

ROSÂNGELA VANSAN PARISE

TRABALHANDO OS NÚMEROS NATURAIS NO ENSINO DE
JOVENS E ADULTOS

FRANCISCO BELTRÃO
1998

ROSÂNGELA VANSAN PARISE

TRABALHANDO OS NÚMEROS NATURAIS NO ENSINO DE
JOVENS E ADULTOS

Monografia apresentada para obtenção
do título de Especialista no Curso de
Pós Graduação de Ensino Para Jovens e
Adultos, Faculdade de Ciências
Humanas de Francisco Beltrão, Instituto
Brasileiro de Pós-Graduação e
Extensão.

Orientadora: Prof^ª. Ana Maria Petraitis
Liblik.

FRANCISCO BELTRÃO
1998

DEDICATÓRIA

**Ao meu esposo Aldair e minha filha Júlia
que muito me auxiliaram no desenvolvimento
deste estudo e compreenderam minha
ausência.**

AGRADECIMENTOS

A Deus, pela coragem, persistência e o dom de aprender.

À família acadêmica pela amizade e companheirismo. A professora Orientadora Prof^ª. Ana Maria Liblik pela atenção e apoio.

“Em Matemática, quando dividimos um número pelo outro, o resultado final é sempre menor. Nas dimensões de amor humano acontece exatamente o contrário. Dividir o amor com os outros é multiplicá-lo, é aumenta-lo...”

(Núcleo Regional de Educação de Francisco Beltrão).

“É melhor tentar e falhar, que preocupar-se e ver a vida passar.

É melhor tentar, ainda em vão, que sentar-se fazendo nada até o final.

Eu prefiro na chuva caminhar, que em dias tristes em casa me esconder.

Prefiro ser feliz, embora louco, que em conformidade viver”.

Martin Luther King

“Os Números governam o mundo”

Pitágoras

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	09
I - REFERÊNCIAS TEÓRICAS	12
1.1 - História da Matemática	12
1.2 - Origem da Numeração Indo-Arábica	22
1.3 - Conhecimento Matemático e as 4 Operações	24
1.4 - Refletindo sobre as Quatro Operações	32
1.5 - A Importância dos Jogos na Matemática	44
PROPOSTA DE CONTEÚDO	49
CONCLUSÃO	85
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	90

INTRODUÇÃO

O ensino de matemática para alfabetizando jovens e adultos tem sido uma área de grande preocupação para a maioria dos professores, pelo fato de que muitos ainda pensam que o ensino de jovens e adultos é um problema secundário. As tentativas de se superar essa idéia tem se reduzido a adaptações precárias de metodologias criadas para o ensino infantil.

Correlatos ao ensino da matemática encontram-se a aprendizagem e o conhecimento do ser que ali está para aprender. O conhecimento está ligado à questão do ensino e este traz consigo as ligações com o conhecimento do que se quer que o aluno aprenda.

A matemática enquanto área do conhecimento, possui um modo próprio de ser, de mostrar-se; isto aparece em sua linguagem, nas suas afirmações, nas suas proposições, nas formas de raciocínio utilizadas para ligar umas proposições às outras, na maneira pela qual são estruturadas suas teorias, no significado social que possui, nas suas ligações com outras áreas

de conhecimento, na forma utilitária em que é usada pelas ciências aplicadas, pela técnica e pela tecnologia. Este modo de ser desta ciência, aparece como algo merecedor de atenção e de cuidado por parte de quem se preocupa com o seu ensino e conhecimento. Segundo BICUDO (1990, p. 12):

“Aparecem como sendo de importância fundamental os modos pelo quais a pessoa pensa matematicamente, ainda que ela não tenha se deparado com a Matemática cientificamente estruturada e formalmente ensinada e transmitida nas instituições educacionais e em textos didáticos e científicos. Também mostram-se como fundamentais os atos mentais do sentir, intuir, imaginar, fantasiar, refletir, falar, simbolizar, generalizar, raciocinar, contar, medir, relacionar, presentes na atividade cognitiva que gera o conhecimento matemático”.

Neste contexto dois aspectos parecem essenciais para o professor de matemática: a análise da situação do ensino dessa disciplina e o desgosto por esta área do conhecimento manifestado pela maioria dos alunos do ensino de jovens e adultos.

Estes fatos referem-se à visão da matemática como uma área do conhecimento pronta, acabada, perfeita, pertencente apenas ao mundo das idéias e cuja estrutura de sistematização serve de modelo para outras ciências. Para CARVALHO (1990, p. 15):

“A consequência dessa visão em sala de aula é a imposição autoritária do conhecimento matemático por um professor que, supõe-se, o domina e o transmite a um aluno passivo, que deve se moldar à autoridade da “perfeição científica”. Outra consequência e, talvez, a de resultados mais nefastos, é a de que o sucesso em

Matemática só pode ser acessível a mentes privilegiadas, os conteúdos matemáticos são abstratos e nem todos têm condições de possuí-los”.

Essa visão da matemática se contrapõe àquela que considera o conhecimento como que em constante construção e os indivíduos, no processo de interação social com o mundo, reelaboram, complementam, e sistematizam os seus conhecimentos. Essa aquisição de conhecimentos lhes permite transformar suas ações e alterar suas interações com esse mesmo mundo. A sala de aula não deve ser vista como o ponto de encontro de alunos ignorantes com o professor sábio, e sim um local onde interagem alunos com conhecimentos do senso comum, que almejam a aquisição de conhecimentos sistematizados, e um professor cuja função é a de mediar o conhecimento.

Frente ao exposto, é que esta proposta de ensino para as quatro operações matemáticas com alunos de 5ª série do ensino supletivo visa trazer uma nova metodologia de trabalho, usando as quatro operações inversas e almejando assim que o ensino da matemática deixe de ser considerado o grande problemas da escola pública nos dias atuais.

Este estudo tem por objetivo traçar uma proposta de trabalho com as quatro operações usando como recurso o processo inverso, facilitando o entendimento do aluno pelas explicações, ou seja, mostrando ao aluno que a adição é o inverso da subtração e a multiplicação o inverso da divisão e também pelos jogos a serem desenvolvidos em sala de aula. Objetivando-se ainda, resgatar a história da matemática e sua importância para o cotidiano do aluno através de situações problemas de fácil compreensão e assimilação.

Nesta proposta, o nosso trabalho será dividido em duas partes: na 1º trataremos da História da Matemática desde seus primórdios, o aparecimento do sistema de numeração decimal e as 4 operações.

Na segunda parte, proporemos uma metodologia para o ensino das quatro operações através de situações problemas envolvendo questões do dia-a-dia do aluno, alguns jogos que complementem as atividades propostas e sugerindo posteriormente um sistema de avaliação destas atividades.

I - REFERÊNCIAS TEÓRICAS

1.1 - História da Matemática

Noções primitivas relacionadas com o conceito de número, grandeza e forma podem ser encontradas nos primeiros tempos da raça humana, e vislumbram formas de vida que podem datar de milhões de anos antes da humanidade. Segundo BOYER (1994, p. 1):

“Em certa época pensou-se que a matemática se ocupava do mundo que nossos sentidos percebem, e foi somente no século dezenove que a matemática pura se libertou das limitações sugeridas por observações da natureza. É claro que a matemática originalmente surgiu como parte da vida diária do homem, e se há validade no princípio biológico da “sobrevivência do mais apto” a persistência da raça humana provavelmente tem relação com o desenvolvimento no homem de conceitos matemáticos (...)”.

Que o desenvolvimento do conceito de número foi um processo longo e gradual é sugerido pelo fato de que certas línguas, conservaram em sua gramática uma distinção entre singular, dual e plural. Os antepassados a princípio contavam até dois, qualquer conjunto, além desse número era dado como muitos. Para BOYER (1994, p. 2):

“A idéia de número finalmente tornou-se suficientemente ampla e vivida que se sentisse a necessidade de exprimir a propriedade de algum modo, presumivelmente a princípio somente na linguagem de sinais. Os dedos de uma mão podem facilmente ser usados para indicar um conjunto de dois, três, quatro ou cinco objetos, não sendo o número um geralmente reconhecido inicialmente como um verdadeiro número. Usando os dedos das duas mãos podem ser representadas coleções contendo até dez elementos; combinando dedos das mãos e dos pés pode-se ir até vinte. Quando os dedos humanos eram inadequados, podiam ser usados montes de pedras para representar uma correspondência com os elementos de um outro conjunto”.

O homem diferencia-se dos animais pela sua forma de linguagem, cujo desenvolvimento foi essencial para que surgisse o pensamento matemático abstrato. A base cinco foi uma das linguagens que deixaram a mais antiga evidência escrita, no entanto, quando a linguagem se tornou formalizada, e dez já predominava.

Muitos anos foram necessários para que o homem conseguisse fazer a distinção entre os conceitos abstratos e as repetidas situações concretas, as quais revelam as dificuldades que tiveram para com os experimentos na tentativa de se estabelecer uma base muito primitiva para a matemática. Ainda para BOYER (1994, p. 4):

“Foi sugerido que a arte de contar surgiu em conexão com rituais religiosos primitivos e que o aspecto ordinal precedeu o conceito quantitativo. Em ritos cerimoniais representando mitos da criação era necessário chamar os participantes à cena segundo uma ordem específica, e talvez a contagem tenha sido inventada para resolver esse problema. Se são corretas as teorias que dão origem ritual à contagem, o conceito de número ordinal pode ter precedido o de número cardinal. Além disso, uma tal origem indicaria a possibilidade de que o contar tenha uma origem única.

É muito arriscado afirmar as origens da matemática, pois seus primórdios são mais antigos que a arte de escrever. Herótodo e Aristóteles não quiseram se arriscar a propor origens mais antigas que as civilizações egípcias.

A matemática é muito mais que contar e medir, ainda para BOYER (1994, p. 9):

“Um certo número de papiros egípcios de algum modo resistiu ao desgaste do tempo por mais de três e meio milênios. O mais extenso dos de natureza matemática é um rolo de papiro com cerca de 0,30 m de altura e 5 m de comprimento, que está no British Museum. Foi comprado em 1858 numa cidade à beira do Nilo, por um antiquário escocês, Henry Rhind; por isso é conhecido como Papiro Rhind, ou, menos freqüentemente, chamado Papiro Ahmes em honra do escriba que o copiou por volta de 1650 a.C. O escriba conta que o material provém de um protótipo do Reino do Meio de cerca de 2000 a 1800 a.C., e é possível que parte desse conhecimento tenha provindo de Imhotep, o quase lendário arquiteto e médico do Faraó Zoser, que superintendeu a construção de sua pirâmide há cerca de 5000 anos.”

Os numerais e outros assuntos no Papiro de Rhind não são escritos na forma hieroglífica, mas sim em hierático escrita cursiva melhor adaptada ao uso da pena e considerada “sagrada”, tal qual os conhecimentos matemáticos da época.

A operação aritmética fundamental no Egito era a adição. As operações de multiplicação e divisão era efetuadas no tempo de Ahmes por duplicações. BOYER (1994, p. 11):

“Uma multiplicação de, digamos 69 por 19 seria efetuada somando 69 com ele mesmo para obter 138, depois adicionando a si próprio para alcançar 276, novamente duplicando para obter 552 e mais uma vez, dando 1104, que é, naturalmente, dezesseis vezes 69. Como $19 = 16 + 2 + 1$, o resultado da multiplicação de 69 por 19 é $1104 + 138 + 69$ - isto é, 1311. Ocasionalmente usava-se também uma multiplicação por dez, pois isto é natural na notação hieroglífica decimal. Multiplicação de combinações de frações unitárias também era parte da aritmética egípcia.”

Os conhecimentos sobre o esticador de corda egípcios eram admirados por Demócrito, um matemático de competência e hoje suas realizações parecem ser demasiado valorizadas, em consequência da precisão admirável da construção das pirâmides.

Os egípcios antigos conheciam o teorema de Pitágoras, mas não há menção disso nos papiros que chegaram até nós. A maioria das informações matemáticas vêm do Papiro de Rhind ou de Ahmes.

1.1.2 - Matemática na Mesopotâmia

A escrita cuneiforme, desenvolvida pelos sumérios no quarto milênio é provavelmente a mais antiga forma de escrita. O uso da escrita na Mesopotâmia é atestado por centenas de tabuletas de barro encontradas em Uruk e datando de 3.000 anos atrás.

A numeração cuneiforme babilônia, para os inteiros menores, seguia as mesmas linhas hieroglífica egípcia, repetições dos símbolos para unidades e dezenas. BOYER (1994, p. 20):

“Há uma abundância de material relativo à matemática na Mesopotâmia, mas estranhamente provém de dois períodos muito separados no tempo. Há uma quantidade de tabletas dos primeiros séculos do segundo milênio a.C (a idade da Babilônia antiga), e muitas também dos últimos séculos do primeiro milênio a.C. (período selêucida). A maior parte das contribuições importantes para a matemática remontam ao período mais antigo, mas há uma contribuição de que não há evidências anterior a quase 300 a.C. Os babilônios parecem a princípio não ter tido um modo claro de indicar uma posição “vazia” - isto é, não tinham o símbolo zero.”

