

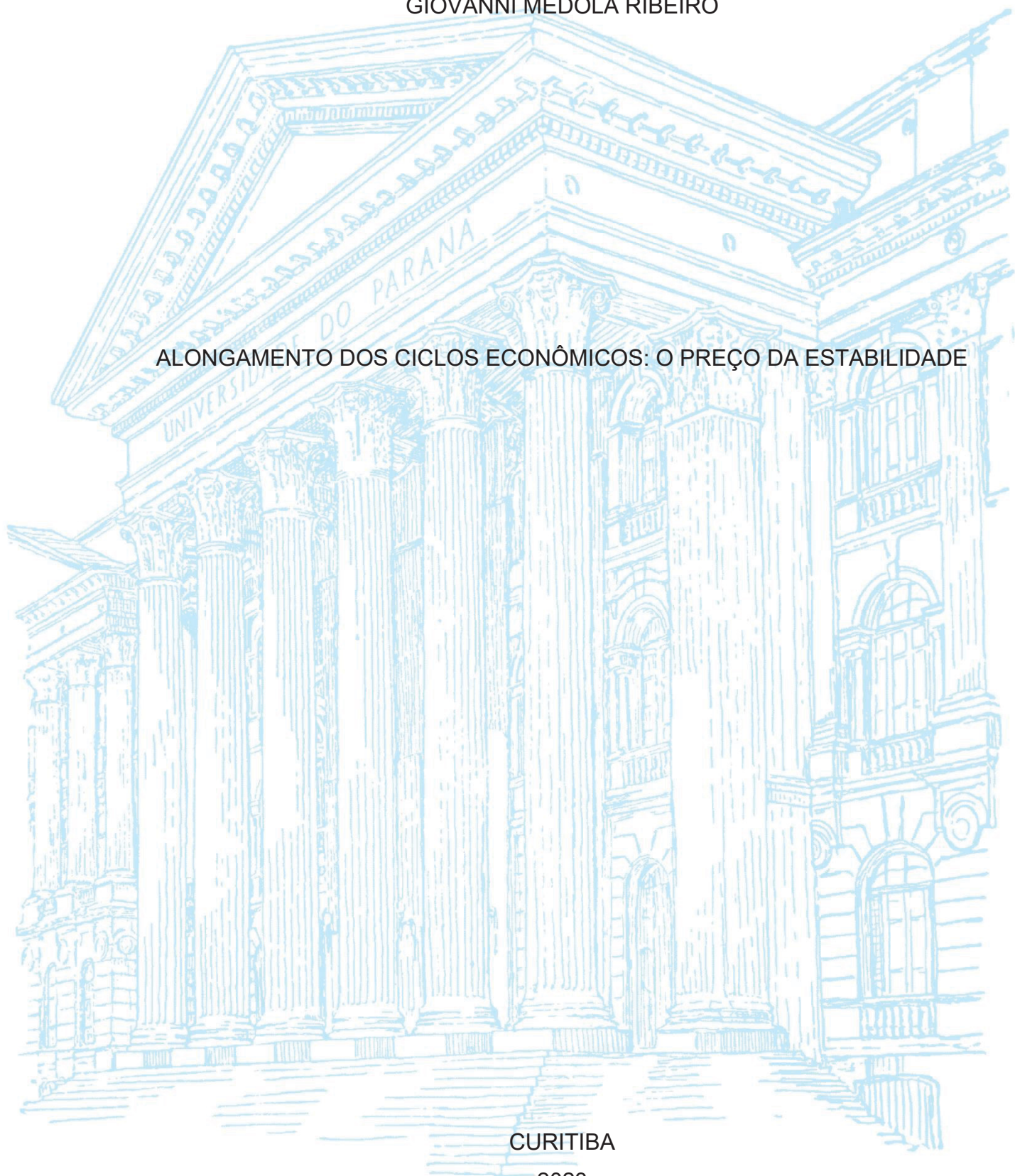
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

GIOVANNI MEDOLA RIBEIRO

ALONGAMENTO DOS CICLOS ECONÔMICOS: O PREÇO DA ESTABILIDADE

CURITIBA

2023



GIOVANNI MEDOLA RIBEIRO

ALONGAMENTO DOS CICLOS ECONÔMICOS:  
O PREÇO DA ESTABILIDADE

Trabalho apresentado como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ciências pelo Programa de Pós-graduação em Desenvolvimento Econômico do Setor de Ciências Sociais Aplicadas da Universidade Federal do Paraná.

Orientador: Prof. Armando Sampaio.

CURITIBA

2023

DADOS INTERNACIONAIS DE CATALOGAÇÃO NA PUBLICAÇÃO (CIP)  
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ  
SISTEMA DE BIBLIOTECAS – BIBLIOTECA DE CIÊNCIAS SOCIAIS APLICADAS

Ribeiro, Giovanni Medola

Alongamento dos ciclos econômicos : o preço da estabilidade  
/ Giovanni Medola Ribeiro. – Curitiba, 2023.

1 recurso on-line : PDF.

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Paraná,  
Setor de Ciências Sociais Aplicadas, Programa de Pós-  
Graduação em Desenvolvimento Econômico.

Orientador: Prof. Dr. Armando Vaz Sampaio.

1. Ciclos Econômicos. 2. Produtividade. 3. Política Monetária.  
I. Sampaio, Armando Vaz. II. Universidade Federal do Paraná.  
Programa de Pós-Graduação em Desenvolvimento Econômico.  
III. Título.

Bibliotecária: Maria Lidiane Herculano Graciosa CRB-9/2008



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
SETOR DE CIÊNCIAS SOCIAIS E APLICADAS  
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ  
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO DESENVOLVIMENTO  
ECONÔMICO - 40001016024P0

## TERMO DE APROVAÇÃO

Os membros da Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação DESENVOLVIMENTO ECONÔMICO da Universidade Federal do Paraná foram convocados para realizar a arguição da Dissertação de Mestrado de **GIOVANNI MEDOLA RIBEIRO** intitulada: **ALONGAMENTO DOS CICLOS ECONÔMICOS: O PREÇO DA ESTABILIDADE**, sob orientação do Prof. Dr. ARMANDO VAZ SAMPAIO, que após terem inquirido o aluno e realizada a avaliação do trabalho, são de parecer pela sua APROVAÇÃO no rito de defesa.

A outorga do título de mestre está sujeita à homologação pelo colegiado, ao atendimento de todas as indicações e correções solicitadas pela banca e ao pleno atendimento das demandas regimentais do Programa de Pós-Graduação.

CURITIBA, 16 de Fevereiro de 2023.

Assinatura Eletrônica

20/02/2023 06:38:29.0

ARMANDO VAZ SAMPAIO

Presidente da Banca Examinadora

Assinatura Eletrônica

16/02/2023 18:50:50.0

MAURICIO VAZ LOBO BITTENCOURT

Avaliador Interno (UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ)

Assinatura Eletrônica

16/02/2023 19:02:17.0

CELSO JOSÉ COSTA JUNIOR

Avaliador Externo (UNIVERSIDADE ESTADUAL DE PONTA GROSSA)

## RESUMO

Nos Estados Unidos o produto tem oscilado cada vez menos e essas oscilações menores se distribuem em ciclos mais longos. A política monetária visa essa estabilização, sendo o último ciclo da economia americana representativo dessas mudanças. Além disso, se observa que nos Estados Unidos a produtividade do trabalho vêm mudando de forma, crescendo mais nos momentos de instabilidade do que nos momentos de prosperidade. A hipótese deste artigo é que: a estabilidade e as políticas monetárias empregadas para estabilizar as flutuações do produto afetam os ganhos de produtividade do trabalho, pois a destruição criadora, os incentivos à especialização da mão de obra e a produtividade marginal do trabalho dependem das oscilações da economia. Para observar o impacto das políticas monetárias na produtividade simulou-se um choque negativo na taxa de juros em um modelo DSGE Novo Keynesiano, representando a política expansionista que hoje ocorre na maior parte do ciclo. O resultado foi a queda na produtividade marginal do trabalho. Além disso, há na literatura evidências de que os incentivos de especialização da mão de obra são anticíclicos e dependem da flutuação do produto que estenderia os efeitos adversos da expansão estável ao longo-prazo.

**Palavras-chave:** Ciclos Econômicos; Produtividade; Política Monetária; DSGE Novo Keynesiano.

## **ABSTRACT**

In the United States, the economic fluctuations have been smaller and distributed in longer business cycles. The monetary policy is focused on this effect, with the last business cycle of the American economy being representative of these patterns. Along with that in the United States, the productivity of labor has changed its form, growing more in moments of instability than in moments of prosperity. We hypothesize that stability along with the current monetary policies focused on the stabilization of economic fluctuations suppresses labor productivity, since the creative destruction, the incentives of labor specialization, and the marginal productivity of labor depend on the economic fluctuations. We simulated a negative interest rate chock in a DSGE New Keynesian model to represent the current monetary policy employed in the biggest part of the cycle, resulting in the fall of marginal labor productivity. Besides that, there are many papers indicating that the incentives for labor specialization are countercyclical and depend on economic fluctuations, spreading these effects on productivity from the short to the long run.

**Keywords:** Business Cycles; Productivity; Monetary Policy; New Keynesian DSGE.

**Classificação JEL:** E32, E37, E43.

## LISTA DE FIGURAS

|           |                                                                                                                 |    |
|-----------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| FIGURA 1  | REPRESENTAÇÃO DA MUDANÇA NAS FLUTUAÇÕES DOS ESTADOS UNIDOS NO PÓS GUERRA                                        | 11 |
| FIGURA 2  | REPRESENTAÇÃO DO MOVIMENTO DOS JUROS, NATURALMENTE E SOB POLÍTICA MONETÁRIA ATIVA                               | 13 |
| FIGURA 3  | RESULTADOS DE UMA POLÍTICA MONETÁRIA EXPANSIONISTA SOBRE OS PRINCIPAIS INDICADORES MACROECONÔMICOS              | 25 |
| FIGURA 4  | RESULTADOS DE UMA POLÍTICA MONETÁRIA EXPANSIONISTA EM RELAÇÃO À PRODUTIVIDADE E MERCADO DE TRABALHO             | 25 |
| FIGURA 5  | FLUXOGRAMA DOS EFEITOS DO CHOQUE NEGATIVO DA TAXA DE JUROS                                                      | 26 |
| FIGURA 6  | REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DOS EFEITOS DO CHOQUE NEGATIVO DA TAXA DE JUROS                                           | 27 |
| FIGURA 7  | DESEMPREGO DOS ESTADOS UNIDOS DE 2009 A 2020                                                                    | 28 |
| FIGURA 8  | AS VARIAÇÕES DOS JUROS E DO PRODUTO DOS ESTADOS UNIDOS DE 1954 A 2020                                           | 31 |
| FIGURA 9  | AS VARIAÇÕES DO PRODUTO E DA PRODUTIVIDADE DO TRABALHO DOS ESTADOS UNIDOS DE 1954 A 1984 (PRÉ GREAT MODERATION) | 32 |
| FIGURA 10 | AS VARIAÇÕES DO PRODUTO E DA PRODUTIVIDADE DO TRABALHO DOS ESTADOS UNIDOS DE 1984 A 2020 (GREAT MODERATION)     | 32 |

## SUMÁRIO

|          |                                                         |           |
|----------|---------------------------------------------------------|-----------|
| <b>1</b> | <b>INTRODUÇÃO.....</b>                                  | <b>9</b>  |
| <b>2</b> | <b>CICLOS ECONÔMICOS E PRODUTIVIDADE .....</b>          | <b>10</b> |
| 2.1      | ALONGAMENTO DOS CICLOS.....                             | 10        |
| 2.2      | O PROBLEMA DO ALONGAMENTO DOS CICLOS.....               | 14        |
| <b>3</b> | <b>MODELO .....</b>                                     | <b>16</b> |
| <b>4</b> | <b>RESULTADOS E DISCUSSÃO.....</b>                      | <b>24</b> |
| 4.1      | SIMULAÇÃO DE UMA POLÍTICA MONETÁRIA EXPANSIONISTA ..... | 24        |
| 4.2      | MERCADO DE TRABALHO .....                               | 29        |
| 4.3      | A ECONOMIA REAL .....                                   | 30        |
| <b>5</b> | <b>CONCLUSÃO.....</b>                                   | <b>33</b> |
| <b>6</b> | <b>REFERÊNCIAS .....</b>                                | <b>34</b> |
|          | <b>APÊNDICE A – DEDUÇÕES MATEMÁTICAS DO MODELO.....</b> | <b>35</b> |

## 1 INTRODUÇÃO

Os ciclos econômicos são, de forma simplista, oscilações do produto ao longo do tempo, representadas nos diagramas como ondas de rádio, que oscilam em forma de semicírculos uniformes acima e abaixo da linha de tendência. Isso foi mais realista no passado do que é hoje: os altos já não são mais tão altos e os baixos não mais tão baixos. Essa estabilidade prolonga as fases do ciclo e ao redesenhar o diagrama para a economia Americana do século XXI, os semicírculos se tornariam retas paralelas á tendência, cada vez mais longas e próximas, com mergulhos curtos e estáveis abaixo dela (representados na figura 1). O último ciclo da economia dos Estados Unidos, por exemplo, foi o maior da história: 11 anos de crescimento, com produto médio 2,16%. Nos anos 90, o ciclo durou 1 ano a menos, mas a média era de 3,7%; e no final dos anos 70, 4 anos de crescimento com média de 4,5%.

A produtividade da mão de obra também vem desacelerando e mudando de forma. No século XXI a produtividade da mão de obra cresce mais durante as crises do que nos momentos de prosperidade, ou seja, oscila na frequência inversa do produto (se torna anticíclica). A diferença entre esses dois padrões é que: a estabilização dos ciclos é desejada, a autoridade monetária se esforça para que ocorra; a desaceleração da produtividade é temível, sintoma de uma estagnação dolorosa no futuro.

