

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

ANDREIA PASTORE FRANA

O CÁLCULO MENTAL DA ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO NA OBRA LÓGICA DO
CÁLCULO 2: FUNDAMENTOS E ESTRATÉGIAS

PALOTINA

2023

ANDREIA PASTORE FRANA

O CÁLCULO MENTAL DA ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO NA OBRA LÓGICA DO
CÁLCULO 2: FUNDAMENTOS E ESTRATÉGIAS

Dissertação apresentada ao Curso de Pós-Graduação em Educação em Ciências, Educação Matemática e Tecnologias Educativas, Setor Palotina, da Universidade Federal do Paraná, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Danilene Gullich Donin Berticelli.

Coorientadora: Profa. Dra. Barbara Winiarski Diesel Novaes.

PALOTINA

2023

Universidade Federal do Paraná. Sistemas de Bibliotecas.
Biblioteca UFPR Palotina.

F814 Frana, Andreia Pastore
O cálculo mental da adição e subtração na obra lógica do
cálculo 2: fundamentos e estratégias / Andreia Pastore Frana.
– Palotina, PR, 2023.

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Paraná,
Setor Palotina, PR, Programa de Pós-Graduação em Educação
em Ciências, Educação Matemática e Tecnologias Educativas.
Orientadora: Profa. Dra. Danilene Gullich Donin Berticelli.
Coorientadora: Profa. Dra. Barbara Winiarski Diesel Novaes.

1. Cálculo mental. 2. História cultural. 3. Jean Piaget.
I. Berticelli, Danilene Gullich Donin. II. Novaes, Barbara Winiarski.
Diesel. III. Universidade Federal do Paraná. IV. Título.

CDU 37:510

Bibliotecária: Aparecida Pereira dos Santos – CRB 9/1653



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SETOR PALOTINA
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EDUCAÇÃO EM
CIÊNCIAS, EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E TECNOLOGIAS
EDUCATIVAS - 40001016174P1

TERMO DE APROVAÇÃO

Os membros da Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS, EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E TECNOLOGIAS EDUCATIVAS da Universidade Federal do Paraná foram convocados para realizar a arguição da dissertação de Mestrado de **ANDREIA PASTORE FRANA** intitulada: **O cálculo mental na adição e subtração na obra Lógica do Cálculo 2: fundamentos e estratégias.**, sob orientação da Profa. Dra. DANILENE GULLICH DONIN BERTICELLI, que após terem inquirido a aluna e realizada a avaliação do trabalho, são de parecer pela sua APROVAÇÃO no rito de defesa.

A outorga do título de mestra está sujeita à homologação pelo colegiado, ao atendimento de todas as indicações e correções solicitadas pela banca e ao pleno atendimento das demandas regimentais do Programa de Pós-Graduação.

Palotina, 25 de Abril de 2023.

Assinatura Eletrônica

26/04/2023 09:35:22.0

DANILENE GULLICH DONIN BERTICELLI

Presidente da Banca Examinadora

Assinatura Eletrônica

26/04/2023 09:17:50.0

NEUZA BERTONI PINTO

Avaliador Externo (UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO)

Assinatura Eletrônica

26/04/2023 09:29:08.0

LIDIANE GOMES DOS SANTOS FELISBERTO

Avaliador Externo (CENTRO UNIVERSITÁRIO UNIFACEAR)

Assinatura Eletrônica

26/04/2023 09:52:49.0

ROBERTA CHIESA BARTELMÉBS

Avaliador Interno (UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ)

Rua Pioneiro, 2153 - Palotina - Paraná - Brasil

CEP 85950-000 - Tel: (44) 3211-8529 - E-mail: ppgeceme@ufpr.br

Documento assinado eletronicamente de acordo com o disposto na legislação federal Decreto 8539 de 08 de outubro de 2015.

Gerado e autenticado pelo SIGA-UFPR, com a seguinte identificação única: 279034

Para autenticar este documento/assinatura, acesse <https://www.prppg.ufpr.br/siga/visitante/autenticacaoassinaturas.jsp> e insira o código 279034

Dedico esse trabalho aos meus pais, Pedro e Inês, que mesmo não estando mais fisicamente ao meu lado, continuam sendo minha maior força e inspiração na vida, símbolo de amor e gratidão.

AGRADECIMENTOS

Nada é mais bonito que agradecer.

Obrigada Deus, por ser meu chão, minha fortaleza, meu lugar de paz.

Não foi fácil chegar até aqui, contudo, nas batalhas da vida, sempre tive pessoas que ficaram ao meu lado e me ajudaram a levantar quando foi preciso. A elas serei eternamente grata.

Obrigada a minha mãe, Inês, que vivenciou o início deste processo e como sempre, incentivou-me. Sua presença está em cada palavra desta pesquisa.

Obrigada ao meu esposo, Lucinei, com quem escolhi construir minha família, e que sabe me acalmar com o melhor abraço. Obrigada pela paciência e apoio.

Obrigada aos meus filhos queridos, Rafaela e Felipe, que me ensinam todos os dias o verdadeiro significado da palavra amar.

Obrigada à minha amiga, Rose, pelas palavras de incentivo, pelo ombro para chorar, e por ser este exemplo de ser humano e de profissional! Uma irmã que a vida me presenteou.

Obrigada à autora da obra analisada, Ursula Mariane Simons, por aceitar ser entrevistada e compartilhar parte do seu conhecimento, para o desenvolvimento desta pesquisa.

Obrigada à Professora Neuza e à Professora Roberta, que de maneira muito especial contribuíram na elaboração final deste trabalho, com sugestões muito valiosas durante a banca de qualificação.

E meu muito, muito obrigada à Professora Danilene e à Professora Barbara, por serem mais que orientadoras, por aceitarem caminhar comigo, respeitando cada lágrima derramada pelas peças que a vida nos prega, por terem sempre a palavra certa para conduzir esta pesquisa e assim fazerem parte da minha história.

Gratidão a todos!

Os cientistas dizem que somos feitos de átomos, mas um passarinho me contou que somos feitos de histórias.

Eduardo Galeano

RESUMO

A expressão cálculo mental se encontra presente em documentos curriculares e em programas de ensino para a escola primária e secundária brasileira, desde o século XIX, podendo apresentar diferentes definições e estratégias de ensino. A pesquisa, que aqui se apresenta, caminhará pelos anos de 2002 até 2007, período no qual a educação básica era norteada pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), e utilizava-se o livro, “Lógica do Cálculo 2”, em escolas do Paraná, especificamente em uma escola do município de Maripá. Buscar compreender o uso do cálculo mental na prática docente dos professores que ensinaram matemática, em outros tempos, fez com que se orbitasse por entre cadernos, livros didáticos e todo tipo de documentação escolar, que se tornaram as fontes primordiais desta narrativa. O estudo teve como objetivo caracterizar os fundamentos e estratégias de cálculo mental da adição e subtração, na obra “Lógica do Cálculo 2” destinada à 2ª série do Ensino Fundamental I, apresentados segundo os estudos de Thompson (2010), Boaler (2018), Humphreys e Parker (2019) e Berticelli e Zancan (2021; 2023), na qual se reconhece a teoria de Jean Piaget e suas contribuições com os conceitos de assimilação, acomodação, equilíbrio e os argumentos operatórios: identidade, compensação, e reversibilidade. Estes, adicionados à pesquisa, após entrevista com uma das autoras do livro didático em análise. A História Cultural, nosso referencial teórico metodológico, baseia-se nos estudos de Choppin (2004), que considera os livros como fontes de pesquisa histórica, e Valente (2008), que traz as investigações em História da educação matemática indissociáveis do livro didático, os quais estarão sempre envolvidos por uma cultura escolar (Julia, 2001), repleta de apropriações e representações (Chartier, 2002). A pesquisa indicou que as atividades de adição e subtração favorecem o desenvolvimento do sentido do número por parte do aluno, bem como a construção dos argumentos operatórios necessários para o desenvolvimento do raciocínio lógico em crianças de 7-8 anos, ou seja, aquelas que se encontram, segundo Jean Piaget, na transição do pensamento pré-operatório para o pensamento lógico concreto.

Palavras-chave: História da educação matemática. Cálculo mental. História Cultural. Lógica do Cálculo. Jean Piaget.

ABSTRACT

The expression mental calculation is present in curriculum documents and teaching programs for Brazilian primary and secondary schools, since the 19th century, and may present different definitions and teaching strategies. The research presented here will go through the years 2002 to 2007, a period in which basic education was guided by the National Curriculum Parameters (PCNs), and the book, "Lógica do Calculo 2", was used in schools in Paraná. , specifically in a school in the municipality of Maripá. Seeking to understand the use of mental calculation in the teaching practice of teachers who taught mathematics, in other times, made us orbit through notebooks, textbooks and all kinds of school documentation that became the primary sources of this narrative. With the objective of characterizing the fundamentals and strategies of mental calculation of addition and subtraction, in the work "Lógica do Calculus 2" intended for the 2nd grade of Elementary School I - presented according to the studies of Thompson (2010), Boaler (2018), Humphreys and Parker (2019), Berticelli and Zancan (2021;2023) , in which Jean Piaget's theory is recognized and his contributions with the concepts of assimilation, accommodation, equilibration and the operative arguments: identity, compensation, and reversibility. These were added to the research, after an interview with one of the authors of the textbook under analysis. Cultural History, our methodological theoretical framework, is based on the studies of Choppin (2004), who considers books to be sources of historical research, and Valente (2008), who brings investigations into the History of Mathematics Education inseparable from the textbook, the which will always be involved by a school culture (Julia, 2001), full of appropriations and representations (Chartier, 2002). The research indicated that addition and subtraction activities favor the development of the student's number sense, as well as the construction of the operative arguments necessary for the development of logical reasoning in children aged 7-8 years, that is, those who are find, according to Jean Piaget, in the transition from pre-operational thinking to concrete logical thinking.

Keywords: History of mathematics education. Mental calculus. Calculus Logic. Jean Piaget. Cultural History.

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 – Imagem de um livro alemão e livro Lógica do Cálculo 2.....	53
FIGURA 2 - Escala Cusinaire.....	59
FIGURA 3 – Réguas numéricas.....	59
FIGURA 4 – Capa da obra “Lógica do Cálculo 2”.....	60
FIGURA 5 – Sumário da obra.....	61
FIGURA 6 – Atividades da página 10 da obra.....	64
FIGURA 7 – Atividades da página 11 da obra.....	66
FIGURA 8 – Atividades da página 33 da obra.....	66
FIGURA 9 – Atividades da página 18 da obra.....	68
FIGURA 10 – Atividades da página 34 da obra.....	69
FIGURA 11 – Atividades da página 84 da obra.....	70
FIGURA 12 – Atividades da página 37 da obra.....	73
FIGURA 13 – Atividades da página 141 da obra.....	74
FIGURA 14 – Atividades da página 144 da obra.....	75
FIGURA 15 – Atividades da página 166 da obra.....	77
FIGURA 16 – Atividades da página 168 da obra.....	78
FIGURA 17 – Atividades da página 148 da obra.....	79
FIGURA 18 – Atividades da página 169 da obra.....	80
FIGURA 19 – Atividades da página 172 da obra.....	81
FIGURA 20 – Atividades da página 214 da obra.....	82
FIGURA 21 – Atividades da página 221 da obra.....	83
FIGURA 22 – Atividades da página 216 da obra.....	84

LISTA DE QUADROS

QUADRO 1 – Fatos básicos	63
QUADRO 2 – Rede de relações do 10.....	67
QUADRO 3 – Ponte pelo 10	71
QUADRO 4 - Decomposição.....	76

LISTA DE ABREVIATURAS OU SIGLAS

CalMe Pro	- Cálculo Mental para Professores.
DF	- Distrito Federal.
GHEMAT	- Grupo de Pesquisa de História da Educação Matemática.
MG	- Minas Gerais.
MT	- Mato Grosso.
PR	- Paraná.
PCN	- Parâmetros Curriculares Nacionais.
SP	- São Paulo.
RJ	- Rio de Janeiro.
RS	- Rio Grande do Sul.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	14
1 FUNDAMENTOS TEÓRICOS METODOLÓGICOS DA PESQUISA	24
1.1 CAMINHOS DESTA PESQUISA	26
1.2 HISTÓRIA CULTURAL.....	31
1.3 LIVROS COMO FONTES DE PESQUISAS	35
1.4 FUNDAMENTOS E ESTRATÉGIAS DE CÁLCULO MENTAL	38
1.4.1 Panorama histórico das pesquisas sobre cálculo mental	39
1.4.2 Conhecimentos e estratégias de cálculo mental.....	41
1.5 ALGUNS APONTAMENTOS ACERCA DA CONSTRUÇÃO DO RACIOCÍNIO LÓGICO, A PARTIR DE JEAN PIAGET	45
1.5.1 Argumentos operatórios	48
2 A OBRA LÓGICA DO CÁLCULO 2	52
2.1 AS AUTORAS	52
2.2 APRESENTAÇÃO DA OBRA	57
3 O CÁLCULO MENTAL NA OBRA LÓGICA DO CÁLCULO 2	64
3.1 ATIVIDADES DE FATOS BÁSICOS E OS CONCEITOS DE PIAGET	65
3.2 ATIVIDADES DE REDE DE RELAÇÕES DO 10 E OS CONCEITOS DE PIAGET.....	68
3.3 ATIVIDADES DE PONTE PELO 10 E OS CONCEITOS DE PIAGET.....	71
3.4 ATIVIDADES DE DECOMPOSIÇÃO E OS CONCEITOS DE PIAGET.....	76
3.5 ATIVIDADES DE ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO COMO OPERAÇÕES INVERSAS E OS CONCEITOS DE PIAGET	79
3.6 OUTRAS ATIVIDADES	82
CONSIDERAÇÕES	87
REFERÊNCIAS	90
APÊNDICE 1 - ROTEIRO DA ENTREVISTA	96
APÊNDICE 2 - TRANSCRIÇÃO DA ENTREVISTA	98
ANEXO 1 - ATESTADO DE COMPRA DA APOSTILA "LÓGICA DO CÁLCULO".	125
ANEXO 2 – CERTIFICADO DE PROFESSOR PARTICIPANTE	126
ANEXO 3 – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO	127

INTRODUÇÃO

A pesquisa, que aqui se apresenta, caminha pela História da educação matemática, em um período guiado pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), com fundamentos na epistemologia de Jean Piaget e nas estratégias de cálculo mental da adição e subtração, encontradas nas atividades propostas na obra “Lógica do Cálculo 2¹”. Mas, para chegar até aqui, um caminho foi traçado, obstáculos foram superados e desta forma, inicia-se esta introdução.

Lembro, na infância, de observar meu avô realizando poucos cálculos escritos, nos registros em seu caderno de anotações sobre as despesas com sua lavoura, pois tudo era mentalmente calculado. Do mesmo modo, recordo de meu pai lendo os problemas propostos nas atividades escolares, falava-me a resposta e eu construía o algoritmo tentando encontrar o resultado que ele me apresentava. Minha mãe preferia contar as histórias das peripécias que fazia na infância, mas com orgulho calculava, de cabeça, as porcentagens de desconto nas compras que realizava.

Terminei o antigo Segundo Grau decidida, seria professora. A matemática me encantava, mas a história, a vontade de conhecer o passado, me cativava.

Optei pela Licenciatura em Matemática. Já como professora precisei me adaptar à realidade das salas de aula, conhecer a escola como um todo, pois somente o conhecimento matemático não me bastava. Fiz especializações em Gestão escolar e Educação especial e depois mudei o foco, precisava compreender como o aluno aprende a matemática básica. Assim, cursei Pedagogia. Mudando um pouco de área para ampliar meus conhecimentos, cursei Artes Visuais.

O ano de 2020 mudou a vida de todos, uma pandemia transformou a casa dos professores em sala de aula, tivemos que nos reinventar, pois a educação não podia parar. Todos em casa! Eu era professora dos meus alunos, e tinha meus filhos para auxiliar.

Em meio às esperanças de tudo melhorar no ano seguinte, surge a oportunidade de cursar um mestrado. Inscrição realizada, etapas vencidas uma a uma, e o resultado, era chegada a hora de pesquisar.

¹ Livro didático de matemática destinado a 2ª série do Ensino Fundamental I, das autoras: Ana Maria Naujack de Oliveira, Elizabete Goldschimit e Ursula Marianne Simons, publicado em Curitiba, Paraná, pela Qualogic, no ano 2000.

Fui convidada a fazer parte do grupo de pesquisadores GHEMAT – PR², braço do GHEMAT-Brasil³, e compreendi a importância de dividir e compartilhar conhecimento, pois “o lema dos pesquisadores do GHEMAT-Brasil poderia ser sintetizado por: aprender com os historiadores a produzir história, atentando para o conhecimento acumulado pela História da Educação” (VALENTE, 2020, p. 601).

Para melhor compreender a História da educação matemática⁴, participei da “Pós em rede⁵”, oferecida pelo GHEMAT-Brasil, onde pude perceber que as pesquisas nesta área não são meramente contar o que aconteceu no passado, mas buscar por vestígios, os quais são representações de um tempo e que não significam que tudo ocorreu daquela forma, sendo necessário problematizar as fontes e construir fatos históricos, ou seja,

As representações construídas por matemáticos e *experts* em diferentes tempos históricos sobre a matemática que deveria ser ensinada nas escolas, circulam no meio educacional. Dessas representações, fazem os professores, as suas apropriações, construindo novas representações. Serão elas – as representações elaboradas pelos professores – as responsáveis por guiar práticas que irão dar significado às ações didático-pedagógicas dos mestres em sala de aula. O conhecimento dessas representações sobre o passado da educação matemática deve possibilitar a realização de práticas de ensino e aprendizagem de melhor qualidade em tempos presentes (VALENTE, 2013, p. 30).

² Grupo de pesquisadores paranaenses da História da educação matemática, coordenado pela Profa. Dra. Barbara Winiarski Diesel Novaes e Profa. Dra. Mariliza Simonete Portela, e conta com a participação da Profa. Dra. Danilene Gullich Donin Berticelli e da Profa. Dra. Neuza Bertoni Pinto, entre outros pesquisadores.

³ Em 2000 foi criado o Grupo de Pesquisa de História da educação matemática – GHEMAT, com sede na PUC/SP. Em 2018, o grupo transformou-se em associação: a Associação GHEMAT Brasil, com sede e foro na Rua Dr. Carvalho de Mendonça, 93 -cj. 32, Santos, SP. Continua presidido por seu criador, Prof. Dr. Wagner Rodrigues Valente, tendo como Vice – Presidente, a Profa. Dra. Neuza Bertoni Pinto. Este grupo desenvolve pesquisas coletivas e reúne investigadores de diferentes instituições superiores do país. Dentre as inúmeras produções científicas já realizadas, há publicações de livros e revistas, além de promoção de jornadas e seminários temáticos internacionais.

⁴ No entendimento de Valente (2013), a História da educação matemática consiste na “produção de uma representação sobre o passado da educação matemática. Não qualquer representação, mas aquela construída pelo ofício do historiador” (p. 25).

⁵ Projeto Colaborativo entre Programas de Pós-graduação denominado “Pós em rede”, do Grupo Associado de Estudos e Pesquisas sobre História da Educação Matemática, em que são ofertadas duas disciplinas para alunos de pós-graduação, uma no primeiro semestre de cada ano e outra, no segundo semestre. Ocorre de forma remota desde o primeiro semestre de 2021 e é ministrada por pesquisadores especialistas em História da educação matemática. Em média participam da rede mais de 10 programas de pós-graduação.

Em meio a tantas informações novas, participei do curso CalMe Pro⁶, onde compreendi que o cálculo mental pode ser realizado por todas as pessoas, que ele é construído a partir de conhecimentos essenciais e através de estratégias, não é simplesmente fazer “contas de cabeça”, mas vai muito além de habilidades e agilidades com algoritmos.

As peças começavam a se encaixar, História da educação matemática, cálculo mental, mas ainda faltava a fonte⁷ desta pesquisa. Foi assim que olhando para minha mesa de estudo me perguntei: como os livros apresentam o cálculo mental? Que fundamentos os autores utilizam na construção das atividades?

Havia muito que lapidar nesta pesquisa, ainda estava muito abrangente, não tínhamos período ou lugar, e um grande empecilho a ser vencido, o descarte de materiais. Os livros didáticos utilizados nas escolas públicas,

[...] a cada conclusão do ciclo de atendimento passam a fazer parte do acervo da escola. Com o apoio da secretaria de educação, a escola tem a responsabilidade de decidir o destino desse material. Pensando em sustentabilidade ambiental e social, o FNDE recomenda que sejam desenvolvidas ações de reciclagem para reaproveitamento dos livros ou descarte do material impossível de ser reutilizado (FNDE, 2017).

Muitas escolas não possuem lugar adequado para a construção deste acervo, assim optam por destinar os livros para empresas de reciclagem, sempre de acordo com a legislação em vigor.

Bem, nada melhor que ir ao lugar onde toda a história acontece, a escola, conversar com os personagens principais, os professores, de maneira informal, falar sobre cálculo mental, matemática, livros didáticos. Realmente foi um passo acertado, pois alguns professores sempre guardam aquele material especial, em que o tempo passa, mas sua utilidade, ou apreço permanece. Valente (2022) escreve que “os acervos pessoais de professores de matemática reúnem documentação ligada tanto ao trabalho profissional desses docentes, como materiais presentes na formação desses professores ao longo de sua trajetória” (VALENTE, p. 68, 2022).

⁶ Curso para professores, que tem por objetivo o estudo dos conhecimentos básicos para o cálculo mental através das diferentes estratégias para as quatro operações aritméticas: adição, subtração, multiplicação e divisão.

⁷ “[...] fontes são marcas do que foi, são traços, cacos, fragmentos, registros, vestígios do passado que chegam até nós, revelados como documento pelas indagações trazidas pela História” (PESAVENTO, 2005, p. 98).

Com um pouco de persistência, descobri que, entre 2002 e 2007, uma apostila⁸ foi usada nas escolas municipais, na cidade onde resido, e que havia professores que ainda as utilizavam para complementar suas aulas, pois consideravam um material muito rico em atividades e produção de conhecimento e, segundo os mesmos professores, provavelmente encontraria o que estava buscando.

Cheguei, assim, à obra “Lógica do Cálculo 2”⁹, e observei, em um passar de olhos, que a mesma possuía conhecimentos essenciais e estratégias de cálculo mental escondidas em seus exercícios. Descobri também, que a obra fez parte da História da educação matemática não só deste município, mas de vários municípios vizinhos e, conseqüentemente, de práticas de ensino de muitos professores em diferentes regiões do estado e do país¹⁰.

Considerarei a possibilidade de falar com as autoras¹¹, afinal para conhecer uma obra, nada melhor que conversar com quem a escreveu. E foi assim, numa conversa¹² muito prazerosa com uma das autoras, que descobri a importância desta obra, suas bases piagetianas, e a grandiosidade do material que tinha em mãos.

Começava assim a ser construída a pesquisa “O Cálculo mental da adição e subtração na obra Lógica do Cálculo 2: fundamentos e estratégias”, a qual tem por objetivo caracterizar os fundamentos e estratégias de cálculo mental da adição e subtração na obra “Lógica do Cálculo 2” para a segunda série¹³ do Ensino Fundamental I. Optou-se por pesquisar as adições e subtrações, pois, segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) (BRASIL, 2001), os quais forneciam diretrizes para o ensino das disciplinas ofertadas na educação básica, o desenvolvimento de atividades conjuntas da adição e da subtração “baseia-se no fato de que elas compõem uma mesma família, ou seja, há uma estreita conexão entre situações aditivas e subtrativas” (BRASIL, 2001, p. 105), além de se considerar que o

⁸ O termo apostila é utilizado para se referir ao livro didático utilizado pelas professoras, por ser apresentado com espiral lateral e possuir apenas atividades, ou seja, sem a presença de explicações de conteúdo.

⁹ A obra “Lógica do Cálculo” possui outros volumes. Utilizamos o Volume 2, por ser destinado a alunos da segunda série do Ensino Fundamental I, crianças de 7 a 8 anos.

¹⁰ FONSECA, C. de C. **O ensino de matemática e a prática da Lógica do Cálculo**: uma análise da proposta de Ursula Marianne Simons. Dissertação de mestrado. Centro Universitário La Salle - UNILASALLE; Canoas, 2014.

¹¹ A obra possui três autoras que são: Ana Maria Naujack de Oliveira, Elizabete Goldschimit e Ursula Marianne Simons, as quais serão apresentadas no capítulo 3.

¹² A entrevista se encontra transcrita no Apêndice 2.

¹³ A alteração para o termo anos, ocorre pela Lei n. 11.274, de 06 de fevereiro de 2006, ampliando o Ensino Fundamental para nove anos de duração e estabeleceu prazo de implantação, pelos sistemas, até 2010.

livro didático analisado é destinado à segunda série do Ensino Fundamental I, que pertence ao Primeiro Ciclo¹⁴, no qual os PCNs argumentam que “serão explorados alguns dos significados das operações, colocando-se em destaque a adição e a subtração, em função das características da situação” (BRASIL, 2001, p. 68).

Ao buscar estudar a História da educação matemática, especificamente o período que antecede a organização e elaboração dos PCNs, partiu-se dos movimentos iniciais que deram origem ao documento, os quais se ligam à participação do Brasil na Conferência de Educação para Todos. Surge então a necessidade da criação do Plano Decenal de Educação. Para subsidiar tal ação, foi realizada, em Brasília, de 10 a 14 de maio de 1993, a Semana Nacional de Educação para Todos (VALENTE; METZ, 2002).

É certo que os PCN surgiram em cumprimento do “Plano Decenal de Educação para Todos” (1993-2003), que em acordo com a Constituição de 1988 necessitava efetivar uma reforma curricular: Plano Decenal de Educação, em consonância com o que estabelece a Constituição de 1988, afirmava a necessidade e a obrigação de o Estado elaborar parâmetros claros no campo curricular (VALENTE; METZ, 2022, p.5).

Em relação aos PCNs de matemática, os mesmos apresentam em suas páginas iniciais uma breve análise da trajetória das reformas e do quadro em que se encontrava o ensino de matemática. Consideram o fato de que as décadas de 60 e 70, o Movimento da Matemática Moderna influenciou diferentes países do mundo. No Brasil, essa trajetória foi veiculada principalmente pelos livros didáticos. Tal movimento “[...] teve seu refluxo a partir da constatação da inadequação de alguns de seus princípios e das distorções ocorridas na sua implantação” (BRASIL, 2001, p. 22).

No ano de 1980, o National Council of Teachers of Mathematics – NCTM, dos Estados Unidos, apresentou um documento chamado de Agenda para Ação. Este destacava a resolução de problemas como foco do ensino de matemática, além da relevância de aspectos sociais, antropológicos e linguísticos, trazendo novos rumos e influenciando reformas curriculares no mundo todo (BRASIL, 2001).

Todavia, tanto as propostas curriculares como os inúmeros trabalhos desenvolvidos por grupos de pesquisa ligados a universidades e a outras instituições brasileiras são ainda bastante desconhecidos de parte considerável dos professores que, por sua vez, não tem uma clara visão dos

¹⁴ Os PCNs eram organizados em Ciclos: Primeiro Ciclo era constituído pela 1ª e 2ª séries do Ensino Fundamental I e o Segundo Ciclo era constituído pela 3ª e 4ª séries do Ensino Fundamental I. (BRASIL, 2001)

problemas que motivaram as reformas. O que se observa é que ideias ricas e inovadoras não chegam a eles, ou são incorporadas superficialmente ou recebem interpretações inadequadas, sem provocar mudanças desejáveis (BRASIL, 2001, p. 23).

Diante de tal cenário, os resultados obtidos nos testes de rendimento em 1993, pelo Sistema Nacional de Avaliação Escolar da Educação Básica (SAEB), indicaram que “[...] na primeira série do Ensino Fundamental 67,7% dos alunos acertavam pelo menos metade dos testes. Esse índice caía para 17,9% na terceira série” (BRASIL, 2001, p. 23).

Em setembro de 1996, a versão final dos PCNs foi apresentada para deliberação do Conselho Nacional de Educação e, em outubro de 1997, o presidente da República em exercício, Fernando Henrique Cardoso, realizou a distribuição do documento para todos os professores (VALENTE; METZ, 2022).

Mesmo apresentando vários embates, como as divisões entre as influências espanholas e francesas, “parece ter havido um acordo tácito entre os envolvidos na avaliação dos PCN de Matemática de modo a considerar que o documento representava um avanço no que estava posto para o ensino da disciplina” (VALENTE; METZ, 2022, p.12).

Desta maneira, dentre os objetivos da Matemática para o I Ciclo do Ensino Fundamental, encontra-se o incentivo a “(...) desenvolver procedimentos de cálculo – mental, escrito, exato, aproximado – pela observação de regularidades e de propriedades das operações e pela antecipação e verificação de resultados” (BRASIL, 2001, p. 65).

Os PCNs também trazem para as séries iniciais que “(...) o cálculo mental apoia-se no fato de que existem diferentes maneiras de calcular e pode-se escolher a que melhor se adapta a uma determinada situação, em função dos números e das operações envolvidas” (BRASIL, 2001, p. 117). O documento aponta uma relação entre o cálculo mental e o escrito:

Os procedimentos de cálculo mental constituem a base do cálculo aritmético que se usa no cotidiano [...] no cálculo mental, a reflexão centra-se no significado dos cálculos intermediários e isso facilita a compreensão das regras do cálculo escrito (BRASIL, 2001, p. 116-117).

A partir do momento que o aluno passa a realizar operações de forma mental, livre para manipular seus dados e construir estratégias, sem seguir uma uniformidade,

o que posteriormente permitirá sua aplicação em situações do dia a dia, ele estará construindo uma aprendizagem significativa. Segundo os PCNs, a matemática dever ser reconhecida pelo aluno como um conhecimento capaz de favorecer sua imaginação, sua sensibilidade estética e o desenvolvimento do seu raciocínio (BRASIL, 2001).

No mesmo sentido, pode-se observar que os PCNs apresentam para o ensino de matemática, nas séries iniciais, fatores que se complementam: a importância dos conteúdos a serem trabalhados, o papel do professor e a disposição do aluno em aprender “(...) é preciso considerar que nem todas as pessoas têm os mesmos interesses ou habilidades, nem aprendem da mesma maneira” (BRASIL, 2001, p.48) é necessário reconhecer estas diferenças do desenvolvimento individual, conduzindo o ensino de forma que o aprendiz gere novos aprendizados.

Neste processo de gerar novos aprendizados, o aluno terá contato com diversas categorias numéricas, que foram surgindo pela necessidade, diante da evolução da humanidade. A solução de situações problemas envolvendo diferentes operações matemáticas, bem como diferentes tipos de cálculo, como por exemplo, exato, aproximado, mental e escrito, ampliando desta forma seu conceito de número (BRASIL, 2001).

Para o I Ciclo do Ensino Fundamental I, especificamente, 1ª e 2ª séries, os PCNs destacam o trabalho com a adição e a subtração, e a construção dos fatos básicos das mesmas. “Ao longo desse trabalho, os alunos constroem os fatos básicos das operações (cálculos com dois termos, ambos menores do que dez), constituindo um repertório que dá suporte ao cálculo mental e escrito” (BRASIL, 2001, p. 68).

Os PCNs, apresentam o trabalho com problemas aditivos e subtrativos em conjunto, baseando-se no fato de que “compõem uma mesma família, ou seja, há estreitas conexões entre situações aditivas e subtrativas” (BRASIL, 2001, p. 104).

Segundo o documento, para se ter habilidades com cálculos, é necessário a construção de um repertório básico, o qual consiste, não somente na “memorização de fatos de uma dada operação, mas sim pela realização de um trabalho que envolve a construção, a organização e, como consequência, a memorização compreensiva desses fatos” (BRASIL, 2001, p. 113).

Dentre os exemplos apresentados destacam-se aqueles que envolvem a adição e subtração, ou as propostas para o primeiro Ciclo:

- Usar resultados de adições de números iguais, como $3 + 3$, $8 + 8$ para cálculos com números maiores como $30 + 30$, $800 + 800$, etc;
- “Dobrar e adicionar um” para se chegar ao resultado $4 + 5$ como sendo $4 + 4 + 1$;
- Adicionar pares de números iguais, como por exemplo, $6 + 6$, para calcular $5 + 7$;
- Adicionar 10 e subtrair 1 para somar 9;
- Aplicar as adições que resultam 10, em situações como $8 + 5$, pensar em $8 + (2 + 3)$, calculando $(8 + 2) + 3$ (um dos números é decomposto de maneira a completar um outro para formar dez);
- Usar regras ou padrões na construção de listas, como, por exemplo:
 $8 + 5 = 13 = 5 + 8$
 $18 + 5 = 23 = 5 + 18$
 $28 + 5 = 33 = 5 + 28$
 (BRASIL, 2001, p.113-114).

A construção deste repertório básico auxiliará o aluno a desenvolver estratégias pessoais, que poderão ser evidenciadas, de forma oral e escrita. Desta forma, percebe-se que os diferentes procedimentos de cálculos se relacionam e complementam-se, pois

O cálculo escrito, para ser compreendido, apoia-se no cálculo mental e nas estimativas e aproximações. Por sua vez, as estratégias de cálculo mental, pela sua própria natureza, são limitadas. É bastante difícil, principalmente tratando-se de cálculos envolvendo números com vários dígitos, armazenar na memória uma grande quantidade de resultados. Assim, a necessidade de registro de resultados parciais acaba originando procedimentos de cálculo escrito (BRASIL, 2001, 116).

Para os PCNs, o cálculo mental centra seu significado nos cálculos intermediários, o que facilita a compreensão das regras de cálculo escrito, de princípios como a equivalência, a decomposição, a igualdade e a desigualdade, permitindo que o cálculo mental seja “utilizado como estratégia de controle do cálculo escrito” (BRASIL, 2001, p. 118).