Para o estudioso babilônio, como para o engenheiro moderno, a adição ou a multiplicação de 23,45 e 9,876 não eram mais difíceis que as mesmas operações entre números inteiros. As operações fundamentais eram tratadas pelo babilônios de modo não muito diferente do usado hoje. A divisão não era efetuada pelo incômodo processo de duplicação dos egípcios, mas pela multiplicação do dividendo pelo inverso do divisor, conforme reforça BOYER (1994, p. 22):

“Assim como hoje o quociente de 34 por 5 é achado facilmente multiplicando 34 por 2 e colocando a vírgula, na antigüidade o mesmo processo era realizado achando o produto de 34 por 12 e colocando uma casa sexagesimal, dando $6 \frac{48}{60}$. Tabelas de recíprocos, em geral, forneciam os de números “regulares” apenas, isto é, os que são produtos de fatores dois, três e cinco, embora haja algumas exceções.”

1.1.3 - Matemática Jônia e os Pitagóricos

Pode-se voltar na história grega até o segundo milênio a.C., quando invasores do norte abriram caminhos até o mar, tomando o alfabeto existente para si. Mercadores, negociantes e estudiosos gregos voltavam-se para os centros de cultura no Egito e Babilônia, conhecendo a matemática pré-helênica.

A escola pitagórica era conservadora e tinha um código de conduta antigo. Para BOYER (1994, p. 39):

“Muitas civilizações primitivas partilham vários aspectos da numerologia, mas os pitagóricos levaram a extremos a adoração dos números, baseando neles sua filosofia e modo de viver. O número um, diziam eles, é o número da opinião; três é o primeiro número masculino verdadeiro, o da harmonia, sendo composto de unidade e diversidade; quatro é o primeiro número da justiça ou retribuição indicando o ajuste de contas; cinco é o número do casamento, união dos primeiros números verdadeiros feminino e masculino; e seis é o número da criação. Cada número por sua vez tinha seus atributos peculiares. O mais sagrado era o dez ou o tetractys¹, pois representava o número do universo, inclusive, a soma de todas as possíveis dimensões geométricas.”

¹ - Tetractys refere-se aos 4 elementos da natureza, terra, fogo, ar e água.

1.1.4 - Idade Heróica

Os relatos sobre a origem da matemática se concentram nas chamadas escolas Jônica e Pitagórica e no representante oficial de cada uma: Tales e Pitágoras.

O período do quinto século a.C. foi marcado pela derrota dos invasores romanos e a rendição de Atenas e Esparta. No entanto, neste século muitos estudiosos foram atraídos de várias regiões do mundo grego, para a Grécia com o objetivo de defenderem sua visão das Ciências. (BOYER, 1994, p. 47) diz:

“Da Jônia vieram homens como Anaxágonas, de espírito prático; do sul da Itália vieram outros, como Zeno, com inclinações metafísicas mais fortes. Demócrito de Abdera defendeu uma visão materialista do mundo, enquanto que Pitágoras, na Itália, na época era Magna Grécia, sustentava atitudes idealistas na ciência e na filosofia. Em Atenas encontravam-se devotos entusiastas de antigos e novos ramos do conhecimento, da cosmologia à ética. Havia um ousado espírito de livre investigação, que às vezes entrava em conflito com os usos estabelecidos. Em particular, Anáxogoras foi preso em Atenas por impiedade, ao assegurar que o Sol não era uma divindade, mas uma grande pedra incandescente, grande como todo o Poloponeso, em que a Lua era uma terra habitada que emprestava do Sol a sua luz. Representa bem o espírito de pesquisa racional, pois considerava como objetivo de sua vida o estudo da natureza do universo, uma decisão que nele derivava da tradição da qual Tales fora um dos fundadores.”

A Ciência grega tinha raízes intelectuais, aparentada à filosofia mais do que a negócios práticos, o que permaneceu por longo período.

O nome Idade Heróica da Matemática, deve-se a um período em que os matemáticos voltaram suas atenções para problemas que formaram a base para o desenvolvimento da Geometria.

Esse período produziu meia dúzia de grandes figuras e entre eles Demócrito de Alderra, proponente de uma doutrina materialista.

1.1.5 - Idade de Platão e Aristóteles

Associados à Academia de Platão em Atenas, seis matemáticos que viveram entre a morte de Sócrates em 399 a.C. e a morte de Aristóteles em 322 a.C. (Teodoro de Cirene, Teatetus, Eudoxo de Enido, Menaecmus, Dinóstrato e Atolicus de Pitane) muito contribuíram para o desenvolvimento matemático.

Platão era conhecido como criador de matemáticos e pela distinção que fez entre a matemática, a aritmética e a logística (ou aritmética aplicada).

Platão destacou-se nas discussões matemáticas frisando que o raciocínio usado na Geometria não se referia às figuras visíveis desenhadas e sim às idéias absolutas que elas representam.

A Pitágoras se atribuiu a instituição da matemática em disciplina liberal, mas Platão influenciou para que ela fosse introduzida nos currículos educacionais de homens de estado. Ele também discutiu os fundamentos matemáticos, esclareceu algumas definições e reorganizou as hipóteses.

1.1.6 - Euclides de Alexandria

Com a morte de Alexandre, o Grande, seu império se desfez e o controle de parte do império Egípcio ficou nas mãos de Ptolomeu I. Ele

criou em Alexandria, uma escola conhecida como Museu, chamando um grupo de sábios matemáticos, entre eles o autor de Os Elementos, Euclides.

Euclides foi discípulo de Sócrates. “Os Elementos” de Euclides estão divididos em treze livros, dos quais segundo BOYER (1994, p. 77):

“Os seis primeiros são sobre geometria plana elementar, os três últimos versam principalmente sobre geometria no espaço. Não há introdução ou preâmbulo, e o primeiro livro começa abruptamente com uma lista de vinte e três definições. A deficiência, aqui, é que algumas definições não definem, pois não há um conjunto prévio de elementos não-definidos em termos dos quais os outros sejam definidos. Assim, dizer como Euclides, que “um ponto é o que não tem parte”, ou que “uma reta é comprimento sem largura”, ou que “uma superfície não tem parte”, ou que uma superfície é o que tem apenas comprimento e largura não é definir esses antes, pois uma definição deve ser expressa em termos de coisas precedentes que são melhor conhecidas que as coisas definidas.”

A obra de Euclides constitui a mais antiga obra matemática grega que chegou até nós, constituindo-se no texto mais importante de todos os tempos. Os Elementos de Euclides são de grande importância para a matemática na atualidade e hoje em dia toda a Geometria estudada nas escolas de 1º e 2º Grau é a Geometria Euclidiana.

1.2 - Origem da Numeração Indo-Arábica

O sistema de numeração indo-arábica tem sua origem no Vale do Rio Indo, onde hoje é o Paquistão, há mais de 4 mil anos. E é o local onde se desenvolveu uma das primeiras civilizações indianas.

Segundo MACHADO (1993, p. 35):

“As ruínas de uma dessas cidades, hoje conhecida como Mohenjo Daro, revelam a existência de ruas calçadas, casas com tijolos de barro, piscinas para banhos públicos e até sistemas de fornecimento de água e canalização de esgoto. Nessa ruínas descobriram-se também alguns registros escritos, embora até o momento este sistema de escrita não tenha sido decifrado. Todas essas indicações permitem entrever que essa civilização tenha atingido um alto grau de organização”

Para a criação de seu sistema decimal posicional os indianos receberam influências de muitos dos povos com os quais tiveram contato.

O princípio posicional já aparecia no sistema dos mesopotâmicos. A base dez era usada pelo egípcios e chineses.

O grande mérito dos indianos foi o de reunir essas diferentes características num mesmo sistema numérico e assim criou-se o sistema hindu de numeração. Aos árabes é creditada, porém, a difusão do sistema indiano acrescida da matemática árabe. Circunstâncias especiais favoreceram esse fato.

Até por volta do século VI, a Arábia era habitada principalmente por tribos nômades do deserto. Nessa época, poucas cidades funcionavam como centros de comércio. No século VII, teve início a religião islâmica, fundada por Maomé, que conseguiu unir as tribos do deserto.

Os seguidores de Maomé, invadindo numerosos territórios vizinhos, passaram a controlar, em pouco mais de um século, um imenso império, que se estendia da Espanha ao vale do rio Indo.

No contato com os indianos, os árabes assimilaram o sistema de numeração decimal posicional. Ao invadirem a Europa, por volta do século VIII para lá levaram essa representação dos números.

Por terem os árabes, dessa forma, difundido o sistema numérico indiano, ele passou a ser conhecido como indo-árabico.

Além disso, como o sistema de numeração criado na Índia foi adotado pelos árabes e passado aos europeus, é natural que a forma de escrever os dez algarismos fosse sofrendo alterações.

Segundo GUELLI (1992, p. 35):

“A partir do século VII, os árabes expandiram-se por toda a região do Mediterrâneo. Na Península Ibérica formaram reinos que duraram muitos séculos. Só em 1492, com a derrota do Reino Mouro de Granada, os espanhóis reconquistaram o último território ocupado pelos muçulmanos. A Europa aprendeu muito com os árabes. Eles introduziram novas técnicas de canais de irrigação e açudes - e novos produtos, como a cana-de-açúcar, o arroz, a laranja e o limão. Difundiram também a indústria do mosaico, da cerâmica e do vidro. E trouxeram para a Europa invenções de outros povos: além dos algarismos da Índia, a bússola, a pólvora e o papel, inventados pelos chineses”.

Com o livro de al-Khowarizmi, matemáticos do mundo todo tomaram conhecimento do sistema de numeração hindu.

Os símbolos:

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Ficaram conhecidos como a notação de al-Khowarizmi, de onde se originou o termo latino *algorithmus*, que originou a palavra *algarismos*.

São estes números criados pelos matemáticos da Índia e divulgados para outros povos pelo árabe al-Khowarizmi que constituem o nosso sistema de numeração decimal, portanto são conhecidos como *algarismos indo-arábicos*.

1.3 - Conhecimento Matemático e as 4 operações

Segundo DAVIS & HERSH (1985), a iniciação em Matemática, da competência da escola, refere-se ao estudo aritmético dos números e operações de adição e subtração, aplicadas à vida diária do indivíduo.

A questão dos mecanismos de compreensão ou incompreensão dos conceitos matemáticos não foi preocupação da escola até o século XVIII. O ajustamento do ato de ensinar à natureza mental e às diferenças individuais daqueles que vão aprender está relacionado, historicamente, aos diferentes modelos filosóficos de concepção da criança.

Sabe-se que a mente do homem, na concepção de Locke, no século XVIII, era considerada *tabula rasa*, onde podiam ser registrados conhecimentos de fora para dentro, mediante experiências e formação de hábitos. Com base neste pressuposto, Locke sistematizou um modelo disciplinar de educação, valorizando os conteúdos das matérias que, para ele, prestavam serviço ao exercício mental, privilegiando a Matemática, a Lógica e as Línguas clássicas, pela natureza formal das suas organizações.

Por volta do século XVIII, passou-se a acreditar numa educação disciplinar, livresca, formalista, artificial, passando do absolutismo da razão

para o da natureza. A Educação deveria ajustar-se ao desenvolvimento do educando, deixando agir a natureza com seus obstáculos e recursos naturais.

No século XX, os matemáticos, em busca de melhores fundamentos agruparam-se em três escolas, segundo FRAGA (1988, p. 6):

“A logicista, a intuicionista e a formalista. Estas escolas constituem três tentativas de importantes correntes do pensamento matemático que, por não alcançarem seus objetivos, resultam em três crises nas quais se refletem as dúvidas acerca dos critérios filosóficos e matemáticos necessários para fundamentar satisfatoriamente a Matemática como ciência”.

Os logicistas como Russel (1872-1970), seu maior representante, assumem uma posição filosófica realista que tem como fundamento a consideração de que os objetos matemáticos são reais, com existência efetiva, independente do nosso conhecimento sobre eles, cabendo ao matemático, portanto, a descoberta daquilo que já existe e não a invenção. Pretendem, assim, mostrar que a Matemática é parte da lógica. Embora este movimento, iniciado, por volta de 1884, pelo filósofo, lógico e matemático Frege (1848-1925) tenha fracassado por falta de fundamentos em Matemática propriamente dita, ele foi importante no desenvolvimento da lógica-matemática.

A escola intuicionista surge em torno de 1980, também inculcada à filosofia, mas não a posições realistas como a logicista, e sim comprometida com o conceptualismo, que admite a existência de entidades abstratas.

Para os intuicionistas, então, a matemática é a atividade mental que consiste em efetuar um constructo após o outro.

A escola formalista , criada em 1910 por Hilbert (1861-1943), é a que mais se aproxima do normalismo, enquanto filosofia de ciência. As entidades abstratas simplesmente não têm existência na concepção nominalista, nem fora da mente humana, como para os realistas, nem como construções mentais dentro da mente humana, como para os conceptualistas.

Hilbert defende a linguagem formal em detrimentos da linguagem cotidiana, natural, ancorando-se na crença de que a linguagem formal utiliza raciocínios absolutamente seguros, acima de qualquer suspeita ou contradição. Hilbert está convicto de que “...os problemas matemáticos são questões sobre objetos reais e que têm respostas significativas, que são verdadeiras da mesma maneira que qualquer afirmativa sobre a realidade é verdadeira.

Por volta de 1930 o movimento formalista não alcança o sucesso almejado, porque Godel consegue provar que técnicas efetivamente baseadas em sentenças formais não são tão seguras para avaliar a atividade matemática da vida real quanto Hilbert idealizava. A formalização, entretanto, vem se articular às concepções do positivismo lógico, tendência dominante dos anos 40 e 50 em filosofia de ciência, que defendia o objetivo de uma ciência unificada, codificada em cálculo lógico formal e com um único método dedutivo. Seus adeptos entendiam, por formalização a eleição de um vocabulário básico, a escolha de uma linguagem própria e uma cadeia de símbolos que pudesse ser desenvolvida pela lógica dedutiva.