A correlação desses eventos é pouco mencionada. A hipótese desse trabalho é de que a mudança nas flutuações do produto tenha ligação direta com a mudança nas flutuações da produtividade da mão de obra. A ideia é que a estabilização da economia americana afete negativamente fatores essenciais para o aumento da produtividade que dependem das oscilações, como a destruição criadora e os incentivos à especialização. Junto a isso, essa estabilização seria atingida, ao menos parcialmente, por políticas monetárias ativas que estimulam expansões e contrações conforme o julgamento da autoridade monetária. O estímulo expansionista (presente na maior parte do ciclo) viria através de cortes progressivos na taxa de juros, que reduzem os custos de produção e investimento, aumentam a margem de lucro e permitem que se empregue trabalhadores cada vez menos produtivos.

O objetivo desse artigo será, portanto, observar os mecanismos pelos quais a estabilidade e as políticas monetárias voltadas a essa estabilidade afetariam a produtividade da mão de obra e sua mudança de comportamento nas últimas décadas. Assim, será observado na literatura e em modelos econômicos de que forma se dariam essas relações. Além disso, para simular os efeitos das políticas monetárias expansionistas sobre o curto prazo e seus agravantes no novo formato do ciclo econômico será utilizado o modelo DSGE Novo Keynesiano com desemprego de Gali (2010).

A estabilidade é um desejo da autoridade monetária, dos políticos e da população. Uma possível relação entre estabilização e desaceleração na produtividade é um efeito adverso importante para a análise custo benefício de políticas monetárias e projetos econômicos, devendo ser explorada.

## **2 CICLOS ECONÔMICOS E PRODUTIVIDADE**

### **2.1 ALONGAMENTO DOS CICLOS**

As variações do produto nacional americano passam de um “padrão montanha-russa” a um “padrão Tour de France”<sup>1</sup> a partir da década de 1980. Essa mudança começa na metade do século passado com a redução na volatilidade dos ciclos econômicos entre 15 e 20 por cento no pós-guerra em relação ao pré-guerra<sup>2</sup>, conforme Romer (1999). Sendo os 13 últimos anos da observação, de 1985 a 1997, duas vezes mais estáveis que os 37 demais anos de pós-guerra (iniciado em 1948). Símbolo dessa quebra, o período iniciado em 1984 é chamado: “Great Moderation”.

Ciclos econômicos mais estáveis implicam em fases mais duradouras no ciclo (como o desenho descrito na introdução). As recessões no pós-guerra são em média (até 1997) um mês mais longas que no pré-guerra, com contrações médias 6% menores; as expansões 50% mais longas com níveis de crescimento também inferiores (Romer, 1999). O ciclo mais recente é também o mais longo já registrado

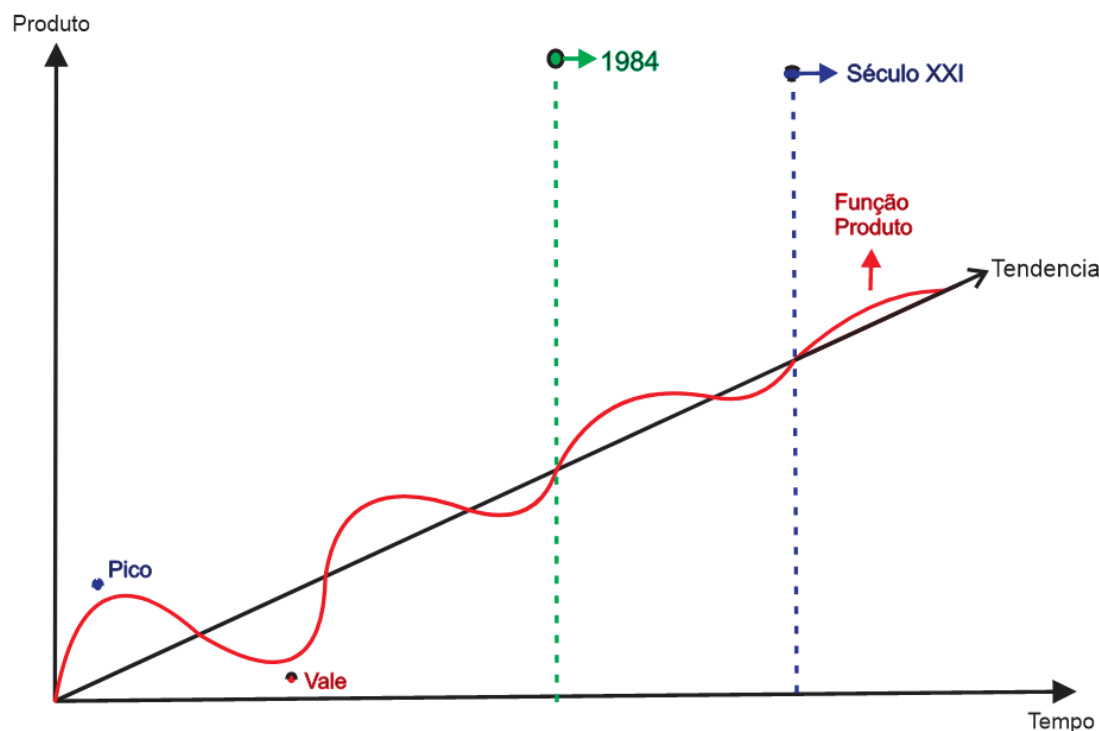
---

<sup>1</sup> O padrão Tour de France é uma referência ao torneio de ciclismo com este nome. Neste torneio os atletas atravessam a França e cruzam diversos tipos de relevo com transições graduais de um ao outro; opondo o padrão montanha-russa em que a atração do brinquedo são altos e baixos bem destacados com transições agressivas de um ao outro.

<sup>2</sup> O período Pós-guerra no texto de Romer (1999) começa em 1948; os dados deste artigo vão até 1997.

pelo National Bureau of Economic Research (NBER) (desde 1857)<sup>3</sup>, de um vale em junho de 2009 ao outro apenas em abril de 2020; totalizando inéditos 130 meses.

FIGURA 1 - REPRESENTAÇÃO DA MUDANÇA NAS FLUTUAÇÕES DOS ESTADOS UNIDOS NO PÓS GUERRA



FONTE: Elaborada pelo autor com base nos artigos referenciados e nos dados de US Business Cycle Expansions and Contractions do National Bureau of Economic Research (NBER).

NOTA: A figura 1 é um diagrama que representa a mudança na volatilidade e na duração dos ciclos econômicos de 1948 aos dias atuais.

Como se observa a *great moderation* há décadas, o campo de discussão sobre suas possíveis causas é amplo e dividido (como quase tudo na economia). Galí e Gambetti (2007) chamam essas frentes de: “Bad Luck”, em que a instabilidade pré 1982 é fruto das circunstâncias da economia mundial; e “Bad Policy”, em que a instabilidade pré 1982 é fruto de políticas econômicas malfeitas. A data que divide esses períodos é referente à entrada de Paul Volker na presidência do Federal

<sup>3</sup> O National Bureau of Economic Research contabiliza as contrações e expansões do produto dos Estados Unidos a partir de 1857; as durações e datas destes intervalos (em outras palavras: os ciclos econômicos).

Reserve, que marca uma mudança na doutrina da política monetária Norte Americana.

Do lado do *Bad Policy* há uma base histórica. Romer (1999) atribui essa estabilização a ascensão das políticas macroeconômicas no pós-guerra, partindo da criação do Federal Reserve em 1913 e da transição do não intervencionismo à sofisticação das políticas no período entreguerras. A estabilização se acentua nos últimos 10 a 15 anos da série (até 1997), pelos avanços da ciência econômica, pela sofisticação das autoridades monetárias e pelo fim do padrão ouro dólar em 1971, que flexibiliza a emissão de moeda e a utilização dos instrumentos de política monetária pelo Federal Reserve.

O fim do padrão ouro dólar, todavia, ocorre em uma das décadas mais instáveis da história econômica recente (por razões que não dizem respeito à política monetária). Fazendo com que a única década em que o Federal Reserve teve o mesmo ferramental do período de *great moderation*, antes de 1982, seja uma década repleta de *bad luck*.

As duas ideias devem ser levadas em consideração; são altamente correlatas. Por exemplo, Blanchard, Furceri e Pescatori (2014), explicam a estabilidade dos juros básicos dos EUA neste século por mudanças nas expectativas, nos mercados de bens duráveis, nas poupanças dos países emergentes etc. Ou seja, a estabilização da política monetária e das flutuações compartilham diversos fatores.

É difícil isolar o impacto das políticas monetárias nesse período de *moderação*, mas é evidente que são direcionadas a este fim. Romer e Romer (1998) observam atas e relatórios da autoridade monetária norte americana (FOMC e FED)<sup>4</sup> informando as políticas de taxas de juros a serem implementadas e suas finalidades. No pós-guerra, o Federal Reserve tem declaradamente elevado os juros quando a inflação do período acelera mais do que o esperado (na forma da Regra de Taylor), forçando recessões controladas. Em Romer e Romer (1994a), sob os mesmos moldes, observam o uso expansionista dos juros nominais; reduzidos

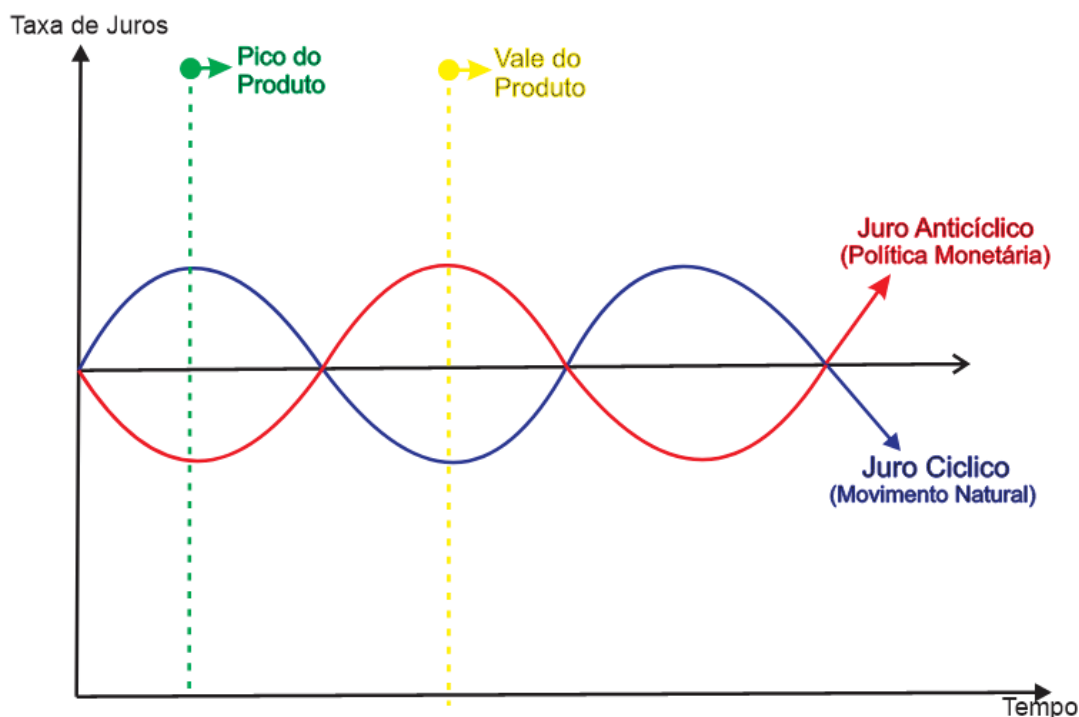
---

<sup>4</sup> Desde o Federal Reserve Act de 1913 a instituição é responsável por determinar a política monetária a ser implementada. Os instrumentos de política são operações de open market, taxa de redesconto bancário e a determinação das reservas bancárias. Estes três fatores incidem diretamente sob a taxa básica de juros. A primeira e de impacto imediato sobre as flutuações das taxas de juros é determinada pelo Federal Open Market Committee (FOMC), composto por sete membros do conselho de Governadores do Federal Reserve e quatro dos onze presidentes do Reserve Bank em oito encontros anuais. As duas últimas são determinadas pelo Federal Reserve como um todo. Cada decisão da instituição ou do conselho é seguida de uma ata justificando suas intenções.

progressivamente logo após os vales do ciclo, até que os resultados no produto e na liquidez gerem inflação a um nível indesejado, quando se adota as direções do primeiro artigo.

Assim fica definida a doutrina da política monetária: os juros oscilam sob uma tendência, em movimentos simetricamente inversos ao produto, gerando um grande vazio entre as duas linhas após suas intersecções (na economia perfeita de diagrama). Os juros estão altos ao final do ciclo, quando o produto está em seu vale; reduzidos para estimular a elevação do produto; mantidos nos momentos de prosperidade; e elevados ao final, enquanto o produto cai devido à alta dos juros.

FIGURA 2 - REPRESENTAÇÃO DO MOVIMENTO DOS JUROS, NATURALMENTE E SOB POLÍTICA MONETÁRIA ATIVA



FONTE: Elaborada pelo autor

NOTA: A figura 2 é uma representação teórica dos movimentos da taxa de juros

Esse formato de política monetária é anticíclico. Isso quer dizer, movimenta os juros de forma oposta à sua flutuação natural, o movimento cíclico. O juro naturalmente oscila junto do produto e oposto a ele: se o produto aumenta a demanda por moeda também aumenta; se o produto cai, a demanda por moeda

também cai. Os juros são o “preço do dinheiro”, se sua oferta é fixa, ele flutua conforme a demanda, portanto, conforme o produto da economia.