Definido como recorte temporal, o período no qual os PCNs normatizavam a educação no país, esta pesquisa é organizada em três capítulos. O primeiro, trata dos fundamentos teóricos metodológicos da pesquisa, onde se apresentam os caminhos traçados para a sua construção; na sequência, fundamenta-se a História Cultural, considerando os livros didáticos como fontes de pesquisa, envolvidos em uma cultura

escolar¹⁵, repleta de representações¹⁶ e apropriações¹⁷, baseada nos estudos de Choppin (2004), Valente (2007; 2013) e Chartier (1990). Em seguida, são trazidos os fundamentos do cálculo mental, em que se inicia por um panorama histórico sobre pesquisas envolvendo o cálculo mental até a implantação e utilização dos PCNs, e categorizam-se conhecimentos essenciais e estratégias de cálculo mental, para adição e subtração, baseadas em estudos de Thompson (2010), Berticelli e Zancan (2021; 2023) e Boaler (2018) e Humphreys e Parker (2019). Finaliza-se o capítulo com alguns apontamentos acerca da construção do raciocínio lógico a partir de Jean Piaget, relacionando os conceitos de assimilação, acomodação, equilíbrio e os argumentos operatórios: identidade, compensação e reversibilidade.

O segundo capítulo apresentará a obra “Lógica do Cálculo 2”, suas autoras e a busca por conhecimentos matemáticos e psicopedagógicos para o processo de construção do livro, bem como as dificuldades de produção, divulgação e incorporação do material no meio educacional.

No terceiro e último capítulo, encontra-se a análise das atividades propostas, em que se identificam os conhecimentos essenciais e as estratégias de cálculo mental para adição e subtração, bem como os conceitos piagetianos, presentes em cada uma.

Ao analisar a obra, foi possível caminhar pela História da educação matemática, categorizar fundamentos e estratégias de cálculo mental, verificar a importância de Jean Piaget na educação matemática e responder em parte a pergunta sincera¹⁸ que motivou e inquietou esta pesquisadora durante todo o desenvolvimento deste trabalho “Quais fundamentos e estratégias para ensinar cálculo mental estão presentes na

¹⁵ “[...] um conjunto de *normas* que definem conhecimentos a ensinar e condutas a inculcar, e um conjunto de *práticas* que permitem a transmissão desses conhecimentos e a incorporação desses comportamentos; normas e práticas coordenadas a finalidades que podem variar segundo as épocas” (JULIA, 2001, p. 10).

¹⁶ “uma noção que articula três modalidades da relação com o mundo social: em primeiro lugar, o trabalho de classificação e de delimitação que produz as configurações intelectuais múltiplas, através das quais a realidade é contraditoriamente construída pelos diferentes grupos; seguidamente, as práticas que visam fazer reconhecer uma identidade social, exibir uma maneira própria de estar no mundo, significar simbolicamente um estatuto e uma posição; por fim, as formas institucionais e objetivas graças às quais uns “representantes” (instâncias coletivas ou pessoa singulares) marcam de forma visível e perpetuada a existência do grupo, da classe ou da comunidade” (CHARTIER, 1990, p. 23).

¹⁷ Para Chartier (2002, p. 68), apropriação se refere a “uma história social dos usos e das interpretações, relacionadas às suas determinações fundamentais e inscritos nas práticas específicas que os produzem”.

¹⁸ Termo utilizado pela Prof. Dra. Neuza Bertoni Pinto, no primeiro encontro da Pós em Rede, sobre Tópicos Especiais: Ensino de matemática em seus aspectos históricos, oferecido pelo Ghemat – Brasil, o qual teve como tema: “A construção de problemáticas de pesquisa em história da educação matemática”. Disciplina cursada no primeiro semestre de 2021.

obra "Lógica do Cálculo 2" no que tange à adição e à subtração no Ensino Fundamental I?"

FUNDAMENTOS TEÓRICOS METODOLÓGICOS DA PESQUISA

A escola que se conhece hoje, em pleno século XXI, tem semelhanças e diferenças daquela do século XVIII, e provavelmente assim será, da escola dos próximos séculos. A história é construída a partir de traços deixados no presente pelo passado, normalmente conduzida por fontes de pesquisa, em documentos que permitem a construção de um discurso crítico, chamando a atenção para o fato que se deve pensar a história como uma produção inacabada, onde sempre existe algo ainda a ser investigado.

Pensar o passado não deve ser compreendido como exercício de saudosismo, mera curiosidade ou preocupação erudita. O passado não é algo morto: nele estão as raízes do presente. É compreendendo o passado que podemos dar sentido ao presente e elaborar o futuro (ARANHA, 1989, p. 12).

Da mesma forma, olhar para o passado no desenvolver de uma pesquisa, não significa retratá-lo de forma fiel, resgatando a história de determinada época, é, no entanto, buscar fontes, que permitam demonstrar o caminho percorrido pela educação, o desenrolar de uma aula, a utilização de um livro, a produção de um material, o diário de classe de um professor, o caderno de um aluno, na construção de representações que apresentem a uma comunidade os passos da História da educação matemática já trilhados.

Mas, o que é História da educação matemática?

Seria¹⁹ algo próximo a uma filosofia da História da educação matemática, ou uma espécie de subconjunto da História da Matemática, talvez ainda algo que se coloque a serviço da aprendizagem matemática, ou apenas um tema pertencente à história da educação, o qual se constitui um dos temas da história?

Há de se compreender o fato de que a História da educação matemática surge no desenrolar da história da educação, que ocorre junto à história universal. Em pesquisas sobre educação encontram-se termos correlacionados que direcionam às mesmas, ou seja, lê-se muitas vezes termos como: História ou Nova História, História Cultural ou Nova História Cultural e História Cultural na história da educação

¹⁹ A reflexão a seguir, foi apresentada no segundo encontro dos Tópicos Especiais: ensino de matemática em seus aspectos históricos, oferecido pela Pós em rede, que teve como tema: "A história cultural como referência teórica para os estudos em história da educação matemática", ministrada pela Profa. Dra. Aparecida Rodrigues Silva Duarte. Disciplina cursada no primeiro semestre de 2021.

matemática. Estes termos são formas de abordar o passado, que segundo Burke (1992),

Neste universo que se expande e se fragmenta, há uma necessidade crescente de orientação. O que é a chamada nova história? Quanto ela é nova? É um modismo temporário ou uma tendência de longo prazo? Ela irá — ou deverá — substituir a história tradicional, ou as rivais podem coexistir pacificamente? (BURKE, 1992, p. 1).

Pode-se assim definir a nova história²⁰ em termos daquilo a que se opõem seus estudiosos, uma reação contra a visão do senso comum, em que a história é considerada de modo único ao invés de percebê-la como uma dentre as várias abordagens possíveis do passado.

Entre as várias modalidades da História que se desenvolveram no decurso do século XX, algumas primam pela riqueza de possibilidades que abrem aos historiadores, que as praticam, por vezes, com perspectivas antagônicas entre si. A *História Cultural* – campo historiográfico que se torna mais preciso e evidente a partir das últimas décadas do século XX, mas que tem claros antecedentes desde o início do mesmo século – é particularmente rica no sentido de abrigar no seu seio diferentes possibilidades de tratamento (BARROS, 2005, p. 126).

A História Cultural ou Nova História Cultural vem contribuindo para a mudança dos procedimentos na pesquisa de fontes, possibilitando à história uma nova forma de trabalhar a cultura. Tornou-se inevitável a procura por fontes, muito diversas daquelas utilizadas por historiadores tradicionais, propondo novos objetos de investigação e exigindo novas reflexões metodológicas.

Essa mudança reflete no modo de trabalho do historiador, a quem não compete mais coletar fatos do passado, mas sim, construir estes fatos, apresentando-os de forma a permitir compreender a História da educação matemática como “a produção de uma representação sobre o passado da educação matemática. Não qualquer representação, mas aquela construída pelo ofício do historiador” (VALENTE, 2013, p. 25).

²⁰ A expressão “a nova história” é mais bem conhecida na França. *La nouvelle histoire* é o título de uma coleção de ensaios editada pelo renomado medievalista francês Jacques Le Goff. Le Goff também auxiliou na edição de uma maciça coleção de ensaios de três volumes acerca de “novos problemas”, “novas abordagens” e “novos objetos”. Nesses casos, está claro o que é a nova história: e uma história *made in France*, o país da *nouvelle vague* e do *nouveau roman*, sem mencionar *la nouvelle cuisine*. Mais exatamente, é a história associada à chamada *École des Annales*, agrupada em torno da revista *Annales: économies, sociétés, civilisations* (BURKE, 1992, p. 1).

Assim, as próximas linhas desta pesquisa apresentam o processo de construção dos fatos, que permitiram que se categorizassem os conhecimentos e estratégias de cálculo mental da adição e subtração na obra “Lógica do Cálculo 2”, no período de 2000 a 2007, quando o livro didático foi utilizado no município de Maripá, PR.

1.1 CAMINHOS DESTA PESQUISA

Para construção de uma representação da História da educação matemática, faz-se necessário direcionar um tema para um problema de pesquisa, de forma que esta interrogação tenha uma resposta que possa interessar a um campo de conhecimento e não apenas um questionamento individual, bem como apresentar elementos pertinentes que intriguem o autor e o futuro leitor a ser desenvolvida.

Booth et al. (2008), afirma que um problema de pesquisa começa sim, com um questionamento individual, resposta a uma curiosidade, muitas vezes, pessoal, para depois, no momento oportuno, tornar-se uma pergunta, um questionamento que atinge a toda uma comunidade. Compreende-se que,

Pesquisadores fazem mais do que cavar informações e relatá-las. Usam essas informações para responder à pergunta que seu tópico os inspirou a fazer. No princípio, a pergunta pode ser interessante apenas para o pesquisador: Abraão Lincoln era bom em matemática? Por que os gatos esfregam o focinho nas pessoas? Existe mesmo algo como um tom de voz perfeito inato? É assim que as pesquisas mais significativas começam - com uma comichão intelectual que apenas uma pessoa sente, levando-a a querer coçar-se. A uma certa altura, porém, o pesquisador tem de decidir se a pergunta e sua resposta serão significativas, de início para o pesquisador apenas, mas finalmente para outros: um professor, colegas, uma comunidade inteira de pesquisadores (BOOTH et al, 2008, p. 45).

A busca por uma pergunta sincera, que intrigue a toda uma comunidade, e a arte de perguntar, devem ser constantes no dia a dia do pesquisador. Velhos temas sofrem atualizações a partir de novos olhares e questões formuladas. Isso se deve ao fato de que as perguntas que eram feitas em décadas passadas perderam parte de sua importância, pois não mais direcionam para os problemas enfrentados na atualidade.

Quanto mais profunda sua educação, mais ela o mudará. Por isso é tão importante escolher cuidadosamente o que você estuda e com quem. Mas seria um erro pensar que escrever um relatório de pesquisa ameaçaria sua

identidade. Aprender a pesquisar mudará seu modo de pensar, ensinando-lhe mais maneiras de pensar. Você será diferente depois de ter pesquisado, porque será mais livre para escolher quem quer ser (BOOTH et al, 2008, p. 12).

O objeto de pesquisa deve ser aquele que se questiona, desfigura, relê, reescreve, de acordo com a epistemologia escolhida, ou seja, desassossega-se o que parecia sossegado. O pesquisador deve estabelecer, uma ou mais questões a respeito do fato ou evento histórico, objeto de seu estudo, a fim de explicá-lo da melhor maneira possível. O que se quer saber do passado e por que é importante saber. Em seu artigo *Práticas de formação de pesquisadores da educação*, Pinto (2009) diz que:

Um ponto de partida na formação do pesquisador da educação é a compreensão da educação como uma prática histórico-social, uma prática intencionalizada que não pode ser investigada de forma superficial. Por ser uma ação de intervenção social voltada à construção dos sujeitos, ao ser investigada coloca o pesquisador diante de um contexto problematizador (PINTO, 2009, p. 108).

Valente (2008), afirma que os livros didáticos e a educação matemática, são indissociáveis e, investigar as transformações presentes neles, permite pesquisar a própria História da educação matemática, por meio de uma leitura que dará aos livros didáticos *status* de fonte, o mesmo livro que

[...] até pouco tempo atrás era considerado uma literatura completamente descartável, de segunda mão, os livros didáticos, ante os novos tempos de História Cultural, tornaram-se preciosos documentos para escrita da história dos saberes escolares. Nessa perspectiva, caberiam perguntas como: Quais livros selecionar? Como utilizar livros didáticos em busca da construção do trajeto histórico da educação matemática? Que critérios estabelecer para lê-los? Enfim, que metodologia da pesquisa utilizar? (VALENTE, 2008, p. 141).

Respondendo a estas perguntas, construiu-se o caminhar desta pesquisa. Ao decidir investigar os livros didáticos, foi enfrentada a situação do descarte de materiais considerados antigos, obsoletos à escola, fato este que ocorre pela falta de lugar adequado para seu armazenamento. Dada a importância das fontes no desenrolar desta pesquisa histórica, recorda-se que “como na arqueologia, a busca de fontes históricas requer muita paciência, determinação e uma boa dose de sorte” (PINTO, 2009, p. 7).

Considerou-se, nesse momento, o fato de que “o livro didático tem sido, desde o século XIX, o principal instrumento de trabalho de professores e alunos, sendo

utilizado nas mais variadas salas de aulas e condições pedagógicas” (BITTENCOURT, 2003, p. 72). O que possibilita que muitos professores optam por guardar em acervos pessoais, livros que consideraram importantes.

Foi assim, que a obra “Lógica do Cálculo 2” chegou às mãos desta pesquisadora. As primeiras páginas folheadas intrigavam e provocavam-na, havia algo a ser descoberto. Infelizmente, este fato é considerado como “[...] fascínio pelo conteúdo interno do livro didático de matemática” (VALENTE, 2008, p. 144). Era necessário mais.

Em conversa com responsável pelo departamento de compras do município, descobre-se um atestado de compra, comprovando que a obra havia sido utilizada entre os anos de 2002 à 2007, por alguns professores pertencentes ao quadro da Secretaria Municipal de Educação do Município de Maripá, Paraná²¹, após alguns professores terem participado de curso ministrado por uma das autoras da obra, Ursula Marianne Simons. Curso este, oferecido em outras cidades, no estado do Paraná²².

Na busca por mais informações, deparou-se com uma dissertação intitulada “Ensino de matemática e a prática da Lógica do Cálculo: a proposta de Ursula Marianne Simons” de autoria de Fonseca (2014), desenvolvida em Canoas, Rio Grande do Sul (RS). A mesma tinha por objetivo perceber como se dava o ensino da matemática, no 1º ano do Ensino Fundamental, utilizando a proposta apresentada na obra “Lógica do Cálculo”, sendo um estudo de caso de uma escola particular de Canoas-RS.

Para dar maior cientificidade a esta pesquisa, decidiu-se por realizar uma entrevista com a autora Ursula Marianne Simons²³, uma das autoras da obra “Lógica do Cálculo 2”, para conhecer sobre o processo de construção do livro, os cursos oferecidos pela mesma e a utilização do material nas escolas do passado e do presente, pois “[...] a história e a memória contribuem para uma compreensão mais ampla e rica do passado” (DIAS; RIOS, 2007, p. 30).

²¹ ANEXO 1 – ATESTADO DE COMPRA DA SECRETARIA MUNICIPAL DE EDUCAÇÃO.

²² ANEXO 2 – CERTIFICADO DE PROFESSOR PARTICIPANTE.

²³ Optou-se por entrevistar apenas a autora Ursula Marianne Simons, por ser ela a responsável por ministrar os cursos no município de Maripá, e ser um nome recorrente nas conversas com os professores que utilizavam o livro didático em análise.

A entrevista²⁴ ocorreu de forma remota, e a entrevistada recebeu, por *e-mail*, com antecedência as perguntas²⁵, as quais foram formuladas de forma a se obter as informações pertinentes a este trabalho. A entrevista foi gravada, com consentimento de todos os que se fizeram presentes²⁶, na ocasião.

Após a entrevista, realizou-se a sua transcrição²⁷, a qual foi encaminhada à entrevistada para que fosse dado o seu aval, para utilização da mesma nesta pesquisa.

No dia da entrevista, com todas presentes na sala virtual, iniciou-se uma pequena apresentação. Quando a pesquisadora se apresentou como professora de Maripá, a entrevistada comentou,

Nós temos um carinho muito grande por Maripá, porque eu estive lá várias vezes e vi o quanto o material fazia efeito, principalmente com aquelas crianças que não tinham estímulo de casa. Porque as crianças que são estimuladas em casa, elas já recebem muita coisa. Mas aquelas crianças, filhos de boias-frias²⁸ dependiam totalmente desse trabalho²⁹ e foi muito bom o trabalho que elas³⁰ fizeram (SIMONS, 2021).

Gomes (2018) salienta que,

As narrativas autobiográficas ou a chamada escrita de si, na forma de textos redigidos na primeira pessoa do singular ou de depoimentos orais transcritos e/ou textualizados, tornam-se documentos apreciados pelo seu potencial para a compreensão do pretérito (GOMES, 2018, p. 192).

Pode-se afirmar que a entrevista contribuiu na compreensão da obra a ser analisada e na elaboração de ações e direcionamentos desta investigação.

Na sequência, desenvolveu-se uma busca por pesquisas que pudessem auxiliar na construção de um panorama histórico do cálculo mental, e dentre várias leituras desenvolvidas, optou-se por trazer para este trabalho os estudos de Fontes

²⁴ Foi realizada no dia 14 de dezembro de 2021, às 19hs, através da plataforma Google Meet, pois a entrevistada reside na cidade de Curitiba, a autora desta narrativa na cidade de Maripá e as orientadoras desta pesquisa, Profa. Dra. Barbara Winiarski Diesel Novaes na cidade de Toledo e a Profa. Dra. Danilene Gullich Donin Berticelli na cidade de Palotina, todas no estado do Paraná (PR), mas com distância considerável para um encontro presencial.

²⁵ APÊNDICE 1 – ROTEIRO DA ENTREVISTA

²⁶ ANEXO 3 - TERMO DE ESCLARECIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

²⁷ APÊNDICE 2 – TRANSCRIÇÃO DA ENTREVISTA

²⁸ Trabalhador rural itinerante que se ocupa em tarefas temporárias sem vínculo empregatício.

²⁹ “O ambiente pode proporcionar muitas coisas que, indiretamente, facilitam o desenvolvimento lógico-matemático. Visto que o conhecimento durante o processo de aprendizagem ocorre simultaneamente em muitas áreas, é importante desenvolver a autonomia na criança, que é, indissociavelmente social, moral e intelectual” (KAMII, 1988, p. 47). Falaremos mais sobre esta questão no capítulo dedicado a Piaget.

³⁰ A entrevistada se refere às professoras que atuavam junto a estas crianças filhos de boias-frias.

(2010), na dissertação de mestrado intitulada “O valor e o papel do cálculo mental nas séries iniciais”, que tem por objetivos identificar quais as concepções de cálculo mental e a sua importância no contexto educacional, traçando um olhar sobre o seu valor e papel no campo da educação matemática.

Outra pesquisa utilizada foi a tese de Berticelli (2017), intitulado “Cálculo mental no Ensino Primário (1950-1970) – um olhar particular para o Paraná”, pois a mesma investigou as finalidades do cálculo mental no Ensino Primário, no período de 1950-1970, com um olhar particular para o Paraná.

E por fim, selecionou-se a dissertação de Conceição (2021), “O cálculo mental para ensinar: Uma análise de produções de Maria do Carmo Santos Domite, 1980-1995”, a qual apresenta orientações para o ensino de cálculo mental sistematizadas por Domite, que compreendiam a importância das sistematização escrita das estratégias adotadas, considerando que este processo poderia se dar a partir de representações, envolvendo um esquema explicativo por meio de agrupamentos não convencionais, como somando os iguais, decompondo e associando convenientemente e relacionando uma parcela com um número redondo.

Seguindo os estudos, debruçou-se sobre as ideias de Piaget, pois segundo a autora da obra analisada,

[...] nosso velho, amigo Piaget, podem dizer quanto quiserem que ele está “démodé”³¹ mas não está não! Porque o que ele nos trouxe é atual a cada dia. Então trabalhamos muito com os alunos sobre os raciocínios de identidade, de compensação e de inversão (SIMONS, 2021).

Sobre as pesquisas em livros didáticos, Choppin (2004) sugere que se leve em consideração os documentos norteadores do período no qual o livro esteve em circulação. Deste modo, foi realizada a leitura dos PCNs, que parametrizavam o ensino no país.

Para categorizar os conhecimentos essenciais e as estratégias de cálculo mental, foram utilizados os estudos de Zancan (2017) e Berticelli e Zancan (2021, 2023), autoras que embasam suas pesquisas em trabalhos de Parra (1996), Thompson (2010), Boaler (2018) e Humphreys e Parker (2019), fontes que também fundamentaram este estudo.

³¹ Termo francês que significa “fora de moda”.

Durante toda esta caminhada, a obra “Lógica do Cálculo 2”, esteve sempre presente, e suas páginas sempre observadas e analisadas. Cada nova descoberta, em relação aos conhecimentos essenciais e as estratégias de cálculo mental ou estudos de Piaget, permitiam um novo olhar para os mesmos exercícios, e o surgimento de novos apontamentos, que conduziram à resposta que desassossegava a autora desta pesquisa.

1.2 HISTÓRIA CULTURAL

Para melhor compreender a História Cultural ou a Nova História Cultural, faz-se necessário conceituar o termo cultura, onde Barros (2005) escreve,

As noções que se acoplam mais habitualmente à de “cultura” para constituir um universo de abrangência da História Cultural são as de “linguagem” (ou comunicação), “representações”, e de “práticas” (práticas culturais, realizadas por seres humanos em relação uns com os outros e na sua relação com o mundo, o que em última instância inclui tanto as “práticas discursivas” como as práticas não discursivas). Para, além disto, a tendência nas ciências humanas de hoje é muito mais a de falar em uma “pluralidade de culturas” do que em uma única cultura tomada de forma generalizada (BARROS, 2005, p. 129).

Percebe-se que o termo cultura assume um caráter mais amplo do que aquele apresentado pela definição clássica, que incide sobre a produção dos valores intelectuais, das ideias, das ciências e das artes. Juntamente com essa cultura, que privilegia livros e obras de arte, trata também de diversas outras culturas, como as populares, regionais e marginais. Considera-se a noção de História Cultural³² como aquela pertencente a um dos objetivos possíveis no qual o historiador encontra uma realidade a ser decifrada.

Desta forma, faz-se necessário entender que,

Quando se ultrapassa a ideia de que a história não é uma cópia do que ocorreu no passado, mas sim uma construção do historiador, a partir de vestígios que esse passado deixou no presente, passa-se a tratar a história

³² A História Cultural – campo historiográfico que se torna mais preciso e evidente a partir das últimas décadas do século XX, mas que tem claros antecedentes desde o início do mesmo século – é particularmente rica no sentido de abrigar no seu seio diferentes possibilidades de tratamento (BARROS, 2005, p.126).

como uma produção. Será ofício do historiador, produzir fatos históricos apresentando-os sob a forma de uma narrativa (VALENTE, 2013, p. 25).

Esta narrativa deve compreender a história como a relação entre um lugar (onde?), os procedimentos ou as fontes utilizadas para análise (como?) e a apresentação de um diálogo (resultados!), perpassando por um processo de validação e legitimidade de um trabalho histórico, convencendo uma comunidade para a qual o trabalho foi escrito, sempre se utilizando das regras de controle.

Essa caracterização, ao que parece, leva a uma enorme mudança no modo de entender o trabalho do historiador. A ele não cabe mais coletar fatos do que ocorreu noutros tempos descrevendo-os consoante os documentos que encontra. Seu ofício é o de construir esses fatos (VALENTE, 2013, p. 25).

Diante do exposto, pode-se perguntar: como é possível produzir uma história cultural, no âmbito de pesquisas em educação matemática?

Como resposta – e aqui sim, o risco de reduzir muito o tema – poder-se-ia dizer que os estudos históricos culturais da educação matemática deveriam caracterizar-se pelas pesquisas que intentam saber como historicamente foram construídas representações sobre os processos de ensino e aprendizagem da Matemática e de que modo essas representações passaram a ter um significado nas práticas pedagógicas dos professores em seus mais diversos contextos e épocas (VALENTE, 2013, p.37).

O historiador francês Roger Chartier, contribuiu significativamente para a compreensão do termo História Cultural, a qual, segundo ele, está na elaboração das noções complementares de práticas e representações. Deste modo, pode-se conceber o fato que tanto os objetos culturais seriam produzidos entre práticas e representações, como os sujeitos produtores e receptores de cultura circularam entre estes dois (BARROS, 2005).

Compreender os conceitos de práticas e representações, faz-se imprescindível, para o historiador da cultura, visto que,

[...] o pesquisador da história da educação matemática tem por ofício saber como historicamente foram construídas representações sobre os processos de ensino e aprendizagem da Matemática e de que modo essas representações passaram a ter um significado nas práticas pedagógicas dos professores em seus mais diversos contextos e épocas (VALENTE, 2013, p. 26).

Destarte, a história cultural, compreendida pelo historiador francês, “tem por principal objeto identificar o modo como em diferentes lugares e momentos uma determinada realidade cultural é construída, pensada, dada a ler” (CHARTIER, 1990, p. 17).

Pode-se, desta forma, considerar um livro como um objeto cultural, no qual para a sua produção são movimentadas determinadas práticas culturais e também representações, e ainda, observar que o próprio livro, depois de produzido, irá gerar novas representações e contribuir para a produção de novas práticas (BARROS, 2005).

As práticas culturais que aparecem na construção do livro são tanto de ordem autoral (modos de escrever, de pensar ou expor o que será escrito) como editorial (reunir o que foi escrito para constituí-lo em livro), ou ainda artesanal (a construção do livro na sua materialidade, dependendo de estarmos na era dos manuscritos ou da impressão) (BARROS, 2005, p. 134).

Assim, ao analisar os vestígios no tempo presente que se referem à educação matemática de outros tempos, como por exemplo, livros didáticos, cadernos de professores e alunos, programas e orientações curriculares para o ensino de matemática, boletins escolares, diários de classe e depoimentos de mestres, percebe-se a cultura escolar, sendo que cada escola tem sua cultura própria, e cabe ao pesquisador se postar para compreender as dinâmicas e processos que ocorrem no cotidiano.

Para ser breve, poder-se-ia descrever a cultura escolar como um conjunto de *normas* que definem conhecimentos a ensinar e condutas a inculcar, e um conjunto de *práticas* que permitem a transmissão desses conhecimentos e a incorporação desses comportamentos; normas e práticas coordenadas a finalidades que podem variar segundo as épocas (finalidades religiosas, sociopolíticas ou simplesmente de socialização) (JULIA, 2001, p. 10).

Considerando a escola como espaço de produção, de ensino e aprendizagem do estudante, em seus diferentes níveis, sempre relacionando seus conhecimentos prévios e seu desenvolvimento físico e psicológico, na busca de novas práticas educativas, dentro de um contexto político e econômico, nem sempre favoráveis, “a escola possui um papel criativo de modo que para além dos conteúdos prescritos tece a prática educativa mediante o aparato pedagógico que utiliza” (FELISBERTO; PINTO, 2014, p. 37).

Cabe ao pesquisador interrogar, selecionar, interpretar, criticar e cruzar suas fontes, estabelecendo conexões para construir a história, é seu dever descrever e justificar o processo de busca e submeter esse processo ao escrutínio do leitor e dos pares, em um diálogo com a comunidade de pesquisadores, possibilitando outras leituras e interrogações, aproximando-se o máximo possível das práticas escolares.

Em primeiro lugar o historiador, enquanto produtor de um texto, e também o público leitor, consumidor de História, devem assumir a dúvida como um princípio de conhecimento do mundo. A racionalidade não explica tudo, operando o historiador com um regime de verdade segundo o qual as conclusões podem ser admitidas como provisórias. Há mais dúvidas do que certezas, o que compromete o pacto da História com a obtenção da verdade. Esse pacto resta como um valor a atingir, como uma busca sempre renovada, de chegar o mais próximo possível do real acontecido (PESAVENTO, 2005, p. 115).

Este aproximar-se da realidade, ou seja, das práticas escolares de outros tempos, deve ser lido a partir da legislação, dos regimentos, das revistas pedagógicas e de uma ampla variedade de documentos, especialmente em tempos de mudança, pois através das conexões entre diferentes autores, as ideias em circulação e os ideários pedagógicos, bem como, nas orientações dos *experts*, as práticas são representadas.

Faria Filho (1997, p. 120), observa que “a natureza de nossos documentos implica, pois, não apenas na necessidade de referi-los constantemente ao ‘lugar’ a partir do qual são produzidos, mas também, e fundamentalmente, buscar entendê-los em suas dinâmicas e materialidades próprias”.

Outro fato a se destacar, é de que o ensino de matemática no Brasil se apresenta diretamente ligado aos livros didáticos utilizados em cada período da história, eles são fontes riquíssimas de informações.

Livro didático e educação matemática parecem ser elementos indissociáveis. Isso nos leva a pensar que a história da educação matemática se liga diretamente às transformações das vulgatas. Investigar como ocorreram essas transformações implicará investigar a própria história da educação matemática (VALENTE, 2008, p. 5).

Ao analisar um livro didático de determinada época da história, pode-se perceber as mudanças que ocorreram no processo de ensino e aprendizagem da matemática ao longo dos anos. Assim, os estudos históricos da educação matemática devem-se caracterizar pelas pesquisas que intentam saber como, historicamente,

foram construídas representações sobre os processos de ensino e aprendizagem da Matemática e de que modo essas representações passaram a ter um significado nas práticas pedagógicas dos professores, em seus mais diversos contextos e épocas.

1.3 LIVROS COMO FONTES DE PESQUISAS

Deve-se deixar de pensar a escrita da história como algo que busca retratar o passado, sendo-lhe cópia fiel, deve-se, sim, representar o passado, comparando-o com várias fontes e sempre demonstrando o caminho percorrido.

Estudar as práticas da educação matemática de outros tempos, interrogar o que delas nos foi deixado, pode significar fazer perguntas para os livros didáticos de matemática utilizados em cotidianos passados. Eles – os livros didáticos – representam um dos traços que o passado nos deixou. Há uma infinidade de outros materiais que junto com os livros podem permitir compor um quadro da educação matemática de outros tempos. Esses materiais estão reunidos, em boa parte, nos arquivos escolares (VALENTE, 2007, p. 39).

Além de se considerar que “todo esse conjunto de traços, de documentos sobre o passado, inclui, ainda, dependendo do período histórico a ser estudado, o trato com a história oral, com a pesquisa junto a protagonistas ainda vivos, das práticas pedagógicas do ensino de matemática realizada noutros tempos” (VALENTE, 2007 p. 39-40).

No que se refere à leitura das fontes, a historiografia valoriza alguns cuidados, dentre os quais, destaca-se o uso de livros em pesquisas. Búrigo (2016) escreve que se deve

[...] analisar não apenas o texto ou as imagens ali reproduzidas, mas o seu suporte material, pois ele influencia não apenas o modo como o objeto é utilizado, sobretudo no que concerne à construção do sentido do texto, mas a própria produção do escrito a ser veiculado. É preciso considerar as condições da editoração do livro, de sua impressão, apresentação, circulação, adoção, aquisição e recepção; considerar seus possíveis usos por professores ou estudantes, atentando às marcas deixadas por esses usos; observar as modificações introduzidas pelas sucessivas edições e interrogar sobre as motivações para essas modificações (BÚRIGO, 2016, p. 192).

Compreender quem eram os alunos, os professores, como eram planejados os currículos, como era organizado o espaço físico, que artefatos eram utilizados por alunos e professores, sem confundir a memória pessoal com a memória coletiva que se quer construir, sempre considerando o fato de que o mesmo nome pode assumir

significados muito diversos em diferentes tempos e espaços. Pode-se assim conceber tais fatos como a cultura escolar de determinada época.

No movimento da pesquisa, a cultura escolar, nos seus múltiplos desdobramentos e relações, acabou por constituir-se como o objeto fundamental da investigação, sendo trabalhados vários dos elementos e momentos constitutivos da mesma. No entanto, nós não nos deparamos apenas com a produção, legitimação e imposição de uma cultura escolar no interior de uma escola já dada. Tratava-se na verdade, de construir simbólica e materialmente - através da cultura escolar enquanto prática e representação - a escola enquanto organização e instituição distinta de outras instituições (FARIA FILHO, 1997, p. 121).

Assim, nas pesquisas em História da educação matemática irão predominar vestígios de fatos, objetos, acontecimentos de um real que não existe mais, enquanto possibilidade de observação, ele se mantém no passado, em um tempo em que o historiador não está, ou seja, “o historiador, por definição, está na impossibilidade de ele próprio constatar os fatos que estuda” (BLOCH, 2001, p. 69).

Ao utilizar-se dos livros didáticos, de determinado período da história da educação matemática, percebe-se a imensidão de espaço, tempo e fontes disponíveis. Faz-se assim necessário um recorte temporal, sempre pensando no antes e no depois, um momento marcante, um fato da história que provoque inquietações possíveis de serem pesquisadas, ou seja,

[...] tendo-se elaborado uma pergunta que se pretende responder ou, dizendo de outro modo, uma lacuna historiográfica que se pretende preencher, pode-se delimitar o conjunto de vestígios que poderão servir para mediar as interpretações que o historiador realizará a respeito do passado (RIOS, 2016, p. 16).

