenvolvimento da investigação, tais como, revisão de conteúdos necessários à aprendizagem de funções quadráticas, por exemplo, equações polinomiais do 1° e 2° graus e o plano cartesiano. A prática é finalizada e os concluem que conseguiram contextualizar para os alunos onde pode ser encontrada uma função quadrática, por exemplo.

Corroborando com a ideia de que existe diferentes maneiras de ensinar e aprender, para além do ensino de funções com o auxílio do software GeoGebra, existe o ensino de forma remota e para dialogar sobre esta questão as autoras do trabalho intitulado **“O uso do GeoGebra nas aulas remotas: uma**

abordagem do conteúdo de função quadrática”, relatam suas experiências e as contribuições do software GeoGebra para o ensino remoto.

Tal experiência ocorreu em uma escola Estadual de Ensino Profissionalizante do estado do Ceará em turmas do primeiro ano do Ensino Médio, abordando o conteúdo função quadrática. Através do Google Meet, as aulas tiveram duração de 50 minutos, onde, segundo as autoras, os estudantes teriam que debater e tentar resolver a questão, apresentada, “por meio dos seus conhecimentos prévios e depois apresentar as hipóteses e resoluções para o problema proposto”. Para tanto foi utilizado o software GeoGebra para fazer a formalização do conteúdo, bem como apresentar a definição da função e suas peculiaridades.

Percebe-se que a tecnologia se faz, cada dia, mais presente no cotidiano dos(a) alunos(a), por exemplo, com seus celulares, computadores, tablets e outros instrumentos. Desta forma ensinar matemática, mesmo que de forma remota, ficou mais factível, talvez, mais interessante para quem ensina e quem aprende.

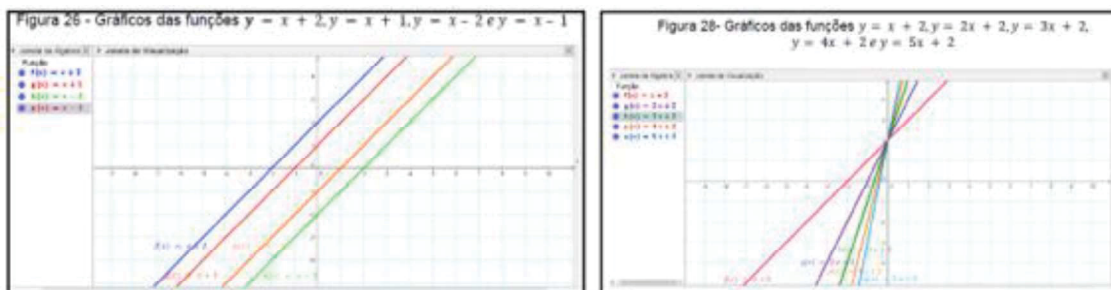
Segundo afirmação das autoras, “uma abordagem que propicia uma postura investigativa e exploratória, implica no envolvimento maior dos alunos na aula, que por meio do software irão investigar conceitos, obtendo assim um novo sentido para a matemática”. E ainda, conta com vantagens como a “visualização e a representação, permitindo ao aluno, que mesmo a distância, explore o gráfico e conheça seus principais conceitos e peculiaridades”.

A respeito do ensino de funções quadráticas, ressaltam, que é de suma importância e que sua aplicabilidade se faz presente em diversas áreas das ciências, no esporte, entre outros. Afirmam ser “notório as dificuldades dos estudantes em relação ao estudo de função, pois muitas vezes eles não compreendem a representação gráfica e apresentam também dificuldades na parte algébrica”. Neste sentido uma reflexão por parte do(a) professor(a) sobre a forma de abordar o conteúdo de funções, buscando inserir novas ferramentas, como o software GeoGebra, é de grande relevância para a prática matemática.

A dissertação “**Utilização do software GeoGebra no ensino de funções de primeiro e segundo graus**”, contribuiu no sentido de mostrar que o modo diferenciado de trabalhar uma sequência didática pode ser estendido para outros ensinamentos, além do ensino de função polinomial de 1° e 2° graus, tais como,

geometria, álgebra, estatística, cálculo, gráficos e outros, utilizando o software GeoGebra por ser uma ferramenta fácil de manusear. Influenciando na construção da aula inédita, a qual serviu de base para a escrita deste texto, a seguir um recorte do comportamento da função afim, onde é pedido que troquem os coeficientes angulares e observem o que acontece com os gráficos.

