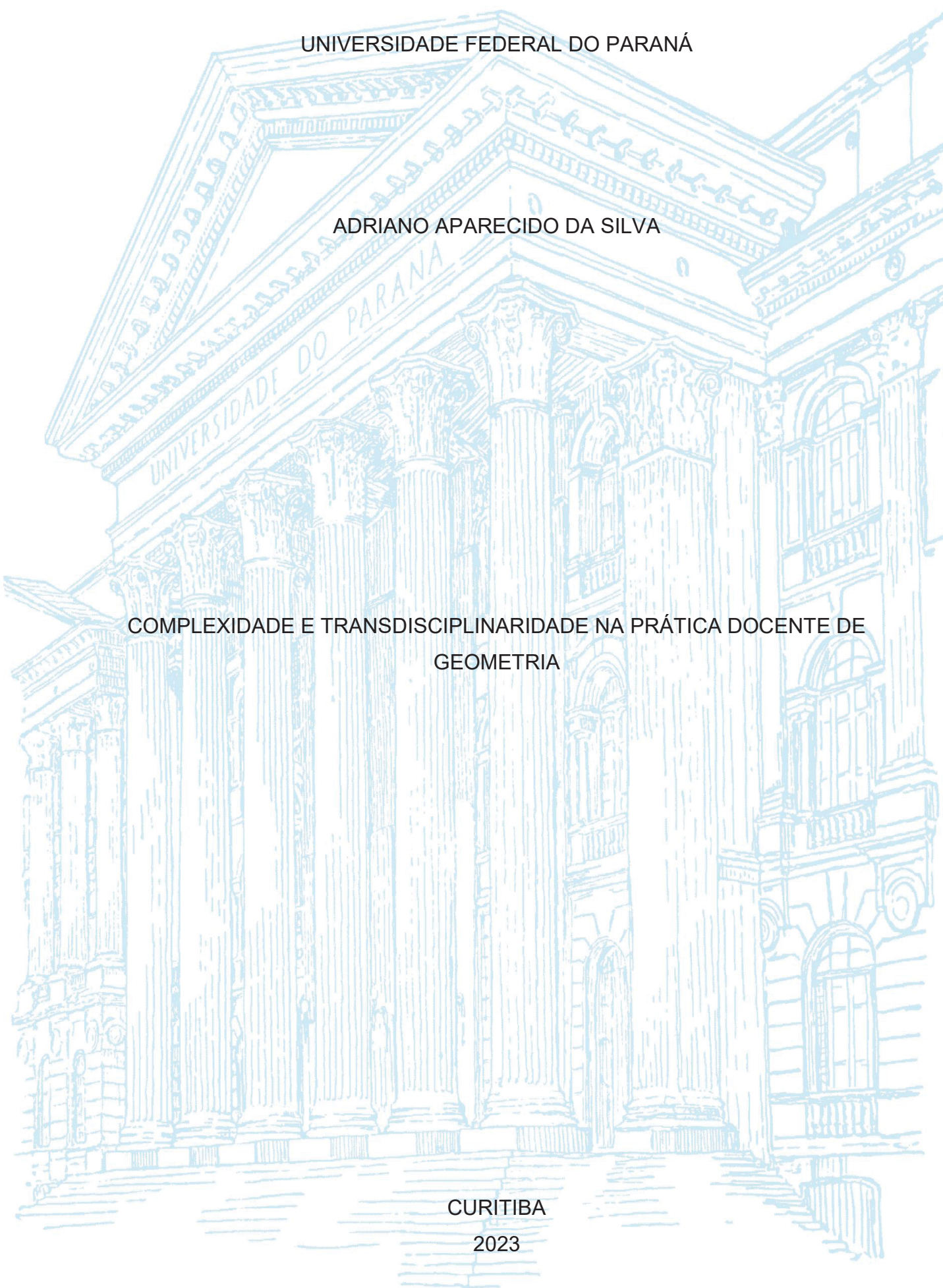




UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

ADRIANO APARECIDO DA SILVA

COMPLEXIDADE E TRANSDISCIPLINARIDADE NA PRÁTICA DOCENTE DE
GEOMETRIA

CURITIBA

2023

ADRIANO APARECIDO DA SILVA

COMPLEXIDADE E TRANSDISCIPLINARIDADE NA PRÁTICA DOCENTE DE
GEOMETRIA

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal do Paraná, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Educação.

Orientadora: Profa. Dra. Ettiène Cordeiro Guérios

CURITIBA

2023

DADOS INTERNACIONAIS DE CATALOGAÇÃO NA PUBLICAÇÃO (CIP)
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
SISTEMA DE BIBLIOTECAS – BIBLIOTECA DO CAMPUS REBOUÇAS

Silva, Adriano Aparecido da.

Complexidade e transdisciplinaridade na prática docente de geometria /
Adriano Aparecido da Silva – Curitiba, 2023.

1 recurso on-line : PDF.

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Paraná, Setor de
Educação. Programa de Pós-Graduação em Educação.

Orientadora: Prof^a Dr^a Ettiène Cordeiro Guérios

1. Educação – Estudo e ensino. 2. Matemática – Estudo e ensino. 3.
Geometria. 4. Ensino médio. I. Guérios, Ettiène Cordeiro. II. Universidade
Federal do Paraná. III. Programa de Pós-Graduação em Educação. IV.
Título.

TERMO DE APROVAÇÃO

Os membros da Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação EDUCAÇÃO da Universidade Federal do Paraná foram convocados para realizar a arguição da Dissertação de Mestrado de **ADRIANO APARECIDO DA SILVA** intitulada: **COMPLEXIDADE E TRANSDISCIPLINARIDADE NA PRÁTICA DOCENTE DE GEOMETRIA**, sob orientação da Profa. Dra. ETTIÊNNE CORDEIRO GUÉRIOS, que após terem inquirido o aluno e realizada a avaliação do trabalho, são de parecer pela sua APROVAÇÃO no rito de defesa.

A outorga do título de mestre está sujeita à homologação pelo colegiado, ao atendimento de todas as indicações e correções solicitadas pela banca e ao pleno atendimento das demandas regimentais do Programa de Pós-Graduação.

CURITIBA, 30 de Maio de 2023.

Assinatura Eletrônica

01/06/2023 11:08:08.0

ETTIÊNNE CORDEIRO GUÉRIOS

Presidente da Banca Examinadora

Assinatura Eletrônica

01/06/2023 15:11:20.0

TANIA TERESINHA BRUNS ZIMER

Avaliador Externo (UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ)

Assinatura Eletrônica

01/06/2023 09:43:49.0

SONIA MARIA CHAVES HARACEMIV

Avaliador Interno (UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ)

Assinatura Eletrônica

01/06/2023 10:14:20.0

MARILDA APARECIDA BEHRENS

Avaliador Externo (PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DO
PARANÁ)

“Pare e pense! Eu continuarei te amando mesmo depois daqui.”

Esta dissertação é dedicada à memória de minha mãe, Ana Maria Figueredo da Silva.

AGRADECIMENTOS

A Deus.

À minha mãe, Ana Maria, fonte inesgotável de amor, ternura, compaixão e respeito. A grandiosidade de sua alma transcende. Nenhuma palavra, nem a mais bela poesia ou canção, seria capaz de descrever com justiça a sua magnitude.

À minha família, por ser meu alicerce e porto seguro. Agradeço por sustentar meus mais ousados sonhos. Especialmente, à minha irmã, Alessandra, pela coragem e bondade que nunca lhe faltaram.

À minha orientadora, Ettiène Cordeiro Guérios, por ser poesia, por ser resiliência, por ser amor, por ser Ettiène. Serei eternamente grato se for metade do professor que você é.

À minha madrinha, Heliza Colaço Góes, pela força que é. Agradeço pelos momentos felizes e pelo apoio incondicional nas tempestades que vieram.

Aos meus amigos, que sempre fizeram a vida ser mais leve e divertida.

À Regina Keiko Sato, pela parceria diária e conversas animadas. Tenho muita sorte em poder compartilhar momentos tão alegres com você. Deixo aqui a promessa de sermos amigos até debaixo d'água.

À Chavelli Dominique, pelo apoio e parceria neste período de tantas aprendizagens. Você é gigante!

À banca, formada pelas professoras Dra. Sonia Maria Chaves Haracemiv, Dra. Marilda Aparecida Behrens e Dra. Tania Bruns Zimer, pelo olhar sempre atento, amoroso, dedicado e competente.

À Universidade Federal do Paraná, em especial, ao Programa de Pós-Graduação em Educação, que proporcionou uma formação integral e de excelente qualidade.

Enfim, agradeço a todos que de alguma forma me ajudaram a tornar este sonho possível.

A utopia está lá no horizonte. Eu sei que nunca a alcançarei. Me aproximo dois passos, ela se afasta dois passos. Caminho dez passos e o horizonte corre dez passos. Para que serve a utopia? Serve para isso: para que eu não deixe de caminhar.

Eduardo Galeano cita Fernando Birri

RESUMO

Esta investigação tem como objetivo desenvolver e apresentar uma possibilidade de ensino em concordância com a transdisciplinaridade, na perspectiva da teoria da complexidade, para responder à seguinte questão: como explorar conceitos geométricos de maneira transdisciplinar, a fim de possibilitar o conhecimento pertinente nos estudantes? Durante o processo investigativo, surgiram algumas perguntas que foram perseguidas: os estudantes conseguem perceber que a Geometria é o estudo do espaço em que vivem? Que relações os estudantes estabelecem entre os conceitos geométricos e o espaço em que vivem? Como orientar uma prática docente em Geometria, considerando a transdisciplinaridade e a contextualização em outros conhecimentos científicos e culturais? Para responder às questões norteadoras deste trabalho, optou-se por uma pesquisa qualitativa exploratório-explicativa do tipo intervenção, utilizando uma triangulação de instrumentos de coleta de dados, envolvendo observação com diário de campo, questionários e entrevistas semiestruturadas, que foram analisados a partir do método dos núcleos de significação, proposto por Aguiar e Ozella (2006). Após o desenvolvimento da sequência didática e considerando as análises, o estudo apontou que a abordagem transdisciplinar permitiu que os estudantes percebessem a presença da Geometria em sua realidade, reconhecendo-a como o estudo do espaço em que vivem. Os dados confirmaram que o processo de construção da curiosidade dos estudantes é fundamental para uma abordagem transdisciplinar, além da preparação adequada das aulas, que é um fator-chave para a potência da prática transdisciplinar. Após a finalização da sequência didática, os estudantes evidenciaram, em suas definições, a compreensão da Geometria como um campo de estudo científico, o que representa um avanço significativo na construção conceitual dessa disciplina e na percepção da ciência como um todo. Além disso, foi possível perceber que parte dos estudantes conseguiu realizar um processo significativo de reforma do pensamento, abandonando uma visão limitada, conservadora, fragmentadora e simplificadora do mundo, no que se refere à noção de Geometria, o que tornou o conhecimento mais integrado, contextualizado e complexo.

Palavras-chave: Complexidade. Aprendizagem de Geometria. Ensino de Geometria. Ensino transdisciplinar. Matemática do Ensino Médio. Sequência didática.

ABSTRACT

This investigation aims to develop and present a possibility of teaching in accordance with transdisciplinarity in the perspective of complexity theory to answer the following question: How to explore geometric concepts in a transdisciplinary way, in order to enable relevant knowledge in students? During the investigative process, some questions arose that were pursued: Can the students perceive that Geometry is the study of the Space in which they live? What relationships do students establish between geometric concepts and the space in which they live? How to guide a teaching practice in Geometry, considering transdisciplinarity and contextualization in other scientific and cultural knowledge? To answer the guiding questions of this work, an exploratory-explanatory qualitative research of the intervention type was chosen, using a triangulation of data collection instruments, involving observation with a field diary, questionnaires and semi-structured interviews, which were analyzed using the Meaning Nucleus method proposed by Aguiar and Ozella (2008). After the development of the didactic sequence and considering the analyses, the study pointed out that the transdisciplinary approach allowed the students to perceive the presence of geometry in their reality, recognizing it as the study of the space in which they live. The data confirmed that the process of building students' curiosity is fundamental for a transdisciplinary approach, in addition to adequate preparation of classes, which is a key factor for the power of transdisciplinary practice. After finishing the didactic sequence, the students showed, in their definitions, the understanding of geometry as a field of scientific study, which represents a significant advance in the conceptual construction of this discipline and in the perception of Science as a whole. In addition, it was possible to perceive that part of the students managed to carry out a significant process of thought reform, abandoning a limited, conservative, fragmenting and simplifying view of the world, with regard to the notion of geometry, which made knowledge more integrated, contextualized and complex.

Keywords: Complexity. Learning Geometry. Teaching Geometry. Transdisciplinary teaching. High School Mathematics. Following teaching.

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 – Alcance primário geográfico das bases selecionadas	41
FIGURA 2 – Representação da triagem nas bases de dados.....	47
FIGURA 3 – Nuvem de palavras-chave dos trabalhos pesquisados.....	59
FIGURA 4 – Desenho da metodologia da pesquisa.....	65
FIGURA 5 – Desenho da triangulação dos instrumentos de coleta de dados.....	69
FIGURA 6 – Desenho da técnica de análise de dados por núcleos de significação ..	72
FIGURA 7 – Desenho do caminho metodológico.....	72
FIGURA 8 – Desenho do caminho medular da sequência didática.....	75
FIGURA 9 – Desenho da organização preliminar da sequência didática – parte 1...	77
FIGURA 10 – Desenho da organização preliminar da sequência didática – parte 2.	80
FIGURA 11 – Desenho da organização preliminar da sequência didática – parte 3.	81
FIGURA 12 – Gráfico de reconhecimento: você se lembra das aulas de Geometria dos anos anteriores?.....	84
FIGURA 13 – Gráfico de reconhecimento: as definições dos estudantes dialogam com o conhecimento pertinente?	87
FIGURA 14 – Infográfico de reconhecimento: porcentagens das escolhas relacionando imagens e Geometria.....	88
FIGURA 15 – <i>Print</i> do aplicativo Stellarium no dia 5 de fevereiro de 2023	94
FIGURA 16 – As nuvens são geométricas.....	99
FIGURA 17 – Os olhares são geométricos	99
FIGURA 18 – Lugares, bares e esquinas são geométricos	100
FIGURA 19 – A aventura de uma roda gigante é geométrica	100
FIGURA 20 – Arco-íris são geométricos	101
FIGURA 21 – A cozinha da minha escola é geométrica	101
FIGURA 22 – As portas da minha escola são geométricas	102
FIGURA 23 – Os muros da minha escola são geométricos	103
FIGURA 24 – Os mosaicos que meu primo fez na escada da minha escola são geométricos.....	103
FIGURA 25 – Mosaico com algumas das fotos dos estudantes.....	104
FIGURA 26 – O orvalho da manhã é geométrico.....	105
FIGURA 27 – O entardecer é geométrico	106
FIGURA 28 – O mar é geométrico	106

FIGURA 29 – Até uma formiga é geométrica	107
FIGURA 30 – O movimento é geométrico	108
FIGURA 31 – Cobra-dragão	109
FIGURA 32 – Iguana verde	110
FIGURA 33 – Salamandra	111
FIGURA 34 – Exemplo de ovos de répteis	111
FIGURA 35 – Exemplo de ovos de anfíbios	112
FIGURA 36 – Estudo sobre o casco de tartarugas de águas correntes	113
FIGURA 37 – Tartaruga terrestre	113
FIGURA 38 – Tartaruga aquática	113
FIGURA 39 – Encarte com a diferenciação geométrica de cobras venenosas e não venenosas	114
FIGURA 40 – Pontes de hidrogênio em microscópio de força atômica	117
FIGURA 41 – Construindo uma molécula de tetra-hidreto de silício	119
FIGURA 42 – Construindo uma molécula de hidreto de fósforo	119
FIGURA 43 – Construindo uma molécula de hexafluoreto de enxofre	119
FIGURA 44 – Construindo um prisma de base hexagonal	120
FIGURA 45 – Gráfico de reflexos: você se lembra das aulas de Geometria dos anos anteriores?	121
FIGURA 46 – Gráfico de reflexos: as definições dialogam com o conhecimento pertinente dos estudantes?	123
FIGURA 47 – Gráfico de reflexos: pré-indicadores nas falas dos estudantes	124
FIGURA 48 – Infográfico de reflexos: porcentagens das escolhas que relacionam imagens e Geometria	125
FIGURA 49 – Gráfico de reconhecimento: a Geometria está presente na nossa vida	127
FIGURA 50 – Gráfico de reflexos: a Geometria está presente na nossa vida	128

LISTA DE QUADROS

QUADRO 1 – Bases selecionadas e suas características	40
QUADRO 2 – Bases e tipos de trabalho	40
QUADRO 3 – Sistematização dos descritores e remissivos por meio dos booleanos	42
QUADRO 4 – Pesquisas selecionadas na BDTD.....	48
QUADRO 5 – Pesquisas selecionadas em CAPES – Teses e Dissertações	53
QUADRO 6 – Pesquisas selecionadas no ERIC	54
QUADRO 7 – Pesquisas selecionadas em CAPES – Periódicos.....	55
QUADRO 8 – Pesquisas selecionadas na Redalyc	56
QUADRO 9 – Cronograma da pesquisa de campo	75
QUADRO 10 – Pré-indicadores e indicadores do questionário de reconhecimento..	90
QUADRO 11 – Indicadores e núcleos de significação do questionário de reconhecimento.....	90
QUADRO 12 – Pré-indicadores e indicadores do questionário de reflexos	126
QUADRO 13 – Indicadores e núcleos de significação do questionário de reflexos	126
QUADRO 14 – Pré-indicadores e indicadores das entrevistas	131
QUADRO 15 – Indicadores e núcleos de significação das entrevistas	131

LISTA DE TABELAS

TABELA 1 – Triagem na BDTD, em 23/09/2021 – 2000 a 2020	43
TABELA 2 – Triagem em CAPES – Teses e Dissertações, em 23/09/2021 – 2000 a 2020	43
TABELA 3 – Triagem na ERIC, em 28/09/2021 – 2000 a 2020	44
TABELA 4 – Triagem em CAPES – Periódicos, em 22/09/2021 – 2000 a 2020	45
TABELA 5 – Triagem na EDUCA SciELO, em 28/09/2021 – 2000 a 2020	45
TABELA 6 – Triagem na Redalyc, em 22/09/2021 – 2000 a 2020	46

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BDTD	Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações
BNCC	Base Nacional Comum Curricular
CAFe	Comunidade Acadêmica Federada
CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
EDUCA SciELO	Scientific Eletronic Library Online for Education
ERIC	Education Resources Information Center
NEM	Novo Ensino Médio
Redalyc	Rede de Revistas Científicas da América Latina e Caribe, Espanha e Portugal
SciELO	Scientific Eletronic Library Online
SEED-PR	Secretaria de Estado de Educação do Paraná
Unesco	Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	15
1.1	JUSTIFICATIVA.....	16
1.1.1	Perspectiva pessoal.....	16
1.1.2	Perspectiva social.....	18
1.1.3	Perspectiva acadêmica.....	19
1.2	PROBLEMA DE PESQUISA	20
1.2.1	Definição do problema.....	20
1.2.2	Delimitação do problema	21
1.3	PERGUNTAS NORTEADORAS.....	21
1.4	OBJETIVOS	21
1.4.1	Geral.....	22
1.4.2	Específicos	22
2	NAVEGANDO PELAS ÁGUAS DA COMPLEXIDADE: A TRANSDISCIPLINARIDADE COMO BÚSSOLA PARA O CONHECIMENTO PERTINENTE.....	23
2.1	COMPLEXIDADE: UM MAR DE INTERAÇÕES, RETROAÇÕES, DIMENSÕES E INCERTEZAS	23
2.1.1	Explorando conexões invisíveis: um mergulho	26
2.2	EXPLORANDO ILHAS: OS SETE SABERES NECESSÁRIOS À EDUCAÇÃO DO FUTURO	29
2.3	A TRANSDISCIPLINARIDADE COMO BÚSSOLA: NORTE, SUL, LESTE E CONHECIMENTO PERTINENTE.....	35
3	REVISÃO DE LITERATURA.....	38
3.1	REVISÃO SISTEMÁTICA E INTEGRATIVA DAS PRODUÇÕES ACADÊMICAS	38
3.1.1	Revisão sistemática.....	38
3.1.2	Revisão integrativa	60
4	METODOLOGIA.....	62
4.1	CARACTERIZAÇÃO DA PESQUISA	62
4.2	LÓCUS E PARTICIPANTES DA PESQUISA	65
4.3	PROCEDIMENTOS E INSTRUMENTOS DE COLETA DE DADOS	66
4.4	PROCEDIMENTOS DE ANÁLISE DE DADOS	70

5	PENSANDO E CONSTRUINDO UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA COMPLEXA E TRANSDISCIPLINAR	73
5.1	UMA DENTRE INFINITAS POSSIBILIDADES	75
5.1.1	A gravidade e o conceito de Geometria.....	76
5.1.2	Compreendendo a geometria dos répteis.....	79
5.1.3	Geometria Molecular e a relação de Euler	80
6	TRANSDISCIPLINARIDADE É VERBO	82
6.1	QUESTIONÁRIO DE RECONHECIMENTO.....	83
6.2	DIÁRIO DE CAMPO	91
6.2.1	Ensinar é um rasgar-se e remendar-se	91
6.2.2	A gravidade e o conceito de Geometria.....	92
6.2.3	A geometria dos répteis.....	109
6.2.4	Geometria Molecular e a relação de Euler	117
6.3	QUESTIONÁRIO DE REFLEXOS	120
6.4	ENTREVISTAS.....	128
7	ALGUMAS CONSIDERAÇÕES	133
	REFERÊNCIAS.....	139
	ANEXO A - TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO.....	144
	ANEXO B - TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO PARA VALIDAÇÃO DOS INSTRUMENTOS DE COLETA DE DADOS	147
	ANEXO C - TERMO DE AUTORIZAÇÃO DE USO DE VOZ E DEPOIMENTOS PARA PESQUISA	149
	ANEXO D - TERMO DE ASSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO.....	150
	APÊNDICE A – QUESTIONÁRIO PRÉ VALIDAÇÃO	152
	APÊNDICE B – PROTOCOLO DE ENTREVISTA SEMIESTRUTURADA PRÉ VALIDAÇÃO	158
	APÊNDICE C – QUESTIONÁRIO PÓS VALIDAÇÃO	159
	APÊNDICE D – PROTOCOLO DE ENTREVISTA SEMIESTRUTURADA PÓS VALIDAÇÃO	165

1 INTRODUÇÃO

Em Matemática, mais especificamente, nos conhecimentos construídos pela lógica clássica, existe uma lei conhecida como *principium tertii exclusi*, o princípio do terceiro excluído, uma das três leis clássicas do pensamento formuladas pelo brilhante matemático e filósofo alemão Gottfried Leibniz. Basicamente, esse princípio estabelece a impossibilidade da existência de uma terceira opção; em outras palavras, na lógica clássica, algo é ou não é. Exemplificando, estabelecida a proposição “Leibniz é imortal”, a única maneira de essa proposição ser falsa é no caso em que Leibniz é mortal, afinal um terceiro caso intermediário, em que Leibniz é mortal e imortal simultaneamente, é excluído por essa lógica. Não cabe nessa concepção, por exemplo, a experiência mental do gato de Schrödinger¹.

No exemplo de Leibniz ser mortal ou imortal, essa dualidade é evidente; entretanto, no que se refere à transdisciplinaridade e à complexidade, que são teorias centrais desta pesquisa, estabelece-se a lógica do terceiro incluído. Essa lógica contrapõe, mas não anula, o princípio matemático do terceiro excluído, destacando a possibilidade da existência, por vezes, de infinitos casos num intervalo entre duas proposições A e B. Podemos citar como exemplo os saberes construídos pela ciência, que, à luz de alguns referenciais teóricos, podem parecer independentes, quando na realidade não são; afinal, a natureza da qual fazemos parte é formada por infinitas teias que se complementam, tornando a Matemática e a Geometria, por exemplo, conhecimentos que se consideram e se integram.

Tendo isso em vista, o que é a Geometria, senão o estudo do espaço em que vivemos? Aprender e ensinar a Geometria como um emaranhado dissimulado de axiomas, teoremas e definições pode ser infértil. É importante refletir sobre o sentido da compreensão dos padrões e das construções geométricas presentes no espaço, por meio da redução e simplificação de teorias já demonstradas sem o entendimento da presença desses locais geométricos na própria vida e no cotidiano, como se o conhecimento pudesse ser desenvolvido apenas pela formalização e abstração.

¹ Refere-se a uma experiência mental enunciada pelo físico austríaco Erwin Schrödinger, em 1935. Na experiência, imagina-se um gato dentro de uma caixa, que, devido às dinâmicas específicas dos sistemas quânticos, se encontra numa sobreposição de dois estados, morto e vivo ao mesmo tempo.

Nesse sentido, é necessário um entendimento inicial do que é conhecimento pertinente, na concepção da teoria da complexidade. Segundo Morin (2015, p. 15), em resumo,

[...] o conhecimento pertinente é o que é capaz de situar qualquer informação em seu contexto e, se possível, no conjunto em que está inscrita. Podemos dizer até que o conhecimento progride não tanto por sofisticação, formalização e abstração, mas, principalmente, pela capacidade de contextualizar e englobar.

Tendo isso em vista, a lógica clássica pode não representar a realidade, na medida em que

na escola primária nos ensinam a isolar os objetos (de seu meio ambiente), a separar as disciplinas (em vez de reconhecer suas correlações), a dissociar os problemas, em vez de reunir e integrar. Obrigam-nos a reduzir o complexo ao simples, isto é, a separar o que está ligado; decompor, e não recompor; e a eliminar tudo que causa desordens ou contradições em nosso entendimento (MORIN, 2015, p.15).

1.1 JUSTIFICATIVA

1.1.1 Perspectiva pessoal

Minha² relação com a educação sempre foi de transformação, seja como estudante, seja como professor. Como estudante, a educação me possibilitou realizar sonhos, inclusive, tornar-me professor. Como professor, ela continua transformando minha prática, meus ideais e minhas ultrapassadas certezas.

Sou graduado em Licenciatura em Matemática pela Universidade Federal do Paraná (2019) e comecei a me interessar pela pesquisa em educação em uma disciplina da graduação, intitulada Geometria no Ensino. Nessa disciplina, nos foi solicitado que escrevêssemos um artigo sobre Geometria no Ensino Fundamental. Redigi um artigo sobre a utilização de um jogo de *videogame* como ferramenta para o ensino da Geometria Espacial e isso foi um divisor de águas para o meu entendimento sobre o que era ser professor. Partindo de uma problemática inicial, conseguimos construir uma sequência didática voltada a estudantes desinteressados. Percebi,

² Tendo em vista a perspectiva de escrita desta seção, adotamos a primeira pessoa do singular para o texto. No decorrer desta dissertação, a forma escolhida é a primeira pessoa do plural.

naquele momento, que ser professor não estava relacionado apenas com o saber e ensinar Matemática, mas também é ser um agente transformador, porque utilizamos nossa energia, criatividade e força de trabalho para desenvolver um plano utópico de futuro, na busca de sua concretização.

A palavra “utopia” advém do latim, sendo uma junção de “*u*” (não) e “*topos*” (lugar), derivando um termo que indica um lugar que é um não lugar, isto é, um lugar que não existe ou, pelo menos, ainda não existe. Nessa esteira, ao decidir cursar Licenciatura em Matemática e com o amadurecimento proporcionado pelo tempo, mas também pela interação com os colegas e com os professores, tive total convicção de que a minha missão era a de, ao menos, lutar para que a sociedade esteja a cada dia um pouco mais próxima da minha utopia, carregada de muita ciência, muita Matemática, muita poesia e, principalmente, mais amor. Pode parecer um pouco egoísta, mas não conheço outra maneira de viver, de estar e de transformar, senão pelo amor, ciência e poesia.

Sou professor de Matemática da Secretaria de Estado de Educação do Paraná (SEED-PR), no regime de Processo Seletivo Simplificado, desde 2016. Nesse tempo, tive a oportunidade de lecionar em todas as séries do Ensino Fundamental II, em todas do Ensino Médio, na Educação de Jovens e Adultos e nos cursos Técnicos em Meio Ambiente, Administração e Formação Docente.

Foi logo no início dessa minha carreira de professor que surgiu meu primeiro dilema, quase uma frustração sobre o processo de ensino e aprendizagem da Geometria. Minhas primeiras turmas foram de 3º ano do Ensino Médio, como substituto para ministrar aulas de Geometria Analítica. Era recorrente que as aulas anteriores à minha fossem de Biologia. As ferramentas utilizadas pela professora eram os gizos coloridos e o quadro, em que ela desenhava os seres vivos, que ficavam ao meu dispor ao final da aula. Meu primeiro olhar sobre essa prática foi o de, errônea e prematuramente, condenar a atuação docente dessa professora, me perguntando: não possuímos tecnologia mais do que suficiente para apresentar para os estudantes, de maneira precisa e contextualizada, todos os seres vivos? Além disso, os estudantes já possuem acesso a imagens, documentários, plataformas de *streaming* com muitos conteúdos sobre Biologia. Mais tarde, percebi que a realidade e o contexto em que a professora e a comunidade estavam inseridas impediam que essas tecnologias fossem tão facilmente utilizadas.

Tudo isso foi um estímulo para que eu pudesse compreender e refletir que a minha prática docente poderia ser completamente ineficiente, mas, mais do que isso, como eu podia ser tão imprudente de querer que um adolescente estude Geometria, se ele não consegue contextualizá-la? Então, percebi que talvez fosse um erro abandonar os seres vivos que a professora deixava desenhados no quadro e ensinar Geometria pelos teoremas e definições.

É possível explicar o que é uma elipse por intermédio do cosmos e das órbitas dos planetas, assim como articular sobre a construção de malhas planas regulares a partir do casco de uma tartaruga ou de uma colmeia ou quem sabe discutir sobre como podemos ter infinitas malhas planas não regulares utilizando, por exemplo, as obras do artista holandês Maurits Escher. Podemos falar sobre volume deixando a caixinha de leite em segundo plano e expandindo as discussões para os motivos de a abelha utilizar o prisma de base hexagonal para a colmeia ou como são feitas as medições diretas de volume de uma árvore.

A partir desse momento, percebi que não estava preparado para ser professor e que nunca estarei, porque ninguém está, todos nós somos seres humanos inacabados. Parte de ser professor está em compreender que sua prática precisa passar por uma revisão contínua, na busca utópica pela perfeição, e foi exatamente por esse motivo que desenvolvi esta pesquisa, pois espero que este seja, para mim, um grande e precioso momento de autorreflexão, sobre minha prática como professor de Matemática, como agente histórico, transformador e, sobretudo, como um ser humano em aprendizado constante, na medida em que entendo que a minha prática docente em Matemática pode superar dimensões próprias de um paradigma conservador de formação, que traduz o conhecimento curricular em células estanques e desconexas, como geometria, álgebra, aritmética, probabilidade, entre outras.

1.1.2 Perspectiva social

A Matemática é uma ciência nevrálgica, isto é, os conceitos que são aprendidos e as habilidades e técnicas que são desenvolvidas durante os estudos da disciplina são fundamentais para todos os eixos do conhecimento; portanto, além de ser uma ferramenta de autonomia para o estudante, porque garante ao indivíduo condições de resolver problemas diários presentes em sua vida, com total independência, essa ciência é fundamental para a sustentação e desenvolvimento de

praticamente todas as outras ciências e suas tecnologias. Além disso, a Matemática apresenta a possibilidade de desenvolvimento de técnicas, habilidades e competências, dentre as quais: abstração, raciocínio lógico-matemático, visão geométrica e desenvolvimento crítico-matemático.

Observando a sala de aula, o professor pode perceber que é comum que o estudante não consiga associar os conteúdos estudados com a sua realidade, não há contextualização e muito menos transdisciplinaridade. Por vezes, esse estudante é exposto a um nível de abstração matemática que torna o entendimento inalcançável, impossibilitando um conhecimento pertinente da Matemática. Até mesmo o ensino da Geometria, muitas vezes, é apresentado de maneira tecnicista, como um emaranhado de teoremas, implicando o estudante não conseguir perceber que a Geometria Euclidiana nada mais é que o estudo do espaço em que ele vive. Como afirmam Góes e Guérios (2020, p. 330),

vivemos num mundo de formas. Onde quer que se observe, as ideias geométricas estão presentes no mundo tridimensional, seja na arquitetura, na natureza ou em qualquer área do conhecimento, o que justifica considerar a geometria como um eixo estruturante da matemática no Ensino Fundamental e Médio.

Mesmo depois de décadas, o ensino da Matemática no Brasil tem sido feito com muito esforço da comunidade docente; entretanto, erros e ilusões são possíveis, ao ponto de, por mais indispensável e cada vez mais relevante que essa disciplina seja, as nossas práticas poderem ser uma das responsáveis pelo despreço por parte dos estudantes. Nesse sentido, esperamos que esta pesquisa corrobore para o desenvolvimento de uma nova possibilidade didática, para uma perspectiva mais significativa e pertinente para os estudantes, na medida em que contribui para o desenvolvimento da docência em Matemática com fundamento em princípios da transdisciplinaridade, na perspectiva da complexidade, com vistas a uma aprendizagem mais orgânica e conceitual da Geometria.

1.1.3 Perspectiva acadêmica

Para a academia, é fundamental salientar que Edgar Morin possui uma obra valiosíssima no que se refere ao desenvolvimento de uma educação de qualidade voltada para a autonomia do estudante. Estudá-la é, portanto, essencial para que

possamos articular objetivos, valores e possibilidades para o futuro. Acima de tudo, espera-se que as pesquisas sobre a teoria da complexidade tenham um impacto cada vez maior, afinal se trata de compreender o ser e o saber como fenômenos multidimensionais e contrapor a concepção cartesiana de fragmentação do ensino, tendo em vista que

a complexidade é um tecido [...] constituinte heterogênea inseparavelmente associadas: ela coloca o paradoxo do uno e do múltiplo. A complexidade é efetivamente o tecido de acontecimentos, ações, interações, retroações, determinações, acasos, que constituem no mundo fenomênico (MORIN, 2007, p. 13).

Nesse sentido, esta investigação tem como justificativa acadêmica apontar novas direções que visem à superação do paradigma conservador, para que a Matemática deixe de ser vista como uma disciplina técnica, pronta e linear e seja possível percebê-la na realidade e no cotidiano, ou seja, a Matemática como uma ferramenta de autonomia e, mais do que isso, um saber necessário para a vida. Este estudo pode contribuir por investigar de que modo conceitos geométricos podem ser explorados no Ensino Médio; o conhecimento produzido oferecerá subsídios para alavancar cientificamente diretrizes didáticas para a prática docente na perspectiva da complexidade.

No fim da pesquisa, faz-se relevante avançar na produção do conhecimento, por meio de investigações que explorem, além da Geometria, o ensino da Matemática, sem perder de vista a transdisciplinaridade, na perspectiva da teoria da complexidade.

1.2 PROBLEMA DE PESQUISA

1.2.1 Definição do problema

A Geometria pode ser definida como o estudo do espaço em que se vive, das formas que o compõem e suas relações. Tendo isso em vista, ensinar Geometria exclusivamente pela aplicação de fórmulas, teoremas e definições, descontextualizando até mesmo conceitos básicos, como perímetro, área e volume, pode ser perigoso, pois afasta a teoria da realidade.

A problematização surgiu, portanto, do dilema que envolve a abstração e a contextualização de conceitos geométricos; afinal, considerando a Geometria nessa

perspectiva objetiva que encara o espaço como seu objeto de estudo, abstrair esses conceitos e técnicas de forma mecânica e sem consciência pode tornar a aprendizagem infértil, pois o estudante consegue efetivar cálculos, porém sem compreender o significado e a pertinência dos conhecimentos envolvidos.

1.2.2 Delimitação do problema

A pesquisa visa a reconhecer esse dilema presente no ensino da Geometria e, a partir do conhecimento do espaço vivido dos estudantes e dos saberes que extrapolam os limites da Matemática disciplinar e curricular, desenvolver uma possibilidade de ensino transdisciplinar, na perspectiva da teoria da complexidade, para responder ao problema: **como explorar conceitos geométricos de maneira transdisciplinar, a fim de possibilitar o conhecimento pertinente nos estudantes?**

1.3 PERGUNTAS NORTEADORAS

A partir do problema, emergiram alguns questionamentos que apontaram caminhos para o desenvolvimento da investigação, a saber:

- a) Os estudantes conseguem perceber que a Geometria é o estudo do espaço em que vivem?
- b) Que relações os estudantes estabelecem entre os conceitos geométricos e o espaço em que vivem?
- c) Como orientar uma prática docente no ensino da Geometria, considerando a transdisciplinaridade e contextualizada em outros conhecimentos científicos e culturais?

Responder a esses questionamentos foi um trabalho didático-pedagógico que envolveu muita reflexão, pesquisa e análise. Parte relevante desse trabalho esteve em analisar de que maneiras a contextualização da Geometria em uma prática docente pode provocar mudanças no processo de ensino e aprendizagem dos conceitos geométricos.

1.4 OBJETIVOS

1.4.1 Geral

Identificar subsídios e possibilidades de exploração dos conceitos geométricos de modo transdisciplinar, na perspectiva da teoria da complexidade.

1.4.2 Específicos

- a) Identificar indícios do conhecimento pertinente dos estudantes na aprendizagem da Geometria.
- b) Elaborar uma sequência didática para o ensino da Geometria de modo transdisciplinar, na perspectiva da teoria da complexidade.
- c) Aplicar a sequência didática desenvolvida.
- d) Averiguar reflexos da aprendizagem dos conceitos geométricos abordados na sequência didática.

2 NAVEGANDO PELAS ÁGUAS DA COMPLEXIDADE: A TRANSDISCIPLINARIDADE COMO BÚSSOLA PARA O CONHECIMENTO PERTINENTE

2.1 COMPLEXIDADE: UM MAR DE INTERAÇÕES, RETROAÇÕES, DIMENSÕES E INCERTEZAS

Durante toda a sua vida, Edgar Morin, um dos mais conhecidos e influentes sociólogos e antropólogos do mundo, desenvolveu trabalhos importantíssimos nas mais diversas áreas das ciências humanas, em particular, na educação. Destacamos, aqui, o desenvolvimento de uma abordagem complexa da realidade, pautada na materialidade dos estudos antropológicos.

A complexidade, tema central da sua obra, é uma característica inerente aos sistemas sociais, aos seres e aos saberes e se refere à multiplicidade de elementos, interações e dimensões que compõem a realidade. Nesse sentido, a complexidade não é a teoria que traz uma resposta para os problemas sociais e, por consequência, educacionais; pelo contrário, ela é a característica intrínseca que precisa ser conhecida e explorada para que estratégias pedagógicas, sociais e políticas possam surgir.

Segundo Morin, “[...] a complexidade é a união indissociável do simples e do complexo, do múltiplo e do uno, do heterogêneo e do homogêneo, do aleatório e do determinado” (MORIN, 2008, p. 12). Trata-se de

[...] um tecido [...] constituente heterogênea inseparavelmente associadas: ela coloca o paradoxo do uno e do múltiplo. A complexidade é efetivamente o tecido de acontecimentos, ações, interações, retroações, determinações, acasos, que constituem no mundo fenomênico (MORIN, 2007, p. 13).

Em outras palavras, a complexidade implica uma dinâmica de interações e relações que podem gerar emergências e transformações imprevisíveis. Ela exige, portanto, uma abordagem transdisciplinar e uma postura epistemológica aberta à incerteza e à imprevisibilidade, para que possamos compreender e agir de forma mais efetiva sobre a realidade complexa em que estamos inseridos.

Não é possível solucionar os problemas que compõem a nossa realidade de modo disciplinar, afinal, na medida em que nosso mundo se torna cada vez mais

mundo, os problemas se tornam cada vez mais multidimensionais. Como corrobora Morin (2015, p. 50),

os problemas contemporâneos são cada vez mais multidimensionais, globais e complexos, abrangendo ao mesmo tempo a economia, a política, a ecologia, a cultura, a educação, a ética e o conhecimento. São problemas que exigem uma abordagem transdisciplinar, uma visão global, uma atitude responsável e uma compreensão profunda da natureza humana e das condições históricas e culturais em que surgem.

Ainda na perspectiva do autor, é certo que, para compreender o mundo, precisamos de uma reforma do pensamento, que considere a interconexão e a interdependência entre os diferentes aspectos da vida, portanto, a complexidade. O pensamento complexo deve reconhecer essa complexidade, ao integrar diferentes perspectivas e níveis de realidade.

Morin (2007) argumenta que a complexidade exige uma ruptura com o pensamento simplificador e uma reforma do pensamento, que passe por uma mudança de paradigma e valorize a transdisciplinaridade. Petraglia (2012) corrobora seu pensamento no livro *Complexidade e educação* e destaca a importância da complexidade na compreensão dos processos educativos. Segundo a autora, a reforma do pensamento implica uma ruptura com a visão fragmentada e reducionista da realidade e exige uma abordagem transdisciplinar, que leve em conta a multidimensionalidade dos fenômenos educativos.