O uso de livros didáticos, como fonte de pesquisa, apresenta-se com alguns limites, pois suas concepções se dão num ambiente pedagógico específico e em um contexto regulador, perpassando por questões que envolvem adoção, modos de consumo, recepção e descarte, fato este último percebido durante a busca por fontes de pesquisa.

Além do citado, ao olhar para os livros didáticos se deve tomar o devido cuidado em perceber que:

O livro didático não é um simples espelho: ele modifica a realidade para educar as novas gerações, fornecendo uma imagem deformada, esquematizada, modelada, frequentemente de forma favorável: as ações

contrárias à moral são quase sempre punidas exemplarmente; os conflitos sociais, os atos delituosos ou a violência cotidiana são sistematicamente silenciados. E os historiadores se interessam justamente pela análise dessa ruptura entre a ficção e o real, ou seja, pelas intenções dos autores (CHOPPIN, 2004, p. 557).

É necessário olhar além das entrelinhas, buscar saber o que se pretende, “é necessário também prestar atenção àquilo que eles silenciam, pois se o livro didático é um espelho, pode ser também uma tela” (CHOPPIN, 2004, p. 557). Apesar das dificuldades encontradas, o mesmo autor cita que se tem retomado a utilização dos livros didáticos como fontes históricas, analisando-os com olhar de instrumento metodológico.

Faz-se necessário neste momento, uma reflexão sobre o conceito de livro didático, pois, consideram-se aqui aqueles produzidos ao mercado, utilizados nas escolas e indicados por programas de distribuição dos mesmos às escolas públicas.

Ao considerar os livros didáticos como fontes de pesquisa, deve se

[...] levar em conta a multiplicidade dos agentes envolvidos em cada uma das etapas que marca a vida de um livro escolar, desde sua concepção pelo autor até seu descarte pelo professor e, idealmente, sua conservação para as futuras gerações. A concepção de um livro didático inscreve-se em um ambiente pedagógico específico e em um contexto regulador que, juntamente com o desenvolvimento dos sistemas nacionais ou regionais, é, na maioria das vezes, característico das produções escolares (edições estatais, procedimentos de aprovação prévia, liberada de produções, etc.). Sua elaboração (documentação, escrita, paginação, etc.), realização material (composição, impressão, encadernação, etc.), comercialização e distribuição supõem formas de financiamento vultuosos, quer sejam públicas ou privadas, e o recurso a técnicas e equipes de trabalho cada vez mais especializadas, portanto, cada vez mais numerosas (CHOPPIN, 2004, p. 553–554).

Compreende-se também o fato de que as pesquisas que se utilizam do livro didático como fonte ou objeto de pesquisa devem ser cotejadas por outros documentos, como legislações em vigor, jornais da época, pareceres e relatórios sobre a educação, bem como outros documentos que permitam localizar o sistema de regras do qual o livro faz parte, além das transformações e permanências nesse sistema e as tensões resultantes de todo este processo. Assim, analisar e conhecer os parâmetros que norteiam a educação em determinado período da história, bem como as legislações em vigor, é de fundamental importância no desenvolvimento da pesquisa.

Escrever a história dos livros escolares — ou simplesmente analisar o conteúdo de uma obra — sem levar em conta as regras que o poder político, ou religioso, impõe aos diversos agentes do sistema educativo, quer seja no domínio político, econômico, linguístico, editorial, pedagógico ou financeiro, não faz qualquer sentido (CHOPPIN, 2004, p. 561).

Ao se questionar, durante a entrevista, a autora da obra, Ursula Marianne Simons, sobre a relação do material produzido com os documentos norteadores da época, a mesma relatou que,

[...] a nossa preocupação é que os livros fossem usáveis no Brasil, então toda vez que vem uma atualização, a gente atualiza os livros para isso. [...] Está tudo lá para estar de acordo com o currículo brasileiro, senão dificulta as escolas de usarem o material, se não estiver atualizando (SIMONS, 2021).

Analisar as características, as concepções dos autores acerca do ensino da matemática e, de certo modo, as concepções – oficiais ou não – vigentes, em cada época que o livro didático foi escrito, permitirão uma aproximação ao objetivo de estudo, possibilitando realizar uma leitura sobre a História da educação matemática no período contemplado, partindo dos prefácios, que os autores dos livros apresentam em suas obras, bem como pelas referências legais ali registradas.

1.4 FUNDAMENTOS E ESTRATÉGIAS DE CÁLCULO MENTAL

As definições de cálculo mental recebem os mais diferentes significados, dividem opiniões, provocam dúvidas e geram expectativas (PARRA,1996). Para alguns o cálculo mental está relacionado ao cálculo realizado somente “de cabeça” sem o uso de lápis e papel. Outros consideram que o cálculo escrito também se embasa no cálculo mental. Alguns julgam que o cálculo mental é aquele que fornece resultados exatos e, outros, que o cálculo aproximado também é mental. Para esta análise será utilizada a definição de cálculo mental de Zancan (2017) que entende

[...] como cálculo mental aqueles exatos ou aproximados, que são efetuados mentalmente, ou com anotações para apoiar o raciocínio, que não dependem, exclusivamente, do uso de algoritmos e da contagem. São aqueles que utilizam estratégias, raciocínio lógico numérico, que derivam resultados de outros memorizados e têm suas ações validadas pelas propriedades numéricas e operacionais (ZANCAN, 2017, p. 12-13).

Há de se observar o fato de que, muitas pessoas associam a rapidez em resolver algoritmos com a destreza no cálculo mental, o que não necessariamente é uma realidade, pois

[...] a rapidez não é nem uma característica nem um valor, ainda que possa ser uma ferramenta em situações didáticas nas quais, por exemplo, permita aos alunos distinguir os cálculos que dispõem os resultados na memória dos que não dispõem (PARRA, 1996, p. 189).

Para este estudo, a rapidez é resultado de compreensão e treino diário e o cálculo mental está mais ancorado em conhecimentos, elaboração de estratégias, do que em velocidade propriamente dita.

Muitos relacionam o cálculo mental com o não uso de lápis e papel, o que impediria o simples registro de etapas de um raciocínio organizado, na busca pela solução da atividade proposta. Defende-se, aqui, a ideia de que o cálculo escrito é parte do desenvolvimento do cálculo mental, pois durante o desenvolvimento do seu raciocínio, a criança pode-se utilizar de pequenos registros para apoiar a construção de estratégias de cálculo.

1.4.1 Panorama histórico das pesquisas sobre cálculo mental

Ao se debruçar sobre as pesquisas em História da educação matemática, são encontradas orientações para o ensino de cálculo mental em várias propostas curriculares em diferentes épocas.

Nos estudos de Fontes (2010), há documentos oficiais da rede municipal de ensino da cidade de São Paulo, que mencionam a presença do cálculo mental, já em 1881. A autora relata que a presença do cálculo mental não segue uma regularidade, visto que, de 1882 a 1898, não se encontrou vestígios do ensino do cálculo mental. De 1899 a 1901, a mesma autora menciona a ênfase ao ensino utilitário do cálculo mental, e destaca o fato que o mesmo só volta a estar presente em 1926.

Na década de 1930, Fontes (2010) afirma que, com a Reforma Francisco Campos, os documentos curriculares apresentam novamente o cálculo mental utilitário. Utilizavam-se exercícios constantes, repetitivos e de memorização de cálculos básicos, de modo que “as crianças se habituem a realizar os cálculos mentais

de memória, valorizando a rapidez e a utilidade prática em busca de soluções únicas, apontando-nos para uma concepção tradicional de ensino” (FONTES, 2010, p. 70).

Segundo Fontes (2010), de 1942 a 1961, durante a Reforma Gustavo Capanema, o cálculo mental foi mantido na lista de conteúdos da Aritmética Prática do primeiro ano do curso ginasial. Conceição (2021) destaca ainda que em uma comparação entre as reformas Francisco Campos e Gustavo Capanema, “o que mudou entre elas foi a ampliação de uma mera listagem de conteúdos, para discussões incluindo orientações didáticas” (CONCEIÇÃO, 2021, p. 40).

Quase no mesmo período histórico, o estudo de Berticelli (2017), analisa o cálculo mental entre 1950 e 1970. Evidencia programas de ensino e manuais pedagógicos que trazem o ensino do cálculo mental considerando “a função do cálculo mental como auxílio ao aluno na resolução de qualquer problema (evitando o cálculo mecanizado) e igualmente aplicar o cálculo em situações práticas do cotidiano, não se limitando somente ao ensino da operação” (BERTICELLI, 2017, p. 62), dando sentido utilitário e prático ao ensino da matemática.

Para Berticelli (2017), a partir do que observou nos programas³³ que estudou, o cálculo mental pode ser considerado “um conjunto de procedimentos de cálculo que podem ser analisados de forma diferente pelas crianças na busca de resultados exatos ou aproximados, em geral resolvidos de cabeça” (BERTICELLI, 2017, p. 65).

A partir da década de 1980, o cálculo mental passa a ser considerado uma forma de pensar, e segundo Fontes (2010), entre 1985 e 1988, o cálculo mental se apresenta por meio de um trabalho gradual de desenvolvimento de técnicas que reputam o aprendizado como um processo de compreensão, na busca de uma aprendizagem significativa, na qual o professor se torna um articulador, oferecendo situações que permitam ao aluno construir fatos fundamentais das operações, desenvolver relações mentais e compreender técnicas operatórias, tendo inclusive a indicação de materiais concretos no desenvolvimento das atividades.

Com o advento dos PCNs, o cálculo mental requer conhecimentos necessários para aprendizagem, sendo que, para “o desenvolvimento do cálculo mental é indicada a necessidade primeira de dominar a contagem e as combinações aritméticas básicas, como as tabuadas e listas de fatos fundamentais, construídos com compreensão e não simplesmente com memorização” (FONTES, 2010, p.129), ou seja, “as atividades

³³ A autora analisou programas dos estados: MT, MG, PR, RJ, RS, SP e do DF.

consistiam em construir os fatos fundamentais, utilizar estimativas e realizar cálculos a partir de estratégias pessoais” (CONCEIÇÃO, 2021, p. 43).

Observa-se aqui, que, em cada período histórico, as disciplinas escolares estão relacionadas às finalidades.

Naturalmente, estes diferentes estágios de finalidades estão em estreita correspondência uns com os outros. A instituição escolar é, em cada época, tributária de um complexo de objetivos que se entrelaçam e se combinam numa delicada arquitetura da qual alguns tentaram fazer um modelo. É aqui que intervém a oposição entre educação e instrução. O conjunto dessas finalidades consigna à escola sua função *educativa*. Uma parte somente entre elas obriga-a a dar uma *instrução*. Mas essa instrução está inteiramente integrada ao esquema educacional que governa o sistema escolar, ou o ramo estudado. As disciplinas escolares estão no centro desse dispositivo. Sua função consiste em cada caso em colocar um conteúdo de instrução a serviço de uma finalidade educativa (CHERVEL, 1990, p. 192).

Pode se observar que o ensino e aprendizagem do cálculo mental se fizeram presentes em vários períodos da História da educação matemática, representados de variadas maneiras e as mais diferentes finalidades. Esta pesquisa irá categorizar conhecimentos e estratégias de cálculo mental da adição e subtração com auxílio dos estudos de Berticelli e Zancan (2021, 2023).

1.4.2 Conhecimentos e estratégias de cálculo mental

Piaget diz que “[...] o problema central do ensino das matemáticas é o do ajustamento recíproco das estruturas operatórias espontâneas próprias à inteligência e do programa ou dos métodos relativos aos domínios matemáticos ensinados” (PIAGET, 1970, p. 46), da mesma forma os PCNs consideram o fato de que “(...) não é a aprendizagem que deve se ajustar ao ensino, mas sim o ensino que deve potencializar a aprendizagem” (BRASIL, 2001, p. 39). Isto é, deve-se promover com os alunos atividades que evoluem gradativamente, das mais fáceis até as mais difíceis ou do mais simples para o mais complexo³⁴, assim,

Um dos primeiros requisitos é que os alunos comecem a tomar consciência dos procedimentos que utilizam; eles necessitam saber o que é que sabem (no sentido de ter disponível este conhecimento) e como podem apoiar-se no

³⁴ A partir de trabalhos como esse, instala-se o novo par fácil/difícil. As referências para o ensino não mais devem encadear-se segundo a ordem lógica de organização do conteúdo matemático herdada de tempos anteriores. À ordem lógica deve sobrepor-se a psicológica. Ao simples/complexo, o fácil/difícil. Em síntese: à ordem do ensino, a ordem da aprendizagem. (VALENTE, 2015, p. 365).

que sabem para obter outros resultados (...) os cálculos que eram uma ferramenta para resolver situações e expressar o que havia sido feito, tornam-se objeto de reflexão (PARRA, 1996, p. 216).

Durante a entrevista, a autora da apostila, destacou as dificuldades na aprendizagem matemática, frequentemente enfrentadas nas salas de aula brasileiras. Segundo ela,

Isso é mais ou menos o problema, porque o Brasil se encontra sistematicamente nos últimos lugares do “ranking” internacional no ensino da matemática. Porque, trabalha-se só, “siga o modelo”, “o professor faz assim”. Então, você segue o modelo, “mas sozinho eu não sei fazer”, “não faz mal, segue o modelo que dá certo”. Então a gente vê muito a matemática sendo ensinada como uma receita de bolo, e não, como uma linguagem que a criança possa usar de forma autônoma (SIMONS, 2021).

Atividades que valorizem o cálculo mental representam uma forma de desenvolver nos alunos a capacidade de operar de formas diferentes, ou seja, construir estratégias variadas para resolver uma mesma situação problema.

Mas, o que se entende por estratégias de cálculo mental? As estratégias de cálculo mental são discutidas e estudadas por diversos autores, com denominações semelhantes, como se observa, a seguir.

Considerando a segunda série do Ensino Fundamental I, e as operações de adição e subtração, podem-se destacar algumas³⁵ categorias de estratégias de cálculo mental:

a) Ponte pelo 10 – segundo Berticelli e Zancan (2021), é uma estratégia que utiliza voltar-se ao 10, como se pode ver pelo exemplo nas adições: o aluno aprendeu nos fatos básicos que $(8 + 2 = 10)$, agora ao somar $(8 + 6)$, ele pode dizer $(8 + 2) + 4 = (10 + 4) = 14$. Na subtração, tem-se: $(15 - 8)$, realiza $(15 - 5) - 3 = (10 - 3) = 7$. Da mesma forma pode-se criar uma relação numérica com o 10, ampliando estas atividades para os múltiplos de 10, observe, $(21 - 1)$ retorna para o 20, o qual é múltiplo de 10, ou ainda, $(23 + 27)$, tem-se $(23 + 7) + 20 = (30 + 20) = 50$, ou ainda, $(32 + 8) = 30 + (2 + 8) = (30 + 10)$ que resulta 40, que é múltiplo de 10, assim, utiliza-se a ponte pelo 10, juntamente com a memória de fatos básicos já adquiridos pelo aluno;

³⁵ Existem diversas estratégias de cálculo mental para adição e subtração. Nesta seção, apresentam-se aquelas que encontramos nas atividades da obra “Lógica do Cálculo 2”.

b) Decomposição – ao efetuar $(6 + 8)$, o aluno pode decompor o 8 em $(4 + 4)$, assim terá $(6 + 4) + 4 = (10 + 4) = 14$, ou seja, conhecendo os fatos básicos o aluno decompõe um dos números e, utilizando a ponte pelo 10, ou mesmo os fatos básicos, torna a operação mais fácil de ser realizada. Humphreys e Parker (2019) trazem a decomposição também na subtração, quando propõem decompor o subtraendo, por exemplo, $(63 - 28)$, decompõe-se o 28 em $(20 + 8)$, o que torna $(63 - 20) = 43$, agora, pode-se decompor o 8 em $(3 + 5)$, assim o aluno fará $(43 - 3)$, depois $(40 - 5)$, para chegar no resultado 35. Para os autores “decompor o subtraendo utiliza a facilidade dos alunos com a subtração com múltiplos de 10 e sua fluência com números pequenos” (HUMPHREYS; PARKER, 2019, p. 49);

c) Compensação – apresenta a possibilidade de, ao fazer $(9 + 5)$, o aluno retirar de uma parcela e colocar em outra, ou seja, $9 + (1 + 4) = (9 + 1) + 4 = (10 + 4) = 14$ (ZANCAN, 2017), Humphreys e Parker (2019) chamam esta estratégia de “Tirar e dar – movimentar uma quantidade de uma parcela para a outra... auxilia os alunos a se tornarem mais flexíveis com números” (2019, p. 86), ou seja, ao realizar $(63 + 28)$, o aluno pode tirar 2 do 63 e dar ao 28, ficando com $(61 + 30)$. Para Boaler (2018), essa capacidade de interagir com os números de maneira flexível e conceitual se caracteriza como senso numérico. Segundo a autora, alunos com senso numérico desenvolvido conseguem resolver as operações de forma mais simples e fácil, mudando os números;

d) Adição e subtração operações inversas – “consiste em recuperar resultados aleatórios da memória e utilizar a propriedade inversa das operações” (ZANCAN, 2017, p. 22), como por exemplo, para resolver $(7 - 3) = 4$, o aluno pode buscar em sua memória de fatos básicos, a informação de que $(3 + 4) = 7$, e assim resolver a subtração por meio de uma adição, pois “A ideia de nunca mais precisar subtrair encanta muitos estudantes” (HUMPHREYS; PARKER, 2019, p. 50). Estes autores trazem a estratégia que chamam “Em vez disso, somar”, onde ao fazer $(63 - 28)$, o aluno parte do 28, realizando adições, $(28 + 2) = 30$, $(30 + 3) = 33$, logo somando $(2 + 33)$ temos 35, ou seja, o resultado esperado. Essa estratégia é apresentada por alguns autores como “Método Austríaco”,

[...] que consiste em completar o subtraendo até igualar o minuendo. Este método é considerado, atualmente, como uma estratégia de ensino da subtração, que consiste em “transformar” a subtração em uma adição para chegar na resposta. Por exemplo $37 - 18 = \underline{\quad}$. O raciocínio utilizado é o

seguinte: 18 até 20 = 2 e 20 até 37 = 17, então a resposta é $2+17 = 19$ (BERTICELLI; NOVAES, 2021).

Para construir essas estratégias, Berticelli e Zancan (2023, no prelo) elencaram quatro categorias de conhecimentos que são essenciais:

a) Fatos básicos – são operações onde os resultados não ultrapassam dezenas, ou seja, aqueles onde a operação é realizada apenas nas unidades. Pode-se citar como exemplos $(2 + 3) = 5$, $(3 + 4) = 7$, $(12 + 7) = 19$, proposta está também defendida pelos PCNs “os alunos constroem os fatos básicos das operações (cálculos com dois termos, ambos menores que dez), constituindo um repertório que dá suporte ao cálculo mental e escrito” (BRASIL, 2001, p. 68);

b) Rede de relações do 10 – operações que envolvem o 10 nas parcelas ou resultados, e ainda seus múltiplos, como exemplos temos $(1 + 9) = 10$, $(2 + 8) = 10$, $(11 + 10) = 21$, $(10 + 15) = 25$;

c) Memória de dobros – normalmente sugere-se a memorização de dobros de números menores que 20, exemplos $(8 + 8) = 16$, $(12 + 12) = 24$, $(18 + 18) = 36$. Este tipo de memória é utilizada para operações do no formato: $(8 + 9)$, em que o pensamento é se $(8 + 8) = 16$, então, $(8 + 9) = 17$, porque $(8 + 9) = (8 + 8 + 1) = 17$.

d) Decomposição – operações memorizadas que permitem reconhecer todas as possíveis decomposições de um número menor que 10. Alguns exemplos são $3 = (1 + 2)$; $4 = (1 + 3) = (2 + 2)$; $5 = (1 + 4) = (2 + 3)$. Este tipo de decomposição é relevante pois a criança necessita saber qual delas deve utilizar em determinada situação. Por exemplo, para fazer $(8 + 7)$, usando a ponte pelo 10, é necessário saber que o $7 = (1 + 6)$; $7 = (2 + 5)$; e, $7 = (3 + 4)$ e neste caso, usar o $7 = (2 + 5)$, pois $(8 + 2) = 10$. Então, $(8 + 7) = (8 + 2 + 5) = (10 + 5) = 15$. Caso fosse utilizada a memória de dobros, poderia ser feita de duas formas: $(8 + 7) = (7 + 7 + 1)$, e conceber que o $8 = (7 + 1)$, ou ainda, $(8 + 7) = (8 + 8 - 1)$, considerando que o $7 = (8 - 1)$. A partir destes exemplos, justifica-se a relevância de trabalhar a decomposição, pois este conhecimento é base para a construção de estratégias. Outro fator importante também deve se ao fato que “sua prática estimula a compreensão do sistema de numeração decimal, uma vez que quando alguém decompõe mentalmente o 123 em $(100 + 20 + 3)$, mostra que compreende o princípio aditivo e o valor posicional, conceitos considerados fundamentais para a compreensão do sistema de numeração decimal” (CONCEIÇÃO, 2021, p. 67).

Durante a entrevista a autora relatou algumas estratégias de cálculo mental relacionando-as a Jean Piaget,

Então, por exemplo, quando eu ia trabalhar uma soma do tipo é $3 + 4$, a minha estratégia de cálculo mental é: se $3 + 3$ igual a 6 então $3 + 4$ tem um a mais. Neste momento uso o meu conhecimento de Piaget, sobre a compensação (SIMONS, 2021).

Diante do exposto por Simons (2021), é perceptível a necessidade de se aprofundar os estudos sobre a construção do raciocínio lógico, com embasamento em Jean Piaget.

1.5 ALGUNS APONTAMENTOS ACERCA DA CONSTRUÇÃO DO RACIOCÍNIO LÓGICO, A PARTIR DE JEAN PIAGET

Jean Piaget, importante epistemólogo, centrava suas investigações nas estruturas cognitivas, sendo sua teoria denominada de epistemologia genética.

Para Piaget (1983) “o raciocínio lógico-matemático é necessário em diversos domínios do conhecimento [...] e o mais importante é que esse conhecimento seja demonstrado e não apenas transmitido ou entregue a criança, deve ser construído” (PIAGET, 1983, p. 12).

O pensamento lógico parte da lógica que “não é um conteúdo em si, mas dá condições para que o pensamento e o conteúdo das diversas ciências sejam coerentes, consistentes” (SIMONS, 2003, p. 31).

Segundo Piaget (1970), o ambiente e as situações utilizadas, para que a aprendizagem ocorra, são de fundamental importância para o desenvolvimento do raciocínio lógico matemático, pois a aritmética deve ser inventada pela criança,

O ambiente social e a situação que o professor cria são cruciais no desenvolvimento do conhecimento lógico-matemático. Uma vez que este conhecimento é construído pela criança, através da abstração reflexiva, é importante que o ambiente social incentive a criança a usá-la. Segundo Piaget, todas as crianças de inteligência normal, podem aprender aritmética. Aritmética é algo que as crianças podem inventar, e não algo que pode ser transmitido. [...]. Se matemática é tão difícil para muitas crianças, é porque ela é imposta a elas, sem qualquer consideração pela forma em que aprendem ou pensam (KAMII & DECLARK, 1988, p. 63).

O ambiente de aprendizagem é destacado por Nacarato, Mengali e Passos (2021) como aquele que permite a relação dialógica entre alunos e professores na

sala de aula. É neste ambiente que se permite ouvir o pensamento dos alunos. Neste ambiente, estes têm condições de se comunicarem intelectualmente e produzirem matemática. Para as autoras “Neste ambiente, (...) os processos de pensamento e as estratégias dos alunos precisam ser valorizados; o absolutismo do “certo e errado” precisa dar lugar à discussão, ao diálogo” (p. 38-39).

Os estudos de Piaget (1970), também trazem alguns conceitos importantes para o desenvolvimento infantil, que são os processos de assimilação, acomodação e equilíbrio. A assimilação se entende pelo fato que, ao receber uma ideia nova, o sujeito acrescenta esta aos conhecimentos que já possui. A acomodação são as transformações que os sistemas internos precisam fazer para acrescentar o conhecimento novo. Sendo ambos os processos necessários para o desenvolvimento cognitivo, observa-se que os novos conhecimentos e as transformações provocadas nos sistemas internos causam um certo desequilíbrio cognitivo que, logo se transforma em equilíbrio na criança que aprende. A este processo Piaget chama de equilíbrio (FONSECA, 2014), “a equilíbrio ocorre num complexo movimento entre o mundo conhecido pelo sujeito e a novidade” (BARTELMEBS, 2012, p. 73).

Neste jogo de assimilações e acomodações, tanto sujeito quanto objeto se modificam mutuamente, isto é, na medida em que o sujeito abstrai do objeto novos elementos, ele precisa acomodá-los, e na medida em que isto ocorre, ao voltar a olhar para o mesmo objeto esse já lhe parecerá mais complexo, com novos elementos não vistos antes, ou seja, os observáveis do objeto dependem dos observáveis do sujeito (BARTELMEBS, 2012, p. 73).

Jean Piaget sugeriu também as faixas etárias para cada estágio do desenvolvimento do indivíduo, que podem ser organizadas da seguinte maneira, segundo Ramozzi-Chiarrotino (2005),

Período sensorial-motor (do nascimento a 1 ano e meio/2 anos, em média), no curso do qual se constituem os sistemas de esquemas que prefiguram as futuras operações, mas sem nenhuma reversibilidade operatória; Período do pensamento intuitivo (de 2 a 7 anos, em média), no final as ações sensório-motoras começam a implicar representação, imagem mental, notando-se aqui a presença de regulações semi-reversíveis; O período das “operações concretas” (de 7 a 12 anos, sempre em média), no curso do qual se alcança uma determinada reversibilidade na formação das primeiras estruturas operatórias e que comporta um aspecto implicativo; e num quarto período, o das operações proposicionais, alcança-se finalmente uma reversibilidade completa e a distinção entre fenômenos atemporais e temporais, entre fenômenos mecânicos e históricos, ou seja, fenômenos reversíveis e irreversíveis. (RAMOZZI-CHIARROTTINO, 2005, p. 19).

É preciso se ater ao período das operações concretas³⁶, pois, segundo Piaget

A idade de 7-8 anos em média assinala um momento decisivo na construção dos instrumentos do conhecimento. As ações interiorizadas ou conceitualizadas com que o sujeito deveria até agora contentar-se adquirem a categoria das operações, enquanto transformações reversíveis modificam certas variáveis e conservam outras a título de invariantes (PIAGET, 2007, p. 30).

Para Piaget e Inhelder (1975), as estruturas de classificação, seriação e correspondência termo a termo, são estruturas que, bem desenvolvidas, estimulam a transição do pensamento pré-operatório para o pensamento lógico concreto.

Simons (2003) observa que, a partir do período sensório-motor, a criança tem um longo caminho a percorrer para construir seu raciocínio lógico. Com o estímulo adequado, é esperado que, por volta dos seis ou sete anos, ela já tenha um raciocínio lógico estruturado para que possa desenvolver uma aprendizagem flexível e criativa. A autora também destaca o fato de que, observa-se com bastante frequência, em crianças com idade de oito a dez anos essa organização não ocorreu ou não se completou. Isso resulta em dificuldades de conservação de quantidades físicas, de classificação ou de inclusão de classes, devido à ênfase que muitas escolas dão maior importância a um currículo de conteúdos a serem vencidos, em detrimento da construção do pensamento lógico da criança. Muitas vezes as escolas se vangloriam de que os alunos já sabem ler, entretanto, não conseguem classificar nem seriar, fato este que traz sérias dificuldades de aprendizagem no decorrer da sua vida escolar.

Piaget preocupou-se em compreender a lógica que estruturava as ações dos sujeitos nos seus diferentes níveis cognitivos. Neste sentido, não são somente as respostas do sujeito que possibilita compreender em que estágio ele se encontra, mas a lógica que se utiliza para explicar aquilo que faz (BARTELMÉBS, 2012, p. 72).

A educação não se dá por si só, necessita de intervenções intencionais dos professores. Segundo Simons (2003, p. 16-17) “quanto maior a qualidade dessas intervenções, maior será a autonomia e criatividade do indivíduo, preparando-o para a construção ativa do mundo que almeja”.

³⁶ Por este motivo, optou-se por analisar a obra “Lógica do Cálculo 2”, a qual era destinada à 2ª série do Ensino Fundamental I, que abrange crianças de 7 a 8 anos.

Para Piaget, todas as crianças são capazes de aprender aritmética, pois é algo que envolve invenções e descobertas. Ao realizar uma operação matemática qualquer, que envolva raciocínio e não técnica, o ambiente se torna fundamental. Nem todas as crianças são estimuladas na infância em suas casas, mas ao encontrarem na escola um ambiente estimulador e professores capazes de provocar intervenções de autonomia, criatividade, serão capazes de produzir matemática, partindo de assimilações e acomodações chegando à equilibração.

1.5.1 Argumentos operatórios

Piaget e Szeminska (1975) afirmam que no estudo da composição aditiva de ordem numérica são empregados, sucessivamente, três argumentos paralelos: a identidade, a compensação e a reversibilidade.

Simons (2003), ao citar Piaget, afirma que entre dois e seis anos de vida, a criança já se locomove, tem domínio da linguagem, mas não tem domínio da lógica formal, não desenvolveu o raciocínio de identidade, que lhe faz perceber que as coisas não se alteram quando mudam de posição. Este pensamento é chamado por Piaget de pré-lógico.

Piaget e Inhelder (1975) apresentam dois tipos de argumento de identidade, um sob uma forma positiva, que simplesmente afirma que se trata da mesma coisa; e outro, pelo ponto de vista negativo, onde se pode afirmar que nada se tirou nem se acrescentou. A identidade, a partir desta perspectiva pode ser compreendida da seguinte forma $(7 + 1) = (1 + 7)$.

A autora da apostila relata que é fundamental a criança compreender o princípio da identidade, para a construção do princípio da compensação e, assim, o desenvolvimento do seu raciocínio lógico,

[...] quando a criança consegue chegar num ponto de perceber o raciocínio de identidade, por exemplo, que 4 é sempre 4, que 5 é sempre 5 [...] eu trabalho com ela, brincando sobre quem são os gêmeos que são $2 + 2$, $3 + 3$, $4 + 4$, e quem são os vizinhos dos gêmeos, que são $3 + 4$, $5 + 6$, etc. Para levar esse raciocínio de compensação (SIMONS, 2021).

Sobre a compensação, Piaget e Szeminska (1975), escrevem que

Em compensação, a passagem da adição das classes à dos números se produz assim que A_1 , A_2 , A_1' , A_2' são considerados não mais como simples

coleções a apresentar cada uma na sua individualidade qualitativa, mas como unidades suscetíveis de serem igualadas sem serem identificadas (igualização das diferenças) ou reduzidas em suas desigualdades a um sistema de unidades que serve de medida comum. Com efeito, assim que, graças a esta igualização das diferenças, cada grão ou cada conjunto de grãos se torna uma unidade ao mesmo tempo igual às unidades da mesma categoria e distinta por sua ordem de enumeração, então as operações adquirem um sentido numérico. Se chamarmos de D a diferença entre A1 e A2 ou entre A'2 e A'1, ou seja, $D = (A1 - A2) = (A'2 - A'1)$, então o sujeito estabelece que: $A1 = A'1 = (A2 + D) = (A'2 - D)$, ou seja $4 = 4 = (1 + 3) = (7 - 3)$ (PIAGET; SZEMINSKA, 1975, p. 260).

A partir de Piaget e Szeminska (1975), entende-se que a Compensação é a ideia de que

$$4 = 4$$

$$(1 + 3) = (7 - 3)$$

Neste sentido, pode-se pensar nas diferentes composições de um número, por exemplo o 9,

$$9$$

$$(1 + 8) = (10 - 1)$$

$$(2 + 7) = (11 - 2)$$

$$(3 + 6) = (12 - 3)$$

$$(4 + 5) = (13 - 4)$$

e assim por diante.

Simons (2021), relatou que,

[...] por exemplo, quando eu ia trabalhar uma soma do tipo é $3 + 4$, a minha estratégia de cálculo mental é: se $3 + 3$ igual a 6, então $3 + 4$ tem um a mais. Neste momento uso o meu conhecimento de Piaget, sobre a compensação. O que acontece é que, enquanto a criança não tiver passado do raciocínio pré-lógico para o raciocínio lógico concreto, ela não consegue compreender o raciocínio de compensação (SIMONS, 2021).

Na perspectiva Piagetiana, a reversibilidade parece marcar a finalização do processo de construção das estruturas operatórias, garantindo-lhes um carácter de necessidade lógica, "(...) a reversibilidade que caracteriza as estruturas operatórias marca o acabamento dessas compensações aproximadas, manifestadas pelas regulações" (PIAGET; INHELDER, 1975, p. 119). Piaget (1965)³⁷ afirma que uma

³⁷ An operation is a unique form of mental activity since it is reversible. By performing another action, the operation can be undone. A set of seven blocks can be transformed by removing four of them, but the original quantity can be restored mentally if one wishes. Thus, an operation can transform a system ($7 - 4 = 3$) while another operation can restore that system to its original form ($4 + 3 = 7$). It is precisely

operação é uma forma única de atividade mental, pois é reversível. Ao realizar outra ação a operação pode ser desfeita. Um conjunto de sete blocos pode ser transformado removendo quatro deles, mas a quantidade original pode ser restaurada mentalmente, se desejar. Assim, uma operação pode transformar um sistema ($7 - 4 = 3$), enquanto outra pode restaurar esse sistema à sua forma original ($4 + 3 = 7$). É precisamente esse potencial de atividade mental reversível que é característico das estruturas operacionais (PIAGET, 1965, tradução da pesquisadora).