## 2.2 O PROBLEMA DO ALONGAMENTO DOS CICLOS

A “má sorte” do país nem sempre é um choque da economia global, a quebra de um mercado ou algum escândalo político. Pode ser algo tão silencioso e progressivo quanto: a desaceleração da produtividade por décadas, que estagna em 2004 (Moss, Nunn e Shambaugh, 2020); a mudança da correlação horas-produtividade, que se torna negativa (Davis e Khan, 2008); ou o crescimento anticíclico da produtividade, que passa a ocorrer nas crises (Gali e Rens, 2021).

Mas se a qualidade da política monetária depende também do ambiente (da “sorte”), a recíproca pode ser verdadeira: esse tipo de *má sorte* é também fruto de uma “*má política*”. Não no sentido de descumprir a função a que foi destinada, de estabilização, mas de que os efeitos das políticas anticíclicas dos juros, combinados à estabilização artificial da economia, tenham esse efeito adverso sobre a produtividade.

Essa hipótese parte da observação de que assim como as flutuações do produto, a produtividade começa a desacelerar no pós-guerra, se destacando no período de *great moderation*, especialmente no século XXI. O mesmo acontece com a ciclicidade da produtividade, que “some” no período de *great moderation* e se torna anticíclica no século XXI, o que Gali e Rens (2021) chamam de “Vanishing Procyclicality”.

A correlação pode ser uma relação simultânea, ou mesmo como apontam Gali e Gambetti (2007), as mudanças da produtividade que causam a estabilização e não o contrário. Todavia, há diversas razões para crer que a estabilidade e as políticas anticíclicas direcionadas a ela possuem efeito relevante sobre a desaceleração e o *vanishing procyclicality* da produtividade.

A hipótese deste artigo é que esse efeito adverso deve ocorrer porque os juros baixos durante a expansão do ciclo estimulam o consumo acima do “nível natural”<sup>5</sup>,

---

<sup>5</sup> O que será chamado de natural neste artigo se refere ao nível de equilíbrio ou movimento característico de algum indicador, sem a intervenção da autoridade monetária, a hipotética “economia fechada e sem governo”.

geram lucros extraordinários e aumentam a demanda por trabalho. Em equilíbrio se espera que a utilização dos trabalhadores seja ótima dadas as limitações tecnológicas, ao estimular a demanda por mão de obra a produtividade marginal desses trabalhadores diminui, uma vez que estava no ponto de máxima. Esse efeito de curto prazo é observado na simulação proposta na seção 3.

Pode-se deduzir que esse efeito adverso de curto prazo tem durado cada vez mais, visto que os ciclos estão maiores e os juros menores por mais tempo. O último ciclo, de tamanho recorde, é acompanhado por recordes nos juros, os mais baixos da economia americana moderna: juros médios anuais inferiores à 1% pela primeira vez em 2009; mantidos nesse nível até 2017, quando retornam a 1% de média; permanecendo assim até 2019 (os últimos dois anos do ciclo).

Para o longo prazo, esses juros baixos no período de crescimento significam menores custos do capital, responsável por encurtar as margens de lucro no pico do ciclo. A alta dos juros durante a alta do ciclo seria o mecanismo de impulso da destruição criadora; ao acirrar a competição por capital, eleva os custos de produção e reduz o lucro extraordinário.

Princípio observado por: Bartelsman, Haltiwanger e Scarpetta (2004), na correlação entre a rotatividade das firmas e ganhos de produtividade em diferentes países e indústrias, especialmente as de alta tecnologia; Amini, Mackinlay e Weston (2022), com evidências de que as crises, ao reduzir os investimentos, geram melhor alocação dos recursos; e Filippetti, Frenz e Archibugi (2009), com a noção que as crises beneficiam empresas menores e inovadoras.

O crescimento de longo prazo é atribuído especialmente ao capital humano (a fonte de convergência entre as economias), conforme modelo clássico de Mankiw, Romer e Weil (1992). Fazendo a capacitação e a especialização da mão de obra o principal fator do desenvolvimento e crescimento das economias no longo prazo.

Autores como Dellas e Sakelaris (2003), se referem ao capital humano e sua acumulação como “...a potential link between short run fluctuations and long run growth...”. Esse canal do desenvolvimento depende tanto das flutuações quanto a destruição criadora, uma vez que: A decisão dos jovens em ingressar na universidade é fortemente anticíclica (Dellas e Sakelaris, 2003), e a decisão dos trabalhadores em se especializar é anticíclica (DeJong e Ingram, 2001).

Todos estes fatores ajudam a compreender os resultados de Aghion, Farhi e Kharroubi (2015), que comparam países e indústrias sob juros naturais e sob juros

anticíclicos. Observando que os efeitos das políticas anticíclicas de taxa de juros são negativos à produtividade da indústria e especialmente para a produtividade da mão de obra.

### 3 MODELO

Os efeitos da política monetária serão observados em um modelo de Dynamic Stochastic General Equilibrium (DSGE) Novo Keynesiano com desemprego, especificamente o de Galí (2010). Esse modelo simula um sistema econômico com agentes que maximizam seu bem-estar ao longo do tempo em um horizonte infinito partido de um equilíbrio. Os componentes dessa economia são: as famílias, que decidem o quanto de trabalho ofertar, considerando consumo e lazer; as firmas de bens finais, que decidem o preço de venda dos seus produtos diferenciados, considerando seu poder de mercado (determinação de preços à la Calvo)<sup>6</sup>; as firmas intermediárias, que decidem quanto trabalho demandar, considerando os custos de produção; e a autoridade monetária, que decide a taxa de juros considerando a aceleração da inflação.

Se deseja observar os impactos de curto prazo de uma política monetária expansiva na produtividade, para depois discutir sua ligação com o crescimento de longo prazo da economia. Simulação essa, que o modelo de Galí (2010) cumpre sem ser modificado. Clássico, validado e com alto poder de predição, esse modelo Novo Keynesiano com desemprego facilita a observação da produtividade marginal dos trabalhadores (seu único fator de produção) após uma redução artificial dos juros.

A escolha por um modelo Novo Keynesiano se dá, pois, a hipótese deste artigo depende da simulação de uma política monetária, uso característico desse tipo de modelo de curto prazo com rigidez de preços. A escolha de um modelo com

---

<sup>6</sup> A rigidez de preços faz com que as firmas não atualizem seus preços de venda todas ao mesmo tempo. Conforme Mankiw (1985), há custos de menu, que são os custos de elevar os preços conforme a perda de demanda causado por essa elevação; as firmas devem observar a elasticidade da sua demanda e atualizar os preços de forma a maximizar seus lucros contabilizando esses custos de diminuição da demanda (os bens são substitutos imperfeitos). Guillermo Calvo introduz esse dilema nos modelos micro fundamentados ao fazer com que apenas uma parcela das firmas atualize seus preços em cada período, fazendo com que a convergência dos preços leve algum tempo.

desemprego se dá pois muito da discussão sobre produtividade e ciclos econômicos gira em torno da rotatividade da mão de obra e das decisões de contratação e demissão baseadas em produtividade. O modelo com desemprego entrega esses parâmetros para a discussão teórica por meio do *tightness* e do conceito de produtividade de reserva, que são discutidos em detalhes na seção de Resultados.

No Apêndice A há todas as deduções feitas pelo autor do presente artigo a partir do modelo de Gali (2010) e da obra de Bergholt (2012), exibindo as origens de cada uma das funções apresentadas a baixo.

### As Famílias:

- Tempo que as famílias alocam no mercado de trabalho

(1.1)

$$\hat{l}_t = \left(\frac{N}{L}\right) \hat{n}_t + \left(\frac{\psi U}{L}\right) \hat{u}_t$$

Em que  $\hat{l}_t$  é o esforço das famílias no mercado de trabalho, dado pela razão dos empregados  $N$  e do total de indivíduos trabalhando ou buscando trabalho  $L = N + \psi U$ ; multiplicada pelo "gap" do emprego no período  $t$  em relação ao nível de emprego de equilíbrio  $\hat{n}_t$ . Soma-se isso à razão entre a quantidade de desempregados  $U_t$  vezes a desutilidade que as famílias atribuem ao desemprego de seus membros  $\psi \in [0,1]$  e a força de trabalho não linearizada; que por sua vez é multiplicada pelo gap do desemprego corrente em relação ao desemprego de equilíbrio  $\hat{u}_t$ .

- Força de Trabalho

(1.2)

$$\hat{f}_t = \left(\frac{N}{F}\right) \hat{n}_t + \left(\frac{U}{F}\right) \hat{u}_t$$

A força de trabalho é a mesma noção do esforço no mercado de trabalho, porém em termos mais generalistas. Sendo as razões de emprego  $\left(\frac{N}{F}\right)$  e desemprego  $\left(\frac{U}{F}\right)$  dadas em relação à força de trabalho total. Diferente de (1.1) não se contabiliza a desutilidade do desemprego pois se considera todos os possíveis

participantes do mercado de trabalho, não apenas os que buscam emprego, tornando (1.1) maior que (1.2) em situações normais.

- Taxa de Desemprego

(1.3)

$$\widehat{ur}_t = \hat{f}_t - \hat{n}_t$$

O nível de desemprego é a diferença entre força de trabalho e nível de emprego, abrangendo os desempregos involuntários, contemplados em (1.1), e voluntários, contemplados em (1.2).

- Desemprego:

(1.4)

$$\hat{u}_t = \hat{u}_t^o - \frac{x}{1-x} \hat{x}_t$$

As variações do desemprego em relação ao equilíbrio (gap) são dadas pelo desemprego involuntário dado por  $\hat{u}_t^o$ , subtraído da razão com que os desempregados encontram as vagas (*tightness*) sobre o inverso dessa razão (desemprego sobre *matching*)  $\frac{x}{1-x}$ ; multiplicado pelo gap dessa taxa em  $t$  com relação ao equilíbrio  $\hat{x}_t$ .

- Taxa Marginal de Substituição Consumo-Lazer

(1.5)

$$M\hat{R}S_t = \hat{c}_t + \varphi \hat{l}_t$$

A taxa marginal de substituição é o dilema das famílias sobre a oferta de trabalho: o equilíbrio entre o prazer de consumir  $\hat{c}_t$  e o desprazer do trabalho necessário para esse consumo  $\varphi \hat{l}_t$ .

- Função do Consumo Intertemporal (Equação de Euler)

(1.6)

$$\hat{c}_t = E_t\{\hat{c}_{t+1}\} - \hat{r}_t$$

Em que a variação do consumo no tempo  $t$  será uma função do consumo esperado no período seguinte  $E_t\{\hat{c}_{t+1}\}$ , subtraído do prêmio por abdicar do consumo no período presente, que é dado pela taxa de juros natural  $\hat{r}_t$ . Aqui assume-se que a

taxa de juros natural, ou os juros de equilíbrio, sejam o mesmo que a taxa de desconto do consumo  $\beta$ . Premiando o valor exato para compensar o desprazer de abdicar do consumo em  $t$ . As definições dos diferentes tipos de juros do modelo se complementam pela equação seguinte:

- Equação de Fisher

(1.7)

$$\hat{r}_t = \hat{i}_t - E_t\{\pi_{t+1}\}$$

Em que a taxa de juros natural  $\hat{r}_t$  será: a taxa de juros nominal, determinada pelo banco central,  $\hat{i}_t$  (política monetária), subtraída da expectativa de inflação do período seguinte  $E_t\{\pi_{t+1}\}$ .

### As Firmas de Bens Finais:

- Lei de Movimento dos Preços

(2.1)

$$p_t = \theta_p p_{t-1} + (1 - \theta_p) p_t^*$$

Aqui se introduz a razão do modelo ser sensível a políticas monetárias: a rigidez de preços. Essa função informa o nível dos preços no tempo  $t$ , dado pela soma entre a fração das empresas que não conseguem atualizar os preços no período corrente,  $\theta_p \in [0,1]$ , multiplicado pelos preços que vão cobrar,  $p_{t-1}$  (os preços do período anterior); e a fração das firmas que atualizaram seu preço,  $1 - \theta_p$ , multiplicado pelos preços que vão cobrar  $p_t^*$  (o preço ótimo). O preço ótimo, por sua vez, é dado pela seguinte igualdade:

$$p_t^* = \mu + (1 - \theta_p \beta) E_t \sum_{k=0}^{\infty} \theta_p^k \beta^k \{p_{t+k}^I\}$$

As firmas que puderem atualizar seus preços utilizarão o custo marginal esperado como a base do preço ótimo a ser cobrado. O custo marginal esperado é dado pelos insumos produzidos pelas firmas intermediárias e vendidos às finais por  $p_{t+k}^I$ . Sendo uma decisão intertemporal, esse preço esperado é multiplicado por fatores intertemporais: a fração de empresas que devem manter seus preços no período  $k$ ,  $\theta_p^k$ ; e as taxas de desconto esperada e atual. A esse preço se adiciona

um valor de markup baseado na elasticidade da demanda,  $\mu \equiv \frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}$ , o chamado poder de mercado.

- Inflação:

(2.2)

$$\pi_t^p = \beta E_t\{\pi_{t+1}^p\} - \lambda_p \hat{\mu}_t^p$$

A inflação é um produto da aceleração da economia e das expectativas dos agentes. Algebricamente, será a diferença da projeção de inflação futura vezes taxa de desconto  $\beta E_t\{\pi_{t+1}^p\}$  e da variação do markup  $\hat{\mu}_t^p$  multiplicado pela razão  $\lambda_p \equiv \frac{(1-\theta_p)(1-\beta\theta_p)}{\theta_p}$  da rigidez de preços.