Imagem 1: Exemplo do comportamento das funções no GeoGebra



Fonte: Autora Cintia Harumi Samizava 2018

Abordagem como está joga luz sobre outros pensamentos, como no do mestre Danilo do Nascimento de Jesus, ao discutir sobre a dificuldade no ensino da matemática, em especial o conceito de função, no ensino médio do Instituto Federal da Bahia Campus Eunópolis.

Ao inquietar-se frente sua questão **“Como a utilização do software GeoGebra pode potencializar a exploração da função do 2º grau?”**, buscou resolver desenvolvendo uma proposta de ensino da função quadrática com o auxílio do software, através de uma sequência de atividades e posteriormente a construção de um mapa conceitual, com a finalidade de investigar como a utilização do GeoGebra pode potencializar a exploração da função do 2º grau. Não podendo ser muito diferente, a atividade foi realizada primeiramente em sala de aula para que os alunos, do primeiro ano do ensino médio, pudessem tomar conhecimento do conteúdo e posteriormente realizada no software GeoGebra para que visualizassem o comportamento de cada função. Um exemplo segue abaixo:

Imagem 2: Exemplo do comportamento das funções no GeoGebra



Fonte: Autora Cintia Harumi Samizava 2018

Vimos até aqui que a tecnologia é uma grande aliada no momento de ensinar funções ou outros conteúdos matemáticos, dentre as possibilidades de se fazer o uso da tecnologia está o smartfone, como recurso no ensino e aprendizagem. No trabalho intitulado **“Gráficos das funções linear e quadrática utilizando o GeoGebra em smartphones”**, os autores trazem uma abordagem das mudanças tecnológicas que alteram constantemente o cotidiano dentro e fora da escola, onde professores se deparam com uma constante demanda por métodos de ensino dos quais, muitos, não tem a menor ideia do que seja. Desta forma, os autores consideram que com o avanço tecnológico, principalmente dos celulares, há possibilidade de lançar mão do GeoGebra utilizado em computadores, para serem usados em smartphones, como sendo uma forma didática e renovadora.

Neste sentido foram propostas atividades para turmas do nono do fundamental e do primeiro ano do médio, com a finalidade de permitir que os alunos compreendessem melhor e com mais interesse e leveza o conteúdo de funções. Entendem que existem dificuldades no manuseio de determinados aplicativos, por tratar de ser um aplicativo com gráficos de funções.

Segundo os autores, “os smartphones vêm sendo intensamente utilizados por crianças e adolescentes, que se mantêm conectados a maior parte do dia, muitas vezes durante as aulas, apesar de seu uso, em geral, ser proibido”. O que tange o assunto tecnologia, afirmam que “programas de computador, existem diversos já utilizados em salas de aula como ferramenta de auxílio ao

professor, para tornar a aula mais dinâmica e mudar o estilo de "aula-palestra", em que o professor somente fala e escreve no quadro..." sem a participação ativa dos alunos. Acredita-se que o uso dos programas baixados nos aplicativos dos celulares pode proporcionar uma melhor visualização do comportamento dos gráficos, bem como a compreensão mais ampla do conteúdo trabalhado.

Ressaltam que o software GeoGebra é uma ferramenta utilizada para ensinar geometria e álgebra, além de ser um software gratuito de fácil acesso, tem uma boa aceitação tanto pelos professores quanto pelos alunos e que o uso deste recurso já é algo comum nas aulas de matemática, o mesmo não pode ser dito quando se refere ao uso através do celular.

Independente dos recursos utilizados, por mais que tenha sido identificado maiores dificuldades no manuseio do smartfone em comparação ao computador, o ensino e aprendizagem do conteúdo de funções com o auxílio da tecnologia se mostrou mais interessante, que o seu não uso. A tecnologia tornou o cotidiano, dentro e fora da escola, mais inteligente, prático e produtivo, comparado a uma aula expositiva, por exemplo.

2) Apresentação da aula

A aula intitulada "Funções e GeoGebra" foi criada para ser ministrada nas turmas do nono ano do Ensino Fundamental e primeiro ano do Ensino Médio. Está organizada de forma que o(a) professor(a) possa trabalhar em quatro diferentes momentos nomeados de "Etapa", onde cada etapa corresponde a uma aula de pelo menos cinquenta minutos de duração.

A prática de ensino proposta nesta aula cujo conteúdo de funções conta com o auxílio do software GeoGebra é pensada para ser uma alternativa a aula expositiva que existe no ensino da matemática. Busca proporcionar ao(a) estudante um contato lúdico com a matemática, onde a parte visual é encarregada de aguçar a aprendizagem dos(a) estudantes.

Tais etapas foram construídas a partir de leituras de livros didáticos e artigos, os quais discutem sobre o assunto de funções com o uso do software GeoGebra, além de vídeos aulas.