A reforma do pensamento nos convida a ultrapassar as barreiras impostas por nossas disciplinas e áreas de conhecimento e a reconhecer a complexidade dos fenômenos que estudamos, superando uma visão fragmentadora e simplificadora do mundo. Para que uma reforma de pensamento seja possível, é necessária uma reforma sistemática do ensinar e do educar. Nas palavras de Morin (2000a, p. 56),

se quisermos propor uma reforma do pensamento, é preciso propor simultaneamente uma reforma do ensino e da educação, e fazê-las avançar juntas. É preciso introduzir, desde as primeiras idades, um ensino da condição humana e da vida em sociedade, um ensino da identidade e da diversidade, um ensino que vá além dos fragmentos do saber, para abarcar a complexidade do real.

Essa reforma do pensamento é crucial para transgredir as fronteiras disciplinares e promover uma abordagem mais integrada e interconectada do mundo. Ao adotar uma abordagem transdisciplinar, somos capazes de conectar diferentes

saberes e perspectivas e de criar soluções mais abrangentes e eficazes para os desafios que enfrentamos.

Ora, a reforma do pensamento é fundamental para superar as limitações das abordagens disciplinares e promover uma compreensão mais ampla e integrada do mundo. Nas palavras do próprio Morin (2000b, p. 72),

o conhecimento humano está dividido em compartimentos estanques, cada um com sua linguagem, seus conceitos, seus métodos, suas finalidades. Essa fragmentação é uma necessidade e um progresso, mas também é uma mutilação. A cada compartimento corresponde um ponto de vista, uma forma de conhecimento, um recorte da realidade, mas não a realidade mesma, que escapa às nossas categorias e conceitos. A transdisciplinaridade é uma tentativa de superar essa fragmentação, de integrar as disciplinas, de reunir as diferentes perspectivas em uma visão mais ampla e mais rica da realidade.

No decorrer desta pesquisa, muito será dito sobre a importância e a necessidade da superação daquilo que é fragmentado e do entendimento das disciplinas como partes estanques, únicas e suficientes. Isso porque, quando há um processo de hiperespecialização, os indivíduos inevitavelmente se privam do conhecimento do todo, das outras partes do todo e do conhecimento presente nas fronteiras entre as áreas ou disciplinas. Consoante Morin (2000a, p. 39), “como nossa educação nos ensinou a separar, compartimentar, isolar, e não a unir os conhecimentos, o conjunto deles constitui um quebra cabeça ininteligível”.

Faz-se necessária a transdisciplinaridade, como uma bússola para o conhecimento pertinente, integrador e indissolúvel. Nesse sentido, Morin (2007, p. 23) destaca que a transdisciplinaridade está relacionada a

[...] transpor os limites das disciplinas e a instauração de uma comunicação renovada, fundada sobre a convicção de que os problemas fundamentais não podem ser apreendidos por uma única disciplina, constituem o desafio que, em face das descontinuidades e das desordens do mundo contemporâneo, se impõe a todos os que buscam contribuir para a construção de uma cultura autenticamente universal.

Considerando esse contexto, é essencial entender a relevância de ir além da visão cartesiana de mundo. Não se trata de afirmar que essa perspectiva é incorreta, mas, sim, de reconhecer que estamos imersos em um mundo em constante transformação e, por isso, essa visão, por si só, não é capaz de dar conta da complexidade dos eventos, fenômenos, seres e conhecimentos que compõem essa realidade.

2.1.1 Explorando conexões invisíveis: um mergulho

Para que possamos compreender o processo de determinação do termo “complexidade”, é necessário retornar ao século XVII, quando a visão de mundo predominante era a da mecânica clássica de Isaac Newton e a produção científica tinha como parâmetro, exclusivamente, o método desenvolvido por Descartes. O paradigma cartesiano, como chamaríamos anos depois, pressupunha que o universo era composto por sistemas isolados e independentes, que poderiam ser explicados a partir de leis determinísticas e causais.

Em 1637, René Descartes apresentou ao mundo *O discurso do método*, uma obra que transcendeu as áreas de matemática e filosofia ao oferecer um tratado sobre a busca incansável pela verdade. Diferentemente de uma receita padronizada para a construção da ciência atual, a obra serviu como um guia para o autor construir sua própria razão a partir de seus estudos e experiências, evidenciando sua abordagem singular e inovadora.

A obra rompeu com o que era mítico e dogmático, corroborando para a busca da verdade, distanciando-se de tudo que podia corrompê-la; para isso, Descartes elaborou quatro preceitos lógicos que se tornaram fundamentais para o desenvolvimento da ciência. Dois desses preceitos são: ‘dividir cada uma das dificuldades que eu examinar em tantas parcelas quantas possíveis e necessárias fossem para melhor resolvê-las’ (DESCARTES, 1979, p. 37-38) e ‘conduzir, por ordem, meus pensamentos, começando pelos objetos mais simples e mais fáceis de conhecer, para subir, pouco a pouco, como por degraus, até o conhecimento dos mais compostos’ (DESCARTES, 1979, p. 38). O método construído por Descartes é fundamental e representa uma incansável busca pelo esclarecimento (BATISTELLA; SILVA; SATO, 2022, p. 54).

O *método*, de Descartes, obra clássica e inestimável para a humanidade, introduziu um dos paradigmas mais influentes na produção do conhecimento científico, que continua a ser relevante, moldando o desenvolvimento da ciência, da educação e da visão de mundo. Ao reduzir, simplificar e fragmentar os saberes, Descartes possibilitou a construção de um vasto, diverso e sistemático conhecimento humano.

Por mais necessária que fosse, a fragmentação dos saberes causou abismos, tornando quase impossível a reunião dessas partes despedaçadas. O resultado? Uma compreensão da realidade, geralmente caótica e desorientadora, tão elusiva quanto

uma miragem no deserto. Diante dessa crise epistemológica, a única saída é adotar abordagens mais integradoras, capazes de superar as limitações impostas pelo arcaico modelo cartesiano.

É inegável que o paradigma cartesiano se mostra inadequado para abarcar a complexidade do ser humano, que é multifacetado. Ao fragmentar o conhecimento em disciplinas estanques, perdemos parte de sua eficiência e podemos até mesmo gerar problemas, como quando um professor ensina sobre fusos horários, sem explicar o movimento aparente do Sol ou a curvatura da Terra, o que resulta em informações soltas e descontextualizadas, como corroboram Batistella, Silva e Sato (2022, p. 54-55):

[...] quando o professor trabalha os fusos horários, sem que haja um entendimento do movimento aparente do Sol, sem que haja a demonstração sobre a curvatura da Terra que foi realizada pelo matemático e astrônomo Eratóstenes, a informação torna-se infértil, afinal o estudante pode conhecer os fusos, mas não os significados relacionados. Essa falta de relação pode popularizar argumentos perigosos, baseados em falácias e desconhecimentos sobre o formato da Terra.

O paradigma conservador se mostra incapaz de lidar com os desafios complexos que a humanidade enfrenta atualmente, precisamente porque esses problemas possuem uma natureza multidimensional, transdisciplinar e planetária, exigindo novas abordagens e perspectivas. Até mesmo na Física, com sua exatidão, é preciso repensar conceitos e fenômenos que antes eram considerados estáveis e imutáveis, como o tempo, que não pode ser mais visto como um parâmetro geométrico simples, mas, sim, como algo fluido e mutável. A festa marcada com amigos não pode mais ser entendida apenas como um encontro no espaço, mas também no tempo, o que mostra a necessidade de uma visão mais integrada do conhecimento.

Ilya Prigogine, ganhador do Prêmio Nobel de Química em 1996 e criador da teoria dos sistemas dissipativos, dedicou sua pesquisa ao papel do tempo na irreversibilidade da Física. Ele explorou a termodinâmica e seus sistemas irreversíveis para demonstrar que simplificar a irreversibilidade do tempo como mera desordem é insuficiente. Isso se deve ao fato de que tanto nós, seres humanos, quanto a natureza como um todo somos compostos por sistemas complexos, finitos e efêmeros que contêm elementos de caos, ordem, equilíbrio, desequilíbrio, vida e morte. Podemos utilizar um exemplo básico da arquitetura, como faz o autor:

Um exemplo associado à arquitetura ocorria-me muitas vezes: não há muita diferença entre um tijolo iraniano do século V a.C. e um tijolo neogótico do século XIX, mas que diferença entre os edifícios construídos com esses tijolos, os palácios de Persépolis e a Gedächtniskirche de Berlim! (PRIGOGINE, 1996, p. 62).

A Física clássica sempre se concentrou em compreender a ordem e o equilíbrio por meio de padrões observáveis, mas esses sistemas dinâmicos e em constante interação com o ambiente exigem uma abordagem mais ampla e integrada para serem adequadamente compreendidos.

No século passado, a Física Quântica trouxe à tona novos conhecimentos que não eram considerados anteriormente. Essas descobertas derrubaram a noção primitiva e equivocada da indivisibilidade limitada da própria natureza quântica. Como resultado, Niels Bohr criou o princípio da complementaridade, que afirma que a natureza da matéria e a radiação se comportam ora como partículas, ora como ondas, complementando-se mutuamente. Tendo isso em vista, é impossível não conceber a noção de que, para o entendimento integral de um fenômeno, os sistemas não poderiam ser simplificados, pois “[...] a dualidade e a complementaridade aparecem novamente, a inseparabilidade na separação e a separabilidade no inseparável, sendo, dessa forma, impossível não conceber a complexidade” (BATISTELLA; SILVA; SATO, 2022, p. 56).

A palavra “complexo”, no seu sentido cotidiano, pode ser interpretada como algo confuso e difícil de entender; no entanto, essa interpretação é equivocada quando o termo “complexidade” se apresenta no seu sentido epistemológico, assumindo o significado daquilo que é composto por inúmeras conexões e incertezas que não podem ser necessariamente reduzidas de forma harmoniosa. Vivemos em um mundo complexo, onde problemas em diferentes escalas afetam a relação entre indivíduos, sociedade e natureza. Embora a educação possa ser uma solução para esses problemas, é necessário abraçar a complexidade e superar o paradigma dominante, sem perder de vista que o termo “complexidade” foi criado por cientistas que buscavam transcender as disciplinas convencionais, o que levou ao desenvolvimento de importantes teorias, como a teoria das catástrofes, de René F. Thom, a teoria da fractalidade, de Mandelbrot, e a teoria do caos, da Física Quântica. Portanto, compreender e explorar a complexidade é essencial para enfrentar os desafios do mundo.

2.2 EXPLORANDO ILHAS: OS SETE SABERES NECESSÁRIOS À EDUCAÇÃO DO FUTURO

Em 1998, a Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura (Unesco) lançou um relatório intitulado *Educação: um tesouro a descobrir*, que propôs uma visão inovadora e abrangente sobre a educação no século XXI. O relatório foi coordenado por Jacques Delors, que convidou uma série de especialistas e pensadores em educação para contribuir com ideias e reflexões sobre o tema. Entre eles, destacou-se o filósofo e sociólogo Edgar Morin, que foi responsável por sistematizar as ideias produzidas pelos participantes no relatório, defendendo a formação de indivíduos críticos, criativos e responsáveis como a base da educação. Dessa colaboração, nasceu a obra *Os sete saberes necessários à educação do futuro*, publicada em 2000, que propõe uma nova perspectiva para a educação, baseada em uma visão mais complexa do conhecimento e da formação humana, que será o objeto de estudo desta seção.

A referida obra é um livro fundamental para a reflexão acerca do papel da educação na formação de indivíduos críticos, criativos e responsáveis. Composta por sete capítulos temáticos, apresenta saberes indispensáveis para as práticas pedagógicas para o futuro; entretanto, passados 23 anos de sua publicação, fica cada vez mais evidente a importância dos saberes para o presente.

No primeiro capítulo, intitulado “As cegueiras do conhecimento: o erro e a ilusão”, Morin (2000a) propõe uma reflexão profunda sobre a natureza do conhecimento humano, destacando que nenhum conhecimento, por mais preciso e metódico que seja, está livre de erros e ilusões e que a verdade é um conceito em constante construção. Ele afirma que a ciência e o método científico têm a função de minimizar as distorções que a nossa subjetividade pode causar ao interpretar a realidade.

A mente humana é falha e pode nos enganar, afinal somos movidos por paixões e emoções que podem afetar nossa percepção da realidade. Nesse sentido, a racionalidade é fundamental para discernir entre sonho e realidade e a crítica constante é necessária para revisitar e aprimorar nossa capacidade de compreensão do mundo. A partir desses pressupostos, Morin (2000a) apresenta uma abordagem mais humana e integrada do conhecimento, que considera a complexidade da natureza humana e sua relação com o mundo em que vivemos.

No capítulo “Os princípios do conhecimento pertinente”, o autor define o conceito de conhecimento pertinente, por meio da complexidade de problemas que enfrentamos na sociedade contemporânea. Morin (2000a) ressalta que os problemas são cada vez mais transdisciplinares, globais e multidimensionais, mas a escola continua priorizando uma aula seccionada e unidimensional. Cabem muitos questionamentos, dentre os quais: os conhecimentos desenvolvidos no âmbito escolar são suficientes para a resolução de problemas cada vez mais complexos? Se são, os estudantes são capazes de reunir esses conhecimentos que estão fragmentados para a resolução dos problemas reais? Não menos importante, eles são capazes de perceber esses conhecimentos presentes nas suas vidas? Para todas as perguntas, a resposta é não, afinal “[...] as mentes formadas pelas disciplinas perdem suas aptidões naturais para contextualizar os saberes, do mesmo modo que para integrá-los em seus conjuntos naturais” (MORIN, 2000a, p. 38), uma vez que, “como nossa educação nos ensinou a separar, compartimentar, isolar, e não a unir os conhecimentos, o conjunto deles constitui um quebra-cabeças ininteligível” (MORIN, 2000a, p. 39).

Essas indagações não são exclusivas da educação básica. Na graduação, os estudantes são incapazes de perceber a pertinência dos conteúdos estudados em sua vida; isso é, inclusive, um problema recorrente no âmbito acadêmico. Muitas vezes, as disciplinas são apresentadas de forma descontextualizada, sem explicitar as aplicações práticas e as conexões com outras áreas do conhecimento. Isso pode levar os estudantes a encarar o estudo como uma atividade meramente burocrática e desconectada da realidade, comprometendo sua motivação e seu aprendizado.

O conhecimento pertinente é, portanto, aquele relacionado à compreensão da complexidade e ao reconhecimento da diversidade dos sistemas que a compõem, isto é, o conhecimento pertinente é aquele que “deve enfrentar a complexidade” (MORIN, 2000a, p.36). Quando compreendemos, mesmo que parcialmente, a complexidade de determinado fenômeno ou objeto, desenvolvemos um conhecimento pertinente, afinal agora o saber é capaz de refletir a realidade na sua totalidade, tornando esse conhecimento relevante para a vida do estudante, para lidar com as incertezas do mundo e tomar decisões ainda mais fundamentadas no que é conhecido. Nas palavras de Morin (2015, p. 15), o conhecimento pertinente é

[...] o que é capaz de situar qualquer informação no seu contexto e, se possível, no conjunto em que está inscrita. Podemos dizer até que o conhecimento progride não tanto pela sofisticação, formalização e abstração, mas, principalmente, pela capacidade de contextualizar e englobar.

Essa definição pode causar uma ilusão de que o conhecimento pertinente é, na verdade, uma contextualização. Não se trata de uma mera contextualização, sendo importante compreender o papel da transdisciplinaridade e do operador recursivo para uma definição mais clara do termo. No entanto, podemos desenvolver uma simples analogia para explicitar que a transdisciplinaridade, mediante um processo recursivo, inclusive, de contextualização, é capaz de fornecer um entendimento pertinente sobre determinado objeto ou fenômeno multifacetado, impreciso e incerto.

Podemos exemplificar, portanto, com algo próprio da vida cotidiana. Quando uma pessoa apetece um doce após o almoço, pode comer um *muffin*. Comer um *muffin* é um processo de aprendizagem sobre o *muffin*. Quando a pessoa sente o sabor dele pela primeira vez, ela começa a conhecê-lo. Observemos, porém, que conhecer o sabor de um *muffin* sem conhecer o cheiro, a textura, o som que faz a cada mordida, o sabor de cada ingrediente, o tipo de chocolate que foi utilizado nas gotas, a temperatura para assá-lo, certamente impossibilita que essa pessoa conheça o *muffin* de fato, que dirá todos os *muffins* ou o que caracteriza um *muffin*. Nesse sentido, tudo é impressão sobre o *muffin* e não representa um conhecimento integrado e complexo, muito menos pertinente.

Tendo tudo isso em vista, é possível perceber que o conhecimento pertinente não é o conhecimento do todo, não é o conhecimento das partes nem o conhecimento da soma de todas as partes, muito menos o conhecimento da análise ou da síntese. O conhecimento pertinente é aquele que conjuga todas essas e outras dimensões sobre determinado objeto ou fenômeno, na luta incessante de compreender “o que está tecido junto”.

A palavra “pertinente” advém do latim e é formada pelo prefixo “*per*”, que significa através, e o sufixo “*tenere*”, que significa segurar. Não é à toa que a palavra “pertencer” tem um significado tão próximo. O conhecimento pertinente, portanto, pertence. Ora pertence ao objeto ou fenômeno que é multidimensional, pois se trata daquilo que é tecido em conjunto, que se constrói e é constituído por meio de uma malha de acontecimentos, dimensões e variáveis que são próprios dele e, nesse sentido, o conhecimento pertinente lhe é próprio; ora, a partir do momento em que os

processos de exploração do conhecimento possibilitam a apreensão pelo indivíduo que explora, o conhecer sobre esse objeto ou fenômeno se torna pertinente na mesma medida em que pertence ao indivíduo.

Essa perspectiva destaca a importância de superar a visão fragmentada e unidimensional do mundo e reconhecer a complexidade como uma característica intrínseca da realidade. O conhecimento pertinente envolve uma compreensão mais profunda e integrada dos fenômenos e objetos de investigação, levando em conta suas interações e interdependências. Além disso, ele exige uma abordagem transdisciplinar, que vá além das fronteiras disciplinares convencionais e integre diferentes áreas do conhecimento na busca por uma compreensão mais ampla e profunda da realidade.

Morin (2000a) também critica a hiperespecialização, que arranca o objeto de seu contexto e privilegia apenas o que está sujeito à formalização, negligenciando todos os outros fenômenos da realidade que não podem ser padronizados. Essa abordagem reducionista pode levar a uma perda de perspectiva sobre a realidade complexa e interligada que nos rodeia, afinal “o conhecimento das informações ou dos dados isolados é insuficiente. É preciso situar as informações e os dados em seu contexto para que adquiram sentido” (MORIN, 2000a, p. 34).

Para ilustrar essa ideia, o autor apresenta exemplos de especialistas em áreas altamente específicas que não conseguem lidar com questões que estão fora de sua área de especialização. Por exemplo, um médico especializado em neurocirurgia pode não conseguir tratar um desconforto intestinal, enquanto um matemático especializado em álgebra pode ter dificuldade de calcular uma derivada. Segundo Morin (2000a), essa falta de perspectiva e capacidade de lidar com a complexidade pode levar a soluções superficiais e insuficientes para os problemas que enfrentamos.

No terceiro capítulo, intitulado “Ensinar a condição humana”, o autor ressalta a inadequação do pensamento disjuntivo para compreender a complexidade do ser humano em sua totalidade. Ele argumenta que, uma vez que nós, humanos, somos seres educacionais, há certa distinção com os outros animais e, como professores, precisamos ensinar os desafios, privilégios e problemas intrínsecos à experiência humana. Além disso, Morin (2000a) apresenta a tríade indivíduo, sociedade e espécie como uma abordagem necessária para compreender a condição humana. Esses três elementos estão interligados e se influenciam de forma complexa e dinâmica, sendo,

portanto, necessário abordá-los em conjunto para uma compreensão integral do ser humano.

Em suma, Morin (2000a, p. 49) enfatiza a importância do ensino da condição humana na educação, abordando-a de forma complexa, considerando os aspectos individual, social e da espécie como um todo interligado, isto é, “[...] todo desenvolvimento verdadeiramente humano significa o desenvolvimento conjunto das autonomias individuais, das participações comunitárias e do sentimento de pertencer à espécie humana”.

É essencial ressaltar, especialmente depois de discutir a distinção entre os seres humanos e outros animais, que o ser humano não é apenas técnico e racional, mas também possui aspectos de insanidade e fantasia; é um ser complexo e integralmente composto por contradições e precisa reconhecer que a vivência humana deve ser humilde, pois é uma condição transitória.

No capítulo intitulado “Ensinar a identidade terrena”, o autor destaca que a construção da globalização teve início em 1492, quando os europeus começaram as grandes navegações, e que esse processo foi ainda mais intensificado com os êxodos do século XIX. Como resultado, o mundo tornou-se cada vez mais interligado e cada indivíduo traz consigo uma conexão com o mundo inteiro. Nesse sentido, é de fundamental importância que a educação tenha como um de seus objetivos primordiais lembrar e ensinar aos seres humanos que, além de pertencerem à espécie humana, são habitantes do planeta Terra, fazendo parte de uma comunidade global.

É essencial que os indivíduos percebam que a sua identidade não se limita à sua família ou comunidade, mas também engloba uma conexão com o mundo como um todo. Assim, a educação deve encorajar os cidadãos do mundo a agir de maneira consciente e responsável, considerando não apenas o impacto de suas ações em suas próprias vidas e em suas comunidades locais, mas também em um contexto global. Somente por meio da consciência de sua conexão com o mundo, os indivíduos poderão se engajar em práticas que visem à sustentabilidade e ao bem-estar coletivo, além de agir em prol da justiça e da equidade em escala global.

No quinto capítulo de sua obra, Morin (2000a) parte do pressuposto de que esse saber é algo extremamente pessoal e, portanto, não pode ser simplesmente ensinado, mas, sim, aprendido. O capítulo, denominado “Enfrentar as incertezas”, nos convida a compreender a importância de lidar com elas não apenas como uma oportunidade para aprender, mas como uma necessidade fundamental de entender e

aceitar o que está por vir. Nessa perspectiva, o autor enfatiza que é preciso estar aberto ao diálogo e à reflexão crítica, compreendendo que o conhecimento é construído mediante o questionamento e a busca constante por respostas. Em vez de se prender a dogmas e verdades absolutas, é preciso estar disposto a lidar com a complexidade do mundo e a enfrentar os desafios que surgem no caminho. Como aponta Morin (2000a), “o futuro chama-se incerteza” e “o devir é doravante problematizado e o será para sempre”.

No capítulo intitulado “Ensinando a compreensão”, o autor destaca a crescente presença do mal-entendido em nossas relações interpessoais e no cenário global. Precisamente por isso, é essencial ensinar a compreender, tanto em nível individual quanto planetário. Em nível individual, é importante reconhecer a complexidade das relações que temos com os outros e estar preparados para lidar com situações que exigem empatia, paciência, transparência e amor. Em nível planetário, a globalização põe-nos em contato com diferentes culturas, religiões e ideologias, o que torna ainda mais crucial a compreensão entre povos. Em ambos os casos, a educação tem o papel fundamental de assumir a sua corresponsabilidade, não apenas ensinar a compreender, e isso requer uma consciência da complexidade humana. Como aponta Morin (2000a, p. 82), “a compreensão inclui necessariamente um processo de empatia, identificação e projeção. Sempre intersubjetivo, o entendimento requer abertura, simpatia e generosidade”.

No capítulo “A ética do gênero humano”, Morin (2000a) ressalta a necessidade de uma reforma no pensamento em educação, com o objetivo de estabelecer uma antropoética baseada na tríade indivíduo, sociedade e espécie, abordada no terceiro capítulo. A busca por uma antropoética é crucial para a democracia, pois é nesse regime que os indivíduos têm a oportunidade de expressar seus sonhos e interesses e, ao mesmo tempo, assumir suas responsabilidades com as comunidades a que pertencem. Ele também critica novamente a hiperespecialização, uma vez que, mesmo em sociedades democráticas, o conhecimento é fragmentado e reducionista, o que impede o acesso pleno ao conhecimento.

Nesse sentido, a educação desempenha um papel fundamental na democratização do conhecimento, permitindo que avancemos como indivíduos, como sociedade e como espécie humana. Como o autor afirma, “compreender a

complexidade humana e do mundo é uma tarefa ética e política, e a educação é um dos caminhos para essa compreensão” (MORIN, 2000a, p. 92).

2.3 A TRANSDISCIPLINARIDADE COMO BÚSSOLA: NORTE, SUL, LESTE E CONHECIMENTO PERTINENTE

Não há um vento favorável para aquele que não
sabe para onde ir.
(Sêneca)

Durante os últimos quatro séculos de produção científica, o determinismo e a causalidade dominaram o pensar, o produzir e o analisar, em praticamente todos os campos da ciência. O determinismo, a simplificação e a fragmentação tornam os fenômenos mais óbvios. A linearidade dos comportamentos também. Basta reduzir um fenômeno e olhar pela luz de uma disciplina, o problema está resolvido, ou melhor, compartimenta-se o fenômeno e compreender uma parte já é suficiente para conhecê-lo.

Com o ser humano, não é diferente. “Diga-me com quem andas que te direi quem és”. Observemos que saber quem és estaciona até o mais efêmero dos seres. Assim como os fenômenos reais, o ser humano não pode ser simplificado ou reduzido, porque é um ser complexo, em construção contínua, carregado de bagagens, incertezas e improbabilidades.

Nossos conhecimentos e possibilidades, como humanos, não podem ser limitados por esses modelos mentais que nos estacionam, fazendo-nos acreditar que tudo está predeterminado e que novas ideias não podem ser pensadas e desenvolvidas, pois mesmo um mundo em que tudo parece ter sido explorado, na verdade, ainda está sendo descoberto. Reconhecer essa realidade multidimensional e intrinsecamente dinâmica é perceber que a realidade é complexa. Perceber essa realidade complexa é o primeiro passo para a compreensão de que se faz necessário abordagens que estejam abertas para as diferentes perspectivas sobre os fenômenos, superando as fronteiras das disciplinas acadêmicas.

De acordo com Nicolescu (1999), autor de *O manifesto da transdisciplinaridade*, a transdisciplinaridade é uma abordagem que vai além das disciplinas, buscando uma integração complexa das diferentes áreas do conhecimento. Em suas palavras,

a transdisciplinaridade, como o prefixo 'trans' indica, diz respeito àquilo que está ao mesmo tempo entre as disciplinas, através das diferentes disciplinas e além de qualquer disciplina. Seu objetivo é a compreensão do mundo presente para o qual um dos imperativos é a unidade do conhecimento (NICOLESCU, 1999, p. 53).

A transdisciplinaridade é uma abordagem que surge da necessidade de lidar com a complexidade do mundo atual e superar a fragmentação do conhecimento. O princípio epistemológico que a fundamenta reconhece que a realidade é dinâmica e multifacetada, composta por diferentes níveis de organização que se inter-relacionam e influenciam mutuamente. Ao adotar esse princípio, a abordagem transdisciplinar valoriza a diversidade do conhecimento e a pluralidade de perspectivas, buscando integrar saberes e promover uma visão mais ampla e complexa da realidade.

Dançar tango, por exemplo, tem muito a ver com uma prática transdisciplinar. Assim como no tango, a transdisciplinaridade requer uma colaboração estreita e intensa entre todas as diferentes partes envolvidas. No tango, os parceiros devem trabalhar juntos para se movimentar em harmonia, mantendo uma comunicação constante para garantir que estejam sempre em sintonia. De modo análogo, os professores precisam colaborar ativamente para integrar diferentes formas de conhecimento e perspectivas, superando as fronteiras disciplinares para uma compreensão mais profunda e abrangente do objeto de estudo.

A transdisciplinaridade exige que os professores sejam sensíveis às necessidades e desejos dos estudantes, antecipando e respondendo às suas ações para criar um diálogo contínuo. Na dança, os parceiros precisam se adaptar ao ritmo e ao estilo de cada um, criando uma coreografia única que reflita a personalidade individual. Da mesma forma, na transdisciplinaridade, os docentes precisam estar abertos a novas perspectivas e ideias, integrando conhecimentos de diferentes naturezas para criar uma visão mais completa e integrada do objeto de estudo.

Em resumo, é importante que o professor conheça uma possível coreografia que deve acontecer em sala de aula; entretanto, isso pode ser desafiador, afinal nem tudo que emerge em uma sala de aula é previsível. Cabe ao docente, quando não conhece a coreografia, ser conduzido pela dinâmica, isto é, desenvolver a habilidade de suplantar os devires.

É importante resgatar que a transdisciplinaridade é uma abordagem que reconhece a complexidade e a multidimensionalidade do real, levando em conta não

apenas a interação entre diferentes sistemas, mas também as variadas dimensões do ser humano, como a cognitiva, a emocional, a espiritual e a física. A transdisciplinaridade vai além novamente, buscando estabelecer um diálogo entre diferentes culturas e tradições de pensamento, reconhecendo a diversidade como uma característica intrínseca da realidade. Nas palavras de Nicolescu (1999, p. 40), “a transdisciplinaridade reconhece a diversidade das culturas, a diversidade das formas de conhecimento, a diversidade das visões de mundo”.

Tendo isso em vista, devemos ter em mente que parte da importância da transdisciplinaridade reside em ir além das fronteiras disciplinares, integrando diferentes perspectivas e abordagens, sejam elas científicas, culturais ou dimensionais, na busca por uma compreensão mais ampla, profunda e integrada da realidade; portanto, não é a criação de uma disciplina que incorpore as anteriores, mas a conjugação complexa dos processos que as permeiam. Ressalta Nicolescu (1999, p. 54):

Embora a transdisciplinaridade não seja uma nova disciplina, nem uma nova hiperdisciplina, alimenta-se da pesquisa disciplinar que, por sua vez, é iluminada de maneira nova e fecunda pelo conhecimento transdisciplinar. Neste sentido, as pesquisas disciplinares e transdisciplinares não são antagônicas, mas se complementam.

Vale ressaltar que, assim como a disciplinaridade, a interdisciplinaridade e a pluridisciplinaridade não são antagônicas em relação à transdisciplinaridade; pelo contrário, “[...] são as quatro flechas de um único e mesmo arco: o do conhecimento” (NICOLESCU, 1999, p. 55). Dessa forma, a transdisciplinaridade pode contribuir para a construção de uma visão mais integrada e coerente do mundo, permitindo que os indivíduos e as sociedades ajam de forma mais consciente e responsável em relação ao ambiente, fenômenos, saberes e outros seres humanos.

Para dizer o essencial, na transdisciplinaridade, não se dispensam o rigor, abertura e tolerância como características fundamentais da atitude e da visão transdisciplinares. O rigor na argumentação, que leva em conta todos os dados, é a melhor barreira em relação aos possíveis desvios. A abertura comporta a aceitação do desconhecido, do inesperado e do imprevisível. A tolerância é o reconhecimento do direito às ideias e verdades contrárias às nossas.

3 REVISÃO DE LITERATURA

3.1 REVISÃO SISTEMÁTICA E INTEGRATIVA DAS PRODUÇÕES ACADÊMICAS

3.1.1 Revisão sistemática

Esta pesquisa, vinculada ao Programa de Pós-Graduação em Educação, linha de pesquisa Cognição, Aprendizagem e Desenvolvimento Humano, da Universidade Federal do Paraná, tem como objetivo principal identificar subsídios e possibilidades de exploração dos conceitos geométricos de modo transdisciplinar, na perspectiva da teoria da complexidade. Nesse sentido, foi desenvolvida uma revisão sistemática, a fim de compreender o alcance das pesquisas realizadas em relação ao objeto de estudo correspondente, isto é, compreender o alcance das pesquisas sobre transdisciplinaridade e complexidade na prática docente de Geometria, bem como levantar possíveis lacunas que precisarão ser melhor compreendidas durante o processo de investigação ou em investigações futuras. Tendo isso em vista, utilizamos um protocolo rigoroso de revisão sistemática, proposto por Costa e Zoltowski (2014), para garantir rigor e qualidade metodológica.

A revisão sistemática é um método bastante indicado para atingir o propósito da investigação, afinal sua proposta é justamente evidenciar o maior número de pesquisas diretamente relacionadas com o objeto de estudo, de maneira organizada e crítica, como ressaltam Costa e Zoltowski (2014, p. 56), afirmando que

a revisão sistemática é um método que permite maximizar o potencial de uma busca, encontrando o maior número possível de resultados de uma maneira organizada. O seu resultado não é uma simples relação cronológica ou uma exposição linear e descritiva de uma temática, pois a revisão sistemática deve se constituir em um trabalho reflexivo, crítico e compreensivo a respeito do material analisado.

Em resumo, as etapas propostas para a revisão sistemática pelos autores (COSTA; ZOLTOWSKI, 2014) são: (i) delimitação do problema a ser estudado; (ii) escolha das fontes de dados; (iii) eleição das palavras-chave para a busca; (iv) busca e armazenamento dos resultados; (v) seleção dos trabalhos, de acordo com critérios de inclusão e exclusão; (vi) extração dos dados dos trabalhos selecionados; (vii)

avaliação dos trabalhos; (viii) síntese e interpretação dos dados. Essas etapas foram rigorosamente respeitadas para o desenvolvimento desta revisão.

É fundamental retomar que esta investigação tem como problema motivador: como explorar os conceitos geométricos de maneira transdisciplinar, a fim de possibilitar o conhecimento pertinente nos estudantes? Nesse sentido, ressaltamos que o objeto de estudo está diretamente relacionado com a transdisciplinaridade, em concordância com o pensamento complexo e a teoria da complexidade, na perspectiva de Edgar Morin.

Tendo em vista o exposto no parágrafo anterior, o artigo produzido por Góes e Guérios (2020) dialoga diretamente com o objeto de investigação. No trabalho em questão, as autoras realizam uma pesquisa qualitativa buscando compreender de que forma o pensamento complexo está presente na prática docente de Geometria. Em resumo, a pesquisa evidencia que a fragmentação do ensino da Geometria tem uma origem ainda mais profunda do que na prática em si, com o problema surgindo ainda na formação dos professores. Além da participação de professores da educação básica para o levantamento de dados, as pesquisadoras realizaram uma revisão sistemática na Scientific Eletronic Library Online (SciELO), no catálogo vinculado à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e no Education Resources Information Center (ERIC), verificando que a temática envolvendo o pensamento complexo e a prática docente de Geometria é inédita nessas bases.

Ante a possível escassez de pesquisas que envolvem o ensino da Geometria e o pensamento complexo, foram rastreadas pesquisas nas áreas de educação e educação matemática, com temporalidade entre 2000 e 2020, tendo como parâmetro o ano de lançamento do livro *Os sete saberes necessários à educação do futuro* (MORIN, 2000a), obra substancial para os estudos sobre a teoria da complexidade na perspectiva de Edgar Morin para a educação. Quanto aos idiomas, foram considerados português, espanhol e inglês, levando em conta que são os três idiomas mais falados na América.

As bases selecionadas para o desenvolvimento desta revisão sistemática foram: a Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD); o Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES; o ERIC; o Catálogo de Periódicos da CAPES, com livre acesso às bases pagas, utilizando a Comunidade Acadêmica Federada (CAFe); a Scientific Eletronic Library Online for Education (EDUCA SciELO); e a Rede de

Revistas Científicas da América Latina e Caribe, Espanha e Portugal (Redalyc), de acordo com o Quadro 1.

QUADRO 1 – Bases selecionadas e suas características

Base	Características
BDTD	Biblioteca brasileira, digital e <i>on-line</i> de teses e dissertações.
CAPES – Teses e Dissertações	Catálogo brasileiro de teses e dissertações vinculado à CAPES.
ERIC	Biblioteca <i>on-line</i> de pesquisa em educação do Instituto de Ciências da Educação do Departamento Estadunidense de Educação.
CAPES – Periódicos	Catálogo brasileiro com periódicos, vinculado à CAPES, com livre acesso às bases pagas por meio da CAFE.
EDUCA SciELO	Biblioteca científica, digital e <i>on-line</i> com amplo alcance na América Latina, especializada em educação.
Redalyc	Base de revistas científicas com alcance na América Latina, Espanha e Portugal.

Fonte: O autor (2021).

O objetivo de utilizar as bases citadas foi garantir o alcance das principais pesquisas desenvolvidas na América sobre o objeto de estudo. Em cada uma delas, foram pesquisados trabalhos dos tipos indicados no Quadro 2.

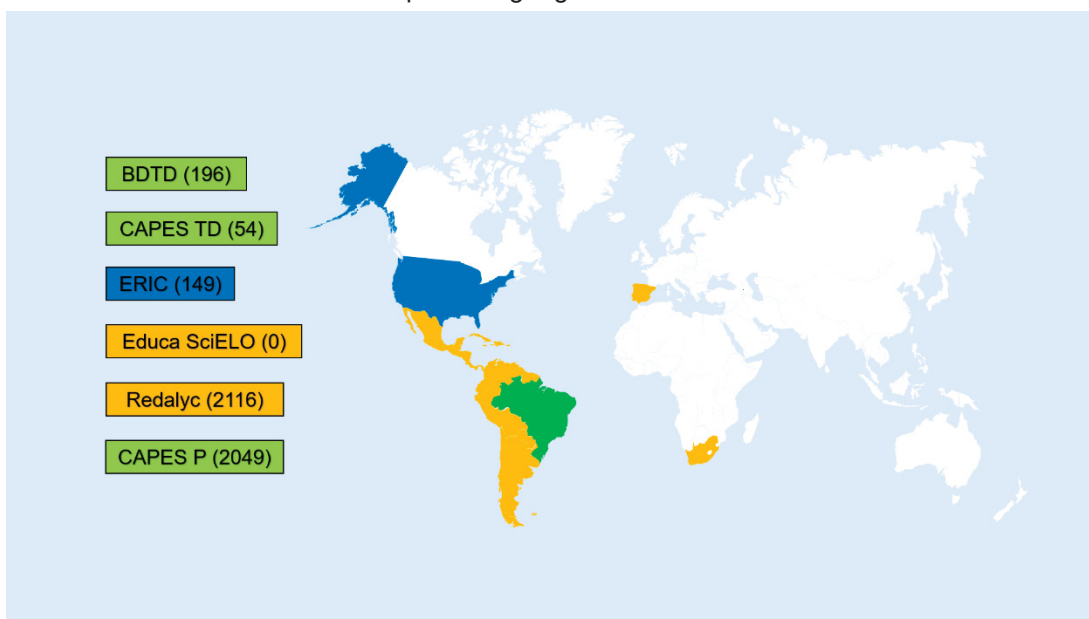
QUADRO 2 – Bases e tipos de trabalho

Base	Tese	Dissertação	Artigo
BDTD	X	X	
CAPES – Teses e Dissertações	X	X	
ERIC	X	X	X
CAPES – Periódicos			X
EDUCA SciELO			X
Redalyc			X

Fonte: O autor (2021).

A escolha das bases também esteve relacionada ao seu alcance, tendo sido realizada para que fosse possível capturar pesquisas de toda a América. A Figura 1 indica o alcance primário geográfico dessas bases.

FIGURA 1 – Alcance primário geográfico das bases selecionadas



Fonte: O autor (2021).

Para a eleição das palavras-chaves e dos remissivos, foram utilizadas duas etapas complementares: (i) eleição de remissivos que sintetizassem o objeto de investigação, de modo que fossem suficientemente sensíveis para o fenômeno que seria investigado, mas também capazes de fornecer o maior número de resultados; (ii) utilização de bancos de terminologia, Thesaurus, para filtrar e eleger as palavras para as buscas nas bases.

Os descritores e remissivos eleitos foram: “Complexidade”, Pensamento Complexo, “Teoria da Complexidade”, Transdisciplinaridade, Interdisciplinaridade, Prática de Ensino, Prática Educacional, Prática Docente, Didática, “Processos Didáticos”, Formação de Professores, Formação Docente e Geometria, os quais foram sistematizados com a utilização de booleanos, de acordo com o Quadro 3.

QUADRO 3 – Sistematização dos descritores e remissivos por meio dos booleanos

"Complexidade" AND Prática de Ensino AND Geometria
"Complexidade" AND Formação de Professores AND Geometria
"Complexidade" AND Didática AND Geometria
"Complexidade" AND Prática Educacional AND Geometria
"Complexidade" AND Prática Docente AND Geometria
"Complexidade" AND Formação Docente AND Geometria
"Complexidade" AND "Processos Didáticos" AND Geometria
Pensamento Complexo AND Geometria
"Teoria da Complexidade" AND Prática de Ensino AND Geometria
"Teoria da Complexidade" AND Formação de Professores AND Geometria
"Teoria da Complexidade" AND Didática AND Geometria
"Teoria da Complexidade" AND Prática Educacional AND Geometria
"Teoria da Complexidade" AND Prática Docente AND Geometria
"Teoria da Complexidade" AND Formação Docente AND Geometria
"Teoria da Complexidade" AND "Processos Didáticos" AND Geometria
(Transdisciplinaridade OR Interdisciplinaridade) AND Geometria

Fonte: O autor (2021).