### As Firms Intermediárias:

- Função de Produção:

(3.1)

$$\hat{y}_t = a_t + (1 - \alpha)\hat{n}_t$$

O produto da economia é uma função da tecnologia (constante) e do trabalho determinado pela decisão ótima da demanda por mão de obra. Uma vez que a tecnologia seja uma variável exógena linear dada por  $a_t$ , a mão de obra será o único fator de produção do modelo.

- Taxa de Contratações agregada e nível de emprego

(3.2)

$$\delta \hat{h}_t = \hat{n}_t - (1 - \delta)\hat{n}_{t-1}$$

Obtém-se as contratações por meio da diferença entre os postos de trabalho ativos no período  $t$  e os postos de trabalho não destruídos no período  $t - 1$ , dado por  $(1 - \delta)\hat{n}_{t-1}$ . A letra grega  $\delta$  representa a taxa exógena de destruição dos postos de trabalho, um dos fatores que diferencia o mercado de trabalho de Gali (2010) do de Mortenssen e Pissarides (1994) (que fornece a base desse bloco de equações ao modelo de Jordi Gali).

- Custos de Contratação

(3.3)

$$\hat{g}_t = \gamma \hat{x}_t$$

O mercado de trabalho é introduzido no modelo por um custo de contratação  $\hat{g}_t$ , uma função da taxa de encontro entre vagas e potenciais trabalhadores  $\hat{x}_t$ . Essa taxa é dada por uma razão das contratações em relação ao desemprego  $x_t \equiv H_t/U_t^0$ , chamada em Mortenssen e Pissarides (1994) de "tightness". O *tightness* é uma função dos encontros ("matchings") entre vagas e trabalhadores em desemprego involuntário sobre o total do desemprego involuntário:

$$x_t = M(V_t, U_t^0)/U_t^0 \equiv p(V_t/U_t^0)$$

Essa relação é importante para a compreensão do  $\gamma$  que multiplica o *tightness*; esse valor representa a distribuição da relação entre vagas e desemprego involuntário, responsável pelas fricções do mercado de trabalho enquanto uma Cobb Douglas:

$$M(V_t, U_t^0) = V_t^\zeta U_t^{0(1-\zeta)} \quad / \Rightarrow \quad \gamma \equiv \frac{1-\zeta}{\zeta}$$

Esse gama que multiplica o *tightness* é uma razão das elasticidades de vagas e desemprego involuntário na função de *matching*.

- Taxa de Encontro Vagas-Desemprego (*Tightness*)

(3.4)

$$\hat{x}_t = \hat{h}_t - \hat{u}_t^o$$

Outra forma de observar essa razão, referida anteriormente como o principal elemento dos custos de contratação, será a diferença entre as contratações e o desemprego voluntário no período  $t$ . Ou seja, quanto menor o desemprego involuntário, relativo às contratações do período, maior seu *tightness*, e consequentemente, maior seu custo de contratação.

- Condição de Contratação Ótima

(3.5)

$$\alpha \hat{n}_t = a_t - [(1 - \Phi)\hat{\omega}_t + \Phi \hat{b}_t] - \hat{\mu}_t^p$$

Contrata-se até que o produto do trabalho iguale a parcela dos custos de produção e do markup não cobertos pelo produto da tecnologia (constante),  $a_t$ . Devido á imperfeição de mercado a contratação de um novo trabalhador deve oferecer um produto marginal equivalente ao custo marginal acrescido de algum lucro, representado pelo markup. Os custos, por sua vez, são dados por: salários líquidos,  $\hat{w}_t \equiv w_t - p_t$ , e custos de contratação líquidos,  $\hat{b}_t$ ; ambos por sua proporção,  $\Phi \equiv \frac{B}{(W/P)+B}$ .

- Custo Líquido de Contratações

(3.6)

$$\hat{b}_t = \frac{1}{1 - \beta(1 - \delta)} \hat{g}_t - \frac{\beta(1 - \delta)}{1 - \beta(1 - \delta)} (E_t\{\hat{g}_{t+1}\} - \hat{r}_t)$$

O custo líquido das contratações, dado por  $\hat{b}_t$ , será o custo total das vagas criadas e ocupadas  $\frac{1}{1 - \beta(1 - \delta)} \hat{g}_t$  descontado das vagas que serão destruídas e não oferecerão mais custos. Esse valor que alivia parte do custo de ocupação das vagas no período  $t$  é dado por  $\frac{\beta(1 - \delta)}{1 - \beta(1 - \delta)} (E_t\{\hat{g}_{t+1}\} - \hat{r}_t)$ , cujo segundo componente é o fator intertemporal do custo de contratação esperado, uma função do *tightness* esperado:  $E_t\{\hat{g}_{t+1}\} = \gamma E_t\{x_{t+1}\}$ , que por sua vez depende da expansão do produto em  $t + 1$ , que eleva o markup e as contratações. Essa esperança do *tightness* é subtraída dos juros naturais correntes, uma vez que esse fator influência diretamente as variações do consumo e assim a demanda e a oferta (fricções) por mão de obra.

- Produtividade Marginal do Trabalho

(3.7)

$$MRPN = \alpha \hat{n}_t - a_t + \hat{\mu}_t^p$$

A função base para as condições ótimas de contratação de (3.5) é a produtividade marginal do trabalho, apresentada no texto base de Gali (2010). Essa equação serve apenas para extrair a condição de contratação ótima no modelo original, mas para a hipótese do artigo é de suma importância, sendo deduzida do modelo original conforme detalhado no Apêndice A. Linearizando a função de produtividade marginal do trabalho foi obtida a relação (3.7), que desconta o produto do trabalho  $\alpha \hat{n}_t$ , da tecnologia  $a_t$ . Esse valor é somado ao lucro extraordinário do

markup, responsável por aumentar ou diminuir a demanda por trabalho conforme a diferença entre os preços intermediários e o nível geral de preços da economia

$$\left(\frac{P_{jt}^I}{P_t}\right) = \hat{\mu}_t^P.$$

- Produtividade Marginal Nacional

(3.8)

$$\hat{N}P_t = \hat{y}_t - \hat{n}_t$$

A produtividade nacional é outro indicador que não está na relação final das funções linearizadas de Gali (2010). Sendo o trabalho o único fator de produção, observar a diferença do gap do produto total da economia  $\hat{y}_t$  e o gap do fator de produção  $\hat{n}_t$  informa o efeito marginal dos fatores de produção adicionais no produto. Ou seja, se há ganhos ou perdas de produtividade marginal do trabalho de total do sistema. Portanto, se a variação no número de empregados foi maior que a variação no produto significa que os trabalhadores contratados acima do nível de equilíbrio produziram menos que os anteriores e assim houve queda na produtividade nacional. A diferença dessa medida é apenas o generalismo da análise da produtividade marginal do sistema, mesmo que uma queda na produtividade do sistema seja necessariamente fruto de redução na produtividade marginal do trabalho, aqui o fator não está destacado como em (3.7).

### **A Autoridade Monetária:**

- Regra da Taxa de Juros do banco Central

(4.1)

$$\hat{i}_t = \phi_\pi \pi_t + \phi_\gamma \hat{y}_t - v_t$$

O choque negativo sobre a taxa de juros, dado pelo elemento exógeno  $v_t$ , ocorre por meio da inversão do sinal que o direciona, positivo em Gali (2010). Outra adaptação do modelo à ideia do presente artigo, em vias de simular o impulso-resposta da redução na taxa de juros, como é feito na expansão do ciclo (Romer e Romer, 1994). As políticas de controle inflacionário observadas em Romer e Romer (1989) ficam por conta do elemento de resposta dos juros aos desvios do produto  $\phi_\gamma \hat{y}_t$  e da inflação  $\phi_\pi \pi_t$ .

### Salários:

- Equação de Determinação dos Salários (Barganha de Nash)

(5.1)

$$\hat{\omega}_i = (1 - \Upsilon)(\hat{c}_t + \varphi \hat{l}_i) + \Upsilon(-\hat{\mu}_t^p + a_t - \alpha \hat{n}_i)$$

Os salários líquidos fecham o bloco, sendo uma função de barganha de Nash com o peso das empresas na negociação representados por  $\Upsilon \equiv \frac{(1-\xi)MRPN}{W/P}$  e  $\xi$  a variável do poder de barganha. O valor da distribuição dos poderes de negociação para os ofertantes de  $N$  é dada por  $(1 - \Upsilon)$ . Essas razões multiplicam a decisão de ofertar horas de trabalho, dada pela taxa marginal de substituição trabalho-lazer  $(\hat{c}_t + \varphi \hat{l}_i)$ ; e a decisão de demandar trabalho, dada pela produtividade marginal da tecnologia  $(-\hat{\mu}_t^p + a_t - \alpha \hat{n}_i)$ .

## 4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

### 4.1 SIMULAÇÃO DE UMA POLÍTICA MONETÁRIA EXPANSIONISTA

A simulação do choque negativo da taxa de juros, parte do equilíbrio da economia dos Estados Unidos dados por Gali (2010)<sup>7</sup>:

$$N = 0.59; U = 0.03; F = 0; x = 0.7;$$

Com os parâmetros:

$$\alpha = 1/3; \beta = 0.99; \varphi = 5; \theta_w = 0.75; \theta_p = 0.75; \phi_\pi = 1.5; \phi_y = 0.5/4; \rho_a = 0.9$$

$$\text{e } \rho_n u = 0.5;$$

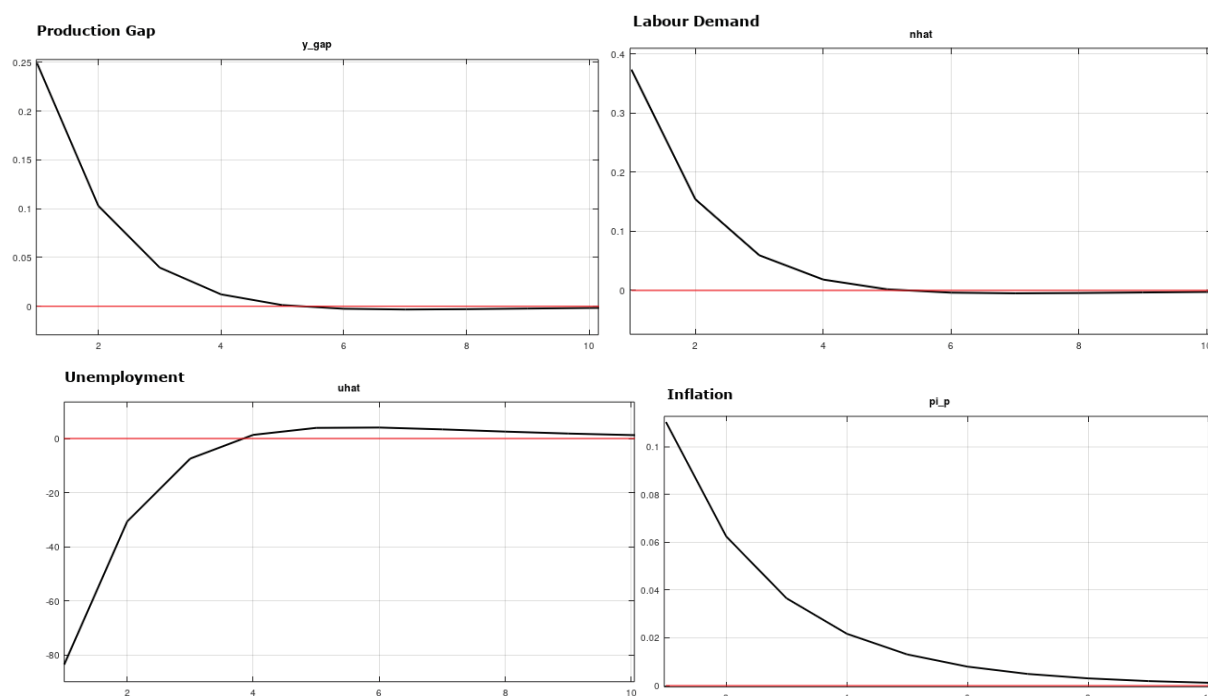
Resulta nos impulsos-resposta:<sup>8</sup>

---

<sup>7</sup> Os dados apresentados junto do modelo de Gali (2010) serão utilizados para aproveitar de sua aderência aos dados. Além disso, os parâmetros são próximos do que Erdemlioglu e Xiao (2008) chamam de política mista; uma versão controle para diferenciar os períodos de política monetária ativa e reativa (pós e pré Volker).

<sup>8</sup> O modelo foi simulado no programa Dynare, tendo como base os códigos (arquivo .mod) divulgado pelo professor Johannes Pfeifer, com adições e adaptações explicadas na seção 3 do presente artigo.