Para Kamii (2012) entre os sete e oito anos de idade, o pensamento das crianças se torna flexível o bastante para ser reversível, assim a reversibilidade é a habilidade de realizar mentalmente ações opostas de modo simultâneo. Resumidamente, pode-se compreender que,

[...] a hierarquia aditiva das classes, a seriação das relações e a generalização operatória do número (isto é, a construção dos números que ultrapassam os inteiros intuitivos, 1, 2 a 4 ou 5) constituem-se de maneira aproximadamente sincrônica, por volta dos 6 a 7 anos, no momento em que o raciocínio da criança começa a ultrapassar o nível pré-lógico inicial: é que a classe, a relação assimétrica e o número são, os três, manifestação complementares da mesma construção operatória aplicada, seja às equivalências e diferenças reunidas. Com efeito, é no momento em que a criança, havendo conseguido tornar móveis as avaliações intuitivas dos primórdios, atinge assim o nível da operação reversível, que ela se torna simultaneamente capaz de incluir, seriar e enumerar (PIAGET; SZEMINSKA, 1975, p. 253).

Desta forma, observa-se que o mecanismo aditivo que nos interessa aqui, apresenta-se organizado em três fases. Na primeira dessas fases, a criança não compreende a compensação necessária das adições, ou seja, adicionando um certo número de elementos ao monte A', ela não espera ver diminuir de outro tanto o monte A. Já na segunda fase, a criança toma consciência desse equilíbrio, mas unicamente no plano intuitivo, ou seja, fora das figuras não possui outro meio para verificar as igualdades, nem, portanto, para prever o resultado das adições. Por fim, durante a terceira fase, nota-se um manejo operatório das transferências e, conseqüentemente, uma reversibilidade bem regulamentada (PIAGET; SZEMINSKA, 1975).

Verifica-se que os argumentos operatórios de Piaget e os conhecimentos básicos ou as estratégias de cálculo mental, apresentadas por diversos autores, se

this potential for reversible mental activity which is characteristic of operational structures (PIAGET, 1965, p.30).

complementam, o que permite compreender o desenvolvimento do processo de construção do conhecimento matemático por uma criança, bem como, olhar atividades propostas e reconhecer nelas os fundamentos apresentados nesta pesquisa.

2 A OBRA LÓGICA DO CÁLCULO 2

2.1 AS AUTORAS

A obra “Lógica do Cálculo 2” é de autoria de³⁸:

- Ana Maria Naujack de Oliveira – Licenciada em Matemática pela Universidade Federal do Paraná, Mestre em Educação pela Universidade Federal do Paraná, com Especialização em Psicopedagogia, professora de primeiro, segundo e terceiro graus e pós-graduação, atua em clínica psicopedagógica, na área de desenvolvimento do raciocínio lógico matemático;
- Elizabete Goldschimit – Artista Plástica, formada em Belas Artes pela Universidade Federal do Paraná, professora de primeiro grau e de escolas de artes para crianças e adolescentes, realizou pesquisas na área de ensino em vários países da Europa;
- Ursula Marianne Simons – Psicóloga pela Universidade Federal do Paraná, Especialista em Psicopedagogia, Ludoterapia e Psicomotricidade, professora de terceiro grau e pós-graduação, atua em clínica psicopedagógica e realizou pesquisas em vários países da Europa, em relação à metodologia de ensino nas séries do primeiro grau.

Questionada sobre a autoria da obra, Ursula contou sobre a parceria construída com Elizabete Goldschimit,

Ela é a ilustradora, o que aconteceu, ela também foi morar na Alemanha por conta do trabalho do marido. E ela é uma artista plástica e morou 3 anos na Alemanha e as filhas dela frequentaram escola lá. Então, ela tinha uma noção muito clara de como era a metodologia lá, foi muito fácil também ilustrar os livros, porque ela sabia como se trabalhava lá e qual era a ideia. Então, a lógica toda da metodologia ela domina, mas ela nunca trabalhou em desenvolver exercícios para os livros. Ela ficou na parte de ilustração (SIMONS, 2021).

E reforçou sobre o trabalho desenvolvido por Ana Maria Naujack de Oliveira,

Agora a pessoa que tem esse domínio todo da teoria da matemática é a Ana Maria. Isso, me trouxe uma segurança muito grande, porque geralmente

³⁸ Estas informações se encontram presentes na obra “Lógica do Cálculo 2” na terceira página.

quem é formado em matemática não tem tanto conhecimento da psicologia infantil. E quem é formado em psicologia infantil não tem esse domínio da teoria da matemática, então são duas paralelas que nunca se encontram. E o que nós conseguimos fazer foi unir o meu conhecimento, a minha prática em trabalhar com as crianças na clínica, com conhecimento teórico da matemática da Ana Maria. Então, isso me deu uma segurança muito grande, pra não colocar bobagem matemática, nos livros, porque ela dava todo suporte teórico (SIMONS, 2021).

Sobre si mesma, fez questão de destacar, o fato de não ser professora, e sim, psicóloga. Demonstrou sua paixão por ensinar, desde muito cedo. Iniciou o curso de filosofia, mas logo que surgiu a possibilidade migrou para a psicologia.

Terminei em 83. Nessa época, a questão era a seguinte, na psicologia, não havia nada que enfatizasse a educação. A psicologia era totalmente voltada à parte emocional, e a pedagogia, por sua vez, também não tinha nada voltada à criança ou à aprendizagem, era um curso totalmente teórico, história da educação, filosofia da educação, administração escolar, orientação escolar, etc. Então, crianças com dificuldades de aprendizagem sentavam entre 2 cadeiras, e obviamente, não tinham apoio nenhum. Então, eu comecei a trabalhar a partir da psicologia, mas já procurando ajudar crianças com dificuldades de aprendizagem (SIMONS, 2021).

Viajou para a Argentina, onde buscou conhecimentos em psicopedagogia, com o psicólogo Jorge Visca, organizando inclusive cursos com ele na cidade de Curitiba, “*Ele trabalhou muito, na verdade Piaget, Vygotsky, Wallon, mas Piaget, ele cita bastante*” (SIMONS, 2021).

Relatou também sobre a importância de ter estudado e visitado, escolas em outros países, pois foi assim que adquiriu conhecimentos para aplicar em sua clínica. O sucesso de seu trabalho foi tamanho, que logo passou a ser chamada para trabalhar em escolas, na cidade de Curitiba, e por consequência, seu nome se tornou referência, desenvolvendo cursos em várias outras cidades. Ora contratada por secretarias de educação, outras vezes de forma particular.

Se a gente falar com um grupo de adultos e perguntar: quem gosta de matemática? A maioria se arrepia, tem horror. Então, eu comecei a observar que havia muitas crianças que sofriam emocionalmente com a matemática, que tinham dor de barriga, que suavam nas mãos, que não queriam ir para aula, era uma coisa assim muito assustadora e eu comecei a trabalhar com essas crianças na clínica. E com aquilo que eu sabia, aquilo que eu tinha aprendido com jogos. Mas nada de diferente, era ajudar a entender o arme e efetue (SIMONS, 2021).

Ursula comentou que, por ter domínio da língua alemã, quando seu marido foi transferido para a Alemanha, ela se utilizou desse conhecimento, para ler muitos livros

e conhecer a metodologia utilizada naquele país. Teve a possibilidade de visitar escolas e acompanhar as aulas.

Aproveitei esse ano na Alemanha para visitar as escolas, para entrar em escolas, para falar com professores, com diretores, para pedir para entrar em sala de aula, assistir aula. E quando nós começamos a assistir à aula junto com as crianças de primeiro, segundo e terceiro ano, a professora entrava em sala de aula e dizia assim, “que é que nós vamos trabalhar primeiro” E as crianças gritavam “matemática”. Primeira vez eu quase cai da cadeira. Falei: gente! Eu estou vindo de um país onde as crianças jamais gritariam isso. As crianças fogem da matemática, acham uma matéria difícil, indecifrável, que acontece aqui nesse país? Então, começamos a pesquisar qual era a diferença entre o ensino da matemática na Alemanha e o ensino da matemática no Brasil (SIMONS, 2021).

Na Figura 1 tem-se um comparativo entre um livro da escola alemã³⁹ e a página do livro que será apresentado nesta pesquisa, em que se observam as semelhanças nas propostas de atividades.

FIGURA 1 – Imagem de um livro alemão e livro *Lógica do Cálculo 2*.

(a) **Addieren und Subtrahieren mit Zehnerzahlen**

1

$3 + 4 =$	$4 - 1 =$	$3 + 5 =$
$30 + 40 =$	$40 - 10 =$	
$2 + 6 =$	$6 - 4 =$	$6 + 10 =$
$20 + 60 =$	$60 - 40 =$	
$4 + 5 =$	$3 - 2 =$	$4 - 3 =$
$40 + 50 =$	$30 - 20 =$	
$7 + 2 =$	$7 - 7 =$	$\square - \square =$
$70 + 20 =$	$70 - 70 =$	$80 - 50 =$

2

$+ 50$	30	40	20	10
10				
40				

3

(b)

Estamos numa fábrica de pérolas para bijuterias. A máquina pode ser regulada para colocar ou tirar pérolas dos pacotes. O número que vai ser colocado para fazer a máquina trabalhar chama-se

As vezes a máquina já funcionou e você terá que escrever o que havia antes.

1

$+30$	$+20$	$+50$
20	50	10
50	70	30
30	20	70
10	30	40
40	60	90

2

-10	-40	-20
40	30	80
60	50	70
80	80	30
30	60	40
20	10	30

20 + \square = 60 50 = \square + 20
 50 - \square = 30 80 = \square - 10
 80 - \square = 40 70 = \square + 30
 70 + \square = 90 20 = \square - 40

(a) Fonte: Volk und Wissen. *Rechne mit! Arbeitsheft – Klasse 2* (2007); (b) Fonte: SIMONS, U.M.; OLIVEIRA, A. M. N.; GOLDSCHMIDT, E. *Lógica do Cálculo 2*. Curitiba: Qualogic, 2000.

³⁹ Esta obra está na biblioteca do Teachers College (Columbia University). Foi encontrada pela orientadora, na oportunidade em que realizava o estágio de pós-doutoramento naquela universidade, no período de setembro a dezembro de 2022.

Para Simons (2021), na Alemanha o ensino de matemática busca trabalhar muito a base da matemática, as operações com números menores do que 10, enquanto no Brasil, espera-se que o aluno opere rapidamente com números grandes, maiores que 100. Esta diferença, segundo a autora, torna a matemática difícil de ser aprendida. Ela ressaltava também o fato de muitos professores ou sistemas educacionais, concluírem um conteúdo em específico, avaliar e seguir para o próximo, sem se preocupar com a aprendizagem real dos alunos.

Além do livro utilizado pelos alunos, Ursula também desenvolveu um livro para professores, “Blocos Lógicos”, com o objetivo de oferecer aos mesmos, material com atividades práticas. Isto ocorreu devido à grande demanda ao curso de formação, para o qual era convidada a ministrar, após o fato de

[...] uma escola, pediu muito cursos sobre blocos lógicos, e foi nesse momento que eu comecei a estudar os autores que escreveram sobre blocos lógicos, Dienes é um deles. Mas o que eu observei, é que esses autores sabem demais, então quando eles vão se comunicar com o “comum mortal”, eles escrevem de uma forma tão complexa que as pessoas acabam não lendo os livros porque eles são muito difíceis. Então, eu comecei a estudar os livros e passar para uma linguagem mais fácil, com a intenção de dar aula para os professores, porque estavam pedindo que eu desse, esses cursos, mas a cada curso eu descobria mais coisas sobre os blocos lógicos e começando a criar exercícios próprios, porque eu precisava de mais exercícios, mais fáceis, e mais para educação infantil, e que pudessem ser usados pelos professores. Assim, comecei a escrever, numa linguagem mais fácil, para que qualquer um pudesse ler. Isso para mim, aliás, é mais fácil, até porque eu não sou professora de matemática, então eu não tenho todo esse conhecimento da matemática avançada, eu entendo muito de criança. Eu sei como a criança aprende, mas não tenho conhecimento teórico matemático. Então eu nem tinha como complicar. E disso, saiu o livro dos Blocos Lógicos (SIMONS, 2021).

A proposta metodológica da obra “Lógica do Cálculo 2”, divulgada em palestra aos pais pela autora, teve entre estes grande aceitação, porém, sem interesse por parte das escolas renomadas que não privilegiam a qualidade, visto que preferem o padrão estabelecido de quantidade.

Não são todas escolas, assim, que procuram qualidade. Em vez de agradar aos pais. Apesar de que, quando a gente dá palestra para os pais, os pais entendem e ficam entusiasmados e querem isso. Têm várias escolas e em que eu tenho dado palestras para mostrar para os pais o que a gente está trabalhando e por que a gente, está trabalhando, eles aplaudem, e pedem, eles sabem da importância disso, mas se você pega esses colégios renomados, eles não têm interesse em fazer uma modificação. Porque, veja, em grande parte, isso é perigoso para eles, porque eles vão (...) fazer um trabalho desse que exige base e para eles conseguir trabalhar a base, você tem que trabalhar com números baixos. Digamos que a Escola X diga “a

gente vai investir nisso”, e a escola Y não vai junto, o que os pais fazem? Eles vão tirar seus filhos da escola X, vão colocar na Escola Y (SIMONS, 2021).

Ao falar sobre o uso da obra em escolas, publicação em editoras e novas publicações, Ursula comentou sobre as dificuldades de encontrar uma editora que aceite a proposta metodológica delas, haja vista que, para a maioria das escolas, quanto maiores os números trabalhados nas atividades, mais interessante se torna o material.

O fato, relatado pela autora, é apresentado por Choppin (2012), quando ele explica que

Enquanto objeto fabricado, difundido e "consumido", o manual está sujeito às limitações técnicas de sua época e participa de um sistema econômico cujas regras e usos, tanto no nível da produção como do consumo, influem necessariamente na sua concepção quanto na sua realização material (CHOPPIN, 2012, p. 14).

Questionada sobre a produção do livro, sobre sua publicação através de editora, Simons (2021) relatou a dificuldade em conseguir uma editora que se interessasse pelo material, e depois em posse do material, o processo para divulgar e adentrar nas escolas brasileiras. A autora, cita ainda, a utilização do material nos dias de hoje.

É nós e nós. Não é editora! Porque quando nós montamos, a Ana Maria, a Elizabete, eu, nós tínhamos o primeiro livro feito, que é o atual livro 2. A gente visitou várias editoras. E o que que as editoras diziam, “as escolas não vão aceitar, esses livros, esses números são muito baixos, vocês têm que deixar isso mais complexo”. Nós dizíamos, não pode, a criança primeiro tem que aprender a falar antes de escrever texto. Precisa fazer a base. E as editoras diziam, ‘pois é, mas não está de acordo com as escolas, do que as escolas brasileiras querem’” (SIMONS, 2021).

Ursula relatou que o dono de uma gráfica aceitou realizar as impressões, deram o nome de Editora Qualogic, um nome fantasia, mas era o único livro desta gráfica. Foram impressos 2000 livros, e entregue em escolas e nos cursos ofertados pela autora. Normalmente escolas menores, que não pertenciam a redes educacionais, aceitavam a proposta. Inclusive, muitas escolas ainda utilizam os materiais.

Inclusive, quem usa muito, são as escolas evangélicas do Rio Grande do Sul e Santa Catarina que são escolas, assim, com um pezinho na Europa, estas têm muito contato com países europeus, para quem, essa linguagem faz sentido. Então, essas escolas começaram a comprar e a trabalhar com os

livros. Nós temos uma escola muito grande também em Arapongas, que a dona é professora de matemática, conheceu o material quando a gente ainda estava desenvolvendo e desde então, ela usa, isso já há 20 anos e não abre mão porque ela vê o sucesso que faz e ela entende do assunto, mas são sempre escolas menores. Agora, por exemplo, nós estamos com cooperativas, então a cooperativa de Arapoti, a cooperativa de Entre Rios perto de Guarapuava, a cooperativa de Carambeí, cada uma tem uma escola atrelada à cooperativa (SIMONS, 2021).

Com relação ao livro didático, Choppin (2008), considera que o mesmo pode-se revelar como importante fonte de pesquisa, justamente ao romper com a análise apenas interna. Segundo o mesmo autor, o historiador deverá “enredá-lo numa teia de significados, de modo a que ele possa ser visto e analisado em toda a complexidade que apresenta qualquer objeto cultural” (p. 159), teia essa formada por elementos da concepção dos autores, perpassando pelo “processo de como foi produzido e sofreu a ação das casas editoriais, chegando às mãos de alunos e professores e sendo utilizado por eles” (p. 159). O livro didático de matemática, desta forma, será capaz de denotar práticas pedagógicas, presentes ainda hoje, em nosso cotidiano escolar.

2.2 APRESENTAÇÃO DA OBRA

A obra “Lógica do Cálculo 2”, foi publicada no ano 2000 e adquirida no ano 2002, pela Secretaria Municipal de Educação de Maripá-PR, um município do oeste paranaense, após participação de professores em curso de formação continuada⁴⁰ com uma das autoras, Ursula Marianne Simons. A qual dizia aos professores,

Se vocês trabalharem a lógica, vocês deixarão as crianças mais próximas umas das outras e aprendizagem vai correr maravilhosamente bem. Não precisa insistir na alfabetização. Alfabetização é uma brincadeira que corre junto. Se vocês trabalharem a lógica e derem material de letras para as crianças brincarem, elas vão se alfabetizar. Isso foi feito e na época houve uma melhora muito grande. E as professoras, inclusive, gravaram áudios, na época, agradecendo, dizendo, que conseguiram alfabetizar as crianças praticamente todas, sem terem insistido na alfabetização, mas trabalhando com a lógica do jeito que a gente havia trabalhado com as professoras, foi um entusiasmo muito grande na época, e eu sei que eles usaram por muitos anos (SIMONS, 2021).

⁴⁰ É válido destacar que a autora do referido livro didático oferta cursos de formação para professores. Além do livro em análise, ela também utiliza materiais didáticos, que não serão abordados, pois não constituem tema da pesquisa. Evidencia-se também o fato que há professores que utilizam o livro didático que fizeram o curso, da mesma forma que há professores que não fizeram o curso e o utilizam.

Ao perceberem o grande potencial do livro didático, os professores apresentaram propostas de implementação no município, que foi aprovada e a coleção passou a fazer parte do acervo de livros didáticos das escolas municipais, até o ano de 2007. A autora esteve também nos municípios vizinhos, conforme o relato

Na verdade, nós estivemos em Palotina um pouco antes disso, dando um curso em que foi o Doutor Sérgio Antoniuk, eu e várias pessoas para dar esse curso na prefeitura de Palotina-Pr. E a partir disso, pessoas que assistiram ao curso é que levaram para Maripá. E, em relação a Toledo-Pr., nós ministramos o curso da lógica durante vários anos. Trabalhamos, tanto em Toledo-Pr. como em Cascavel-Pr. E se não fosse tão longe, tão trabalhoso, os convites se mantêm (SIMONS, 2021).

A autora também relatou que o livro, nasceu da necessidade dos professores que participavam do curso, em possuírem um material que pudesse ser utilizado em sala pelos alunos.

Os professores insistiram tanto, que na época eu fiz um curso de especialização na Federal⁴¹, sobre metodologia de ensino nas séries iniciais do primeiro grau, foi um curso muito interessante que trouxe assim muito conhecimento não só do Brasil, mas de outros países também. E ali nesse curso tinha uma colega, também fazendo curso, que era formada em matemática e que já tinha dado aula desde as séries iniciais, naquela época já estava em fim de carreira dando aula de cálculo na engenharia. Era uma pessoa que tinha um conhecimento de matemática muito amplo, desde a educação infantil até o ensino superior. Então, eu comecei a conversar com ela, se ela não gostaria de entrar no projeto, expliquei que eu já tinha muito material de vários países, mas que os professores estavam pedindo muito se fizesse um material para ser usado em sala de aula. Bom, inicialmente, a ideia era de escrever só um livro para a primeira série, e depois os professores deveriam continuar pelo que já tinham aprendido. Assim, a gente desenvolveu o livro da primeira série, que atualmente é o livro 2 (SIMONS, 2021).

Questionada sobre a base teórica, para elaboração do material, Simons (2021) relatou que buscou conhecimentos sobre o ensino e aprendizagem da matemática, em países como Alemanha, Áustria, Dinamarca, Suécia, Noruega, Holanda, no período em que morou fora do país.

Então, vejam, eu analisei muitos livros. Uma das perguntas que está no roteiro de vocês é se nós criamos isso ou nos baseamos em alguma coisa? Não, nós não criamos. É algo que existe e que é realmente dá certo. Muitos países, trabalham assim, países que estão nos primeiros lugares do “ranking” internacional trabalham assim, e esses livros trazem esses tipos de raciocínios e eu fundamentei, isto é, teoricamente, através do raciocínio da criança, e a Ana Maria, é que trazia daí a fundamentação matemática para

⁴¹ Universidade Federal do Paraná.

isso. Então a coisa caminha junto. Mas como eu digo, nós fazemos a parceria nesse sentido, porque teoria matemática é com ela. Entender como a criança pensa é comigo (SIMONS, 2021).

Durante a entrevista, a autora explicou que em seus cursos trabalha com retas numéricas, as quais têm por objetivo desenvolver as funções do hemisfério direito, ou seja, as cores, os tamanhos, a organização, o lúdico. Os professores que ensinam matemática, do ponto de vista neuropsicológico⁴², trabalham extremamente as funções de hemisfério esquerdo, que são os números, a lógica, os registros, a teoria de como se desenvolve,

Eu entendo de neuropsicologia e eu sei que o maior problema no ensino da matemática é que os professores de matemática entendem muito das funções de hemisfério esquerdo, mas associam muito pouco com as funções de hemisfério direito (SIMONS, 2021).

E complementou dizendo,

[...] o material de Cuisenaire⁴³ é precursor das régua numéricas. Porque as régua numéricas elas seguem a lógica do material de Cuisenaire. Só que elas têm os quadradinhos e tem os números escritos. Então no material de Cuisenaire a criança muitas vezes não sabe quanto vale cada barrinha, ela vai ter que pegar um cubinho e medir para saber se aquilo é um 4, é um 6, um 8. Nas régua numéricas já estão os quadrinhos em cima e já estão os números. Então a criança não precisa fazer isso, ela pega a régua do 8, ela sabe que é a regra do 8, e se ela colocar a régua do 7 em baixo, ela vê que a diferença entre 7 e 8 é um. Então, a gente vê que é uma evolução em relação às barrinhas de Cuisenaire. Então, isso tudo já existiu (SIMONS, 2021).

A Figura 2, traz a Escala Cuisenaire e, a Figura 3, as régua numéricas utilizadas pela autora do livro em seus cursos de formação de professores. As imagens permitem observar as semelhanças entre os materiais.

⁴² “De acordo com vários autores, muitos aspectos do processamento da linguagem estão efectivamente lateralizados à esquerda, mas o processamento da linguagem não ocorre somente no hemisfério esquerdo (Thierry, Giraud & Price, 2003). Os estudos com cegos ou sujeitos que emigram depois da infância para uma nova comunidade linguística são bons exemplos da exceção. Segundo Hellige (2000) já se aprendeu tanto sobre as diferenças hemisféricas que chegou a altura de voltar a juntar o cérebro (Geake, 2008).” (RATO; CASTRO CALDAS, 2010, p. 630)

⁴³ A Escala Cuisenaire é um material criado pelo professor belga Émile Georges Cuisenaire Hottelot (1891-1980) depois de ter observado o desespero e as dificuldades de um aluno na aprendizagem dos conceitos básicos de matemática em uma de suas aulas. Feita originalmente de madeira, a Escala Cuisenaire é constituída por 241 barras (modelos de prismas quadrangulares), com alturas múltiplas das do cubo, representando os números do 1 ao 10, em 10 alturas proporcionais, sendo que cada tamanho corresponde a uma cor específica.

(<https://wp.ufpel.edu.br/obeducpacto/files/2019/12/Escala-Cuisenaire.pdf>).

FIGURA 2 – Escala Cuisenaire.

Fonte: <https://mmpmateriaispedagogicos.com.br/conhecendo-o-material-cuisenaire/>

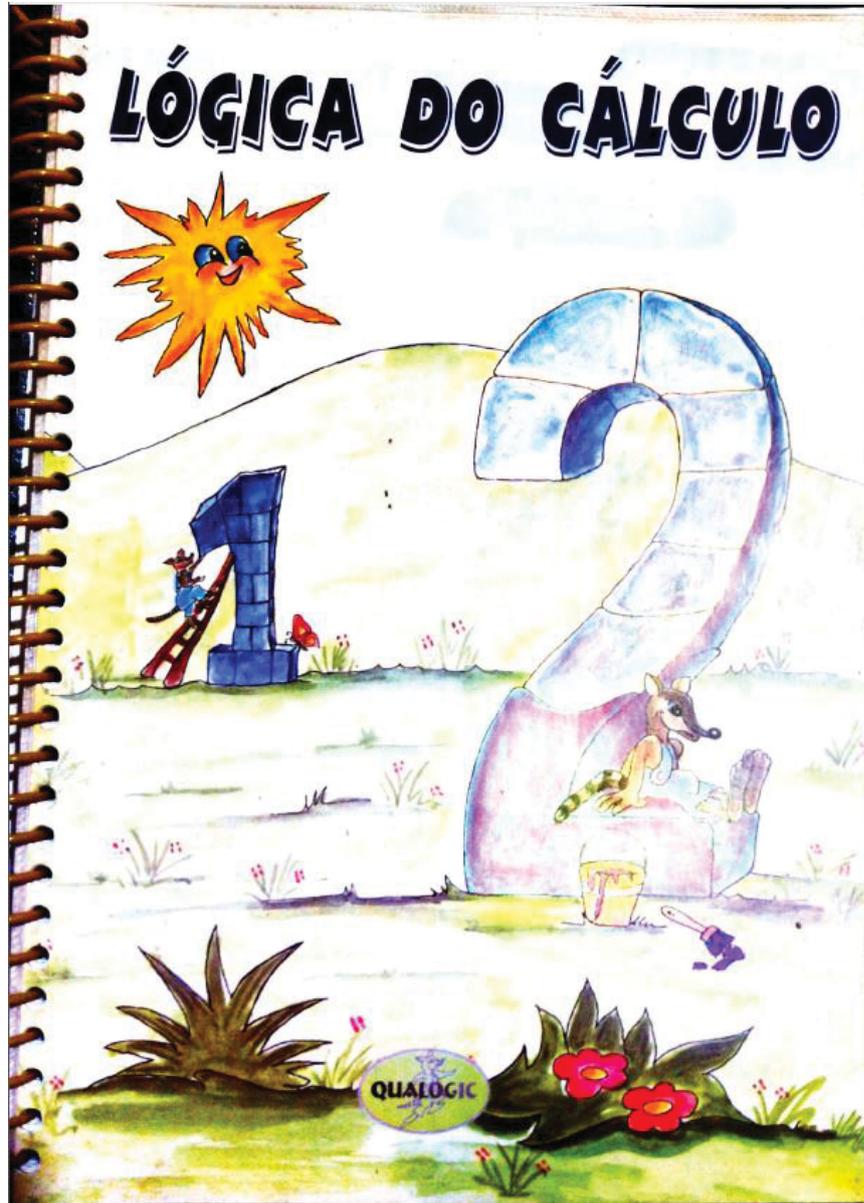
FIGURA 3 – Régua numérica.

Fonte: <https://www.ludicodistribuidora.com.br/reguas-numericas-em-mdf-61-pc-cx-mad>

A obra “Lógica do Cálculo 2”, é bem colorida e possui muitas ilustrações de animais, se tornando atrativa aos olhos infantis, fato que já pode ser observado na capa da mesma, conforme a Figura 4. Durante a entrevista, Simons (2021) comentou

sobre a parceria com a ilustradora Elizabeth Goldschimt⁴⁴, que contribuiu na produção da obra.

FIGURA 4 – Capa da obra “Lógica do Cálculo 2”.



Fonte: SIMONS, U.M.; OLIVEIRA, A. M. N.; GOLDSCHIMIDT, E. **Lógica do Cálculo 2**. Curitiba: Qualogic, 2000.

No sumário, (Figura 5) percebe-se que a obra retrata variados conceitos matemáticos, mas sem dividi-los de forma convencional, ou seja, em: números naturais e sistema de numeração, operações, espaço e forma, grandezas e medidas,

⁴⁴ Elizabeth Goldschimt é brasileira, ilustradora e foi responsável pelas ilustrações da obra. Residiu na Alemanha por um período e, neste tempo, suas filhas frequentaram escolas alemãs, de onde a autora conheceu materiais didáticos europeus e pode contribuir com este conhecimento na ilustração da obra Lógica do Cálculo 2.

tratamento da informação, estando, porém, todos presentes no decorrer das atividades.

FIGURA 5 – Sumário da obra.

SUMÁRIO	
Explorando forma e espaço	6
Seqüências	8
Revedo a construção do número	10
Problemas: bolinhas de gude	13
Comparando comprimentos e velocidades	15
Números pares e ímpares	16
Geometria: formas e tamanhos	17
Brincando com a geometria	19
Problemas: festa de aniversário	20
Descobrimdo suas medidas	21
Comparando alturas	22
Fazendo comparações	24
Medindo comprimentos	26
Desafio: medidas	27
Operando com números naturais	29
Geometria: formas e tamanhos	30
Estatística: tabela e gráfico	32
Decompondo números naturais	33
Problemas: no circo	35
Adição com reagrupamento	36
Comparando capacidades com líquidos	41
Problemas: na escola	43
Medindo perímetros	44
Conhecendo o nome dos números	48
Contando como os romanos	50
Números ordinais	53
Descobrimdo a multiplicação	56
Pontos de vista: comutatividade na multiplicação	62
2) Multiplicando e dividindo	64
Simetria	70
Descobrimdo a divisão	72
Problemas: na fazenda	85
Comparando: pesos, preços e dimensões	86
Faces dos poliedros	89
Estatística: interpretando gráficos	91
4) Multiplicando e dividindo	92
Quadruplo e quarta parte	96
Desafio: na garagem	98
Problemas: na festa junina	101
5) Multiplicando e dividindo	102
Quíntuplo e quinta parte	108
O tempo	109
10) Multiplicando e dividindo	112
Décima parte	115
Usando as régua numéricas para medir	116
3) Multiplicando e dividindo	119
Triplo e terça parte	122
Problemas: na floricultura	126
Fazendo combinações	128
Geometria: formas sólidas e formas planas	132
Operando com dinheiro	134
O zero na multiplicação	140
Subtração com desagrupamento	141
Problemas: na livreria	147
Problemas: papéis de carta	151
Geometria: perímetro	152
6) Multiplicando e dividindo	154
Trabalhando com dízias	158
Problemas: na mercearia	159
Sêxtuplo e sexta parte	160
Desafio: na cantina	163
Luz e sombra	164
Diferentes maneiras de subtrair	168
Problemas: no parque	171
Calculando com vantagem	172
Problemas: no cinema	175
7) Multiplicando e dividindo	176
Problemas: no carro	178
O calendário	182
Problemas: na feira	184
8) Multiplicando e dividindo	185
Óctuplo e oitava parte	187
Brincando com números e palavras	188
Problemas: na plantação	192
9) Multiplicando e dividindo	193
Problemas: no prédio	200
Problemas: no veterinário	203
Instrumentos de medida	204
Construindo o metro	205
Construindo o decímetro	207
Construindo o milímetro	208
Medindo massa	210
Problemas: peso	211
Geometria: empilhamento de cubos	212
Trabalhando com material dourado	213
Escrevendo números até 1000	214
Desafio: na granja	223

A obra analisada, “Lógica do cálculo 2”, é um livro destinado ao aluno. Não possui muitas informações sobre as formas de resolver as atividades e poucas instruções são usadas nas propostas das mesmas.

Eu não trabalho unicamente com livro. Aliás, eu acho que o livro é a menor parte. O livro é apenas o registro de algo que já foi trabalhado. Então é fundamental ter os jogos. Eu trabalho muito com jogos e depois que a criança compreendeu que ela consegue fazer, é que ela vai pro livro (SIMONS, 2021).

O livro possui um total de 224 páginas e nestas, os conhecimentos fundamentais para elaboração de estratégias de cálculo mental, sendo que as quatro operações perpassam o material de um modo que vão e vem. As operações não são de forma linear, mas se percebe um movimento contínuo, em que a adição é precedida da subtração, em seguida, retoma-se a adição, apresenta-se a multiplicação, ou seja, os conteúdos se comunicam, sendo que um é pré-requisito para o outro mais avançado.

Torna-se interessante destacar o fato que os conhecimentos das autoras foram construídos por meio das experiências vivenciadas nas suas viagens para os países da Europa, sendo adaptados para as realidades educacionais que se encontravam inseridas, indo muitas vezes contra a lógica de mercado das grandes editoras.

3 O CÁLCULO MENTAL NA OBRA LÓGICA DO CÁLCULO 2

Na obra “Lógica do Cálculo 2”, observa-se que as atividades propostas de adição e subtração estão presentes do início ao final, a uma rotatividade que permite ao aluno retomar várias vezes os conceitos aprendidos durante o ano letivo. Ao folhear as suas páginas, encontram-se atividades que envolvem os conhecimentos considerados essenciais, para a construção de estratégias de cálculo mental para adição e subtração (BERTICELLI e ZANCAN, 2023, no prelo), e orientados nos PCNs como fatos fundamentais para os alunos construírem um repertório básico, este necessário para o desenvolvimento de atividades de adição e subtração, seja no cálculo escrito, mas principalmente na busca por estratégias de cálculo mental (BRASIL, 2001).