Este estilo de exposição impregnou o ensino da Matemática, foi divulgado em livros e cursos sobre lógica-matemática e fez incursões aos níveis mais elementares como o jardim de infância.

Embora a proposta formalista seja a mais popular, todas estas três escolas contribuíram efetivamente para o entendimento da Matemática que, hoje, inclui em seus ramos: a lógica-matemática, a teoria dos conjuntos e o intuicionismo, evidentemente com modificações da proposta inicial.

A construção do conhecimento pelo homem foi objeto de estudo de PIAGET (1896-1982) que se dedicou a discernir a evolução das estruturas lógico-matemáticas nas crianças.

A Psicologia é por ele utilizada como instrumento de análise de problemas específicos para uma teoria do conhecimento; o seu interesse, portanto, não reside no desenvolvimento da Psicologia, nem mesmo nas suas aplicações à Pedagogia.

“Piaget coloca que a posição dos problemas por ele estudados deve muito à Filosofia, cuja reflexão considera indispensável a toda pesquisa, porém insuficiente porque não é senão um meio de expor os problemas e não um meio de resolvê-los. (FRAGA, 1988, p. 8).

Deste modo, entende a apreensão do conhecimento de forma construtiva, articulada a aspectos epistemológicos e biológicos, referindo-se a um processo pelo qual o próprio sujeito elabora o seu conhecimento e sua adaptação, no sentido da superação de si mesmo.

Por conhecimento, entende-se não uma coleção de informações ou fatos particulares a alguns conteúdos, mas sim, uma estrutura organizada

numa totalidade, com coerência interna, que permite a compreensão de informações particulares.

Enquanto a aprendizagem, estendida no sentido mais geral de estruturas de espaço, tempo ou classificação, resulta de trocas com o mundo exterior, o desenvolvimento, entendido em termos de processo de abstração, resulta da equilibração.

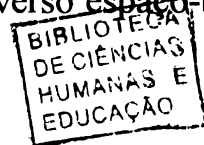
Piaget estuda a aprendizagem de forma científica, privilegiando a capacidade do sujeito de integrar e processar informações, numa perspectiva interacionista entre o homem e o mundo, entre o sujeito e o objeto.

Segundo FRAGA (1988, p. 51):

“Com relação à iniciação numérica, a abordagem piagetiana acentua a importância do domínio do conceito de conservação da quantidade como requisito para a plena posse do número, não bastando a contagem verbal da série numérica de modo mnemônico”.

Considerando a conservação como necessária a toda atividade racional, o número, enquanto representante de uma quantidade, é um conceito que se constrói articulado à condição de conservação desta quantidade, seja qual for a mudança introduzida nos seus elementos.

Para o domínio deste conceito, que ultrapassa a mensagem perceptiva da configuração espacial, é preciso o aluno ter alcançado a descoberta da permanência real do objeto em um universo espaço-temporal, apesar de quaisquer deslocamentos.



Levar em conta as diferentes dimensões, intervalos, densidades ou formas, em uma relação total, é característica de um raciocínio mais

avanzado em termos de elaboração, capaz de mobilidades e reversibilidade, libertado, portanto, da intuição perceptiva.

A passagem a este nível de elaboração se dá de modo gradual, progredindo da percepção global, graças à ação com os objetos, à reversibilidade dessas ações também do pensamento, pela estruturação cada vez mais lógica dos julgamentos.

A seriação também está imbricada no conceito de número; difere da classificação, porque constitui uma boa forma perceptiva, dada a configuração formada pelas diferenças entre as peças, enquanto que as relações entre os elementos de uma classe não são tão evidentes.

Na seriação, não se trata mais de semelhanças e diferenças enquanto categorias opostas, mas sim de correlações sucessivas e que estão presentes desde o nível sensório-motor, de modo inconsistente e vacilante, como, por exemplo, quando a criança empilha ou encaixa cubos de tamanhos diferentes.

Deste modo, num só fôlego, se introduzem: a noção de adição, os termos diferentes que a indicam, a sua representação do modelo formal para, logo em seguida, os alunos realizarem um exercício mimeografado, sem qualquer preocupação quanto à construção destes conhecimentos.

Os alunos operam contando nos dedos ou fazendo tracinhos no papel, mas não usam o material de contagem; de qualquer modo enumeram os objetos, ou os dedos.

Normalmente, na introdução da subtração, o professor diz aos alunos que vão aprender algo novo e diz, segundo FRAGA (1988, p. 79):

“- Vocês aprenderam a sentença matemática dois mais um, três. Agora apareceu o inimigo da sentença; um diz ganha e outro diz perde!; - Tira, falta, menos, subtrai, tudo perde! Aprenderam como é? Outro exemplo: na minha mão tem quatro lápis, tiro dois, ficam... ? dois, muito bem, para quem acertou!; - Agora vamos fazer um jogo para aprender mais. Pelas fileiras de mesas, atenção: um grupo que ganha tem lápis na mão e o que perde não tem lápis. Começa da janela, ganha, perde, ganha e perde. Entenderam?”

A distorção da semântica e matemática da subtração parece não ser percebida pelos professores, enquanto que a confusão conceitual é transmitida ao aluno.

Os insucessos na realização do exercício de subtração devem-se, em muito, à ineficiência do processo didático, à inconseqüência dos conceitos, agravados pela situação desconexa e conflitiva a que os alunos são expostos.

SANCHEZ & LIBERMAN (1973) conceituam “sentença matemática” como expressão que representa propriedades atribuídas a objetos isolados ou grupados, permitindo referências ou designações a objetos ausentes concretamente. Essa expressão tem regras próprias que precisam ser conhecidas por ambas as partes que se comunicam, havendo, inclusive, formas diferentes de ser apresentada, sem modificar a significação.

O processo de efetuar uma adição na direção contrária à leitura e à escrita usual dos números é menos intuitivo e mais complexo para a compreensão da criança. Este modelo simplificado é resultante de muitos anos na evolução histórica das operações elementares. Em concerto com

esta conquista gradual da humanidade, o modelo deveria ser ensinado aos alunos como mais uma forma de se poder calcular um total, com a vantagem de ser mais simples. Antes disso, porém, a preocupação efetiva estaria voltada para o domínio do conceito de adição, como a reunião de quantidades grupadas de dez em dez, ou seja, nas base dez.

Parece que um pouco consciente da dificuldade dos alunos na compreensão e automatização do processo simplificado, o professor organiza etapas a serem seguidas numa seqüência ordenada, o que, no entanto, não garante nem mesmo a automatização das diferentes direções espaciais a serem obedecidas.

Sabe-se que anotar a operação sob forma de ditado implica numa série de decisões espaciais, que incluem o domínio de conceitos não garantidos na ênfase do professor em tentar automatizar as direções. Há pré-requisitos que têm a ver com as posições e relações espaciais do próprio indivíduo, com ele mesmo, o papel, o lápis, os números e os sinais, acrescidos dos conceitos implícitos neste processo simplificado de operar.

Os números, como na escrita, são anotados da esquerda para a direita e também o traço sob eles; mas a operação em si mesma é realizada de cima para baixo e da direita para a esquerda.

Ensinar aos alunos um único algoritmo, sem oferecer ou permitir outras alternativas, inclusive usando a decomposição e composição de números é atividade comum na maioria das escolas não tendo qualquer aplicação prática. Mesmo as operações $50 + 27$ ou $49 - 32$ pode ser realizadas da direita para a esquerda: cinquenta mais vinte e sete e zero mais sete; quarenta menos trinta e nove menos dois.

Além de outros procedimentos peculiares às pessoas, este é um dos processos utilizados no cálculo mental, onde se opera por sucessivas decomposições e composições em centenas, dezenas e unidades, mesmo quando a operação tem reserva ou recursos, como em $38 + 45$ ou $83 - 12$.

O que se quer dizer é que não se deve, ou melhor, não se pode, iniciar um indivíduo nas operações transmitindo um único algoritmo, menos ainda num modelo cuja simplicidade resultou de um processo evolutivo, com etapas lógicas que culminaram num perfil consensual aplicável a toda e qualquer adição e subtração.

Basta que se revelem as propriedades da adição: identidade, comutatividade e associatividade, para se confirmar a viabilização de diferentes algoritmos. Respectivamente, por estas propriedades, dois mais zero será igual a zero mais dois; três mais quatro, o mesmo que quatro mais três; e a última permite diferentes reagrupamentos dentro da adição, tal como $2 + 3 = 2 + 2 + 1$.

A denominada composição e decomposição de números tão treinada na escola, nada mais é que o agrupamento na base dez, dito de maneira diferente da realidade matemática e sem aplicação na vida prática.

Quanto à subtração, a operação pode definir uma separação ou uma comparação de conjuntos de objetos; na primeira hipótese, separa-se uma quantidade de objetos contida em uma outra; na segunda, comparam-se quantidades, determinando a diferença. Em experiências concretas, retiram-se objetos ou faz-se a correspondência um a um, respectivamente, em cada uma das hipóteses.

1.4 - Refletindo as Quatro Operações

Segundo DUARTE (1986, p. 17):

“A aquisição do conhecimento matemático não se inicia, para o educando, apenas quando ele ingressa num processo formal de ensino. Essa aquisição já vem se dando durante todo o decorrer da sua vida. O indivíduo alijado da escolarização é obrigado, no confronto com suas necessidades cotidianas (principalmente aquelas geradas pelo tipo de trabalho que ele realiza), a adquirir um certo saber que lhe possibilite a superação dessas necessidades. Mas, se sua situação nas relações sociais de produção lhe exige a aquisição dessa saber, essa mesma situação, impedindo-lhe a escolarização, lhe impede o acesso às formas elaboradas de conhecimento matemático. A consciência do indivíduo torna-se, assim, marcada por uma ambigüidade, pois, de um lado, quando se depara com certas dificuldades, ele não exita e as resolve utilizando-se daquele seu saber matemático e, de outro lado, como esse saber não é reconhecido enquanto conhecimento matemático pela sociedade, ele mesmo, assumindo isso, embora inconscientemente, afirma que não conhece nada de matemática e que é um ignorante”.

A compreensão desse processo contraditório vivido pelo aluno desescolarizado mostra a necessidade de se desenvolver uma metodologia de ensino que possibilite a real superação-incorporação do conhecimento que ela já adquiriu, e não uma metodologia que meramente justaponha, ao que o indivíduo já sabe, aquilo que ele não sabe e precisa saber.

Por mais assistemática, inconsciente e precária que seja essa aquisição de um certo saber matemático pelo adulto desescolarizado, existe nela um “núcleo válido”. Esse “núcleo válido” diz respeito tanto ao conteúdo matemático adquirido quanto à forma pela qual se deu essa

aquisição. Essa forma reproduz alguns traços daquela pela qual a humanidade foi criando a matemática ao longo de sua história.

A proposta é a de que esse processo de reprodução das linhas gerais da evolução da matemática continue também na sala de aula a ser vivenciado pelos educandos, só que agora com uma diferença fundamental: a direção intencional desse processo.

Segundo DUARTE (1986, p. 18):

“Reproduzir condensadamente a evolução da matemática não implica necessariamente ficar contando a história da matemática para os educandos, mas sim fazer com que sejam percorridos os passos essenciais dessa evolução, o que se torna possível, como já foi dito, pelo fato de que os educandos, já vinham percorrendo, de alguma forma, esses passos, ao enfrentarem as necessidades de sua vida cotidiana”.

A origem da base decimal do nosso sistema de numeração está na utilização dos dedos das mãos no processo de contagem. O estabelecimento de uma relação de correspondência um-a-um entre cada dedo e cada elemento da coleção a ser contada gerou a necessidade de algum tipo de registro para cada vez que se esgotassem os dez dedos nessa correspondência.

Segundo DUARTE (1986, p. 20):

“Por exemplo: se o indivíduo estivesse contando os animais de um rebanho, levantava um dedo seu para cada animal. Quando chegava a dez dedos levantados, fazia um risco no chão, ou colocava uma pedrinha em algum lugar, etc., sendo que cada uma dessas marcas correspondia a dez dedos. Estava estabelecida a relação

de correspondência uma-para-dez, que é a base do sistema de numeração utilizada em nossa sociedade. Em algumas regiões foi utilizada a base cinco (uma mão) ou a base vinte (duas mãos e dois pés), mas predominou a base dez”.

A relação entre a adição e a subtração enquanto operações inversas entre si é de fundamental importância para o processo ensino-aprendizagem dessas operações.

É , pois, de fundamental importância, para o domínio do cálculo escrito, a compreensão dessa relação entre operações inversas entre si.

Na adição $24 + 35$, a propriedade comutativa (a ordem das parcelas não altera a soma), pode ser trabalhada adotando-se diferentes ordens para realizar a adição e constatando-se que o resultado não se altera.

Para dar uma idéia da dinâmica que pode ser adotada neste passo com os educandos, consideramos as operações:

$$35 + 24 = 59$$

$$59 - 24 = 35$$

A compreensão e o treino (que visa a memorização, a automatização) não podem ser vistos separadamente no processo de aprendizagem. Quando o educando está resolvendo uma adição utilizando-se dos dedos e do ábaco, isso está ao mesmo tempo desenvolvendo sua compreensão do algoritmo e treinando-o na memorização dos fatos básicos. Evidentemente que, em alguns momentos, dá-se maior destaque à compreensão e em outros ao treino. Mas, quando se procura compreender algo, isso está contribuindo para o seu treino e, quando se treina algo, isso

está contribuindo para uma compreensão maior e mais segura. O treino será tão mais eficiente quanto mais se compreender o que se está treinando. E se compreenderá com muito mais profundidades e facilidade aquilo que foi bem treinado.