FIGURA 3 - RESULTADOS DE UMA POLÍTICA MONETÁRIA EXPANSIONISTA  
SOBRE OS PRINCIPAIS INDICADORES MACROECONÔMICOS

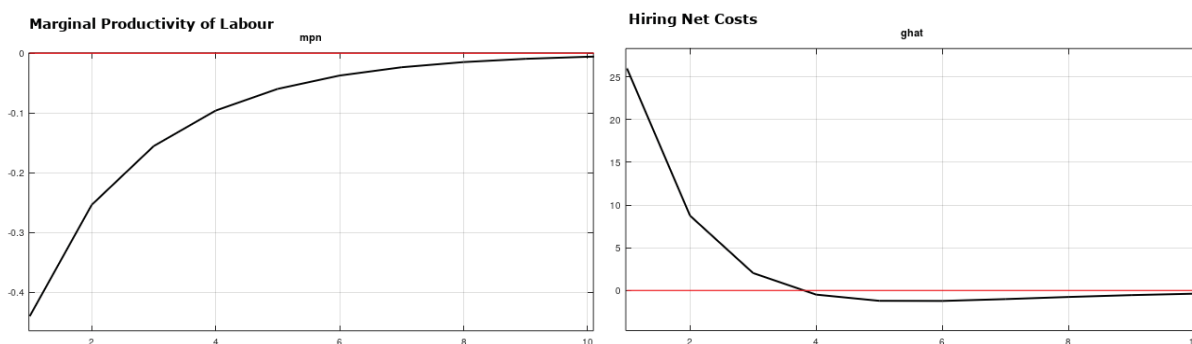


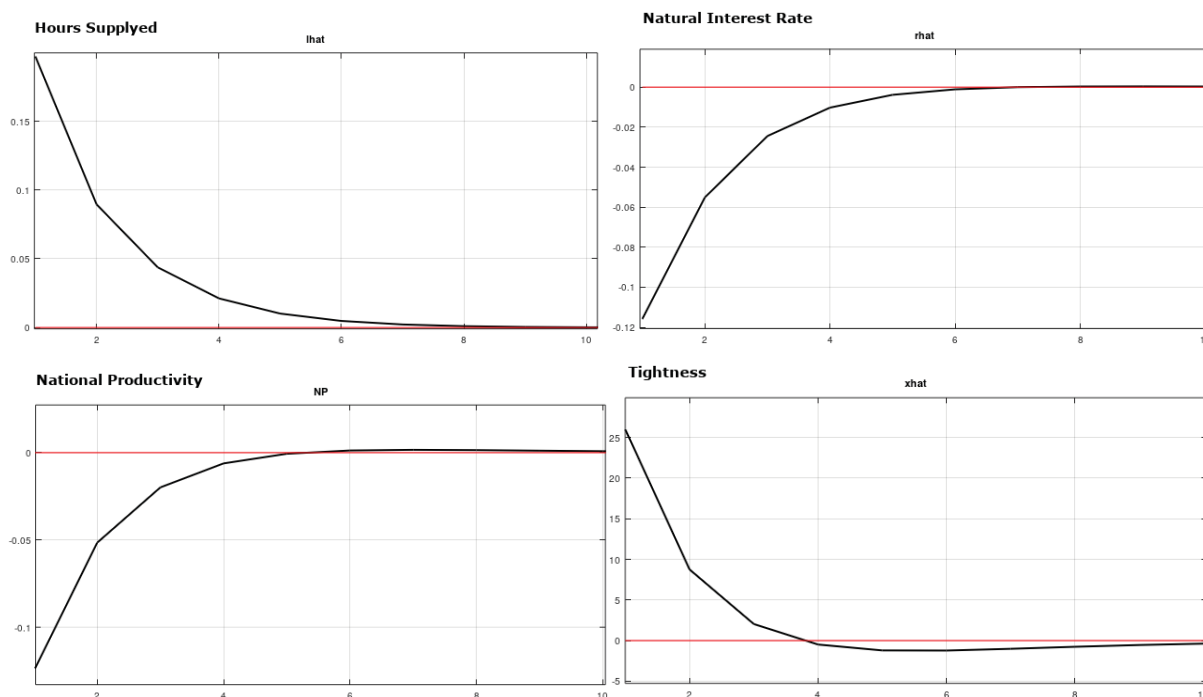
FONTE: Saídas do Dynare para o modelo simulado

De início se nota o efeito expansivo, tão atrativo aos governos. Reduzir a taxa de juros neste modelo sem capital implica principalmente em aumento da demanda no período corrente, que aumenta a demanda por trabalho para que se elevem os níveis de produção.

Todavia, os efeitos adversos da política monetária expansionista são observados em MNP, função (3.7); e NP, função (3.8):

FIGURA 4 - RESULTADOS DE UMA POLÍTICA MONETÁRIA EXPANSIONISTA  
EM RELAÇÃO À PRODUTIVIDADE E MERCADO DE TRABALHO





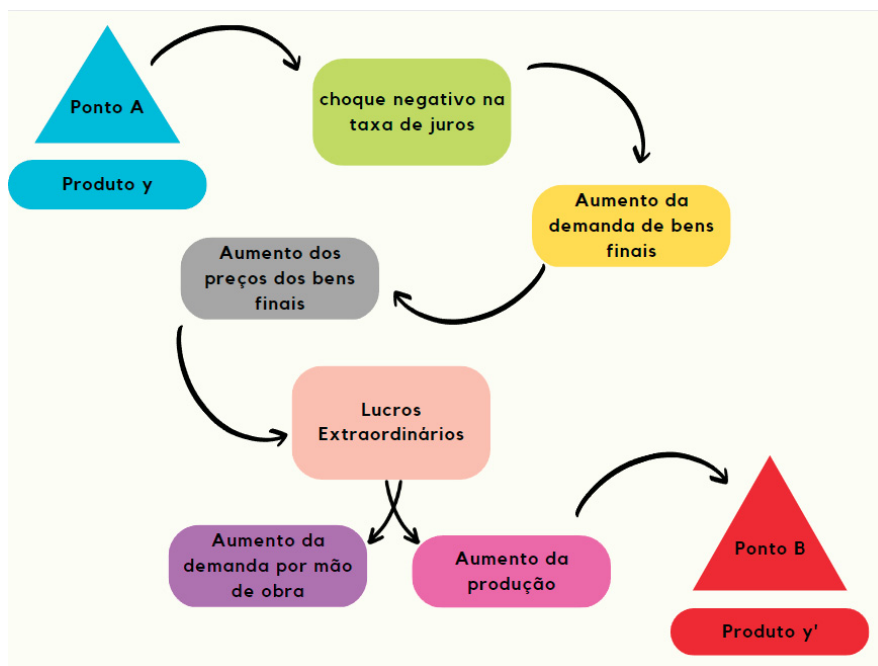
FONTE: Saídas do Dynare para o modelo simulado

A função de produção é uma Cobb Douglas de tecnologia e trabalho em que a tecnologia é uma constante exógena; o que gera uma limitação tecnológica no curto prazo. Em equilíbrio a produtividade é a maior que esta limitação permite atingir; demandar mais trabalho que a quantidade de equilíbrio faz com que cada trabalhador contratado produza menos que o anterior. Isso faz com que o impulso expansivo da redução dos juros em 25% resulte na queda de mais de 40% da produtividade marginal do trabalho no modelo.

Sendo trabalho o único fator de produção do modelo, o impulso resulta em uma variação positiva maior na demanda por trabalho (40%) do que no produto (25%); uma perda marginal de produtividade do sistema de mais 10% (Resultado de NP).

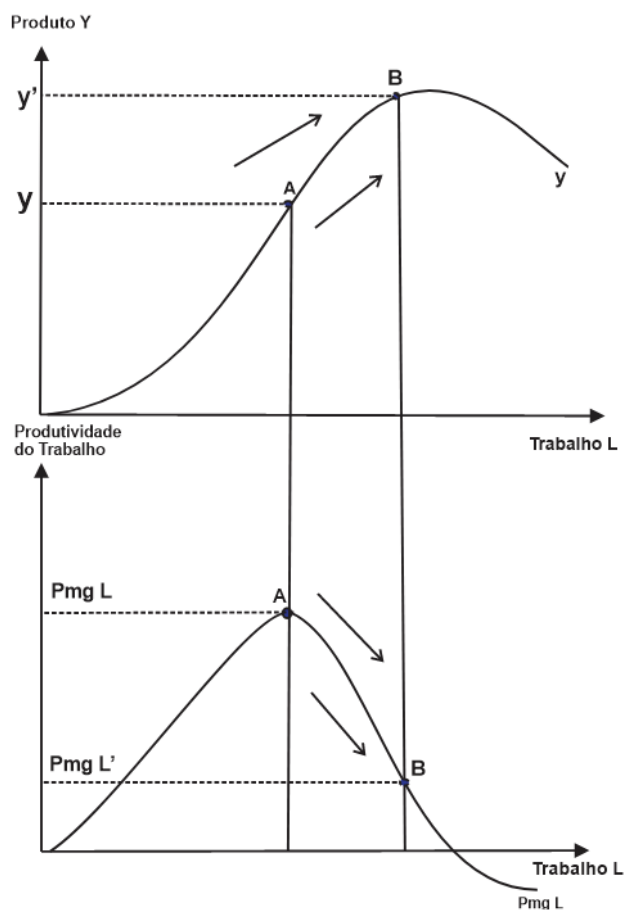
As firmas operam de forma inefetiva porque os lucros marginais em equilíbrio são nulos e a redução dos juros abaixo deste nível gera demanda suficiente para a existência de lucros extraordinários incutidos no markup do modelo. Isto é, uma margem maior de lucro recompensa a produção inefetiva de produtos com custos de produção crescentes.

FIGURA 5 – FLUXOGRAMA DOS EFEITOS DO CHOQUE NEGATIVO DA TAXA DE JUROS



FONTE: Elaborada pelo autor

FIGURA 6 – REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DOS EFEITOS DO CHOQUE NEGATIVO DA TAXA DE JUROS



FONTE: Elaborada pelo autor

Os resultados de Gali e Gambetti (2007) dialogam com essas conclusões ao observarem que no período de *great moderation* a correlação entre horas trabalhadas e produtividade do trabalho se torna negativa. Na simulação as horas de trabalho ofertadas sobem em 20% com o impulso expansionista, contra uma queda de mais de 40% da produtividade marginal do trabalho.

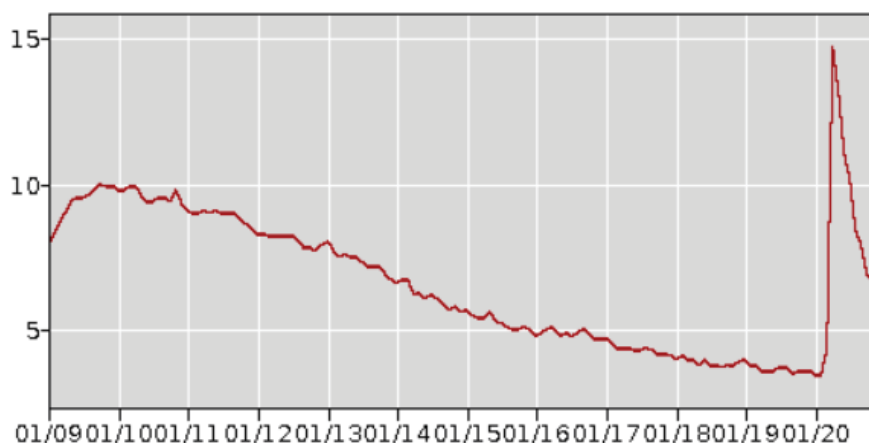
Recentemente Gali e Rens (2021) revisitam este tema utilizando a mudança de correlação horas trabalhadas-produtividade do trabalho como uma possível explicação para os ganhos de produtividade se tornarem anticíclicos em *great moderation*. Porém, levando em conta que os juros estão tão baixos durante a expansão do ciclo (possivelmente abaixo do equilíbrio, uma vez que o movimento natural dos juros é de alta em momentos de prosperidade) pode ser que a política monetária seja uma das causas desse fenômeno; e que essa *bad luck* seja na verdade *bad policy*.

A *vanishing procyclicality* da produtividade seria (se comprovada a correlação) uma das primeiras consequências em longo prazo do formato de política monetária empregada no período de *great moderation*. A segunda seria a duração cada vez maior da produção inefetiva nos ciclos cada vez mais longos, com juros mais baixos por mais tempo. Seria o efeito de prolongar os resultados da simulação.

A última é o mercado de trabalho, que conecta o curto e o longo prazo, segundo Dellas e Sakellaris (2003), e merece uma seção inteira para sua discussão. O mecanismo que conecta a simulação com mercado de trabalho é a relação vagas-trabalho, o *tightness*. Na simulação essa relação subiu 25 pontos base com a política monetária expansionista; isso significa que o número de trabalhadores empregados subiu consideravelmente em relação ao número de vagas de trabalho abertas na economia.

Muito próximo do que ocorreu no último ciclo econômico Norte Americano, de duração recorde (quase 11 anos de vale a vale) e manutenção dos juros abaixo de 1% durante os primeiros 8 anos deste período. Nesse contexto, o desemprego cai vertiginosamente de 9,8% em janeiro de 2010 a 3,5% em janeiro de 2020:

FIGURA 7 - DESEMPREGO DOS ESTADOS UNIDOS DE 2009 A 2020



FONTE: U.S Bureau of Labour Statistics

## 4.2 MERCADO DE TRABALHO

O alto nível do *tightness* observado na simulação sinaliza que os lucros extraordinários da política monetária expansiva estão reduzindo a produtividade mínima para ser contratado, mantendo os trabalhadores menos produtivos em seus empregos por mais tempo.

Uma relação tão justa entre vagas disponíveis e trabalhadores empregados significa que a rotatividade dos trabalhadores é baixa. A rotatividade dos trabalhadores (em um nível moderado) é positiva para a produtividade em diversos modelos; que consideram o trabalhador entrante como mais produtivo que o já contratado, além de facilitar a propagação das inovações técnicas.

No modelo canônico de Mortensen e Pissarides (1994), por exemplo, a destruição dos postos de trabalho é endógena. Isso quer dizer que a decisão da firma não está apenas na demanda por mão de obra, mas também na demissão dos trabalhadores improdutivos; que no modelo de Gali (2010) ocorre exclusivamente por meio de choques exógenos.

A criação de uma nova vaga só será viável se o produto deste novo trabalhador superar os custos de contratação, negociação, salários e risco de fechamento da vaga por choque exógeno. Uma vaga já preenchida necessita apenas que seu produto cubra o salário, descontado dos custos de encerrar seu posto de trabalho. Ou seja, o trabalhador incumbente pode manter seu emprego produzindo menos do que ganha desde que os custos da sua demissão sejam maiores que o gap *produto*

*marginal-salário*; ao passo que o trabalhador entrante teria que gerar um retorno maior que seu salário.