[...]a grande parte dos alunos tem enorme dificuldade na matemática, isso daí os pais não entendem, do porquê dessa grande dificuldade, mas veja, uma criança que não construiu a base[...] se você não trabalhar o passo a passo, a criança chega no terceiro ano e não consegue aprender tabuada. Por quê? Porque para você aprender tabuada, aprender, eu não estou falando em decorar, porque decorar entra por aqui, se você não mexer com tabuada, sai por ali, porque em pouco tempo vai embora. Quando eu trabalho aprender a tabuada do 2, precisa saber que é simplesmente os gêmeos, $2 + 2$, $3 + 3$, $4 + 4$, $5 + 5$, $6 + 6$, mas precisa saber muito bem, 120%, porque 100 não basta a, tabuada do 2, eu consigo trabalhar os dobros, e, automaticamente, a criança sabe a tabuada do 4, e a da oito, sem que eu tenha trabalhado, porque ela sabe que se 2×4 é 8, então 4×4 é 16 e 8 vezes 4 é 32, e vai por dobros (SIMONS, 2021).

A seguir, são demonstradas algumas⁴⁵ atividades da obra “Lógica do Cálculo 2”, relacionando-as com os conhecimentos e as estratégias de cálculo mental da adição e subtração e os estudos de Jean Piaget, citados nos capítulos anteriores⁴⁶.

⁴⁵ A Obra “Lógica do Cálculo 2”, oferece atividades de sequências numéricas, adição, subtração, multiplicação e divisão, sistema monetário, geometria e conceitos de medidas de comprimento. Este estudo analisou apenas as que envolvem especificamente as operações, adição e subtração, mesmo tendo sido encontradas outras, na forma de situações problemas.

⁴⁶ A dissertação aqui apresentada, já teve parte de seus resultados publicado em artigos: Da teoria de Piaget à construção de estratégias de cálculo mental para adição na obra Lógica do Cálculo. (FRANA, BERTICELLI, NOVAES) e ESTRATÉGIAS DE CÁLCULO MENTAL: análise da obra Lógica do Cálculo. (FRANA, BERTICELLI, NOVAES).

3.1 ATIVIDADES DE FATOS BÁSICOS E OS CONCEITOS DE PIAGET

No Quadro 1, apresentam-se exemplos de fatos básicos, considerados por Berticelli e Zancan (2023, no prelo) como um conhecimento fundamental para o cálculo mental. São páginas onde se encontram as atividades que desenvolvem o conhecimento necessário para a construção de estratégias de cálculo mental e os conceitos piagetianos.

QUADRO 1 – Fatos básicos.

Exemplos de atividades	Páginas	Conceitos de Piaget
$3 + 5 = \underline{\quad}$ $13 + 5 = \underline{\quad}$ $6 + 1 = \underline{\quad}$ $1 + 6 = \underline{\quad}$	10 – Atividades 1 e 2;	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Assimilação; ➤ Acomodação; ➤ Equilibração; ➤ Identidade.
$18 + 1 = \underline{\quad}$ $\underline{\quad} + 1 = 18$ $16 - 3 = \underline{\quad}$ $\underline{\quad} + 3 = 16$	11 – Atividade 1;	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Assimilação; ➤ Acomodação; ➤ Equilibração; ➤ Reversibilidade.
$15 - 2 = \underline{\quad}$ $16 - 3 = \underline{\quad}$ $17 - 4 = \underline{\quad}$ $\underline{\quad} - 1 = 16$	12 – Atividade 1; 12 – Atividade 2.	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Assimilação; ➤ Acomodação; ➤ Equilibração; ➤ Compensação ➤ Reversibilidade
$23 + 5 = \underline{\quad}$ $93 - \underline{\quad} = 91$	29 – Atividades 1 e 2;	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Assimilação; ➤ Acomodação; ➤ Equilibração; ➤ Reversibilidade.
$25 - \underline{\quad} = 21$ $63 + \underline{\quad} = 68$ $\underline{\quad} + 8 = 5$	33 – Atividade 2;	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Assimilação; ➤ Acomodação; ➤ Equilibração; ➤ Reversibilidade.

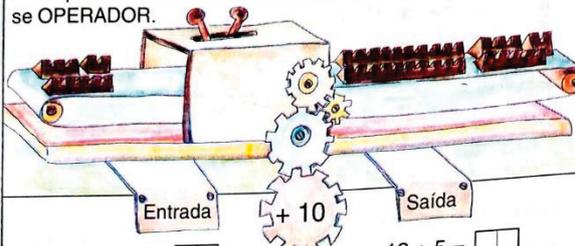
FONTE: Da Pesquisadora (2022), com base na obra “Lógica do Cálculo 2”.

Na Figura 6, têm-se atividades da página 10 do livro, onde se pode observar as que favorecem o conhecimento essencial para o desenvolvimento de estratégias de cálculo mental, denominado fatos básicos, assim considerados por Berticelli e Zancan (2023). Observa-se também o uso de padrões, ($3 + 5 = \underline{\quad}$; $13 + 5 = \underline{\quad}$) fato defendido pelos PCNs (BRASIL, 2001).

FIGURA 6 – Atividades da página 10 da obra.

REVENDO A CONSTRUÇÃO DO NÚMERO

A máquina transforma números. A ordem que ela segue chama-se OPERADOR.



Entrada $+ 10$ Saída

1

$3 + 5 = \square$	$13 + 5 = \square$
$4 + 1 = \square$	$14 + 1 = \square$
$5 + 2 = \square$	$15 + 2 = \square$
$1 + 7 = \square$	$11 + 7 = \square$
$2 + 6 = \square$	$12 + 6 = \square$
$7 + 2 = \square$	$17 + 2 = \square$
$3 + 4 = \square$	$13 + 4 = \square$

Resolva:

2

$6 + 3 = \square$	$5 + 3 = \square$	$2 + 2 = \square$
$16 + 3 = \square$	$\square + \square = \square$	$\square + \square = \square$
$7 + 2 = \square$	$4 + 5 = \square$	$1 + 6 = \square$
$\square + 2 = \square$	$\square + \square = \square$	$\square + \square = \square$
$5 + 1 = \square$	$6 + 1 = \square$	$3 + 5 = \square$
$\square + 1 = \square$	$\square + \square = \square$	$\square + \square = \square$
$4 + 2 = \square$	$7 + 0 = \square$	$8 + 1 = \square$
$\square + \square = \square$	$\square + \square = \square$	$\square + \square = \square$
$2 + 5 = \square$	$4 + 4 = \square$	$9 + 0 = \square$
$\square + \square = \square$	$\square + \square = \square$	$\square + \square = \square$

10

Fonte: SIMONS, U.M.; OLIVEIRA, A. M. N.; GOLDSCHIMIDT, E. **Lógica do Cálculo 2**. Curitiba: Qualogic, 2000.

Em relação aos estudos de Jean Piaget, a realização destas atividades, permite ao aluno assimilar o conhecimento novo ao que já possui de forma gradual, pois ao realizar $(4 + 1) = 5$, e na sequência $(14 + 1) = 15$, ele transforma o conhecimento que já possuía em novo, gerando no início um desequilíbrio, que, no decorrer das atividades, se altera em aprendizagem, ou seja, equilíbrio (PIAGET, 1970). Verifica-se, também, o argumento da identidade, presente em atividade como $(1 + 6)$ e $(6 + 1)$, entre outras. O exercício 2 apresenta também o argumento da compensação, quando propõe ao aluno observar que $(4 + 2 = \square)$ e $(5 + 1 = \square)$, sendo que o resultado é o mesmo.

Na Figura 7, ao olhar para a página 11 do livro, que oferece fatos básicos da subtração, já se pode observar o princípio da reversibilidade sendo oferecido, pois, ao

aluno resolver ($__ + 1 = 18$), ele poderá agir de duas formas: a primeira, buscando em sua memória fatos básicos, que ($17 + 1 = 18$); a segunda, operando inversamente, ($18 - 1 = 17$). Vale destacar que o modelo ($__ + 1 = 18$) é menos comum apresentado no dia a dia e que esta forma de operar prepara o aluno para a álgebra, quando aparecer a letra (geralmente o x) nas expressões ($x + 1 = 18$). Esta atividade, a princípio, pode provocar desequilíbrio cognitivo, mas que logo se transformará em equilíbrio, à medida que a criança aprende. Se esta já for acostumada, desde o primeiro contato com as operações, a trabalhar as diferentes formas de se apresentar a expressão, ao entrar com contato com os procedimentos algébricos ela terá facilidade em compreendê-los, pois já estará familiarizada com o modelo.

Uma característica interessante desta atividade, que se pode destacar, é a estrutura oferecida para o aluno resolver, as operações são realizadas sempre com o mesmo número ($13 + 3$), ($15 + 3$), ($12 + 3$), ($14 + 3$), ($11 + 3$), ($16 + 3$), perceba que temos os números 11, 12, 13, 14, 15, 16, favorecendo ao aluno a utilização de sequências numéricas. Observa-se que estas operações estão no campo dos “fatos básicos”, uma vez que o resultado não ultrapassa para a dezena seguinte.

FIGURA 7 – Atividades da página 11 da obra.

Os conteúdos dos telhados são os operadores:

OK

+3	+5	+4	+2	+1
13	14	15	18	18
15	10	12	13	13
12	13	16	10	14
14	12	11	15	16
11	11	14	12	20
16	15	13	17	18

1

-2	-4	-1	-5	-3
18	16	13	13	18
14	19	15	12	16
12	15	14	10	12
15	14	17	11	16
17	17	20	14	17
19	18	16	15	14

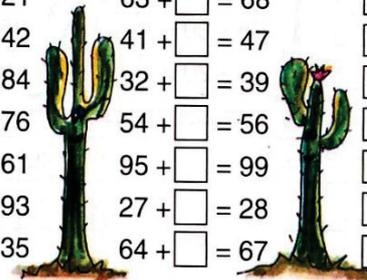
11

Na página 33 do livro, especificamente na atividade 2 (Figura 8), tem-se o cálculo com as unidades apenas, sendo considerado desta forma como fatos básicos. O destaque nesta atividade é a utilização de números maiores que os propostos nas atividades anteriores.

FIGURA 8 – Atividade da página 33 da obra.

Calcule:

25 - <input type="text"/> = 21	63 + <input type="text"/> = 68	<input type="text"/> + 8 = 59
48 - <input type="text"/> = 42	41 + <input type="text"/> = 47	<input type="text"/> + 3 = 66
86 - <input type="text"/> = 84	32 + <input type="text"/> = 39	<input type="text"/> + 5 = 27
79 - <input type="text"/> = 76	54 + <input type="text"/> = 56	<input type="text"/> + 4 = 48
64 - <input type="text"/> = 61	95 + <input type="text"/> = 99	<input type="text"/> + 6 = 99
97 - <input type="text"/> = 93	27 + <input type="text"/> = 28	<input type="text"/> + 2 = 84
38 - <input type="text"/> = 35	64 + <input type="text"/> = 67	<input type="text"/> + 7 = 78



Fonte: SIMONS, U.M.; OLIVEIRA, A. M. N.; GOLDSCHIMIDT, E. **Lógica do Cálculo 2**. Curitiba: Qualogic, 2000.

3.2 ATIVIDADES DE REDE DE RELAÇÕES DO 10 E OS CONCEITOS DE PIAGET

Na sequência, o Quadro 2, traz a rede de relações do 10 e seus múltiplos, considerando a categoria de conhecimentos fundamentais para o cálculo mental (BERTICELLI e ZANCAN, 2023, no prelo), permitindo ao aluno desenvolver atividades que envolvam apenas as operações com as dezenas.

QUADRO 2 – Rede de relações do 10.

Exemplos de atividades	Páginas	Conceitos de Piaget
$20 + 30 = \underline{\quad}$ $30 + 20 = \underline{\quad}$ $\underline{\quad} + 20 = 50$ $20 + \underline{\quad} = 60$ $20 = \underline{\quad} - 40$	18 – Atividades 1 e 2.	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Assimilação; ➤ Acomodação; ➤ Equilibração; ➤ Identidade; ➤ Reversibilidade.
<i>Adicione sempre 10:</i> 33, 43, 53, <u> </u> , <u> </u> , <u> </u>	28 – Atividade 1.	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Assimilação; ➤ Acomodação; ➤ Equilibração;
$23 + 30 = \underline{\quad}$ $47 + 50 = \underline{\quad}$ $67 + 30 = \underline{\quad}$	29 – Atividade 3.	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Assimilação; ➤ Acomodação; ➤ Equilibração; ➤ Compensação
$30 + 27 = \underline{\quad}$ $27 + 30 = \underline{\quad}$ $50 + 23 = \underline{\quad}$	34 – Atividades 1, 2 e 3.	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Assimilação; ➤ Acomodação; ➤ Equilibração;

$63 + 10 = \underline{\quad}$		<ul style="list-style-type: none"> ➤ Identidade; ➤ Compensação.
$40 + \underline{\quad} = 47$ $\underline{\quad} + 7 = 87$ $90 + \underline{\quad} = 93$	84 – Atividades 2, 3 e 4.	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Assimilação; ➤ Acomodação; ➤ Equilibração; ➤ Reversibilidade.
$20 + 40 - 10 = \underline{\quad}$ $30 + \underline{\quad} - 10 = 40$ $50 + 20 - \underline{\quad} = 62$ $\underline{\quad} + 20 + 8 = 58$	99 – Atividade 2	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Assimilação; ➤ Acomodação; ➤ Equilibração; ➤ Reversibilidade.

FONTE: Da Pesquisadora (2022), com base na obra “Lógica do Cálculo 2”.

Observando a Figura 9, na página 18 do livro, que oferece ao aluno a possibilidade de assimilar o novo conhecimento, passando pela acomodação até chegar a um equilíbrio cognitivo, a aprendizagem. O argumento operatório da identidade está presente em atividades como $(20 + 30 = \underline{\quad})$, na sequência $(30 + 20 = \underline{\quad})$, onde o aluno pode perceber que $(20 + 30) = (30 + 20)$. A reversibilidade é proposta em atividades como $(\underline{\quad} + 20 = 50)$ e ainda $(\underline{\quad} - 20 = 30)$, no texto de início da página, no segundo parágrafo, lê-se a referência a este princípio ‘Às vezes a máquina já funcionou e você terá que escrever o que havia antes’.

FIGURA 9 – Atividades da página 18 da obra.

1

20	50	10
50	70	30
30	20	70
10	30	40
40	60	90

2

40	30	80
60	50	70
80	80	30
30	60	40
20	10	30

20 + = 60 50 = + 20
50 - = 30 80 = - 10
80 - = 40 70 = + 30
70 + = 90 20 = - 40

18

Fonte: SIMONS, U.M.; OLIVEIRA, A. M. N.; GOLDSCHIMIDT, E. **Lógica do Cálculo 2**. Curitiba: Qualogic, 2000.

A página 34 do livro (Figura 10), traz os fundamentos piagetianos da assimilação, acomodação e equilíbrio e os argumentos operatórios da identidade e da compensação. A identidade pode ser reconhecida quando o aluno desenvolve $(30 + 27)$ e na sequência $(27 + 30)$; e, a compensação, ao realizar $(48 + 20)$ e depois $(38 + 30)$, observando que $(48 + 20) = (38 + 30)$, da mesma forma ao realizar $(93 - 60)$ e $(63 - 30)$, onde $(93 - 60) = (63 - 30)$. Na atividade 3, percebe-se a presença de padrões, $(20 + 14)$, $(40 + 14)$, $(50 + 14)$, $(30 + 14)$, $(10 + 14)$, mesmo sendo fora de ordem, 10, 20, 30, 40, 50, é possível o aluno construir os resultados utilizando-se dos conceitos de sequência.

FIGURA 10 – Atividades da página 34 da obra.

Complete:

1

$30 + 27 =$	$48 + 20 =$	$45 + 40 =$
$40 + 38 =$	$27 + 30 =$	$61 + 20 =$
$20 + 45 =$	$51 + 40 =$	$38 + 30 =$
$50 + 23 =$	$63 + 10 =$	$26 + 50 =$
$70 + 16 =$	$38 + 50 =$	$58 + 20 =$
$60 + 31 =$	$76 + 20 =$	$42 + 50 =$

2

$87 - 40 =$	$93 - 60 =$	$63 - 30 =$
$68 - 20 =$	$67 - 40 =$	$81 - 40 =$
$36 - 10 =$	$45 - 20 =$	$54 - 20 =$
$75 - 30 =$	$72 - 50 =$	$76 - 50 =$
$53 - 40 =$	$86 - 30 =$	$97 - 60 =$
$71 - 20 =$	$59 - 20 =$	$48 - 20 =$

3

+	14	22	45	31	23
20					
40					
50					
30					
10					

-	20	40	30	10	50
58					
97					
85					
63					
71					

+	30	50	40	20	10
18					
43					
24					
35					
44					

A reversibilidade pode ser utilizada nas atividades presentes na Figura 11, mas é interessante observar a ordem de resolução, que pode ser realizada sem utilizar a operação inversa. Na atividade ($40 + \square = 47$), o pensamento pode ser “40 mais quanto que resulta 47”, e não ($47 - 40$), justamente para construir um novo conhecimento, o qual se entende como “completar” para chegar no resultado. Na operação ($\square + 7 = 57$), é a mesma ideia, em que o aluno pensa “quanto mais 7 resulta 57”. Na sequência há uma subtração, ($\square - 3 = 30$), em que o pensamento pode ser “quanto menos 3 resulta 30?”

FIGURA 11 – Atividades da página 84 da obra.

2

$40 + \square = 47$	$60 + \square = 66$	$90 + \square = 93$
$70 + \square = 71$	$10 + \square = 14$	$50 + \square = 57$
$30 + \square = 36$	$80 + \square = 83$	$40 + \square = 44$
$50 + \square = 55$	$20 + \square = 22$	$70 + \square = 75$

3

$\square + 7 = 57$	$\square + 5 = 65$	$\square + 1 = 51$
$\square + 2 = 32$	$\square + 7 = 87$	$\square + 9 = 39$
$\square + 6 = 76$	$\square + 3 = 23$	$\square + 6 = 76$
$\square + 4 = 44$	$\square + 8 = 98$	$\square + 2 = 82$

4

$\square - 3 = 30$	$\square - 8 = 90$	$\square - 9 = 80$
$\square - 7 = 60$	$\square - 6 = 70$	$\square - 3 = 60$
$\square - 2 = 80$	$\square - 4 = 20$	$\square - 5 = 30$
$\square - 1 = 40$	$\square - 5 = 50$	$\square - 2 = 70$

Fonte: SIMONS, U.M.; OLIVEIRA, A. M. N.; GOLDSCHIMIDT, E. *Lógica do Cálculo 2*. Curitiba: Qualogic, 2000.

O “completar” é um conhecimento recomendado pelos PCNs e novamente se percebe nas atividades um preparo para o pensamento algébrico, além de que é um conhecimento importante para a resolução de subtrações pelo método austríaco.

3.3 ATIVIDADES DE PONTE PELO 10 E OS CONCEITOS DE PIAGET

A Ponte pelo 10, é uma das estratégias apresentadas por Berticelli e Zancan (2021), onde o objetivo é que o aluno realize os cálculos buscando sempre a dezena

mais próxima. Para esta estratégia é fundamental que ele domine os fatos básicos, a decomposição e a rede de relações do 10. Por exemplo, ao realizar $(4 + 9)$, o aluno deverá lembrar que $(4 + 6)$ será 10, para isso ele rememora as decomposições do 9, $9 = (1 + 8) = (2 + 7) = (3 + 6) = (4 + 5)$ e as comutativas, de modo que, neste caso vai escolher o $(6 + 3)$, pois necessita de 6 unidades para completar a dezena. Assim, o pensamento da criança será $(4 + 9) = 4 + (6 + 3) = (4 + 6) + 3 = (10 + 3) = 13$. O mesmo poderá ser realizado com números maiores, buscando a próxima dezena.

O conhecimento essencial denominado por Berticelli e Zancan (2023, no prelo) de decomposição, será de fundamental importância na construção da estratégia da Ponte pelo 10.

QUADRO 3 – Ponte pelo 10.

Exemplos de atividades	Páginas	Conceitos de Piaget
$9 + 4 = \underline{\quad}$ $9 + \underline{\quad} + \underline{\quad} = \underline{\quad}$ $\underline{\quad} + \underline{\quad} = \underline{\quad}$	37 – Atividades 1, 2 e 3	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Assimilação; ➤ Acomodação; ➤ Equilíbrio; ➤ Identidade; ➤ Compensação.
$7 + 5 = \underline{\quad}$ $7 + 3 + 2 = \underline{\quad}$ $\underline{\quad} + 2 = \underline{\quad}$ $17 + 5 = \underline{\quad}$ $17 + 3 + 2 = \underline{\quad}$ $\underline{\quad} + 2 = \underline{\quad}$	38 – Atividade 1	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Assimilação; ➤ Acomodação; ➤ Equilíbrio; ➤ Identidade.
$48 + 8 = \underline{\quad}$ $48 + \underline{\quad} + \underline{\quad} = \underline{\quad}$ $49 + 7 = \underline{\quad}$ $49 + \underline{\quad} + \underline{\quad} = \underline{\quad}$	39 – Atividades 1 e 2.	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Assimilação; ➤ Acomodação; ➤ Equilíbrio; ➤ Identidade; ➤ Compensação.
$8 + 7 = \underline{\quad}$ $6 + 9 = \underline{\quad}$ $25 + 7 = \underline{\quad}$ $27 + 5 = \underline{\quad}$	40 – Atividades 1, 2 e 3.	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Assimilação; ➤ Acomodação; ➤ Equilíbrio; ➤ Identidade; ➤ Compensação.
$43 + 8 = 43 + 7 + 1 = 51$ $27 + 5 = \underline{\quad}$	42 – Atividades 2 e 3	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Assimilação; ➤ Acomodação; ➤ Equilíbrio; ➤ Identidade.
$38 + \underline{\quad} = 45$ $36 + \underline{\quad} = 45$ $37 + \underline{\quad} = 45$ $39 + \underline{\quad} = 45$	47 – Atividade 1.	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Assimilação; ➤ Acomodação; ➤ Equilíbrio; ➤ Identidade; ➤ Compensação.
$14 - 6 = \underline{\quad}$ $14 - 4 - 2 = \underline{\quad}$	141 – Atividades 1 e 2.	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Assimilação; ➤ Acomodação; ➤ Equilíbrio;

$10 - 2 = \underline{\quad}$		<ul style="list-style-type: none"> ➤ Identidade; ➤ Compensação.
$17 - 8 = \underline{\quad}$ $17 - 7 = 10 - 1 = \underline{\quad}$	142 – Atividades 2 e 3. 143 – Atividades 1, 2 e 3.	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Assimilação; ➤ Acomodação; ➤ Equilibração; ➤ Identidade; ➤ Compensação.
$13 - 5 = \underline{\quad}$ $8 + 5 = \underline{\quad}$ $13 - \underline{\quad} = 5$	144 – Atividades 1, 2 e 3.	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Assimilação; ➤ Acomodação; ➤ Equilibração; ➤ Identidade; ➤ Compensação; ➤ Reversibilidade.
$13 - 5 = \underline{\quad}$ $23 - 5 = \underline{\quad}$ $33 - 5 = \underline{\quad}$ $43 - 5 = \underline{\quad}$	145 – Atividades 1, 2 e 3.	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Assimilação; ➤ Acomodação; ➤ Equilibração; ➤ Identidade; ➤ Compensação.
$54 + 7 = \underline{\quad}$ $55 + 6 = \underline{\quad}$ $38 + 5 = \underline{\quad}$ $36 + 7 = \underline{\quad}$	146 – Atividades 2 e 3.	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Assimilação; ➤ Acomodação; ➤ Equilibração; ➤ Identidade; ➤ Compensação.
$67 + 5 = \underline{\quad}$ $67 + 8 = \underline{\quad}$ $67 + 7 = \underline{\quad}$ $52 - 4 = \underline{\quad}$ $52 - 7 = \underline{\quad}$ $52 - 5 = \underline{\quad}$	148 – Atividade 1.	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Assimilação; ➤ Acomodação; ➤ Equilibração; ➤ Identidade; ➤ Compensação.

FONTE: Da Pesquisadora (2022), com base na obra “Lógica do Cálculo 2”.

A página 37, do livro “Lógica do Cálculo 2”, apresentada na Figura 12, oferece ao aluno a possibilidade de aplicar a estratégia Ponte pelo 10. Verifica-se novamente a presença dos conceitos piagetianos de assimilação, acomodação e equilíbrio, e os argumentos operatórios da identidade e da compensação. A identidade é observada quando o aluno realiza, por exemplo, $(5 + 8)$, para alcançar o 10 ele precisa perceber que o 8 pode ser decomposto em $(3 + 5)$ ou $(5 + 3)$, para assim realizar o cálculo mental $(5 + 5 + 3) = (10 + 3) = 13$. A compensação é observada na atividade 2, pois é oferecido ao aluno os cálculos $(5 + 8)$ e $(4 + 9)$, onde os dois resultam em 13; e em $(7 + 5)$ e $(6 + 6)$, em que ambos os cálculos resultam em 12.

FIGURA 12 – Atividades da página 37 da obra.

1

$$9 + 4 = \square \quad 7 + 8 = \square \quad 6 + 5 = \square$$

$$9 + \square + \square = \square \quad 7 + \square + \square = \square \quad 6 + \square + \square = \square$$

$$\square + \square = \square \quad \square + \square = \square \quad \square + \square = \square$$

2

$$5 + 8 = \square \quad 4 + 9 = \square \quad 8 + 6 = \square$$

$$5 + 5 + 3 = \square \quad 4 + \square + \square = \square \quad 8 + \square + \square = \square$$

$$7 + 5 = \square \quad 6 + 6 = \square \quad 9 + 7 = \square$$

$$7 + \square + \square = \square \quad 6 + \square + \square = \square \quad 9 + \square + \square = \square$$

3

10

$$9 + 3 = 9 + 1 + 2 = 12$$

$$6 + 7 = 6 + 4 + 3 = \square$$

$$5 + 8 = 5 + \square + \square = \square$$

$$6 + 9 = 6 + \square + \square = \square$$

$$7 + 4 = \square + \square + \square = \square$$

$$8 + 5 = \square + \square + \square = \square$$

Fonte: SIMONS, U.M.; OLIVEIRA, A. M. N.; GOLDSCHIMIDT, E. **Lógica do Cálculo 2**. Curitiba: Qualogic, 2000.

A subtração também utiliza a estratégia da Ponte pelo 10, na Figura 13 têm-se atividades que favorecem o desenvolvimento desta estratégia. Os conceitos piagetianos estão sempre presentes, a identidade utilizada quando o aluno compreende que $6 = (2 + 4) = (4 + 2)$, ou na subtração $(14 - 6) = (14 - 4 - 2)$. A compensação pode ser percebida ao realizar, por exemplo, $(15 - 8)$ e $(16 - 9)$. Na imagem também se visualiza a utilização das réguas numéricas, auxiliando na solução das atividades.

FIGURA 13 – Atividades da página 141 da obra.

SUBTRAÇÃO COM DESAGRUPAMENTO

14 - 6 =



14 - 6 =

14 - 4 - 2 =

10 - 2 =

17 - 8 =



17 - 7 - 1 =

10 - 1 =

15 - 8 = 14 - 8 = 12 - 4 =

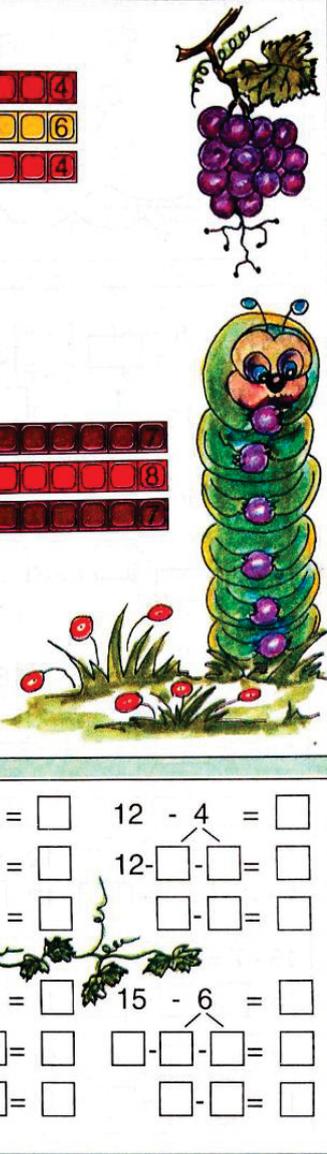
15 - 5 - 3 = 14 - 4 - 4 = 12 - - =

10 - 3 = 10 - 4 = - =

16 - 9 = 13 - 5 = 15 - 6 =

- - = - - = - - =

- = - = - =



Fonte: SIMONS, U.M.; OLIVEIRA, A. M. N.; GOLDSCHIMIDT, E. **Lógica do Cálculo 2**.
Curitiba: Qualogic, 2000.

As atividades da página 144 (Figura 14) permitem a utilização da ponte pelo 10, oferecendo a oportunidade da utilização dos argumentos operatórios de Piaget. Observe: $(13 - 5) = (13 - 3 - 2) = (10 - 2) = 8$, neste momento o aluno busca em sua memória a informação que $5 = (3 + 2) = (2 + 3)$, tem-se, assim, a identidade; ao resolver $(8 + 5) = 13$ e $(9 + 4) = 13$, ocorre a compensação; e, ao realizar $(13 - 5) = 8$ e depois $(8 + 5) = 13$, ou ainda $(13 - \underline{\quad}) = 5$, o aluno adquire o conceito de reversibilidade.

FIGURA 14 – Atividades da página 144 da obra.

1

-5	-7	-9	-8
13	12	18	13
11	15	14	16
14	14	17	15
12	16	12	11
15	13	15	14
17	11	14	12

2

+5	-8	+7	-6
8	15	4	14
6	12	8	11
9	17	7	13
7	12	9	12
5	11	6	15

3

$9 + \square = 13$	$16 - \square = 9$	$15 - \square = 7$
$6 + \square = 11$	$15 - \square = 8$	$3 + \square = 11$
$7 + \square = 15$	$12 - \square = 5$	$6 + \square = 15$
$8 + \square = 16$	$14 - \square = 7$	$16 - \square = 8$
$5 + \square = 14$	$13 - \square = 6$	$13 - \square = 5$
$4 + \square = 12$	$11 - \square = 4$	$7 + \square = 15$
$2 + \square = 11$	$17 - \square = 8$	$8 + \square = 17$



Fonte: SIMONS, U.M.; OLIVEIRA, A. M. N.; GOLDSCHIMIDT, E. Lógica do Cálculo 2. Curitiba: Qualogic, 2000.

3.4 ATIVIDADES DE DECOMPOSIÇÃO E OS CONCEITOS DE PIAGET

A decomposição é considerada um conhecimento essencial (BERTICELLI e ZANCAN, 2023, no prelo) no desenvolvimento das atividades de adição e subtração, sendo também considerada como uma estratégia (BERTICELLI e ZANCAN, 2023, no prelo). No Quadro 4, estão atividades que utilizam a decomposição como estratégia na resolução de operações da adição e da subtração, presentes no livro “Lógica do Cálculo 2”.

QUADRO 4 – Decomposição.

Exemplos de atividades	Páginas	Conceitos de Piaget
$35 + 48 = _ _ _$ ($48 = 40 + 8$) $35 + 40 = 75$ ($8 = 5 + 3$) $75 + 8 = 83$ ($75 + 5 + 3$) $57 + 14 = _ _ _$ ($50 + 7 + 10 + 4$) $50 + 10 = 60$ $60 + 7 + 4 = 71$	149 – Atividades 1, 2 e 3	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Assimilação; ➤ Acomodação; ➤ Equilibração; ➤ Identidade;
$25 + 47 =$ $20 + 40 + 5 + 5 + 2 =$ $33 + 48 =$ $30 + _ + _ + _ + _ = _$	150 – Atividades 1 e 2.	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Assimilação; ➤ Acomodação; ➤ Equilibração;
$36 + 14 =$ $30 + 10 + 6 + 4 = 50$ $36 + _ = 50$ $50 - 36 = 14$	166 – Atividades 1, 2 e 3.	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Assimilação; ➤ Acomodação; ➤ Equilibração; ➤ Identidade; ➤ Reversibilidade.
$60 - 32 = _ _ _$ $_ _ + 28 = 60$ $43 + 57 = _ _ _$ $53 + 47 = _ _ _$ $56 - 36 = _ _ _$ $91 - 21 = _ _ _$	167 – Atividades 1, 2 e 3.	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Assimilação; ➤ Acomodação; ➤ Equilibração; ➤ Identidade; ➤ Compensação. ➤ Reversibilidade.
$85 - 27 = _ _ _$ ($27 = 20 + 7$) $85 - 20 = 65$ ($7 = 5 + 2$) $65 - 7 = 58$ $66 - 48 = _ _ _$ ($48 = 8 + 40$) $66 - 8 = 58$ ($8 = 6 + 2$) $58 - 40 = 18$	168 – Atividades	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Assimilação; ➤ Acomodação; ➤ Equilibração; ➤ Identidade;

FONTE: Da Pesquisadora (2022), com base na obra “Lógica do Cálculo 2”.

As atividades que oportunizam a estratégia de decomposição podem ser utilizadas na adição e na subtração, como se observa na Figura 15. A Ponte pelo 10, está estreitamente relacionada com a decomposição, quando o aluno desenvolve ($36 + 14$), busca em sua memória que $36 = (30 + 6)$ e $14 = (10 + 4)$, e nos seus conhecimentos de fatos básicos que $(6 + 4) = 10$, assim seu raciocínio será $(36 + 14) = (30 + 10 + 6 + 4) = 50$. Ao propor ao aluno $(36 + _ = 50)$ e depois $(50 - 36 = _)$, a reversibilidade se apresenta.

FIGURA 15 – Atividades da página 166 da obra.