As adições mostram que fica mais fácil calcular quando se conhecem de cor os fatos básicos da adição. O uso dos dedos pode ser um bom recurso para auxiliar nessa memorização, ao contrário do que muitos pensam. À medida que o educando vai adquirindo habilidade no cálculo através do uso dos dedos, isso vai tendo uma certa influência positiva no sentido da memorização dos fatos básicos da adição.

Para auxiliar ainda mais essa memorização, concentra-se no estudo da tabuada da adição.

Inicialmente faz-se essa tabuada usando a forma horizontal de escrita. Especial destaque foi dado tanto à tabuada do zero como ao fato de se iniciar toda tabuada com uma das parcelas sendo zero. Considero isso importante para dar continuidade aquele trabalho iniciado na Primeira Unidade, de levar o educando a superar a dificuldade inicial em trabalhar com o zero.

Segundo DUARTE (1986, p. 79):

“O conhecimento das operações entre as idéias adquire interesse pelo rendimento que produz enquanto instrumento, organon ou método, para descobrir novas propriedades dos corpos, novas leis dos fenômenos e sistematizar os seres em forma racional. Este propósito é cumprido a tal ponto que se faz possível a antecipação do pensamento à realidade, representada pela invenção de objetos, máquinas, dispositivos e a previsão dos acontecimentos, o que vem a ser o domínio da natureza pela razão humana. Se por um lado a natureza domina

a razão, pois a cria e lhe dá os conteúdos ideativos originais, os dados do saber e as categorias que os sistematizam, por outro lado deve-se dizer que a razão domina a natureza porque se vale das idéias que representam adequadamente as propriedades das coisas para alterar os processos de interação entre estas, penetrar na profundidade dos fenômenos, produzir objetos e reações artificiais, e subretudo para violar a dependência que o pensamento de início se encontra da relação estrita de simples apreensão dos dados materiais imediatos, o que tem lugar mediante a criação de novas idéias a partir das já criadas”.

Ou ainda, como diz VAZQUES (1968, p. 233):

“(...) as relações entre teoria e prática não podem ser encaradas de maneira simplista e mecânica, isto é, como se toda teoria se baseasse de modo direto e imediato na prática (...) O conhecimento de certa legalidade do objeto permite, com efeito, prever determinadas tendências de seu desenvolvimento e, desse modo, antecipar com um modelo ideal uma fase de seu desenvolvimento ainda não alcançada. Ao produzir esse modelo ideal, a teoria evidencia sua relativa autonomia, já que sem esperar que se opere um desenvolvimento real, efetivo, pode propiciar uma prática inexistente ao antecipar-se idealmente a ela. Sem esse desenvolvimento autônomo de seu próprio conteúdo, a teoria seria, no máximo, mera expressão de uma prática existente, e não poderia cumprir, ela mesma, como instrumento teórico, uma função prática.”

É , portanto, necessário que o processo de aprendizagem da matemática desenvolva essa capacidade de se trabalhar com níveis cada vez maiores de abstração. Evidentemente, é também necessário tomar os devidos cuidados para que não se caia numa distorção própria da concepção

que diz que o conhecimento matemático não tem nada a ver com a realidade cotidiana.

Trabalhar com as técnicas operatórias da adição e da subtração num nível mais abstrato, sem necessariamente fazer, a cada pequeno movimento, a ligação direta com fatos da realidade cotidiana, não levou os educandos adultos, que participaram dessa experiência, a deixarem de ter a disponibilidade para essas operações. No dia-a-dia desses participantes, essas operações estão tão presentes, que, cada conta realizada em sala de aula tem para eles uma significação muito grande, sem necessidade de que eu os remeta a uma situação prática. Os educandos adultos com quem trabalho, mesmo antes de dominarem a técnica operatória do cálculo escrito, já sabem, pela sua própria experiência de vida, para que servem a adição e a subtração.

O conceito de multiplicação segundo DUARTE (1986, p. 83) :

“De uma adição de parcelas iguais o ensino da técnica operatória da multiplicação pode ser desenvolvido de maneira tal, que se torne um momento de compreensão do conceito de multiplicação e, ao mesmo tempo, essa compreensão do conceito aumente o domínio da técnica operatória.”

Muitas propostas metodológicas de ensino de matemática para educandos adultos se vêem diante do dilema de privilegiar ou a compreensão do conceito ou o domínio da técnica operatória. E acabam por justapor uma coisa à outra. Por exemplo, de acordo com CEDI (1994, P. 41, 44 e 46):

“Na escola da linha metodológica, a questão se colocava assim: criar um material que treinasse a aplicação de técnicas operatórias (...). O que importa é que os educandos antes de entrarem na técnica da adição, elaborem o conceito dessa operação (...). Uma vez entendido o significado da multiplicação, como adição simplificada de parcelas iguais, enfrentam-se dificuldades em relação à técnica operatória.”

Na verdade, esse é um falso dilema, que acaba levando muitos educadores a verem o domínio da técnica operatória como sendo uma habilidade puramente mecânica. Ora, o domínio da técnica operatória só se realiza na sua plenitude quando for fruto de um processo onde foi estabelecida uma interação entre a compreensão e o treino. Por outro lado, os conceitos matemáticos só são compreendidos plenamente se forem concretizados num domínio da técnica operatória.

Aquele dilema leva também algumas propostas metodológicas a buscarem saída, para ele, através da utilização de certas situações extremamente simplificadas, onde se estaria introduzindo o conceito da operação.

MOBRAL (1984, p. 68) simplifica:

“Para fixar a noção de multiplicação, você poderá trabalhar esta página com seus alunos, criando algumas situações-problema. Para a primeira coluna, você poderá apresentar o seguinte: Dona Maria foi à feira, comprou peras e agrupou-as da seguinte maneira: 2 peras para João, 2 peras para Carlos, 2 peras para Joana, 2 peras para Antonia. Quantas peras Dona Maria comprou?”

Esse tipo de situação-problema apresenta um inconveniente: o educando adulto, embora possa saber formalizar seu raciocínio, dispõe de um certo conhecimento matemático, por mais precário que seja, e, além disso, quando se chega ao ensino da multiplicação, o educando já domina adições mais complexas do que $2 + 2 + 2 + 2$ e resolverá essa adição com tanta facilidade que inexistirá a situação-problema. Com isso, ele não verá a necessidade de transformar essa adição numa multiplicação. Essa necessidade também torna-se mais evidente em adições. Aquela situação-problema ($2 + 2 + 2 + 2$), que teria por objetivo introduzir o conceito de operação de maneira simples, acaba colocando o educando adulto numa situação embaraçosa, por vezes até humilhante, onde ele não compreende o que leva o seu professor a fazer-lhe perguntas desse tipo.

É muito mais produtivo trabalhar a compreensão do conceito da operação através do trabalho que leva ao domínio da técnica operatória. E, se não bastassem todos esses motivos, existe ainda o de que, dessa maneira, utiliza-se o tempo.

A adição e a subtração foram sendo, desde o início, trabalhadas concomitantemente, antes de trabalhar a relação entre a multiplicação e a divisão enquanto inversas entre si, faz-se com que os educandos adquiram um domínio inicial de cada uma das duas operações de si. Nos quatro primeiros passos, trabalha-se com os educandos o domínio inicial da multiplicação.

A multiplicação e a divisão situam-se, do ponto de vista pedagógico, num nível diferente daquele da adição e da subtração. Estas duas últimas são operações mais imediatamente acessível à compreensão do educando. Pode-se dizer que são operações mais “concretas”. Já a

multiplicação e a divisão são operações construídas com o objetivo de facilitar o cálculo de casos particulares de adição e subtração. O que existe concretamente são os atos de se adicionar e/ou subtrair parcelas iguais. É com o objetivo de facilitar o processo de cálculo que o pensamento humano organiza esses atos em operações mentais como a multiplicação e a divisão. Estando a multiplicação e a divisão num nível mais “abstrato” do que a adição e a subtração, optou-se por trabalhar cuidadosamente a passagem para esse nível através da relação entre a adição e a multiplicação, como forma de preparar uma base segura para o trabalho com a relação entre a multiplicação e a divisão.

A relação entre a técnica operatória da multiplicação e a técnica operatória da divisão é diferente da relação entre a técnica operatória da adição e a da subtração. No caso da adição e da subtração, a técnica operatória de uma é composta dos mesmos procedimentos que a da outra, só que em sentidos opostos. Já no caso da multiplicação e da divisão, os procedimentos da técnica operatória de uma são diferentes dos procedimentos da técnica operatória da outra. Por isso, é possível estabelecer um paralelo entre a técnica operatória propriamente dita da multiplicação e a da divisão.

A técnica operatória da multiplicação e a da divisão estão num nível de maior complexidade do que o das técnicas operatórias da adição e da subtração. Por esse motivo, só após ter sido alcançado um domínio inicial, pelos educandos, da técnica operatória da multiplicação, é que passei para a divisão.

Completa-se, portanto, o quadro das relações entre as quatro operações, que poderia ser esquematizado assim:

Para exemplificar uma situação onde surge a adição de várias parcelas iguais, dá-se aos educandos que imaginem uma compra, num supermercado, de sete pacotes de algum produto, com um preço de 1.111 para cada pacote. Realiza-se então a adição (os educandos em seus cadernos e o professor na lousa) para saber o total a pagar pela compra.

O fato de ser uma adição de sete parcelas já torna incômoda a própria escrita e os educandos manifestam isso através de brincadeiras como: “mas por que você não comprou só dois pacotes?”, “estou cansado de fazer tanto um”. Etc. Isso mostra a necessidade de um algoritmo menos trabalhoso para esses casos de adições de várias parcelas iguais. Uma maneira mais curta, mais abreviada, mais econômica de fazer a mesma conta.

Escreve a adição na lousa, na forma horizontal:

$$1.111 + 1.111 + 1.111 + 1.111 + 1.111 + 1.111 + 1.111 = 7.777$$

Chama a atenção para o fato de que o 1.111 havia sido escrito sete vezes nessa conta.

Faz-se então que há uma maneira de se dizer que havíamos somado 7 vezes o 1.111.

$$7 \quad 1.111$$

falta agora algum sinal para ficar bem explicado que pegamos sete vezes o 1.111. falta alguma coisa para representar essa palavra vezes para chamar-se a atenção sobre a diferença de escrita entre o sinal X (vezes) e o sinal + (mais).

Seguindo o processo que começa por uma multiplicação de fácil visualização e fazendo o educando compreender o mecanismo de montagem da tabuada, torna-se mais compreensível a multiplicação por zero. A atenção com o zero não é um cuidado excessivo, porque o zero, para o educando adulto, é como se fosse um sinal perigoso e tal concepção pode ser superada fazendo com que o educando compreenda a função do zero e domine o seu uso nas quatro operações.

Muitos educadores que trabalham com Ensino de Matemática para alfabetizando adultos questionam a significância do ensino de técnicas operatórias como as de multiplicação e divisão para os educandos. A grande maioria dos educadores de nossas escolas argumentam que existem outras técnicas operatórias mais simples e que poderiam estar mais próximas do raciocínio do educando adulto. Um exemplo seria utilizar, na multiplicação, a técnica da duplicação egípcia. Alguns dos educandos utilizam essa técnica mentalmente para certas multiplicações simples, 8×4 , 8×7 , etc.

Acontece que, na fase de início da aprendizagem do cálculo escrito trabalhar com várias técnicas operatórias pode tornar-se um fator de dispersão da atenção do educando. E, no final, ele acaba não dominando nenhuma das técnicas. Dedicando-se inicialmente a uma técnica operatória e exercitando-a durante um período que garanta o seu domínio, forma-se uma base segura que permite conhecer-se depois outras técnicas sem desestabilizar o aprendizado do educando. E a decisão de qual técnica será ensinada em primeiro lugar não é uma questão de preferência do educando ou do educador. O educando adulto pertence a uma sociedade onde existe uma técnica operatória utilizada predominantemente para efetuar, por exemplo, multiplicações. Essa técnica operatória é, portanto, um dos

instrumentos integrantes da cultura letrada dessa sociedade. E a função do educador é a de socializar o instrumento do conhecimento.

Alguns educadores afirmam que o educando não utilizará no seu dia-a-dia aquela técnica operatória ensinada em sala de aula porque ela é diferente do seu processo de cálculo mental.

Todas as pessoas têm processos de cálculo mental próprios, têm procedimentos específicos que lhes facilitam o cálculo em determinadas circunstâncias, mas nem por isso deixam de utilizar a técnica operatória que aprenderam na escola. Em muitas situações o processo mais prático e seguro não é o “jeito” de cada um, mas a técnica operatória tradicionalmente utilizada, que é resultado de um processo social de aperfeiçoamento desse instrumento.

Muitas vezes os alunos não utilizam uma certa técnica operatória porque ela não lhes foi bem ensinada. Se eles tivessem tido realmente condições de dominar aquela técnica, a utilizariam. Trata-se de uma questão de competência profissional do educador e não uma questão de opção do educando, que supostamente estaria se recusando a utilizar aquela técnica.

Quando o educador compreende de maneira estanque essa relação, ou leva o educando a permanecer no ponto de partida, que é o que ele já sabe, ou justapõe de maneira precária o novo conhecimento ao anterior, não possibilitando ao educando condições para que veja a relação entre um e outro.

1.5 - A Importância dos Jogos na Matemática

Os jogos segundo MACEDO (1993, p 1):

“(...) podem ser estruturados segundo três formas: exercício, símbolo ou regra. O que caracteriza cada uma dessas formas e qual é a importância de cada uma para a construção do conhecimento na escola?