Modelos mais detalhados ainda consideram pagamento de auxílios, tributos, direitos trabalhistas etc. Que fazem com que o trabalhador já empregado se torne uma demissão cada vez mais custosa ao longo do tempo de serviço. O que vai de encontro com a conclusão de Lama e Urrutia (2011) de que a rigidez nas leis trabalhistas do México torna a evolução da produtividade mais lenta, por conta das fricções no mercado de trabalho que geram custos e reduzem a rotatividade. Comparando ao Canadá que possui leis trabalhistas mais flexíveis e a produtividade avança mais rápido, mesmo que para países com produtividades mais alta esses avanços sejam percentualmente menores.

Em alguns tipos de indústria os entrantes são detentores de técnicas produtivas atualizadas, enquanto os remanescentes ficariam acomodados ou defasados. Albreht, Navarro e Vroman (2009), por exemplo, transformam o choque exógeno de destruição dos postos de trabalho de Mortenssen e Pissarides (1994) em algo mais realista: choques negativos na produtividade dos empregados. Tais choques não destroem uma vaga aleatoriamente, mas reduzem a produtividade de alguns trabalhadores em cada período como um impulso de defasagem ou acomodação.

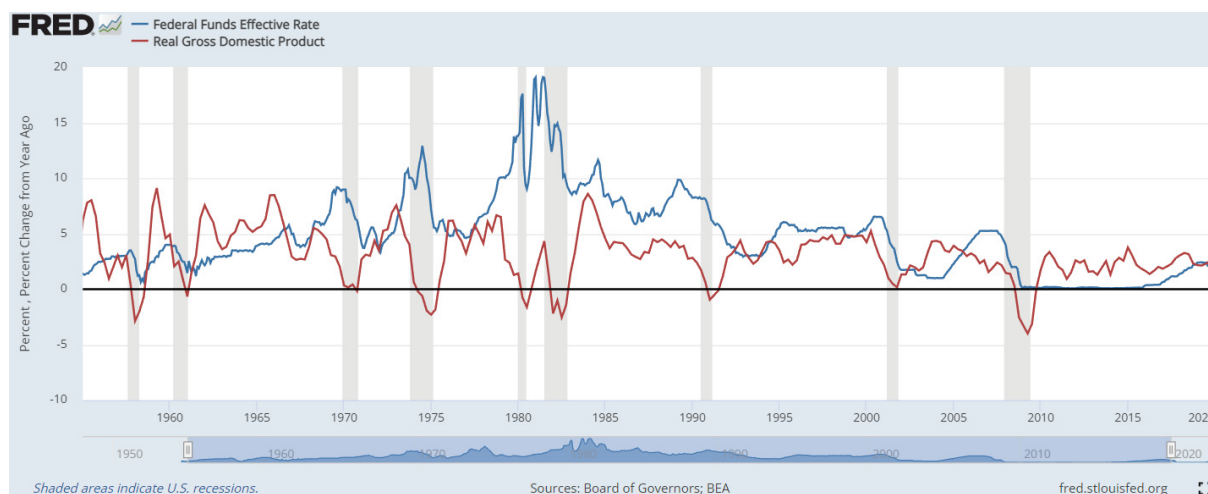
A base empírica disso é o trabalho de DeJong e Ingram (2001), sobre o caráter anticíclico da especialização da mão de obra. Um indivíduo desempregado ou inseguro sobre sua estabilidade tem mais incentivos a se especializar do que um trabalhador empregado em um momento de prosperidade. Bem como um jovem, que atinge a maioridade em um momento de instabilidade tem mais incentivo a ingressar na universidade do que um que atinge a maioridade em um momento de prosperidade, conforme Dellas e Sakelaris (2003).

Essas conclusões estabelecem o canal entre o efeito adverso da estabilização da economia norte americana no curto e no longo prazo pois: a educação e o capital humano são o alicerce do crescimento econômico ao longo do tempo.

#### 4.3 A ECONOMIA REAL

Os padrões sugeridos sobre o produto e a ciclicidade dos juros podem ser observados nos gráficos das variações percentuais destes índices na economia dos Estados Unidos de 1960 a 2020, sem a necessidade de uma análise de dados mais aprofundada (que deve ser pauta para trabalhos futuros):

FIGURA 8 - AS VARIAÇÕES DOS JUROS E DO PRODUTO DOS ESTADOS UNIDOS DE 1954 A 2020



FONTE: Board of Governors BEA (FRED - Saint Louis)

A partir de 1984 o produto e os juros oscilam menos e as áreas acinzentadas, que representam momentos de recessão, são cada vez mais raras; ocorrendo apenas 3 vezes em 35 anos no período de *great moderation*, contra 6 vezes nos últimos 30 anos da era *Pré Volker*.

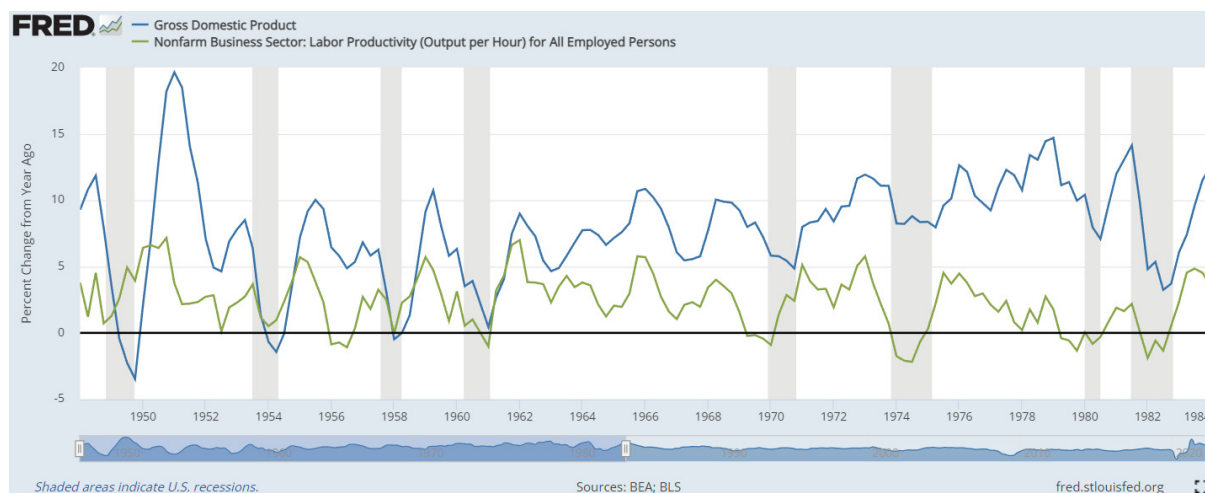
Os três primeiros ciclos da série possuem juros cíclicos, crescentes na expansão do produto e decrescentes na queda, mudando de forma em 1968, quando adentram uma era de alta volatilidade nos anos que sucedem o período de *great moderation*.

Os dois últimos têm juros anticíclicos; baixos na expansão, são elevados ao fim do ciclo para controle inflacionário. O ciclo que vai de 2001 a 2007 forma padrões parecidos com os da figura 2: dois espaços vazios uniformes entre a variação dos juros e do produto (que variaria nas mesmas direções do juro natural); antes e depois de se cruzarem no meio do ciclo. O ciclo mais recente é tão anticíclico quanto o anterior, mas não oscila com formas tão parecidas com as da figura 2.

Esse período tem as oscilações da taxa de juros mais peculiares, fixados próximo de zero durante grande parte da expansão. O que explica isso é a chamada *revival of monetary policy*, que muda a forma de fazer política monetária tornando o Federal Reserve ainda mais vigilante e ativo na política monetária. Essa forma de ciclo e política monetária da última década é o que inspira este artigo e a faz soar como o melhor encaixe para as críticas propostas.

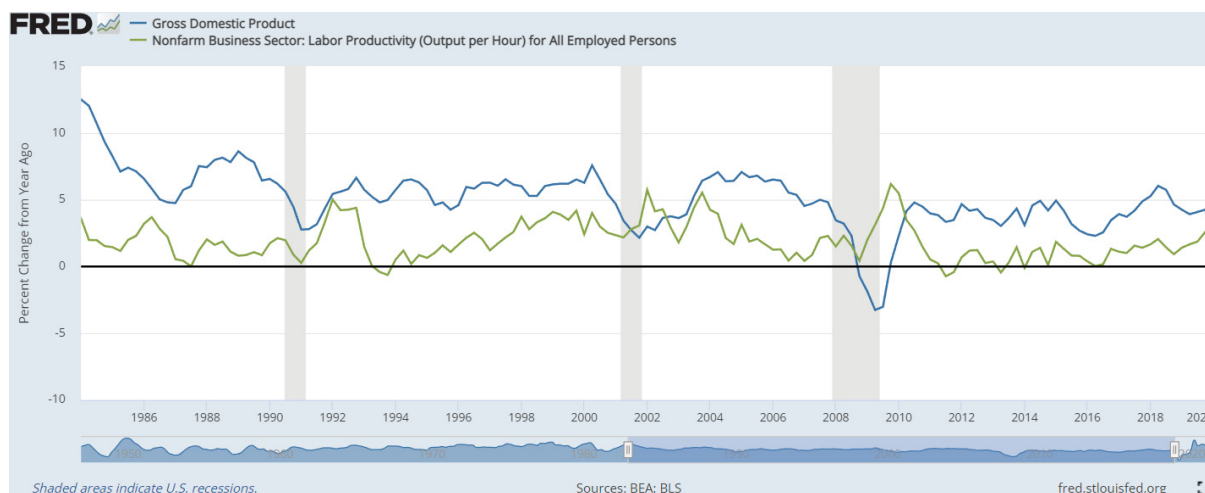
Esses dois últimos ciclos, especialmente o de 2009 a 2020, são o ponto em que a produtividade se torna anticíclica:

FIGURA 9 - AS VARIAÇÕES DO PRODUTO E DA PRODUTIVIDADE DO TRABALHO DOS ESTADOS UNIDOS DE 1954 A 1984 (PRÉ GREAT MODERATION)



FONTE: Board of Governors (FRED - Saint Louis)

FIGURA 10 - AS VARIAÇÕES DO PRODUTO E DA PRODUTIVIDADE DO TRABALHO DOS ESTADOS UNIDOS DE 1984 A 2020 (GREAT MODERATION)



FONTE: Board of Governors (FRED - Saint Louis)

O descompasso entre produto e produtividade do trabalho se intensifica a partir década de 1980; antes da era de *great moderation* produtividade e

crescimento econômico caminhavam juntos. Mas é a partir de 2002 que o pico da produtividade do trabalho passa a ocorrer logo depois do vale do produto do ciclo. Em 2009 essa diferença é particular, a produtividade do trabalho atinge um pico único em décadas logo após uma contração única em décadas.

## 5 CONCLUSÃO

A hipótese deste trabalho é que a mudança do comportamento da produtividade Norte Americana nas últimas décadas (anticíclica e crescendo cada vez menos) se deve à estabilização da economia e às políticas de juros anticíclicos (direcionadas a essa estabilidade). Os resultados da simulação, complementados pelos resultados dos artigos citados na seção 4, solidificam essa hipótese do trabalho.

Todavia, a relação é parcial, visto que países com renda e produtividade tão altas quanto os Estados Unidos tendem a estagnar progressivamente, tanto no nível do crescimento como no incremento da produtividade ao longo do tempo. As políticas monetárias anticíclicas e a estabilização da economia apenas agravariam esse problema.

No caso da mudança no formato das variações da produtividade da mão de obra (que cresce mais nas crises do que na expansão do ciclo), há muito campo para estudo, Gali e Rens (2021), por exemplo, atribuem isso à tecnologia que reduz a assimetria de informação e as fricções no mercado de trabalho.

Este trabalho não pretende ser um ponto final, mas o travessão que sucede uma ideia no diálogo dos ciclos econômicos (talvez até a fala que abre um pequeno segmento na discussão). Observando os canais de transmissão entre estabilidade, política monetária e produtividade se obtém uma base teórica para que, após uma análise econométrica detalhada (controlando para *bad luck* e isolando *bad policy*), se desenhe uma relação de causalidade considerável.

Evidências dessa correlação seriam tão importantes para o *design de política econômica* (monetária e não monetária) quanto qualquer das lições aprendidas pelo FED nessa evolução da política monetária no pós-guerra. Saber que as políticas monetárias e a estabilidade estão acentuando o processo “natural” de estagnação da economia seria o primeiro passo para mitigar o incômodo político e a deterioração na qualidade de vida que a estagnação causa. Se tratando da maior

economia do mundo, a estagnação da produtividade interna significa desacelerar a criação e a propagação de novas técnicas produtivas para todo o mundo.