Complete:

$36 + 4 = 40$		
$40 + 10 = 50$		
$36 + 14 = 50$		

1

$36 + \square = 50$	$45 + \square = 80$	$36 + \square = 100$
$12 + \square = 50$	$38 + \square = 80$	$59 + \square = 100$
$27 + \square = 50$	$54 + \square = 80$	$63 + \square = 100$
$34 + \square = 50$	$62 + \square = 80$	$78 + \square = 100$
$18 + \square = 50$	$27 + \square = 80$	$81 + \square = 100$
$29 + \square = 50$	$43 + \square = 80$	$47 + \square = 100$

Complete:

25	45				
32					
56			70		
43					
37					
28					

48					
63					
37			90		
29					
55					
74					

23					
45					
38					60
17					
32					
46					

Subtraia passo a passo:

$60 - 27 =$
$60 - 20 = 40$
$40 - 7 = 33$
$60 - 27 = 33$

3

$50 - 24 = \square$	$70 - 35 = \square$	$90 - 44 = \square$
$50 - 36 = \square$	$70 - 26 = \square$	$90 - 36 = \square$
$50 - 27 = \square$	$70 - 43 = \square$	$90 - 63 = \square$
$50 - 16 = \square$	$70 - 52 = \square$	$90 - 75 = \square$
$50 - 25 = \square$	$70 - 47 = \square$	$90 - 27 = \square$

Fonte: SIMONS, U.M.; OLIVEIRA, A. M. N.; GOLDSCHIMIDT, E. **Lógica do Cálculo 2**. Curitiba: Qualogic, 2000.

Em algumas atividades são propostas formas de resolução das atividades, são oferecidas sugestões ao aluno, mostrando as possibilidades de aplicar os conhecimentos já aprendidos em atividades passadas. A página 168 (Figura 16), traz duas maneiras diferentes de decompor para resolver a subtração. Na atividade 1, decompõe-se o número em dezenas e unidades e subtrai primeiro as dezenas e depois as unidades. Na atividade 2, decompõe-se o número em unidades e dezenas, subtrai primeiro as unidades e depois as dezenas. Isso mostra diferentes estratégias de resolução, em que cada um irá resolver conforme suas memórias e conhecimentos construídos.

FIGURA 16– Atividades da página 168 da obra.

DIFERENTES MANEIRAS DE SUBTRAIR



Vejam como André e Vivian retiram as partes para ver o quanto sobra.

1

Calcule com ele:

$85 - 27 =$	$74 - 56 =$	$62 - 15 =$
$85 - 20 = 65$	$74 - 50 = \square$	$62 - 10 = \square$
$65 - 7 = 58$	$\square - \square = \square$	$\square - \square = \square$
$54 - 39 =$	$43 - 26 =$	$86 - 48 =$
$\square - \square = \square$	$\square - \square = \square$	$\square - \square = \square$
$\square - \square = \square$	$\square - \square = \square$	$\square - \square = \square$

2

Calcule com ela:

$66 - 48 =$	$92 - 27 =$	$74 - 45 =$
$66 - 8 = 58$	$92 - 7 = \square$	$74 - 5 = \square$
$58 - 40 = 18$	$\square - \square = \square$	$\square - \square = \square$
$75 - 36 =$	$84 - 59 =$	$63 - 26 =$
$\square - \square = \square$	$\square - \square = \square$	$\square - \square = \square$
$\square - \square = \square$	$\square - \square = \square$	$\square - \square = \square$

168

Fonte: SIMONS, U.M.; OLIVEIRA, A. M. N.; GOLDSCHIMIDT, E. **Lógica do Cálculo 2**. Curitiba: Qualogic, 2000.

3.5 ATIVIDADES DE ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO COMO OPERAÇÕES INVERSAS E OS CONCEITOS DE PIAGET

A estratégia de considerar a adição e a subtração como operações inversas, permite a compreensão do argumento da reversibilidade (PIAGET; SZEMINSKA, 1975), em que o aluno pode distinguir a subtração como o inverso da adição. Na atividade 2, da página 148 da apostila (Figura 17), a autora sugere que se faça a operação inversa, indicando que: $(56 + 5) = 61$ então $(61 - 5) = 56$.

FIGURA 17 – Atividades da página 148 da obra.

Calcule e faça a operação inversa:

$56 + 5 = 61$	$79 + 6 = \square\square$	$69 + 5 = \square\square$
$61 - 5 = 56$	$\square - \square = \square\square$	$\square - \square = \square\square$
$38 + 7 = \square\square$	$24 + 8 = \square\square$	$48 + 6 = \square\square$
$\square - 7 = \square\square$	$\square - \square = \square\square$	$\square - \square = \square\square$
$47 + 8 = \square\square$	$83 + 9 = \square\square$	$34 + 7 = \square\square$
$\square - \square = \square\square$	$\square - \square = \square\square$	$\square - \square = \square\square$
$65 + 9 = \square\square$	$36 + 7 = \square\square$	$75 + 8 = \square\square$
$\square - \square = \square\square$	$\square - \square = \square\square$	$\square - \square = \square\square$

Fonte: SIMONS, U.M.; OLIVEIRA, A. M. N.; GOLDSCHIMIDT, E. **Lógica do Cálculo 2**. Curitiba: Qualogic, 2000.

O conceito de adição e subtração como operações inversas permite ao aluno utilizar mais vezes a adição no lugar da subtração, o que encanta muitos estudantes (HUMPHEREYS; PARKER, 2019). Por exemplo, em $(62 - 38)$, o aluno parte do 38, adiciona 2, chegando a 40, depois adiciona 20, chegando 60 e, por fim, soma 2 atingindo 62, desta forma o aluno observa que $(62 - 38) = (2 + 20 + 2) = 24$. Este método também é conhecido como Método Austríaco (BERTICELLI; NOVAES, 2021). A Figura 18 traz a página 169, da obra em análise, que apresenta esta estratégia, utilizando-se de reta numérica para a construção do conhecimento. No enunciado da atividade a autora sugere completar para ver quanto falta.

FIGURA 18 – Atividades da página 169 da obra.

Veja como Rodrigo completa para ver o quanto falta.
Calcule com ele:

$62 - 38 =$

$74 - 56 =$

$81 - 27 =$

$53 - 15 =$

$72 - 36 = 36$	$51 - 18 =$	$63 - 26 =$
$36 \rightarrow 40 = 4$	$18 \rightarrow =$	$26 \rightarrow =$
$40 \rightarrow 70 = 30$	$\rightarrow =$	$\rightarrow =$
$70 \rightarrow 72 = 2$	$\rightarrow =$	$\rightarrow =$
$72 - 36 = 36$	$51 - 18 =$	$63 - 26 =$
$41 - 24 =$	$85 - 48 =$	$92 - 67 =$
$24 \rightarrow =$	$48 \rightarrow =$	$67 \rightarrow =$
$\rightarrow =$	$\rightarrow =$	$\rightarrow =$
$\rightarrow =$	$\rightarrow =$	$\rightarrow =$
$43 - 24 =$	$85 - 48 =$	$92 - 67 =$

Fonte: SIMONS, U.M.; OLIVEIRA, A. M. N.; GOLDSCHIMIDT, E. **Lógica do Cálculo 2**. Curitiba: Qualogic, 2000.

É interessante ressaltar que esta forma de completar pode ser resolvida de diferentes formas pelos alunos. Por exemplo, usando o $(62 - 38 = \underline{\quad})$, o aluno pode fazer o que foi sugerido no desenho, e somar $(2 + 20 + 2)$. Outro aluno pode pensar diferente: do 38 até o 58 são 20 unidades, do 58 até o 60 são 2 unidades e do 60 até o 62, mais 2 unidades. Então o resultado será $(20 + 2 + 2) = 24$. O resultado é o mesmo, mas o pensamento é diferente. Pode haver ainda o seguinte raciocínio: “do 38 até o 68 são 30 unidades, mas eu tinha que chegar no 62, então tenho que voltar 6 unidades” e a resposta será dada por $(30 - 6) = 24$. Neste caso o aluno completou, mas passou do valor e teve que retornar. O importante é compreender o número, onde se quer chegar e quais os diferentes caminhos que podem levar aos resultados. É

muito mais do que uma memorização, é uma profunda compreensão do campo numérico e como operar com ele.

3.6 OUTRAS ATIVIDADES

Durante a análise das atividades, depara-se com a da página 172, que sugere ao aluno operar com vantagens (Figura 19), ou seja, ao realizar $(58 + 8)$ poderá fazer $(58 + 10 - 2)$, caberá ao aluno buscar suas memórias de fatos básicos e da rede de relações do 10, percebendo que $8 = (10 - 2)$, $9 = (10 - 1)$, $7 = (10 - 3)$. Na subtração também é sugerido ao aluno operar desta forma, ao realizar $(63 - 8)$, deverá fazer $(63 - 10 + 2)$. Observa-se que neste momento o aluno deverá aplicar os argumentos da identidade e da reversibilidade, pois ele precisará recorrer ao fato que $10 = (8 + 2)$, que $(10 - 2) = 8$ e ainda, na sequência, $(10 - 2) = 8$.

FIGURA 19 – Atividades da página 172 da obra.

CALCULANDO COM VANTAGEM



Calcule com vantagem:

$58 + 8 \Rightarrow 58 + 10 - 2 = 66$	$63 + 8 = \square$
$37 + 9 \Rightarrow 37 + 10 - 1 =$	$56 + 9 = \square$
$69 + 8 \Rightarrow 69 + 10 - 2 =$	$79 + 7 = \square$
$54 + 7 \Rightarrow 54 + 10 - 3 =$	$83 + 8 = \square$
$46 + 8 \Rightarrow$	$48 + 9 = \square$
$75 + 9 \Rightarrow$	$64 + 7 = \square$
$87 + 7 \Rightarrow$	$37 + 8 = \square$
$66 + 8 \Rightarrow$	$68 + 9 = \square$

1

Calcule com vantagem:

$63 - 8 \Rightarrow 63 - 10 + 2 =$	$83 - 8 = \square$
$54 - 7 \Rightarrow 54 - 10 + 3 =$	$66 - 9 = \square$
$72 - 9 \Rightarrow 72 - 10 + 1 =$	$49 - 7 = \square$
$85 - 8 \Rightarrow 85$	$63 - 8 = \square$
$92 - 7 \Rightarrow$	$58 - 9 = \square$
$43 - 8 \Rightarrow$	$74 - 7 = \square$
$74 - 9 \Rightarrow$	$37 - 8 = \square$
$33 - 7 \Rightarrow$	$98 - 9 = \square$

2

Nas últimas páginas da apostila, especificamente a partir da página 214 (Figura 20), a autora inicia atividades com centenas e oferece a oportunidade de o aluno aplicar todos os conhecimentos adquiridos anteriormente. É observada a presença de materiais manipuláveis para melhor compreensão do aluno.

FIGURA 20 – Atividades da página 214 da obra.

ESCREVENDO NÚMEROS ATÉ 1000

Vamos usar o material dourado

um cubinho equivale a uma unidade

uma barrinha tem 10 cubinhos e equivale a uma dezena

uma placa tem 100 cubinhos e equivale a uma centena

1 placa de 100 unidades	100	Cem
2 placa de 100 unidades	200	Duzentos
3 placa de 100 unidades	300	Trezentos
4 placa de 100 unidades	400	Quatrocentos
5 placa de 100 unidades	500	Quinhentos
6 placa x 100 unidades	600	Seiscentos
7 placa de 100 unidades	700	Setecentos
8 placa de 100 unidades	800	Oitocentos
9 placa de 100 unidades	900	Novecentos

Um cubo tem 1000 cubinhos

Escreva de 100 em 100

100, _____, _____, _____, _____, _____, _____, _____.

214

Fonte: SIMONS, U.M.; OLIVEIRA, A. M. N.; GOLDSCHIMIDT, E. **Lógica do Cálculo 2**. Curitiba: Qualogic, 2000.

São atividades que permitem decomposição, ponte pelo 10, fatos básicos (observados quando o aluno adiciona sem mudar a dezena ou a centena, no exemplo $(123 + 253) = 376$, o aluno adiciona a unidade com unidade, a dezena com a dezena e a centena com a centena (Figura 21).

FIGURA 21 – Atividades da página 221.

Calcule: *ele*

+	100	300	20	50
700				
500				
600				
200				
400				
300				

-	100	300	20	30
850				
530				
670				
940				
780				
960				

1

2

320 + 140 = \Rightarrow 300 + 100 = 400
 20 + 40 = 60
 320 + 140 = 460

+120
430
210
560
340
670
750

+210
340
520
750
460
230
610

+330
240
120
410
330
560
650

3

450 - 130 = \Rightarrow 400 - 100 = 300
 50 - 30 = 20
 450 - 130 = 320

-210
450
830
640
580
760
370

-320
540
680
730
470
850
990

-130
850
940
660
480
370
590

221

Fonte: SIMONS, U.M.; OLIVEIRA, A. M. N.; GOLDSCHIMIDT, E. **Lógica do Cálculo 2**. Curitiba: Qualogic, 2000.

Os PCNs sugerem a utilização da adição com números iguais, favorecendo as operações com números maiores, por exemplo $(2 + 3) = 5$, na sequência $(20 + 30) = 50$ e ainda $(200 + 300) = 500$ (Figura 22).

FIGURA 22 – Atividades página 216 da obra.

2

$2 + 4 = 6$	$3 + 3 = 6$	$3 + 2 = 5$
$200 + 400 = 600$	$300 + 300 = 600$	$300 + 200 = 500$
$5 + 2 = 7$	$6 + 2 = 8$	$5 + 4 = 9$
$500 + 200 = 700$	$600 + 200 = 800$	$500 + 400 = 900$

3

$3 + 2 = 5$	$6 + 3 = 9$
$300 + 200 = 500$	$600 + 300 = 900$
$1 + 7 = 8$	$2 + 4 = 6$
$100 + 700 = 800$	$200 + 400 = 600$
$4 + 3 = 7$	$3 + 5 = 8$
$400 + 300 = 700$	$300 + 500 = 800$

216

Fonte: SIMONS, U.M.; OLIVEIRA, A. M. N.; GOLDSCHIMIDT, E. **Lógica do Cálculo 2**. Curitiba: Qualogic, 2000.

Compreender as estratégias de cálculo mental pode parecer uma tarefa ampla e repleta de variáveis. Quando se está diante de aprendizagem de um novo conceito, é preciso formular hipóteses, escutar as dos outros, planejar a maneira de resolver determinado problema, confrontar as respostas ou hipóteses obtidas com as dos outros, antecipar e validar resoluções. Assim, dentre as várias possibilidades de desenvolver as habilidades com cálculo mental, destaca-se o raciocínio lógico matemático, que possui papel de extrema importância na formação do sujeito. Kamii (2005) afirma que:

O conhecimento lógico-matemático tem sua fonte no interior de cada criança e é elaborado por meio das ações mentais de cada uma delas. No campo lógico-matemático, portanto, as outras pessoas são importantes porque propiciam o surgimento de ocasiões para que as crianças pensem criticamente sobre suas próprias ideias em relação às dos outros. (KAMMI, 2005, p. 41).

Além do raciocínio lógico matemático, devem ser destacadas todas as atividades que envolvem processos mentais estudados por Jean Piaget, como as noções de correspondência, comparação, classificação, sequência, seriação, conservação, assimilação, acomodação, equilíbrio, que, junto com os argumentos operatórios da identidade, compensação e reversibilidade, contribuem para que os alunos sejam capazes de solucionar situações do cotidiano de diferentes maneiras e antecipando resultados.

CONSIDERAÇÕES

A pesquisa aqui apresentada teve por objetivo investigar quais fundamentos e estratégias de cálculo mental estão presentes na obra "Lógica do Cálculo 2" no que tange à adição e à subtração no Ensino Fundamental I.

Conhecer como ocorreu o ensino da matemática, em determinada época da história, a partir de vestígios deixados em bibliotecas escolares ou mesmo acervos particulares de professores, permite compreender como se caracterizou o processo de ensino e aprendizagem em outros tempos, e como esse processo (nos)ajuda a tomar decisões mais fundamentadas nos dias atuais.

Reunir em uma mesma análise a História cultural de Chartier (1990), Choppin (2004) e a História da educação matemática de Valente (2007; 2013), os fundamentos de Piaget (1975) e as estratégias de cálculo mental de Thompson (2010), Berticelli e Zancan (2021), permitiu que se demonstrasse que, em determinado período da História da educação matemática, o ensino do cálculo mental esteve presente nas atividades propostas em sala de aula, indicando conhecimentos e estratégias para a sua aplicação com embasamento nas teorias piagetianas.

Um interessante caminho foi construído, para tentar responder à pergunta que inquietou esta pesquisadora, já nos primeiros folhear da obra "Lógica do Cálculo 2": Qual seria a história por detrás daquelas atividades? Quem seriam aquelas mulheres autoras do livro? Onde teriam buscado conhecimentos para desenvolver as atividades?

A entrevista com uma das autoras, respondeu algumas destas perguntas e provocou novas, direcionou os estudos e deu novos rumos à pesquisa, e, ousa-se dizer que desassossegoou o que estava sossegado.

As apropriações que as autoras fizeram das metodologias internacionais, e as táticas e estratégias usadas na adequação da obra, para atender às necessidades dos alunos que apresentavam maiores dificuldades no desenvolvimento de atividades matemáticas, foram pouco a pouco desvendadas, e nelas, pode-se reconhecer estratégias de cálculo mental envoltas pela teoria de Jean Piaget.

Ficou marcante, na entrevista, o grau de envolvimento com a qualidade do produto a ser produzido, tanto por parte da psicologia, como da matemática e das ilustrações, em que pensaram o ensino da matemática, conciliando os debates que estavam acontecendo tanto do ponto de vista metodológico, quanto do ponto de vista,

matemático propriamente dito. Percebeu-se que a autora, Ursula Marianne Simons, junto às demais autoras, não imaginava o alcance que suas obras teriam.

O livro didático analisado se encontra repleto de atividades que favorecem o desenvolvimento dos conhecimentos básicos e as estratégias de cálculo mental de crianças entre 7 e 8 anos de idade, contemplando os aspectos teóricos de Piaget: assimilação, acomodação, equilíbrio; e os argumentos operatórios: a identidade, a compensação e a reversibilidade, essenciais para a compreensão da aritmética, possibilitando ao educando a construção do senso numérico.

Importante lembrar que, Piaget e Inhelder (2013), a partir de seu método clínico, conseguiram entender o processo de cálculo lógico da criança. As crianças somam, a adição é um processo natural, todas as demais operações partirão da soma inicial.

Os conhecimentos fundamentais para o cálculo mental como fatos básicos, decomposição, rede de relações numéricas do 10 e memória de dobros perpassam as atividades na obra “Lógica do Cálculo 2”, de forma dinâmica, permitindo ao aluno construir um repertório de memórias fundamentais para a construção de estratégias. Algumas estratégias podem ser destacadas no material, como a Ponte pelo 10, a Decomposição e a estratégia de Arredondar para a dezena mais próxima.

Por meio de atividades desta natureza, a criança desenvolve a reversibilidade para conseguir perceber mais de uma possibilidade de correspondência entre os objetos apresentados. É na igualdade das diferenças que os padrões são constituídos (PIAGET & SZEMINSKA, 1975).

A qualidade das intervenções de cálculo mental, presentes no livro Lógica do Cálculo 2, favorece a compreensão do sistema de numeração decimal e o desenvolvimento do sentido do número, por parte do aluno, indicando, assim, que as autoras se apropriaram de conceitos da teoria de Jean Piaget, permitindo àquele a construção de uma base aritmética, que lhe auxiliará nas séries seguintes; ou seja, contribuindo para que os alunos sejam conduzidos gradativamente a construir conceitos matemáticos por meio do mecanismo da abstração reflexiva, assimilando as novas informações às estruturas existentes e, em seguida, modificando suas ideias e conceitos em função das novas informações, atingindo a acomodação.

A aritmética, ao ser construída pelas crianças a partir de suas experiências na vida real, do seu cotidiano, das suas explorações, torna-se significativa. Ao superar a visão de que o ensino de técnicas para produzir respostas corretas seja o objetivo

principal da aritmética, abre-se a possibilidade de o estudante ter autonomia para criar estratégias de cálculo.

Assim, as atividades propostas no livro, se bem utilizadas em sala de aula, formarão homens e mulheres capazes de fazer coisas novas, e não apenas repetir o que já foi feito. Serão formados adultos criativos, capazes de inventar e descobrir, de forma crítica, sem aceitar tudo o que lhes oferecem.

Algumas perguntas ainda intrigam: Será que todos os livros de matemática possuem conhecimentos e estratégias? Será que existem outros autores, além de Jean Piaget que fundamentam a obra? Será que há outros conhecimentos e estratégias propostos nas páginas desta obra?

Bem, para responder a estas perguntas e “para superar os problemas que todos os iniciantes enfrentam, faça exatamente o que está fazendo, o que todo pesquisador bem sucedido sempre fez: vá em frente” (BOOTH, 2008, p.31).

REFERÊNCIAS

ARANHA, M.L. de A. **História da Educação**. 1ªed. São Paulo: Moderna, 1989.

BARROS, J. D'A. História cultural e a contribuição de Roger Chartier. **Diálogos**, DHI/PPH/UEM, v. 9, n. 1, p. 125-141, 2005. Disponível em: <http://periodicos.uem.br/ojs/index.php/Dialogos/article/view/41422>.

BARTELMÉBS, R. C. **O ensino de astronomia nos anos iniciais**: reflexões produzidas em uma comunidade de prática. 2012. 119f. Dissertação (mestrado) – Universidade Federal do Rio Grande, Rio Grande, 2012. Disponível em: <http://www.repositorio.furg.br/bitstream/handle/1/4784/Roberta%20Chiesa%20Bartelmebs.pdf?sequence=1>.

BERTICELLI, D. D. **Cálculo mental no ensino primário (1950-1970)**: um olhar particular para o Paraná. 2017. 157f. Tese (Doutorado em Educação) – Pontifícia Universidade Católica do Paraná, Curitiba, 2017.

BERTICELLI, D.G.D.; NOVAES, B.W.D. Elementos do cálculo mental presentes em trabalhos do Cihem. In: VI CONGRESSO IBEROAMERICANO DE HISTÓRIA DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA, 2021, Venezuela. **Anais...**p. 719-732. Disponível em file:///C:/Users/andre/Downloads/Memorias_VI_CIHEM.pdf.

BERTICELLI, D.G.D; ZANCAN, S. CalMe Pro – Cálculo mental para professores. REnCiMa – **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, São Paulo, v.12, n.4, p. 1 -21, jul./set. 2021.

BERTICELLI, D.G.D; ZANCAN, S. **Conhecimentos e atividades para potencializar o cálculo mental**. Acta Scientiarum, 2023 (no prelo).

BITTENCOURT, Circe. **Livros didáticos entre textos e imagens**. In: BITTENCOURT, Circe (Org.). O saber histórico na sala de aula. 8.ed. São Paulo: Contexto, 2003.

BLOCH, M. **Apologia da História, ou, O Ofício de Historiador**. Rio de Janeiro: Zahar, 2001. Disponível em: <https://bibliotecaonlinedahisfj.files.wordpress.com/2015/02/bloch-m-apologia-da-historia.pdf>

BOALER, J. **Mentalidades matemáticas**: estimulando o potencial dos estudantes por meio da matemática criativa, das mensagens inspiradoras e do ensino inovador. Porto Alegre: Penso, 2018.

BOOTH, W. C.; COLOMB, G. G.; WILLIAMS, J. M. **A Arte da Pesquisa**. São Paulo: Martins Fontes, 2008. pp. 1-38.
Acesso: <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/219588>

BRASIL. PCN - **Parâmetros Curriculares Nacionais**, Volume 3 - Matemática, 1ª a 4ª séries. Brasília: MEC/SEF, 2001.

BÚRIGO, E. Z. Problemas aritméticos em livros, revistas e programas: um exercício de cruzamento de fontes. **Histemat**, v. 2, n. 1, p. 190-204, 2016. Disponível em <http://histemat.com.br/index.php/HISTEMAT/article/view/62>

BURKE, P. A nova história, seu passado e seu futuro. In: BURKE, Peter (org.). **A escrita da história: novas perspectivas**. São Paulo: Ed. UNESP, 1992, p. 7-37. Disponível em: http://ethohistoria.fflch.usp.br/sites/ethohistoria.fflch.usp.br/files/Burke_Nova_Historia.pdf. Acesso em: 10 abril 2021.

CHARTIER, Roger. **A História Cultural – entre práticas e representações**, Lisboa: DIFEL, 1990.

CHARTIER, R. **À beira da falésia: a história entre certezas e inquietude**. Trad. Patrícia Chittoni Ramos. Porto Alegre: Editora da Universidade, UFRGS, 2002.

CHERVEL, A. História das disciplinas escolares: reflexões sobre um campo de pesquisa. **Teoria & Educação**, 2, 1990. p. 177-229. Disponível em: <https://docero.com.br/doc/nsvxc51>.

CHOPPIN, A. História dos livros e das edições didáticas: sobre o estado da arte. **Educação e Pesquisa**, São Paulo, v.30, n.3, p. 549-566, set./dez. 2004.

CHOPPIN, A.; BASTOS, T. M. H. C. O historiador e o livro escolar. **Revista História da Educação**, [S. l.], v. 6, n. 11, p. 5–24, 2012. Disponível em: <https://seer.ufrgs.br/index.php/asphe/article/view/30596>. Acesso em: 21 ago. 2022.

CONCEIÇÃO, A.R.C. **O cálculo mental para ensinar: uma análise de produções de Maria do Carmo Santos Domite, 1980 – 1995**. Dissertação (Mestrado), Guarulhos: Universidade Federal de São Paulo. Escola de Filosofia, Letras e Humanas, Programa de Pós-Graduação Educação e Saúde na Infância e na Adolescência, 2021.

DIAS, A. L. M., RIOS, D. F. **Tópicos em História das Ciências**: História e Memória. Coleção História da Matemática para Professores. Edilson Pacheco e Wagner R. Valente (Org.), abril de 2007.

FARIA FILHO, L. M. A história da educação e os desafios das novas fontes: reflexões sobre uma trajetória de pesquisa. **Revista História da Educação**, v. 1, n. 2, p. 111-125, 1997. Disponível em <https://www.seer.ufrgs.br/asphe/article/view/30668>.

FELISBERTO, L. G. dos S.; PINTO, N. B. O ENSINO DE ARITMÉTICA SEGUNDO PROFESSORES PRIMÁRIOS PARANAENSES NO INÍCIO DO SÉCULO XX. **REAMEC - Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática**, [S. l.], v. 2, n. 1, p. 36-46, 2014. DOI: 10.26571/2318-6674.a2014.v2.n1.p36-46.i5294. Disponível em: <https://periodicoscientificos.ufmt.br/ojs/index.php/reamec/article/view/5294>. Acesso em: 7 set. 2022.

FNDE. **Desfazimento de Livros**. Disponível em: <https://www.fnde.gov.br/index.php/programas/programas-do-livro/pnld/desfazimento-pnld>. Acesso em: 12 de fev./2023.

FONSECA, C. de C. **O ensino de matemática e a prática da Lógica do Cálculo**: uma análise da proposta de Ursula Marianne Simons. Dissertação de mestrado. Centro Universitário La Salle - UNILASALLE; Canoas, 2014

FONTES, C. G. **O valor e o papel do cálculo mental nas séries iniciais**. 2010. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade de São Paulo, São Paulo, 2010.

FRANA, A. P.; BERTICELLI, D. G. D.; NOVAES, B. W. D. Da teoria de Piaget à construção de estratégias de cálculo mental para adição na obra Lógica do Cálculo. **Revista Brasileira de Ensino de Ciências e Tecnologia**. Ponta Grossa, v.16, p. 1-22, 2023. Disponível em: <https://periodicos.utfpr.edu.br/rbect/article/view/15853>.

FRANA, A. P.; BERTICELLI, D. G. D.; NOVAES, B. W. D. ESTRATÉGIAS DE CÁLCULO MENTAL: análise da obra Lógica do Cálculo. **Seminário Temático Internacional**, v. 1, n. 1, p. 1-16, 25 mar. 2022. Disponível em: <http://anais.ghemat-brasil.com.br/index.php/STI/article/view/93>.

GOMES, M. L. M. Elementos de uma História de Formação Docente: as memórias de um professor de Matemática. **Bolema**, Rio Claro, v. 32, n. 60, p. 191-211, Abr. 2018. Disponível em: http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0103-636X2018000100191&lng=en&rm=iso.

HUMPHREYS, C.; PARKER, R. **Conversas numéricas**. Porto Alegre: Penso, 2019.

JULIA, D. A cultura escolar como objeto histórico. **Revista Brasileira de História da Educação**, Campinas, v. 1, n. 1, p. 9-43, jan./jun. 2001.

KAMII, C. **A criança e o número**. Campinas, SP: Papirus, 2012.

KAMII, C.; DECLARK, G. **Reinventando a aritmética**: Implicações da teoria de Piaget. São Paulo: Papirus, 1988.

NACARATO, A. M.; MENGALI, B. LM. S.; PASSOS, C. L. B. **A matemática nos anos iniciais do ensino fundamental**: tecendo fios do ensinar e do aprender. 3. Ed.; 1 reimp. – Belo Horizonte: Autêntica, 2021.

PARRA, C. Cálculo mental na escola primária. In: PARRA<C.; SAIZ, I. **Didática da matemática**: reflexões psicopedagógicas. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996. Cap.7, p. 186 – 235.

PESAVENTO, S. J. **História & História Cultural**. 2.ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

PIAGET, J. (1970). **Epistemologia genética**. São Paulo: Martins Fontes, 1990.

PIAGET, J. **Epistemologia genética**. 3ª ed. São Paulo: Martins Fontes, 2007.

PIAGET, J. **A epistemologia genética**: sabedoria e ilusões da filosofia, problemas de psicologia genética. 2 ed. São Paulo: Abril Cultura, (Coleção Os Pensadores), 1983.

PIAGET, J. **The child's conception of number**, New York: Norton, 1965.

PIAGET, J; INHELDER, B. **Gênese das estruturas lógicas elementares**. Rio de Janeiro: Zahar, 1975.

PIAGET, J.; SZEMINSKA, A. **A Gênese do Número na Criança**. Tradução Christiano Monteiro Oiticica. 2a edição. Rio de Janeiro, Zahar; Brasília, 1975.

PINTO, N. B. O Movimento da Matemática Moderna no Estado do Paraná: os desafios da operação historiográfica. In: VII Seminário Temático: O Movimento da Matemática Moderna nas Escolas do Brasil e de Portugal. **Anais...** Florianópolis: UFSC, 2009. Disponível em: [Http:// www.smmm.floripa.ufsc.br/completo](http://www.smmm.floripa.ufsc.br/completo).

PINTO, N. B. Saberes para ensinar cálculo mental na escola primária em programas de ensino e manuais pedagógicos. In: PINTO, N. B.; NOVAES, B. W. D. **Circulação e apropriação de saberes elementares matemáticos no ensino primário no Estado do Paraná (1903 – 1971)**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2017. 335p.

RAMOZZI-CHIAROTTINO, Z. **Os "estágios" do desenvolvimento da inteligência. coleção memória da pedagogia**. São Paulo, v. 1, p. 16-23, 2005.

RATO, J.; CASTRO CALDAS, A. (2010). Neurociências e educação: Realidade ou ficção? In C. Nogueira, I. Silva, L. Lima, A. T. Almeida, R. Cabecinhas, R. Gomes, C. Machado, A. Maia, A. Sampaio & M. C. Taveira (Eds.), **Actas do VII Simpósio Nacional de Investigação em Psicologia** (pp. 626-644). Retirado de <http://www.actassnip2010.com>.

RIOS, D. F. O Diálogo Epistemológico em um Caso de Aproximação entre a História da Educação Matemática e a Construção Teórica do Real. **Revista de História da Educação Matemática**. São Paulo, a. 2, n. 1, p. 5-18, 2016. Disponível em: <http://www.histemat.com.br/index.php/HISTEMAT/article/view/42>

SIMONS, U. M. **Blocos lógicos - 150 exercícios**. Curitiba: Hubertus, 2003.

SIMONS, U.M.; OLIVEIRA, A. M. N.; GOLDSCHIMIDT, E. **Lógica do Cálculo 2**. Curitiba: Qualogic, 2000.

THOMPSON, I. Getting your head around mental calculation. In: THOMPSON, I. Issues In **Teaching Numeracy In Primary Schools**. 2ª. Ed. [S.1.]: McGraw-Hill Education, 2010. Cap.12, p. 178 – 190.

VALENTE, W. R. História da Educação Matemática: interrogações metodológicas. **REEMAT - Revista Eletrônica de Educação Matemática**. V. 2, n. 1, p. 28-49, UFSC, 2007.

_____. Livro didático e educação matemática: uma história inseparável. **Zetetiké – Cempem – FE – Unicamp – v. 16 – n. 30 – jul./dez. – 2008.**]

_____. O que é número? produção, circulação e apropriação da Matemática Moderna para crianças. **Bolema**, Rio Claro (SP), v.26, n.44, p.1417-1441, dez. 2012.

_____. Oito temas sobre História da Educação Matemática. **REMATEC**, Natal,(RN). Ano 8, n.12, p. 22-50, Jan-Jun. 2013.

_____. História da educação matemática nos anos iniciais: a passagem do simples/complexo para o fácil/difícil. **Cadernos de História da Educação** – v. 14, n. 1 – jan./abr. 2015. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/bitstream/handle/123456789/160421/32131-129860-1-PB.pdf?sequence=1&isAllowed=y>. Acesso: 10 de fev./2023.

_____. O GHEMAT Brasil e a pesquisa coletiva em história da educação matemática. **História e Memória da Educação**, [S. l.], n. 11, pág. 595–613, 2019. DOI: 10.5944/hme.11.2020.24266. Disponível em: <https://revistas.uned.es/index.php/HME/article/view/24266>. Acesso em: 12 out. 2022.