Após essa sistematização, realizamos buscas em todas as bases, fazendo as alterações idiomáticas necessárias, tendo sido encontrado um total de 4.564 trabalhos, entre teses, dissertações e artigos. Em particular, na base EDUCA SciELO, não foram encontrados resultados no período. É fundamental ressaltar que, diferentemente de todas as outras sistematizações dos remissivos, na última linha do Quadro 3, foi utilizado o booleano **OR** para garantir que todos os trabalhos que relacionassem Geometria com transdisciplinaridade e/ou interdisciplinaridade fossem de alguma forma trazidos para análise.

O remissivo Complexidade foi fundamental, pois esse termo é utilizado para se referir ao cerne da teoria da complexidade na perspectiva de Edgar Morin; entretanto, essa palavra tem uma interpretação cotidiana bastante expressiva, que tem um sentido aproximado do que é difícil, confuso e até complicado, culminando em um obstáculo, pois parte do trabalho foi selecionar os poucos títulos que se referiam à epistemologia da complexidade, e não como sinônimo de difícil. Equitativamente, o remissivo Pensamento Complexo, por vezes, proporcionou pesquisas sobre pensamento geométrico, sem que estivessem em concordância com os objetivos da investigação. Também foram excluídos os trabalhos que se repetiram nas bases buscadas anteriormente.

As Tabelas a 6 indicam os resultados da triagem para cada uma das bases, de acordo com a leitura de título, resumo e leitura integral dos trabalhos.

TABELA 1 – Triagem na BDTD, em 23/09/2021 – 2000 a 2020

Sistematização	Resultados	Após leitura de título	Após leitura de resumo	Após leitura integral
“Complexidade” AND Prática de Ensino AND Geometria	28	1	0	0
“Complexidade” AND Formação de Professores AND Geometria	13	0	0	0
“Complexidade” AND Didática AND Geometria	53	0	0	0
“Complexidade” AND Prática Educacional AND Geometria	4	0	0	0
“Complexidade” AND Prática Docente AND Geometria	10	0	0	0
“Complexidade” AND Formação Docente AND Geometria	7	0	0	0
“Complexidade” AND “Processos Didáticos” AND Geometria	0	0	0	0
Pensamento Complexo AND Geometria	21	0	0	0
“Teoria da Complexidade” AND Prática de Ensino AND Geometria	0	0	0	0
“Teoria da Complexidade” AND Formação de Professores AND Geometria	0	0	0	0
“Teoria da Complexidade” AND Didática AND Geometria	0	0	0	0
“Teoria da Complexidade” AND Prática Educacional AND Geometria	0	0	0	0
“Teoria da Complexidade” AND Prática Docente AND Geometria	0	0	0	0
“Teoria da Complexidade” AND Formação Docente AND Geometria	0	0	0	0
“Teoria da Complexidade” AND “Processos Didáticos” AND Geometria	0	0	0	0
(Transdisciplinaridade OR Interdisciplinaridade) AND Geometria	60	22	14	14
Total	196	23	14	14

Fonte: O autor (2021).

TABELA 2 – Triagem em CAPES – Teses e Dissertações, em 23/09/2021 – 2000 a 2020

Sistematização	Resultados	Após leitura de título	Após leitura de resumo	Após leitura integral
“Complexidade” AND Prática de Ensino AND Geometria	7	0	0	0
“Complexidade” AND Formação de Professores AND Geometria	11	0	0	0
“Complexidade” AND Didática AND Geometria	4	0	0	0
“Complexidade” AND Prática Educacional AND Geometria	2	0	0	0
“Complexidade” AND Prática Docente AND Geometria	2	0	0	0
“Complexidade” AND Formação Docente AND Geometria	3	0	0	0
“Complexidade” AND “Processos Didáticos” AND Geometria	0	0	0	0
Pensamento Complexo AND Geometria	0	0	0	0

“Teoria da Complexidade” AND Prática de Ensino AND Geometria	0	0	0	0
“Teoria da Complexidade” AND Formação de Professores AND Geometria	0	0	0	0
“Teoria da Complexidade” AND Didática AND Geometria	0	0	0	0
“Teoria da Complexidade” AND Prática Educacional AND Geometria	0	0	0	0
“Teoria da Complexidade” AND Prática Docente AND Geometria	0	0	0	0
“Teoria da Complexidade” AND Formação Docente AND Geometria	0	0	0	0
“Teoria da Complexidade” AND “Processos Didáticos” AND Geometria	0	0	0	0
(Transdisciplinaridade OR Interdisciplinaridade) AND Geometria	25	4	3	3
Total	54	4	3	3

Fonte: O autor (2021).

TABELA 3 – Triagem na ERIC, em 28/09/2021 – 2000 a 2020

Sistematização	Resultados	Após leitura de título	Após leitura de resumo	Após leitura integral
“Complexity” AND Teaching Practice AND Geometry	17	0	0	0
“Complexity” AND Teacher Training AND Geometry	3	0	0	0
“Complexity” AND Didactics AND Geometry	2	0	0	0
“Complexity” AND Educational Practice AND Geometry	12	0	0	0
“Complexity” AND “Didactic Processes” AND Geometry	0	0	0	0
Complex Thought AND Geometry	28	2	0	0
“Theory of Complexity” AND Teaching Practice AND Geometry	1	0	0	0
“Theory of Complexity” AND Teacher Training AND Geometry	0	0	0	0
“Theory of Complexity” AND Didactics AND Geometry	0	0	0	0
“Theory of Complexity” AND Educational Practice AND Geometry	0	0	0	0
“Theory of Complexity” AND “Didactic Processes” AND Geometry	0	0	0	0
(Transdisciplinarity OR Interdisciplinarity) AND Geometry	86	21	8	1
Total	149	23	8	1

Fonte: O autor (2021),

TABELA 4 – Triagem em CAPES – Periódicos, em 22/09/2021 – 2000 a 2020

Sistematização	Resultados	Após leitura de título	Após leitura de resumo	Após leitura integral
“Complexidade” AND Prática de Ensino AND Geometria	277	0	0	0
“Complexidade” AND Formação de Professores AND Geometria	233	1	1	0
“Complexidade” AND Didática AND Geometria	203	1	0	0
“Complexidade” AND Prática Educacional AND Geometria	206	3	0	0
“Complexidade” AND Prática Docente AND Geometria	190	1	0	0
“Complexidade” AND Formação Docente AND Geometria	163	1	0	0
“Complexidade” AND “Processos Didáticos” AND Geometria	3	0	0	0
Pensamento Complexo AND Geometria	612	1	1	0
“Teoria da Complexidade” AND Prática de Ensino AND Geometria	0	0	0	0
“Teoria da Complexidade” AND Formação de Professores AND Geometria	3	0	0	0
“Teoria da Complexidade” AND Didática AND Geometria	0	0	0	0
“Teoria da Complexidade” AND Prática Educacional AND Geometria	2	0	0	0
“Teoria da Complexidade” AND Prática Docente AND Geometria	0	0	0	0
“Teoria da Complexidade” AND Formação Docente AND Geometria	0	0	0	0
“Teoria da Complexidade” AND “Processos Didáticos” AND Geometria	0	0	0	0
(Transdisciplinaridade OR Interdisciplinaridade) AND Geometria	157	4	2	2
Total	2.049	12	4	2

Fonte: O autor (2021).

TABELA 5 – Triagem na EDUCA SciELO, em 28/09/2021 – 2000 a 2020

Sistematização	Resultados	Após leitura de título	Após leitura de resumo	Após leitura integral
“Complexidade” AND Prática de Ensino AND Geometria	0	0	0	0
“Complexidade” AND Formação de Professores AND Geometria	0	0	0	0
“Complexidade” AND Didática AND Geometria	0	0	0	0
“Complexidade” AND Prática Educacional AND Geometria	0	0	0	0
“Complexidade” AND Prática Docente AND Geometria	0	0	0	0
“Complexidade” AND Formação Docente AND Geometria	0	0	0	0
“Complexidade” AND “Processos Didáticos” AND Geometria	0	0	0	0
Pensamento Complexo AND Geometria	0	0	0	0

“Teoria da Complexidade” AND Prática de Ensino AND Geometria	0	0	0	0
“Teoria da Complexidade” AND Formação de Professores AND Geometria	0	0	0	0
“Teoria da Complexidade” AND Didática AND Geometria	0	0	0	0
“Teoria da Complexidade” AND Prática Educacional AND Geometria	0	0	0	0
“Teoria da Complexidade” AND Prática Docente AND Geometria	0	0	0	0
“Teoria da Complexidade” AND Formação Docente AND Geometria	0	0	0	0
“Teoria da Complexidade” AND “Processos Didáticos” AND Geometria	0	0	0	0
(Transdisciplinaridade OR Interdisciplinaridade) AND Geometria	0	0	0	0
Total	0	0	0	0

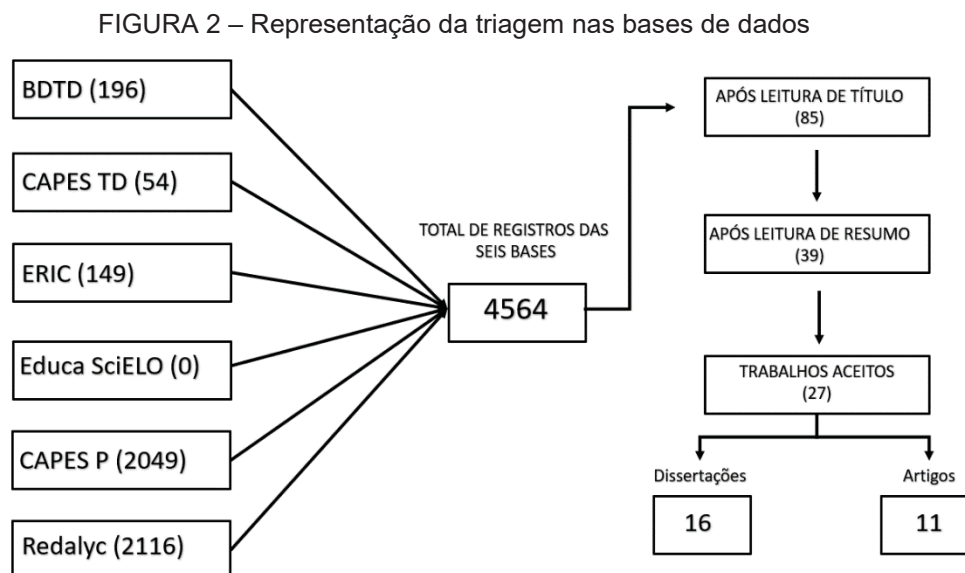
Fonte: O autor (2021).

TABELA 6 – Triagem na Redalyc, em 22/09/2021 – 2000 a 2020

Sistematização	Resultados	Após leitura de título	Após leitura de resumo	Após leitura integral
“Complexidade” AND Prática de Ensino AND Geometria	296	1	1	1
“Complexidade” AND Formação de Professores AND Geometria	281	0	0	0
“Complexidade” AND Didática AND Geometria	225	0	0	0
“Complexidade” AND Prática Educacional AND Geometria	193	1	0	0
“Complexidade” AND Prática Docente AND Geometria	211	0	0	0
“Complexidade” AND Formação Docente AND Geometria	204	0	0	0
“Complexidade” AND “Processos Didáticos” AND Geometria	5	0	0	0
Pensamento Complexo AND Geometria	596	0	0	0
“Teoria da Complexidade” AND Prática de Ensino AND Geometria	2	2	2	0
“Teoria da Complexidade” AND Formação de Professores AND Geometria	3	0	0	0
“Teoria da Complexidade” AND Didática AND Geometria	1	0	0	0
“Teoria da Complexidade” AND Prática Educacional AND Geometria	2	0	0	0
“Teoria da Complexidade” AND Prática Docente AND Geometria	1	0	0	0
“Teoria da Complexidade” AND Formação Docente AND Geometria	1	0	0	0
“Teoria da Complexidade” AND “Processos Didáticos” AND Geometria	0	0	0	0
(Transdisciplinaridade OR Interdisciplinaridade) AND Geometria	95	19	7	6
Total	2.116	23	10	7

Fonte: O autor (2021).

A seguir, a Figura 2 apresenta o processo de triagem das pesquisas mediante um fluxograma, para facilitar a compreensão.



Finalizada a identificação dos trabalhos, bem como a triagem dos registros levantados, isto é, a seleção após leitura de título, resumo e leitura completa dos trabalhos, foram eleitos para apreciação, análise e sintetização 27 trabalhos, mais especificamente, 16 dissertações e 11 artigos. Tendo isso em vista, os trabalhos foram organizados nos Quadros 4 a 8, com o objetivo de apresentar os títulos, autoria e orientação, assim como o ano de publicação e a universidade em que o trabalho foi realizado.

A ordem em que os trabalhos aparecem nos quadros e na própria análise está de acordo com a ordem em que foram selecionados nas bases. Observemos que as bases de pesquisa, em geral, exibem primeiro os trabalhos mais relevantes, o que é definido por meio de análise de palavras-chave, histórico de navegação ou outros dados processados por algoritmos de aprendizagem automática.

O Quadro 4 apresenta as pesquisas selecionadas na BDTD.

QUADRO 4 – Pesquisas selecionadas na BDTD

Tipo de trabalho, título e link de acesso	Autor, orientador, universidade e ano
Dissertação Geometria e trigonometria aplicadas na topografia: uma alternativa para a interdisciplinaridade e a contextualização http://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/handle/1/3466	Cassiano Henrique Monteiro Corrêa Prof. Márcio Rostirolla Adames Universidade Tecnológica Federal do Paraná UTFPR 2018
Dissertação A beleza da geometria das estações do ano https://ri.ufmt.br/handle/1/398	Maurino Atanásio Prof. Iramaio Jorge Cabral de Paulo e Prof. Marcelo Paes de Barros (coorientador) Universidade Federal de Mato Grosso 2014
Dissertação Geometria esférica: propostas de sequências didáticas interdisciplinares https://repositorio.ufjf.br/jspui/handle/ufjf/1155	Leandro de Jesus Dueli Profa. Valéria Mattos da Rosa Universidade Federal de Juiz de Fora 2013
Dissertação Geometria da observação dos movimentos aparentes do Sol e aplicações https://repositorio.ufscar.br/handle/ufscar/4431	Luciano de Oliveira Prof. José Antônio Salvador Universidade de São Carlos 2011
Dissertação Ponto, linha e forma: interdisciplinariedade entre matemática e arte http://tede.mackenzie.br/jspui/handle/tede/1984	Denise Camargo Alves de Araújo Prof. Marcos Rizolli Universidade Presbiteriana Mackenzie 2008
Dissertação Possibilidade de inteiração entre Matemática e Arte no Ensino Fundamental: uma proposta de atividade em sala de aula https://tede.ufrrj.br/jspui/handle/jspui/1555	Miriam de Sousa Rodrigues Prof. Orlando dos Santos Pereira Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro 2016
Dissertação Matemática e Geografia: uma interdisciplinaridade http://www.bibliotecadigital.uel.br/document/?co de=vtls000186090	Adriana Marise Colombero Honda Profa. Michele de Oliveira Alves Universidade Estadual de Londrina 2013
Dissertação Distâncias astronômicas e Geometria https://bdtd.ibict.br/vufind/Record/UFGD-2_d46727d36b52b164522c887d5c86b846	Ming Feng Lin Prof. Rogério de Oliveira Universidade Federal de Grande Dourados 2013
Dissertação Desenvolvimento de propostas metodológicas para o trabalho interdisciplinar nas disciplinas de Matemática e Física https://rd.uffs.edu.br/handle/prefix/2181	Robson Kleemann Prof. Vitor José Universidade Federal da Fronteira Sul 2018
Dissertação Pavimentações do plano: um estudo com professores de Matemática e Arte https://repositorio.unesp.br/handle/11449/91130	Marli Regina dos Santos Prof. Claudemir Murari e Profa. Maria Aparecida Viggiani Bicudo Universidade Estadual Paulista 2006
Dissertação Matemática na arte: análise de uma proposta de ensino envolvendo a pintura renascentista e a Geometria em uma classe do 9º ano do Ensino Fundamental em Belo Horizonte (MG) http://www.repositorio.ufop.br/handle/123456789/3387	Alessandra Pereira da Silva Profa. Ana Cristina Ferreira Universidade Federal de Ouro Preto 2013
Dissertação Uma proposta didática utilizando caleidociclos de Maurits Cornelis Escher https://repositorio.unb.br/handle/10482/34151	Kenia Costa Holanda Prof. José Eduardo Castilho Universidade de Brasília 2018
Dissertação	Alessandro José da Silva

O número de outro da educação básica https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=6903545	Prof. Pedro Levit Kaufmann Universidade Federal de São Paulo 2018
---	---

Fonte: O autor (2021).

A primeira obra selecionada na BDTD foi a dissertação de Corrêa (2018), apresentada no Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, intitulada *Geometria e trigonometria aplicadas na topografia: uma alternativa para a interdisciplinaridade e a contextualização*. Trata-se de uma pesquisa bibliográfica de natureza qualitativa, com o objetivo de apresentar os conteúdos matemáticos da 1ª série do Ensino Médio de maneira interdisciplinar, demonstrando que a Matemática e a Trigonometria são fundamentais para a resolução de problemas reais; portanto, o autor esforça-se em organizar todos os conteúdos, levando em consideração as demonstrações mais pertinentes, exemplos e aplicações, além de contextualizações na topografia.

A segunda dissertação foi a de Atanásio (2014), que desenvolve uma pesquisa de natureza qualitativa, construindo um material didático de apoio ao professor para o ensino de conceitos básicos das Geometrias Planas, de Posição e Espacial, com uma abordagem interdisciplinar, visando a relacioná-los com a Geografia e as ciências no geral, por intermédio do conteúdo de estações do ano. Após construído e aplicado o material didático e a análise dos dados obtidos, o autor aponta que os avanços na aprendizagem dos estudantes ficaram evidentes; entretanto, ainda apresentaram alguma dificuldade sobre os conceitos abordados. O autor ressalta que o processo de construção do conhecimento interdisciplinar carece de preparação e necessita de paciência na condução do processo.

A dissertação de Dueli (2013), intitulada *Geometria esférica: propostas de sequências didáticas interdisciplinares*, é uma pesquisa do tipo engenharia didática, que teve por objetivo apresentar uma sequência de atividades interdisciplinares entre Matemática e Geografia, focada na Geometria Esférica, com turmas da 1ª série do Ensino Médio. Após aplicada a sequência e analisados os dados das atividades desenvolvidas pelos estudantes, o autor ressalta que os eles conseguiram compreender os conceitos da Geometria Esférica, relacionando com a Geometria Euclidiana, demonstrando a possibilidade de introdução de noções da Geometria Esférica no plano de aula dos professores de Matemática.

Oliveira (2011) desenvolveu a dissertação intitulada *Geometria da observação dos movimentos aparentes do Sol e aplicações*, com o propósito de trabalhar os conteúdos de Matemática que contemplam os conceitos de astronomia; mais especificamente, o autor arquitetou e aplicou atividades interdisciplinares que relacionam Geometria com o movimento aparente do Sol. Aponta que a proposta das atividades interdisciplinares não atingiu a todos da mesma maneira, mas, no geral, os estudantes ficaram satisfeitos em trabalhar Matemática de uma forma diferenciada e contextualizada. Nesse sentido, o autor responde à metáfora: “será que a embalagem com que levamos conhecimento para sala de aula não é muito feia?”, advertindo que os conteúdos de Matemática podem ser interessantes e motivadores, se utilizada a metodologia adequada.

Em sua dissertação, intitulada *Ponto, linha e forma: interdisciplinaridade entre Matemática e Arte*, Araújo (2008) realizou uma investigação do tipo bibliográfico, na tentativa de responder à pergunta: “onde se encontra a convergência dessas duas áreas de conhecimento, por meio das disciplinas Matemática e Arte, que possibilite a interdisciplinaridade de forma que venha a contribuir com a educação?”, apontando a interdisciplinaridade entre essas duas áreas do conhecimento, utilizando justamente os elementos: ponto, linha e forma. O autor ressalta que, desde os primórdios, a Arte e a Geometria têm se desenvolvido quase simultaneamente – por um lado, há a emergência da necessidade do homem de registrar sua vida pela observação da natureza e, por outro, o desenvolvimento do raciocínio lógico, com o desenvolvimento civilizatório dos povos; portanto, é inesgotável a quantidade de interações possíveis entre esses dois eixos do conhecimento humano.

A dissertação de Rodrigues (2016), intitulada *Possibilidade de interação entre a Matemática e a Arte no Ensino Fundamental: uma proposta de atividade em sala de aula*, teve por objetivo determinar possibilidades de interação entre Matemática e Arte, no âmbito do Ensino Fundamental, a partir da análise do caráter geométrico dos trabalhos do artista plástico holandês Piet Mondrian, com vistas a contribuir para o desenvolvimento da habilidade de visualização geométrica. A autora considera que, após a aplicação das atividades propostas, ficou claro que é possível a prática interdisciplinar entre Matemática e Arte, afinal não são disciplinas antagônicas e, sim, complementares. O trabalho aponta que “também foi possível confirmar que estudantes do Ensino Fundamental foram capazes, com a devida orientação, de perceber o caráter Geométrico desta obra, identificando os elementos da obra que

pertenciam a disciplina de Matemática e discutindo o sentido matemático de tais elementos” (RODRIGUES, 2016, p. 41).

Na dissertação intitulada *Matemática e Geografia: uma interdisciplinaridade*, Honda (2013) desenvolveu uma pesquisa de natureza qualitativa, com o objetivo de buscar a aplicação da interdisciplinaridade na compreensão e aprendizagem dos conceitos geográficos em relação com a Matemática. Foram elaboradas, aplicadas e analisadas 11 atividades, indicando que essa relação entre as disciplinas corrobora para a compreensão dos conteúdos de Geografia.

De maneira semelhante, Lin (2013) elaborou seu trabalho, denominado *Distâncias astronômicas e Geometria*, com caráter de experiência pedagógica com estudantes da educação técnica, após as dificuldades apresentadas por eles com a resolução de problemas geográficos que envolvessem medidas astronômicas. Nesse sentido, foi realizado um trabalho reflexivo sobre a necessidade de realizar cálculos com medidas inacessíveis, não somente astronômicas, mas também, por exemplo, a largura de um rio, tendo em vista a sua irregularidade. Após a aplicação de uma série de atividades e experiências, o pesquisador concluiu que os estudantes mostraram entusiasmo e interesse, sendo capazes de perceber a aproximação entre o mundo em que vivemos e o conhecimento, tendo a Matemática como ferramenta fundamental para compreendê-lo.

Num diálogo entre as ciências exatas, a dissertação de Kleemann (2018), denominada *Desenvolvimento de propostas metodológicas para o trabalho interdisciplinar nas disciplinas de Matemática e Física*, levantou a importância do uso da interdisciplinaridade e de recursos tecnológicos para a prática pedagógica. Trata-se de uma investigação teórica e descritiva, apresentando possibilidades desse diálogo entre os conhecimentos, reforçando a interdisciplinaridade a partir de problemas cotidianos da Física, resgatando a aplicação de alguns conceitos matemáticos. O autor aponta que a inserção do uso dessas práticas interdisciplinares, bem como das tecnologias, possui uma importância basilar, visto que permite associar conceitos abordados em diferentes disciplinas.

Em sua dissertação *Pavimentações do plano: um estudo com professores de Matemática e Arte*, Santos (2006) desenvolveu uma investigação fenomenológica no intuito de esclarecer o questionamento: quais significados os professores de Matemática e de Arte atribuem ao trabalho com pavimentações no plano, envolvendo material manipulativo, em situação de ensino e aprendizagem de Geometria? Foram

realizados encontros com professores de Arte e Matemática, tendo como pano de fundo o tema das pavimentações do plano, apontando um rico resultado com muitas possibilidades de exploração, sobretudo, indicando que

as interações ocorridas evidenciam que a utilização de recursos e a contextualização por meio de diferentes atividades e situações-problemas podem possibilitar um processo de ensino e de aprendizagem em que um conceito não se reduza, simplesmente, à sua definição, mas que seja o produto de interações e construções conjuntas entre os envolvidos (SANTOS, 2006, p. 169).

Silva (2013), em sua dissertação *Matemática na Arte: análise de uma proposta de ensino envolvendo a pintura renascentista e a Geometria em uma classe do 9º ano do Ensino Fundamental em Belo Horizonte (MG)*, procedeu a uma investigação qualitativa, situada numa perspectiva interdisciplinar, com o objetivo de determinar como a pintura, em especial, a pintura renascentista, pode contribuir para a aprendizagem de conceitos geométricos no Ensino Fundamental. A autora aponta que, após os encontros que ocorreram com os estudantes, houve indícios de mudanças da participação deles, uma atitude mais reflexiva acerca dos próprios processos de aprendizagem, com amadurecimento contínuo de uma atividade para a outra. Em síntese, verificou que abordar Matemática contextualizada em outras práticas, em especial, a arte, pode construir uma rica oportunidade de aprendizagem.

Em consonância, num diálogo entre a Geometria e a Arte, Holanda (2018), na dissertação intitulada *Uma proposta didática utilizando caleidociclos de Maurits Cornelis Escher*, teve como objetivo principal contribuir com ideias que incentivassem a aprendizagem da Geometria. Para isso, foi realizada uma pesquisa de levantamento bibliográfico em termos de trabalhos que utilizam as obras de M. C. Escher para o ensino da Matemática. Foi observada a falta de trabalhos que desenvolvam atividades com caleidociclos, que “promovem a exploração de várias temáticas dentro do ensino da geometria podendo ser tratados temas inerentes desde a geometria plana até a espacial” (HOLANDA, 2018, p. 63). A autora aponta melhora substancial no interesse dos estudantes e na compreensão dos conceitos geométricos que norteiam as obras do pintor, verificando que, quando há interação com o material concreto, os estudantes demonstram entendimento dos fundamentos e definições.

O Quadro 5 apresenta as pesquisas selecionadas no Catálogo de Teses e Dissertações vinculado à CAPES.

QUADRO 5 – Pesquisas selecionadas em CAPES – Teses e Dissertações

Tipo de trabalho, título e <i>link</i> de acesso	Autor, orientador, universidade e ano
Dissertação Mudando a forma e mantendo o volume: um projeto interdisciplinar com embalagens no ensino de Geometria Espacial https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=93108	Ricardo Viz Quadrat Prof. Humberto José Bortolossi Universidade Federal Fluminense 2013
Dissertação A interdisciplinaridade entre a Geometria e o Esporte https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=4997251	Vanderson Alamino Prof. Michael Alfonso Plaza Martelo Universidade Federal Fluminense 2016
Dissertação Razão áurea e números de Fibonacci: da teoria à prática através da fotografia https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=5108884	Maria Isabel Afonso Melo Profa. Christine Serta Costa Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro 2017

Fonte: O autor (2021).

No que tange às pesquisas selecionadas no Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES, foram eleitas três dissertações. A primeira delas, intitulada *Mudando a forma e mantendo o volume: um projeto interdisciplinar com embalagens no Ensino de Geometria Espacial*, elaborada por Quadrat (2013), trata-se de uma proposta educacional em formato de projeto, com o objetivo principal de trabalhar conceitos e competências da Geometria Espacial na perspectiva da interdisciplinaridade, gerando conexões com outras áreas do conhecimento, como química, biologia, *marketing*, economia e geografia. O autor apresenta uma sequência didática detalhada, sua estruturação e organização ao longo do ano e como essa proposta se relaciona com os Parâmetros Curriculares Nacionais e com a pedagogia de projetos. Em síntese, o autor aponta que existem diversas oportunidades de uma prática interdisciplinar, partindo dessa sequência desenvolvida e aplicada durante o ano letivo.

Em sua dissertação, intitulada *Interdisciplinaridade entre a Geometria e o esporte*, Alamino (2016) desenvolveu um trabalho de diálogo entre o esporte e a Matemática, tendo em vista a compreensão dos significados presentes na vida. O autor relaciona conhecimentos de escalas, triângulos e teorema de Pitágoras com o esporte, produzindo muitas atividades teóricas com objetivo de mostrar como o

esporte pode estar associado ao ensino da Matemática, podendo ser um tema norteador por excelência.

A dissertação desenvolvida por Melo (2017), denominada *Razão áurea e números de Fibonacci: da teoria à prática através da fotografia*, teve como objetivo conciliar o ensino de conteúdos matemáticos, como razão áurea e a sequência de Fibonacci, com a realidade dos estudantes, por meio da fotografia, como expressão de comunicação, associando a arte, a natureza, o estudo do corpo humano, acolhendo a interdisciplinaridade, mas também a cultura e a criticidade. A autora afirma que a prática desenvolvida possibilitou uma participação mais ativa dos estudantes, ao pesquisar, produzir e participar.

Além das dissertações, foram selecionados para apreciação, análise e sintetização 11 artigos das bases ERIC, Catálogo de Periódicos da CAPES e Redalyc, de acordo com os Quadros 6 a 8.

O Quadro 6 apresenta as pesquisas selecionadas no ERIC.

QUADRO 6 – Pesquisas selecionadas no ERIC

Tipo de trabalho, título e link de acesso	Autores, universidade e ano
Artigo Integração das Artes na preparação de professores: ensinando professores https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ985616.pdf	Charles Dittrich, Jonelle Pool e Ken Pool Gettysburg College, Northeast High School e McDaniel College 2011

Fonte: O autor (2021).

No único artigo selecionado no ERIC, intitulado *Integração das Artes na preparação de professores: ensinando professores*, Dittrich, Pool e Pool (2011) fazem um estudo sobre a teoria das inteligências múltiplas a partir da integração baseada em artes, com o objetivo de produzir um modelo interdisciplinar em diálogo com outras áreas do conhecimento, como, por exemplo, Geometria, isto é, desenvolver ferramentas para que os professores de formação inicial possam auxiliar na aprendizagem do estudante. Para isso, foram analisados um plano de aula original e seis sugestões reflexivas, com o intuito de perceber a compreensão do estudante sobre a teoria em questão; claramente, muitos não tinham essa integração com Artes e as outras disciplinas. Trata-se de um estudo preliminar, mas os resultados sugerem que há interesse dos estudantes em uma estratégia baseada em Artes para o ensino interdisciplinar.

O Quadro 7 apresenta as pesquisas selecionadas no Catálogo de Periódicos da CAPES.

QUADRO 7 – Pesquisas selecionadas em CAPES – Periódicos

Tipo de trabalho, título e <i>link</i> de acesso	Autores, universidade e ano
Artigo A Filosofia como uma das fontes do pensamento complexo de Edgar Morin: a importância da dialógica cultural https://periodicos.uninove.br/eccos/article/view/6108/3126	Cleide Rita Silvério de Almeida Universidade Nove de Julho 2015
Artigo Uma abordagem de Física Experimental com um olhar na Matemática https://periodicos.ifrs.edu.br/index.php/REMAT/article/view/1270/1099	Camila e Silva Gomes e Javier García López Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Sul 2015
Artigo Matemática e complexidade http://revistas.unimagdalena.edu.co/index.php/jangwapana/article/view/2693/2047	Luis Arturo Polanía-Quinza, Daniel Enrique Ovalle-Cerquera e Juan David Cárdenas-Lis Universidad Surcolombiana 2019

Fonte: O autor (2021).

Mesmo com acesso livre às bases de dados pagas por meio da CAFE, foram selecionados apenas três artigos do Catálogo de Periódicos da CAPES. O primeiro deles, denominado *A Filosofia como uma das fontes do pensamento complexo de Edgar Morin: a importância da dialógica cultural*, tem um papel fundamental. Nesse artigo, Almeida (2015) faz uma investigação qualitativa do tipo levantamento bibliográfico, construindo um encontro entre Edgar Morin e um quadro de autores clássicos que constituíram um papel basilar na sua obra, incluindo Heráclito, Montaigne e Marx. A autora traz uma breve, mas muito preciosa, reflexão a respeito da importância da Filosofia na constituição da epistemologia da complexidade.

Gomes e López (2015), em seu artigo *Uma abordagem de Física Experimental com um olhar na Matemática*, constroem um relato de experiência realizada durante a Semana Acadêmica do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Sul, *Campus* Rio Grande, com o objetivo de aproximar os conceitos de Física e Matemática numa perspectiva interdisciplinar. Segundo os autores, os resultados foram positivos, pois, desde a elaboração das experiências, houve uma preocupação com a interdisciplinaridade; mais do que isso, eles foram capazes de demonstrar que, a partir das observações, é possível extrair modelos matemáticos sem a necessidade de memorização de fórmulas.

No terceiro e último artigo, denominado *Matemática e complexidade*, Polanía-Quinza, Ovalle-Cerquera e Cárdenas-Lis (2019) desenvolvem um trabalho relacionando a complexidade com a Filosofia e a Matemática. Em síntese, os autores descrevem diversos conceitos e fenômenos relacionados à Matemática, que

contrapõem de alguma forma o paradigma conservador de produção científica. São tratados os sistemas dinâmicos não lineares e o teorema da incompletude como ponto fundamental para a insustentabilidade teórica da lógica clássica. Os autores apontam que os sistemas dinâmicos não lineares têm características indescritíveis numa perspectiva clássica da ciência, portanto são indiscutivelmente um elemento constituinte da complexidade.

O Quadro 8 apresenta as pesquisas selecionadas na Redalyc.

QUADRO 8 – Pesquisas selecionadas na Redalyc

Tipo de trabalho, título e link de acesso	Autores e ano
Artigo Artes visuais e transdisciplinaridade na era da complexidade: uma prática pedagógica continuada https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=34931782008	Conceição Ramos Universidade Lusófona de Humanidades e Tecnologias 2014
Artigo Organização curricular da Matemática no Ensino Médio: a recursão como critério https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=251027945002	Marcio Antonio da Silva e Célia Maria Carolino Pires Universidade Federal de Mato Grosso do Sul e Pontifícia Universidade Católica de São Paulo 2013
Artigo Uma experiência de formação continuada com professores de Arte e Matemática no ensino de Geometria https://www.redalyc.org/journal/2912/291243162027/	Marli Regina dos Santos e Maria Aparecida Viggiani Bicudo Universidade Estadual Paulista 2015
Artigo Entrelugares: pequeno inventário inventado sobre Matemática e Literatura https://www.redalyc.org/journal/2912/291265268024/	Rafael Montoito Instituto Federal Sul Rio-Grandense 2019
Artigo A educação matemática focalizando questões sociais maiores https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=291223514006	Ubiratan D'Ambrósio, Lucieli M. Trivizoli, Evelaine Cruz dos Santos e Marcílio Leão Universidade Estadual Paulista, Universidade Estadual de Maringá e Escola Waldorf São Paulo 2011
Artigo Descaminhos: potencialidades de Arte com a educação matemática https://www.redalyc.org/journal/2912/291245779011/	Claudia Regina Flores Universidade Federal de Santa Catarina 2016
Artigo Análise de um projeto pedagógico: Fractal e a teoria do caos para integração de conteúdos https://www.redalyc.org/journal/6198/619864611014/	Samara Régia de Andrade, Marianne Louise Marinho Mende e Cristhiane Maria Bazílio de Omena Messias Universidade de Pernambuco 2020

Fonte: O autor (2021).

No que se refere aos artigos levantados na Redalyc, foram selecionados sete trabalhos, dentre os quais, o estudo intitulado *Artes visuais e transdisciplinaridade na*

era da complexidade – uma prática pedagógica continuada, em que Ramos (2014) discorre a respeito da estrutura curricular, visto que vivemos uma série de tensões particulares da era da complexidade, como cita a autora, tendo a transdisciplinaridade como resposta para esses desafios. Após um breve levantamento bibliográfico sobre transdisciplinaridade, pedagogia de projeto e inclusão, a autora descreve a elaboração e estrutura de projetos que foram aplicados na sua escola, informando que, ao longo do processo, os estudantes desenvolveram múltiplas competências, tornando-se mais versáteis e atentos.

Silva e Pires (2013), em seu artigo *Organização curricular da Matemática no Ensino Médio: a recursão como critério*, realizam um ensaio teórico com o objetivo de fomentar discussões a respeito da organização curricular de Matemática no Ensino Médio brasileiro, levantando pesquisas que sugerem a necessidade de superação do paradigma organizacional linear. São apresentadas três possibilidades de currículo: o currículo em espiral de Bruner, em consonância com John Dewey, enfatizando a necessidade de compatibilizar os pensamentos intuitivo e analítico; o currículo em rede, voltado para o campo tecnológico; e, por fim, o currículo fractal, remontando à teoria da complexidade e à importância da recursão na perspectiva de Edgar Morin.

No artigo *Uma experiência de formação continuada com professores de Arte e Matemática no ensino de Geometria*, Santos e Bicudo (2015) expõem uma experiência de formação continuada realizada com professores, com foco no ensino da Geometria e pavimentações do plano. As autoras realizaram encontros com roteiro de atividades propostas, em que os professores deveriam investigar e registrar as combinações de polígonos que podiam pavimentar o plano, além de várias outras atividades. De acordo com elas, estudos indicam que a Matemática precisa preocupar-se com a formação integral dos estudantes, visando a formá-los como cidadãos; portanto, faz-se necessário tratar o ensino em consonância com a complexidade do contexto social, considerando também que a Matemática, bem como a educação matemática, precisa estar atenta com as interfaces interdisciplinares que a formam.

Entrelugares: pequeno inventário inventado sobre Matemática e Literatura é o artigo de Montoito (2019), que apresenta diferentes possibilidades de inter-relações entre Matemática e Literatura. Trata-se de uma pesquisa de revisão bibliográfica, em que o autor considerou três categorias para o levantamento: Literatura com viés matemático, Literatura com termos matemáticos e Literatura com estrutura

matemática, ressaltando que a formação do estudante precisa possibilitar a sua inserção crítica no mundo; portanto, faz-se necessária a superação de apenas uma dimensão utilitária da Matemática.

D'Ambrósio (2011), no artigo *A educação matemática focalizando questões sociais maiores*, discute questões sociais e ambientais, sobretudo, a fragilidade da sociedade e sua estrutura atual, ilustrando uma possibilidade de roteiro para estimular reflexões de uma visão crítica e reflexiva, num diálogo entre as ciências humanas e exatas. Afirma que a aceleração da globalização gerou instabilidades e impactos econômicos, sociais e políticos que precisam ser contornados, tornando-se fundamental contribuir para os esforços da construção de um “quadro teórico-conceitual e uma base histórica que permitam lidar com a natureza” (D'AMBRÓSIO, 2011, p. 103). O autor ainda ressalta que

não há como propor um modelo substitutivo dos modelos vigentes, em qualquer área. A educação é um processo dinâmico de transformação, no qual se procura, num enfoque transdisciplinar, entender a condição humana, as condições da sociedade e da economia, sugerindo medidas para atingir a paz total, nas suas dimensões cósmica, planetária, social e individual (D'AMBRÓSIO, 2011, p. 116).

Flores (2016), em *Descaminhos: potencialidade da Arte com a educação matemática*, discute sobre potencialidades envolvendo a educação matemática pela Arte. A autora defende que, inclusive, existem contribuições da história da arte para o ensino e aprendizagem da Matemática; afinal, as relações interdisciplinares entre essas duas áreas do conhecimento suscitam a percepção, a criatividade e a imaginação do estudante.

No artigo intitulado *Análise de um projeto pedagógico: fractal e a teoria do caos para a integração de conteúdos*, Andrade et al. (2020) discutem os efeitos da aplicação de um projeto pedagógico desenvolvido em uma escola de educação básica, tendo como pano de fundo para a integração os fractais. Como questionamento orientador da pesquisa, tinha-se: como se deu o desenvolvimento das práticas interdisciplinares no projeto e de que forma elas contribuíram para a contextualização do ensino, tornando-o significativo? Pelas entrevistas com os professores que participaram do projeto, os autores concluíram que a educação deve ser uma estratégia humanizadora, capaz de ampliar a consciência dos estudantes, superando a noção de transmissão de saberes e corroborando para uma visão mais

desafiadora para romper com os paradigmas e acolher práticas interdisciplinares e transdisciplinares associadas ao pensamento complexo.

Finalizada a leitura completa das produções selecionadas, procedemos ao aprofundamento do tratamento integrativo, com o objetivo de perceber as nuances e relações presentes. Pensamos o termo “integrativo” no seu sentido de concluir, isto é, acrescentar e completar, considerando cada um dos trabalhos analisados durante o processo de mapeamento do campo de estudo. Foi construída uma nuvem de palavras, com base em até cinco palavras-chave presentes em cada trabalho, tendo como produto final a Figura 3.

FIGURA 3 – Nuvem de palavras-chave dos trabalhos pesquisados



Fonte: O autor (2023).

Antes mesmo de elaborar uma revisão integrativa, cabe aqui uma análise interpretativa da Figura 3, tendo em vista a sua dinâmica de construção. Evidentemente, a maior parte dos trabalhos selecionados, analisados e sistematicamente apresentados está relacionada com a interdisciplinaridade, tendo como foco o ensino de Matemática e da Geometria, de forma contextualizada e relacionando outros eixos do conhecimento ou disciplinas, utilizando propostas metodológicas específicas. Fica evidente, também na Figura 3, a escassez de trabalhos em que a transdisciplinaridade aparece como tema principal, o que pode indicar a dificuldade de executar experiências transdisciplinares, em particular, relativas à Geometria e Matemática. Essa escassez é ainda mais presente quando o assunto é complexidade. Poucos foram os trabalhos em que a complexidade foi

mencionada, o que demonstra certa manutenção do paradigma conservador, mesmo em práticas docentes com tentativa de transdisciplinaridade ou interdisciplinaridade.