O jogo de exercícios se caracteriza pela sua forma de assimilação, a funcional ou repetitiva.

A assimilação funcional, funciona como um prazer pela alimentação de algo que se tornou parte de um sistema e que por isso segundo MACEDO (1993, p. 3): *“Pede repetição, caracteriza o aspecto lúdico dos esquemas de ação”*

A repetição tem por consequência algo muito importante para o desenvolvimento da criança: a formação de hábitos. Os jogos de exercício são formas de repetir uma sequência motora e por isso formar um hábito.

No tocante aos jogos simbólicos MACEDO (1993, p. 5) enfatiza:

“Caracterizam-se por seu valor analógico, ou seja, por se poder agora considerar “A” como se fosse “B”, ou vice-versa. Trata-se portanto de repetir, como conteúdo, o que a criança assimilou como forma nos jogos de exercícios. Fazer como mãe, em uma brincadeira de boneca, por exemplo, significa repetir, por analogia, o que a mãe fez com ela tantas vezes em seu primeiro ano de vida. Significa também poder aplicar, agora como conteúdo, as formas dos esquemas de ação que assimilou em seus jogos de exercícios”.

Com estes jogos os significados das coisas podem ser imaginados pelas crianças, as quais vão assimilando o mundo como podem ou desejam, fazendo analogias, invenções, se tornando produtoras de linguagens,

criadoras de convenções. *“O fazer de conta propiciado pelo jogo contribui para uma compreensão mais ampla da importância da dinâmica do processo cognitivo”* (MACHADO, 1995, p. 160).

Do ponto de vista estrutural, os jogos simbólicos têm, para MACEDO, (1993, p. 6-7):

“Uma importância capital para a produção do conhecimento na escola. O sentido e a necessidade de teoria, ou seja, desse esforço humano de explicar as coisas, de dar respostas ainda que provisórias para as perguntas que nos faz o jogo da vida, (esse sentido e essa necessidade) formulam-se e ganham contexto nos jogos simbólicos. Em outras palavras, as fantasias, as mistificações, as formas deformantes de pensar ou inventar a realidade são como que um primoroso prelúdio para as futuras teorizações das crianças na escola primária e mesmo dos futuros cientistas”.

Estes jogos formam a base para o porquê das coisas, as indagações feitas pelo aluno.

Os jogos de regras possuem as propriedades dos jogos simbólicos e de exercício. Neles a repetição dos jogos se constituem em formas democráticas de intercâmbio social entre crianças ou adultos. Este jogo pede consideração recíproca de todos os participantes do jogo. Os jogos de regras herdam dos jogos simbólicos as convenções. Nessa estrutura de jogo só pode-se jogar em função da jogada do outro.

O jogo é uma prova de intimidade e por isso de conhecimento. Para ensinar matemática, podem-se utilizar muitos recursos para ajudar a compreender os conceitos que queremos que o aluno assimile.

Os jogos de acordo com MACHADO (1990, p.11):

“Propiciam condições agradáveis para o ensino de matemática. Ensinar Matemática para quem já vem de casa com a idéia de que ela é um ‘bicho de sete cabeças’, que é ‘decoreba’, é muito difícil. Os jogos serviriam como motivadores para o indivíduo pensar e trabalhar em cima de material concreto. É a criança descobrindo e não somente recebendo”.

No entanto, o aluno não pode depender dos jogos para suas aprendizagens. O professor deve ser capaz de perceber quando a utilização de jogos é ou não conveniente. O jogo, para ser bom para o aluno deve ser bem escolhido, por isso o sucesso dos jogos na aprendizagem decorre da preparação do professor.

MACHADO (1990, p. 11) diz:

“Entre outras finalidades dos jogos, podemos citar: fixação de conceitos, motivação; propiciam um clima de solidariedade entre os alunos, desenvolvem o senso crítico, estimulam o raciocínio e a disposição para aprender e descobrir coisas novas.”

Cabe ao professor, mostrar que a sua organização faz com que o jogo tenha início, meio e fim.

Os jogos clássicos são mais fáceis de aplicar, pelo fato de que os alunos já conheceram as regras, evitando desperdício de tempo em explicá-las.

Os jogos inventados também têm valor, pelo fato de surgirem de uma necessidade de concretizar situações que muitas vezes não são

conseguidas nos jogos clássicos. Para tanto o professor deve preparar o material e explicar as regras até o seu entendimento.

MACHADO (1990, p. 12) cita algumas vantagens:

“Os jogos podem substituir atividades rotineiras e desinteressantes por outras mais interessantes; o jogo requer que o aluno seja um participante ativo do processo de aprendizagem, passando de um ouvinte passivo das explicações do professor para um elemento ativo; o jogo facilita a socialização entre os alunos; o jogo favorece o desenvolvimento da criatividade; a utilização de jogos é um fator de motivação dos alunos.”

O mesmo autor apresenta as desvantagens:

“Quando os jogos não são devidamente aplicados, os alunos perdem “o fio da meada”, não sabendo precisamente o porquê do jogo, quais os seus objetivos e finalidades; como a utilização de jogos dispende mais tempo do que aulas expositivas, um planejamento inadequado pode provocar o sacrifício de alguns tópicos do conteúdo programado; a arbitrariedade das regras dos jogos, não cabendo perguntar se tais regras são válidas ou não (a transferência de tal arbitrariedade para a Matemática não é propriamente desejável).” (1990, p. 13)

O professor deve considerar que o aluno deve evoluir, desenvolver o raciocínio, sua capacidade de dedução. É claro que é importante fazer mais do que simplesmente jogar em sala de aula. Os jogos devem ser discutidos num esforço de analisar a estratégia que foi usada. A estratégia que conduziu a vencer ou a perder. Os elementos heurísticos dos jogos estratégicos são virtualmente os mesmos da resolução de problemas. Por que um jogador venceu? Foi sorte? Ou foi uma estratégia de jogar bem

definida? A mesma estratégia funcionaria contra outro oponente, usando uma diferente estratégia de jogar?

PROPOSTA DE CONTEÚDO

A humanidade percorreu longos caminhos e muitas transformações alteraram a personalidade do homem. A matemática, assim como o homem, foi se aperfeiçoando de modo de atender as necessidades crescentes do ser humano.

Deste modo, o contato da matemática se tornou constante, ela está em toda a parte.

Observamos há muito tempo que o ensino da matemática é realizado de maneira árida, mecanizada e sem motivação.

Com esse trabalho desejamos ressaltar o gosto pela matemática através de jogos, materiais concretos, problemas e desafios, bem como auxiliar nas dificuldades no que se refere à aprendizagem de alguns alunos do Centro de Ensino Supletivo de Francisco Beltrão - Paraná CESBEL, que freqüentam a 5ª série no período noturno, trabalhadores humildes, com faixa etária acima de 23 anos, onde a maioria não estuda há mais de 8 anos, pois

estes estão encontrando dificuldades de apropriação das operações fundamentais em $\mathbb{N}$ (no Conjunto dos Números Naturais).

Tendo em vista o desenvolvimento integral do educando, proponho uma metodologia diferenciada como alternativa de recuperar as quatro operações fundamentais em $\mathbb{N}$, além de resgatar a dignidade do educando, pois é através da apropriação do conhecimento científico que o mesmo terá condições de ser um cidadão consciente e participativo e deixará de ser analfabeto e conseguirá ser um elemento a auxiliar na transformação e construção de uma sociedade diferente, mais justa, na qual vivemos.

NÚMEROS NATURAIS

Nossa maneira de viver, de pensar e de nos relacionar com as outras pessoas e com a natureza se modifica constantemente. Com o passar do tempo, tudo vai se modificando.

Segundo a história da humanidade, a necessidade de contagem não surgiu junto com o homem, mas foi só bem mais tarde, com o desenvolvimento das suas atividades, principalmente com o surgimento da agricultura e do pastoreio. Os homens daquela época tinham necessidade de contar seus animais e a quantidade de alimentos produzidos começaram a corresponder; por exemplo cada animal a uma pedra, ou a um dedo. Quando as quantidades eram grandes, começaram a grupá-los, o que mais tarde deu origem às bases ou sistemas de numeração, que nada mais são do que agrupamentos.

Uma das provas que os historiadores indicam que a origem da contagem foi por meio de pedrinhas está na nossa linguagem, na palavra cálculo.

A nossa língua portuguesa assim como o francês, o espanhol e o italiano teve sua origem no latim.

E cálculo vem do latim da palavra “cálculum” que significa pedra.

Uma outra técnica usada para contar, por nossos antepassados, foi a de fazer marcas em paus (bastões) ou em ossos.

Ainda hoje, utilizamos o método de contagem por meio de marcas.

Quando os Hindus criaram os algarismos, estes eram nove: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Só alguns séculos mais tarde, com a necessidade de representar o nada, surgiu o zero (provavelmente no final do século VI). Então o sistema de numeração decimal passou a ter os dez símbolos: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, que são usado até hoje.

Operações com Números Naturais

Observe as situações propostas, as representações numéricas, bem como a relação existente entre os números e as operações que você efetuar na resolução de cada item.

Situação 01:

Dona Zilda tem uma pequena fábrica de salgadinhos que produz diariamente 265 coxinhas, 210 pastéis e 184 canudinhos.

Pergunta-se:

- a) Qual o total de salgadinhos fabricados em um dia?
- b) Quantos pastéis são fabricados por dia, a mais que os canudinhos?
- c) Quantos canudinhos são fabricados em quatro dias?
- d) A produção diária de coxinhas é embalada em 5 caixas. Quantas coxinhas são colocadas em cada caixa?

Situação 02:

Um refeitório tem 6 fileiras de mesas; em cada fileira há 11 mesas. Nessas condições responda:

- a) Quantas mesas há no refeitório?
- b) Supondo que num determinado dia o refeitório esteja lotado e sabendo que foram distribuídos 15 almoços gratuitos. Quantas pessoas almoçaram neste dia?

Observe que para responder às perguntas das situações anteriores, temos que efetuar operações com os números envolvidos em cada problema, assim adicionar, subtrair, multiplicar e dividir são operações importantes para resolver problemas do nosso dia-a-dia.

- a) Adição de Números Naturais

O homem começa a contar de um em um, passa a contar em grupos, aprende a reunir quantidades de dois conjuntos. Assim nasce a adição.

A adição é a operação que tem por finalidade reunir quantidades e é indicada pelo sinal (+).

Ex.:
$$\begin{array}{r} 474 \\ + 231 \\ \hline 705 \end{array}$$
 ou $474 + 231 = 705$

O resultado da adição chama-se **soma** e os números que foram adicionados, chamam-se parcelas. * Na adição unimos.

Prova Real

Para verificarmos se está correta uma adição, fazemos uma subtração denominada prova real.

$$\begin{array}{r} \text{Ex.: } 474 \\ + 231 \\ \hline 705 \end{array} \quad \Rightarrow \text{Prova} \quad \begin{array}{r} 705 \\ - 231 \\ \hline 474 \end{array} \quad \begin{array}{r} 705 \\ - 474 \\ \hline 231 \end{array} \quad \text{ou}$$

Portanto:

Para se tirar a prova real da adição, subtrai-se da soma o valor de uma das parcelas. Como resultado, devemos ter a outra parcela.

Prova Real

Para se tirar a prova real da subtração, soma-se o subtraendo com a diferença. O resultado obtido deve ser o minuendo.

Ex.: 2000
- 1284

0716

Prova Real
1284
+ 0716
2000

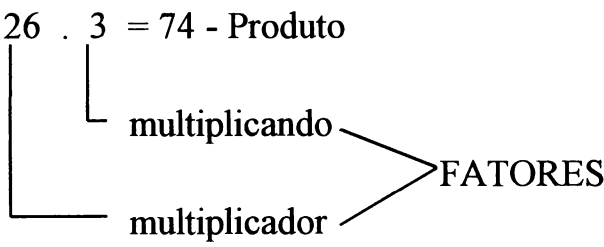
c) Multiplicação de Números Naturais:

É uma adição que tem todas as parcelas iguais. Em uma multiplicação, a parcela repetida é chamada multiplicando; e o número de vezes que esta parcela foi repetida chama-se multiplicador. Estes dois termos, multiplicando e multiplicador, recebem o nome de fatores da multiplicação. O resultado desta operação chama-se **produto**.

É indicada pelos sinais (x) ou (.).

Ex.: 15 x 4 = 60

15 . 4 = 60



Quando um dos fatores foi igual a zero, o produto será igual a zero.

Prova Real

Consiste em dividir o produto por um dos fatores e obter como quociente o outro fator.

Ex.:
$$\begin{array}{r} 82 \\ \times 9 \\ \hline 738 \end{array}$$

Prova Real
738 | 9
18 82
0

$$\begin{array}{r} 738 \overline{) 9} \\ \underline{00} 9 \end{array}$$

d) Divisão de Números Naturais

A divisão é a operação inversa da multiplicação. Como elementos da divisão, temos:

- O número que está sendo dividido chama-se dividendo;
- O número que está dividindo chama-se divisor;
- O resultado chama-se quociente.

Portanto:

180 : 15 = 4 - quociente
 └── divisor
 └── dividendo

Indica-se a divisão pelos sinas (:) ou (÷).

Uma divisão é chamada exata quando o resto é zero.

Ex.:
$$\begin{array}{r} 6888 \overline{) 123} \\ 738 \\ \hline 56 \\ 0 \end{array}$$

Divisão não-exata

É chamada não exata quando o resto é diferente de zero.