_____. Acervos pessoais de professores de matemática. *In*: MENDES, I.; CHAQUIAM, M.; ROCHA, M. L. (Org.). **Itinerários intelectuais entre o ser o estar**. São Paulo: Livraria da Física, 2022. p.

VALENTE, W. R.; METZ, L. I. Bastidores da elaboração dos PCN: os experts e a produção curricular. **Zetetike**, Campinas, SP, v. 30, n. 00, p. e022003, 2022. DOI: 10.20396/zet.v30i00.8667446. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8667446>. Acesso em: 26 fev. 2023.

ZANCAN, S. **Uma proposta para auxiliar o ensino de aritmética nos anos iniciais**. 2017. 170f. Tese (Doutorado) – Universidade Federal de Santa Maria, Rio Grande do Sul, 2017

APÊNDICE 1 - ROTEIRO DA ENTREVISTA

Mestranda: Andréia Pastore Frana

Orientadoras: Danilene Donin Berticelli e Barbara Diesel Novaes

Entrevistada: Ursula Marianne Simons.

Objetivo: Conhecer a metodologia empregada na produção da obra didática “Lógica do Cálculo 2”, para melhor fundamentar a pesquisa de mestrado em desenvolvimento, que abordará as estratégias de cálculo mental nos livros didáticos de matemática do Ensino Fundamental I.

- 1) Sobre a autora:
 - a. Data de nascimento:
 - b. Local de nascimento:
 - c. Formação:

- 2) Sobre sua carreira:
 - a. Onde atua/atuou:
 - b. Conte-nos sobre os cursos de formação de professores:

- 3) Sobre a matemática:
 - a. Qual sua concepção de matemática/ensino de matemática e por que o interesse por essa disciplina?
 - b. Por que há tanta dificuldade no processo de ensino e de aprendizagem de Matemática?

- 4) Sobre suas obras:
 - a. De onde surgiu a motivação para se tornar autora de livros didáticos?
 - b. Como surgiu a parceria Ursula Marianne Simons, Ana Maria Naujack de Oliveira e Eizabete Goldschmidt?
 - c. Conte-nos sobre a editora Qualogic.

- 5) Sobre o conteúdo da obra em estudo:
 - a. As ideias incorporadas aos seus livros são retiradas de algum material como referência ou são inspiradas em suas próprias vivências? Fale sobre isso.

 - b. A obra Blocos Lógicos referencia autores com Piaget e Dienes. De que forma eles marcaram sua formação?

 - c. O que você espera que os leitores (no caso, professores e alunos) encontrem ao utilizar a sua coleção?

 - d. As atividades propostas em suas apostilas não apresentam muitas informações sobre a forma como realizá-las. Qual o objetivo ao apresentá-las ao aluno desta forma?

- e. Ao manusear seus livros, nota-se uma quebra de paradigma no sentido de ser um livro didático diferente da maioria, por exemplo, as operações se apresentam na horizontal, sempre com espaços para serem preenchidos. Qual o objetivo dessa proposta? O que a motivou a escrever dessa forma?
- f. A nossa pesquisa tem por objetivo a busca por estratégias de ensino do cálculo mental em livros didáticos. Ao analisarmos sua obra, observamos diversas estratégias de cálculo mental “escondidas” nas atividades propostas. Qual o fundamento metodológico para elaboração das atividades propostas em sua coleção, quanto ao cálculo mental e as estratégias para ensiná-lo? O professor que utiliza este material tem conhecimento quanto às estratégias de cálculo mental apresentadas?
- g. O livro em específico que estou analisando, data do ano 2002, “Lógica do cálculo 2”. Período em que os PCNs, normatizavam a educação. A elaboração do material, tomava os devidos cuidados para estarem em consonância com a proposta dos PCNs?

APÊNDICE 2 - TRANSCRIÇÃO DA ENTREVISTA

No dia 14 de dezembro de 2021, às 19 horas, reuniram-se através do Google Meet (<https://meet.google.com/rbe-wudz-vei>) a mestrande Andreia Pastore Frana, sua orientadora, a Profa. Dra. Danilene Gullich Donin Berticelli, sua Coorientadora, a Prof. Dra. Barbara Winiarski Diesel Novaes.

A entrevistada recebeu com antecedência o roteiro de perguntas.

Após todas acessarem à sala, a Profa. Danilene agradeceu a disponibilidade da entrevistada e, na sequência, apresentou-se, falando sobre sua formação e atuação profissional, da mesma forma, a Profa. Barbara falou sobre sua formação e atuação profissional e, após, a mestrande Andreia se identificou, e falou sobre seu projeto de pesquisa. Ao colocar o município de Maripá- Pr. como seu lugar de fala no desenvolvimento de sua pesquisa, deu abertura à entrevistada, momento no qual a entrevista passou a ser gravada.

Entrevista:

Ursula: *Em Maripá eles passaram a adotar o material na educação infantil. Por que eles tinham um drama de ter filhos de fazendeiros na escola, juntamente com filhos de boias-frias. E havia uma diferença muito grande na aprendizagem dessas crianças e, na época, eu falei para eles, trabalhem a lógica. Se vocês trabalharem a lógica, vocês deixarão as crianças mais próximas umas das outras e aprendizagem vai correr maravilhosamente bem. Não precisa insistir na alfabetização. Alfabetização é uma brincadeira que corre junto. Se vocês trabalharem a lógica e derem material de letras para as crianças brincarem, elas vão se alfabetizar. E isso foi feito e na época houve uma melhora muito grande. E as professoras, inclusive, gravaram áudios, na época, agradecendo, dizendo que conseguiram alfabetizar as crianças praticamente todas, sem terem insistido na alfabetização, mas trabalhando com a lógica do jeito que a gente havia trabalhado com as professoras. Foi um entusiasmo muito grande na época e eu sei que eles usaram por muitos anos. Não sei se você tem essa informação, Andréia?*

Andreia: Sim, eu procurei a prefeitura, o departamento de compras e encontrei atestados de que as apostilas foram compradas e usadas de 2002 a 2007. E as

professoras do período dizem que a diferença nas avaliações externas, como o Ideb, é significativa. É incrível de ver. E até hoje têm professoras que possuem as apostilas guardadas e que se utilizam delas, nas aulas, para estar trabalhando com os alunos.

Ursula: *Que maravilha! Mas, deve ter sido algum problema político, sabe, que daí eles não conseguem dar continuidade. Mas eu sei que as professoras estavam entusiasmadas e por elas, não abririam mão do material. Mas isso não depende só delas, né? Então, infelizmente isso aconteceu. Mas nós temos um carinho muito grande por Maripá, porque eu estive lá várias vezes e vi o quanto o material fazia efeito, principalmente com aquelas crianças que não tinham estímulo de casa. Porque as crianças que são estimuladas em casa, elas já recebem muita coisa. Mas, aquelas crianças, filhos de boias-frias dependiam totalmente desse trabalho e foi muito bom o trabalho que elas fizeram. Na verdade, nós estivemos em Palotina um pouco antes disso, dando um curso, em que foi o Doutor Sérgio Antoniuk, eu e várias pessoas para dar esse curso na prefeitura de Palotina. E a partir disso, pessoas que assistiram ao curso é que levaram para Maripá. E em relação a Toledo, nós ministramos o curso da lógica durante vários anos. Trabalhamos, tanto em Toledo como em Cascavel. E se não fosse tão longe, tão trabalhoso... Os convites se mantêm. O pessoal pede muito, muito, muito para a gente ir para Toledo, até agora. E eu tenho encaminhado uma aluna minha, para dar continuidade, o curso acabou de ser dado em Cascavel. Porque, eu tenho uma aluna que tem um preparo muito bom, uma capacidade excelente, e ela tem assumido na região. Para dar o curso, porque como a gente já estive várias vezes lá, o pessoal, conhece o material e quer muito que a gente continue indo até lá. Mas realmente, é muito longe. Tem muita coisa pra fazer aqui, então, eu acabei dizendo que não dava mais, que era realmente muito difícil, e tem que passar a bola para frente, né?*

Barbara: Aqui, em Toledo, a Professora lembra de algum nome especial, algum contato que a Senhora tinha aqui em Toledo. E em que época que foram esses cursos?

Ursula: *Sim, a psicóloga Tânia. E como é o sobrenome dela? Sabe quem é?*

Barbara: Eu acho que eu sei quem que é. Só não consigo lembrar, e saber o sobrenome. Então vocês vinham fazer os cursos?

Ursula: *Ela organizava na clínica dela. E daí o meu marido, ele tem, digamos, a alcunha de assessor para assuntos aleatórios.*

Barbara: Que maravilha!

Ursula: *Então ele era motorista. Ele levava o material, ele expunha material, ele fazia toda a parte de infraestrutura e daí íamos nós dois pra lá. A Tânia organizava isso tudo na clínica dela, a gente ministrava o curso lá e ela era responsável por montar lá o grupo de acompanhar as alunas lá, etc.*

Danilene: Então, normalmente você vinha por meio de uma psicóloga, que fazia essa organização, não era por meio de uma Secretaria de educação?

Ursula: *Não, foi sempre particular. Até em Cascavel, nós usamos as instalações de uma universidade que eu não sei dizer qual, mas foi ela também que organizou.*

Danilene: Em Palotina, você lembra ou não? Por meio de quem?

Ursula: *Em Palotina foi através da prefeitura. Nós demos o curso para os professores da prefeitura, não só de Palotina, como da região também. Tanto que tinha gente de Maripá fazendo o curso também. Mas lá não foi um curso sobre a lógica, lá foi um curso sobre neuropsicopedagogia. Que incluía a parte da lógica. O que você falou, Andréia, Maripá começou em 2001, até?*

Andreia: De 2002 a 2007, foi o atestado da compra das apostilas, que encontramos junto ao departamento de compras do município.

Ursula: *Então em Palotina, deve ter sido em torno de 2000, um pouco antes de Maripá. Nós fomos várias vezes porque cada vez era um profissional, o curso era de neuropsicopedagogia. Porque, vocês devem ter lido meu currículo no livro, e por incrível que pareça, eu sou psicóloga e não professora de matemática.*

Andréia: Exatamente. Eu ia pedir agora para a Senhora falar um pouquinho sobre a sua formação para a gente.

Ursula: *Olha, na verdade. Eu sou, digamos, psicopedagoga de nascimento. Porque já aos 15 anos, eu cuidava dos meus sobrinhos e os alfabetizava, isso muito antes de estudar, mas não existia psicologia. Então, inicialmente, quando eu me formei no ensino secundário, como era chamado na época, eu fui cursar filosofia pura. Porque eu achei que era um curso que dava suporte a todo e qualquer outro curso e porque era um curso interessante. Eu fiz na Federal filosofia pura. E quando eu estava finalizando o curso de filosofia, abriu o curso de psicologia. Então, eu consegui fazer aproveitamento de curso. E fui para o curso de psicologia. Terminei em 83. Nessa época a questão era a seguinte, na psicologia, não havia nada que enfatizasse a educação. A psicologia era totalmente voltada à parte emocional, e a pedagogia, por sua vez, também não tinha nada voltada à criança ou à aprendizagem, era um curso totalmente teórico, história da educação, filosofia da educação, administração escolar, orientação escolar, etc. Então, crianças com dificuldades de aprendizagem sentavam entre 2 cadeiras, e obviamente, não tinham apoio nenhum. Então eu comecei a trabalhar a partir da psicologia, mas já procurando ajudar crianças com dificuldades de aprendizagem. Lá por 87 ou 88, nós começamos a ouvir falar de que existia na Argentina estudos de psicopedagogia. Assim, nós trouxemos o professor Jorge Visca, da Argentina, para ministrar cursos, aqui em Curitiba, sobre psicopedagogia. E eu comecei a trabalhar, já baseada nesses conhecimentos novos que estavam surgindo. Mas, eu comecei a atender muitas crianças com grandes dificuldades na matemática. Isso era uma coisa que eu comecei a observar, que a população em geral, a população adulta, quando não vão para as exatas, área de matemática, engenharia, arquitetura, costuma ter horror à matemática. Se a gente falar com um grupo de adultos e perguntar: quem gosta de matemática? A maioria se arrepia, tem horror. Então, eu comecei a observar que havia muitas crianças que sofriam emocionalmente com a matemática, que tinham dor de barriga, que soavam nas mãos, que não queriam ir para aula, era uma coisa assim muito assustadora e eu comecei a trabalhar com essas crianças na clínica. E com aquilo que eu sabia, aquilo que eu tinha aprendido com jogos. Mas nada de diferente, era ajudar a entender o arme e efetue. Nessa época, meu marido que é engenheiro e trabalhava na Telepar, a*

antiga Telefônica, recebeu uma bolsa de estudos na área de engenharia, ele dava aula no Cefet.

Barbara: Como é o nome dele, desculpe interromper, como é o nome do seu marido?

Ursula: *Humberto Simons. Mas isso tem bastante tempo. E ele recebeu essa bolsa, e nós fomos para Alemanha, nós fomos morar por um ano na Alemanha. E eu de casa, tenho domínio do alemão, então eu falo alemão com muita tranquilidade. Aproveitei esse ano na Alemanha para visitar as escolas, para entrar em escolas, para falar com professores, com diretores, para pedir para entrar em sala de aula, assistir aula. E quando nós começamos a assistir à aula junto com as crianças de primeiro, segundo e terceiro ano, a professora entrava em sala de aula e dizia assim, “que é que nós vamos trabalhar primeiro” E as crianças gritavam “matemática”. Primeira vez eu quase caí da cadeira. Falei: gente! Eu estou vindo de um país onde as crianças jamais gritariam isso. As crianças fogem da matemática, acham uma matéria de difícil, indecifrável, que que acontece aqui nesse país? Então começamos a pesquisar qual era a diferença entre o ensino da matemática na Alemanha e o ensino da matemática no Brasil. E percebi o quanto era diferente nos anos iniciais, o quanto lá trabalhava a base. Uma linguagem aritmética antes de entrar com os conteúdos propriamente ditos. No Brasil, eu observei a matemática dos livros, é horrorosa, eles são indecifráveis e são assim, capítulo um, capítulo dois, capítulo três, capítulo dado passa para frente, “mas eu não entendi”, “mas isso aí já foi dado”, fazem prova, já foi, agora vamos para frente. E lá não, lá matemática era brincar, era jogar, era fazer cálculo de cabeça, brincar com as crianças quanto é $2 + 3$? Quanto é $5 - 1$? Tudo na brincadeira, era uma coisa tão linda, tão gostosa, que as crianças amavam. Era muito melhor do que ter que escrever do que ter que trabalhar com outras matérias, por que a matemática era uma brincadeira só. Aí eu pensei, eureka! Tá aí a questão. A matemática não é um conteúdo, a matemática é uma brincadeira, é uma coisa legal, é algo que a gente tem que transformar em jogos, em atividades realmente prazerosas. Assim, nós começamos a pesquisar em volta da Alemanha, nos países primeiro, de língua alemã. Na Áustria, na Suíça, trabalhava-se da mesma forma, exatamente igual, os livros eram outros, mas a forma de ensinar era a mesma. Eu tenho parentes na Noruega, então nós fomos para lá. Eu fui pesquisar como se ensina na Noruega, da mesma forma, também assim, sempre construindo*

primeiro a linguagem, e não capítulo um, capítulo dois, capítulo três. Tivemos oportunidade ainda de pesquisar a Finlândia, a Holanda, todos esses países que têm uma certa origem anglo-germânica, digamos, trabalham da mesma forma. Eu não sei dizer, por que não pesquisei os países latinos, não sei como eles trabalham, mas estes que nós pesquisamos e que eu trouxe muito material de lá, todos trabalham assim. Então, quando nós voltamos de lá, eu tinha uma bagagem imensa de conhecimento de como trabalhar com as crianças. E eu comecei a trabalhar e isso fez um sucesso muito grande. Comecei a trabalhar na clínica, porque as crianças, assim, elas vinham apavoradas detestando, odiando matemática e em questão de dois meses, as crianças diziam, “eu amo matemática”, “a matemática é muito legal!” As escolas dizem: mais o que acontece, nós mandamos as crianças para você, que têm pavor a matemática e em dois, três meses essas crianças estão completamente modificadas. Eu mostrei para as escolas, que precisava brincar, precisava jogar, fazer atividades prazerosas e construir uma linguagem para criança. Dedo, é algo que jamais se proíbe, mas a gente trabalha de tal maneira que eles não sejam necessários.

Barbara: *Eu fiquei um tanto curiosa de saber, em que ano que a Senhora, foi para Europa? Por que 87 a Senhora fez o curso do Jorge Visca. Foi antes ou depois?*

Ursula: *Eu fiz estas pesquisas, antes, porque nós fomos mais de uma vez, então, a primeira vez que nós ficamos lá, um ano, isto foi em 79, e eu comecei a ver alguma coisa, mas ainda não visitar escolas. Depois, em 91, nós fomos novamente, e eu já tinha todo esse conhecimento, fui focada no que eu queria. Então, em 91, eu já estava trabalhando na clínica, já tinha muita coisa que eu fazia na clínica, mas eu queria mais. Então, grande parte dessas pesquisas nós fizemos em 91. As escolas, isso surgiu sem querer, porque eu comecei a trabalhar com essas crianças e as escolas começaram a solicitar que eu desse curso para os professores, porque, obviamente, se essas crianças melhoravam tão rapidamente, seria muito mais interessante os professores aplicarem isso em sala de aula e ajudarem muito mais crianças do que só na clínica, trabalhando uma a uma ou pequenos grupos. Então, eu comecei a dar cursos em várias escolas. Inclusive uma escola, pediu muito cursos sobre blocos lógicos, e foi nesse momento que eu comecei a estudar os autores que escreveram sobre blocos lógicos, Dienes é um deles. Mas o que eu observei, é que esses autores*

sabem demais, então quando eles vão se comunicar com o “comum mortal”, eles escrevem de uma forma tão complexa que as pessoas acabam não lendo os livros, porque eles são muito difíceis. Então, eu comecei a estudar os livros e passar para uma linguagem mais fácil, com a intenção de dar aula para os professores, porque estavam pedindo que eu desse esses cursos, mas a cada curso eu descobria mais coisas sobre os blocos lógicos e começando a criar exercícios próprios, porque eu precisava de mais exercícios, mais fáceis, e mais para educação infantil e que pudessem ser usados pelos professores. Assim comecei a escrever, numa linguagem mais fácil, para que qualquer um pudesse ler. Isso para mim, aliás, é mais fácil, até porque eu não sou professora de matemática, então, eu não tenho todo esse conhecimento da matemática avançada, eu entendo muito de criança. Eu sei como a criança aprende, mas não tenho conhecimento teórico matemático. Então, eu nem tinha como complicar. E disso saiu o livro dos Blocos Lógicos. Mas os professores não se conformavam que não tivesse um material para eles usarem com os alunos, já numérico. E eu dizia para eles, “mas eu estou explicando tudo isso agora vocês criam seu material, vocês trabalham com os alunos, vocês já entenderam como faz”. Eles diziam “não, mas a gente não tem tempo, a gente não tem paciência, a gente precisa que vocês escrevam material”. Mas eu não sou professora de matemática, “gente, eu explico isso para vocês, mas como é que vou escrever livros sobre isso?” Os professores insistiram tanto, que na época eu fiz um curso de especialização na Federal, sobre metodologia de ensino nas séries iniciais do primeiro grau, foi um curso muito interessante que trouxe, assim, muito conhecimento não só do Brasil, mas de outros países também. E ali nesse curso tinha uma colega, também fazendo curso, que era formada em matemática e que já tinha dado aula desde as séries iniciais, naquela época já estava em fim de carreira, dando aula de cálculo na engenharia. Era uma pessoa que tinha um conhecimento de matemática muito amplo, desde a educação infantil até o ensino superior. Então, eu comecei a conversar com ela, se ela não gostaria de entrar no projeto, expliquei que eu já tinha muito material de vários países, mas que os professores estavam pedindo muito que se fizesse um material para ser usado em sala de aula. Bom, inicialmente, a ideia era de escrever só um livro para a primeira série, e depois os professores deveriam continuar pelo que já tinham aprendido. Assim a gente desenvolveu o livro da primeira série, que, atualmente, é o livro 2. Os professores começaram a usar e o entusiasmo foi muito grande, então perguntavam “E agora, como é que continua? Agora nós queremos o

livro 2!” e aí nós tivemos que sentar e elaborar o livro 2, e assim foi empurrado, meio que na marra, “Agora o livro 3”, “Agora o livro 4” e quando a gente estava passando a fazer o livro três eles começaram a dizer “agora nós estamos com problema, vocês dizem que a gente tem que começar com a base, tem que começar realmente com o cálculo até 10! Mas os livros do pré-escolar que existe no mercado trabalham até 100, trabalham arrem e efetue. Como é que a gente faz agora? Nós não temos material para o pré-escolar! Por que nenhum livro se encaixa?” Então, começaram a fazer campanha para a gente fazer o livro do pré-escolar. Nós fomos até o livro 3, quando iniciamos o 4, a gente fez ao mesmo tempo o livro do pré-escolar, para depois fazer o último livro, que atualmente é o 5. Como depois o pré-escolar se transformou em primeiro ano, então, este livro passou a ser o livro do primeiro ano, assim, tínhamos do primeiro ao quinto ano. Assim é que surgiu a coleção, na verdade, muito sem querer, foi muito por pressão. Sabe, os livros eles são muito utilizados, não só nas escolas, como também em clínicas, porque trabalham exatamente a base, e trabalham de uma forma completamente diferente do que é o comum nas escolas tradicionais. Isto é um dos motivos também por que dificilmente esses livros vão ser usados pelas escolas particulares maiores e de renome. Porque não mostra serviço. Vocês vão mostrar para os pais de segundo ano que você está trabalhando até 10? Eles querem trabalhar até 100 até 1000, para mostrar para os pais que são escolas fortes. Tudo bem que as crianças não aprendem, mas isso não é importante. Afinal, você quer mostrar no segundo ano que você já está trabalhando com tabuada. Mas as crianças não entendem tabuada, mas os pais querem ver tabuada. Então nós vamos ensinar tabuada. Então isso é mais ou menos o problema, por que o Brasil se encontra sistematicamente nos últimos lugares do “ranking” Internacional no ensino da matemática. Porque trabalha -se só, siga o modelo, o professor faz assim, então você segue o modelo, “mas sozinho eu não sei fazer”, não faz mal, segue o modelo que dá certo. Então, a gente vê muito a matemática sendo ensinada como uma receita de bolo e não como uma linguagem que a criança possa usar de forma autônoma e isso é uma coisa que nós observamos muito nessas pesquisas nos diversos países da Europa, as crianças lá têm capacidade de calcular, eles operam as quatro operações com facilidade, com segurança, para eles é algo extremamente fácil. Se nós conversamos com a população adulta, porque lá trabalha-se assim desde sempre, não foi inventado agora, desde sempre, se a gente falar com os adultos de lá, a grande maioria acha que a matéria mais fácil sempre foi matemática, então não é a

matemática que é difícil, é a forma como se ensina aqui que é atravessada. Então, o que que acontece se agora eu entrar numa sala de aula de uma escola que usa nosso material e perguntar qual é a matéria preferida? A maior parte desta turma vai gritar matemática. Igualzinho como lá. Então, isso nos mostra que a criança brasileira não é diferente, ela não aprende diferente, só que ela precisa aprender de uma forma diferenciada.

Barbara: Quando a Senhora falou dessa experiência, fora do país, por várias vezes coloca a questão da linguagem. Há algum autor que a Senhora se baseou, que dava sustentação para essa forma de ensinar matemática, na Alemanha?

Ursula: *Sim muitos! Vejam, trabalha-se assim no país inteiro. Não é uma ou outra escola. Esses países, não só na Alemanha, mas em todos esses outros, Dinamarca, Suécia, Noruega, Holanda, etc. Todos têm uma educação pública muito rica. Com uma formação espetacular. Com professores, que conseguem sustentar suas famílias com a remuneração que recebem. Então, o que que acontece, nenhuma criança, eu não digo nenhuma, porque existem exceções, mas a maioria das crianças frequenta escola que fica no máximo a 10 quadras da sua casa. Isso é lei. Então, eu digo que existem exceções, porque existe uma e outra escola particular, existem algumas escolas religiosas, que são exceções, mas 90% está em escolas públicas e as escolas públicas são de alta qualidade, então elas não precisam competir entre si, se uma escola é boa, outra também é, todas trabalham assim, tanto públicas quanto particulares. Lá qualquer autor que você pegue sobre a metodologia da matemática vai escrever dessa forma. Assim, existem muitos autores, só que nessas línguas. Então, se vocês quiserem pesquisar, vocês vão ter que pesquisar numa dessas línguas. Esse é o problema. Eu não sei se a Inglaterra trabalha assim, que ao menos teria livros em inglês. Caso contrário, vocês vão ter que pesquisar em alemão, em sueco, em holandês, mas tem muitos livros. Qualquer livro que vocês comprem de metodologia vai mostrar exatamente isso.*

Andreia: Prof. Ursula, antes você falou da parceria com uma colega, seria a professora Ana Mayara Nayuki de Oliveira?

Ursula: *Sim!*

Andréia: E a professora Elizabeth Goldsmith entrou como nessa história?

Ursula: *Ela é a ilustradora, o que aconteceu, ela também foi morar na Alemanha por conta do trabalho do marido. Ela é uma artista plástica, morou 3 anos na Alemanha e as filhas dela frequentaram escola. Então ela tinha uma noção muito clara de como era a metodologia lá, foi muito fácil também ilustrar os livros, porque ela sabia como se trabalhava lá e qual era a ideia.*

Então, a lógica toda da metodologia ela domina, mas ela nunca trabalhou em desenvolver exercícios para os livros. Ela ficou na parte de ilustração. Agora a pessoa que tem esse domínio todo da teoria da matemática é a Ana Maria. Isso me trouxe uma segurança muito grande, porque geralmente quem é formado em matemática não tem tanto conhecimento da psicologia infantil. E quem é formado em psicologia infantil não tem esse domínio da teoria da matemática, então são duas paralelas que nunca se encontram. E o que nós conseguimos fazer foi unir o meu conhecimento, a minha prática em trabalhar com as crianças na clínica, com conhecimento teórico da matemática da Ana Maria. Então, isso me deu uma segurança muito grande, pra não colocar bobagem matemática, nos livros, porque ela dava todo suporte teórico.

Danilene: Então, se eu perguntasse para você assim, isso é uma das perguntas que a gente acabou elaborando, por que o teu material, ele é cheio de estratégias de cálculo mental, você sabia disso ou foi a Ana Maria que trouxe? Como é que foi essa construção? Porque hoje, estudando um pouco, a gente percebe que ele tem grandes estratégias que a gente estuda e essa é a nossa curiosidade.

Ursula: *Veja, a maioria eu pesquisei bastante nos livros dos diversos países e a Ana Maria dava o aporte teórico. Então, por exemplo, quando eu ia trabalhar uma soma do tipo é $3 + 4$, a minha estratégia de cálculo mental é: se $3 + 3$ igual a 6 então $3 + 4$ tem um a mais. Neste momento uso o meu conhecimento de Piaget, sobre a compensação. O que acontece é que, enquanto a criança não tiver passado do raciocínio pré-lógico para o raciocínio lógico concreto, ela não consegue compreender o raciocínio de compensação. Agora, ela consegue, por exemplo, decorar que $3 + 3$ é 6, que $4 + 4$ é 8, mas ela não consegue tirar dali que $3 + 4$ da 7. Então, quando a criança consegue, chegar num ponto de perceber o raciocínio de identidade, por*

exemplo, que 4 é sempre 4, que 5 é sempre 5, então nosso velho, amigo Piaget, podem dizer quanto quiserem que ele está “démodé” mas não está não! Porque o que ele nos trouxe é atual a cada dia. Então trabalhamos muito com os alunos sobre os raciocínios de identidade, de compensação e de inversão. Esses conhecimentos eu já tinha, só que eu não coloco isso em termos teóricos matemáticos. Eu venho pelo raciocínio da criança. Então, se nós temos que trabalhar o raciocínio da compensação, e eu vejo que a criança já tem essa capacidade, eu trabalho com ela, brincando sobre quem são os gêmeos que são $2 + 2$, $3 + 3$, $4 + 4$ e quem são os vizinhos dos gêmeos que são $3 + 4$, $5 + 6$, etc. Para levar esse raciocínio de compensação. Então vejamos, eu analisei muitos livros. Uma das perguntas que está no roteiro de vocês é se nós criamos isso ou nos baseamos em alguma coisa? Não, nós não criamos. É algo que existe e que é realmente dá certo. Muitos países, trabalham assim, países que estão nos primeiros lugares do “rankin” Internacional trabalham assim, e esses livros trazem esses tipos de raciocínios e eu fundamentei, isto é, teoricamente, através do raciocínio da criança, e a Ana Maria, é que trazia daí a fundamentação matemática para isso. Então, a coisa caminha junto. Mas como eu digo, nós fazemos a parceria nesse sentido, porque teoria matemática é com ela. Entender como a criança pensa é comigo.

Danilene: E essa parceria deu super certo!

Barbara: Professora Úrsula, há uma referência para nós que é a professora Terezinha Carrerh, que agora é Terezinha Nunes, ela é psicóloga, ela não é formada em matemática. Ela é autora do livro “Na vida 10 na escola zero” e é uma referência muito forte na educação matemática, porque justamente conseguiu fazer essa ponte, entre o raciocínio da criança e essas questões da matemática que ficam meio obscuras, para as crianças aprenderem. Mas lá nesses países que a Senhora foi, será que eles também se baseiam na teoria de Piaget?

Ursula: *Sim, fortemente. E no que chamavam de Matemática Moderna, aqui havia a Teoria dos conjuntos, eles falam muito nos livros teóricos deles também. Então, quando eu escrevi o livro dos blocos lógicos eu mandei um livro para os primos na Alemanha, eles olharam e disseram, “é mais um de teoria dos conjuntos”. Sabe, não deram a mínima. Por quê? Porque isso lá é tão comum, todo professor que lá ensina,*

o magistério é um ensino teórico – prático, então, desde o início eles têm só 2 semestres de teoria e depois eles vão direto para a sala de aula e tem uma parte em sala de aula e uma parte teórica, não é aquela coisa como aqui faz 20 horas de estágio. Lá eles vão trabalhar em sala de aula com salário e ao mesmo tempo, tendo a parte teórica. Então esses professores, quando se formam, eles têm um conhecimento de blocos lógicos, fora do comum. Porque eles trabalharam em sala de aula, porque eles leram sobre isso, porque eles tiveram teorias sobre isso. Então, se nós fossemos apresentar o nosso livro Blocos Lógicos ou qualquer livro da Lógica do Pensar, lá, ninguém ia dar bola para nós. Nós seríamos mais um qualquer! Então vejam que triste isso, que aqui no Brasil a gente não consegue entrar com esse tipo de trabalho, por que as escolas que produzem o material escolar são tão fortes em cima disso que você não consegue entrar.

Barbara: Esse é um problema aqui também. A gente faz pesquisa da década de 60, a Senhora estava falando da Matemática Moderna, aqui no Paraná. teve um grupo, o NEDEM, era coordenado pelo professor Osni Antonio Dacol, ele até comercializou alguns blocos lógicos aqui, no estado do Paraná, mas ele é anterior à sua época, ele é da década de 60. E também eles fizeram livros didáticos, coleções de livros didáticos para o ginásio e para o primário, só que eles tinham a concorrência das editoras, do Osvaldo Sangiorgi, por exemplo, que era um outro autor de livro didático, e não conseguiram assim decolar, porque a Editora Nacional era (uma editora, assim,) muito poderosa, na época da década de 60, e as coleções desse grupo daqui, do Paraná, ele acabou não decolando, porque era muita pressão das grandes editoras. E o livro é excelente, por exemplo, livro de primeiro ao quarto ano, que é das autoras, uma delas é a Gliquéria, a outra a Henrietta Dyminski Arruda, é um livro assim que tem muito do que a Senhora está colocando também de Piaget, de Dienes.

Ursula: *Pois é. Triste isso. Agora veja uma coisa, todo ano aparecem isso, as estatísticas nos noticiários, dizendo quanto o Brasil está mal. Mas continua tudo igual. Não é terrível isso?*

Danilene: Muito!

Barbara: Outro material que tenho aqui e utilizo muito é a Escala Cuisenaire.

Ursula: *Sim, o material de Cuisenaire é precursor das regras numéricas. Porque as régua numéricas elas seguem a lógica do material de Cuisenaire. Só que elas têm os quadradinhos e tem os números escritos. Então no material de Cuisenaire a criança muitas vezes não sabe quanto vale cada barrinha, ela vai ter que pegar um cubinho e medir para saber se aquilo é um 4, é um 6, um 8. Nas régua numéricas já estão os quadrinhos em cima e já estão os números. Então a criança não precisa fazer isso, ela pega a régua do 8, ela sabe que é a regra do 8, e se ela colocar a régua do 7 em baixa, ela vê que a diferença entre 7 e 8 é um. Então a gente vê que é uma evolução em relação às barrinhas de Cuisenaire. Então, isso tudo já existiu. Lembrei agora, a escola da alemã que tem aqui que usa o material, eles participam de uma Olimpíada Internacional todos os anos, chamada Canguru. Não sei se vocês já ouviram falar?*

Danilene: Não!

Andreia: Não!