3.1.2 Revisão integrativa

As dissertações apresentadas abordam a interdisciplinaridade entre a Matemática e outras áreas do conhecimento, como a geografia, a arte e a astronomia. Parte significativa dos trabalhos selecionados, analisados e apresentados propõe atividades interdisciplinares para o ensino de Matemática, buscando contextualizar o aprendizado e torná-lo mais significativo para os estudantes.

As dissertações de Corrêa (2018) e de Atanásio (2014) apresentam abordagens semelhantes, ambas destacando a importância da contextualização e da interdisciplinaridade no ensino de Matemática. No entanto, enquanto a primeira foca na aplicação da Geometria e Trigonometria na topografia, a segunda aborda as Geometrias Plana e Espacial, relacionando-as com a Geografia e as ciências em geral, por meio do conteúdo das estações do ano.

Já a dissertação de Dueli (2013) se concentra na Geometria Esférica e busca relacioná-la com a Geografia por meio de atividades interdisciplinares. Por sua vez, Oliveira (2011) propõe atividades que relacionam Geometria com astronomia, utilizando o movimento aparente do Sol como ponto de partida. Por fim, Araújo (2008) busca a convergência entre Matemática e Arte, utilizando os elementos ponto, linha e forma para demonstrar a interdisciplinaridade entre essas duas áreas do conhecimento.

Embora as dissertações apresentem abordagens distintas, todas concordam que a interdisciplinaridade é um caminho importante para tornar o aprendizado de Matemática mais significativo e interessante para os estudantes; entretanto, experiências transdisciplinares são raríssimas.

Já os artigos selecionados discutem temas relacionados à interdisciplinaridade, transdisciplinaridade, integração de áreas do conhecimento, ensino interdisciplinar baseado em Artes, teoria das inteligências múltiplas, pensamento complexo, Física e Matemática, sistemas dinâmicos não lineares, teorema da incompletude, organização curricular da Matemática no Ensino Médio e pedagogia de projeto.

Embora possuam enfoques diferentes, é possível perceber uma confluência entre eles no que diz respeito à importância da interdisciplinaridade e da transdisciplinaridade na construção de um ensino mais significativo e contextualizado. Alguns autores, como Dittrich, Pool e Pool (2011) e Ramos (2014), destacam a importância da integração de áreas do conhecimento, como artes e matemática, por exemplo, na construção de um ensino interdisciplinar. Polanía-Quiza, Ovalle-Cerquera e Cárdenas-Lis (2019) enfatizam a relação entre a Matemática e a complexidade, apontando a importância de considerar sistemas dinâmicos não lineares e o teorema da incompletude para uma compreensão mais ampla da Matemática como uma ciência complexa. Por sua vez, Silva e Pires (2013) sugerem uma organização curricular da Matemática no Ensino Médio baseada no critério da recursão, que permitiria uma abordagem mais integrada e contextualizada da disciplina.

Enfim, os artigos selecionados mostram a necessidade de pensar em um ensino em que a interdisciplinaridade e a transdisciplinaridade estejam cada vez mais presentes, afinal é preciso que a escola considere a complexidade dos fenômenos, seres e saberes, como também as relações entre as diversas áreas do conhecimento.

4 METODOLOGIA

4.1 CARACTERIZAÇÃO DA PESQUISA

Tendo em vista que esta pesquisa tem como objetivo principal identificar subsídios e possibilidades de exploração dos conceitos geométricos de modo transdisciplinar, na perspectiva da teoria da complexidade, e que esse objetivo emergiu, inclusive, da observação do pesquisador sobre sua realidade em sala de aula, num esforço de revelar indícios intrínsecos e por vezes subjetivos, isto é, que não podem ser quantificados, sobre a aprendizagem dos estudantes e, a partir disso, elaborar novas possibilidades para a prática docente de Geometria, optamos por uma investigação de natureza qualitativa, exploratório-explicativa, do tipo intervenção.

A pesquisa de natureza qualitativa dedica-se justamente a capturar essas perspectivas que não podem ser quantificadas, visando a explorar os fenômenos que acontecem de forma complexa.

Essa exploração é necessária devido à necessidade de estudar um grupo ou população, identificar variáveis que não podem ser medidas facilmente ou escutar vozes silenciadas. [...] Também conduzimos pesquisa qualitativa porque precisamos uma compreensão complexa e detalhada da questão. Esse detalhe só pode ser estabelecido falando diretamente com as pessoas (CRESWELL, 2014, p. 52).

Para Creswell (2014), a pesquisa qualitativa começa com o uso de estruturas interpretativas, considerando os significados que os participantes atribuem para determinado problema, fenômeno social ou humano, mediante uma coleta de dados sensível e natural. Denzin e Lincoln (2011) vão ainda mais longe e consideram que a pesquisa de natureza qualitativa se estende ao impacto e transformação do mundo.

A pesquisa qualitativa é uma atividade situada que localiza o observador no mundo. Consiste em um conjunto de interpretativos, práticas materiais que tornam o mundo visível. Essas práticas transformam o mundo em uma série de representações, incluindo notas de campo, entrevistas, conversas, fotografias, gravações e memorandos para si mesmo. Nesse nível, a pesquisa qualitativa envolve uma abordagem interpretativa e naturalista do mundo. Isso significa que os pesquisadores qualitativos estudam as coisas em seus ambientes naturais, tentando fazer sentido, ou interpretar, fenômenos em termos dos significados que as pessoas trazem para eles (DENZIN; LINCOLN, 2011, p. 3).

Em consequência disso, cabe ao pesquisador um olhar sistemático e cuidadoso que considere a voz do participante na sua exploração, de forma empática, para que, além de ser situado no mundo em que estuda, seja capaz de representá-lo com apreço, responsabilidade e fidelidade, mesmo que não em toda a sua completude.

Um dos sinais da investigação empática é o fato de o indivíduo ser uma pessoa complexa, semelhante em muitos aspectos a outras pessoas, mas singular em personalidade e situação de vida. Em suas tentativas de entender como os elementos sociais funcionam, a maioria dos pesquisadores qualitativos trata cada ser humano e o grupo de todos os seres humanos como estando além de uma compreensão total (STAKE, 2011, p. 57).

Além do objetivo geral desta investigação, são também objetivos específicos identificar indícios do conhecimento pertinente dos estudantes, na aprendizagem da Geometria, bem como averiguar reflexos da aprendizagem dos conceitos geométricos abordados durante a fase de aplicação de uma sequência didática que será criada especificamente para esse fim. Assim sendo, este estudo se caracteriza também por uma abordagem exploratório-explicativa, afinal se trata de uma exploração de situações, fenômenos e uma preocupação com as práticas em sala de aula, além de uma descrição das relações entre as mais diversas variáveis presentes nesse contexto.

De acordo com Severino (2013), uma pesquisa com abordagem exploratória é uma preparação para uma pesquisa explicativa, pois “levanta informações sobre um determinado objeto” de estudo, enquanto a pesquisa explicativa “é aquela que, além registrar e analisar os fenômenos estudados, busca identificar suas causas, seja através da aplicação do método experimental/matemático, seja através da interpretação possibilitada pelos métodos qualitativos”.

Quanto aos procedimentos técnicos, considerando a natureza qualitativa da pesquisa e os objetivos exploratório-descritivos, optamos por uma pesquisa do tipo intervenção, tendo como orientadora prática a proposta de Spinillo e Lautert (2008), para quem a pesquisa-intervenção compreende tanto a ação do pesquisador para produção do conhecimento quanto sua intervenção no fenômeno estudado ou nos indivíduos participantes da pesquisa. Como produção de conhecimento, a pesquisa-intervenção pode ter por objetivo testar teorias acerca da cognição humana, para descrever o desenvolvimento e descobrir relações de causalidade entre fatores e

fenômenos, ou pode ter implicações educacionais importantes, favorecendo um diálogo entre a aprendizagem e o desenvolvimento cognitivo. Referente à intervenção, desempenha função de mudanças, favorecendo o desenvolvimento do indivíduo participante. Essas duas faces da pesquisa-intervenção oportunizam uma pesquisa com contribuições teóricas e práticas.

De modo geral, o que caracteriza pesquisas de intervenção, é que elas estão interessadas em promover algum tipo de mudança; sendo, ainda, marcadas por uma relação assimétrica em que um dos participantes desta relação é aquele que assiste, propõe e encaminha atividades a serem realizadas (SPINILLO; LAUTERT, 2008, p. 299).

Em consonância, para Damiani *et al.* (2013, p. 58), as pesquisas do tipo intervenção

[...] são investigações que envolvem o planejamento e a implementação de interferências (mudanças, inovações) – destinadas a produzir avanços, melhorias nos processos de aprendizagem dos sujeitos que delas participam – e a posterior avaliação dos efeitos dessas interferências.

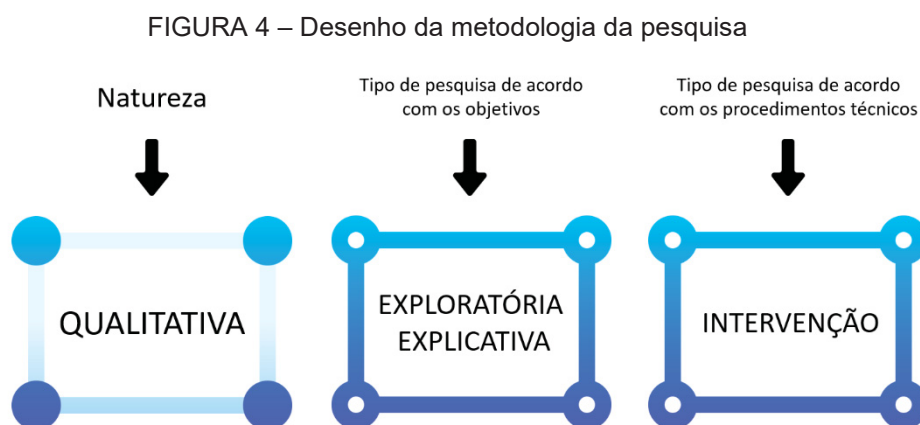
Spinillo e Lautert (2008) ainda explicam que o contexto da pesquisa-intervenção pode se dar em situações experimentais controladas (laboratoriais) ou não controladas (sala de aula), sendo seu foco relacionado direta ou indiretamente a um conceito ou habilidade que se pretende desenvolver. Neste caso, a pesquisa teve um contexto não controlado, pois sua aplicação ocorreu em sala de aula, ou seja, ainda que planejadas as intervenções, as relações múltiplas e variadas que ocorreram entre pesquisador e estudantes, bem como entre os estudantes, não estavam sujeitas a um controle inflexível.

Um dos princípios metodológicos é a aplicação de questionários para determinar indícios do conhecimento dos estudantes sobre conceitos ou habilidades definidas pelo estudo, que ocorrem em dois momentos definidos pelo pesquisador, a partir de instrumentos nesta pesquisa denominados por questionário de reconhecimento e questionário de reflexos, aplicados a todos os participantes. O primeiro examina o conhecimento prévio do participante que se pretende desenvolver, podendo os dados ser utilizados na composição de grupos e ser aplicado mais de um questionário, dependendo da necessidade da pesquisa. Já o segundo possibilita a percepção sobre indícios específicos da aprendizagem do participante após a intervenção ou após o decorrer do tempo.

Dependendo dos objetivos da investigação e das opções metodológicas feitas, é possível haver mais de um pré-teste: um de natureza mais geral e outro de natureza mais específica [...] o pré-teste geral era utilizado para compor a amostra de participantes e tornar os grupos equivalentes, e o pré-teste específico avaliava aspectos particulares a respeito do conhecimento das crianças (SPINILLO; LAUTERT, 2008, p. 306).

Geralmente, segundo Spinillo e Lautert (2008), o padrão de resultado desejado em estudos de intervenção pode ser dividido em quatro grupos: (i) as comparações no pré-teste indicam semelhança ou equivalência entre os grupos; (ii) as comparações indicam favorecimento do grupo experimental no pós-teste; (iii) as comparações em relação ao pré e pós-teste indicam progressão; (iv) as comparações indicam estabilidade entre as duas ocasiões de testagem. Muitas são as variáveis em um contexto não controlado, portanto nem sempre esses padrões são encontrados nas pesquisas, podendo, por exemplo, acontecer de ambos os grupos terem resultados progressivos nos pós-teste, sugerindo que tanto a intervenção quanto o tempo foram expressivos no desenvolvimento cognitivo e na aprendizagem dos estudantes.

A Figura 4 apresenta o desenho da metodologia da pesquisa, considerando a natureza da pesquisa, o tipo de pesquisa em relação aos objetivos da investigação e o tipo de pesquisa de acordo com os procedimentos técnicos selecionados.



Fonte: O autor (2023).

4.2 LÓCUS E PARTICIPANTES DA PESQUISA

Esta pesquisa foi desenvolvida em três turmas da 1ª série do Ensino Médio de uma escola pública da Rede Estadual de Ensino do estado do Paraná, localizada

em Curitiba. A escolha do lócus está diretamente ligada com o objetivo de intervenção na própria prática, portanto a pesquisa ocorreu na escola em que o pesquisador atua como professor de Matemática.

A investigação foi apoiada por um termo de concordância para pesquisa científica, pela autorização do Comitê de Ética em Pesquisa da Universidade Federal do Paraná e pela autorização do Comitê de Ética do Núcleo de Educação.

Os participantes foram 49 estudantes da 1ª série do Ensino Médio, regularmente matriculados, que aceitaram, com autorização dos responsáveis legais, participar de todo o processo de pesquisa. Para garantir o anonimato dos estudantes e das turmas, foram utilizados nomes fictícios para caracterizá-los.

4.3 PROCEDIMENTOS E INSTRUMENTOS DE COLETA DE DADOS

No desenvolvimento desta pesquisa, foram necessários levantamentos de dados não apenas para responder ao problema de pesquisa – como explorar os conceitos geométricos de maneira transdisciplinar, a fim de possibilitar o conhecimento pertinente nos estudantes –, mas também viabilizar o esclarecimento das perguntas norteadoras, além de oportunizar subsídios para o alcance dos objetivos específicos.

Considerando que a pesquisa teve caráter interventivo em sala de aula, isto é, foi realizada em um ambiente não controlado, com um número significativo de participantes, com olhares e vozes subjetivas, num esforço de revelar indícios intrínsecos em que as evidências obtidas em campo geralmente são motivadoras para considerações e conclusões, optamos pela triangulação de instrumentos de coleta de dados, para assegurar o rigor da pesquisa e a confiabilidade das evidências.

Ela (triangulação) pode nos dar mais confiança de que determinamos corretamente o significado ou pode nos dar mais confiança de que precisamos analisar as diferenças para enxergar significados múltiplos e importantes. Você pode chamar isso de uma situação de ganho mútuo. Se a verificação adicional confirma que percebemos o significado corretamente, nós ganhamos. Se a verificação adicional não confirma, pode significar que existem mais significados para descobrir, uma forma diferente de ganhar (STAKE, 2011, p. 139).

A seleção de bons instrumentos de coleta de dados é essencial, afinal essas ferramentas fornecem as evidências da pesquisa. Nesse sentido, os instrumentos de

coleta de dados, tanto questionários quanto o protocolo de entrevistas, foram postos à validação por especialistas externos e não envolvidos na pesquisa, de acordo com a necessidade de cada instrumento.

Durante todo o processo de aplicação da sequência didática, foi utilizada a observação com registro em diário, como orientado por Stake (2011).

Nele [diário], você deve fazer anotações sobre tudo relacionado à pesquisa: informações de contato, calendário, referências bibliográficas, riscos, tudo em um único lugar. Nesse mesmo diário, escreva todas as suas especulações, teorias, reflexões e perplexidades (STAKE, 2011, p. 64).

Quando um professor está em sala de aula, emergem questionamentos, observações e ocorrem fenômenos que por vezes são incapazes de ser capturados por questionários ou entrevistas, mas que são imediatamente identificados como valiosos, com profundas evidências sobre o objeto de estudo, que podem corroborar para alcançar os objetivos da investigação. É fundamental salientar que se tratou de uma observação participante, uma vez que o próprio pesquisador participou da aplicação da sequência didática.

Uma forma ativa de observação é a observação participante, em que o pesquisador se junta à atividade como participante, não apenas para se aproximar dos outros participantes, mas para tentar aprender algo com a experiência que eles têm descrita no papel. [...] Entretanto, Clifford Geertz (1988) e outros criticaram o fato de sermos muito rápidos em achar que nossa experiência participante se aproxima da deles. E também de achar que não alteramos a experiência deles com nossa presença. Você sabe por que é difícil para um adulto ser um observador participante em um campus para jovens. Um adulto poderia fazer observações participantes de forma proveitosa lá no campus, mas recomenda-se que se tenha cautela extra (STAKE, 2011, p. 117).

Foram aplicados o questionário de reconhecimento e o questionário de reflexos, de acordo com o descrito na caracterização da metodologia do tipo intervenção. O primeiro teve como objetivo fazer um diagnóstico dos conhecimentos prévios dos estudantes, mas, sobretudo, levantar indícios a respeito do conhecimento pertinente deles. O segundo foi aplicado após o desenvolvimento da sequência didática, para verificar indícios de aprendizagem, tanto no grupo experimental quanto no grupo de controle.

Stake (2011, p. 111), sobre o questionário como instrumento de coleta de dados, esclarece:

Um questionário de pesquisa social é um conjunto de perguntas, afirmações ou escalas (no papel, pelo telefone ou na tela) geralmente feitas da mesma forma para todos os entrevistados. Os dados são transformados em totais, médias, porcentagens, comparações e correlações.

Para a validação do questionário e do protocolo de entrevistas, foram convidadas quatro especialistas externas à pesquisa, que atuaram como juízas e participaram de duas etapas de validação dos instrumentos de coleta de dados. Os critérios estabelecidos foram: formação inicial em Licenciatura em Matemática ou Pedagogia; atuação na educação básica; e cursar pós-graduação *stricto sensu* em Educação. Participaram do processo uma pedagoga da educação básica, doutora em Educação; uma professora de Matemática da educação básica, doutora em Educação; e duas professoras de Matemática da educação básica, ambas mestrandas em Educação.

Na primeira etapa, elas responderam ao questionário (Apêndice A) como participantes, unicamente para reconhecer as perguntas presentes, além de verificar se existiam questões mal formuladas, que implicavam interpretação dúbia. Numa segunda etapa, as juízas puderam opinar a respeito de cada pergunta, tendo em vista os objetivos específicos presentes, apontando *feedbacks*, explicitando possíveis melhorias, alteração de ordem das alternativas, de redação e até exclusão delas. Finalizadas essas observações, apontamentos e análises, os produtos finais foram o questionário pós-validação (Apêndice C) e o protocolo de entrevista semiestruturada pós-validação (Apêndice D).

Por fim, foram selecionados aleatoriamente alguns estudantes dos grupos pesquisados, para a realização de uma entrevista individual semiestruturada, que foi gravada e transcrita pela técnica de transcrição não naturalista, isto é, preocupando-se com o conteúdo do diálogo, e não com seu conteúdo verbal. Optamos pela realização da entrevista, pois era necessária a obtenção de informações singulares sobre a opinião dos participantes após a intervenção, bem como para reconhecer indícios do conhecimento pertinente dos estudantes, na aprendizagem da Geometria, além da observação e aplicação dos questionários. Nesse sentido, consideramos que,

se existe a chance de um ou vários entrevistados fornecerem materiais dignos de citação, então a entrevista deve ser adaptada ao que há de especial naquela pessoa. Embora a entrevista geralmente seja estruturada pelos problemas do pesquisador, em alguns casos é melhor fazer uma pergunta

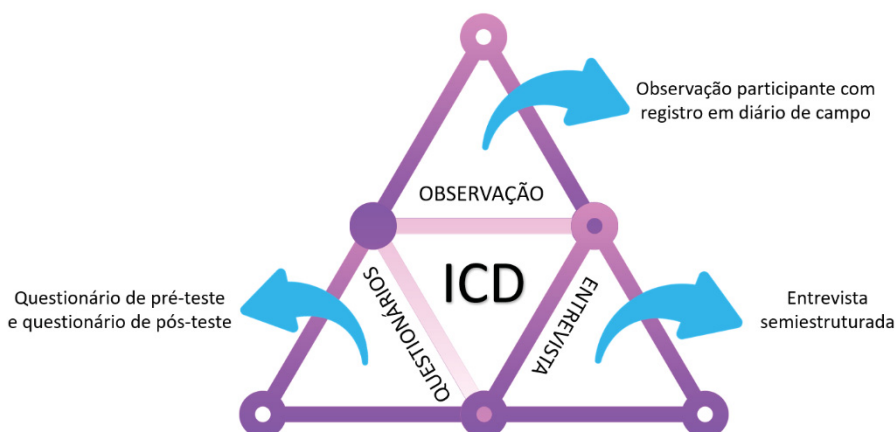
aberta ('Como foi sua experiência no começo?'), permitindo que os entrevistados apenas comentem ou contem histórias (estruturando-as de acordo com seus próprios problemas) (STAKE, 2011, p. 108).

É fundamental salientar que, por se tratar de uma investigação do tipo intervenção, tendo o pesquisador como participante na pesquisa, geralmente ele já conhece os outros participantes, portanto a entrevista pode assumir um caráter de conversa. Para dar voz e apreender o olhar do entrevistado, de acordo com sua experiência, e simultaneamente considerar os objetivos da pesquisa e as perguntas norteadoras que precisavam ser esclarecidas no decorrer desta investigação, optamos pela entrevista semiestruturada.

As entrevistas qualitativas variam quanto ao grau de estruturação. Algumas, embora relativamente abertas, centram-se em tópicos determinados ou podem ser guiadas para questões gerais. [...] Nas entrevistas semiestruturadas fica-se com a certeza de se obter dados comparáveis entre os vários sujeitos, embora se perca a oportunidade de compreender como é que os próprios sujeitos estruturam o tópico em questão. [...] Neste caso, o entrevistador encoraja o sujeito a falar sobre uma área de interesse, em seguida, explora-a mais aprofundadamente, retomando os tópicos e os temas que o respondente iniciou (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p. 135).

A Figura 5 apresenta o desenho da triangulação dos instrumentos de coleta de dados, fundamental para garantir o rigor metodológico em uma pesquisa intervenção na própria prática.

FIGURA 5 – Desenho da triangulação dos instrumentos de coleta de dados



Fonte: O autor (2023).

4.4 PROCEDIMENTOS DE ANÁLISE DE DADOS

Finalizados os processos de coleta, foi iniciada a organização dos dados com muito rigor, seguindo as orientações de preservação de dados do Comitê de Ética em Pesquisa da Universidade Federal do Paraná, bem como a preparação desses materiais para análise. Vale ressaltar que a análise de dados envolve interpretação, reflexão e exploração sobre os dados que foram levantados na fase antecedente da pesquisa, que possui um valor crucial, em que o pesquisador se esforça para determinar ordem, estrutura e significado dos dados coletados.

O método de análise empregado nos dados levantados por meio dos instrumentos de coleta foi a técnica de núcleos de significação, proposta por Aguiar e Ozella (2006). É fundamental compreender que o caráter qualitativo da pesquisa está intrinsecamente ligado à subjetividade que é apresentada no conteúdo da voz, da história, do contexto social e das multidimensionalidades presentes na essência dos participantes. Nesse sentido, a técnica de núcleos de significação foi fundamental, pois, para fins de análise de dados, esse método possui um comprometimento com o significado dado pelo participante ao fenômeno que está sendo explorado.

Quando um fenômeno acontece, por exemplo, em sala de aula, não se espera que todos os seus elementos sejam compreendidos pelos envolvidos. Cada participante da pesquisa, ao fazer parte da intervenção referente à aplicação da sequência didática, traz consigo um significado sobre essa intervenção, que vai além do próprio fenômeno, sendo uma produção instituída por meio da realidade histórica, social e das subjetividades desse participante. Nas palavras de Aguiar e Ozella (2006, p. 226),

significados são, portanto, produções históricas e sociais. São eles que permitem a comunicação, a socialização de nossas experiências. Muito embora sejam mais estáveis, 'dicionarizados', eles também se transformam no movimento histórico, momento em que sua natureza interior se modifica, alterando, em consequência, a relação que mantêm com o pensamento, entendido como um processo.

Pretendemos capturar os significados presentes na fala, por intermédio da entrevista individual, dos questionários e da observação, para compreender quanto a intervenção foi ou não fundamental como subsídio e possibilidade de exploração dos

conceitos geométricos de modo transdisciplinar na perspectiva do participante; exatamente tendo isso em vista, foram utilizados os núcleos de significação.

O procedimento de análise possui três etapas básicas: os pré-indicadores, os indicadores e os núcleos de significação. Após a transcrição, neste caso, não naturalista das entrevistas e tendo os dados já colhidos em campo, foi realizada a leitura flutuante desse material, com a finalidade de situar o pesquisador e iniciar o processo de organização dos pré-indicadores, para fornecer temas diversos de acordo com a importância para a compreensão do objetivo de investigação. Segundo Aguiar e Ozella (2006, p. 230),

irão emergindo temas os mais diversos (na etapa dos pré indicadores), caracterizados por maior frequência (pela sua repetição ou reiteração), pela importância enfatizada nas falas dos informantes, pela carga emocional presente, pelas ambivalências ou contradições, pelas insinuações não concretizadas, etc.

Em uma segunda etapa, foi realizada uma leitura menos dinâmica, mais aprofundada, com vistas a agrupar os pré-indicadores por meio de critérios claros, “pela similaridade, pela complementaridade ou pela contraposição, de modo que nos levem a menor diversidade” (AGUIAR; OZELLA, 2006, p.230), para a definição dos indicadores e seus conteúdos relacionados.

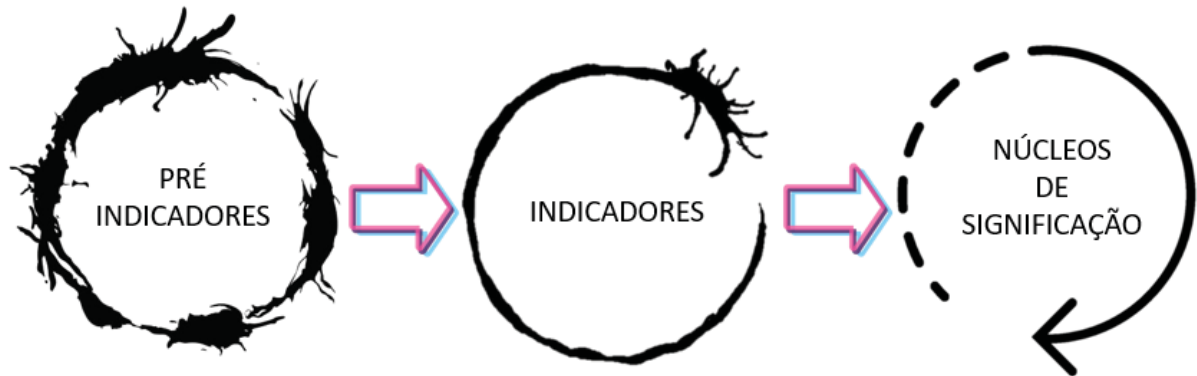
Em uma última etapa, identificados os indicadores após o agrupamento resultante, foi efetuada uma nova análise para a nomeação dos núcleos de significação. Em resumo, foram estruturados os conteúdos semelhantes, complementares ou contraditórios, com o objetivo central de apresentar, ao final da pesquisa, os resultados que trouxeram significado para os participantes.

Os sentidos e significados presentes nesse processo de pesquisa só puderam ser realmente compreendidos por meio da análise final desses núcleos de significação, que se deu, num primeiro momento, intranúcleo, isto é, tendo em vista o conteúdo de cada núcleo determinado; e, num segundo momento, internúcleos, ou seja, uma articulação realizada entre os núcleos. Na orientação de Aguiar e Ozella (2006, p. 231),

[...] só avançaremos na compreensão dos sentidos quando os conteúdos dos núcleos forem articulados. Nesse momento, temos a realização de um momento da análise mais complexo, completo e sintetizador, ou seja, quando os núcleos são integrados no seu movimento, analisados à luz do contexto do discurso em questão, à luz do contexto sócio-histórico, à luz da teoria.

A Figura 6 apresenta, de maneira resumida, o desenho da técnica de análise de dados utilizada.

FIGURA 6 – Desenho da técnica de análise de dados por núcleos de significação



Fonte: O autor (2023).

Em resumo visual, segue a Figura 7, indicando o caminho da metodologia da pesquisa.

FIGURA 7 – Desenho do caminho metodológico



Fonte: O autor (2023).

5 PENSANDO E CONSTRUINDO UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA COMPLEXA E TRANSDISCIPLINAR

Com a finalidade de desvelar os objetivos traçados para esta pesquisa, foi sistematicamente pensada e construída uma sequência didática, que pode ser constantemente, de maneira proposital ou não, transformada pela ação dos participantes. Devemos ter em vista que, para o delineamento dessa sequência didática, foi considerada a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), bem como os planejamentos do Novo Ensino Médio (NEM), propostos e estabelecidos oficialmente pela SEED-PR.

Os propósitos deste trabalho não envolvem a apresentação dessa sequência didática como uma solução ou modelo rígido, isto é, é fundamental compreender que os mais diversos contextos e estudantes presentes na sala de aula demandam estratégias diferentes de abordagem; no mais, apresentamos uma possibilidade, em consonância com os objetivos da pesquisa, assim como com a finalidade de estimular os professores na tentativa de superação da fragmentação e explorar novas perspectivas para o ensino da Geometria em sala de aula.

Antes de iniciar a intervenção propriamente dita, fez-se necessária uma organização, como também a estruturação das atividades e conteúdos que o professor e os estudantes explorariam durante uma ou mais aulas. A sequência didática é justamente uma estrutura de como os conteúdos e as atividades serão abordados. Para Zabala (1998, p. 18), as sequências didáticas são “[...] um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelos professores como pelos estudantes”.

É preciso considerar que um dos objetivos específicos da pesquisa foi identificar indícios de conhecimento pertinente dos estudantes, diretamente ligados à aprendizagem da Geometria; portanto, foi construída uma sequência didática consciente com a abordagem inicial de cada encontro, uma vez que esse início pode ser basilar para a construção de significância e pertinência do conteúdo abordado. Para Zabala (1998, p. 65),

pela descrição da sequência [didática] não podemos saber se os conteúdos tratados são suficientemente significativos ou funcionais. Que o sejam ou não, depende de como se tenha iniciado a intervenção. Se a exposição é uma

simples transmissão dos conteúdos que não guarda nenhuma relação com algum fato próximo à realidade experiencial ou afetiva do estudante.

Quer-se explorar o novo, compreender o que ainda não é sabido; entretanto, partir do nada pode não ser possível. Zabala (1998) expressa que a sequência didática precisa primar pela realidade experiencial do estudante; em outras palavras, a construção de uma sequência didática deve considerar que o estudante é um ser humano multidimensional e concebido por e através de um conjunto de experiências.

Devido à necessidade da reforma do pensamento, que integra a superação da fragmentação e da linearidade no pensar e agir do professor, pode parecer, à luz de uma perspectiva mais rasa, que a sequência didática é sempre fragmentada e compartimentada, perdendo-se a visão do todo, porém de maneira alguma a complexidade, como um paradigma inovador da educação, abre mão da organização da aula do professor. É necessária uma visão global para garantir que essa sequência didática seja a mais apropriada para alcançar os objetivos educacionais escolhidos. Nas palavras de Zabala (1998, p. 18-19),

[...] sistematizar os componentes da complexa prática educativa comporta um trabalho de esquematização das diferentes variáveis que nela intervém, de forma que com esta intenção analítica e, portanto, de alguma maneira compartimentadora, podem se perder relações cruciais, traindo o sentido integral que qualquer intervenção pedagógica tem. Neste sentido, seria adequado identifica-las de forma que se pudesse efetuar a análise de cada uma delas em separado, mas levando em conta que sua avaliação não é possível se não forem examinadas em sua globalidade.

Com fins de organização e para facilitar a aplicação da sequência didática e dos questionários, o relato das observações e a realização das entrevistas, consideramos um total de 13 encontros, realizados no decorrer do terceiro trimestre letivo de 2022. Esses encontros foram estruturados de acordo o calendário letivo da SEED-PR, tendo em vista também o processo do Comitê de Ética e suas implicações e em respeito ao planejamento sistematizado pela própria secretaria, no que tange aos conteúdos de Geometria. O início do período de intervenções deu-se em 24 de outubro de 2022, finalizando em 2 de dezembro de 2022, considerando as entrevistas, além da aplicação da sequência didática. O Quadro 9 fornece o cronograma utilizado.

QUADRO 9 – Cronograma da pesquisa de campo

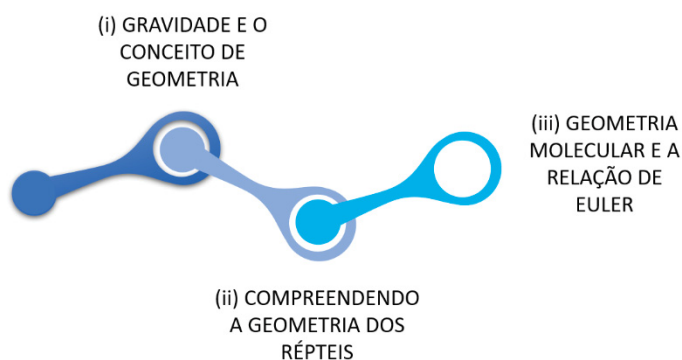
Dia 24/10	Início da pesquisa de campo
Semana de 24/10	Encontro de apresentação da proposta de pesquisa, envio e recolhimento do TCLE
Semana de 31/10	Aplicação do questionário de reconhecimento
Semana de 07/11	Um encontro para a aplicação da sequência didática
Semana de 14/11	Três encontros para a aplicação da sequência didática
Semana de 21/11	Um encontro para a aplicação da sequência didática
Semana de 28/11	Dois encontros para a aplicação da sequência didática
Semana de 05/12	Dois encontros para a aplicação da sequência didática
Semana de 12/12	Aplicação do questionário de reflexos
Semana de 10/12	Momento dedicado às entrevistas
Semana de 17/12	Momento dedicado às entrevistas
Dia 17/12	Término da pesquisa de campo

Fonte: O autor (2023).

5.1 UMA DENTRE INFINITAS POSSIBILIDADES

Para iniciar a construção da sequência didática, foi organizado um circuito em consonância com os conteúdos matemáticos previstos para o ano letivo dos participantes, bem como os saberes e conteúdos, a ser abordados em três etapas previstas: (i) A gravidade e o conceito de Geometria; (ii) Compreendendo a geometria dos répteis; (iii) Geometria Molecular e a relação de Euler. É fundamental compreender que esse circuito e a própria sequência didática foram alterados no decorrer da prática, tendo em vista a dinâmica inerente à sala de aula, os interesses, apontamentos e questionamentos dos estudantes. Entretanto, nesta seção, serão apresentadas as organizações antes do processo de intervenção propriamente dito. A Figura 8 traz um desenho apresentando o caminho medular da sequência didática.

FIGURA 8 – Desenho do caminho medular da sequência didática



Fonte: O autor (2023).

A programação descrita se construiu na relação com o currículo matemático e em como ele está organizado, isto é, considerando os requisitos necessários para os avanços no desenvolvimento do conhecimento; por exemplo, o ensino e a aprendizagem da Geometria Espacial pressupõem o conhecimento prévio da Geometria Plana. Mesmo assim, é importante que o professor se desgarre do que é fixo, compreendendo que mesmo essas estruturas preestabelecidas poderão e deverão ser transformadas, se a dinâmica da sala de aula despertar essa necessidade.

5.1.1 A gravidade e o conceito de Geometria

Para a introdução do conceito de Geometria, um dos assuntos principais desta sequência didática, pensamos em construir uma sequência de aulas em que os estudantes pudessem elaborar uma definição comum com sua turma. É necessário compreender que desenvolver uma definição matemática, em hipótese alguma, pode acontecer em detrimento da rigorosidade que a prescreve. Quando os estudantes recebem autonomia, é necessário que recebam também orientação, afinal construir a definição de Geometria não deve significar inventar; pelo contrário, é importante que seja uma sucessão de constatações da própria realidade, aliadas aos conhecimentos teóricos prévios dos estudantes, e inevitavelmente aconteça de forma reflexiva e tangível.

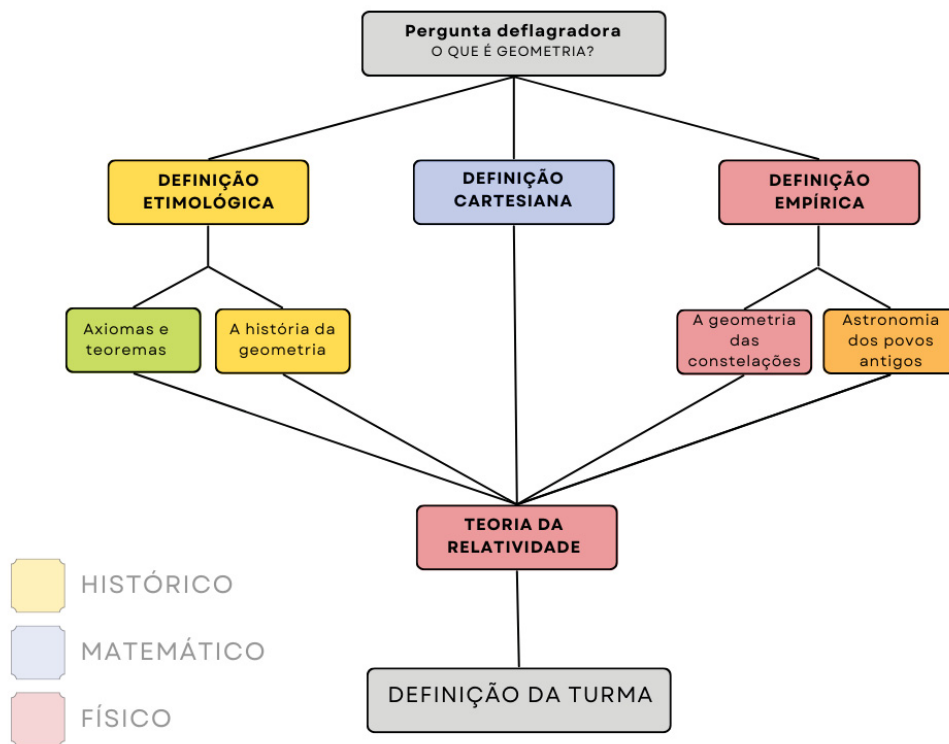
Nesse sentido, entendemos, como objetivo geral desta primeira etapa da sequência didática, definir o conceito de Geometria e, como objetivo específico, perceber a Matemática como uma ciência inacabada e, portanto, em construção histórica contínua, por meio, por exemplo, da modelagem de fenômenos presentes na natureza. Ao fim, temos, como objetivo complementar, conhecer a teoria da relatividade³, pois esperamos que os estudantes consigam, mesmo que prematuramente, perceber que a Geometria extrapola a abstração e está presente no espaço em que vivem.

Para o desenvolvimento desta etapa da sequência didática, assim como das demais, foi considerada a BNCC, assim como os planejamentos do NEM propostos e

³ A teoria da relatividade é uma teoria científica publicada em 1915 por Albert Einstein, que, sem pormenores, revela a gravidade como resultado do comportamento geométrico do espaço, o que se contrapõe às teorias newtonianas da gravidade.

estabelecidos oficialmente pela SEED-PR. Evidentemente, muitos objetos do conhecimento, conteúdos e habilidades compuseram esta primeira aula, portanto segue um esquema que pode auxiliar na compreensão dessa estratégia (Figura 9).

FIGURA 9 – Desenho da organização preliminar da sequência didática – parte 1



Fonte: O autor (2023).

A pergunta deflagradora “o que é geometria?” dá início à aula. Tendo em vista que essa pergunta já deve ter sido realizada no questionário de reconhecimento, não será uma surpresa; por essa razão, esperamos um processo de refinamento das respostas, uma vez que as respostas, que antes eram individualizadas, agora passarão pela lapidação do grupo. É importante que, quando o primeiro objetivo de uma aula é construir uma definição, o professor esteja preparado para que surjam definições bastante diferentes, além de outras que não respeitem o rigor teórico necessário.

Nesse sentido, o decorrer deste conjunto de aulas dependerá da lapidação da definição proposta inicialmente pelos estudantes. Esse premeditar organizacional é fundamental para um bom desenvolvimento da aula e para contornar questões teóricas, sem mencionar que a dinâmica e o perfil da turma geralmente conseguem fornecer indícios prematuros de qual caminho seguirá, mas o deixar brotar pode

fornecer ainda mais: transformação. Se o professor, certo de qual caminho será escolhido pelos estudantes de determinada turma, optar por iniciar sua aula nesse fluxo específico, castrará certos aprendizados daqueles estudantes, que poderiam descobrir outros caminhos e saberes.