## 6 REFERÊNCIAS

- Aghion, P., Farhi, E., & Kharroubi, E. (2015). Liquidity and Growth: The Role of Counter-Cyclical Interest Rates. BIS Working Paper No. 489.
- Albrecht, J., Navarro, L., & Vroman, S. (2009). The effects of labour market policies in an economy with an informal sector. *The Economic Journal*, 119(539), 1105-1129.
- Amini, S., MacKinlay, A., & Weston, J. (2022). Creative Destruction and the Bright Side of Economic Downturns. *Available at SSRN 3624454*.
- Bartelsman, E. J., Haltiwanger, J., & Scarpetta, S. (2004). Microeconomic evidence of creative destruction in industrial and developing countries. *Available at SSRN 612230*.
- Blanchard, O., Furceri, D., & Pescatori, A. (2014). A prolonged period of low real interest rates. *Secular stagnation: facts, causes and cures*, 8.
- Davis, S. J., & Kahn, J. A. (2008). Interpreting the great moderation: Changes in the volatility of economic activity at the macro and micro levels. *Journal of Economic perspectives*, 22(4), 155-180.
- DeJong, D. N., & Ingram, B. F. (2001). The cyclical behavior of skill acquisition. *Review of Economic Dynamics*, 4(3), 536-561.
- Dellas, H. and Sakellaris, P. (2003). On the Cyclicity of Schooling. Theory and Evidence. *Oxford Economic Papers*, 55 (1), 148-172.
- Erdemlioglu, D. M., & Xiao, W. (2008). Indeterminate Equilibria in New Keynesian DSGE Model: An Application to the US Great Moderation.
- Filippetti, A., Frenz, M., & Archibugi, D. (2009, November). The Effects of the Economic Downturn on Innovation: Creative Destruction versus Creative Accumulation'. In *4th Annual Conference of the GARNET Network*.
- Galí, J. (2010). Monetary policy and unemployment. In *Handbook of monetary economics* (Vol. 3, pp. 487-546). Elsevier.
- Galí, J., & Gambetti, L. (2009). On the sources of the great moderation. *American Economic Journal: Macroeconomics*, 1(1), 26-57.
- Galí, J., & Van Rens, T. (2021). The vanishing procyclicality of labour productivity. *The Economic Journal*, 131(633), 302-326.

Mankiw, N. G., Romer, D., & Weil, D. N. (1992). A contribution to the empirics of economic growth. *The quarterly journal of economics*, 107(2), 407-437.

Moss, E., Nunn, R., & Shambaugh, J. (2020). The slowdown in productivity growth and policies that can restore it. *The Hamilton Project, Brookings Institution, Washington, DC*.

Romer, C. D., & Romer, D. H. (1998). Monetary policy and the well-being of the poor.

Romer, C. D. & Romer, D. H. (1994a). "What Ends Recessions?" NBER Macroeconomics Annual. 9, pp. 13–57.

Romer, C. D. (1999). "Changes in Business Cycles: Evidence and Explanations." *Journal of Economic Perspectives*, 13 (2): 23-44.

## APÊNDICE A – DEDUÇÕES MATEMÁTICAS DO MODELO

### (1) Famílias:

#### a) A determinação da demanda

O problema das famílias será dado pelo dilema consumo-lazer intertemporal:

(1.1)

$$E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t U(C_t, L_t)$$

Em que  $\beta$  será a taxa de desconto entre  $[0,1]$ , que dimensiona a preferência do consumo corrente em relação ao futuro. O consumo  $C_t$  deve ser maximizado em relação à restrição orçamentária (remuneração das horas-trabalho ofertadas pela família):

$$C_t \equiv \left( \int_0^1 C_t(i)^{1-\frac{1}{\epsilon}} di \right)^{\frac{\epsilon}{\epsilon-1}}$$

Então:

(1.2)

$$\max_{C_{it}} \left( \int_0^1 C_{it}^{\frac{\epsilon-1}{\epsilon}} di \right)^{\frac{\epsilon}{\epsilon-1}}$$

s.a.

$$\int_0^1 P_{it} C_{it} di \leq Z_t$$

Sendo  $Z_t$  a restrição orçamentária:

$$\mathcal{L} = \left( \int_0^1 C_{it}^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}} di \right)^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}} - \lambda_t \left( \int_0^1 P_{it} C_{it} di - Z_t \right)$$

FOC:

$$\begin{aligned} C_{it} \cdot \frac{\varepsilon}{\varepsilon-1} \left( \int_0^1 C_{it}^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}} di \right)^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}-1} \frac{\varepsilon-1}{\varepsilon} C_{it}^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}-1} - \lambda_t P_{it} &= 0 \\ \Rightarrow \left( \int_0^1 C_{it}^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}} di \right)^{\frac{1}{\varepsilon-1}} C_{it}^{-\frac{1}{\varepsilon}} - \lambda_t P_{it} &= \left[ \left( \int_0^1 C_{it}^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}} di \right)^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}} \right]^{\frac{1}{\varepsilon}} C_{it}^{-\frac{1}{\varepsilon}} - \lambda_t P_{it} = 0 \\ \Rightarrow C_t^{\frac{1}{\varepsilon}} C_{it}^{-\frac{1}{\varepsilon}} &= \lambda_t P_{it} \end{aligned}$$

Para que haja equilíbrio, consumo e preços relativos do bem  $i$  em relação a outro bem  $j$  devem ser mantidas:

$$\left( \frac{C_{it}}{C_{jt}} \right)^{-\frac{1}{\varepsilon}} = \frac{P_{it}}{P_{jt}}$$

(1.3)

$$C_{it} = C_{jt} \left( \frac{P_{it}}{P_{jt}} \right)^{-\varepsilon}$$

Inserindo (1.3) na restrição e resolvendo para  $C_{jt}$ :

$$\begin{aligned} Z_t = \int_0^1 P_{it} C_{it} di &= \int_0^1 P_{it} C_{jt} \left( \frac{P_{it}}{P_{jt}} \right)^{-\varepsilon} di = C_{jt} P_{jt}^{\varepsilon} \int_0^1 P_{it}^{1-\varepsilon} di \\ \Rightarrow C_{jt} &= \frac{Z_t P_{jt}^{-\varepsilon}}{\int_0^1 P_{it}^{1-\varepsilon} di} \end{aligned}$$

Sendo  $C_t$  o total de bens consumidos nesse contínuo, pode-se assumir que  $C_t = 1$  e assim:

$$\begin{aligned} C_t &= \left( \int_0^1 C_{it}^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}} di \right)^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}} = \left[ \int_0^1 \left( \frac{Z_t P_{it}^{-\varepsilon}}{\int_0^1 P_{it}^{1-\varepsilon} di} \right)^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}} di \right]^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}} = Z_t \left[ \int_0^1 \frac{P_{it}^{1-\varepsilon}}{\left( \int_0^1 P_{it}^{1-\varepsilon} di \right)^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}}} di \right]^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}} \\ &= Z_t \left[ \left( \int_0^1 P_{it}^{1-\varepsilon} di \right)^{1-\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}} \right]^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}} = Z_t \left( \int_0^1 P_{it}^{1-\varepsilon} di \right)^{\frac{1}{\varepsilon-1}} \equiv 1 \end{aligned}$$

Assumindo que  $P_t = 1$  é o nível do gasto necessário para o consumo de  $C_t = 1$ , ou seja,  $P_t \equiv Z_t|_{C_t=1}$ :

(1.4)

$$P_t = \left( \int_0^1 P_{it}^{1-\varepsilon} di \right)^{\frac{1}{1-\varepsilon}}$$

Sendo (1.4) o índice de preço agregado, sua inserção em (1.3) (equação do nível de gastos) gera o do vetor do consumo ótimo:

$$\begin{aligned} Z_t &= \int_0^1 P_{it} C_{it} di = \int_0^1 P_{it} C_{jt} \left( \frac{P_{it}}{P_{jt}} \right)^{-\varepsilon} di = \int_0^1 P_{it}^{1-\varepsilon} di P_{jt}^{\varepsilon} C_{jt} \\ \Rightarrow Z_t &= \left[ \left( \int_0^1 P_{it}^{1-\varepsilon} di \right)^{\frac{1}{1-\varepsilon}} \right]^{1-\varepsilon} P_{jt}^{\varepsilon} C_{jt} = P_t^{1-\varepsilon} P_{jt}^{\varepsilon} C_{jt} = P_t \left( \frac{P_{jt}}{P_t} \right)^{\varepsilon} C_{jt} \end{aligned}$$

(1.5)

$$\Rightarrow C_{it} = \left( \frac{P_{it}}{P_t} \right)^{-\varepsilon} \frac{Z_t}{P_t}$$

Inserindo (1.5) em (1.3) obtém-se:

$$C_t = \left( \int_0^1 C_{it}^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}} di \right)^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}} = \left( \int_0^1 \left[ \left( \frac{P_{it}}{P_t} \right)^{-\varepsilon} \frac{Z_t}{P_t} \right]^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}} di \right)^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}} = \left( \int_0^1 [P_{it}^{-\varepsilon} Z_t P_t^{\varepsilon-1}]^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}} di \right)^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}}$$

$$= Z_t P_t^{\varepsilon-1} \left( \int_0^1 P_{it}^{1-\varepsilon} di \right)^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}} = Z_t P_t^{\varepsilon-1} \left[ \left( \int_0^1 P_{it}^{1-\varepsilon} di \right)^{\frac{1}{1-\varepsilon}} \right]^{-\varepsilon} = Z_t P_t^{\varepsilon-1-\varepsilon}$$

$$\Rightarrow Z_t = P_t C_t$$

(1.6)

$$\Rightarrow \int_0^1 P_{it} C_{it} di = Z_t = P_t C_t$$

Finalmente, introduzindo (1.6) em (1.5), tem-se:

(1.7)

$$C_{it} = \left( \frac{P_{it}}{P_t} \right)^{-\varepsilon} C_t$$

Sabendo que  $P_t \equiv \left( \int_0^1 P_t(i)^{1-\varepsilon} di \right)^{\frac{1}{1-\varepsilon}}$  é o índice dos preços para os bens finais, tem-se, pela equação (1.7) que todos os gastos do consumo podem ser  $\int_0^1 P_t(i) C_t(i) di = P_t C_t$ .

## b) Introdução do mercado de trabalho no problema das famílias

A lógica por trás disso é sua própria notação, a integral de  $C_t(i)$  é o consumo dos  $i$  bens do mercado e  $\int_0^1 P_t(i)$  o preço de todos eles. O mesmo vale para o trabalho, pois segundo Walsh(2016):

(1.8)

$$N_t = \left[ \int_0^1 n_{jt}^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} dj \right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

Com a mesma manipulação algébrica para os salários enquanto "preço" do trabalho:

(1.9)

$$n_{jt} = \left( \frac{W_{jt}}{W_t} \right)^{-\gamma} N$$

E assim:

$$\int_0^1 W_t(j) N_t(j) dj = N_t W_t$$

Em determinado momento será utilizado  $N_t$  no lugar de  $L_t$ , posto no problema inicial por conta das definições propostas por Gali (2010):

(1.10)

$$L_t = N_t + \psi U_t$$

Em que  $L_t$  é esforço das famílias na alocação de seus membros no mercado de trabalho, sendo  $N_t$  os membros da família empregados,  $U_t$  os desempregados procurando emprego e  $\psi$  um parâmetro entre 0 e 1, da desutilidade que as famílias atribuem ao desemprego de algum de seus membros. Ou seja, sem fricções no mercado de trabalho  $L_t = N_t$ .

A força de trabalho ou taxa de participação no mercado de trabalho para as famílias é dada por:

(1.11)

$$N_t + U_t \equiv F_t$$

Que deve satisfazer as seguintes restrições para todo tempo  $t$ :  $C_t(i) \geq 0$ , all  $i \in [0,1]$ ,  $0 \leq N_t + U_t \leq 1$ ,  $U_t \geq 0$  and  $N_t \geq 0$

Além da função que determina o número de trabalhadores empregados:

(1.12)

$$N_t = (1 - \delta)N_{t-1} + x_t U_t^0$$

Em que  $\delta$  é a constante de separação entre postos de trabalho e empregados e  $x_t$  a taxa com que desempregados (involuntários) encontram trabalho. Por sua vez,  $U_t^0$  será a fração dos desempregados involuntários ao início de  $t$  e assim  $U_t = (1 - x_t)U_t^0$ .

**c) Maximização intertemporal:**

A partir das igualdades encontradas em **a)** e **b)** se pode resolver o problema das famílias:

(1.13)

$$\max_{C_t, L_t, B_t} E_0 \left\{ \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(C_t, L_t) \right\}$$

s.a.

$$P_t C_t + Q_t B_t \leq B_{t-1} + W_t N_t + \Pi_t$$

Pois, com base em (1.9) e (1.7)

$$P_t C_t + Q_t B_t \leq B_{t-1} + W_t N_t + \Pi_t \text{ é o mesmo que } \int_0^1 P_t(i) C_t(i) di + Q_t B_t \leq B_{t-1} + \int_0^1 W_t(j) N_t(j) dj + \Pi_t.$$

Resultando no Lagrangeano:

(1.14)

$$\mathcal{L} = E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \{ \beta^t u(C_t, L_t) - \lambda_t (P_t C_t + Q_t B_t - B_{t-1} - W_t N_t - \Pi_t) \}$$

Com as condições de primeira ordem:

(1.15)

$$C_t: \beta^t u_{C_t} - \lambda_t P_t = 0$$

(1.16)

$$L_t: \beta^t u_{L_t} + \lambda_t W_t = 0$$

(1.17)

$$B_t: -\lambda_t Q_t + E_t \lambda_{t+1} = 0$$

A partir de (1.17) :

(1.18)

$$\frac{E_t \lambda_{t+1}}{\lambda_t} = Q_t = \frac{1}{1 + i_t}$$

A partir de (1.15) :

$$\frac{u_{Ct}}{E_t u_{Ct+1}} = \beta \frac{\lambda_t}{E_t \lambda_{t+1}} \frac{P_t}{E_t P_{t+1}} = \beta Q_t^{-1} E_t \left\{ \frac{P_t}{P_{t+1}} \right\} = \beta (1 + i_t) E_t \left\{ \frac{P_t}{P_{t+1}} \right\}$$

De onde se deriva a equação de Euler:

(1.19)

$$1 = \beta (1 + i_t) E_t \left\{ \frac{u_{Ct+1}}{u_{Ct}} \frac{P_t}{P_{t+1}} \right\}$$

Com as condições de primeira ordem de consumo, (1.15), e oferta de trabalho, (1.16), obtém-se:

(1.20)

$$-\frac{u_{Lt}}{u_{Ct}} = \frac{W_t}{P_t}$$

Assumindo a seguinte função utilidade:

(1.21)

$$U(C_t, L_t) \equiv \log C_t - \frac{\chi}{1 + \varphi} L_t^{1+\varphi}$$

Com as utilidades marginais:

$$u_{Ct} = \frac{1}{C_t}$$

$$u_{Lt} = -\chi L_t^\varphi$$

Introduzidas na igualdade de (1.20):

$$-\frac{\chi L_t^\varphi}{\frac{1}{C_t}} = \frac{W_t}{P_t}$$

Resultando na Taxa Marginal de Substituição Consumo-Lazer:

(1.22)

$$\chi C_t L_t^\varphi = \frac{W_t}{P_t}$$

Que sem fricções no mercado de trabalho implicaria que todo trabalho ofertado seria utilizado em equilíbrio e portanto  $W_t/P_t = \chi C_t N_t^\varphi$ .