A primeira etapa, ou Etapa -1, da aula o(a) professor(a) é orientado(a) a verificar se todos os computadores do laboratório de informática da escola estão funcionando e com o software GeoGebra instalados. Dividir a turma em duplas

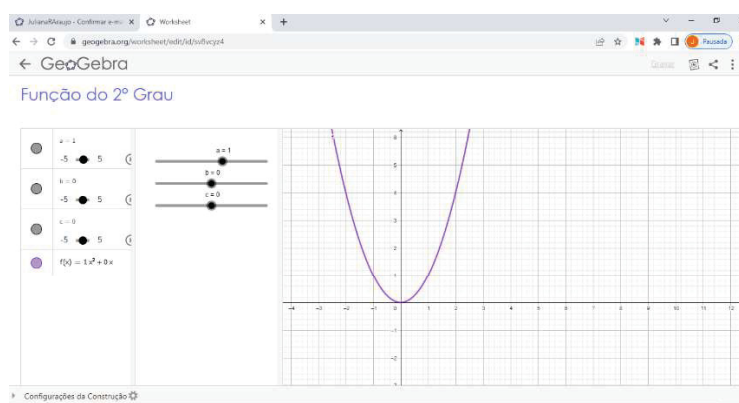
ou grupos, assegurando o acesso de todos(a) aos computadores. Ensinar o conteúdo de funções em sala de aula, com auxílio do livro didático, e levar os(a) estudantes ao laboratório, onde faram uso dos computadores para iniciarem a prática proposta que ocorrerá da seguinte maneira: o(a) professor(a) deverá escrever no quadro/lousa os tipos de funções vistas para que os alunos possam ter como base. Por exemplo: Função Afim: $f(x) = ax + b$; Função Quadrática: $f(x) = ax^2 + bx + c$; Função Exponencial: $f(x) = a^x$; Função Logarítmica: $f(x) = \log_a x$; Funções Trigonométricas: $f(x) = \text{sen}(x)$; $f(x) = \text{cos}(x)$; $f(x) = \text{tg}(x)$ ou, se preferir, mostrar o vídeo presente no link <https://www.youtube.com/watch?v=xpv-SWbDUr8>.

Ao término da apresentação das funções recomenda-se o(a) professor(a) ensinar o(a) estudante a criar parâmetros nas funções com o auxílio da ferramenta chamada “Controle Deslizante”, se preferir, pode apenas apresentar o vídeo do link <https://www.youtube.com/watch?v=6co1bL85W1c>. Recomenda-se que seja assistido mais de uma vez para que o(a) estudante fixe bem o procedimento, que será utilizado nas próximas etapas da aula. E por fim, seguir para a exploração das funções mostrada no exemplo a seguir.

Clique na imagem (Ctrl + Enter) ou acesse pelo link:

<https://www.geogebra.org/m/sv8vcyz4>

Imagem 3: Estudo da função quadrática no GeoGebra.org



Fonte: Da autora 2023

Após a construção dos parâmetros utilizando os controles deslizantes a , b e c , peça para o(a) aluno(a) responder:

- 1) O que ocorre com o gráfico quando o parâmetro a varia? Justifique:

- 2) O que ocorre com o gráfico quando o parâmetro b varia? Justifique:
- 3) O que ocorre com o gráfico quando o parâmetro c varia? Justifique:

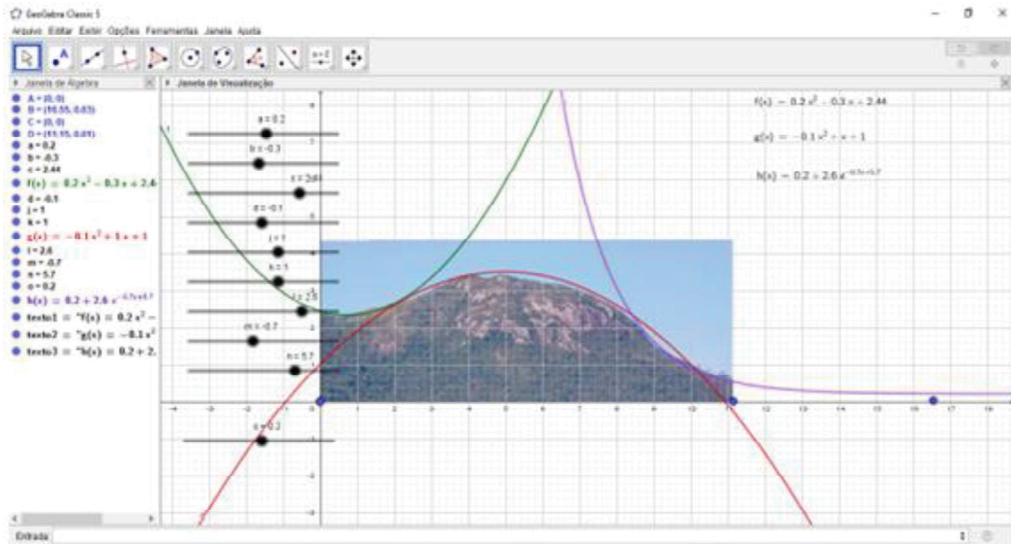
Neste primeiro momento, espera-se do(a) estudante que coloque em prática o que sabe sobre funções e explore ao máximo o comportamento de cada uma delas fazendo uso do software GeoGebra, além de “pegar intimidade” com essa ferramenta.