É importante observar que, para o seguimento deste conjunto de aulas, o fluxograma prevê a possibilidade de surgimento de três principais tipos de definição. A primeira possibilidade é a definição etimológica, com o desmembramento da palavra de origem grega, tendo como prefixo “geo”, que significa terra, e o sufixo “metria”, autoexplicativo. Embora essa definição tenha um caráter linguístico, é inevitável que a aula se desdobre para uma explicação ou pesquisa para entender os motivos que ligam essa ciência ao prefixo “terra”. Cabe ao professor também decidir, dada a dinâmica da turma, tomar um caminho, que, por exemplo, explore os axiomas de Euclides, a diferença entre axioma e teorema e a compreensão dos três principais axiomas, podendo, inclusive, utilizar o primeiro axioma de Euclides⁴ para iniciar discussões sobre as constelações, o que confere com a estrutura proposta da sequência didática.

Os estudantes podem construir uma definição mais cartesiana, considerando elementos presentes nos estudos da disciplina, por exemplo, pressupondo a Geometria como o estudo de formas e figuras ou objetos geométricos. É importante ter em mente que esse tipo de definição é natural e geralmente aparece em turmas que possuem um perfil mais técnico e abstrato, claro, correndo aqui o risco de generalização.

A terceira possibilidade considera uma definição empírica, isto é, baseada na observação do que está presente na visão dos estudantes, como, por exemplo, definir a Geometria como o estudo das formas do nosso dia a dia. Neste caso, podemos trabalhar com estudos históricos do desenvolvimento da astronomia como ciência, amparados pela habilidade EM13CHS404, que propõe “identificar e discutir os múltiplos aspectos do trabalho em diferentes circunstâncias e contextos históricos e/ou geográficos, e seus efeitos sobre as gerações” (BRASIL, 2018), em particular, analisando as relações de produção e trabalho no contexto da Antiguidade, discutindo

⁴ O primeiro axioma de Euclides é um dos axiomas da obra *Os elementos*, do professor e matemático grego Euclides de Alexandria, que decreta: “Pode-se traçar uma única reta ligando quaisquer dois pontos”.

o papel dessas relações no desenvolvimento da Geometria e estudando a geometria presente nas constelações, considerando, portanto, as formas, linhas, distâncias etc.

Em todos os três casos, o professor deve orientar o percurso para que seja possível conhecer a teoria da relatividade proposta por Albert Einstein. Diante disso, cabe apresentar, mesmo que brevemente e livre de pormenores, a referida teoria, para que haja compreensão dos motivos da conexão entre o tema e a definição de Geometria.

A teoria da relatividade apresenta dois campos: um campo restrito, em que a gravidade é desconsiderada, portanto os estudos envolvem propriedades interessantes sobre o comportamento da luz e da matéria, sem que haja interação com a gravidade, possibilitando entendimentos singulares sobre esses objetos de estudo; e um campo mais interessante para a sequência didática, que é mais geral, contemplando a gravidade como um fenômeno geométrico, contrapondo-se à lei da gravitação universal, proposta por Isaac Newton. Em resumo, a teoria da relatividade geral demonstra que o comportamento geométrico do espaço gera o fenômeno que conhecemos como gravidade.

Apresentada a teoria, bem como diferenciados os campos restrito e geral, o professor deve utilizar um tecido representando o espaço; uma bola de metal mais pesada que representará um corpo massivo; e algumas bolas menores que representarão os corpos que serão afetados geometricamente pela ação gravitacional no espaço.

Essa etapa final permite certa provocação aos estudantes, com a finalidade de engajá-los nessa prática, para reconhecer que a Geometria extrapola a abstração presente na sala de aula, demonstrando que ela está presente no universo, palpável ou não.

5.1.2 Compreendendo a geometria dos répteis

Pensando em explorar certos conceitos de Geometria Plana e Espacial, como a bidimensionalidade ou a tridimensionalidade, bem como algumas figuras planas mais conhecidas, como triângulos, quadriláteros e pentágonos, foi pensado e desenvolvido um novo conjunto de aulas, com o objetivo inicial de transgredir os conceitos já estabelecidos, explorando agora a Geometria e a Biologia como eixos centrais das reflexões.

Considerando o entendimento inicial do termo “geometria” e partindo da imagem deflagradora de uma cobra-dragão, o professor irá perguntar: onde vocês percebem a geometria nesse animal? Uma vez que os estudantes já podem ter compreendido a Geometria como a ciência que estuda o espaço em que vivem, esperamos que sejam capazes de perceber o óbvio. A geometria se apresenta com certa obviedade nos répteis, que possuem a pele escamada, devido à necessidade de preservação da temperatura interna, o que faz deles animais ectotérmicos.

A aula poderá acontecer em três etapas claramente definidas, que serão articuladas com os estudantes. Após a discussão inicial, o professor abordará as diferenças entre os répteis e os anfíbios, com a Geometria sendo o pilar dessa discussão. Em um segundo momento, serão discutidas as formas como répteis são diferenciados e, claro, isso acontecerá principalmente pela observação da geometria das escamas. Por fim, os estudantes discutirão, com o professor, se a Geometria pode apontar indícios de que um réptil é venenoso.

A Figura 10 indica o desenho da organização preliminar desta etapa da sequência didática.

FIGURA 10 – Desenho da organização preliminar da sequência didática – parte 2



Fonte: O autor (2023).

5.1.3 Geometria Molecular e a relação de Euler

Para o último conjunto de aulas da sequência didática, foi pensada a construção de objetos geométricos para representar as moléculas mais conhecidas,

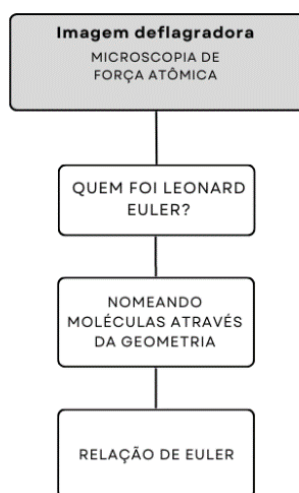
com o objetivo de apresentar os sólidos geométricos, percebê-los como objetos tridimensionais, reconhecer suas partes e, por fim, modelar a relação de Euler.

Ora, o universo e a própria vida são conhecidamente compostos pelo macro e pelo micro, isto é, o nosso corpo é formado por pequenos espaços atômicos, assim como ocupa o próprio espaço. Nesse sentido, esperamos que a sequência didática seja capaz de realizar um movimento de partir do macro nas constatações sobre o universo, transpassar a vida na Terra e caminhar para um entendimento sobre o microcosmos por meio das moléculas.

Para isso, foi pensada e desenvolvida uma estratégia de aulas em consonância com a BNCC, que concatenassem os estudos sobre os modelos moleculares e suas evidências empíricas, suas formas estruturais, eletrônicas e moleculares, visando a apresentar as suas nomenclaturas, sem perder de vista que moléculas sempre são objetos geométricos tridimensionais. Ao final, é esperado que os estudantes sejam capazes de perceber, quase empiricamente, a relação de Euler.

Para organizar as aulas, como guia ilustrativo dos objetivos, foi considerada a Figura 11.

FIGURA 11 – Desenho da organização preliminar da sequência didática – parte 3



Fonte: O autor (2023).

Em resumo, a aula partirá de uma imagem de microscópio de força atômica, para movimentar discussões e reflexões sobre a realidade das moléculas, tendo em vista os primeiros exemplos de modelo atômico e molecular, transpassando a história de um dos mais famosos matemáticos, Leonard Euler, para ao fim perceber a relação de Euler nos modelos construídos pelos próprios estudantes.

6 TRANSDISCIPLINARIDADE É VERBO

É necessário dizer o óbvio: a reforma do pensamento objetiva uma mudança de paradigma, em que a complexidade é o alicerce do ser e do saber. Perceber a complexidade como alicerce é trazer para a reflexão, dentre tantas coisas, que é necessária uma superação constante, dinâmica e racional das incertezas. A complexidade é a palavra-problema, não como um obstáculo insuperável, mas como um desafio que precisa ser explorado, entendido, respeitado e acolhido. A consolidação desse novo modelo de pensamento torna necessária a integração de saberes, o que requer o esforço de “enxergar o todo”. O conhecimento se torna, assim, uma unidade, um todo, que não pode ser entendido como um conjunto de partes separadas.

A consciência da interdependência entre as áreas do conhecimento é essencial para a compreensão e apropriação do conhecimento. Conhecer o que está além da fronteira de uma disciplina é necessário para conhecer o contexto de outras disciplinas e, finalmente, para compreender o todo. A partir da consciência dessa interdependência, surge a necessidade de uma abordagem transdisciplinar, que desafia os modelos tradicionais de conhecimento e pode levar a avanços significativos na compreensão da realidade.

É preciso que os saberes sejam articulados, para que possamos ter uma visão mais abrangente da realidade. Isso nos permite ver as relações entre diferentes áreas de conhecimento e, assim, compreender melhor o mundo ao nosso redor. Nesse sentido, entendemos o conhecimento pertinente como aquele que tem a capacidade de compreender o todo, e não apenas as partes.

Para elucidar parte dos objetivos desta investigação, dentre outros, reconhecer indícios do conhecimento pertinente dos estudantes, sobretudo na aprendizagem da Geometria, utilizamos o questionário de reconhecimento (Apêndice C). Além dos indícios do conhecimento pertinente da Geometria escolar, tivemos como objetivo identificar se os estudantes conseguem perceber o que a Geometria de fato estuda e quais relações eles estabelecem entre os conceitos geométricos e o espaço.

É importante salientar que esses indícios precisaram ser determinados nesse primeiro instrumento, no caso, o questionário de reconhecimento, porque as relações que os estudantes fazem entre a Geometria e o espaço em que vivem não deveriam

se pautar nos reflexos da prática transdisciplinar que foi construída, isto é, havia a necessidade de que esses dados fossem coletados anteriormente à aplicação da sequência didática, garantindo o rigor da pesquisa.

6.1 QUESTIONÁRIO DE RECONHECIMENTO

O questionário de reconhecimento foi aplicado a todos os estudantes que optaram pela participação na pesquisa, em todas as três turmas consideradas, totalizando 17 questionários respondidos pelos estudantes do 1º A, 15 questionários respondidos pelos estudantes do 1º B e 17 questionários respondidos pelos estudantes do 1º técnico, isto é, um total de 49 questionários respondidos por diferentes estudantes das variadas turmas.

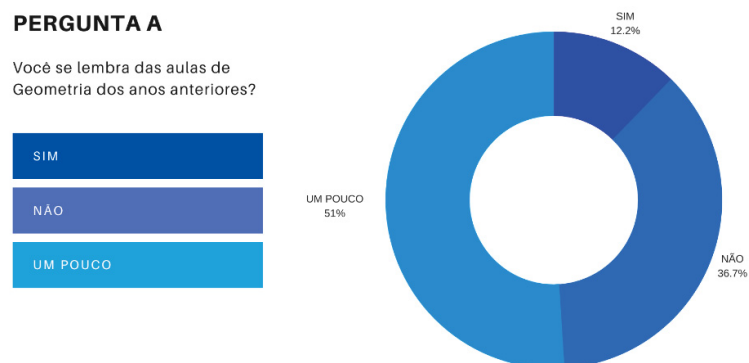
Na primeira pergunta – “você se lembra das aulas de Geometria dos anos anteriores?” –, tratando-se de turmas da 1ª série do Ensino Médio, é importante salientar que, durante todo o ano letivo, não foram trabalhados conteúdos de Geometria, portanto toda a intimidade dos estudantes com esses assuntos advinha particularmente dos anos anteriores do Ensino Fundamental II.

Essa primeira questão visou a compreender inicialmente se o estudante reconhecia ou ao menos percebia a fragmentação entre Geometria, Álgebra e Aritmética. Mais do que isso, tinha um papel fundamental de situar o participante no questionário. Podemos considerar que, ao responder “sim” ou “um pouco”, ele possuía ao menos uma compreensão rasa do que seja Geometria, percebendo que, mesmo na Matemática, existe uma fragmentação entre conhecimentos.

Para um entendimento mais amplo e profundo sobre as perguntas que se seguirão, será realizada uma análise quantitativa para fins de ilustrar os dados obtidos nesta fase da investigação.

Na turma 1º A, dois estudantes responderam que se lembravam das aulas de Geometria, cinco não se lembravam e dez lembravam um pouco. Na turma 1º B, dois estudantes responderam que se lembravam das aulas de Geometria, nove não se lembravam e quatro lembravam um pouco. Na turma 1º técnico, dois estudantes responderam que se lembravam das aulas de Geometria, quatro não se lembravam e 11 lembravam um pouco (Figura 12).

FIGURA 12 – Gráfico de reconhecimento: você se lembra das aulas de Geometria dos anos anteriores?



Fonte: O autor (2023).

O procedimento para a leitura flutuante dos questionários contou com uma divisão das turmas em ordem alfabética, isto é, foram lidos os questionários do 1º A, 1º B e, por fim, 1º técnico. Quando analisadas as respostas da questão: “para você, o que é Geometria?”, identificamos um grande número de pré-indicadores, isto é, os estudantes apresentaram conceitos e noções diferentes para a Geometria.

Vale ressaltar que essa questão tinha como objetivo levantar indícios do entendimento mais profundo do participante sobre a definição de Geometria, além de constatar que relações os estudantes estabeleciam entre os conceitos geométricos e o espaço em que vivem e, por fim, identificar reflexos da influência do conhecimento pertinente nesses estudantes.

As definições para Geometria partiram de alguns termos essenciais para o estudo dessa ciência, sendo eles: formas geométricas, espaço e figuras geométricas. Alguns estudantes apontaram a Geometria como parte do cotidiano, enquanto outros a definiram utilizando certo rigor matemático, considerando outros conceitos também importantes, como dimensão, tamanho, ângulos e distâncias.

É evidente nos dados que muitos não foram capazes de perceber ou definir a Geometria como ciência ou estudo e, durante a redação de suas respostas, a conceituaram mediante o apontamento de características ou objetos de estudo. Esse fato pode ser fruto direto da incapacidade de produzir uma redação adequada e não necessariamente representar a falta de entendimento sobre a Geometria como ciência, o que também não pode ser descartado.

Podemos utilizar a resposta do estudante Alessandro como exemplo, que informou: *“Geometria é uma figura geométrica que tenha altura, largura e comprimento”*. Já o estudante Danilo respondeu: *“O que eu entendo é que são todas as formas geométricas e que também envolve números, exemplos de formas geométricas: quadrado, triângulo e círculo”*.

É fundamental ressaltar que, mesmo se tratando de um problema de redação, necessariamente respostas como a de Alessandro demonstram dificuldade no entendimento sobre os conceitos. As duas respostas também nos fazem perceber que, nesse caso, a noção de Geometria aparece descolada do cotidiano.

Dois estudantes do 1º A trouxeram em sua resposta certa relação com o espaço em que vivem e o cotidiano. A estudante Karolaine definiu Geometria como *“formas geométricas, formas existentes na terra”*, enquanto Patrick indicou: *“A geometria são formas naturais, que geralmente são usados no nosso cotidiano. Até mesmo em desenho, os formatos básicos são usados no esboço”*. Nos dois casos, a ciência não é apontada, ou seja, os estudantes percebiam a Geometria sem a clareza de que se trata de uma parte dos estudos matemáticos, novamente a apontando como um emaranhado de elementos ou conceitos; mesmo assim, nesses exclusivos dois casos, os estudantes conseguiam perceber a Geometria como parte do espaço que eles habitam.

Quando realizada a leitura flutuante das respostas para a questão: “para você, o que é Geometria?” na turma 1º B, os termos frequentemente utilizados para a construção das definições foram: formas geométricas, peças geométricas e linhas, além de casos semelhantes em que os estudantes apresentaram definições incorporando outros conceitos, como área e perímetro. Apenas dois trouxeram definições corroborando para um entendimento da Geometria como parte do cotidiano e do espaço que habitam.

João relatou: *“Eu entendo que geometria é quase tudo do nosso dia a dia, que tenha forma quadrada, retangular, triangular ou redonda”*. Observamos que, mesmo que a Geometria apareça como parte do cotidiano, ela ainda está presa ao seu formato regular, isto é, não consegue expandir seu contexto teórico e avançar para formas irregulares; em outras palavras, o estudante percebia Geometria no seu cotidiano apenas quando ela se apresentava como a conhecida nas aulas anteriores, por meio de figuras geométricas planas e regulares.

Anna, com dificuldade de explorar a definição de Geometria, salientou: “*É sobre arte e matemática, só não sei explicar*”. A dificuldade de definir Geometria pode ser fruto da falta de uma retomada dos conceitos, intencional, afinal se trata de um questionário para o reconhecimento dos saberes prévios sobre o conteúdo; por outro lado, pode ser resultado da dificuldade de se expressar por palavras, mas necessariamente indica não haver clareza sobre essa dimensão geométrica que é visualizada e sentida diariamente por todos.

Na mesma questão, considerando o questionário para reconhecimento da turma do 1º técnico, os termos utilizados como essência para a construção das definições foram: formas, figuras geométricas e formatos. Dois estudantes exploraram outros conceitos, como ângulos, faces e vértices, e outras duas tiveram como cerne das suas respostas a presença da Geometria à sua volta ou na sua vida.

Bryan, por exemplo, definiu Geometria como “*estudo das formas geométricas, de acordo com cada forma é estudada o vértice, lado e face [...]*”. O estudante utilizou conceitos próprios da Geometria Espacial, mais precisamente, dos poliedros, para construir sua definição, a qual, porém, expõe uma perspectiva simplificadora, reducionista, sendo a Geometria vista como o estudo de formas específicas. Essa visão não é certa ou errada, apenas diferente da concepção complexa da vida.

Já Geovana definiu Geometria como “*[...] formas e um pouco de cada coisa que tem na nossa vida*”, enquanto Gabriella a percebia como “*um pouco de tudo que está na nossa volta, e além disso, também é o estudo das formas geométricas*”.

É notório, na fala da estudante Gabriella, que mesmo a sua percepção sobre a Geometria como parte da sua realidade ainda é distorcida, afinal ela entendia as formas geométricas como partes externas à sua volta. Entretanto, é fundamental compreender que exatamente o que estudou nas aulas que lhe permitiu dizer “*que é um pouco de tudo que está na vida*”; portanto, talvez nesse momento, a estudante estivesse num processo de construção do conhecimento pertinente.

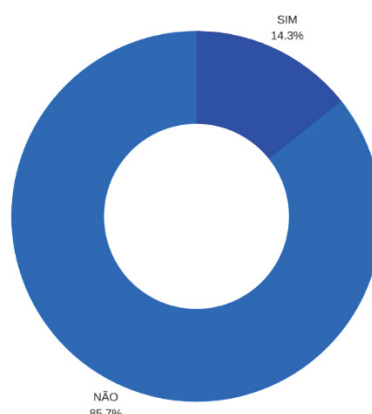
Em suas definições de Geometria, com raríssimas exceções, os estudantes não apresentaram indícios de que ela é mais do que uma parte da Matemática, mais do que um assunto descolado da sua realidade, isto é, não foi possível notar reflexos significativos na construção do conhecimento pertinente dos estudantes, na aprendizagem da Geometria. Ela apareceu, na fala desses estudantes, majoritariamente como um estudo sobre formas geométricas regulares que não possuem conexão com o real. Temos ter indícios dessa conclusão na Figura 13, que

mostra que apenas sete dos 49 estudantes utilizaram termos relacionando a Geometria com espaço, realidade, vida, Terra ou outras ciências, conceitos e disciplinas presentes na vida e no cotidiano deles.

FIGURA 13 – Gráfico de reconhecimento: as definições dos estudantes dialogam com o conhecimento pertinente?

PERGUNTA B

As definições apresentadas no questionário dialogam com o conhecimento pertinente dos estudantes?



Fonte: O autor (2023).

Para um olhar desatento, esses indicadores quantitativos podem mostrar que a utilização de conceitos que se relacionam com espaço, natureza e cotidiano consegue trazer evidências suficientes de que ao menos 14,3% dos estudantes relacionaram a sua realidade e a Geometria, o que não representa com fidelidade a realidade. A própria dificuldade de estabelecer a definição já demonstra a incapacidade de estabelecer intimidade com essa definição; mais do que isso, a incapacidade de perceber as formas geométricas como parte da realidade pode indicar que o entendimento da Geometria como parte do cotidiano é fruto direto da memorização de algum evento ou definição anterior, sem que essa definição tenha aplicabilidade, significado ou pertinência na realidade desse estudante.

Ainda nesse caminho investigativo, com o objetivo de compreender a relação que os estudantes estabeleciam entre os conceitos geométricos e o espaço em que vivem, os participantes foram convidados a marcar as imagens que consideravam estar relacionadas com Geometria. Novamente, o objetivo foi identificar se o estudante conseguia perceber algum vínculo entre o conhecimento geométrico, a vida e o cotidiano, assim como quais relações eram estabelecidas.

A maior parte dos participantes marcou o triângulo e o quadrado, indicados já no início da questão; entretanto, à medida que as imagens deixavam de ser as

usualmente utilizadas durante as aulas de Geometria, eles optavam por não as marcar. Apenas um pequeno número de estudantes reconheceu a sua escola como relacionada com a Geometria. Para uma visão mais ampla e um entendimento maior sobre essa dinâmica das escolhas, a Figura 14 traz as figuras disponibilizadas e a porcentagem de escolha dos estudantes, tendo em mente a possibilidade de indicar mais de uma figura.

FIGURA 14 – Infográfico de reconhecimento: porcentagens das escolhas relacionando imagens e Geometria



Fonte: O autor (2023).

De forma intencional, as imagens foram escolhidas e colocadas no questionário tendo como critério de ordem um fluxo que partiu de uma realidade menos contextual, com exemplos mais presentes nas aulas de Geometria, para exemplos mais contextualizados, finalizando com uma criança no balanço e duas imagens da escola em que estudavam.

Os dados demonstram que, à medida que a visualização avançava para a realidade do estudante, mesmo que não no cotidiano, isto é, presente na arte ou no espaço, ele apresentava mais dificuldade de relacionar a Geometria com a imagem; em outras palavras, justamente nesse fluxo, houve diminuição da representatividade

nas escolhas, o que pode evidenciar que os estudantes não conseguiam perceber a Geometria na sua realidade.

Vale ressaltar que, durante o processo de validação dos instrumentos de coleta de dados, em particular, dos questionários, todas as juízas que participaram do processo escolheram todas as imagens, com exceção de duas professoras, que deixaram de escolher a imagem que representa o universo (quarta imagem da questão). Uma delas indicou que a imagem do universo não estava muito clara. Nesse sentido, talvez exista uma dúvida: qual relação se estabelece entre Geometria e universo? Após a análise, percebemos também que existe certa dificuldade de compreender o universo como o objeto de estudo e os espaços como objetos geométricos, sendo necessário ter isso em vista, uma vez que os estudantes podem apresentar a mesma dificuldade.

Quatro estudantes escolheram todas as figuras como estando relacionadas com Geometria, sendo eles: Thiago, do 1º A; Maria Eduarda, do 1º B; Amanda, do 1º técnico; e Tais, do 1º técnico. Em particular, Amanda adicionou um comentário, em que justificou: *“Marquei todas, pois, tudo no nosso cotidiano é envolvido a geometria”*.

Ao final desta investigação, alguns estudantes (Bryan, do 1º técnico; Eduarda, Laura e Matheus, do 1º B) foram escolhidos para participar de uma entrevista, com o objetivo de compreender com mais profundidade alguns tópicos que seriam abordados adiante. Compreender suas respostas pode fornecer mais detalhes sobre a totalidade do processo investigativo, portanto segue uma breve análise.

Bryan escolheu todas as figuras como sendo relacionadas com Geometria, com exceção da imagem da garota sendo empurrada em uma gangorra. Eduarda escolheu a imagem do triângulo e do losango, bem como a do caracol. Tanto Laura quanto Matheus selecionaram apenas as duas primeiras imagens, mais usuais nos estudos da Geometria.

A partir das respostas do questionário, ocorreu a identificação dos pré-indicadores. A leitura inicial dos questionários possibilitou, num primeiro momento, a captura das frases e ideias relacionadas à definição de Geometria, dada a frequência, a qualidade da definição e a relevância para a resolução da pergunta norteadora, tendo em vista que pré-indicadores “são recortes de um discurso que conservam as propriedades da totalidade do sujeito, ou seja, de sua forma de pensar, sentir e agir, que sintetiza a realidade vivida/sentida” (SOARES, 2011, p. 157).

Como já mencionado, os indicadores são estabelecidos após a aglutinação dos pré-indicadores, o que é seguido do estabelecimento ou elaboração dos núcleos de significação, em particular, para a análise do questionário de reconhecimento. No Quadro 10, está a representação dos pré-indicadores, o que possibilitou definir os indicadores.

QUADRO 10 – Pré-indicadores e indicadores do questionário de reconhecimento

Pré-indicador (questionário de reconhecimento)	Indicador
Estuda as formas geométricas/figuras geométricas/ formas pontiagudas/peças geométricas/linhas/ formatos geométricos.	Estuda objetos e espaços geométricos, ignorando a realidade.
Estuda o espaço/formas existentes na Terra/formas do cotidiano/Arte e Matemática/formas naturais/ formas da nossa vida.	Estuda objetos e espaços geométricos, considerando a realidade.

Fonte: O autor (2023).

A partir dos indicadores e considerando o objetivo desta pesquisa, estabelecemos os núcleos de significação, sendo desconsiderada a necessidade de alteração ou aglutinação, tendo sua constituição revelada no Quadro 11.

QUADRO 11 – Indicadores e núcleos de significação do questionário de reconhecimento

Indicador	Núcleo de sSignificação
Estuda objetos e espaços geométricos, ignorando a realidade.	Definições cartesianas
Estuda objetos e espaços geométricos, considerando a realidade	Definições com inclinação ao conhecimento pertinente

Fonte: O autor (2023).

Ao analisar o núcleo resultante das definições cartesianas, isto é, as que exploraram conceitos descontextualizados, simplificadores e reducionistas da Geometria, mesmo que se atentando a noções, conceitos e objetos fundamentais presentes nessa ciência, fica evidente que os estudantes não conseguiam estabelecer relação significativa entre os conceitos geométricos e o espaço em que vivem, considerando os métodos tradicionais de ensino e aprendizagem. Mesmo as definições mais rigorosas não foram capazes de apresentar indícios de uma percepção da Geometria como o estudo do espaço em que vivem, presente na sua realidade e no seu cotidiano. Mais do que isso, as definições demonstraram infertilidade no que diz respeito ao conhecimento pertinente desses estudantes quanto à aprendizagem da Geometria.

Ao analisar o núcleo resultante das definições com inclinação ao conhecimento pertinente, vale ressaltar que uma parcela modesta dos estudantes

percebia, mesmo que de forma sutil, a presença da Geometria na sua realidade, cotidiano e vida. No entanto, ainda apresentaram muita dificuldade de expressar essa presença, o que demonstra pragmaticamente a falta de intimidade entre os conceitos e o conhecimento pertinente da Geometria.

Corroborando com os outros dados do questionário, incluindo a questão em que os estudantes foram convidados a selecionar as imagens que tinham relação com a Geometria, torna-se ainda mais perceptível que, numa perspectiva tradicional de ensino e aprendizagem, a noção da Geometria como estudo do espaço em que vivemos é mais do que sutil, é primitiva – primitiva porque os estudantes podem dispor de uma sensação, quase uma intuição, de que a Geometria está presente na realidade, no cotidiano e na vida, mas não conseguem perceber significado, aplicabilidade e pertinência.

6.2 DIÁRIO DE CAMPO

6.2.1 Ensinar é um rasgar-se e remendar-se

A estratégia estava pronta. A sequência didática havia passado por uma série de análises por mais de um professor, mais de um pesquisador, para só então ser aplicada no processo de intervenção nas turmas. O objetivo dessa sucessão de análises era garantir o rigor da pesquisa, mas, sobretudo, dispor de uma sequência didática capaz de identificar subsídios e possibilidades de exploração dos conceitos geométricos de maneira transdisciplinar, evidentemente, a fim de possibilitar o conhecimento pertinente nos estudantes.

O primeiro conjunto de aulas, referente ao estudo da teoria da relatividade e à definição do termo “geometria”, já considerava em seu planejamento a presença de múltiplos caminhos para a exploração do conceito de Geometria. No entanto, esse processo de pensar as possibilidades não garante que os caminhos serão os efetivamente explorados, mas certamente prepara o professor para explorar com mais confiança todos os caminhos que brotarem durante o processo. Trata-se, portanto, de uma estratégia didática, e não de um programa. Para Morin (2000b, p. 90),

[...] a estratégia deve prevalecer ao programa. O programa estabelece uma sequência de ações que devem ser executadas sem variação em um ambiente estável, mas, se houver modificação das condições externas,

bloqueia-se o programa. A estratégia, ao contrário, elabora um cenário de ação que examina as certezas da situação, as probabilidades, as improbabilidades. O cenário pode e deve ser modificado de acordo com as informações recolhidas, os acasos, contratempos, ou boas oportunidades encontradas ao longo do caminho.

Não se trata de algo inesperado que o cenário da sala e o percurso da prática sejam alterados; isso precisa ser considerado para possibilitar a assimilação dos estudantes no que se refere àqueles conteúdos pretendidos, em detrimento de uma exploração técnica, memorística e, por vezes, infértil. Nas palavras de Guérios (2002, p. 178),

[...] É a não deglutição do conhecimento em nome de sua assimilação, o que exige posicionamento didático flexível. Dá-se pela experiência que nos passa, nos transpassa, nos marca, ecoa, ressoa em nosso interior e, pela reflexão recursiva, será orientação para novas práticas, que se constituem, em si mesmas, ocasião para novas reflexões no processo de desenvolvimento profissional do professor que se faz e se constitui.

Nesse sentido, essa experiência foi pensada como uma viagem entre amigos, estrategicamente planejada, mas com espaço para explorar tudo aquilo de novo que brotasse durante o processo.

Esse parágrafo do texto foi escrito após a análise dos dados e, principalmente, após a aplicação da sequência didática. Quase como um exercício de futurologia do processo que se encontra a seguir, é possível antecipar que o que antes era uma sequência pensada para o processo formativo dos estudantes tornou-se também um processo formativo para o professor.

[...] o processo de formação está pensado como uma aventura, uma viagem não planejada e não traçada antecipadamente [...] Experiência formativa seria, então, o que acontece numa viagem e que tem a suficiente força como para que alguém se volte para si mesmo para que a viagem seja uma viagem interior. A formação é uma viagem, que não pode estar antecipada e uma viagem interior na qual alguém se deixa influenciar a si próprio, se deixa seduzir e solicitar por quem vai ao seu encontro, e na qual a questão é esse próprio alguém, a constituição desse próprio alguém e a prova de desestabilização e eventual transformação desse próprio alguém (GUÉRIOS, 2002, p. 205).

6.2.2 A gravidade e o conceito de Geometria

O primeiro encontro de aplicação da sequência didática ocorreu na turma 1º A, com o objetivo de explorar o conceito de Geometria e possivelmente determinar

uma definição pela turma. Já nos primeiros minutos de aula, o professor foi surpreendido com um assunto aleatório: os estudantes estavam obcecados por signos do zodíaco e em como as características desses signos podiam afetar as suas vidas.

Pois bem, o planejamento que havia sido construído foi sumariamente modificado, de forma dinâmica e quase instantânea. Frisamos que essa dinâmica intrínseca de modificação da estratégia de aula pode ser quase instantânea, mas não acontece de modo automático, requerendo do professor uma disposição preliminar de deixar que esses processos essencialmente dinâmicos aconteçam, além de ter intimidade com os conteúdos matemáticos, culturais e científicos e possuir a ousadia e a habilidade de explorar.

O docente contornou por um breve momento a conversa dos estudantes, que ficaram visivelmente chateados por mudar de assunto. “*O que é Geometria?*”, perguntou o professor. Quase imediatamente, os estudantes começaram a explorar aquelas definições respondidas no questionário de reconhecimento. À medida que avançavam em um *brainstorm*⁵, lapidavam as definições dos colegas, mas ainda continuavam apresentando características, conceitos e objetos que são estudados pela Geometria, não a definindo.

Essa foi uma belíssima oportunidade também para trazer à luz da reflexão a diferença entre caracterizar algo e definir algo. O professor ressaltou que caracterizar está relacionado com a apresentação de características de algo, enquanto definir vem do latim *definiri*, isto é, dar fim. Quando definimos algo, damos fim à nossa incompreensão sobre aquele conceito que antes explorávamos.

O estudante Danilo não se conteve e disse: “*A Geometria estuda tudo!*”. Em seguida, Thiago ressaltou: “*Tudo tem Geometria, o quadro tem os quadradinhos e é um retângulo*”. Essas constatações não tinham nada de errado, porém o professor ainda não estava satisfeito com tais definições. Essa insatisfação natural do docente advinha das caracterizações da Geometria que ainda não eram precisas e levavam ao equívoco de ora serem muito amplas, ora considerando apenas elementos geométricos regulares, como quadrado e retângulo.

Pautado na discussão que emergira no início da aula e a partir das primeiras definições construídas pelos estudantes, o professor perguntou: “*Se a Geometria*

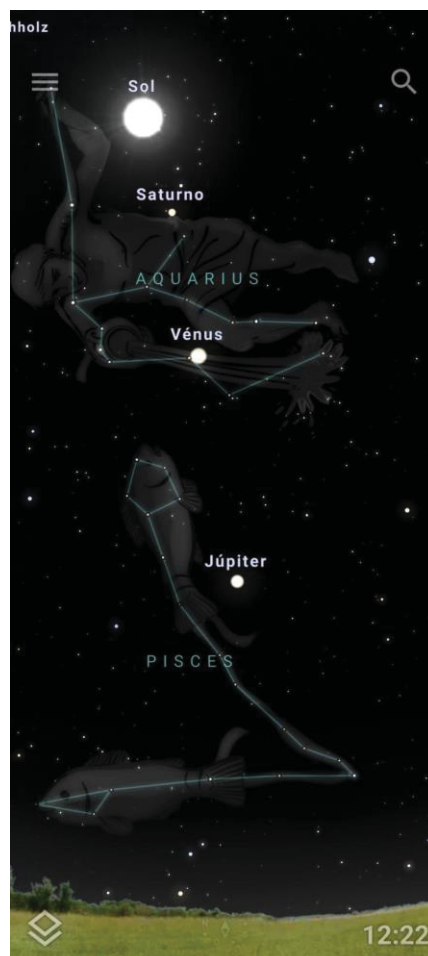
⁵ Técnica que tem como objetivo gerar ideias e soluções criativas para um problema específico. Durante a sua realização, os participantes são incentivados a apresentar suas sugestões de forma livre e aberta, enquanto discutem e avaliam as contribuições dos demais membros do grupo.

estuda tudo, será que ela estuda os signos?”. O objetivo era possibilitar uma discussão que já era pensada, tomando as constelações como objetos de estudo.

Nesse sentido, foi solicitado que os estudantes fizessem o *download* do aplicativo Stellarium. Sem pormenores, esse aplicativo mostra as estrelas e, conseqüentemente, as constelações, além de outros corpos celestes, de forma gráfica, atualizada constantemente de acordo com a posição dos astros. O usuário pode, por exemplo, mexer seu celular e acompanhar o movimento da Agência Espacial Internacional ou descobrir a posição de uma estrela que está a oito anos-luz de distância do nosso planeta.

A Figura 15 traz um *print* tirado no dia 5 de fevereiro de 2023 para ilustrar a constelação mais próxima do Sol, no caso, a constelação de Aquário, que define o signo astrológico da pessoa que nasceu nesse mesmo dia. Os estudantes puderam explorar a posição dos signos deles, as principais constelações e estrelas, mas, mais do que isso, muitas discussões científicas emergiram desse processo.

FIGURA 15 – *Print* do aplicativo Stellarium no dia 5 de fevereiro de 2023



Fonte: O autor (2023).

Parte da discussão se pautou no primeiro axioma de Euclides, que diz que se pode traçar uma única reta ligando quaisquer dois pontos. De modo bastante inesperado e fértil, essa discussão possibilitou reflexões e abordagens mais rigorosas sobre a viagem da luz no espaço e, conseqüentemente, as teorias da relatividade (geral e restrita). Em resumo, os estudantes chegaram, com o professor, à conclusão de que as estrelas que vemos no céu estão no mínimo a oito anos-luz de distância; portanto, o que enxergamos no céu não são as estrelas, mas o reflexo do passado dessas estrelas.

Ao final deste conjunto de aulas, após as discussões sobre a teoria da relatividade geral, um estudante disse: *“Eu acho que a Geometria estuda tudo no Universo”*. Com a interação dos colegas e do professor, os estudantes concluíram que a Geometria estuda o universo e todos os elementos presentes nele.

A turma 1º B, por sua vez, apresentou uma proposta diferente para a construção da sua definição, partindo da Geometria como a junção do prefixo “geo” com o sufixo “metria”.

O início da aula ocorreu com a tentativa de retomada histórica, porque o termo “geometria” advém da noção de medir terra. Foram discutidas, assim, a teoria de que a Geometria surgiu como uma necessidade de medir as terras agricultáveis no Antigo Egito, inclusive, quando havia cheias do rio Nilo. Durante as reflexões, fez-se necessário, devido às dúvidas dos estudantes, estruturar a Geometria entre Geometria Plana e Geometria Espacial, utilizando exemplos bastante comuns para ilustrar. O professor fez a nomeação de algumas formas geométricas, sempre lembrando que elas geralmente são formas regulares, o que não representa a Geometria em sua totalidade.

Dentre as observações feitas em sala, duas falas do estudante Matheus chamaram muita atenção. Quando perguntados se a mesa da sala era geométrica, ele respondeu: *“Sim, porque ela é uma forma geométrica”*. Essa resposta demonstra que parte do objetivo podia ter sido alcançado, uma vez que o estudante havia percebido que as formas não necessariamente são regulares e que a própria mesa se dispõe no espaço em que ele vive, portanto é geométrica. Matheus foi ainda mais longe e estabeleceu que: *“a Geometria Plana é o estudo do impossível”*.

Tal declaração saltou aos ouvidos do docente, que buscou compreender o que o estudante propôs com essa definição. Matheus afirmou que, se a Geometria

Plana estuda formas bidimensionais, isto é, com apenas duas dimensões, e considerando que tudo no espaço possui três dimensões, ela estuda o impossível, aquilo que não existe. Essa observação demonstra que o estudante já havia realizado um grande movimento desde sua definição de Geometria no questionário de reconhecimento: ao reconhecer a Geometria como o estudo do espaço em que vive, a Geometria Plana estuda aquilo que não está no espaço. Apesar de o estudante não estar errado na sua observação, foi necessário que o professor tivesse a perspicácia de lembrar a importância do estudo da Geometria Plana; caso contrário, o estudante poderia perceber a Geometria Plana como desnecessária.

Utilizando o vídeo *Quarta dimensão explicada por Carl Sagan*⁶, o docente discutiu com os estudantes a necessidade de explorar a Geometria Plana, não como algo material, mas como uma ferramenta importante para o entendimento abstrato de duas dimensões. Esse vídeo também possibilitou a contextualização da teoria da relatividade geral e a teoria da relatividade restrita.

Os estudantes concluíram, com o auxílio do professor, que hoje a Geometria perdeu seu caráter restrito de estudar a Terra e pode ser entendida como o estudo de tudo que existe no espaço em que vivemos, seja ele físico ou imaginário. Essa questão do imaginário surgiu a partir da fala do estudante Matheus, mas também a partir de um debate em que os estudantes perceberam que tudo que visualizamos em nossas mentes é geométrico, porque parte da realidade material.

Os estudantes desta turma conseguiram explorar ainda mais e perceberam que a Geometria está presente no próprio corpo humano. Utilizando uma fita métrica, foram exploradas, com o auxílio da internet, constatações de Leonardo Da Vinci a respeito do homem vitruviano, fazendo registros nos cadernos. Muito foi falado também a respeito da sequência de Fibonacci e do número de ouro. Os estudantes perceberam, é claro, que aquelas constatações não são precisas, o que motivou mais as discussões em sala. Consideraram que nada é preciso quando falamos de natureza e isso não tira a beleza dela, muito menos a complexidade da Geometria.

Por fim, a turma do 1º técnico não conseguiu explorar com tanta plasticidade o percurso do primeiro conjunto de aulas, que foi seguido a partir de uma definição etimológica da palavra “geometria”, assim como a turma 1º B. Os estudantes não exploraram o novo, sendo necessário que o professor utilizasse as figuras

⁶ Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=3SjypFc_wuU. Acesso em: 3 maio 2023.

geométricas básicas e já conhecidas para definir conceitos também básicos, como área e perímetro. O estudante Bryan, em particular, demonstrou-se evidentemente incomodado com essa exploração dos conceitos, salientando repetidamente seu interesse em realizar apenas cálculos.