Ex.:
$$\begin{array}{r} 146 \overline{) 12} \\ 26 \\ \hline 12 \\ 2 \end{array}$$

Observação: O resto é sempre menor do que o divisor e é o que sobra do dividendo.

Prova Real

Em uma divisão, exata ou não, tem a seguinte igualdade:

$$\text{Dividendo} = (\text{Quociente} \times \text{Divisor}) + \text{Resto}.$$

Ex.:
$$\begin{array}{r} 936 \overline{) 14} \\ 96 \\ \hline 66 \\ 12 \end{array}$$

Prova Real

$$\begin{array}{r} 66 \Rightarrow \text{quociente} \\ \times 14 \Rightarrow \text{divisor} \\ \hline 264 \\ 66 \\ \hline 924 \\ 12 \Rightarrow \text{resto} \\ \hline 936 \Rightarrow \text{dividendo} \end{array}$$

I - SEQUÊNCIAS DE JOGOS PARA SEREM REALIZADOS COM OS EDUCANDOS

Jogo 01 - Dominó da Tabuada

Material: dominó da tabuada (retangular de madeira ou cartolina)

Objetivo: Memorizar a tabuada através do dominó.

Desenvolvimento:

- Distribuem-se 7 peças para cada jogador.
- Decide-se quem sai jogando, depois cada jogador, na sua vez, pega suas peças e verifica se uma de suas peças encaixa no que está pedindo. Caso não tenha, deverá pescar.
- O jogo acaba quando um dos jogadores terminar suas peças.

Ex.:

3x9	8x6
-----	-----

48	0
----	---

3	0	0
9	x	4

Jogo 02 - Loteria Matemática

Objetivo: Trabalhar as 4 operações em IN, através da loteria matemática.

Material utilizado: Stencil com os exercícios

Desenvolvimento:

Cada aluno receberá uma cartela da loteria matemática onde deverá marcar a alternativa correta.

		1	x	2
1)	9:3	6	3	9
2)	2+15+200	370	550	217
3)	576:8	68	72	74
4)	150:6	25	24	26
5)	987-88	320	899	715
6)	9x8	72	97	26
7)	5x6	25	30	70
8)	100-96	35	27	6
9)	7:8	57	64	56
10)	20+8+307	420	335	180
11)	208+309	200	630	517
12	1000-999	1	11	5
13)	236-15	115	225	221

Obs. Os educandos desenvolvem as operações, conforme a dificuldade de cada um.

Ex.: 2
 +15
 200
 217

Jogo 03- Bingo Matemático

Objetivo: Despertar o interesse pela matemática, através do Bingo Matemático.

Material utilizado: cartelas de cartolina com 4 operações com números naturais, um pacote com as respostas das operações e feijões.

Desenvolvimento:

Cada educando recebe uma cartela do Bingo Matemático e alguns feijões: logo após o professor começa a cantar os números.

Ganha o bingo quem preencheu a cartela primeiro.

6 x 6	6/0	9 x 9	100/4
30 – 4	9 - 8	91 - 9	9 x 10
20 + 21	6 + 2	20/2	42 - 2
30 x 5	90/10	40 + 1	6 x 7

Jogo 04- Hex da Multiplicação

Número de jogadores 2 ou mais.

Material: tabuleiro, calculadora e sementes de dois tipos diferentes.

Regras:

Os jogadores dividem-se em duas equipes, A e B que farão os seus lances alternadamente, tirando-se a sorte para ver quem começa.

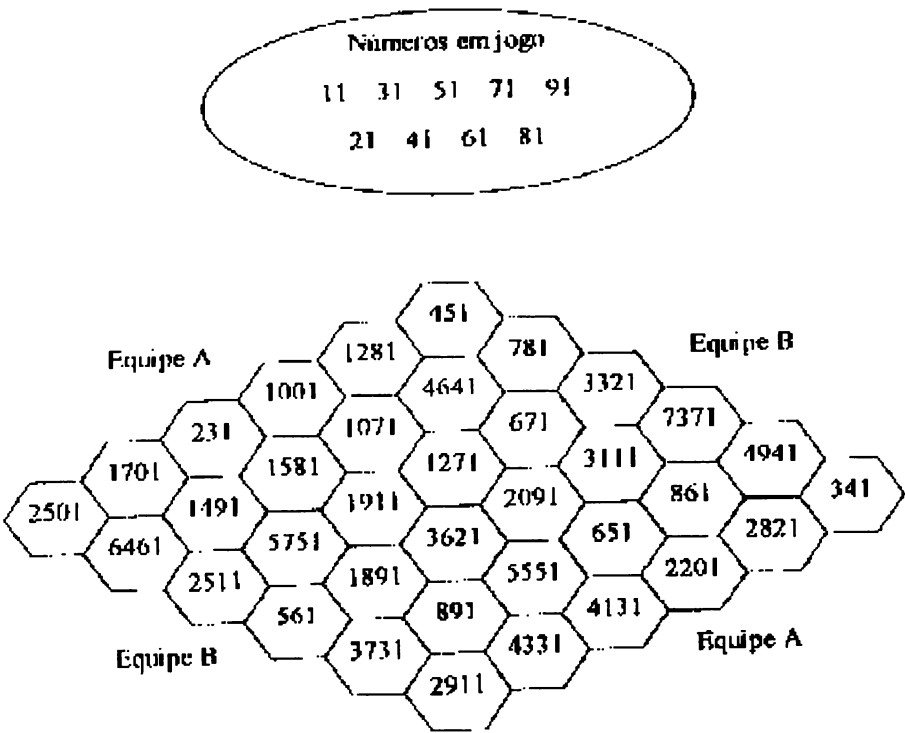
Em cada lance, a equipe escolhe dois quaisquer dos “números em jogo” e multiplica-os.

Se o resultado figurar numa casa livre do tabuleiro, a equipe coloca uma das suas sementes nessa casa. Se a casa já estiver ocupada, a equipe não pode colocar nenhuma semente. Em cada casa só pode ser colocada uma semente.

Ganha a equipe que conseguir ligar os seus dois bordos do tabuleiro com as sementes que colocou.

Obs.: Usar a calculadora para despertar o gosto pela matemática.

Tabuleiro do Hex da Multiplicação:



Jogo 05- Contig 60

Material: Tabuleiro, 25 fichas de uma cor e 25 fichas de cor diferente, 3 dados.

Objetivo: para ganhar o jogo deverá ser o primeiro a identificar cinco fichas da mesma cor em linha reta ou ter o menor número de pontos quando acabarem as fichas ou quando acabar o tempo do jogo. (Variação: vence quem chegar no número 0 de pontos primeiro).

Regras:

1 - Adversários jogam alternadamente. Cada jogador joga os três dados. Constrói uma sentença numérica usando os números indicados pelos dados e uma ou duas operações diferentes. Por exemplo, com os números 2, 3 e 4 o jogador poderá construir $(2 + 3) \times 4 = 20$. O jogador, neste caso cobrira o espaço marcado 20 com uma ficha de sua cor. Só é permitido utilizar as quatro operações.

2 - Contagem de pontos: Um ponto é ganho por colocar uma ficha num espaço desocupado que seja adjacente a um espaço com uma ficha (horizontalmente, verticalmente ou diagonalmente). O jogo subtrai de 60 (marcação inicial, que pode ser substituída por 30 para agilizar o jogo) o ponto ganho. Colocando-se um marcador num espaço adjacente a mais de um espaço ocupado mais ponto poderão ser obtidos. Por exemplo, (veja o tabuleiro) se os espaços 0, 1 e 27 estiverem ocupado, o jogador ganharia 3 pontos colocando uma ficha no espaço 28. A cor das fichas nos espaços ocupados não faz diferença. Os pontos obtidos numa jogada são subtraídos do total do jogador.

3 - Se um jogador passar sua jogada, por acreditar que não é possível fazer uma sentença numérica com aqueles valores dos dados, o adversário terá uma opção a tomar. Se o adversário achar que seria possível fazer sua própria jogada, ele ganhará, neste caso O DOBRO DO NÚMERO DE PONTOS, e em seguida poderá fazer sua própria jogada.

4 - O jogo termina quando o jogador conseguir colocar 5 fichas de mesma cor em linha reta sem nenhuma ficha do adversário intervindo. Essa linha poderá ser horizontal, vertical e diagonal. Poderá terminar também se acabarem as fichas dos jogadores e o vencedor, neste caso, é determinado pelo que tiver o menor número de pontos. (ou quando um jogador chegar no 0 primeiro, ele será o vencedor).

Tabuleiro do Contig 60:

0	1	2	3	4	5	6	7
27	28	29	30	31	32	33	8
26	54	55	60	64	66	34	9
25	50	120	125	144	72	35	10
24	48	108	180	150	75	36	11
23	45	100	96	90	80	37	12
22	44	42	41	40	39	38	13
21	20	19	18	17	16	15	14

II - COMO A APLICAÇÃO DAS QUATRO OPERAÇÕES, AJUDA NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Para se resolver um problema, vamos proceder da seguinte maneira:

- 1 - ler cuidadosamente o enunciado;
- 2 - verificar os dados que se têm e o que é pedido;
- 3 - descobrir, através do raciocínio, quais as operações necessárias e a ordem de resolução dessas operações;
- 4 - efetuar as operações;
- 5 - escrever a resposta;
- 6 - verificar se a resposta faz sentido

1) Vejamos algumas curiosidades e completemos as lacunas.

a) A lâmpada foi inventada por Thomas Edison no ano de 1880, então hoje, 1998, já faz _____ anos que a lâmpada foi inventada.

b) O rádio foi inventado por Marconi, no ano de 1896, logo este ano, 1998, está fazendo _____ anos que o rádio foi inventado.

c) A imprensa foi inventada por Gutemberg, no ano de 1440, em 1998, faz _____ anos que a imprensa foi inventada.

d) A 2ª Guerra Mundial terminou em 1945, logo, este ano, 1998 faz _____ anos que a 2ª Guerra terminou.

e) A independência do Brasil deu-se no ano de 1822, logo, este ano, 1998, faz _____ anos que o Brasil tornou-se independente do Portugal.

f) A proclamação da República deu-se no ano de 1889, logo, este ano, 1998, faz _____ anos que foi proclamada a República Brasileira.

g) Nosso país passou por um regime chamado de Ditadura Militar. Isso aconteceu em 1964 e durou até 1985. Nesse período nós não escolhíamos o Presidente da República. Ele era indicado por um militar que já se encontrava no poder. Por meio de vários movimentos populares, dentre eles Diretas Já em 1992, readquirimos o direito de escolher nosso Presidente da República. Quantos anos durou o Regime Militar em nosso país? _____.

2) Crie uma situação - problema envolvendo duas ou três operações.

3) Atualmente nosso país está conseguindo segurar um dos maiores monstros que vinha nos abalando: a INFLAÇÃO (desvalorização do dinheiro). Com isso podemos programar melhor nossas compras, pois os produtos estarão com os preços estáveis.

Observe a propaganda abaixo e responda as questões:

Fogão Dako Diplomata 6 bocas, mesa inox, tampa de vidro temperado, acendimento automático total e forno auto limpante.

Preço R\$ 548,00

ou 1 + 13 de R\$ 56,49 mensais.

- a) Qual o produto que está sendo vendido?
- b) Quanto vai custar à prazo?
- c) Qual a diferença do preço à vista e à prazo?
- d) É vantagem comprar à prazo? justifique sua resposta.

4) Uma fábrica de sabão em pedra embala os produtos em caixas de 4 dúzias. Para embalar 15.600 pedras de sabão, quantas caixas serão usadas?

5) O ovo do pardal abre-se quando chocado por 12 dias. O do pingüim, leva 5 vezes mais. O ovo da galinha leva 39 dias menos que o do pingüim. Quantos dias leva o ovo da galinha para ser chocado?

6) Para pagar 267 reais, dei ao caixa três notas de 100 reais. Ele pediu 17 reais para facilitar o troco e eu dei.

- a) quanto veio de troco?
- b) quanto viria de troco se eu não tivesse dado os 17 reais?
- c) em algum dos casos eu pagaria mais?

7) Distância entre cidades. Sabendo-se que a distância de Francisco Beltrão a:

Palmas é de 132 Km

Pato Branco é de 60 Km

Curitiba é de 517 Km

Cascavel é 268 Km

Renascença 12 Km

Responda:

- a) Qual a distância entre Pato Branco e Palmas?
- b) Qual a distância entre Cascavel e Renascença?
- c) Qual a distância de Cascavel e Palmas?
- d) Qual a distância entre Pato Branco a Curitiba?

8) Duas cozinheiras montaram, em sociedade, um pequeno restaurante para servir prato-feito. São servidos por dia 220 pratos a 2 reais cada:

- a) Quanto reais esse restaurante arrecada por dia?
- b) O dinheiro que o restaurante arrecada por dia não é o seu lucro. Existem várias despesas com aluguel, água, energia elétrica, imposto, produto alimentício, empregados. Se a despesa diária for de 372 reais, qual é o lucro do restaurante por dia?
- c) Como as sócias sempre repartem o lucro por igual, quantos reais cabem a cada uma por dia?

Responda:

- a) se a duração do contrato for de 6 meses, quanto se gastará de aluguel?
- b) e se for de 12 meses?