Já na Etapa – 2 da aula pede-se ao(a) professor(a) para apresentar aos(as) estudantes um breve histórico das montanhas escolhidas para a realização da aula que, neste momento, foram escolhidas três montanhas dentre as paranaenses.

Por exemplo, a primeira escolha se refere ao conjunto de montanhas rochosas no Parque Estadual Pico do Marumbi, localizado no município de Morretes - PR, que tem seu ponto culminante a 1.539 metros de altura acima do nível do mar. A segunda escolha se refere ao conjunto de montanhas rochosas no Parque Estadual Pico Paraná, localizado no município de Campina Grande do Sul - PR cujo ponto culminante é de 1.877 metros de altura acima do nível do mar, o mais alto do Sul do Brasil. Por fim, a terceira escolha, se refere ao Morro do Parque Estadual Serra da Baitaca, chamado de Morro do Anhangava, com altura de 1.430 metros acima do nível do mar está localizado no município de Quatro Barras – PR.

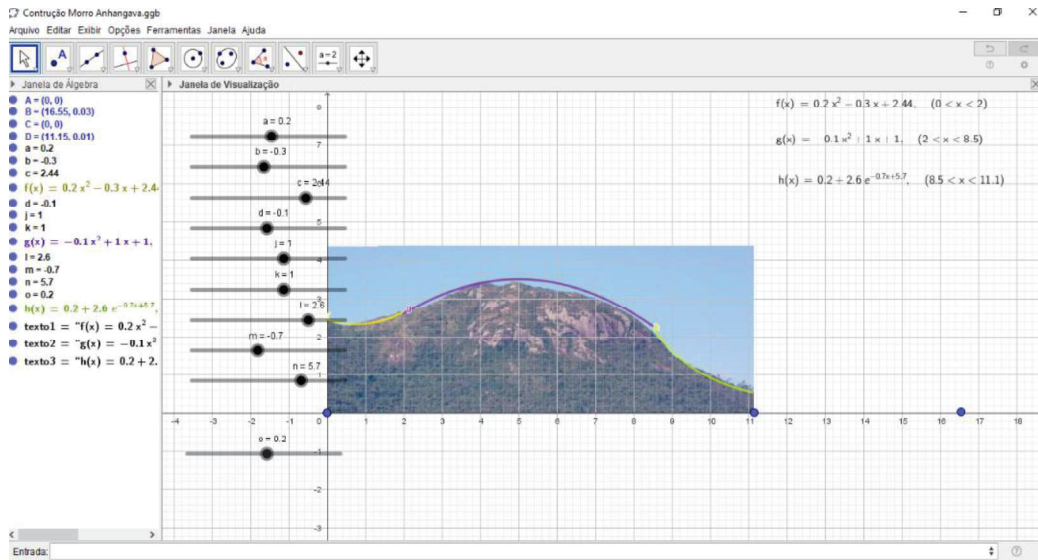
Dando continuidade à aula o(a) professor(a) escolhe uma montanha e inicia a modelagem matemática do contorno da montanha ensinando aos(as) estudantes o, passo a passo, do processo. Espera-se que o(a) estudante aprenda com o(a) professor(a) a contornar a montanha colocando em prática o que lhe foi ensinado até este momento. E como resultado desta etapa chegam às imagens mostradas a seguir.

Imagem 4: Modelagem matemática do contorno do Morro Anhangava no GeoGebra



Fonte: Da autora 2023

Imagem 5: Modelagem matemática do contorno do Morro Anhangava no GeoGebra



Fonte: Da autora 2023

A Etapa - 3 da aula é voltada para aos(as) estudantes, e neste momento, após terem aprendido com as etapas anteriores, recomenda-se ao(a) professor(a) orientá-los para que pesquisem sobre outras montanhas presentes no estado do Paraná. Façam a escolha da que mais lhe chamou atenção e iniciem seu contorno utilizando as funções estudadas, além de apresentar um

breve histórico da montanha escolhida semelhante ao que foi feito na Etapa – 2 da aula.