A primeira hipótese que podemos levantar a respeito se refere ao grande número de disciplinas de caráter técnico que a turma teve durante o ano, o que poderia interferir na exploração do que é novo, afinal os estudantes estavam acostumados com uma dinâmica cartesiana. Mesmo não sendo possível confirmar isso, um fenômeno é certo, semelhante a uma advertência, nas palavras de Guérios (2002, p.176): “O novo brota sem parar em espaços intersticiais [mas] é preciso deixar o novo brotar”.

Para Guérios (2002, p.175), espaço intersticiais são

[...] espaços para a realização de projetos e de inovações no modo de fazer, no modo de agir, no modo de pensar. Se forem novos projetos [...] as rotas terão que ser construídas. Quando estiverem frente a projetos previamente conhecidos, o modo de ação será inovador: é a dinamização do técnico.

Espaços intersticiais não são, portanto, exclusivamente espaços físicos; podem ser, mas podem também corresponder a janelas de exploração que emergem justamente do inesperado. Nesse sentido, o brotar pode existir, mas será muito austero se os estudantes não permitirem o brotar. Essa conquista se faz, assim, quase como um processo de despertar e cativar os estudantes ou, para utilizar a analogia do brotar, segue-se semeando e fertilizando, sem se preocupar em quando o brotar irá acontecer.

Ao final do conjunto de aulas, sendo necessárias uma discussão e muitas reflexões sobre o comportamento geométrico do espaço, parte dos estudantes conseguiu perceber que a Geometria pode ser entendida como o estudo do espaço em que vivem.

O rasgar-se e remendar-se, como um recurso inerente à prática transdisciplinar na perspectiva da complexidade, foram capazes de extrapolar o processo de ensino e alcançar o processo de aprendizagem, transformando a turma 1º A em um campo fértil de reflexões e questionamentos.

Ao final das aulas, cujo foco foi a teoria da relatividade geral, uma das estudantes perguntou: “*Se a Geometria está em tudo, existe Geometria na Arte?*”. O

primeiro pensamento do professor foi retomar o quadro *Monalisa*, do pintor renascentista Leonardo Da Vinci, que estava presente no questionário de reconhecimento. É engraçado como muitas dúvidas e reflexões podem saltar na mente de um professor em tão pouco tempo. A resposta, claro, foi sim.

Tomar a *Monalisa* como objeto de estudo e examinar os cálculos e padrões presentes pode ser um exercício interessante de exploração da Geometria como elemento basilar da arte. No entanto, sem o detalhamento necessário, esse exercício é capaz de suscitar a ilusão de que os padrões geométricos foram impostos pelo pintor da obra, e não que eles se apresentam nas obras de forma orgânica. A Geometria pode ser percebida como artificial, e não como retrato da materialidade do espaço em que vivemos. O objetivo do professor, ao responder a essa pergunta, era produzir uma reflexão que fizesse o estudante compreender que, se a arte expressa por muitos meios a própria realidade e a surrealidade e a Geometria pode ser entendida como o estudo do espaço, então, a arte é também expressão daquilo que é geométrico.

Retornando à pergunta da estudante, como o dia estava ensolarado, o professor propôs que os estudantes saíssem da sala de aula e fotografassem tudo que no entendimento deles estivesse relacionado com Geometria. O objetivo, no momento, era possibilitar reflexões que os fizessem perceber que não é possível tirar sequer uma foto sem que a Geometria esteja presente.

Ao final da aula, foi solicitado a todas as turmas que encaminhassem fotos que tivessem alguma relação com a Geometria. Os estudantes realizaram individualmente ou em grupo o processo de fotografia de ambientes e elementos da escola, cidade e rotina; após uma seleção, o docente percebeu a necessidade de questionar em grupo como percebiam a Geometria em cada imagem. Algumas das fotos selecionadas e relatos dos estudantes são apresentados a seguir.

FIGURA 16 – As nuvens são geométricas



Fonte: O autor (2022).

Os estudantes começaram revelando o portão “cheio” de geometria, percebendo as formas lineares presentes nele; em um segundo momento, identificaram que as nuvens possuem formas geométricas aleatórias, que mudam constantemente (Figura 16).

FIGURA 17 – Os olhares são geométricos



Fonte: O autor (2022).

Os estudantes apontaram que o formato do olho é oval, mas, com um pouco de reflexão em grupo, perceberam que o olho é, na verdade, esférico. Eles relataram que a sobrancelha e, inclusive, as máscaras possuem formas geométricas (Figura 17).

FIGURA 18 – Lugares, bares e esquinas são geométricos



Fonte: O autor (2022).

Evidentemente, os estudantes perceberam as janelas, as bolas, as mesas, a cadeira, como geométricas. Por mais que a imagem pareça bastante usual, ela possibilitou a discussão sobre o nome dos objetos. O professor explicou que o formato da bola é esférico e que o forma oval se aproxima de um formato que, com rigor matemático, denominamos elipsoide. Essa foto possibilitou o retorno de uma breve discussão sobre a trajetória elíptica dos planetas e, até mesmo, a apresentação dos elementos que compõem uma esfera (Figura 18).

FIGURA 19 – A aventura de uma roda gigante é geométrica

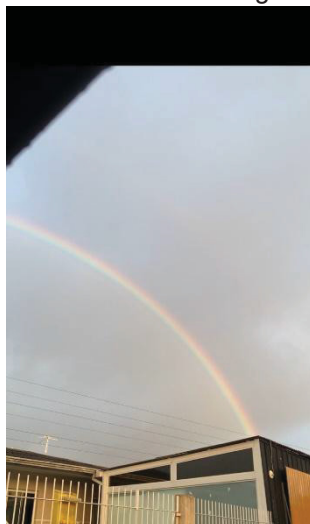


Fonte: O autor (2022).

Os estudantes revelaram que a Geometria está na construção da própria roda gigante, na base que a segura, chegando à conclusão de que todas as peças que formam o círculo são, na verdade, triângulos. Diante disso, o professor utilizou três lápis de cor para mostrar que, diferentemente dos quadriláteros, os triângulos são as

únicas formas rígidas, portanto garantem mais segurança para a construção e para os movimentos próprios do brinquedo (Figura 19).

FIGURA 20 – Arco-íris são geométricos



Fonte: O autor (2022).

Além de apontar os detalhes mais óbvios, os estudantes observaram que o arco-íris está quase perfeitamente alinhado com a aresta da parede. Nesse momento, a estudante Vitória, com outros estudantes, começou a refletir que os formatos das figuras geométricas não são necessariamente regulares; logo, formatos aleatórios também são geométricos (Figura 20).

FIGURA 21 – A cozinha da minha escola é geométrica



Fonte: O autor (2022).

Na Figura 21, os estudantes ficaram obcecados em determinar formas geométricas e seus nomes mais apropriados. Ao final, perceberam o botijão de gás

como um cilindro, o forno e o fogão como próximos a cubos. Nessa etapa da aula, foi possível perceber que os estudantes estavam se esforçando para superar a planificação; estruturando melhor os pensamentos, conseguiram utilizar os nomes mais apropriados da Geometria Espacial, em detrimento do uso do termo “quadrado”, por exemplo.

À medida que o professor avançava nas fotos, os estudantes iam explorando cada detalhe geométrico, processo que permitiu que eles percebessem os espaços, as formas e os diferentes ambientes, sempre tentando identificar a presença de formas e figuras já conhecidas (Figura 22).

FIGURA 22 — As portas da minha escola são geométricas



Fonte: O autor (2022).

Ao chegar à Figura 23, os estudantes questionaram se haveria diferença na sustentação se houvesse um pilar cilíndrico ou em forma de prisma de base quadrada. Com o auxílio do professor, eles concluíram que os cilindros distribuem melhor o peso gerado, devido à falta de vértices na base do sólido. Outros elementos foram discutidos, como, por exemplo, o motivo de a tampa do bueiro ser redonda.

FIGURA 23 – Os muros da minha escola são geométricos



Fonte: O autor (2022).

Por mais óbvio que pareça do ponto de vista geométrico, os ladrilhos colocados nas escadarias do colégio (Figura 24) suscitaram uma reflexão bastante interessante. Os estudantes perceberem que as escadas, que foram decoradas com mosaicos pelos ex-estudantes (parentes de muitos dos atuais), hoje são percebidas como geométricas.

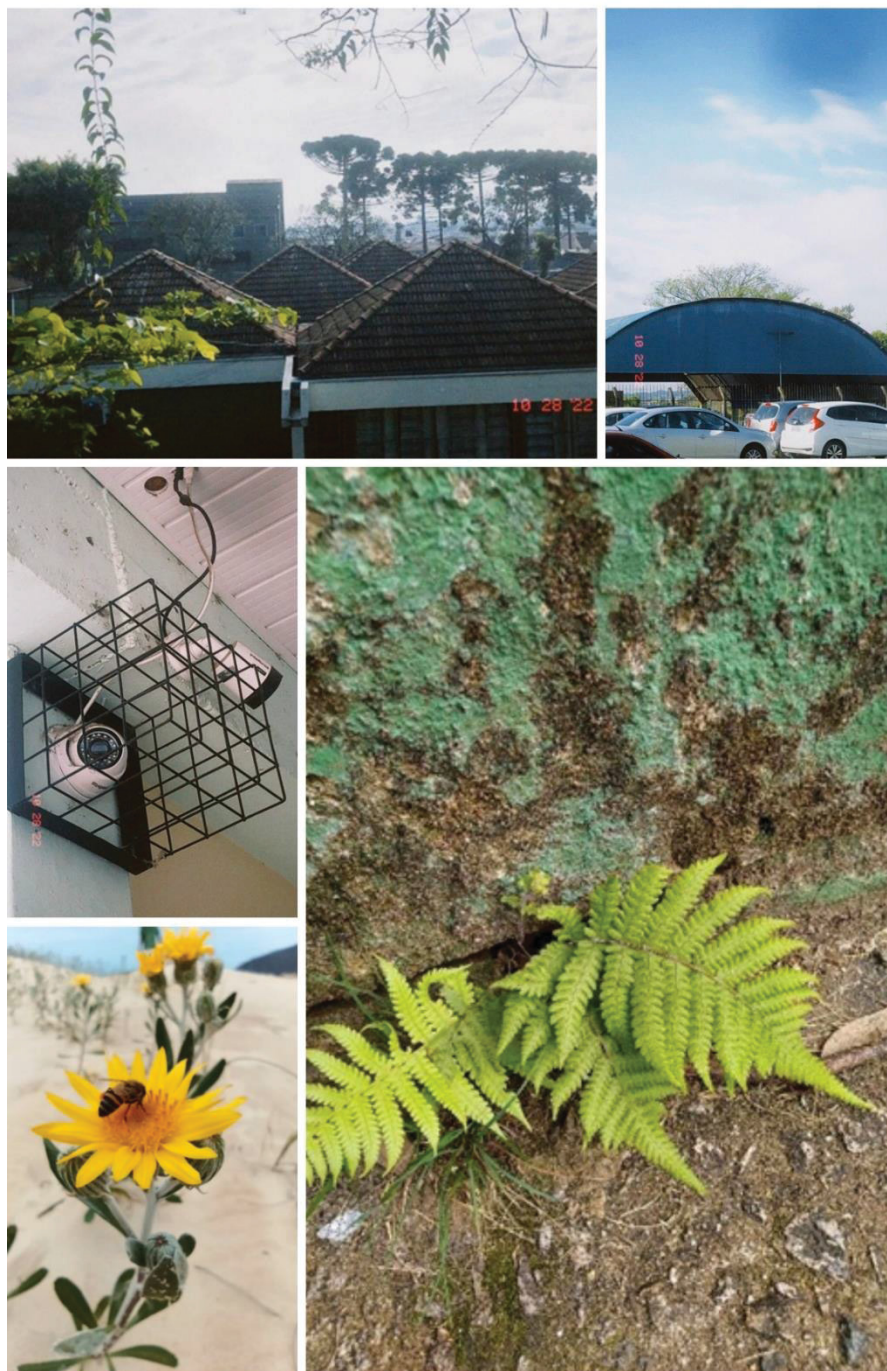
FIGURA 24 – Os mosaicos que meu primo fez na escada da minha escola são geométricos



Fonte: O autor (2022).

Muitas figuras foram trazidas para a conversa com o grupo de estudantes, como pode ser visto na Figura 25.

FIGURA 25 – Mosaico com algumas das fotos dos estudantes



Fonte: O autor (2023).

Quase ao final desta prática, após os estudantes apresentarem seus entendimentos sobre a presença de Geometria nas fotos, foi possível perceber que eles conseguiram transgredir a regularidade da Geometria previamente conhecida da sala de aula e identificá-la nos menores detalhes das suas vivências. A beleza dos argumentos, das reflexões presentes nos diálogos, talvez não pudesse ser captada nem pelas mais precisas metodologias da análise de conteúdo e discurso. Talvez

fosse interessante ter um poeta presente e, quiçá, seria possível capturar a beleza presente nos significados dos estudantes.

O amanhecer é um dos momentos mais belos do dia, quando a natureza desperta lentamente e o céu é colorido por uma intensa paleta de tons. Nessa hora, a luz é suave e brilhante e as formas se tornam mais nítidas. É nesse momento que podemos ver as esferas formadas pelas pequenas gotas do orvalho da manhã (Figura 26).

FIGURA 26 — O orvalho da manhã é geométrico



Fonte: O autor (2022).

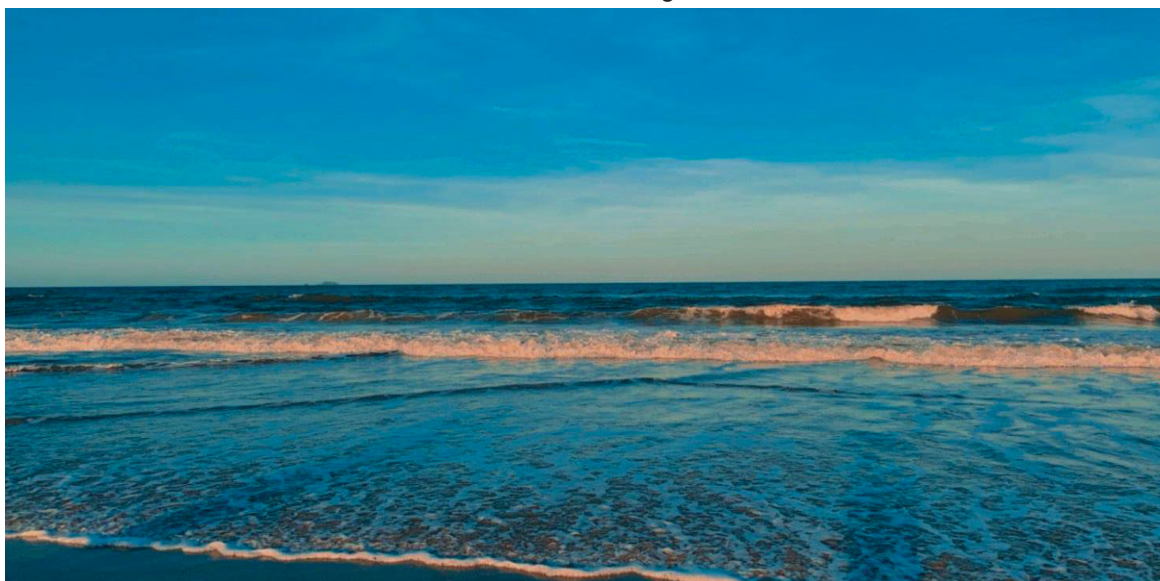
O entardecer é uma hora mágica do dia, quando o Sol se põe lentamente e o céu se transforma em um *show* de cores. As nuvens se tornam rosadas, alaranjadas e avermelhadas, enquanto o Sol desaparece no horizonte. Nessa hora, a luz do Sol é fraca e suave e os fótons são liberados na atmosfera. Esses fótons são partículas subatômicas responsáveis pela transmissão da luz e da cor; graças a eles, podemos apreciar as cores do entardecer. Assim como as esferas no amanhecer, os fótons no entardecer são um testemunho da beleza e da complexidade da natureza. Quando atingem nossos olhos, vemos as cores brilhantes e vivas do entardecer, transformando o céu em um quadro e lembrando que a Geometria pode estar presente até mesmo nas menores partes do nosso espaço (Figuras 27 e 28).

FIGURA 27 – O entardecer é geométrico



Fonte: O autor (2022).

FIGURA 28 – O mar é geométrico



Fonte: O autor (2022).

Uma formiga é um pequeno inseto comum que pode ser visto trabalhando incansavelmente, carregando sua carga pelo chão. Embora seja pequena, é uma prova da habilidade da natureza de criar formas geométricas perfeitas. Sua caminhada é uma linha reta e direta e sua trilha forma padrões regulares e repetitivos. Além disso, a colônia de formigas pode ser vista como uma estrutura geométrica complexa, com galerias e caminhos que se ramificam em padrões regulares. A formiga é, assim, um exemplo da maneira como a Geometria pode ser encontrada em todos os aspectos da natureza, mesmo nas coisas pequenas e aparentemente simples (Figura 29).

FIGURA 29 — Até uma formiga é geométrica



Fonte: O autor (2022).

Os estudantes conseguiram extrapolar a simplificação da Geometria, ao ponto de ser possível compreender o próprio movimento como algo que acontece numa perspectiva geométrica, isto é, o movimento sempre acontece dentro de um espaço com medidas, padrões e relações específicos, por meio de fenômenos da Física. A Figura 30 e seus significados são poesia, por isso nada melhor que uma para descrevê-la.

FIGURA 30 – O movimento é geométrico



Fonte: O autor (2022).

Nossos corpos são como uma brisa,
Movem-se como curvas suaves ou parábolas
Em uma coreografia perfeitamente matemática.

Nossos braços se estendem,
Como retas perfeitas,
Nossas pernas se movem,
Em ângulos agudos ou obtusos.

A Geometria é presente em cada passo,
Em cada gesto de nossas mãos.

Nossos corpos são obras de arte,
Tendo o espaço como uma tela em branco.

Para todo lado, os estudantes começaram a perceber que a Geometria extrapola a realidade da sala de aula, a partir do momento em que eles conseguiram compreender e definir que é o estudo do espaço em que vivem; mais do que isso, à medida que avançaram nas análises das imagens, conseguiram perceber que a Geometria extrapola aquilo que é cartesiano, linear, fragmentador e simplificador. O processo aconteceu em duas partes e isso só tornou ainda mais potente a prática, tendo em vista que, em determinado momento, os estudantes fotografaram o que eles, individualmente, percebiam como Geometria. Ao passo que as imagens avançavam em uma análise em grupo, o extrapolar avançou, isto é, eles começaram a superar uma visão fragmentada, simplificadora, regular e linear da Geometria. As formas geométricas não eram mais aquelas exclusivamente regulares, apresentadas pelos professores nas aulas.

6.2.3 A geometria dos répteis

Como planejado, a aula sobre a geometria dos répteis iniciou com a apresentação de uma imagem deflagradora de uma cobra-dragão, escolhida devido à sua pele com escamas, que são evidentemente tridimensionais (Figura 31), ou seja, o objetivo era perceber como os estudantes compreendiam a tridimensionalidade na pele do animal.

FIGURA 31 – Cobra-dragão



Fonte: <https://encurtador.com.br/pqz24>. Acesso em: 19 mar. 2023.

Uma situação aconteceu no início da aula na turma 1º B. A estudante Anna ficou extremamente incomodada com a imagem da cobra e não conseguiu olhar os *slides* que vieram a seguir. Todos os animais, sejam eles lagartos, tartarugas ou

cobras, causam certo desconforto na estudante, o que não era esperado pelo professor – essa reação não era esperada, principalmente porque o docente nunca havia trabalhado Biologia com os estudantes e, portanto, era incapaz de prever isso. Mais do que instantaneamente, o professor percebeu que as escolhas de temas precisam ser cautelosas.

Após a sequência anterior, a capacidade dos estudantes estava aguçada e eles começaram a revelar a presença da Geometria na cobra. As escamas são tridimensionais, ressaltou um estudante. Os olhos da cobra são esferas e até a posição dela é geométrica, complementaram os demais.

Numa segunda etapa, o professor apresentou as principais diferenças entre anfíbios e répteis, de modo que os estudantes demonstrassem facilidade em determinar de que modo a Geometria se apresenta como crucial para essa constatação, que é científica. Foram discutidas três principais características, apresentando imagens para fundamentar as reflexões.

Em resumo, os répteis e os anfíbios são dois grupos distintos de animais com algumas diferenças importantes. Assim como os anfíbios, os répteis são animais de sangue frio, também conhecidos como ectotérmicos, o que significa que sua temperatura corporal varia com a temperatura do ambiente; todavia, como parte das espécies de répteis é geralmente encontrada em regiões semiáridas, eles têm escamas, pele seca e não possuem glândulas mucosas. A Figura 32 apresenta a foto de um iguana verde, réptil bastante presente na América Latina, enquanto a Figura 33 traz a foto de uma salamandra com a pele sem escamas, devido ao seu hábitat geralmente úmido.

FIGURA 32 – Iguana verde



Fonte: <https://encurtador.com.br/fiwUV>. Acesso em: 19 mar. 2023.

FIGURA 33 – Salamandra



Fonte: <https://encurtador.com.br/gmsMW>. Acesso em: 19 mar. 2023.

Não foram necessárias mais explicações; os estudantes conseguiram perceber que a geometria das escamas era uma das características mais fundamentais para discernir entre répteis e anfíbios.

Na continuidade, o professor apresentou o fato de que os répteis são ovíparos (botam ovos) e seus ovos são revestidos por uma casca resistente; pelo contrário, os ovos dos anfíbios, que também são ovíparos, não possuem casca protetora e devem ser mantidos úmidos para se desenvolver corretamente. Alguns estudantes comentaram que os ovos possuíam formatos diferentes, afinal os ovos de répteis são ovais, enquanto os de anfíbios são esféricos. A Figura 34 apresenta a foto de ovos de uma tartaruga, enquanto a Figura 35 apresenta os ovos de um anfíbio, mais esféricos.

FIGURA 34 – Exemplo de ovos de répteis



Fonte: <https://encurtador.com.br/uCQY8>. Acesso em: 19 mar. 2023.

FIGURA 35 – Exemplo de ovos de anfíbios



Fonte: <https://encurtador.com.br/jlsIK>. Acesso em: 19 mar. 2023.

A metamorfose também foi considerada para fins de reflexão com os estudantes, o que gerou debates interessantes sobre a Geometria, tendo como perspectiva corpos em constante transformação no espaço em movimento. À medida que a aula avançou, o professor trabalhou a diferenciação entre espécies de lagartos a partir do formato dos membros e da pele abdominal.

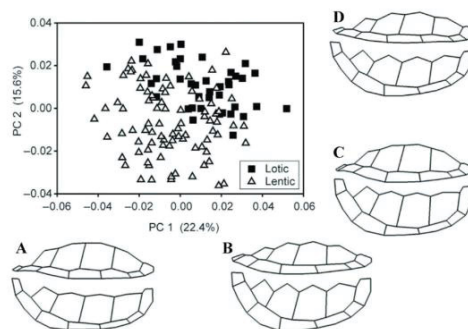
Foram abordadas também outras reflexões interessantes a partir das indagações dos estudantes, como, por exemplo, a diferenciação entre tartarugas aquáticas e terrestres, tendo em vista a aerodinâmica do casco. Para esse fim, foi utilizada a pesquisa *Geometric morphometric sinherpetology: modern tools forenhancing the study of morphological variation in amphibians and reptiles* (KALIONTZOPOULOU, 2011), do Centro de Investigação em Biodiversidade e Recursos Genéticos da Universidade do Porto, em Portugal, para auxiliar nas discussões.

A diferenciação geométrica entre as tartarugas terrestres e aquáticas pode ser visivelmente percebida na geometria dos animais. Em tradução livre,

[...] as tartarugas de água doce do gênero *Pseudemys* que habitam regimes de água de fluxo rápido apresentam uma carapaça significativamente mais aerodinâmica, enquanto aquelas que habitam regimes de fluxo lento são mais abobadadas (KALIONTZOPOULOU, 2011, p. 16).

A Figura 36, presente na pesquisa mencionada anteriormente, representa essas variações de caráter evolutivo. As tartarugas de hábitat aquático possuem um casco aerodinâmico, enquanto as tartarugas de hábitat terrestre apresentam um casco mais robusto, preparado para a sobrevivência a predadores.

FIGURA 36 – Estudo sobre o casco de tartarugas de águas correntes



Fonte: Kaliontzopoulou (2011, p.16).

As Figuras 37 e 38 ilustram essa diferenciação, que foi amplamente discutida com os estudantes.

FIGURA 37 – Tartaruga terrestre



Fonte: <https://encurtador.com.br/FMN09>. Acesso em: 19 mar. 2023.

FIGURA 38 – Tartaruga aquática

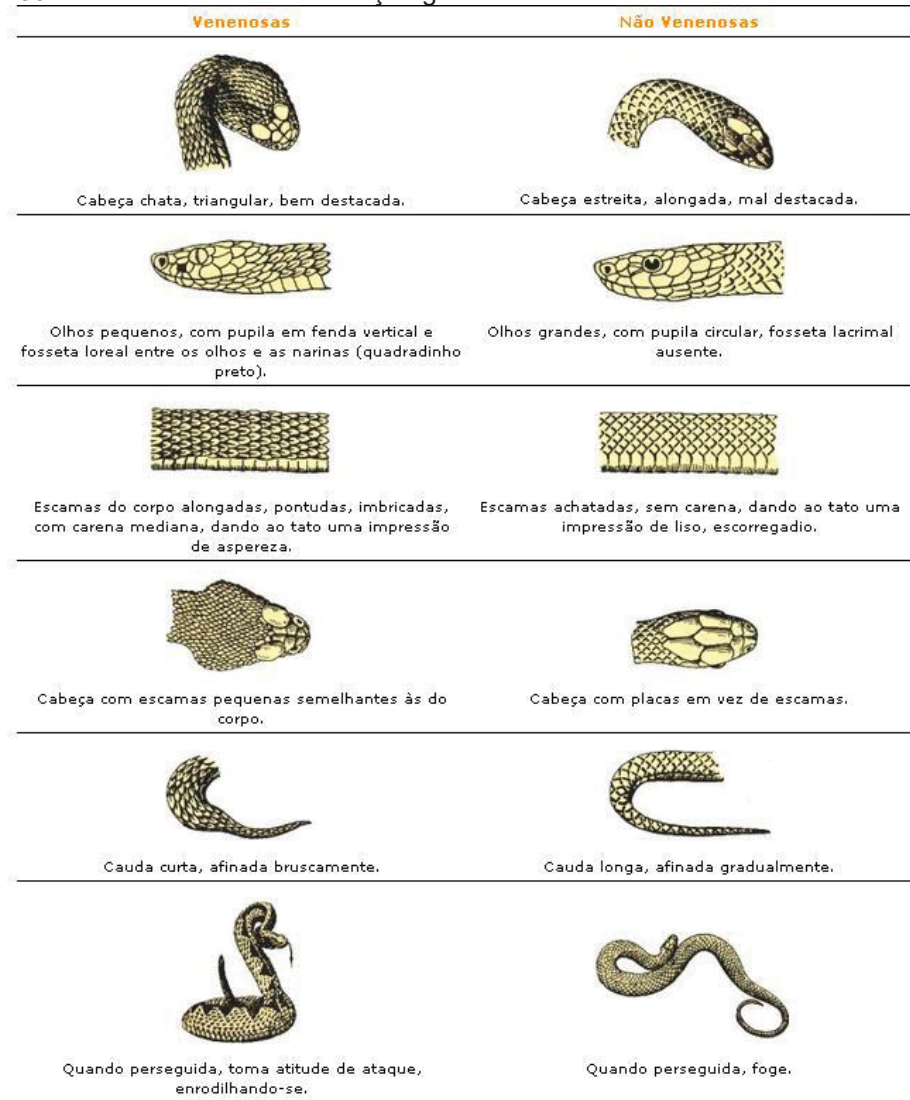


Fonte: <https://encurtador.com.br/ioK39>. Acesso em: 19 mar. 2023.

Ao final deste conjunto de aulas, o professor apresentou um encarte sobre a identificação de cobras venenosas a partir da geometria do animal. Uma vez que esse estudo é bastante ultrapassado, foi importante salientar aos estudantes que a Biologia e as pesquisas sobre cobras peçonhentas avançaram ao ponto de sabermos que as

observações geométricas presentes no encarte não são guias, portanto se tratava apenas de um exercício de visualização geométrica. O encarte utilizado para o exercício específico é apresentado na Figura 39.

FIGURA 39 – Encarte com a diferenciação geométrica de cobras venenosas e não venenosas



Fonte: <https://encurtador.com.br/dqDE0>. Acesso em: 19 mar. 2023.

A experiência dessas aulas foi bastante complexa em vários sentidos. Como já citado, no começo, a estudante Anna, do 1º B, teve dificuldades para acompanhar os *slides* devido ao seu medo de cobras e anfíbios. No entanto, no geral, os estudantes estavam muito animados e colaborativos durante as discussões.

Pois bem, ao final deste conjunto de aulas, o professor pesquisador abriu um espaço para ouvir os estudantes a respeito da sequência. Dois deles fizeram comentários que chamaram bastante atenção, com críticas que nos fizeram nos

debruçar horas sobre o diário de campo e as reflexões que permearam as aulas, indagando: o que poderia ter sido diferente nesse conjunto de aulas?

O discente Matheus, do 1º B, que se destacou como um dos participantes mais entusiasmados na primeira fase da sequência didática, expressou sua falta de interesse em estudar animais, demonstrando seu desejo por um conhecimento mais aprofundado acerca do universo. Por sua vez, Bryan, do 1º técnico, indicou sua preferência por cálculos matemáticos, afirmando que as observações apresentadas eram instigantes, mas que ele se sentia mais confortável com as aulas “normais”. Esse estudante costumava demonstrar uma veia bastante cartesiana e era motivado por desafios. Ele preferia seguir uma abordagem passo a passo, como é o caso do estudo de matrizes. Esse perfil revela que há estudantes que se interessam mais pela matemática pura e, em contrapartida, sentem dificuldades de se desviar dos caminhos cartesianos já conhecidos.

É importante ressaltar que essa postura foi uma exceção. Os estudantes apresentaram um notável interesse em abordagens contextualizadas e transdisciplinares, o que tornou as aulas sobre répteis um ambiente fértil para a exploração de conceitos além do escopo previsto. Em diversas ocasiões, eles recorreram a vídeos para entender melhor como cobras se reproduzem ou como os anfíbios passam pelo processo de metamorfose. Esse processo pode ser entendido como uma construção de curiosidade e foi evidenciado, por exemplo, quando os estudantes investigaram o formato elipsoidal dos ovos dos répteis e esférico dos anfíbios, chegando a utilizar seus próprios celulares para realizar pesquisas sobre as possíveis causas dessa característica distintiva.

Esse processo de construção da curiosidade geralmente ocorre em grupo, muitas vezes sem a necessidade de recorrer a pesquisas prévias. Os estudantes costumam especular e formular conjecturas acerca dos motivos por trás de um problema geométrico. Por exemplo, ao se deparar com o formato peculiar dos cascos de tartarugas, começaram a elaborar teorias sobre as possíveis razões para tal característica. Embora nem sempre estivessem corretas quando elaboradas individualmente, à medida que refinaram suas hipóteses por meio de um processo de lógica em grupo, os estudantes conseguiram chegar a conclusões mais precisas e comparar com estudos já realizados, com o auxílio do professor.

Conclusões que nem eram percebidas pelo docente foram abordadas a partir do processo de construir curiosidade, mas, mais do que isso, a partir de uma

exploração empírica de conjecturas, na qual os estudantes conseguiram concluir, por exemplo, que a tartaruga marinha não consegue entrar no casco, afinal não faz sentido que ela se esconda, diferentemente das tartarugas terrestres.

O pesquisador apresentou considerável insatisfação acerca do processo de programação, construção e organização da etapa em questão da sequência didática. Tal insatisfação não foi motivada por não alcançar o objetivo proposto; pelo contrário, o propósito das aulas foi efetivamente alcançado e as etapas transcorreram de maneira satisfatória. No entanto, durante a implementação da sequência didática, ele notou a ausência de uma abordagem mais abstrata e direcionada à matemática pura. A investigação ficou restrita ao âmbito da biologia e dos conceitos geométricos, incluindo noções de bidimensionalidade e tridimensionalidade.

A preparação das aulas foi fundamental. Pensar e desenvolver estratégias que acolham os diferentes caminhos definitivamente é essencial para o desenvolvimento de uma prática transdisciplinar. É importante salientar isso, pois, mesmo estando muito preparado, as reflexões e indagações dos estudantes podem tomar rumos bastante desconhecidos para o professor. Esses rumos definem a construção da curiosidade e, por vezes, o próprio docente se encontra na busca por um saber desconhecido.

Durante o percurso das aulas, o professor detinha o conhecimento que permitiria responder às questões levantadas pelos estudantes; contudo, optou por não entregar as respostas de forma direta. Dessa maneira, os estudantes poderiam chegar às respostas de duas formas: por meio de pesquisas que disponibilizavam as respostas de forma rápida e objetiva ou por meio da formulação e refinamento de conjecturas, que eram posteriormente validadas pelo docente. Apesar de não ser uma abordagem inicialmente prevista, esse processo resultou em alto engajamento dos estudantes.

Tendo em mente a crítica do estudante Bryan, do 1º técnico, e o que foi explorado anteriormente, o professor alterou a dinâmica nessa turma. No momento em que abordou o fato de que, em algumas espécies, o casco da tartaruga possui hexágonos, foi possível abordar a questão da malha geométrica hexagonal e obter, pela área de triângulos, a fórmula para calcular a área de um hexágono.

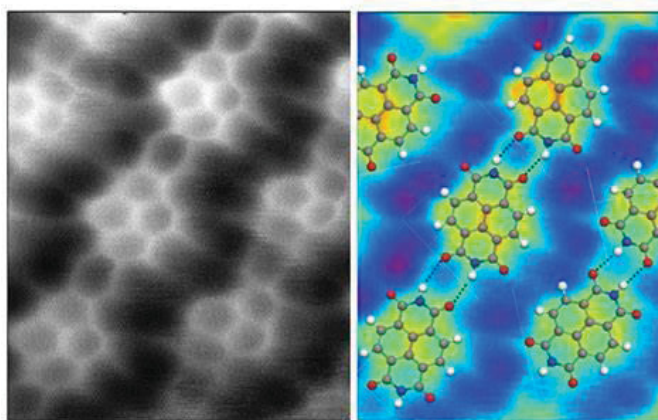
Na aula em questão, a estudante Lorraine demonstrou um comportamento diferenciado em relação aos dias anteriores, nos quais ela não havia copiado nada. Durante a aula, a estudante expressou seu interesse no tema dos animais e

manifestou ter gostado muito da aula. Esse exemplo ilustra como as preferências individuais e os perfis dos estudantes podem influenciar seu engajamento e interesse nas aulas. É natural que os estudantes se sintam mais inclinados a disciplinas que se alinham com seus interesses pessoais. Nesse sentido, é importante considerar a escolha de disciplinas majoritárias em uma sequência didática, a fim de aproximar os estudantes da abordagem.

6.2.4 Geometria Molecular e a relação de Euler

Em consonância com a estratégia pensada, as aulas iniciaram com a visualização de imagens de um microscópio de força atômica. Para que tenhamos em mente, são imagens como a da Figura 40, em que é possível visualizar com clareza as conexões atômicas individuais que ligam as pontes de hidrogênio, as quais possuem um tamanho cerca de dez milhões de vezes menor que um milímetro.

FIGURA 40 – Pontes de hidrogênio em microscópio de força atômica



Fonte: <https://encurtador.com.br/hwDS5>. Acesso em: 3 abr. 2023.

Nesse momento, parte dos estudantes começou a perceber, mediante reflexões, que os modelos moleculares surgiram antes das fotos e, portanto, os processos científicos de modelagem geométrica das moléculas foram cirurgicamente precisos; isso causou espanto neles, fazendo-os indagar: como puderam prever o formato das moléculas?

A partir das observações e indagações que emergiram em sala, constatou-se que os cientistas empregaram uma variedade de técnicas experimentais e teóricas para determinar o formato das moléculas. O professor explicou que uma técnica

comumente utilizada nesse contexto é a espectroscopia, a qual envolve a interação da luz com as moléculas para determinar suas características. Essa técnica abrange a absorção, emissão ou dispersão de luz como seus principais processos. Portanto, a espectroscopia desempenha um papel fundamental na análise estrutural e na determinação do formato das moléculas por parte dos cientistas.

Outra técnica apresentada pelo professor foi a cristalografia de raios x, que usa a difração de raios x em um cristal para determinar a estrutura tridimensional da molécula. A ressonância magnética nuclear também é comumente usada para estabelecer as propriedades moleculares, aproveitando a interação entre um campo magnético e os núcleos dos átomos.

Além das técnicas experimentais, os cientistas empregam a teoria da mecânica quântica para modelar as moléculas em computadores e prever suas propriedades e formatos. Mesmo hoje, os microscópios de força atômica dificilmente são utilizados, portanto é necessária a manutenção de técnicas como essas para o desenvolvimento dos estudos na área.

Seguindo o planejamento das aulas, com o objetivo de apresentar a história do matemático Leonard Euler, o professor utilizou o vídeo *Por que a identidade de Euler é considerada a equação mais bonita que existe?*⁷, para motivar novas reflexões sobre o matemático suíço e sua história.

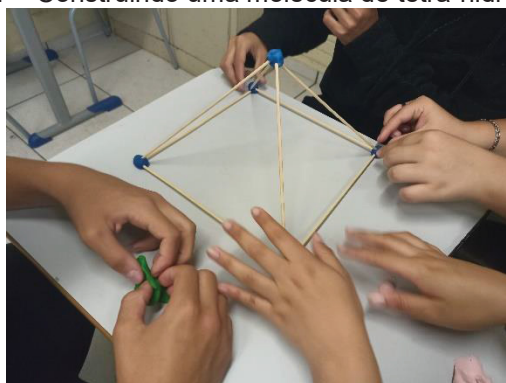
Por fim, foram apresentadas as nomenclaturas das moléculas tridimensionais ou bidimensionais e solicitado que os estudantes construíssem modelos moleculares, tendo como alguns dos resultados as figuras a seguir; cada equipe pôde escolher qual molécula iria modelar e explicitar a nomenclatura a partir da análise geométrica do sólido.

Descrever a geometria das moléculas e nomeá-las é essencial para identificar e classificar compostos químicos distintos. Utilizam-se termos geométricos específicos, como linear, angular, tetraédrico, trigonal planar, dentre outros, para descrever a posição dos átomos na molécula. Essa descrição pode ajudar a identificar grupos funcionais e, a partir disso, determinar as propriedades químicas e físicas das substâncias.

A Figura 41 representa uma molécula de tetra-hidreto de silício, construída pelos estudantes da turma 1º A, um exemplo de molécula com geometria tetraédrica.

⁷ Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=OcgvH-K4-40>. Acesso em: 19 dez. 2022.

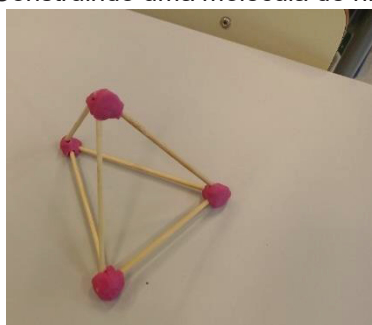
FIGURA 41 – Construindo uma molécula de tetra-hidreto de silício



Fonte: O autor (2023).

A Figura 42 mostra a construção de uma molécula de hidreto de fósforo, um exemplo de geometria piramidal.

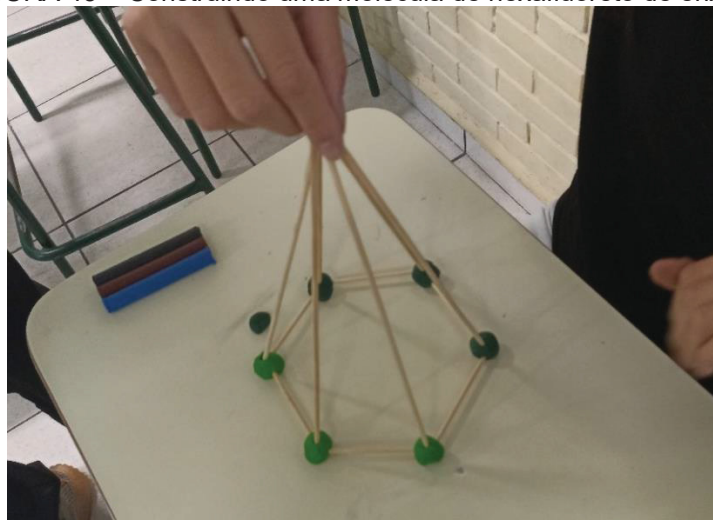
FIGURA 42 – Construindo uma molécula de hidreto de fósforo



Fonte: O autor (2023).

Outro exemplo construído foi o do hexafluoreto de enxofre, uma molécula com geometria octaédrica (Figura 43).