11) Num campeonato estadual de futebol, o sistema de pontuação era:

Vitória	3 pontos
Empate	1 ponto ganho e 1 ponto perdido
Derrota	3 pontos perdidos

O campeão foi o Santos, que obteve os seguintes resultados:

Santos 5 x 1 Palmeiras	Santos 2 x 0 São Paulo
Santos 3 x 3 Portuguesa	Santos 1 x 0 Guarani
Santos 0 x 1 Corinthians	Santos 2 x 1 Bragantino

A partir desses dados responda:

- a) Quantos gols o Santos marcou?
- b) Quantos gols foram marcados contra o Santos?
- c) Qual o saldo de gols do Santos?
- d) Quantos pontos o Santos ganhou?
- e) Quantos pontos o Santos perdeu?

12) A partir dos dados da tabela abaixo responda:

OS MAIS VENDIDOS (em milhões de unidades)	
Volks Gol	31.276
Fiat Uno	26.729
GM Corsa	15.429
Ford Escort	10.970
Fiat Tipo	3.835
Fiat Tempra	3.775
Volks Santana	2.825
Volks Pointer	2.727
Volks Golf	2.696
CM Kadett	2.627
GM Vectra	2.591
Volks Parati	2.533
Ford Fiesta	2.204
GM Monza	1.689
Volks Logus	1.346

Fonte: O Estado de São Paulo, 10 set. de 1995.

- a) Quantos carros a Volks vendeu no total?
- b) Quantos carros a Fiat vendeu no total?
- c) Quantos carros a GM vendeu no total?
- d) Quantos carros a Ford Vendeu no total?
- e) Quantos carros a Volks vendeu a mais que a FIAT e a FORD?

13) Uma andorinha come em média 2.000 moscas por dia. A partir desse dado calcule;

a) quantas moscas são comidas por um bando de 43 andorinhas durante uma semana?

14) Um ovo de avestruz tem massa de 1,200 Kg, o que equivale a duas dúzias de ovos de galinha. Quantos ovos de avestruz seriam necessários para totalizar 6 Kg? A quantas dúzias de ovos de galinha isso corresponde?

15) Um ano tem 365 dias. O ano bissexto tem 366 dias. Quantos dias já viveu Antônio, que completou 9 anos sendo que 2 deles foram bissexto?

16) Uma pessoa tem um emprego onde recebe R\$ 130,00 por mês, mas, como a situação não anda fácil, ainda faz umas horinhas a mais na lanchonete de um conhecido, recebendo R\$ 17,00 por quinzena. No total, quanto essa pessoas recebe por mês?

17) Márcia ficou responsável pela compra dos livros de matemática de alguns alunos. Cada aluno colocou o nome em uma lista e pagou o valor do livro R\$ 6,00. Chegando a livraria, Márcia viu que tinha esquecido de trazer a lista. Primeiro, ela contou o dinheiro dos livros: deu R\$ 162,00. Depois ela fez uma conta e descobriu quantos livros devia comprar. Quantos eram os livros que precisava comprar? Qual a primeira conta que ela fez?

18) Os irmãos José e Carlos foram à loja juntos. José tem R\$ 58,00 e Carlos R\$ 62,00. Eles querem comprar um aparelho de som que custa R\$ 92,00.

Responda:

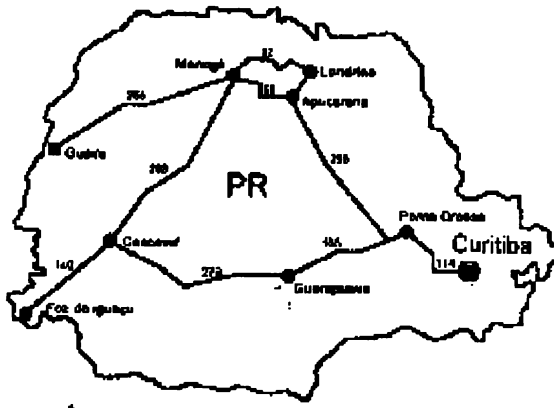
- a) O dinheiro que eles têm juntos é suficiente?
- b) Quanto receberão de troco?
- c) Eles receberão o mesmo troco?
- d) Quanto cada um precisa dar?
- e) Se os dois derem quantias iguais, qual será o troco de cada um?

19) Dona Elza trabalha três manhãs por semana como zeladora de um edifício, seu salário mensal é 120 reais. Desse valor são descontados 8 reais de INSS. Nessa condições, responda:

- a) Quanto D. Elza recebe por mês?
- b) Com o salário que recebeu no último mês, ela pagou a conta da farmácia, no valor de 18 reais, e uma prestação do fogão no valor de 22 reais. Quanto sobrou para D. Elza?
- c) A metade do que sobrou, ela emprestou para sua filha. Com quantos reais D. Elza ficou?

20) Um time de futebol disputou 12 partidas na primeira fase de classificação e não perdeu nenhuma. Cada partida vitoriosa ganha 3 pontos e o empate ganha 1 ponto. Terminou essa fase com 16 pontos. Quantos jogos ganhou? Quantos jogos empatou?

21) O mapa mostra a distância (em Km) entre Curitiba e algumas cidades do estado do Paraná:



1 - Calcule a menor distância entre as cidades citadas, nos itens abaixo:

a) Foz do Iguaçu e Curitiba:

b) Maringá e Curitiba

c) Calcule a diferença entre as distâncias dos itens a e b.

d) Se eu for de Cascavel a Curitiba passando por Guarapuava e Ponta Grossa quantos Km vou viajar?

e) Supondo que meu carro faz 9Km com 1 litro de gasolina, quantos litros de gasolina serão gastos na viagem do item 3?

f) O tanque de gasolina do meu carro tem capacidade para 52 litros de gasolina. Essa quantidade é suficiente? Sobrará gasolina?

22) Em 1996 tivemos eleições para prefeito e vereadores em várias cidades brasileiras. Uma determinada cidade teve 3 candidatos concorrendo à Prefeitura, e o resultado foi o seguinte:

Candidato eleito	355.283 votos
2° Classificado	204.731 votos
3° Classificado	175.292 votos
nulos	25.204 votos
brancos	3.793 votos
justificados	535 votos

- a) quantos eleitores tem a cidade?
- b) O que é voto em branco? O que é voto nulo? O que significa justificar ausência nas eleições?
- c) Calcule a diferença entre os dois primeiros classificados.
- d) Qual a soma de votos nulos, brancos e justificados?

24) A Tartaruga-de-pente é a principal vítima dos pescadores: sua bela carapaça, com placas negras sobrepostas sobre um fundo amarelo, é vendida para indústrias de pentes e bijuterias. De tamanho médio, ela tem entre 78 e 90 centímetros de comprimento e pesa até 150 quilogramas. Desova no oceano Índico e na parte ocidental do Pacífico. No Brasil, ela geralmente põe seus ovos no litoral baiano.

- a) A pesca da tartaruga é proibida em todo o território nacional. Um grupo de pescadores, no litorais baiano, pesca clandestinamente 893 tartarugas, no período de um ano. Destas, 284 cascos foram negociados com

pequenos fabricantes locais de bijuterias e pentes. Os cascos restantes foram embalados em caixas, contendo cada casco, e distribuídos igualmente entre três grandes fabricantes. Quantas caixas cada um destes fabricantes receberá? (Extraído da Revista SUPERINTERESSANTE, n. 06, junho de 1991).

25) Tartaruga-verde. Também chamada de aruanã, ela gosta de desovar em ilhas oceânicas. No Brasil, a maioria dos ninhos foi registrada em Fernando de Noronha, na ilha de Trindade e no Atol das Rocas. Mas é na Costa Rica que a espécie se encontra em maior quantidade. Com 1 metro de comprimento e pesando 250 quilogramas, é a única tartaruga marinha que prefere uma dieta exclusivamente à base de algas. (Extraído da Revista SUPERINTERESSANTE, n. 06, junho de 1991).

Leia com atenção a informação para poder responder:

Tartarugas-verdes querem passar sobre uma ponte com 5 metros de comprimento e que suporta um peso de 1.400 quilogramas.

- Quantas tartarugas-verdes podem estar sobre a ponte ao mesmo tempo? Explique como você chegou ao resultado.

26) Uma tartaruga já viveu 40 anos. Quantos minutos ela já viveu?

27) A tabela abaixo refere-se ao Censo Demográfico da População Brasileira em 1995.

Acre	455.200
Alagoas	2.685.400
Amapá	326.200
Amazonas	2.320.200
Bahia	12.646.000
Ceará	6.714.200
Espirito Santo	2.786.700
Goiás	4.308.400
Maranhão	5.231.300
Mato Grosso	2.313.600
Mato Grosso do Sul	1.912.800
Minas Gerais	16.505.300
Paraíba	3.340.00
Paraná	8.712.800
Pernambuco	7.445.200
Piauí	2.725.000
Rio de Janeiro	13.296.400
Rio Grande do Norte	2.582.300
Rio Grande do Sul	9.578.600
Rondônia	1.339.500
Roraima	262.200
Santa Catarina	4.836.600
São Paulo	33.699.600
Sergipe	1.605.300

Observação: para responder as perguntas abaixo, consulte a tabela acima.

- Qual a diferença entre o Estado mais populoso e menos populoso?
- Quantos habitantes Sergipe tem a menos que a Paraíba?
- Quantos habitantes Minas Gerais tem a mais que o Paraná?
- Quantos habitantes Roraima tem a menos que Rondônia?
- Quantos habitantes há na região Sul?

28) Hoje, estamos enfrentando várias dificuldades, a mais crítica é em relação ao nosso sistema econômico. Recebemos e temos um gasto sempre maior. Por isso, devemos calcular as nossas despesas com: alimentação, moradia, luz, água, vestuário, educação, etc.

Após verificarmos os nossos gastos, certamente teremos um saldo positivo, zero ou negativo, onde deveremos economizar, diminuir nossas despesas? Que meios vamos encontrar para não entrarmos em saldo negativo? Por que nós trabalhadores vivemos neste arrocho salarial? Porque apenas sobrevivemos e deixamos de ser cidadãos de fato?

29) Para resolver o exercício seguinte consulte a Tabela abaixo:

	S. P A U L O	R. J A N E I R O R O	R E C I F E	P. A L E G R E	B R A S Í L I A	B. H O R I Z O N T E
ARACAJU	2227	1979	520	3342	1820	1641
BELÉM	2950	3305	2104	4051	2141	2855
B. HORIZONTE	586	464	2139	1701	740	-
BRASÍLIA	1012	1204	2318	2130	-	740
CUIABÁ	1585	2026	3426	2471	1134	1614
CURITIBA	408	849	3133	715	1420	994
FLORIANÓPOLIS	701	1142	3426	477	1713	1287
FORTALEZA	3099	2889	804	4214	2692	2513
GOIÂNIA	913	1354	2522	2028	204	918
JOÃO PESSOA	2829	2581	124	3944	2422	2243
MACEIÓ	2494	2246	257	3609	2087	1908
NATAL	3000	2752	295	4115	2593	2414
PORTO ALEGRE	1115	1556	3840	-	2130	1701
RECIFE	2725	2477	-	3840	2318	2139

R. DE JANEIRO	441	-	2477	1556	1204	464
SALVADOR	1950	1702	835	3065	1543	1364
SÃO LUÍS	3363	3115	1623	4478	2748	2777
SÃO PAULO	-	441	2725	1115	1012	586
TERESINA	2890	2644	1162	4007	2485	2306
VITÓRIA	933	509	1964	20480	1281	541

Suponha que a ambulância do município esteja com 35.478 Km rodados. Quanto marcará o velocímetro se dirigir da cidade:

a) Belo Horizonte a Porto Alegre.

b) Fortaleza a Brasília

c) Teresina a São Paulo

d) João Pessoa ao Rio de Janeiro

e) Maceió a Recife.

f) Natal a Belo Horizonte.

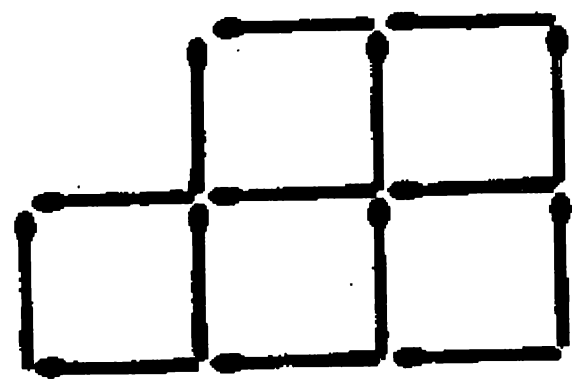
g) Curitiba a São Paulo.

h) Porto Alegre a Recife.

III - SEQUÊNCIA DE DESAFIOS PARA SEREM REALIZADOS
COM OS EDUCANDOS

1) Qual é o maior número natural que você pode multiplicar por 6 e ainda ter um produto menor que 75?

2) Retire três palitos e reduza para três quadrados, sem deixar palitos avulsos.



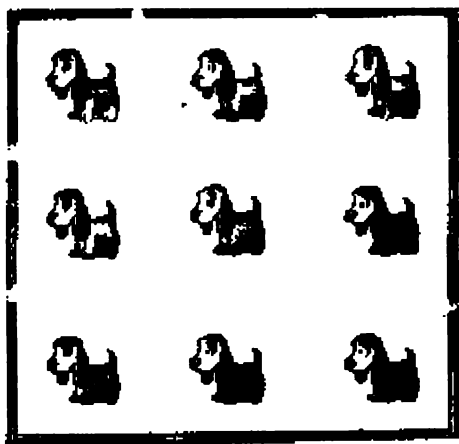
3) Qual o algarismo que corresponde a cada letra?

F	1	F
x	2	E
6	3	C
D	2	D
D	8	B

B = ; C = ; D = ; E = ; F =

4) Uma lesma muito preguiçosa está no fundo de um poço de 10 metros e quer sair de lá. Da meia-noite até o meio-dia ela sobe 2 metros, mas do meio-dia até a meia-noite ela dorme e então escorrega 1 metro. Quantos dias a lesma levará para chegar ao topo do poço.