O(a) estudante deverá ser informado(a) que sua escolha deverá conter características que o(a) permita fazer uso das funções afim, quadrática, exponencial, logarítmica e trigonométrica para a modelagem matemática. Caso não seja possível, deverá escolher uma montanha da qual faça uso de, pelo menos, três tipos de funções. Espera-se que o(a) estudante amplie seu olhar matemático para além da sala de aula, que conheça e fixe o conteúdo de funções estudado, além de desenvolver independência para explorar o software GeoGebra criando atividades matemáticas, se possível, relacionando-as com outras disciplinas.

Por fim na Etapa – 4 da aula, é sugerido para o(a) estudante pesquisar sobre uma montanha dos Alpes e responder três questões. Porém para responder tais questões será necessário que o(a) estudante faça seu contorno utilizando as funções seguindo os procedimentos utilizados nas etapas anteriores. As respostas exigem que vão além da matemática, que pesquisem sobre geomorfologia, ciência que estuda o relevo, assunto presente na aula de geografia.

As questões solicitadas são:

- 1) Que funções são mais adequadas para fazer o contorno de uma montanha alpina?
- 2) Por que as montanhas dos Alpes possuem este formato e podem ser modeladas com essas funções?
- 3) De acordo com a imagem, podemos afirmar que são utilizadas as mesmas funções para fazer o contorno dessas montanhas? Por quê?

Imagem 6: Montanha Matterhorn e Pico Paraná



Fonte: Retiradas de:

http://eliseufrechou.com.br/wp-content/uploads/2014/08/DSC_0207.jpg

<https://altamontanha.com/a-conquista-do-pico-parana/>

Assim, desta forma, espera-se que o(a) estudante consiga compreender a diferença entre os tipos de montanhas, dos Alpes e do Paraná, que consiga compreender que as diferenças refletem na escolha das funções utilizadas para a modelagem e que isso deriva da idade de formação dessas montanhas e seu surgimento. Conhecer mais sobre os diferentes tipos de relevo e de alguma maneira, em algum momento, possa estar presente nestes ambientes.

Considerações finais

Este texto teve a intenção de apresentar uma aula inédita para o ensino de funções com a utilização do software GeoGeogra. Procuro apontar ao leitor a intenção desta aula, que é propor aos(as) estudantes uma experiência para além da sala de aula fazendo uso da tecnologia e a possibilidade de ampliação de seus horizontes ao trabalharem com a matemática em conjunto com outras disciplinas presentes na grade curricular.

Desta forma a partir de leituras de trabalhos relacionados ao tema escolhido, análises de livros didáticos e vídeos assistidos do YouTube, pude experimentar novas formas de ensinar matemática além de aprender com outros professores, o que me ajudou a construir uma sequência de atividades em que é possível explorar o estudo das funções e a interdisciplinarização com o auxílio da tecnologia.

Espero que este texto possa servir de inspiração para outros(a) professores(a) que, assim como eu, tenham a oportunidade de construir/criar aulas que envolvam temas reais fazendo uso da interdisciplinarização, de ferramentas que tornem as aulas mais dinâmicas e que de alguma forma possam impactar positivamente na vida dos(a) estudantes.

Referências

José R. A. Molinari, Lidiane A. dos Santos, Franciéle M. de S. Retslaff. **Um relato de experiência no ensino de funções quadráticas com a utilização do software Geogebra.** REMAT, Bento Gonçalves, RS, Brasil, v. 5, n. 2, p. 15-28, julho de 2019.

Maria Thaís Azevedo de Sousa; Francisca Cláudia Fernandes Fontenele. **O uso do GeoGebra nas aulas remotas: uma abordagem do conteúdo de função quadrática.**

Samizava, Cintia Harumi Samizava. **Utilização do software GeoGebra no ensino de funções de primeiro e segundo graus.** Dissertação (Mestrado Profissional) –Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”. Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas, 2018.

Danilo do Nascimento de Jesus. **O uso do software GeoGebra para o ensino de função do 2º grau: o caso da 1ª série do ensino médio de uma escola federal.** Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Exatas) – Universidade do Vale do Taquari Univates. 2018.

BARBOSA, Augusto Cesar de Castro; CONCORDIDO, Cláudia Ferreira Reis e SILVA, Bruno Guimarães da: **Gráficos das funções linear e quadrática utilizando o GeoGebra em smartphones.**