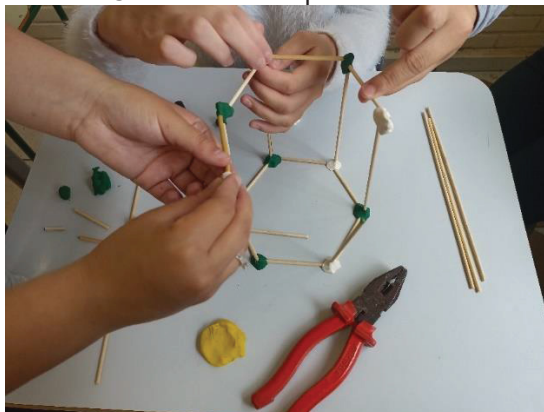
FIGURA 43 – Construindo uma molécula de hexafluoreto de enxofre



Fonte: O autor (2023).

Evidentemente, assim que construídos exemplos de moléculas com geometria angular, trigonal plana e tridimensional, foram criados outros sólidos que não representavam moléculas, para que fosse possível suscitar um emaranhado de reflexões sobre os sólidos e, de forma empírica, desenvolver a relação de Euler. A Figura 44 mostra os estudantes construindo um prisma de base hexagonal.

FIGURA 44 – Construindo um prisma de base hexagonal



Fonte: O autor (2023).

Construídos os sólidos, com o auxílio do professor, os estudantes organizaram um quadro com os vértices, faces e arestas de cada um dos sólidos construídos. A partir disso, mediante diversas interações e reflexões dos próprios estudantes, eles conseguiram concluir que o número de vértices somado com o número de faces menos as arestas sempre resulta em dois.

Parte dos estudantes, analisando os sólidos e o quadro feito em cada uma das turmas, conseguiu perceber a relação de Euler a partir da análise dos padrões presentes nos objetos estudados. Em particular, uma estudante, Laura, do 1º B, concluiu sozinha a relação de Euler.

6.3 QUESTIONÁRIO DE REFLEXOS

Após o desenvolvimento da sequência didática, foi aplicado o questionário de reflexos, com o objetivo de colaborar no entendimento do movimento de aprendizagem dos estudantes, presente durante todo o percurso produzido por eles, sobretudo, no que se refere à noção e conceito de espaço. Evidentemente, o questionário de reflexos também teve por objetivo responder às questões próprias desta investigação.

Todos os estudantes que decidiram participar da pesquisa responderam ao referido questionário; portanto, o número de questionários respondidos foi de 17 na turma 1º A, 15 na turma 1º B e 17 na turma 1º técnico, totalizando 49 questionários preenchidos, ou seja, não houve desistências durante o processo de intervenção.

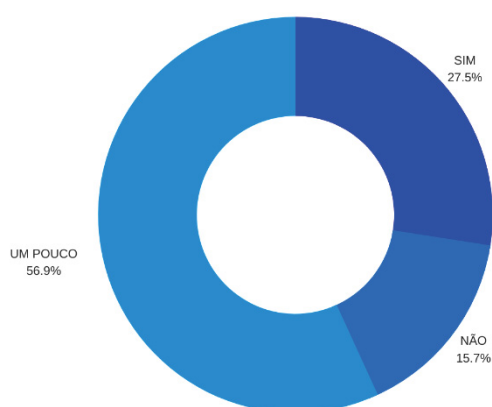
Assim como no primeiro questionário, o procedimento adotado para a leitura flutuante consistiu na divisão das turmas em ordem alfabética, ou seja, foram lidos primeiramente os questionários da turma 1º A, seguidos dos questionários da turma 1º B e, por fim, os do 1º técnico.

A primeira pergunta pode parecer desnecessária nesta etapa da pesquisa, afinal ela investigou se os estudantes se lembravam das aulas de Geometria dos anos anteriores. Uma vez que os estudantes participaram da sequência didática, que tinha como tema central a Geometria, isso certamente poderia afetar as respostas e, consequentemente, a produção de dados, mas essa pergunta era importante também para compreender se eles percebiam a fragmentação entre Geometria, Álgebra e Aritmética e situá-los no questionário. Assim, se o estudante respondeu “sim” ou “um pouco”, ele possuía ao menos uma compreensão do que seja Geometria, percebendo que, mesmo na Matemática, existe uma fragmentação entre conhecimentos. A Figura 45 apresenta um gráfico referente às respostas produzidas pelos estudantes.

FIGURA 45 – Gráfico de reflexos: você se lembra das aulas de Geometria dos anos anteriores?

PERGUNTA A

Você se lembra das aulas de Geometria dos anos anteriores?



Fonte: O autor (2023).

Pois bem, mais de 84% dos participantes lembravam ao menos um pouco das aulas de Geometria dos anos anteriores, após a aplicação da sequência didática. Essa recordação adveio diretamente da prática realizada em sala de aula, porém esses

dados podem ser indícios de que os estudantes conseguiram perceber certa fragmentação na própria Matemática. Identificar a fragmentação de um conhecimento pode ser fundamental para o reconstruir complexo, isto é, para reconectar os saberes que são fragmentados.

Ao analisar as respostas da pergunta “Para você, o que é Geometria?”, foi possível perceber que os estudantes trouxeram, em suas definições, a noção de ciência ou estudo para caracterizar a Geometria, o que por si só demonstra um avanço na construção da definição, na percepção da ciência e da própria Geometria como campo de estudo, não mais desconectadas, por exemplo, como o conjunto de figuras geométricas.

Cabe destacar que essa questão visou a identificar indícios do entendimento dos participantes sobre a definição de Geometria, bem como compreender as relações estabelecidas pelos estudantes entre os conceitos geométricos e o espaço em que vivem, sobretudo, após o desenvolvimento da sequência didática.

Após a leitura flutuante e mesmo após uma leitura menos dinâmica e, portanto, mais atenciosa para a determinação dos indicadores e núcleos de significação, notamos que a utilização do termo “espaço” foi recorrente nas definições e, mais do que isso, os estudantes apresentaram definições mais próximas das suas vidas e realidades. Após uma cuidadosa análise dos diários de campo e questionários, tornou-se evidente que, em determinado momento da sequência didática, os estudantes passaram a compreender que a Geometria estuda o espaço em que vivemos. A partir desse momento, eles começaram a enxergar tudo ao seu redor como Geometria, atribuindo significado ao termo “espaço” e compreendendo sua verdadeira natureza.

Analizadas as definições criadas pelos estudantes da turma 1º A em resposta a essa pergunta, observamos que 12 dos 17 estudantes utilizaram a ideia de espaço como base para suas definições, enquanto os outros cinco optaram por definir a Geometria de forma mais abrangente, como o estudo de tudo e/ou do universo, levando em conta, é claro, as diferenças subjetivas de cada resposta. Essa predominância do conceito de espaço foi um fenômeno interessante e chamativo, sugerindo uma forte ligação com essa ideia. Seria importante, portanto, conduzir as entrevistas para explorar mais a fundo como os estudantes concebiam o espaço como definição. De qualquer forma, a turma demonstrou ter superado a noção limitada de Geometria como o estudo de figuras básicas, mostrando-se capaz de reconhecê-la

em seu próprio ambiente, como se tivessem deixado seus cadernos e passado a perceber a Geometria em seu mundo real.

Diferentemente, a turma do 1º B apresentou definições mais heterogêneas, utilizando outros elementos, como, por exemplo, apontando a Geometria como o estudo de tudo que é material ou o estudo de formas geométricas. Mesmo assim, o estudo do espaço em que vivem e o estudo de tudo que existe no universo foram consideravelmente mais utilizadas nas suas respostas.

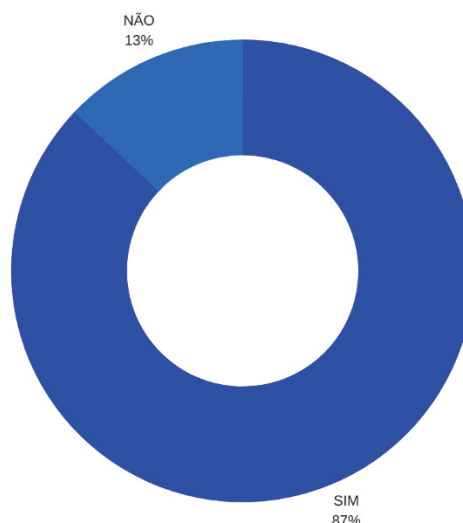
A turma do 1º técnico, mesmo tendo respostas já esperadas, indicando a Geometria como o estudo do espaço em que vivem ou o estudo de tudo que há de material no universo, revelou definições mais técnicas, como o estudo das formas geométricas ou, até mesmo, das formas presentes no universo. De qualquer forma, a Geometria deixou de ser abstrata e foi observada na própria realidade do estudante.

A Figura 46 apresenta quantitativamente que parte substancial dos estudantes participantes da pesquisa trouxe definições com inclinação ao conhecimento pertinente.

FIGURA 46 – Gráfico de reflexos: as definições dialogam com o conhecimento pertinente dos estudantes?

PERGUNTA B

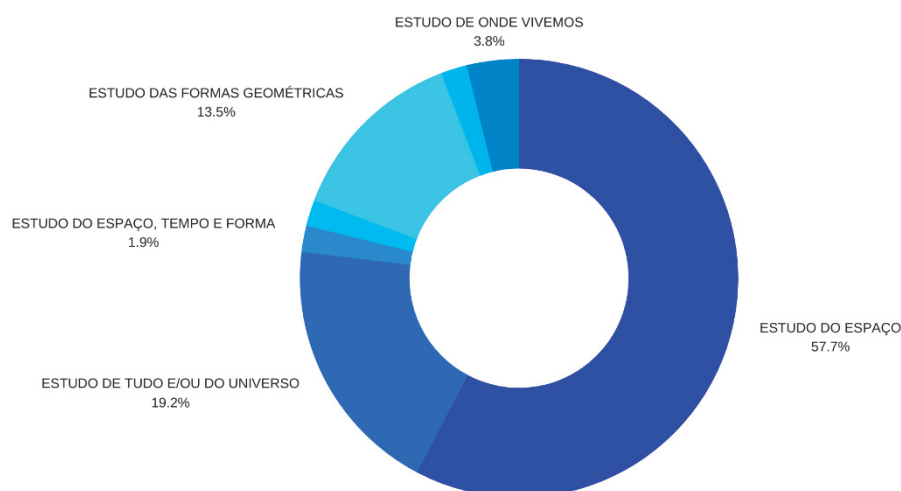
As definições apresentadas no questionário dialogam com o conhecimento pertinente dos estudantes?



Fonte: O autor (2023).

Cabe apresentar um segundo gráfico (Figura 47), importante para o entendimento das definições, também com um caráter quantitativo, para a obtenção dos indicadores e para o resultante processo de construção dos núcleos de significação, evidentemente, salvo as devidas subjetividades.

FIGURA 47 – Gráfico de reflexos: pré-indicadores nas falas dos estudantes



Fonte: O autor (2023).

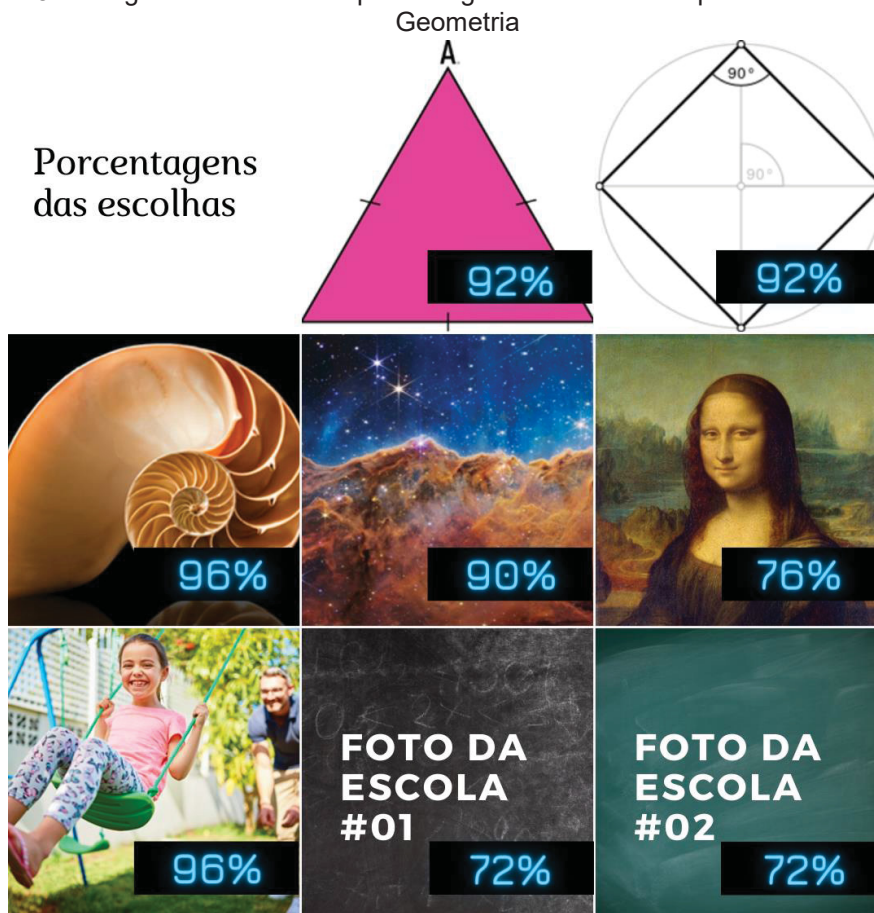
Algumas definições chamaram bastante atenção, portanto vale ressaltá-las. Danilo, do 1º A, afirmou: *“Para mim, a geometria eram apenas as formas geométricas, mas após uma aprendizagem mais aprofundada, percebi que ela estuda tudo que há no Universo”*, enquanto Ana Carolina corroborou que *“a geometria é o estudo do espaço em que vivemos e todas as formas presentes nele”*.

Bryan, do 1º técnico, demonstrou objetividade ao afirmar que a Geometria é *“o estudo do espaço em que vivemos”*. É notável que suas respostas tenham sido sempre muito objetivas e claras, o que evidencia sua dimensão técnica bastante acentuada e já observada durante a dissertação. É importante destacar a necessidade de entender o conceito de espaço na perspectiva do estudante, uma vez que ele reproduziu a definição construída pela turma, sendo preciso verificar se essa reprodução foi apenas uma forma de se adequar às expectativas do professor ou se o estudante de fato compreendeu o conceito em questão.

Novamente, na trajetória investigativa, com o propósito de compreender a conexão que os estudantes estabeleciam entre conceitos geométricos e o espaço que habitam, foram apresentadas imagens para apontar sua relação com a Geometria, evidentemente, após o desenvolvimento da sequência didática. O intuito desta questão foi identificar se os estudantes eram capazes de perceber qualquer relação entre o conhecimento geométrico, a vida e o cotidiano e de que maneira eles estabeleciam essas relações. Com o objetivo de proporcionar uma visão mais abrangente e uma compreensão mais completa da dinâmica das escolhas, a Figura

48 apresenta cada uma das opções e a respectiva percentagem de estudantes que as escolheram.

FIGURA 48 – Infográfico de reflexos: percentagens das escolhas que relacionam imagens e



Fonte: O autor (2023).

Ressaltamos aqui o aumento expressivo na representação de figuras mais contextualizadas, evidenciando que os estudantes, após o desenvolvimento da sequência didática, perceberam com mais facilidade a presença da Geometria em outros conhecimentos científicos, culturais e artísticos e, com menor expressão, nas suas realidades. Mesmo na sua escola, o aumento foi significativo, indo de 26% para 72% em percentagem de escolha. Em particular, os estudantes que acompanharam todas as aulas da sequência didática marcaram a foto da escola como relacionada à Geometria.

Esses dados foram sistematicamente analisados; em particular, as falas presentes no questionário foram organizadas tendo como critério os pré-indicadores observados, que forneceram os indicadores a partir de um processo de aglutinação, seguido do estabelecimento ou elaboração dos núcleos de significação, em particular,

para a análise do questionário de reflexos. No Quadro 12, constam os pré-indicadores, o que possibilitou definir os indicadores.

QUADRO 12 – Pré-indicadores e indicadores do questionário de reflexos

Pré-indicador (questionário de reflexos)	Indicador
Estuda as formas geométricas/formas retangulares.	Estuda objetos e espaços geométricos, ignorando a realidade.
Estuda o espaço/tudo e/ou universo/formas existentes na Terra/formas do universo/espaço, tempo e formas.	Estuda objetos e espaços geométricos, considerando a realidade.

Fonte: O autor (2023).

Após uma análise ainda mais intensa dos dados e das falas dos estudantes, tendo em mente o objetivo desta pesquisa, estabelecemos os núcleos de significação, sendo desconsiderada a necessidade de alteração ou aglutinação, tendo sua constituição revelada no Quadro 13.

QUADRO 13 – Indicadores e núcleos de significação do questionário de reflexos

Indicador	Núcleo de significação
Estuda objetos e espaços geométricos, ignorando a realidade.	Definições cartesianas
Estuda objetos e espaços geométricos, considerando a realidade.	Definições com inclinação ao conhecimento pertinente

Fonte: O autor (2023).

Em poucos casos, os estudantes utilizaram definições cartesianas, isto é, aquelas em que os objetos e espaços geométricos são representados como totalmente desconectados da realidade e de outros conhecimentos científicos, culturais e artísticos. É importante salientar que não se trata de uma definição errada; pelo contrário, definições como essas são utilizadas há milhares de anos e foram mais do que suficientes para o desenvolvimento da Matemática. Entretanto, é evidente que a prática desenvolvida em sala proporcionou uma visão mais ampla e integrada para os estudantes, geralmente contextualizada na sua visão literal de mundo.

As definições com inclinação ao conhecimento pertinente, por outro lado, foram expressivas, incluindo noções bastante importantes sobre espaço, materialidade e conhecimento científico. Elas deixaram de ser superficiais e começaram a extrapolar as aulas abstratas, tomando o próprio universo e a realidade elementos fundantes da Geometria. A arte e os outros conhecimentos culturais também foram lembrados e apresentados de maneira contextualizada, partindo da própria vivência do estudante. Ao definir Geometria, o estudante percebeu-se como

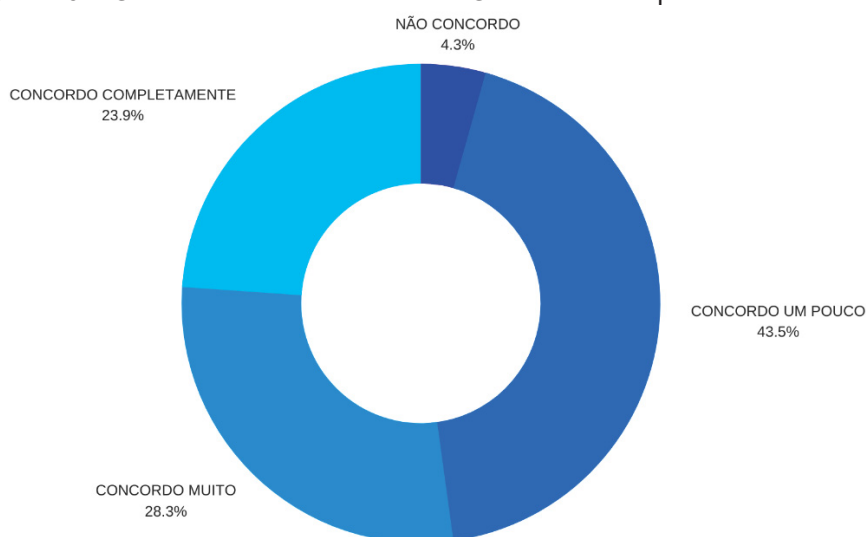
parte do todo, vivendo em um universo carregado de formas, figuras, espaços e movimentos. Ele ressignificou a Geometria, antes abstrata e agora parte do mundo em que vive.

Além disso, os estudantes demonstraram avanços significativos nas outras questões do questionário de reflexos. Os dados demonstraram que eles foram capazes, após o desenvolvimento da sequência didática, de diferenciar triângulos de quadriláteros, figuras bidimensionais de tridimensionais e de perceber as principais diferenças entre elas.

Outra questão, tanto no questionário de reconhecimento quanto no questionário de reflexos, solicitou ao estudante que marcasse a opção que melhor descrevia sua opinião sobre a frase: “A Geometria está presente na nossa vida”, com o objetivo de verificar se ele percebia que a Geometria é parte da sua vida ou se ela é uma disciplina isolada, da vida e do cotidiano.

Após a aplicação dos dois questionários, foi possível estabelecer uma relação gráfica entre as respostas, para verificar se a opinião sobre a importância da Geometria na realidade dos estudantes havia também mudado. A Figura 49 apresenta dados sobre as opções dos estudantes sobre a máxima antes da aplicação da sequência didática, sendo importante salientar que eles podiam selecionar entre as opções: não concordo, concordo um pouco, concordo muito e concordo completamente.

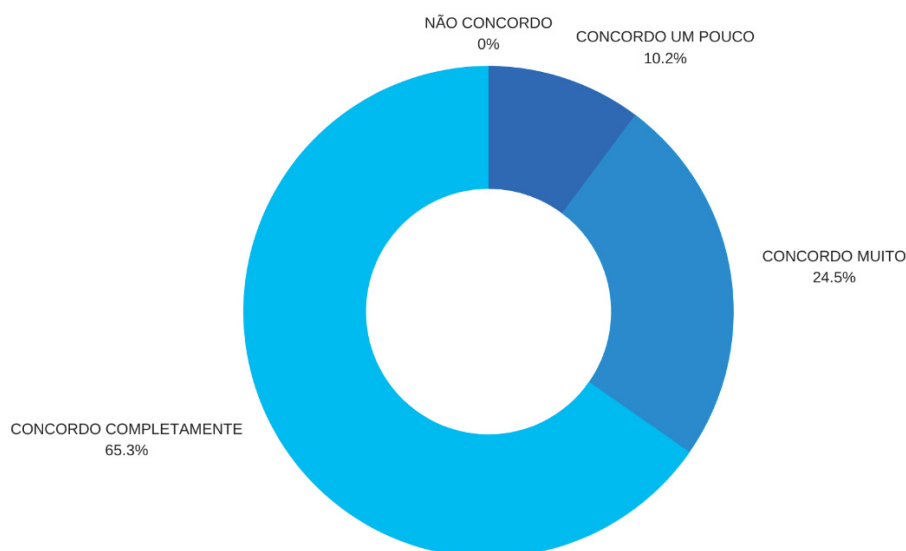
FIGURA 49 – Gráfico de reconhecimento: a Geometria está presente na nossa vida



Fonte: O autor (2023).

Por sua vez, a Figura 50 apresenta dados sobre as opções dos estudantes sobre a máxima após a aplicação da sequência didática. Salientamos novamente que eles podiam selecionar entre as opções: não concordo, concordo um pouco, concordo muito e concordo completamente.

FIGURA 50 – Gráfico de reflexos: a Geometria está presente na nossa vida



Fonte: O autor (2023).

Conforme o primeiro gráfico, alguns estudantes alegaram não concordar que a Geometria está presente nas suas vidas; entretanto, alteraram suas respostas para “concordo muito” ou “concordo plenamente” na aplicação do questionário de reflexos, isto é, após a aplicação da sequência didática. Também ressaltamos que, no primeiro gráfico, quase 50% apontaram que não concordavam com a afirmativa ou concordavam pouco. Após a aplicação da sequência didática, o questionário apresentou um cenário diferente, com aproximadamente 90% dos estudantes alegando que concordam muito ou completamente que a Geometria está presente em suas vidas.

6.4 ENTREVISTAS

Considerando os objetivos desta pesquisa, bem como os dados e lacunas levantados durante o desenvolvimento da sequência didática, quatro estudantes foram selecionados para compor o grupo de entrevistas individuais.

Dois deles, Matheus e Laura, ambos do 1º B, foram convidados a participar da entrevista devido ao interesse em explorar falas que emergiram em sala de aula durante o desenvolvimento da sequência didática. Matheus articulou de forma bastante significativa as relações de bidimensionalidade e tridimensionalidade com a própria realidade, ao ponto de perceber que a bidimensionalidade não existe no mundo material e decretar que *“a Geometria Plana é o estudo do impossível”*. Laura, por outro lado, conseguiu modelar a relação de Euler de maneira empírica, mediante unicamente da prática transdisciplinar desenvolvida em sala.

Bryan, do 1º técnico, foi convidado a participar em função de sua inclinação à abstração matemática, com o objetivo de perceber o movimento que ele, dadas as suas subjetividades, teria realizado a partir da prática. Por fim, Eduarda, do 1º B, foi selecionada de forma aleatória, por sorteio, considerando o grupo de participantes restantes.

É fundamental ressaltar que, após a finalização da sequência didática, tendo em vista o aparecimento de muitas definições que utilizavam o termo “espaço” na sua concepção, tornou-se uma obsessão do pesquisador determinar o que os estudantes entendiam por espaço; afinal, se a compreensão do termo é essencial para a definição de Geometria, isso poderia trazer indícios importantíssimos sobre o que eles entendem por Geometria.

A primeira entrevista foi com Eduarda. Quando perguntada, no questionário de reflexos, o que é Geometria, a estudante respondeu que *“Geometria é o estudo do espaço em que vivemos”*, resposta semelhante à definição que foi construída pela sua turma. Durante a entrevista, o pesquisador questionou o significado do termo “espaço”, de acordo com o seu entendimento. Ela iniciou sua fala dizendo: *“Antes das suas aulas, eu achava que espaço era onde eu estou, podendo ser vários espaços, mas sempre onde estou, entretanto, hoje, para mim, espaço é tudo, não só onde estou, mas o todo”*.

Eduarda ampliou a sua noção de espaço, demonstrando uma intimidade maior com o termo e, conseqüentemente, com a Geometria. Se a estudante definiu Geometria como o estudo do espaço, tendo o entendimento que este é o todo, o universo, ela tem uma percepção muito mais integrada e complexa sobre a ciência Geometria. Isso porque perceber a Geometria como sendo o estudo do todo material extrapola o estudo das formas geométricas e a coloca em uma dimensão real, menos abstrata e muito mais presente na realidade do estudante.

O segundo entrevistado foi Matheus. Analogamente à Eduarda, quando perguntado o que ele entendia por espaço, o estudante respondeu que “*o espaço é tudo, é o Universo, tudo que existe*”. À medida que a entrevista avançou, o pesquisador trouxe à tona a fala do estudante: “*Geometria Plana é o estudo do impossível*” e perguntou o que ele quis dizer, ao que ele respondeu: “*Não existe nada plano, tudo no Universo tem três dimensões, não existe uma coisa com comprimento e altura, e que não tenha uma espessura*”.

Observemos o movimento de aprendizagem do estudante, que conseguiu perceber a Geometria como o estudo de tudo que há de material no universo, o que ficou ainda mais evidente ao indicar a Geometria Plana como irreal, não existente na realidade.

Laura, da mesma forma, definiu que “*espaço é tudo que está a nossa volta, é o todo formado por dimensões, padrões. Tudo*”. Quando mencionada a sequência didática e a modelização da relação de Euler, concebida durante a prática, ela alegou que ela se deu realizando cálculos de soma, subtração, multiplicação e divisão com os vértices, faces e arestas, até que percebeu o padrão estabelecido.

O movimento de aprendizagem construído pela estudante é muito interessante: partindo da contextualização, da sequência didática complexa e transdisciplinar, ela conseguiu desenvolver um processo de abstração matemática. Os problemas reais do mundo, multidimensionais e transdisciplinares, não partem da abstração matemática e, sim, da complexidade que lhe é constituinte, portanto é natural que a abstração matemática – também muito necessária – sirva de ferramenta para a solução de problemas que estão presentes, mas não o contrário.

Por fim, Bryan, quando perguntado o que era Geometria, disse que “*Geometria é o estudo do espaço em que vivemos*”; entretanto, sua definição de espaço foi objetiva: “*Espaço é o lugar onde estou*”. É importante observar que esse perfil mais cartesiano do estudante foi capaz de tolher, inclusive, o seu movimento de aprendizagem. Isso não é um problema, tampouco configura qualquer imbróglio, porém fica evidente, numa análise mais integral, que, durante a sequência didática, o estudante não conseguiu renunciar essa veia cartesiana, o que bloqueou o desenvolvimento pleno de uma visão mais integrada, complexa e transdisciplinar do mundo.

Quando perguntado sobre como e onde ele percebia Geometria em sua vida, Bryan ressaltou que, por exemplo, existiam quadrados e triângulos no seu quarto.

Essa constatação é verdadeira e bastante natural, mas demonstra, mais uma vez, que este estudante não conseguiu se apropriar dos saberes presentes na sequência didática e, conseqüentemente, extrapolar o abstrato, transgredir a disciplinaridade, a fragmentação e as figuras regulares presentes nas aulas usuais de Geometria.

Para finalizar a análise das entrevistas, no Quadro 14, está a representação dos pré-indicadores, o que possibilitou definir os indicadores, com foco na definição de espaço.

QUADRO 14 – Pré-indicadores e indicadores das entrevistas

Pré-indicador (entrevistas)	Indicador
<i>“Antes das suas aulas, eu achava que espaço era onde eu estou, podendo ser vários espaços, mas sempre onde estou, entretanto, hoje, para mim, espaço é tudo, não só onde estou, mas o todo.”</i> <i>“O espaço é tudo, é o Universo, tudo que existe.”</i>	É tudo, o todo, o próprio universo.
<i>“Espaço é tudo que está a nossa volta, é o todo formado por dimensões, padrões. Tudo.”</i>	É constituído por elementos que respeitam certa lógica, inclusive, matemática.
<i>“Espaço é o lugar onde estou.”</i>	Espaço é limitado e depende da existência do indivíduo.

Fonte: O autor (2023).

A fim de levantar os significados presentes nas falas dos estudantes, estabelecemos os núcleos de significação, tendo sua constituição revelada no Quadro 15.

QUADRO 15 – Indicadores e núcleos de significação das entrevistas

Indicador	Núcleo de significação
É tudo, o todo, o próprio universo.	Definições inclinadas ao pensamento complexo
É constituído por elementos que respeitam certa lógica, inclusive, matemática.	
Espaço é limitado e depende da existência do indivíduo.	Definições inclinadas ao pensamento cartesiano

Fonte: O autor (2023).

Tomemos, primeiramente, o núcleo de significação com as definições inclinadas ao pensamento cartesiano. Neste caso, a lógica geralmente é limitante, com pouco espaço para a superação das fronteiras disciplinares. O estudante em questão definiu o espaço como um lugar limitado, que depende diretamente da sua existência, isto é, pôde perceber a Geometria como o estudo do espaço em que vive, mas não o espaço como objeto geral de estudo e, sim, aquele em que ele existe. Essa lógica é perigosa, afinal a Geometria estuda padrões e relações muito mais integrados e amplos que os experienciados pelo estudante.

No tocante às definições inclinadas ao pensamento complexo, cabe ressaltar que os limites do objeto de estudo não existem mais. Aquilo que existe na materialidade do mundo ou na abstração dos livros é geométrico. O maior ganho dessa perspectiva é a capacidade de ver a Geometria em tudo e, portanto, tendo o espaço como objeto de estudo, não há limites para a exploração.

A partir das entrevistas e das análises anteriores, considerando também a análise internúcleos, foi possível perceber que parte dos estudantes conseguiu realizar um processo ainda muito prematuro, mas significativo, de reforma de pensamento, abandonando uma visão limitada, conservadora, fragmentadora e simplificadora de mundo, no que se refere à noção de Geometria, o que tornou o conhecimento mais integrado, contextualizado e complexo.

7 ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

Esta pesquisa constituiu-se subsequentemente a um dilema experienciado na prática do próprio pesquisador, atuando como professor de Matemática em turmas da 3ª série do Ensino Médio e do ensino técnico. A experiência em questão suscitou no pesquisador questionamentos sobre sua prática e o levou a refletir sobre o entendimento de que a Geometria não deveria ser ensinada apenas de maneira isolada, mas, sim, de modo mais contextualizado e integral, considerando a complexidade dos sistemas que envolvem o espaço e suas interações com outros saberes.

Nesse sentido, esta investigação trouxe como objetivo o dilema existente no ensino da Geometria e, a partir do conhecimento do espaço em que os estudantes vivem e dos saberes que vão além dos limites da Matemática disciplinar e curricular, encontrar subsídios e possibilidades de exploração de um ensino transdisciplinar na perspectiva da teoria da complexidade, com vistas a responder à questão: como explorar conceitos geométricos de maneira transdisciplinar, a fim de possibilitar o conhecimento pertinente nos estudantes?

Evidentemente, outros questionamentos também significativos se fizeram presentes, emergindo à medida que a pesquisa avançou. Parte do estudo tinha o interesse de perseguir e determinar indícios que corroborassem ou não para o entendimento dos estudantes de uma Geometria pautada no estudo do espaço em que vivem e quais relações estabelecem entre os conceitos geométricos e o espaço em que vivem.

Dadas essas considerações, foi pensada e desenvolvida uma sequência didática de natureza complexa e transdisciplinar para perseguir os questionamentos e objetivos traçados para esta investigação. É importante ressaltar que este trabalho nunca visou a apresentar a sequência didática como uma solução ou modelo rígido, esperando-se estimular os professores a tentar superar a fragmentação e explorar novas perspectivas para o ensino da Geometria em sala de aula, além de dispor de uma sequência que permita a identificação de subsídios e possibilidades de exploração dos conceitos geométricos de forma transdisciplinar, visando a proporcionar aos estudantes um conhecimento pertinente.

A partir do que foi pesquisado, já no início da investigação em campo, antes mesmo da aplicação da sequência didática, os dados demonstraram que os

estudantes apresentavam dificuldades significativas em definir a Geometria como uma ciência ou estudo, isto é, as definições construídas por eles geralmente apresentavam a Geometria como um emaranhado confuso de noções sobre formas e figuras, evidenciando a falta de intimidade com a definição e com o entendimento a respeito da Geometria como ciência. Mesmo nos raros casos em que percebiam a Geometria como presente no espaço em que viviam, não havia indícios de uma compreensão de que ela integrava as ciências que estudam o espaço ou a natureza; pelo contrário, os discentes reiteradamente retrataram a Geometria como um emaranhado de elementos ou conceitos, sem destacar seu vínculo direto com a ciência e a Matemática.

Os dados iniciais também demonstraram que, à luz de uma prática docente cartesiana, os estudantes não conseguiam perceber a Geometria como estudo do espaço em que vivem e que, nos casos em que houve estabelecimento de alguma relação entre o Geometria e o espaço em que vivem, essas relações não configuravam um conhecimento pertinente, isto é, os estudantes só percebiam a Geometria em sua realidade quando ela se apresentava exatamente como a estudada em sala de aula, com figuras geométricas regulares e usuais. Essa falta de conexão ficou evidente mesmo nas definições mais rigorosas, que não apresentaram indícios de que os estudantes percebiam a Geometria como um estudo do espaço presente em sua realidade e cotidiano

Podemos ir ainda mais longe: a análise resultante dos núcleos de significação levantou indícios de que, sob a perspectiva tradicional de ensino e aprendizagem, os estudantes podem até ter uma sensação ou intuição primitiva de que a Geometria está presente em sua realidade, cotidiano e vida, mas são incapazes de compreender seu significado e aplicabilidade, o que revela um reflexo da inexistência de uma construção significativa do conhecimento pertinente em relação à aprendizagem da Geometria.

Durante a elaboração da sequência didática e posterior análise dos dados coletados em campo, observamos que, para uma prática docente transdisciplinar, é basilar reconhecer a complexidade como fundamento, o que implica refletir sobre a necessidade constante de superar incertezas de forma dinâmica e racional. A complexidade é a própria essência do desafio, não como uma barreira intransponível, mas como uma oportunidade que exige exploração, compreensão, respeito e acolhimento.

Compreender a complexidade do conhecimento requer ultrapassar os limites impostos pelas disciplinas e reconhecer a interdependência entre as distintas áreas do saber. Para alcançar uma compreensão mais ampla, é imprescindível que o indivíduo tenha consciência do contexto de outras áreas do conhecimento, o que implica uma abordagem transdisciplinar. Tal abordagem desafia os modelos tradicionais de conhecimento e cria espaço para a formulação de novos paradigmas, capazes de gerar progressos significativos na compreensão da realidade.

Tendo isso em vista, percebemos que o processo de formação do estudante, quando estrategicamente pensado como um processo complexo e transdisciplinar, se rompe e extrapola, derivando num movimento formativo do próprio professor, que se coloca numa posição absoluta de rasgar-se e remendar-se, de incorporar novas metodologias, repensar processos, deixar o novo brotar, enfim, um movimento recursivo de agir e refletir complexa e transdisciplinar.

Reflexões das mais ricas surgiram no desenvolvimento da sequência didática, tendo sido possível constatar que houve um movimento significativo que incorporou a compreensão da Geometria como uma percepção de que as formas geométricas não eram mais aquelas exclusivamente regulares, apresentadas pelos professores nas aulas, pois tudo no universo é geométrico. Os estudantes reconheceram a presença da Geometria em sua realidade, compreendendo-a como o estudo do espaço em que vivem. Suas definições, embasadas no conhecimento pertinente, revelaram-se significativas, abrangendo conceitos essenciais sobre espaço, materialidade e conhecimento científico. Essas definições transcenderam o ensino abstrato em sala de aula, envolvendo o próprio universo e a realidade como elementos fundamentais da Geometria. Além disso, a arte e outros conhecimentos culturais foram integrados de maneira contextualizada, considerando a experiência de vida dos estudantes.

Essa nova compreensão do termo “geometria” permitiu que os estudantes aplicassem seus conceitos em situações práticas e reconhecessem sua presença nos menores detalhes, além das esferas tradicionais de aprendizado, como, por exemplo, os teoremas, as fórmulas e os exercícios.

É importante salientar que a sequência didática complexa e transdisciplinar demanda a renúncia, mesmo que momentânea, do paradigma conservador. Não se trata de abandonar o que já foi construído, mas de renunciar de forma consciente as práticas docentes que já foram cristalizadas, afinal não é possível resolver os

problemas transdisciplinares com o estado mental cartesiano, pelo simples fato de que esses problemas transdisciplinares se resolvem pelo pensar e agir complexo.

Muitas vezes, renunciar o paradigma conservador pode ser difícil, tanto para o professor quanto para os estudantes. Nesse sentido, se os discentes não permitirem a emergência de uma prática complexa e transdisciplinar, o potencial da abordagem poderá ser desperdiçado. É papel do professor compreender que ele deve continuar semeando e fertilizando a transdisciplinaridade, sem se preocupar com o momento exato em que ela irá florescer.

Com o andamento da pesquisa, foi possível perceber que parte do processo de semear a transdisciplinaridade está relacionada com o processo de construção da curiosidade. Construir curiosidade é apresentar um problema ou assunto, de natureza complexa e transdisciplinar, que desperte o interesse dos estudantes, na mesma medida em que se deixa que esses estudantes explorem utilizando as ferramentas que lhes são próprias.

Em resumo, o processo de construção da curiosidade dos estudantes frequentemente ocorre em grupo e muitas vezes sem a necessidade de pesquisas prévias. Durante essa exploração, eles formulam conjecturas sobre os motivos por trás de problemas geométricos. Embora nem sempre estejam corretas quando elaboradas individualmente, os estudantes refinam suas hipóteses por meio de um processo de lógica em grupo, o que lhes permite chegar a conclusões mais precisas. Com o auxílio do professor, eles também são capazes de comparar suas conclusões com estudos já realizados.

De forma quase conclusiva, o estudo apontou que a preparação adequada das aulas é um fator-chave para a potência da prática transdisciplinar. É preciso estar preparado para lidar com a diversidade de caminhos que podem surgir durante o processo de ensino e aprendizagem, a fim de acolher as reflexões e indagações dos estudantes e construir a curiosidade em busca de novos saberes. Além disso, durante o processo de preparação dessas aulas, considerar as preferências individuais e os perfis dos estudantes é essencial para seu engajamento e interesse, sendo importante escolher disciplinas majoritárias que se alinhem com esses interesses. Dessa forma, é possível aproximar os estudantes da abordagem e garantir uma prática transdisciplinar potente.

Após a finalização da sequência didática, tornou-se evidente, no questionário de reflexos, que os estudantes evidenciaram, em suas definições, a compreensão da

Geometria como um campo de estudo científico, o que representa um avanço significativo na construção conceitual dessa disciplina e na percepção da ciência como um todo. A evolução conceitual dos discentes reflete também uma mudança na compreensão da Geometria como uma disciplina que se dedica ao estudo do espaço em que vivemos, em detrimento da visão limitada como um conjunto de figuras geométricas desconectadas. Ao adotar essa nova perspectiva, os estudantes passaram a atribuir significado ao termo “espaço” e a compreender sua verdadeira natureza, demonstrando, assim, a importância da prática transdisciplinar na promoção de mudanças conceituais significativas.