5) Neste cercado estão nove cachorros. Isole cada um dos cachorros, construindo dois cercados quadrados.



6) Qual é o número que:

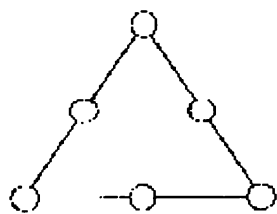
- é maior que 200
- é menor que 250
- é divisível por 2, 3 e 5
- não é divisível por 7?

O número é:

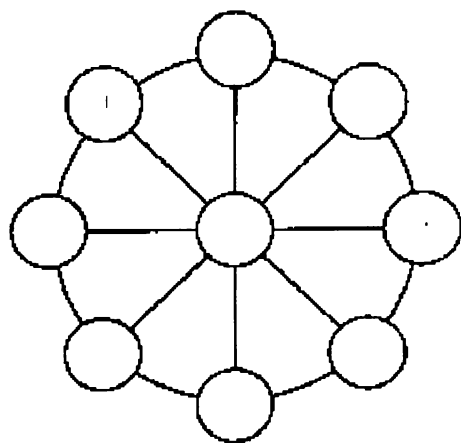
7) Uma máquina de “moer números” tem um segredo operacional. Observe a figura e descubra qual é o segredo.



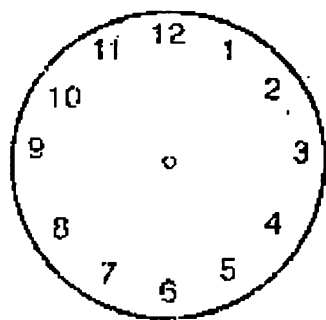
8) Coloque os números 1, 2, 3, 4, 5 e 6 nos círculos da figura ao lado, de modo que a soma em cada lado seja 10.



9) Descubra em cada um dos círculos um dos números de 1 a 9, sem repetir, de modo que a soma correspondente aos números dispostos em cada diâmetro seja sempre 15.

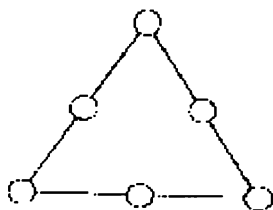


10)

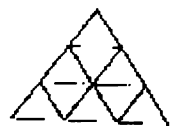


Divida o relógio em 3 partes, usando apenas 2 riscos, de modo que os números de cada parte totalizem 26.

11) Coloque, dentro dos círculos, números de 1 a 9, sem repeti-los. A soma em cada lado do triângulo dever ser 17.

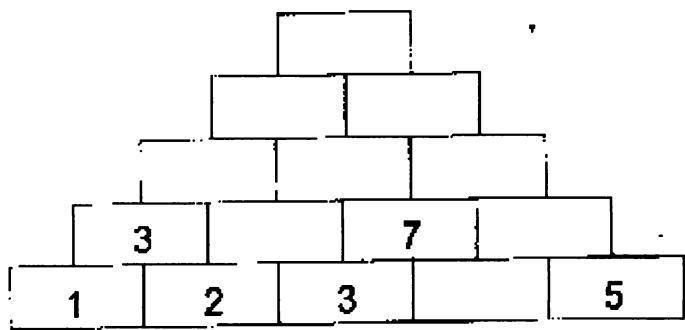


12) Quantos triângulos há na figura abaixo?



13) O ornitorrinco é um animal com bico semelhante ao pato, é mamífero e põe ovos. Durante a primavera, a fêmea forma ninhada com 2 ou 3 ovos, levando 14 dias chocando para que nasçam os filhotes. Numa dessas primaveras, uma fêmea teve 12 filhotes, onde somente duas ninhadas foram de 3 ovos. Quantos dias ela levou chocando?

14) Pirâmides Mágicas



Será que você saberia encontrar o restante?

Elas ficaram famosas com os antigos egípcios que enterravam seus faraós (reis). As mais famosas foram: Quéops, Quéfren, Miquerinos.

Junto do faraó iam suas riqueza e bens pois os egípcios acreditavam que os mortos retornariam depois da morte.

Os faraós quando enterrados eram mumificados.

15) O guepardo pode atingir a velocidade de 110 Km/h, enquanto o coelho só alcança 55 Km/h. Um coelho e um guepardo estão a certa distância entre si e, num determinado instante, ambos partem em linha reta para o Norte.

Calcule a quantos quilômetros o coelho estava do guepardo se ele foi apanhado 1 h depois.

16) Mate esta charada! Qual é o número?

- É um número de dois algarismos
- O algarismo da dezena é o dobro do algarismo da unidade
- Trocando os dois algarismos de lugar, obtenho um novo número
- Subtraindo o novo número do primeiro número, o resultado é 27.

O número é:

CONCLUSÃO

Os subterfúgios atrelados ao fato de que a matemática é vista como a inimiga dos alunos através da adição ser a subtração, e o da multiplicação, a divisão, demonstram de forma inconsciente, a insegurança e o medo de quem transmite o conhecimento, elitizando-o a priori como difícil, e revestindo-o de forma enganosa para o aluno.

Mais objetivo e simples seria a descoberta, pelos alunos sob a segura orientação do professor, das implicações quantitativas embutidas no símbolo numérico e nas operações elementares, na manipulação e experimentação com o próprio corpo e objetos da vida cotidiana.

A disponibilidade do adulto em abrir um espaço para escutar o aluno no sentido de penetrar um pouco no seu mundo, o qual é, em geral, determinado pela estrutura social na qual se inserem, proveria o adulto de material concreto para as experiências de descobertas e construção de conceitos a serem implementados.

A ênfase com que, de modo geral, se debruçam educadores sobre os métodos de alfabetização, e o foco na leitura, única que reprova na série inicial primária, parecem embasar o entendimento óbvio de que as estruturas subjacentes à leitura, escrita e cálculo, estão embricadas na gênese do pensamento do sujeito.

A escola elementar, ao descartar a relação intrínseca entre os conteúdos a serem transmitidos, parece desconhecer, além de tudo, a história da evolução do conhecimento, a partir de concepções herméticas e radicais como a da tabula rasa, para concepções vinculadas a um sujeito holístico em franca integração e troca com o mundo afetivo, social e cultural ao qual está exposto.

A contagem por enumeração, as reuniões aditivas, os problemas de inclusão e exclusão, para citar alguns, são fatos aritméticos que podem ser dinamizados com o corpo dos próprios alunos e objetos por eles colecionados, desde tampas diversas, até canetas, miniaturas, figurinhas, etc.

Os exercícios propostos aos alunos não podem ter soluções que só o seu elaborador conhece, como acontece mais de uma vez nas escolas.

Soluções alternativas expressam um princípio universal de que a Matemática não é hermética, enquanto invenção do homem, mas sim localizada historicamente, no contexto da consciência social, tradições, linguagem, teorias, instituições sociais e de toda uma cultura não material da humanidade.

Entende-se, então, que cabe aos professores permitirem que o aluno construa pessoalmente os conceitos aritméticos elementares. Como

sábios, eles devem dirigir parecendo ser dirigidos, impondo o saber científico de modo subjetivo e inteligente.

Não se pode dizer de aluno exposto a certos modelos que o seu fracasso em Matemática deve-se a ele mesmo, se nem sequer teve oportunidade de expor-se e refletir.

A articulação de dados para um registro simbólico pessoal facilita a concatenação de idéias, quando do conhecimento de símbolos matemáticos determinados para questões específicas.

Essas dicas fantasiosas, no sentido de garantir o acerto no resultado final do cálculo, são, em princípio, tão artificiais, que não podem ser compreendidas. Além disso, afastam o aluno da compreensão do algoritmo matemático real que precisa ser colocado tal como é: um resultante simplificado do processo longo de construção do modo de calcular.

Qualificações e quantidade, quando trabalhadas na interação com o mundo dos objetos, devem ter o seu momento de representação pessoal pelo próprio aluno, antes que a ele se apresente a forma consensual matemática de simbolização.

A representação simbólica, seja em duas ou três dimensões, é a elaboração, em outro nível, daquilo que foi vivido anteriormente na ação. Esta capacidade de representar uma coisa pela outra se desenvolve progressivamente, animada por situações propiciadora ao seu redor.

O modo de encarar o ensinar e aprender, não leva em consideração o desenvolvimento do processo de simbolização e, saltando

etapas, procura inscrever, no aluno, símbolos isolados e sucessivos, de modo abrupto e imperativo.

É na relação do professor com disponibilidade e abertura para receber o aluno tal como ele é realmente, com sua história de vida peculiar, que se vê a produtividade do resgate do social e do cultural articulado à consistência de conteúdos do conhecimento e da apreensão da informação. Repare-se que é essencial que o professor se sinta seguro em seus próprios conteúdos, para se expor às refutações e sistêmicas dos alunos, sem que isto o ameace.

Nas inadequações da interação entre escola e criança, reconhece-se duas dimensões com perspectivas recíprocas: as dificuldades da criança na escola e as da escola com as crianças. Nesta interação, se considera artificial separar as funções cognitivas dos estados afetivos, porque as perturbações em um desses domínios acabam por repercutir em outro.

Os erros cometidos pelos alunos não podem, de modo algum, ser assinalados, riscados ou substituídos pela resposta certa. Pesquisando o raciocínio do aluno na elaboração da solução é que se pode encontrar o modo pelo qual encaminha seu raciocínio, o ponto ótimo em que se encontra e onde se obstaculizou a construção do conhecimento. No resgate do erro, muitas vezes o próprio sujeito consegue localizar sua dificuldade e, com a ajuda benéfica do professor, alcançar a superação de si mesmo.

A proposta de ensino sugerida anteriormente, foi realizada com os alunos de 5ª a 8ª série do Centro de Ensino Supletivo Integração Indústria Sadia na cidade de Francisco Beltrão, Paraná, onde as atividades desenvolveram muito o raciocínio, persistência, interesse, atenção,

memória, inteligência, senso crítico, contribuindo assim para as atividades dos módulos seguintes e principalmente para a sua vida pessoal.

Nesse primeiro módulo não houve nenhuma desistência dos alunos matriculados, os quais aprenderam a trabalhar em grupo e ter prazer em resolver as atividades.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- APOSTILA de Matemática do Curso Positivo - 5ª série. Curitiba: Ed. Posigraf., 1995.
- AZEVEDO, Maria V. R. de. Caderno de Jogos - Matemática através de jogos. São Paulo: Atua, 1994.
- BICUDO, Maria Aparecida V. (org.). Educação Matemática. São Paulo: Moraes, 1990.
- BOYER, Carl Benjamin. História da Matemática: Tradução: Elza Gomide. São Paulo, 1994.
- BRINGUIER, J.C. Conversando com Piaget. Tradução: Maria José Guedes. Rio de Janeiro, DIFEL, 1978.
- CARVALHO, Dione Luckesi de. Metodologia do Ensino da Matemática. São Paulo: Cortez, 1990.
- CEDI, Centro Ecumênico de Documentação e Informação. O caderno de Matemática, in Cadernos do CEDI, n.º 13, p. 40-41, São Paulo, 1994.
- DANTE, Luiz Roberto. Didática da Resolução de Problemas de Matemática. 9ª ed., São Paulo: Ed. Ática. 1997.
- DAVIS, P.; HERSH, R. A Experiência Matemática: Tradução de João Bosco Pitombeira. Rio de Janeiro: Francisco Alves, 1985.
- DUARTE, Newton. O Ensino de Matemática na Educação de Adultos. São Paulo: Cortez, 1986.

- FRAGA, M. L. A Matemática na Escola Primária: Uma observação do cotidiano. São Paulo: EPU, 1988.
- GLAESER, C. O Ensino através de situações problemas. In Boletim GEPEM, n. 6, 1978.
- GUELLI, Oscar. Matemática: Uma Aventura do Pensamento. São Paulo: Ática, 1997.
- MACEDO, Lino de. A importância dos jogos de regras para a construção do conhecimento na escola. Universidade de São Paulo/Instituto de Psicologia, Laboratório de Psicopedagogia, 1993.
- _____. Contando a História da Matemática. A invenção dos números. 2ª ed., São Paulo: Ática, 1992.
- MACHADO, Nilson J. Vivendo a Matemática. Medindo Comprimento. 10ª ed., São Paulo: Scipione, 1993.
- _____. Epistemologia e Didática. São Paulo: Cortez, 1995.
- MACHADO et al. Jogos no Ensino da Matemática. In Cadernos de Prática de Ensino – Série Matemática. São Paulo: USP, n.º 01, 1º sem., 1990.
- MATSUBARA, C.; ZANIRATTO, B. Big Mat - Matemática - 5ª série. São Paulo: IBEP, 1993.
- MOBRAL. Manual do Alfabetizador. Rio de Janeiro, 1984.
- PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação - Departamento de Ensino Supletivo. Módulos de Matemática. Edição CES Pólo - Maringá, SEED/DESU/CES, 1996.
- PIAGET, Jean & SZEMINSKA, P. A gênese do número na criança. Rio de Janeiro: Zahar, 1975.
- _____. Gênese das Estruturas, Lógicas Elementares. Tradução de Álvaro Cabral. Rio de Janeiro, Zahar, 2ª ed., 1975.
- SANCHES, L.; LIBERMANN, C. Uma Iniciação à Matemática. São Paulo, 1973.
- VAZQUEZ, A. Sanchez. A Filosofia da práxis. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1968.