Ursula: *Então, é legal vocês pesquisarem, porque as crianças que participam dessa Olimpíada, de raciocínio, e a escola, eles ganham medalhas, tem um resultado, existe uma premiação. E a escola alemã tem recebido uma média maior de medalhas, do que os países europeus. Então, imaginem o quanto esse material está fazendo bem aqui, a ponto dessas crianças se saírem tão bem. Eu não sei se vocês têm acesso aos jogos todos que eu uso, ou só aos livros?*

Andréia: Eu consegui apenas as apostilas, porque na verdade o objetivo seria olhar para livros didáticos buscando estratégias de cálculo mental e, nessa busca, eu cheguei às suas apostilas e ao seu nome.

Ursula: *Então anotem, loja.lógicadopensar.com, vocês podem pesquisar.*

Danilene: Ursula e a editora que vocês utilizam? Não sei se vocês agora trocaram você comentou alguma coisa comigo? Como é que foi isso?

Ursula: *É nós e nós. Não é editora! Porque quando nós montamos a Ana Maria, a Elizabete, eu, nós tínhamos o primeiro livro feito, que é o atual livro 2. A gente visitou várias editoras. E o que que as editoras diziam, “as escolas não vão aceitar, esses livros, esses números são muito baixos, vocês têm que deixar isso mais complexo”. Nós dizíamos, não pode, a criança primeiro tem que aprender a falar antes de escrever texto. Precisa fazer a base. E as editoras diziam, “pois é, mas não está de acordo com as escolas, do que as escolas brasileiras querem”. Então, nem uma editora quis aceitar, porque eles achavam que era uma furada. Quem não entende disso, não sabe a riqueza do material. Nós estávamos com o material, oferecemos inclusive para a Secretarias de Educação e visitamos muita gente. Ninguém se interessou. Até que um dono de uma gráfica falou, “olha, eu vou fazer.” Então, não era editora, era uma gráfica. Ele deu o nome de Editora Qualologic, porque tinha que ter um nome fantasia. Mas era o único livro dele. E ele assumiu, porque para você fazer livros, você não pode imprimir um, não é financeiramente viável isso. Então você tem que pelo menos fazer 1000 até 2000 livros para que isso seja possível. Então ele disse “tudo bem, eu vou investir, eu vou fazer esses 2000 livros e nós vamos ver no que dá”. E a partir daí, nós começamos a colocar isso em escolas. Principalmente escolas menores, escolas que não pertenciam a nenhuma rede. Inclusive, quem usa muito, são as escolas evangélicas do Rio Grande do Sul e Santa Catarina que são escolas, assim, com um pezinho na Europa, estas têm muito contato com países europeus, para quem, essa linguagem faz sentido. Então, essas escolas começaram a comprar e a trabalhar com os livros. Nós temos uma escola muito grande também em Arapongas, que a dona é professora de matemática, conheceu o material quando a gente ainda estava desenvolvendo e, desde então, ela usa, isso já há 20 anos e não abre mão, porque ela vê o sucesso que faz e ela entende do assunto, mas são sempre escolas menores. Agora, por exemplo, nós estamos com cooperativas, então a cooperativa de Arapotí, a cooperativa de Entre Rios perto de Guarapuava, a cooperativa de Carambeí, cada uma tem uma escola atrelada à cooperativa.*

Barbara: A Senhora fala sempre dessa metodologia das escolas germânicas ou alemães. A Dani e eu escrevemos agora, recentemente, um artigo de cálculo mental, onde analisamos, artigos que falassem de cálculo mental num evento da nossa área, e apareceram assim uns quatro artigos que pesquisaram as escolas alemães da década de 30, década de 50. Livros que foram traduzidos do alemão e que têm

muito de cálculo mental, que é o que a Senhora está falando, assim faz muito sentido não é mesmo, Danilene? E agora vejo uma permanência, nessas escolas.

Danilene: E, por incrível que pareça, na região de Santa Catarina também.

Ursula: *O estado de Santa Catarina tem muita origem alemã. Agora, veja que coisa, lá dá certo a séculos, e aqui ninguém entende isso. Gente, como é que pode, né?*

Danilene: O que nós precisamos fazer, Ursula, para mostrar isso para as pessoas aqui?

Ursula: *Pois é, veja aqui outra questão que vocês colocaram, por que que a gente não escreve mais sobre isso? Porque não dá tempo! Porque a gente é sozinho, sabe. Nós não temos equipe, nós não temos editora, nós não temos nada, é Ana Maria, Elizabeth, eu e acabou. E uma gráfica que aceitou produzir os livros e produz até hoje. Então ela vende esses livros para todas essas escolas que usam. Não são todas escolas, assim, que procuram qualidade. Em vez de agradar aos pais. Apesar de que, quando a gente dá palestra para os pais, os pais entendem e ficam entusiasmados e querem isso. Tem várias escolas e em que eu tenho dado palestras para mostrar para os pais o que a gente está trabalhando e por que, que a gente, está trabalhando, eles aplaudem, e pedem, eles sabem da importância disso, mas se você pega esses colégios renomados, eles não têm interesse em fazer uma modificação. Porque, veja, em grande parte, isso é perigoso para eles, porque eles vão fazer um trabalho desses que exige base e, para ele conseguir trabalhar a base, você tem que trabalhar com números baixos, digamos que a Escola X diga “a gente vai investir nisso”, e a escola Y não vai junto, o que os pais fazem? Eles vão tirar seus filhos da escola X, vão colocar na Escola Y. Vocês entendem que isso é perigoso? Então eles têm que fazer isso para se manter vivos, porque eles são escola particular, e escola particular é empresa. Por que na Europa ninguém está preocupado com isso? Porque lá as escolas são públicas, gente, uma escola igual a outra. Então, se você quiser sair da escola A e ir pra escola B, a escola B vai ser similar a escola A, você não vai ganhar nada com isso, aqui não, se a Escola X está resolvendo ensinar até o 10 e a Escola Y continuar ensinando até o 100. Vai existir uma migração em massa, eles vão para a Escola Y porque lá ensina até o cem. Então, por isso que se mantém isso.*

Barbara: É porque no imaginário dos pais, eles querem ter aquela escola que eles tiveram que deu certo, que são médicos, são advogados, mais a que custo? Ter essa escola ensinando desse jeito tradicional, os alunos com dificuldades, bom a Senhora sabe é psicóloga.

Ursula: *Exatamente. Até porque a grande parte dos alunos tem enorme dificuldade na matemática, isso daí os pais não entendem, do porquê dessa grande dificuldade, mas veja, uma criança que não construiu a base. Eu sempre digo que se você for ensinar história, e você trabalhar hoje o descobrimento do Brasil e faz uma prova, e amanhã você resolve ensinar os egípcios, não vai atrapalhar em nada, as crianças vão aprender os egípcios maravilhosamente bem, mesmo que esteja completamente fora de cronologia isso. Agora na matemática, isto não é um fato, se você não trabalhar o passo a passo, a criança chega no terceiro ano e não consegue aprender tabuada. Por quê? Porque para você aprender tabuada, aprender, eu não estou falando em decorar, decorar é na pancada. Decorar entra por aqui, se você não mexer com tabuada, sai por ali, porque em pouco tempo vai embora. Quando eu trabalho aprender a tabuada do 2, precisa saber que é simplesmente os gêmeos, $2 + 2$, $3 + 3$, $4 + 4$, $5 + 5$, $6 + 6$, mas precisa saber muito bem, 120%, porque 100 não basta a, tabuada do 2, eu consigo trabalhar os dobros, e automaticamente a criança sabe a tabuada do 4, e a da oito, sem que eu tenha trabalhado, porque ela sabe que se 2×4 é 8, então 4×4 é 16 e 8 vezes é 32, e vai por dobros, então isso se torna extremamente fácil e as nossas crianças, que são trabalhadas assim no terceiro ano, em agosto, dominam todas as tabuadas na ponta da língua, com a maior facilidade, é a coisa mais linda, porque ele sabem tudo de trás para frente, de cima para baixo, do jeito que você quiser. E aí os pais acham, “mas tabuada não é na sequência?” Não! As nossas crianças têm que saber qualquer tabuada, porque aí sabendo a multiplicação, a divisão é muito fácil. Sabendo multiplicação e divisão, a fração é facilíssima. Eu não sei se vocês já mexeram com o material ou só conhece através do que Andréia traz para vocês?*

Danilene: Eu não mexi com material, conheço o que Andréia apresentou pra gente.

Barbara: O que a Andreia trouxe pra nós.

Ursula: *Andreia mostrou as réguas numéricas para as professoras?*

Andreia: Não, professora, como eu disse, realmente é apenas a apostila que eu acessei, essas que eu consegui do período de 2002 e 2007, que a professora tinha. Tem uma colega que fez uma disciplina comigo, a Adriana, ela estuda a escala cusinaiere, e eu comentei, um dia, numa aula que as réguas numéricas que eu havia pesquisado e visto a imagem lembravam as escalas. E hoje confirmei o que eu imaginava, mas não tive acesso ao material, mas a professora aqui do município, que me indicou as suas apostilas e disse que eu encontraria o que eu queria. Ela é professora do município, ela era diretora de departamento na época que Maripá usou o material e ela tem 3 filhos, uma está no terceiro ano do ensino médio e foi alfabetizada utilizando o seu material manipulativo e o pequeno dela, que agora tem 5 anos, a idade do meu, segue o mesmo caminho ainda, ela trabalha com esse material.

Ursula: *Como é o nome dela?*

Andréia: É a professora Márcia.

Ursula: *Eu não lembro o nome da pessoa que nos levou para Maripá.*

Andréia: Pelo que me passaram foi a professora Dolores.

Ursula: *Ela é bem, bem loira.*

Andreia: Exatamente, porque foi a professora Dolores que fez o curso em Palotina, conheceu seu trabalho, gostou dele e trouxe para Maripá, a professora Márcia e a professora Berlinda que estavam no departamento da educação, gostaram muito e já foram atrás do material, da apostila. Tanto que é a professora Marcia que trabalha com os alunos e com os filhos dela.

Ursula: *Então eu vou falar uma coisa para vocês, eu vou convidar vocês a virem para cá, fazer o curso que eu dou. Por que veja, vocês vêm de uma área que, olhando do*

ponto de vista neuropsicológico, trabalha extremamente as funções de hemisfério esquerdo, que são os números, a lógica, o registro disso, a teoria de como se desenvolve isso, e eu trabalho muito, com as funções do hemisfério direito, ou seja, as cores, os tamanhos, a organização desse material, o lúdico, e eu tenho nos cursos sempre vários professores de matemática que dizem: “nossa, se eu soubesse disso antes!” Porque eu sou muito clara nisso, não me faça perguntas difíceis de matemática, porque eu não sei. Mas eu entendo de neuropsicologia e eu sei que o maior problema no ensino da matemática é que os professores de matemática entendem muito das funções de hemisfério esquerdo, mas associam muito pouco com as funções de hemisfério direito. Então, eu preciso mandar para vocês um material que fale sobre as regras numéricas, porque olha Bárbara, você estava falando sobre o ensino das frações, as nossas régua numéricas, elas seguem uma lógica, então, o um e dois são azuis porque $1 + 1$ da 2, o 3 ou 6 e o 9 são amarelos, porque $3 + 3$ da 6 e $3 + 3 + 3$ da nove, o 4 e 8 são vermelhos.

Barbara: Então são famílias? São famílias de cores?

Ursula: São. O 5 e o 10 são verdes, então isto ajuda muito no cálculo mental, porque eu não estou trabalhando apenas com números, e sim, com grandezas visíveis. As regras numéricas são visíveis. Daí, quando eu chego nas frações, eu vou fazer uma associação com as regras numéricas, porque o inteiro é azul, cortado em 2, é azul, mas cortado em 3 em 6, em 9, é amarelo. Então, quando eu vejo aquela caixa, cheia de pedacinhos de fração, nós temos discos de fração, então são todas pizzas e eu pego um pedacinho e pergunto para criança, que fração é essa? E a criança olha e diz “isso é um quarto” como é que ela sabe disso? Olhando numa caixa toda bagunçada? Porque é vermelho, e porque se eu cortar em 4 pedaços, fica maior do que seu cortar em 8. Então, se eu peguei uma peça vermelha, ela só pode ser um quarto ou oitavo, como ela é maior, ela é um quarto. Entende? Então o que que acontece o bicho-papão da fração a gente mata, mata de pau porque a criança usa esse material e diz “nossa como isso é fácil!”

Barbara: Eu não sei como que a Senhora chama isso, mas, começando por essas régua, numeradas, a Senhora acabou associando a medida, a magnitude, então ela

vai associar isso a uma medida, e daí depois, a parte todo. Que não é o caso da pizza, ao meu ver.

Ursula: *Sim. Então, veja você, Barbara, que trabalha com professores. Com metodologia para os professores. Se você dominasse isso, você teria como espalhar. O que a gente quer é que mais pessoas, fiquem sabendo disso. O quanto isso é fácil.*

Barbara: Mas acho que isso é providencial. Porque, de repente, é o momento de firmar uma parceria e fazer espalhar isso. A Danilene trabalha com formação em cálculo mental, está levando este assunto a outras pessoas. Aqui, em Toledo, trabalhamos com formação de professores na perspectiva de coletivos destes. A gente passa nossa experiência para eles, os professores trazem experiências para a gente, a gente vai discutindo junto. O ano que vem em agosto, professora Úrsula, eu vou ficar um ano na Suíça, fazendo pesquisa nos arquivos de Piaget.

Ursula: *Uau! Que maravilha!*

Barbara: E vou pesquisar as questões das frações, porque eu precisava dar um foco, porque lá é um mundo, mas é claro que eu vou ver outras coisas lá, mas eu quero aprofundar esses estudos.

Ursula: *Para onde você vai na Suíça?*

Barbara: Os arquivos estão em Genebra, no Instituto Jean Jacques Rousseau, mas eu vou morar na França, porque Genebra é muito cara.

Ursula: *Verdade, mas você vai gostar.*

Barbara: Então, eu vou a cada 15 dias fazer o projeto lá.

Danilene: Professora Ursula, quando que você vai fazer o curso para gente ter uma ideia assim? Porque eu gostaria muito de participar.

Barbara: Eu também.

Ursula: *Eu faço sempre um por ano, e esse curso ele é muito bom para quem vem de fora, porque é um módulo a cada 2 meses. Por que isso? Porque, eu descobri, inclusive eu descobri isso em Toledo, nos cursos que eu dava lá, há uns 15 anos atrás, mais ou menos, que a gente explicava, ensinava e depois de algum tempo, as pessoas diziam, “nossa o curso foi maravilhoso, eu aprendi muito, mas acabei nunca usando”. E a gente descobriu por quê. Que se a gente não modificar a forma de pensar na pessoa que está fazendo o curso, ela ama, se diverte, mas não usa. Então, o que que a gente passou a fazer é, um módulo a cada 2 meses, porque é obrigatório preencher os livros. Então tem que fazer um módulo e tem 1 mês para preencher o livro. E depois manda, e eu corrijo esses livros todos e no próximo módulo é dado um “feedback” do que a pessoa acertou, do que ela errou e é impressionante o quanto erra. Por quê? Porque não é de acordo com o que aprenderam na escola. Então, o livro 1, se vocês espremerem pinga lógica lá dentro e isso torna ele bastante difícil, porque não é comum nas escolas ter sido trabalhada lógica. Então, é sempre um módulo, preenche o livro depois, no próximo a gente retoma, dá o segundo módulo mais 2 meses e, aí, vem outro módulo. São 5 livros, então são 5 módulos, mais o sexto para dar o “feedback” sobre o quinto. Só que de uma forma muito diferente do que vocês provavelmente trabalham a matemática. Por que a oficina é de brincar, brincar, brincar, brincar, brincar, e trabalhando o cálculo mental, claro que trabalhando o porquê disso, a teoria também, mas trabalhando o cálculo mental tanto da adição, da subtração, depois da multiplicação e divisão para depois chegar no trabalho com as frações, com a os decimais, a porcentagem. E no módulo 6 é esperado que o aluno consiga colocar em paralelo as frações, as porcentagens e os decimais, e que consiga enxergar isso tudo como uma coisa só. Isso com “comuns mortais”, não com gente sabida como vocês.*

Barbara: Professora, deixa perguntar uma coisa... Nossa, já estamos com mais de uma hora, e nem vi o tempo passar.

Danilene: Foi uma aula maravilhosa!

Ursula: *Mas vocês ainda não perguntaram tudo que estava na lista de vocês?*

Barbara: Então deixa eu perguntar mais uma coisa: a Andréia não tem muito tempo para terminar o mestrado, tem um ano e pouco, assim tem bastante tempo, mas não tem tanto. Há vários livros do Piaget, até mesmo nesse livro dos Blocos Lógicos, a Senhora coloca umas 6 ou 7 referências de Piaget e parceiros. Desses livros aqui, por onde que a Andréia poderia começar estudando, aqueles que a Senhora acha que tem os conceitos mais fundamentais?

Ursula: *Olha, eu até nem sei se tem, precisa dá uma olhada se tem Piaget para professores? Tem nas referências?*

Barbara: Piaget para professores? Não, não está.

Ursula: *Esse Piaget para professores, você pode procurar, inclusive na Estante Virtual, que é um sebo do país todo. Por quê? Porque, como Piaget, não tem mais muitas publicações atuais, mas eu considero que as ideias deles são absolutamente atuais, mas não se escreve sobre isso. Então, existem vários livros com títulos semelhantes. Piaget para professores no sentido de que é algo que já foi mastigado, fala sobre Piaget, mas fala de uma forma muito simples. Então, isso seria algo muito interessante para ler esses livros, onde explicam as provas piagetianas, os raciocínios que a criança precisa desenvolver. São livros bem interessantes, existem vários, com títulos bem parecidos, mas é bom pegar mais de um e ler esses livros que já vão dar uma boa introdução.*

Barbara: Mas no caso assim, ela está fazendo mestrado, ela poderia aprofundar uma obra no original. Eu não sei, assim, uma referência?

Ursula: *Eu gosto muito daquele livro do Piaget: O juízo Moral na criança.*

Barbara: Ah, sim, eu sei qual que é .

Ursula: *É um livro um pouco mais fácil de entender, porque têm livros dele que são assim, muito difíceis, e esse, O Juízo Moral na Criança é um livro fácil, que trabalha muito o raciocínio, porque o juízo moral, na verdade é raciocínio. Por exemplo, quando ele pergunta o seguinte, o que seria uma mentira maior? Eu ter tirado 10 na prova ou*

ter visto um cachorro do tamanho de um cavalo? Então, sabe, são certas coisas assim que daí ele mostra como é que reage uma criança aos 5 anos, aos 6 anos, aos 7, aos 8. É um livro assim que apesar de estar falando do juízo moral, eu acho que trabalha muito claramente o raciocínio da criança.

Barbara: Então quando a Senhora fala em linguagem ou raciocínio é sempre baseado em Piaget?

Ursula: *Sim, eu sempre me baseio muito em Piaget.*

Barbara: Jorge Visca é piagetiano. Assim, o Jorge Visca era argentino e ele estudou com Piaget.

Ursula: *Ele trabalhou muito, na verdade Piaget, Vygotsky, Wallon, mas Piaget, ele cita bastante.*

Barbara: Eu sou uma colecionadora de livros, eu tenho, por exemplo: Pensar é divertido, Blocos lógicos, e Jogos Lógicos. Livros do Dienes, há vários. Aqui tem uma boa coleção.

Ursula: *Isso é muito legal. Muito bom. Eu pesquisei bastante, tirei lá do fundo do baú, é a prova dos 9. Coisa que está em desuso há muito tempo. Por que que a prova dos 9 está em desuso? Muito simples, porque ela exige cálculo mental, e o ensino da matemática atual, não ensina cálculo mental. Então, como é que alguém vai tirar a prova dos 9? Como as nossas crianças têm um cálculo mental maravilhoso, a gente tem como trabalhar a prova dos nove e no nosso livro 5, a gente apresenta a prova dos 9 não só da adição que é mais comum, mas as 4 operações: da adição da subtração, da multiplicação e da divisão. É muito legal! Muito, muito legal tirar a prova dos 9 das 4 operações. Sabe, então são coisas assim que não daria mais para fazer se a gente não tivesse o cálculo mental. E aí tem muita coisa que a gente pode utilizar e usar novamente se nós levarmos a criança a saber calcular. Mas olhem ali a lista de vocês, o que mais vocês querem saber?*

Danilene: Eu acho, não sei, Andréia, mas me parece que ela conseguiu responder quase tudo, que a gente tinha colocado? Ela estudou, veio preparada!

Andréia: Sim, só uma pergunta ainda, há alguma relação com os documentos que norteiam a educação no período, por exemplo, os Parâmetros Curriculares Nacionais?

Ursula: *Sim. Sempre! Porque a nossa preocupação é que os livros fossem usáveis no Brasil, então toda vez que vem uma atualização, a gente atualiza os livros para isso. Por exemplo, os livros europeus jamais usariam fração nos 4 primeiros anos, a fração vem bem depois. Mas no Brasil é uma exigência, está no currículo nacional. Então a gente tinha que entrar com fração. E por que é que o Brasil usa fração se não precisa? Porque quando se, desenvolveu o sistema métrico, que se começou medindo pé do rei, o palmo do rei, e a Rainha existe até hoje na Inglaterra, e como isto foi muito forte na cultura inglesa e conseqüentemente, em todos os países que foram colônias inglesas, Estados Unidos, inclusive. E os Estados Unidos até há pouquíssimo tempo, usava palmo, polegada, etc. E daí usava meio palmo, um quarto de polegada, etc., porque não tinha o sistema decimal decimal. Eles entraram com a obrigatoriedade do sistema decimal há uns 10 anos só, antes, eles usavam fração por causa das medidas. E como o Brasil pega um pouco de cada canto, pegou as frações dos americanos. Na Europa não se usa, porque a Europa se baseia pela cultura francesa que foi a primeira a colocar o sistema decimal nas medidas. Então, por isso que no Brasil tem esse tipo de currículo e a gente sempre se esforçou em manter os livros atualizados de acordo com as exigências que eram feitas. Então, quando veio a BNCC, eu fiquei horrorizada! Horrorizada! Eu digo que nós vamos trabalhar com as crianças de primeiro ano para ir até o 100. Tudo bem, têm muitas crianças que conseguem, mas (têm)muitas (que)têm dificuldades e eu vou provocar dificuldade nessas crianças. Então, o que a gente fez? Colocou, mas colocou lá no fim do livro, que se ficar difícil, empurra para o ano seguinte. Segundo ano, exigência da BNCC, que nós íamos até 100, tem que ir até 1000, está bom, então puxa o material dourado para dentro do livro 2 e coloca até mil, mas coloca no fim do livro. Assim, pelo menos, não desvirtua o que a gente está trabalhando, e assim a gente foi indo, no terceiro ano nós já temos muito mais conteúdo do que a BNCC coloca. Então, a única coisa que ficou mais visível no terceiro ano é a questão da reta numérica, que a BNCC cobra muito, que tivemos que colocar no terceiro, no quarto, inclusive com frações. Então,*

entraram vários conteúdos, mas em si pouca coisa, mas com a preocupação de ter atualização, pela BNCC. Então qualquer coisa que apareça a gente tenta colocar de forma “light”, mas coloca. Está tudo lá para estar de acordo com o currículo brasileiro, se não dificulta as escolas de usarem o material, se não estiver atualizado. Então está atualizado, sim. E o que mais que escapou das perguntas?

Andréia: Acho que foi tudo Professora!

Ursula: *Tudo bem! Então vocês deem uma olhada se deu para responder tudo, se ficou alguma coisa, qualquer hora, a gente marca um outro bate-papo.*

Danilene: Nossa, Ursula, foi assim muito bom. Eu também não vi o tempo passar, você tem muito conhecimento. Eu acho que você trouxe muitas coisas para a gente pensar também e continuar pesquisando nessa luta que a gente já vem fazendo. Nossa, foi muito, muito prazeroso e muito gratificante poder estar aqui com você, (te)agradeço muito!

Barbara: Professora Ursula, eu não consigo chamar, sem usar o termo professora. Quanto à metodologia Andreia vai fazer a transcrição e vai passar para a Senhora, pelo seu crivo, e só vai ser publicado o que a Senhora permitir, utilizar na pesquisa. E com certeza, na hora que a gente fizer a transcrição, vai surgir outras perguntas. Então, acredito que realmente, vai precisar de mais, porque, por exemplo, essa questão do cálculo mental, não sei se a Senhora trabalha utilizando materiais?

Ursula: *Sim, sempre usando materiais.*

Barbara: Então, uma coisa que a gente tem que investigar mais é Piaget, nesses conceitos que a Senhora apontou. Então, tem muita coisa para a gente estudar para uma próxima conversa aprofundar.

Ursula: *Isso. Eu mando “folder” para vocês. A ideia é começar com um curso em fevereiro.*

Barbara: Em fevereiro e é final de semana, né?

Ursula: *É final de semana. O primeiro módulo, seria em fevereiro e depois o segundo, só 2 meses depois.*

Barbara: A Senhora, é muito famosa em Curitiba, pois também temos 2 colegas do nosso grupo, a Professora Mariliza e o professor Reginaldo, que fizeram o seu curso na rede municipal de Curitiba, mostraram o certificado para a gente, final da década de 80. E essa minha amiga que é psicóloga falou de você.

Ursula: *Na prefeitura, foi no final da década de 90.*

Barbara: Isso! Década 90. Desculpe, eu me enganei, é do final da década de 90.

Ursula: *Veja bem, é por isso que eu desisti das prefeituras. Porque aqui em Curitiba foi entusiasmo geral. Nós demos treinamento para 1500 professores do município de Curitiba e deixamos esse pessoal extremamente entusiasmado. O secretário de educação nos apoiou muito, foi maravilhoso, tivemos toda infraestrutura, foi espetacular o treinamento que nós fizemos. Depois a prefeitura comprou 50000 livros para todos os alunos do município, e isso foi em agosto ou setembro. Em outubro, houve as eleições, ganhou um novo prefeito do mesmo partido, que tomou posse em primeiro de janeiro. Quando chegou fevereiro, a nova secretária de educação mandou jogar fora os 50000 livros e não permitiu os professores de usar qualquer material.*

Barbara: Que crime isso! Esses bastidores, a nossa história também adora, mas é um crime.

Ursula: *Material comprado, pago, entregue, curso dado, professores entusiasmados querendo usar o material. Alguns acabaram não jogando fora, os levaram para casa, e têm professores usando até hoje por debaixo dos panos. Só que, isto nos desanimou. A mesma coisa que aconteceu em outros municípios, os professores super entusiasmado, não tinha ninguém que não quisesse o material, mas muda o prefeito, muda a secretária de educação, e aí, não permite que continue. Sabe por quê? Porque se tiver qualquer sucesso, o sucesso é do anterior, não é deles.*

Barbara: Cada um que deixar sua marca, isso é terrível. Mas eu queria concluir, que essa minha amiga, a Elza, que a Senhora não deve lembrar porque é muita gente, ela falou assim: “a Úrsula, ela trouxe o melhor de tudo que ela viveu, experienciou, na clínica, na Europa, nos vários cursos”. Então, assim, realmente é uma referência aqui, no estado do Paraná, e que bom que a gente teve acesso à Senhora. E vamos em frente, certo, Andréia?

Ursula: *Quem sabe, vocês não me ajudam a escrever um pouquinho, né?*

Danilene: Nossa, seria um prazer!

Barbara: Nós temos um bom relacionamento com as escolas, e temos esse entendimento que não existe hierarquia, que é o coletivo, que está todo mundo querendo melhorar a educação.

Ursula: *Com certeza!*

Danilene: Querendo o melhor.

Barbara: E nós somos resistência, na verdade. Porque realmente, perto disso que a Senhora colocou, resistência, no bom sentido, de tentar fazer diferente. Eu fui professora lá em Curitiba, em escolas renomadas, quando eu estudava e morava lá, antes de entrar na universidade, e às vezes os pais mesmo reclamavam, se você não desce todo o livro, todo preenchido. E você, queria parar pra fazer uma coisa diferente, mas tinha, tal dia era prova, tal dia, tinha tal coisa.

Ursula: *Exatamente, exatamente!*

Barbara: O planejamento já vinha pronto até o final do ano. Então, assim, era bem difícil mesmo. Eu me identifiquei quando a Senhora começou a falar sobre isso.

Ursula: *Então, aí você têm crianças que não dão conta, mas você como professora, tem que empurrar pra frente.*

Andreia: Exatamente!

Barbara: Ou, você é empurrada para fora, né?

Ursula: *Senão, você é empurrada pra fora. Isso eu escutei muito, muito, muito, e aí os professores têm que fazer o que mandam.*

Barbara: Sim, e têm muitos professores que acabam indo até para o psicólogo, porque não conseguem suportar a pressão.

Ursula: *Aliás é um conflito muito grande, muito grande.*

Barbara: Mas, muito obrigada!

Ursula: *Está ótimo, a gente volta a conversar, está bem?*

Barbara: Feliz Natal pra Senhora, Boas festas!

Danilene: Obrigada, muito obrigada mesmo pelo tempo e por tudo que você nos passou hoje.

Andréia: Muito obrigada, Professora Ursula!

Ursula: *Feliz Natal, boas festas. Tchau, tchau!*

ANEXO1 - ATESTADO DE COMPRA DA APOSTILA "LÓGICA DO CÁLCULO"**Prefeitura do Município de Maripá**

ESTADO DO PARANÁ

Rua Luiz de Camões, 437 - Cep 85.955-000 - Fone/Fax: (44) 3687-1262
e-mail: maripa@cidadedasorquideas.com.br + www.cidadedasorquideas.com.br

CNPJ 95.583.571/0001-02

ATESTADO

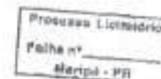
A Secretaria de Educação do Município de Maripá tem adquirido para as escolas da rede municipal de ensino, os livros "Lógica do Cálculo" da Quaifogic Editora, Brinquedos e Softwares Educativos Ltda, como material de apoio pedagógico desde o ano de 2002.

Destacamos ainda que o material é de excelente qualidade e compatível com a idade/série que dele se utilizam, razão esta pela qual solicitamos novamente este material para ser utilizado no ano letivo de 2007.

Maripá, 20 de dezembro de 2006.

Berlinda Rech
Berlinda M. L. Rech
Assessora Educacional

Márcia R. Sponchiado
Márcia R. Sponchiado
Chefe de Seção de Ensino



ANEXO 2 – CERTIFICADO DE PROFESSOR PARTICIPANTE

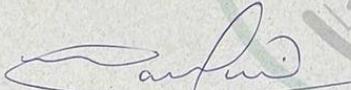
Certificado

A APOIO CLÍNICA INTEGRADA E GESTÃO DE RECURSOS HUMANOS, certifica que:

Danilene Donin Berticelli

Participou do curso "**DIFICULDADE DE APRENDIZAGEM. VOCE PODE AJUDAR A SUPERAR ESTE OBSTÁCULO**", realizado no auditório da ACIT, com carga horária de 3 horas.

Toledo – PR, 26 de abril de 2008.



Noemi Paulina Cappellessio Finkler
CRP 08/03539
Diretora Executiva – Apoio Clínica



Ursula Mariane Simons
Psicóloga – CRP 08/1647
Ministrante

Realização & Organização 
Clínica Integrada
&
Gestão de Recursos Humanos

CURSO
DIFICULDADE DE APRENDIZAGEM. VOCE PODE AJUDAR A SUPERAR ESTE OBSTÁCULO

<p>PROGRAMA: Dificuldade simples Dificuldade global Obstáculo Funcional Obstáculo Global Zona proximal Iniciação ao processo corretor</p>	<p style="text-align: center;">APOIO CLÍNICA INTEGRADA E GESTÃO DE RECURSOS HUMANOS.</p> <p style="text-align: center;">(CNPJ 00.836.607/0001-06) DIVISÃO DE CAPACITAÇÃO</p>
<p>MINISTRANTE: Ursula Mariane Simons Psicóloga - CRP 1647-08</p>	

ANEXO 3 – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO
Apresentação do TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO
(TCLE)

PPGECEMTE – Programa de Pós Graduação em Educação em Ciências Educação
Matemática e Tecnologias Educativas

Mestranda: Andréia Pastore Frana

Orientadora: Profa. Dra. Danilene Gullich Donin Berticelli

Coorientadora: Profa. Dra. Barbara Winiarski Diesel Novaes

Este formulário integra a pesquisa de mestrado que está sendo desenvolvida no Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências, Educação Matemática e Tecnologias Educativas, oferecido na Universidade Federal do Paraná, UFPR, setor Palotina, edição 2021/2.

O objetivo desta atividade é compreender o processo de criação do livro “Lógica do Cálculo 2” e as bases que fundamentaram as autoras na estruturação das atividades. A participação neste estudo foi voluntária. A entrevistada Ursula Mariane Simons, receberá a transcrição da entrevista, autorizando as respostas aqui emitidas.

O material será utilizado para elaboração da dissertação, requisito para conclusão do mestrado, também poderá ser utilizado para possíveis produções como artigos e trabalhos apresentados em eventos científicos.

De modo algum, outra pessoa externa à participação nesta pesquisa poderá fazer uso desses dados.

Não há nenhum risco envolvido com a participação na pesquisa para além dos riscos da vida cotidiana. Por outro lado, os benefícios de dar sua opinião estão na construção do conhecimento científico e compreensão dos temas emergentes à Educação Científica.

A pesquisa é coordenada pela mestranda Profa. Andréia Pastore Frana (andreia.pastore@ufpr.br), com orientação e coorientação, respectivamente, das Professoras Doutoras: Danilene Gullich Donin Berticelli e Barbara Winiarski Diesel Novaes. A pesquisa será por vídeo chamada, solicitando consentimento de todos os envolvidos para gravação, o que facilitará a descrição dos dados e posterior análise, pois estes são parte primordial na composição da narrativa a ser construída.

Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE) - Caso não se sinta livre e esclarecido quanto à sua participação, pode entrar em contato pelo *e-mail* da coordenadora da pesquisa, para maiores esclarecimento.