Os resultados da prática transdisciplinar em Geometria, após a sua finalização e considerando o questionário de reflexos, bem como as entrevistas, apontam uma mudança significativa na visão dos estudantes acerca da disciplina. Observamos que, embora em poucos casos eles tenham utilizado definições cartesianas, a prática em sala de aula proporcionou uma visão mais ampla e integrada, contextualizada em sua visão de mundo. As definições com inclinação ao conhecimento pertinente foram expressivas e deixaram de ser superficiais, incluindo noções importantes sobre espaço, materialidade e conhecimento científico, além de arte e outros conhecimentos culturais.

Ao definir Geometria, os estudantes perceberam-se como parte do todo, vivendo em um universo carregado de formas, figuras, espaços e movimentos, o que ressignificou a Geometria, antes abstrata e agora parte do mundo em que vivem. Além disso, houve avanços significativos nas outras questões do questionário de reflexos, mostrando que os estudantes foram capazes de diferenciar triângulos de quadriláteros, figuras bidimensionais de tridimensionais e perceber as principais diferenças entre elas.

A partir da análise das entrevistas realizadas e da avaliação dos trabalhos anteriores, incluindo a análise internúcleos, foi possível constatar que um grupo de estudantes alcançou um processo inicial e significativo de reforma de pensamento no que se refere à Geometria. Esse processo se caracterizou pela superação de uma visão limitada, conservadora, fragmentada e simplificadora do mundo, na qual o conceito de Geometria era compreendido de maneira estanque e descontextualizada.

Ao abandonar essa visão, os estudantes foram capazes de integrar os conceitos estudados à sua realidade cotidiana, criando uma conexão mais significativa entre o conhecimento adquirido em sala de aula e o mundo em que vivem. Ademais,

a abordagem mais complexa da Geometria possibilitou uma compreensão mais ampla e completa das relações espaciais presentes no ambiente em que estão inseridos.

REFERÊNCIAS

- AGUIAR, W. M. J.; OZELLA, S. Núcleos de significação como instrumento para a apreensão da constituição dos sentidos. **Psicologia, Ciência e Profissão**, [s.l.], v. 26, n. 2, p. 222-245, 2006. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/pcp/a/QtcRbxZmsy7mDrqtSjKTYHp/?format=pdf>. Acesso em: 11 jul. 2022.
- ALAMINO, V. **A interdisciplinaridade entre a geometria e o esporte**. 2016. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Federal Fluminense, Niterói, 2016.
- ALMEIDA, C. R. S. A Filosofia como uma das fontes do pensamento complexo de Edgar Morin: a importância da dialógica cultural. **EcooS – Revista Científica**, São Paulo, n. 38, p. 189-200, 2015. Disponível em: <https://periodicos.uninove.br/eccos/article/view/6108/3126>. Acesso em: 19 dez. 2021.
- ANDRADE, S. R.; MENDE, M. L. M; MESSIAS, M. B. O. Analisis de um proyecto pedagógico: fractal y teoría del caos para integración de contenidos. **Revista Ibero-Americana de Estudos em Educação**, São Paulo, v. 15, n. 1, p. 206-220, 2020. Disponível em: <https://www.redalyc.org/journal/6198/619864611014/>. Acesso em: 19 dez. 2021.
- ARAÚJO, D. C. A. **Ponto, linha e forma: interdisciplinaridade entre Matemática e Arte**. 2008. Dissertação (Mestrado em Educação, Arte e História) – Universidade Presbiteriana Mackenzie, São Paulo, 2008.
- ATANÁSIO, M. **A beleza da geometria das estações do ano**. 2014. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais) – Universidade Federal de Mato Grosso, Cuiabá, 2014.
- BATISTELLA, M. P.; SILVA, A. A.; SATO, R. K. Transdisciplinaridade, criatividade e educação: continuação de um diálogo? *In*: GUÉRIOS, E. C.; GÓES, H. C.; GÓES, A. R. T. (Org.). **Complexidade e formação de professores: criatividade em pauta**. São Carlos: Pedro & João, 2022.
- BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos**. Porto: Porto, 1994.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, DF: MEC, 2018.
- CORRÊA, C. H. M. **Geometria e trigonometria aplicadas na topografia: uma alternativa para a interdisciplinaridade e a contextualização**. 2018. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2018.

COSTA, A. B.; ZOLTOWSKI, A. P. C. Como escrever um artigo de revisão sistemática. *In*: KOLLER, S. *et al.* **Manual de produção científica**. Porto Alegre: Penso, 2014.

CRESWELL, J. **Investigação qualitativa e projeto de pesquisa**: escolhendo entre cinco abordagens. 3. ed. Porto Alegre: Penso, 2014.

D'AMBRÓSIO, U. *et al.* A educação matemática focalizando questões sociais maiores. **Bolema**, São Paulo, v. 25, n. 41, 2011. Disponível em: <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=291223514006>. Acesso em: 19 dez. 2021.

DAMIANI, M. F. *et al.* Discutindo pesquisas do tipo intervenção pedagógica. **Cadernos de Educação**, Pelotas, v. 45, p. 57-67, 2013. Disponível em: <https://periodicos.ufpel.edu.br/ojs2/index.php/caduc/article/view/3822/3074>. Acesso em: 11 jul. 2022.

DENZIN, N. K.; LINCOLN, Y. S. **Introduction**: the discipline and practice of qualitative research. *The Sage handbook of qualitative research*. 4. ed. Thousand Oaks, CA: Sage, 2011.

DITTRICH, C.; POOL, J.; POOL, K. Arts integration in teacher preparation: teaching the teachers. **Journal for Learning through the Arts**, Irvine, v. 5, n. 1, p. 1-11, 2011. Disponível em: <https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ985616.pdf>. Acesso em: 19 dez. 2021.

DUELI, L. J. **Geometria esférica**: propostas de sequências didáticas interdisciplinares. 2013. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2013.

FLORES, C. R. Descaminhos: potencialidades da Arte com a educação matemática. **Bolema**, São Paulo, v. 30, n. 55, 2016. Disponível em: <https://www.redalyc.org/journal/2912/291245779011/>. Acesso em: 19 dez. 2021.

GÓES, H. C.; GUÉRIOS, E. C. Subsídio para a desfragmentação da prática didática em Geometria. **Educação Gráfica**, Bauru, v. 24, n. 1, p. 329-343. abr. 2020. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/342198371_SUBSIDIO_PARA_A_DESFRA_GMENTACAO_DA_PRATICA_DIDATICA_EM_GEOMETRIA. Acesso em: 20 jan. 2021.

GOMES, C. S.; LÓPEZ, J. G. Uma abordagem de Física Experimental com um olhar na Matemática. **REMAT**, Caxias do Sul, v. 1, n. 2, 2015. Disponível em: <https://periodicos.ifrs.edu.br/index.php/REMAT/article/view/1270/1099>. Acesso em: 19 dez. 2021.

GUÉRIOS, E. C. **Espaços oficiais e intersticiais da formação docente**: histórias de um grupo de professores na área de ciências e matemática. 2002. 233f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2002.

HOLANDA, K. C. **Uma proposta didática utilizando caleidociclos de Maurits Cornelis Escher**. 2018. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade de Brasília, Brasília, DF, 2018.

HONDA, A. M. C. **Matemática e Geografia: uma interdisciplinaridade**. 2013. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2013.

KALIONTZOPOULOU, A. Geometric morphometric sinherpetology: modern tools for enhancing the study of morphological variation in amphibians and reptiles. **Amphibia-Reptilia**, [s.l.], v. 32, n. 1, p. 1-23, 2011.

KLEEMANN, R. **Desenvolvimento de propostas metodológicas para o trabalho interdisciplinar nas disciplinas de Matemática e Física**. 2018. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Federal da Fronteira Sul, Chapecó, 2018.

LIN, M. F. **Distâncias astronômicas e Geometria**. 2013. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Federal da Grande Dourados, Dourados, 2013.

MELO, M. I. A. **Razão áurea e números de Fibonacci: da teoria à prática a prática através da fotografia**. 2017. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2017.

MONTOITO, R. Entrelugares: pequeno inventário inventado sobre Matemática e Literatura. **Bolema**, São Paulo, v. 33, n. 64, 2019. Disponível em: <https://www.redalyc.org/journal/2912/291265268024/>. Acesso em: 19 dez. 2021.

MORIN, E. **Os sete saberes necessários à educação do futuro**. São Paulo: Cortez; Unesco, 2000a.

MORIN, E. **Ciência com consciência**. 9. ed. Rio de Janeiro: Bertrand Brasil, 2000b.

MORIN, E. **Introdução ao pensamento complexo**. 3. ed. Porto Alegre: Sulina, 2007.

MORIN, E. **O método 6: ética**. Porto Alegre: Sulina, 2008.

MORIN, E. **A cabeça bem-feita: repensar a reforma, reformar o pensamento**. 22. ed. Rio de Janeiro: Bertrand Brasil, 2015.

NICOLESCU, B. **O manifesto da transdisciplinaridade**. São Paulo: Triom, 1999.

OLIVEIRA, L. **Geometria da observação dos movimentos aparentes do Sol e aplicações**. 2011. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Exatas) – Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2011.

PETRAGLIA, I. **Complexidade e educação: teoria e prática transdisciplinar**. Petrópolis: Vozes, 2012.

PRIGOGINE, I. **O fim das certezas**: tempo, caos e as leis da natureza. São Paulo: Editora da UNESP, 1996.

POLANÍA-QUIZA, L. A.; OVALLE-CERQUERA, D. E.; CÁRDENAS-LIS, J. D. Matemática y complejidad. **Jangwa Pana**, Santa Marte, v. 18, n. 1, p. 120-131, 2019. Disponível em: <http://revistas.unimagdalena.edu.co/index.php/jangwapana/article/view/2693/2047>. Acesso em: 19 dez. 2021.

QUADRAT, R. V. **Mudando a forma e mantendo o volume**: um projeto interdisciplinar com embalagens no ensino de Geometria Espacial. 2013. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Federal Fluminense, Niterói, 2013.

RAMOS, C. Artes visuais e transdisciplinaridade na era da complexidade: uma prática pedagógica continuada. **Revista Lusófona de Educação**, Lisboa, n. 26, p. 103-122, 2014. Disponível em: <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=34931782008>. Acesso em: 19 dez. 2021.

RODRIGUES, M. S. **Possibilidade de interação entre a Matemática e a Arte no Ensino Fundamental**: uma proposta de atividade em sala de aula. 2016. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, 2016.

SANTOS, M. R. **Pavimentações do plano**: um estudo com professores de Matemática e Arte. 2006. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista, São Paulo, 2006.

SANTOS, M. R.; BICUDO, M. A. V. Uma experiência de formação continuada com professores de Arte e Matemática no ensino de Geometria. **Bolema**, São Paulo, v. 29, n. 53, 2015. Disponível em: <https://www.redalyc.org/journal/2912/291243162027/>. Acesso em: 19 dez. 2021.

SEVERINO, A. **Metodologia do trabalho científico**. São Paulo: Cortez, 2013.

SILVA, A. J. **O número de ouro na educação básica**. 2018. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade de São Paulo, São José dos Campos, 2018.

SILVA, A. P. **Matemática na arte**: análise de uma proposta de ensino envolvendo a pintura renascentista e a Geometria em uma classe do 9º ano do Ensino Fundamental em Belo Horizonte (MG). 2013. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2013.

SILVA, M. A.; PIRES, C. M. C. Organização curricular da Matemática no Ensino Médio: a recursão como critério. **Ciência & Educação**, Bauru, v. 19, n. 2, p. 249-266, 2013. Disponível em: <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=251027945002>. Acesso em: 19 dez. 2021.

SOARES, J. R. **Atividade docente e subjetividade**: sentidos e significados constituídos pelo professor acerca da participação dos estudantes em atividades de sala de aula. 2011. Tese (Doutorado) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2011.

SPINILLO, A. G.; LAUTERT, S. L. Pesquisa-intervenção em psicologia do desenvolvimento cognitivo: princípios metodológicos, contribuição teórica e aplicada. *In*: CASTRO, L. R.; BESSET, V. L. (Org.). **Pesquisa-intervenção na infância e juventude**. Rio de Janeiro: Trarepa/Faperj, 2008. p. 296-317.

STAKE, R. **Pesquisa qualitativa**: estudando como as coisas funcionam. Porto Alegre: Penso, 2011.

ZABALA, A. **A prática educativa**: como ensinar. Porto Alegre: Artmed, 1998.

ANEXO A - TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Título do Projeto: Complexidade e Transdisciplinaridade na Prática Docente de Geometria

Pesquisador/a Responsável: Adriano Aparecido da Silva

Local da Pesquisa: Colégio Estadual Cecília Meireles

Endereço: Rua Pedro Eloy de Souza, Bairro Alto, Curitiba/PR.

Seu/sua _____ está sendo convidado/a a participar de uma pesquisa. Este documento, chamado Termo de Consentimento Livre e Esclarecido visa assegurar os direitos dele/dela como participante da pesquisa. Por favor, leia com atenção e calma, aproveitando para esclarecer suas dúvidas. Se houver perguntas antes ou mesmo depois de assiná-lo, você poderá esclarecê-las com o pesquisador. Você é livre para decidir se ele/a pode participar, e com ciência de que pode desistir a qualquer momento sem que isto lhe traga prejuízo algum.

A pesquisa intitulada Complexidade e Transdisciplinaridade na Prática Docente de Geometria, tem como objetivo, a identificação de novas possibilidades de exploração dos conceitos geométricos de modo transdisciplinar pelos professores de Matemática.

Durante o estudo, ele/a está sendo convidado/a, a participar na sequência didática desenvolvida pelo pesquisador, além da observação das atividades, do preenchimento de testes e questionários e uma breve entrevista que será realizada ao final deste processo. A pesquisa acontecerá durante o segundo trimestre deste ano letivo na própria sala de aula que o/a estudante integra; portanto, não haverá necessidade de deslocamento. Seguindo os protocolos de pesquisa científica, as entrevistas serão gravadas e descartadas após cinco anos da sua realização.

Desconfortos e riscos: Em conformidade com a Resolução 466/12 do CNS e 510, toda pesquisa com seres humanos envolve certo risco, sendo obrigação do pesquisador e da instituição garantir os cuidados para minimizá-los. No caso específico desta pesquisa, poderão acontecer desconfortos quanto ao tempo dedicado na resolução das atividades, bem como, questionários e entrevistas que serão realizadas em sala de aula, sendo passível de embaraços na resposta às questões sensíveis para o estudante, no decorrer do processo de pesquisa.

Sigilo e privacidade: Você tem a garantia de que a identidade dele/a será mantida em sigilo e nenhuma informação será dada a outras pessoas que não façam parte da equipe de pesquisadores. Na divulgação dos resultados desse estudo, o nome dele/dela não será citado.

Ressarcimento e Indenização: Como a pesquisa acontecerá durante a própria rotina do estudante, não são esperadas despesas como transporte, alimentação, etc. De todo modo, em caso de gastos para participar da pesquisa fora da sua rotina, serão pagos integralmente pelo pesquisador.

Contato:

Em caso de dúvidas sobre a pesquisa, você poderá entrar em contato com o pesquisador através dos e-mails: adriano.aparecido.silva@hotmail.com, ou adriano.silva@ufpr.br, bem como, através do telefone: (41) 999316282.

Em caso de denúncias ou reclamações sobre a participação do estudante sobre questões éticas do estudo, você poderá entrar em contato com a secretaria do Comitê de Ética em Pesquisa em Ciências Humanas e Sociais do Setor de Ciências Humanas (CEP/CHS) da Universidade Federal do Paraná, Subsolo Setor de Ciências Sociais Aplicadas, sala SA.SSW.09, na Av. Prefeito Lothário Meissner, 632- Campus Jardim Botânico, (41)3360-4344, ou pelo e-mail cep_chs@ufpr.br.

O Comitê de Ética em Pesquisa (CEP): O papel do CEP é avaliar e acompanhar os aspectos éticos de todas as pesquisas envolvendo seres humanos. A Comissão Nacional de Ética em Pesquisa (CONEP), tem por objetivo desenvolver a regulamentação sobre proteção dos seres humanos envolvidos nas pesquisas. Desempenha um papel coordenador da rede de Comitês de Ética em Pesquisa (CEPs) das instituições, além de assumir a função de órgão consultor na área de ética em pesquisas

Este documento é elaborado em duas vias, assinadas e rubricadas pelo/a pesquisador e pelo/a participante/responsável legal, sendo que uma via deverá ficar com você e outra com o/a pesquisador.

Esta pesquisa foi submetida ao Comitê de Ética em Pesquisa com seres humanos da UFPR sob o número CAAE nº [campo a ser preenchido após a aprovação] e aprovada com o Parecer número [campo a ser preenchido após a aprovação] emitido em [data - campo a ser preenchido após a aprovação].

Consentimento livre e esclarecido:

Após ter lido este documento com informações sobre a pesquisa e não tendo dúvidas informo que autorizo a participação do meu/ minha _____.

Nome do/a participante da pesquisa:

Nome e assinatura do/a pai/mãe ou responsável

Data:

/ / .

[Assinatura do/a participante da pesquisa ou do seu RESPONSÁVEL LEGAL]

ANEXO B - TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO PARA VALIDAÇÃO DOS INSTRUMENTOS DE COLETA DE DADOS

Você está sendo convidado(a) como voluntário(a) a participar da validação dos instrumentos de coleta de dados da pesquisa intitulada Complexidade e Transdisciplinaridade na Prática Docente de Geometria, que tem como objetivo, a identificação de novas possibilidades de exploração dos conceitos geométricos de modo transdisciplinar pelos professores de Matemática. Essa pesquisa é orientada pela Prof.^a Dra. Ettiène Cordeiro Guérios e tem como pesquisador o mestrando Adriano Aparecido da Silva. Essa pesquisa é vinculada ao Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal do Paraná, na linha de pesquisa Cognição, Aprendizagem e Desenvolvimento Humano.

Sigilo e privacidade: Nós pesquisadores garantiremos a você que sua privacidade será respeitada, ou seja, seu nome, qualquer outro dado ou elemento que possa, de qualquer forma, lhe identificar, será mantido em sigilo. Nenhuma informação será dada a outras pessoas que não façam parte da equipe de pesquisadores. Na divulgação dos resultados desse estudo, o seu nome será mantido em sigilo.

Autonomia: Informamos que você pode se recusar a participar do estudo ou retirar seu consentimento a qualquer momento.

Contato:

Em caso de dúvidas sobre a pesquisa, você poderá entrar em contato com o pesquisador através dos e-mails: adriano.aparecido.silva@hotmail.com, ou adriano.silva@ufpr.br, bem como, através do telefone: (41) 999316282.

Declaro que li e entendi todas as informações presentes nesse Termo de Consentimento Livre e Esclarecido. Enfim, tendo sido orientado(a) quanto ao teor de todo o aqui mencionado e compreendido a natureza e o objetivo do já referido estudo, **manifesto meu livre consentimento em participar**, estando totalmente ciente de que não há nenhum valor econômico, a receber ou a pagar, por minha participação.

Dados do participante da pesquisa
--

Nome:	
Telefone:	
e-mail:	

Assinatura do participante

Curitiba, 10 de maio de 2022

ANEXO C - TERMO DE AUTORIZAÇÃO DE USO DE VOZ E DEPOIMENTOS PARA PESQUISA

Título do projeto: Complexidade e Transdisciplinaridade na Prática Docente de Geometria

Os pesquisadores Profa. Dra. Ettiène Cordeiro Guérios (pesquisadora principal) e Adriano Aparecido da Silva (pesquisador assistente) presente projeto de pesquisa, solicitam a utilização de som de voz e depoimentos para a pesquisa.

Este termo refere-se a autorização e liberação para realizarem fotos e/ou vídeos e/ou para colherem depoimento, com finalidade única e exclusiva de realização da pesquisa e do uso em publicações decorrentes desta pesquisa (livros, artigos e slides) e/ou em atividades acadêmicas correlatas (seminários, congressos, conferências, etc.). Esta autorização e liberação de uso não incorrerá em quaisquer ônus financeiros a nenhuma das partes e, neste caso, abdica-se dos direitos autorais abrangidos pela Lei 9.160/98 (Lei dos Direitos Autorais).

Não autorizo a utilização de minha imagem, som de voz e depoimentos para outros fins que não sejam exclusivamente relacionados à esta pesquisa.

Tenho ciência que a guarda e os demais procedimentos de segurança são de inteira responsabilidade dos pesquisadores, que se comprometem a fazer uso e divulgação das informações coletadas somente de forma anônima, garantindo-se o sigilo e a confidencialidade dos dados, nos termos expressos nas Resolução nº466/12, nº510/2016, nº580/2018 e demais resoluções do Conselho Nacional de Saúde/MS vigentes na data presente.

Este documento foi elaborado em duas (2) vias, uma ficará com os pesquisadores e outra com o(a) participante da pesquisa.

Curitiba, ____ de _____ de ____.

Pesquisador responsável

Participante da pesquisa

ANEXO D - TERMO DE ASSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Título do Projeto: Complexidade e Transdisciplinaridade na Prática Docente de Geometria

Pesquisador/a Responsável: Adriano Aparecido da Silva

Local da Pesquisa: Colégio Estadual Cecilia Meireles

Endereço: Rua Pedro Eloy de Souza, Bairro Alto, Curitiba/PR.

Você está sendo convidado/a para participar da pesquisa Complexidade e Transdisciplinaridade na Prática Docente de Geometria. Seus pais ou responsáveis legais permitiram que você participe. Queremos saber a identificação de novas possibilidades de exploração dos conceitos geométricos de modo transdisciplinar pelos professores de Matemática. Você não precisa participar da pesquisa se não quiser, é um direito seu, não terá nenhum problema se desistir. A pesquisa será feita no Colégio Estadual Cecilia Meireles, onde os questionários serão aplicados e as entrevistas serão realizadas. Ao participar da pesquisa você precisa saber que toda pesquisa com seres humanos envolve certo risco, sendo obrigação do pesquisador e da instituição garantir os cuidados para minimizá-los. No caso específico desta pesquisa, poderão acontecer desconfortos quanto ao tempo dedicado na resolução das atividades, bem como, questionários e entrevistas que serão realizadas em sala de aula, sendo passível de embaraços na resposta às questões sensíveis para o estudante, no decorrer do processo de pesquisa. Caso alguma situação destas aconteça, você pode nos procurar pelos telefones você poderá entrar em contato com o pesquisador através dos e-mails: adriano.aparecido.silva@hotmail.com, ou adriano.silva@ufpr.br, bem como, através do telefone: (41) 999316282. Mas há coisas boas que podem acontecer como auxiliar na produção de dados que possam colaborar para a melhoria do ensino da Matemática, sobretudo da Geometria nas escolas. Não falaremos suas informações a outras pessoas de fora da nossa equipe de pesquisa. Os resultados da pesquisa vão ser publicados, mas não será dito os nomes das pessoas que participaram da pesquisa. Quando terminarmos a pesquisa, ela será sistematicamente apresentada, assim como, publicada. Se você tiver alguma dúvida, você pode me perguntar ou ao/à pesquisador/a Adriano Aparecido da Silva. O telefone de contato do/a pesquisador/a está na parte de cima deste texto.

Eu _____ aceito participar da pesquisa Complexidade e Transdisciplinaridade na Prática Docente de Geometria, que tem o objetivo principal a identificação de novas possibilidades de exploração dos conceitos

geométricos de modo transdisciplinar pelos professores de Matemática. Entendi as coisas ruins e as coisas boas que podem acontecer.

Rubrica do pesquisador:_____ Rubrica do participante:_____

Entendi que posso dizer “sim” e participar, mas que, a qualquer momento, posso dizer “não” e desistir que ninguém vai ficar zangado. Os pesquisadores tiraram minhas dúvidas e conversaram com os meus responsáveis. Recebi uma cópia deste termo de assentimento e li e concordo em participar da pesquisa.

Assinatura do participante

Assinatura do pesquisador
responsável

APÊNDICE A – QUESTIONÁRIO PRÉ VALIDAÇÃO

A. Você se lembra das aulas de Geometria dos anos anteriores?

() SIM () NÃO () UM POUCO

Essa primeira questão visa compreender inicialmente se o estudante reconhece ou ao menos percebe essa fragmentação entre a Geometria, Álgebra e Aritmética. Mais do que isso, essa pergunta tem um papel fundamental de situar o participante no questionário. Sem mais detalhes podemos considerar que se o participante responder SIM ou UM POUCO, ele possui ao menos uma compreensão rasa do que seja Geometria, e percebe que mesmo na Matemática, existe uma fragmentação entre conhecimentos.

- Averiguar reflexos da aprendizagem dos conceitos geométricos abordados, após a aplicação.

B. Para você o que é Geometria? (Não existe uma resposta certa ou errada, escreva com sinceridade o que você entende por Geometria)

Essa segunda questão tem como objetivo levantar indícios do entendimento mais profundo do participante sobre a definição de Geometria. Podem aparecer respostas que corroborem para uma melhor compreensão quanto à capacidade do estudante de perceber a Matemática e, em particular, a Geometria em sua realidade.

- Identificar indícios do conhecimento pertinente dos estudantes, na aprendizagem da Geometria;
- Averiguar reflexos da aprendizagem dos conceitos geométricos abordados, após a aplicação.

C. Leia e interprete o quadrinho abaixo, depois responda o que se pede:

Quadrinho: BALADA VIP



Fonte: <https://www.ivoiuauva.com.br/balada-vip/>, acessado dia 22/04/2022 às 13:55.

Explique com suas palavras o motivo que impediu o triângulo retângulo de entrar nesta balada.

Mesmo as formas Geométricas mais conhecidas, não fazem parte do conjunto de conhecimentos de conceitos geométricos de alguns estudantes. O objetivo desta pergunta é o de reconhecer se, mesmo sem um contexto envolvido, o estudante é capaz de diferenciar um triângulo de um quadrilátero.

- Identificar indícios do conhecimento pertinente dos estudantes, na aprendizagem da Geometria;
- Averiguar reflexos da aprendizagem dos conceitos geométricos abordados, após a aplicação.

D. Leia e interprete a tirinha abaixo, depois responda o que se pede:

Tirinha: BALADA VIP



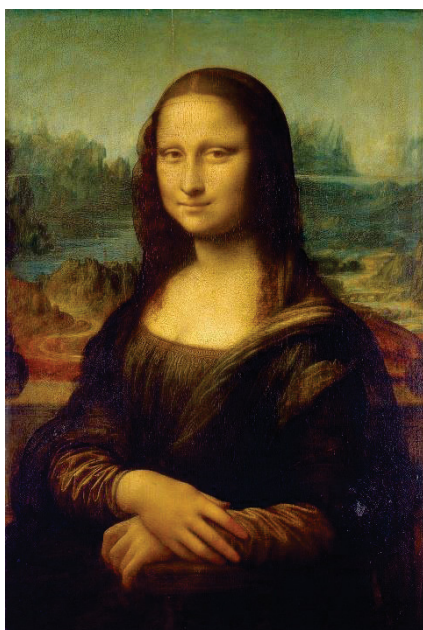
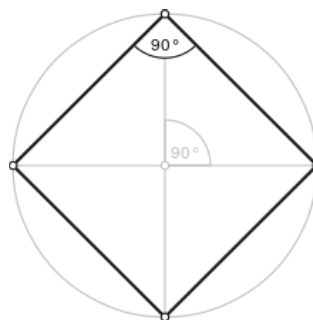
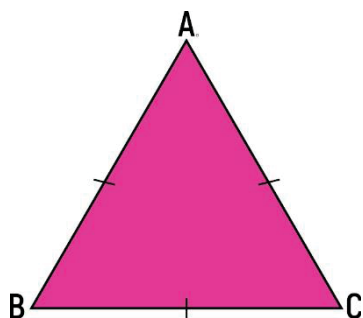
Fonte: <https://tirasarmandinho.tumblr.com/post/115869048829/tirinha-original>, acessado dia 22/04/2022 às 14h44.

Explique com suas palavras, qual é a principal diferença entre as duas primeiras figuras e a terceira?

A finalidade desta pergunta é a de compreender se os estudantes são capazes de reconhecer, mesmo que abstratamente, a diferença entre figuras bidimensionais e tridimensionais. É fundamental perceber que podem emergir respostas em que a diferença principal não seja, para aquele participante, essa tridimensionalidade não apresentada nos primeiros quadros.

- Identificar indícios do conhecimento pertinente dos estudantes, na aprendizagem da Geometria;
- Averiguar reflexos da aprendizagem dos conceitos geométricos abordados, após a aplicação.

E. Selecione e marque as imagens abaixo que você considera estarem relacionadas com Geometria.



TRIÂNGULO ROSA

Fonte: <https://mundoeducacao.uol.com.br/matematica/propriedades-triangulo-equilatero.htm>, acessado em 22/04/2022 às 14:31.

CONCHA DO CARACOL

Fonte: <https://escolakids.uol.com.br/matematica/numero-de-ouro.htm>, acessado em 22/04/2022 às 14:40.

QUADRADO

Fonte: <https://pt.wikipedia.org/wiki/Quadrado>, acessado em 22/04/2022 às 14:42.

IMAGEM DE UMA NEBULOSA TIRADA PELO TELESCÓPIO HUBBLE

Fonte: <https://www.techtudo.com.br/noticias/2020/04/site-da-nasa-mostra-fotos-tiradas-do-espaco-no-dia-do-seu-aniversario.ghml>, acessado dia 22/04/2022 às 14:44. Foto: Reprodução/NASA

MONALISA (LA GIOCONDA)

Fonte: <https://www.pariscityvision.com/pt/paris/museus-de-paris/museu-do-louvre/mona-lisa-historia-misterios>, acessado dia 22/04/2022 às 14:50.

BALANÇO COM UMA CRIANÇA

Fonte: <https://mybest-brazil.com.br/18588>, acessado em 22/04/2022 às 14:57.

A finalidade desta pergunta é a de levantar indícios do conhecimento pertinente dos estudantes. O objetivo é perceber se há um vínculo entre o conhecimento geométrico, a vida e o cotidiano.

- Identificar indícios do conhecimento pertinente dos estudantes, na aprendizagem da Geometria;
- Averiguar reflexos da aprendizagem dos conceitos geométricos abordados, após a aplicação.

F. Marque a opção que melhor descreve a sua opinião sobre a frase: **“A Matemática está presente na nossa vida cotidiana”**. (Não existe uma resposta certa ou errada, apenas seja sincero)

- () NÃO CONCORDO
- () CONCORDO UM POUCO
- () CONCORDO MUITO
- () CONCORDO COMPLETAMENTE

A finalidade desta pergunta é a compreender se o estudante percebe que a Matemática é parte da sua vida, ou se ela é uma disciplina isolada, da vida e do cotidiano.

- Identificar indícios do conhecimento pertinente dos estudantes, na aprendizagem da Geometria;
- Averiguar reflexos da aprendizagem dos conceitos geométricos abordados, após a aplicação.

G. Marque a opção que melhor descreve a sua opinião sobre a frase: **“A Geometria está presente na nossa vida”**. (Não existe uma resposta certa ou errada, apenas seja sincero)

- () NÃO CONCORDO
- () CONCORDO UM POUCO
- () CONCORDO MUITO
- () CONCORDO COMPLETAMENTE

A finalidade desta pergunta é a compreender se o estudante percebe que a Geometria é parte da sua vida, ou se ela é uma disciplina isolada, da vida e do cotidiano.

- Identificar indícios do conhecimento pertinente dos estudantes, na aprendizagem da Geometria;
- Averiguar reflexos da aprendizagem dos conceitos geométricos abordados, após a aplicação.

APÊNDICE B – PROTOCOLO DE ENTREVISTA SEMIESTRUTURADA PRÉ VALIDAÇÃO

Você como participante desta pesquisa, tem a garantia de que sua identidade será mantida em sigilo e nenhuma informação será dada a outras pessoas que não façam parte da equipe de pesquisadores. Na divulgação dos resultados desse estudo, o seu nome não será citado.

Ressaltamos que essa entrevista será gravada em áudio. O procedimento metodológico adotado com as gravações será: (a) transcrição do áudio preocupando-se com o conteúdo do diálogo e não seu conteúdo verbal.

O áudio desta gravação será guardado por um período de 5 anos pelo pesquisador, e após isso poderão ser excluídos do banco de dados permanentemente.

- 01.** Você considera que gosta de Matemática? E Geometria? Fale um pouco sobre como você se sente quanto à essas matérias, não só neste ano, mas durante todos os momentos da sua vida até agora. (nos anos anteriores, com outros professores).

A finalidade desta pergunta é a de iniciar a conversa, para que o participante se solte, crie intimidade com o entrevistador e consiga perceber que não será julgado pelas suas respostas.

- 02.** Pensando nos conhecimentos de Geometria, você considera que eles estão presentes na nossa realidade, nas nossas vidas e no mundo em que vivemos? Fale um pouco sobre isso. Onde podemos encontrar Geometria?

Nessa pergunta, que é crucial, tem-se o objetivo de determinar se após a aplicação da sequência didática, o estudante consegue perceber a presença da Geometria, na sua vida, na vida e no cotidiano.

APÊNDICE C – QUESTIONÁRIO PÓS VALIDAÇÃO

A. Você se lembra das aulas de Geometria dos anos anteriores?

() SIM () NÃO () UM POUCO

Essa primeira questão visa compreender inicialmente se o estudante reconhece ou ao menos percebe essa fragmentação entre a Geometria, Álgebra e Aritmética. Mais do que isso, essa pergunta tem um papel fundamental de situar o participante no questionário. Sem mais detalhes podemos considerar que se o participante responder SIM ou UM POUCO, ele possui ao menos uma compreensão rasa do que seja Geometria, e percebe que mesmo na Matemática, existe uma fragmentação entre conhecimentos.

- Averiguar reflexos da aprendizagem dos conceitos geométricos abordados, após a aplicação.

B. Para você o que é Geometria? (Não existe resposta certa ou errada, escreva com sinceridade o que você entende por Geometria)

Essa segunda questão tem como objetivo levantar indícios do entendimento mais profundo do participante sobre a definição de Geometria. Podem aparecer respostas que corroborem para uma melhor compreensão quanto à capacidade do estudante de perceber a Matemática e, em particular, a Geometria em sua realidade.

- Identificar indícios do conhecimento pertinente dos estudantes, na aprendizagem da Geometria;
- Averiguar reflexos da aprendizagem dos conceitos geométricos abordados, após a aplicação.

C. Leia e interprete o quadrinho abaixo, depois responda o que se pede:

Quadrinho: BALADA VIP



Fonte: <https://www.ivoiuauva.com.br/balada-vip/>, acessado dia 22/04/2022 às 13:55.

Explique com suas palavras o motivo que impediu o triângulo retângulo de entrar nesta balada.

Mesmo as formas Geométricas mais conhecidas, não fazem parte do conjunto de conhecimentos de conceitos geométricos de alguns estudantes. O objetivo desta pergunta é o de reconhecer se, mesmo sem um contexto envolvido, o estudante é capaz de diferenciar um triângulo de um quadrilátero.

- Identificar indícios do conhecimento pertinente dos estudantes, na aprendizagem da Geometria;
- Averiguar reflexos da aprendizagem dos conceitos geométricos abordados, após a aplicação.

D. Leia e interprete a tirinha abaixo, depois responda o que se pede:

Tirinha: BALADA VIP



Fonte: <https://tirasarmandinho.tumblr.com/post/115869048829/tirinha-original>, acessado dia 22/04/2022 às 14h44.

Explique com suas palavras, qual é a principal diferença entre as duas primeiras figuras e a terceira.

A finalidade desta pergunta é a de compreender se os estudantes são capazes de reconhecer, mesmo que abstratamente, a diferença entre figuras bidimensionais e tridimensionais. É fundamental perceber que podem emergir respostas em que a diferença principal não seja, para aquele participante, essa tridimensionalidade não apresentada nos primeiros quadros.

- Identificar indícios do conhecimento pertinente dos estudantes, na aprendizagem da Geometria;
- Averiguar reflexos da aprendizagem dos conceitos geométricos abordados, após a aplicação.

E. Selecione e marque as imagens abaixo que você considera estarem relacionadas com Geometria.

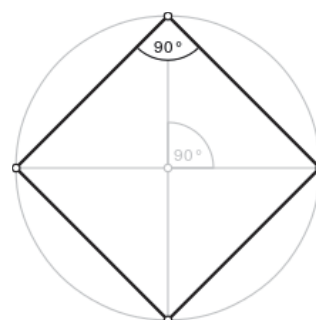
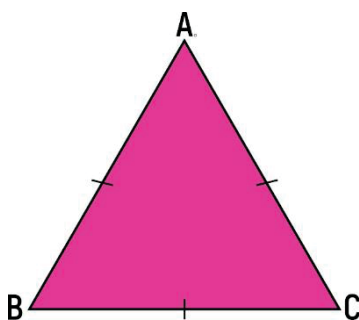




FOTO DA ESCOLA

FOTO DA ESCOLA

TRIÂNGULO ROSA

Fonte: <https://mundoeducacao.uol.com.br/matematica/propriedades-triangulo-equilatero.htm>, acessado em 22/04/2022 às 14:31.

CONCHA DO CARACOL

Fonte: <https://escolakids.uol.com.br/matematica/numero-de-ouro.htm>, acessado em 22/04/2022 às 14:40.

QUADRADO

Fonte: <https://pt.wikipedia.org/wiki/Quadrado>, acessado em 22/04/2022 às 14:42.

IMAGEM DE UMA NEBULOSA TIRADA PELO TELESCÓPIO JAMES WEBB

Fonte: <https://www.poder360.com.br/internacional/veja-as-novas-fotos-coloridas-do-universo-divulgadas-pela-nasa/>

MONALISA (LA GIOCONDA)

Fonte: <https://www.pariscityvision.com/pt/paris/museus-de-paris/museu-do-louvre/mona-lisa-historia-misterios>, acessado dia 22/04/2022 às 14:50.

BALANÇO COM UMA CRIANÇA

Fonte: <https://mybest-brazil.com.br/18588>, acessado em 22/04/2022 às 14:57.

A finalidade desta pergunta é a de levantar indícios do conhecimento pertinente dos estudantes. O objetivo é perceber se há um vínculo entre o conhecimento geométrico, a vida e o cotidiano.

- Identificar indícios do conhecimento pertinente dos estudantes, na aprendizagem da Geometria;
- Averiguar reflexos da aprendizagem dos conceitos geométricos abordados, após a aplicação.

F. Marque a opção que melhor descreve a sua opinião sobre a frase: **“A Matemática está presente na nossa vida cotidiana”**. (Não existe uma resposta certa ou errada, apenas seja sincero)

- () NÃO CONCORDO
- () CONCORDO UM POUCO
- () CONCORDO MUITO
- () CONCORDO COMPLETAMENTE

A finalidade desta pergunta é a compreender se o estudante percebe que a Matemática é parte da sua vida, ou se ela é uma disciplina isolada, da vida e do cotidiano.

- Identificar indícios do conhecimento pertinente dos estudantes, na aprendizagem da Geometria;

- Averiguar reflexos da aprendizagem dos conceitos geométricos abordados, após a aplicação.

G. Marque a opção que melhor descreve a sua opinião sobre a frase: **“A Geometria está presente na nossa vida”**. (Não existe uma resposta certa ou errada, apenas seja sincero)

() NÃO CONCORDO

() CONCORDO UM POUCO

() CONCORDO MUITO

() CONCORDO COMPLETAMENTE

A finalidade desta pergunta é a compreender se o estudante percebe que a Geometria é parte da sua vida, ou se ela é uma disciplina isolada, da vida e do cotidiano.

- Identificar indícios do conhecimento pertinente dos estudantes, na aprendizagem da Geometria;
- Averiguar reflexos da aprendizagem dos conceitos geométricos abordados, após a aplicação.

APÊNDICE D – PROTOCOLO DE ENTREVISTA SEMIESTRUTURADA PÓS VALIDAÇÃO

Você como participante desta pesquisa, tem a garantia de que sua identidade será mantida em sigilo e nenhuma informação será dada a outras pessoas que não façam parte da equipe de pesquisadores. Na divulgação dos resultados desse estudo, o seu nome não será citado.

Ressaltamos que essa entrevista será gravada em áudio. O procedimento metodológico adotado com as gravações será: (a) transcrição do áudio preocupando-se com o conteúdo do diálogo e não seu conteúdo verbal.

O áudio desta gravação será guardado por um período de 5 anos pelo pesquisador, e após isso poderão ser excluídos do banco de dados permanentemente.

- 03.** Você considera que gosta de Matemática? E Geometria? Fale um pouco sobre como você se sente quanto à essas matérias, não só neste ano, mas durante todos os momentos da sua vida até agora. (nos anos anteriores, com outros professores).

A finalidade desta pergunta é a de iniciar a conversa, para que o participante se solte, crie intimidade com o entrevistador e consiga perceber que não será julgado pelas suas respostas.

- 04.** Pensando nos conhecimentos de Geometria, você considera que eles estão presentes na nossa realidade, nas nossas vidas e no mundo em que vivemos? Fale um pouco sobre isso. Onde podemos encontrar Geometria?

Nessa pergunta, que é crucial, tem-se o objetivo de determinar se após a aplicação da sequência didática, o estudante consegue perceber a presença da Geometria, na sua vida, na vida e no cotidiano.