A partir de  $1 = \beta(1 + i_t)E_t \left\{ \frac{u_{C_{t+1}}}{u_{C_t}} \frac{P_t}{P_{t+1}} \right\}$  pode-se colocar a equação em função do preço dos ativos ao passar  $(1 + i_t)$  dividindo, uma vez que  $Q_t = \frac{1}{1+i_t}$ . Possos que geram a condição de otimização intertemporal:

$$Q_t = \beta E_t \left\{ \frac{\frac{1}{C_{t+1}} \frac{P_t}{P_{t+1}}}{\frac{1}{C_t}} \right\}$$

E conseqüentemente:

(1.23)

$$Q_t = \beta E_t \left\{ \frac{C_t}{C_{t+1}} \frac{P_t}{P_{t+1}} \right\}$$

O que fecha o bloco das famílias é a log linearização da equação de Euler, contribuição direta ao bloco final de equações. As demais relações do bloco das famílias serão utilizadas para encontrar funções relativas à inflação, mercado de trabalho e equilíbrio do sistema. O formato da linearização e os símbolos utilizados na linearização serão:

$$\begin{aligned} \rho &\equiv -\ln \beta \\ i_t &\equiv -\ln Q_t \\ \Delta c_{t+1} &\equiv c_{t+1} - c_t \equiv \ln C_{t+1} - \ln C_t = \ln \frac{C_{t+1}}{C_t} \\ \pi_{t+1} &\equiv p_{t+1} - p_t \equiv \ln P_{t+1} - \ln P_t = \ln \frac{P_{t+1}}{P_t} \end{aligned}$$

A partir disso, a linearização parte da Equação de Euler no formato de (1.19):

$$1 = \beta(1 + i_t)E_t \left\{ \frac{u_{C_{t+1}}}{u_{C_t}} \frac{P_t}{P_{t+1}} \right\}$$

ou:

$$1 = \beta Q_t E_t \left\{ \frac{C_t}{C_{t+1}} \frac{P_t}{P_{t+1}} \right\}$$

Podendo ser reescrita como:

(1.24)

$$1 = E_t \left[ e^{\ln \left( \beta Q_t^{-1} \frac{C_t}{C_{t+1}} \frac{P_t}{P_{t+1}} \right)} \right]$$

Que é o mesmo que:

$$E_t \left( e^{\ln \beta - \ln Q_t - \ln \frac{C_{t+1}}{C_t} - \ln \frac{P_{t+1}}{P_t}} \right) = E_t (e^{-\rho + i_t - \Delta c_{t+1} - \pi_{t+1}})$$

Essa função fornece a equação de Fisher para os juros de equilíbrio:

(1.25)

$$-\rho = -i + \Delta c_{t+1} + \pi_{t+1}$$

Uma vez que no estado estacionário o  $\ln$  da taxa de desconto, dada por  $-\rho$ , deva igualar o  $\ln$  dos juros reais  $r_t$ .

Essa taxa de juros de equilíbrio, dada exclusivamente pelo custo de abdicar do consumo imediato, será igual aos chamados juros naturais e assim (1.25), pode ser reescrita como a Equação de Fisher:

(1.26)

$$\hat{r}_t = \hat{i}_t - E_t\{\pi_{t+1}\}$$

Isso significa que em equilíbrio os juros reais igualam os naturais (taxa de desconto) e os nominais, pois  $E_t\{\pi_{t+1}\} = 0$ .

A partir de (1.24) e (1.25) pode-se seguir a log linearização por meio de series de Taylor:

$$1 = E_t(e^{-\rho + i_t - \Delta c_{t+1} - \pi_{t+1}}) \approx E_t[1 + (\rho - \rho) + (i_t - i) - (\Delta c_{t+1} - \Delta c) - (\pi_{t+1} - \pi)]$$

$$1 = (1 - i + \Delta c + \pi) + (i_t - E_t \Delta c_{t+1} - E_t \pi_{t+1}) = 1 - i_t - \Delta c_{t+1} - \pi_{t+1}$$

$$c_t = E_t c_{t+1} - (i_t - E_t \pi_{t+1})$$

Em equilíbrio, levando em conta que  $\hat{r}_t = \hat{l}_t - E_t\{\pi_{t+1}\}$ , pode-se linearizar a equação de Euler para consumo:

(1.27)

$$\hat{c}_t = E_t\{\hat{c}_{t+1}\} - \hat{r}_t$$

### (2 e 3) Firms:

Para simplificar as relações do modelo o mercado será dividido em: firmas de bens intermediários, que produzem os bens da economia e os ofertam em concorrência perfeita para as firmas de bens finais, que os revendem em concorrência monopolística. Portanto, as firmas de bens intermediários são tomadoras de preço e seu problema gira em torno da minimização dos custos de produção. As firmas de bens finais incorrem todas dos mesmos custos pois transformam os bens intermediários em bens finais sob a mesma tecnologia, seu problema gira em torno dos ajustes nos preços de venda (a la Calvo), visando maximizar os lucros e manter o poder de mercado, uma vez que os bens finais são diferenciados.

### 2) Bens finais

Em competição monopolística as firma de bens finais são dispostas em um contínuo de  $i$  firmas indexadas entre 0 e 1, com acesso à mesma tecnologia, e a seguinte função de transformação:

(2.1)

$$Y_t(i) = X_t(i)$$

Em que  $X_t(i)$  será o número de bens intermediários usados pelas firmas de bens finais como insumo para a produção  $Y_t(i)$ . Dessa forma tem-se que o custo de produção cada unidade de  $Y_t(i)$  como o preço de  $X_t(i)$  que nada mais é que o preço com que os bens intermediários são vendidos  $P_t^I$ . Por ser uma função de produção constante seus custos médio e marginal serão os mesmos:  $P_t^I$ .

Para tanto, o preço a ser cobrado será o valor que maximiza os lucros intertemporais dessa firma. Ao ajustar os preços no período corrente, a firma empregará o preço ótimo no período  $t$ , dado por  $P_t^*$ . A probabilidade de a firma não ajustar os preços até o período  $k$  é de  $\theta^k$  e seu fator de desconto estocástico em  $t + k$ , conforme função de Euler, será:

(2.2)

$$Q_{t,t+k} = \beta^k \left( \frac{C_t}{C_{t+k}} \right) \frac{P_t}{P_{t+k}}$$

E sabendo que em equilíbrio  $Y_{it} = C_{it}$ , pode-se transformar (1.17) em:

$$Y_{it} = \left( \frac{P_{it}}{P_t} \right)^{-\varepsilon} C_t$$

Que será a restrição da maximização de lucro intertemporal:

(2.3)

$$\max_{P_t^*} \left\{ \sum_{k=0}^{\infty} \theta^k E_t \left[ Q_{t,t+k} \left( P_t^* Y_{it+k|t} - T C_{it+k|t}^n(Y_{it+k|t}) \right) \right] \right\}$$

s.a.

$$Y_{it+k|t} = \left( \frac{P_t^*}{P_{t+k}} \right)^{-\varepsilon} C_{t+k}$$

Em que se sabe que o custo total será  $P_t^I(X_t(i))$  ou  $P_t^I(Y_t(i))$ , tem-se, substituindo a restrição na função objetivo:

(2.3)

$$\mathcal{L} = \sum_{k=0}^{\infty} \theta^k E_t \left[ \beta^k \left( \frac{C_t}{C_{t+k}} \right) \frac{P_t}{P_{t+k}} \left( P_t^* \left( \frac{P_t^*}{P_{t+k}} \right)^{-\varepsilon} C_{t+k} - P_{t+k|t}^I \left( \left( \frac{P_t^*}{P_{t+k}} \right)^{-\varepsilon} C_{t+k} \right) \right) \right]$$

Deriva-se em relação ao preço ótimo desejado:

(2.4)

$$\sum_{k=0}^{\infty} \theta^k E_t \left[ \beta^k \left( \frac{C_t}{C_{t+k}} \right) \frac{P_t}{P_{t+k}} \left( (1 - \varepsilon) \left( \frac{P_t^*}{P_{t+k}} \right)^{-\varepsilon} C_{t+k} + P_{t+k|t}^I \varepsilon \left( \frac{P_t^*}{P_{t+k}} \right)^{-\varepsilon-1} C_{t+k} \frac{1}{P_{t+k}} \right) \right]$$

Nos passos anteriores contabilizou-se  $P_t^I(Y_t(i))$  como  $T C_{it+k|t}^n(Y_t(i))$ , após a derivação tem-se  $M C_{t+k|t}^n \varepsilon \left( \frac{P_t^*}{P_{t+k}} \right)^{-\varepsilon-1} C_{t+k} \frac{1}{P_{t+k}}$  em que  $P_t^I$  é o custo marginal. Portanto, para simplificar as manipulações algébricas retorna-se  $Q_{t,t+k}$  e  $Y_{it+k|t}$  à equação e igala à zero:

$$\begin{aligned}
&= \sum_{k=0}^{\infty} \theta^k E_t \left[ Q_{t,t+k} \left( (1-\varepsilon) Y_{t+k|t} + P_{t+k|t}^I \varepsilon Y_{t+k|t} \left( \frac{P_t^*}{P_{t+k}} \right)^{-1} \frac{1}{P_{t+k}} \right) \right] \\
&= \sum_{k=0}^{\infty} \theta^k E_t \left[ Q_{t,t+k} Y_{t+k|t} \left( (1-\varepsilon) + \varepsilon P_{t+k|t}^I \frac{1}{P_t^*} \right) \right] = 0
\end{aligned}$$

$$\Rightarrow \sum_{k=0}^{\infty} \theta^k E_t \left[ Q_{t,t+k} Y_{t+k|t} \left( P_t^* - \frac{\varepsilon}{\varepsilon-1} P_{t+k|t}^I \right) \right] = 0$$

(2.5)

$$\Rightarrow \sum_{k=0}^{\infty} \theta^k E_t (Q_{t,t+k} Y_{t+k|t} P_t^*) = \frac{\varepsilon}{\varepsilon-1} \sum_{k=0}^{\infty} \theta^k E_t (Q_{t,t+k} Y_{t+k|t} P_{t+k|t}^I)$$

Substituindo  $Q_{t,t+k}$  e  $Y_{t+k|t}$  novamente por suas definições e resolvendo para  $P_t^*$ :

$$\begin{aligned}
&\sum_{k=0}^{\infty} \theta^k E_t \left( \beta^k \left( \frac{C_t}{C_{t+k}} \right) \frac{P_t}{P_{t+k}} \left( \frac{P_t^*}{P_{t+k}} \right)^{-\varepsilon} C_{t+k} P_t^* \right) \\
&= \frac{\varepsilon}{\varepsilon-1} \sum_{k=0}^{\infty} \theta^k E_t \left( \beta^k \left( \frac{C_t}{C_{t+k}} \right) \frac{P_t}{P_{t+k}} \left( \frac{P_t^*}{P_{t+k}} \right)^{-\varepsilon} C_{t+k} P_{t+k|t}^I \right) \\
&\Rightarrow \sum_{k=0}^{\infty} \theta^k E_t (\beta^k C_t P_t P_{t+k}^{\varepsilon-1} P_t^{*1-\varepsilon}) = \frac{\varepsilon}{\varepsilon-1} \sum_{k=0}^{\infty} \theta^k E_t (\beta^k C_t P_t P_{t+k}^{\varepsilon-1} P_t^{*1-\varepsilon} P_t^{-\varepsilon} P_{t+k|t}^I)
\end{aligned}$$

Agora, busca-se o preço ótimo em termos de preços e consumo em  $t+k$ , eliminando esses fatores no tempo  $t$ :

$$\Rightarrow P_t^{*1-\varepsilon} \sum_{k=0}^{\infty} \theta^k E_t (\beta^k P_{t+k}^{\varepsilon-1}) = \frac{\varepsilon}{\varepsilon-1} P_t^{*-\varepsilon} \sum_{k=0}^{\infty} \theta^k E_t \left( \beta^k P_{t+k}^{\varepsilon} \frac{P_{t+k|t}^I}{P_{t+k}} \right)$$

O preço dos bens intermediários é o mesmo que o custo marginal nominal dos bens finais. Ao dividir o custo marginal nominal pelo nível de preços em  $t+k$  se obtém o custo marginal real para o período, dado por  $MC_{t+k|t}^r$ , e assim:

(2.6)

$$\Rightarrow P_t^* = \frac{\varepsilon}{\varepsilon-1} \frac{E_t \sum_{k=0}^{\infty} \theta^k \beta^k P_{t+k}^{\varepsilon} MC_{t+k|t}^r}{E_t \sum_{k=0}^{\infty} \theta^k \beta^k P_{t+k}^{\varepsilon-1}}$$

Dividindo os dois lados por  $P_t$  para obter o preço ótimo enquanto média ponderada dos custos marginais reais futuros:

$$\Rightarrow \frac{P_t^*}{P_t} = \frac{\varepsilon}{\varepsilon - 1} \frac{E_t \sum_{k=0}^{\infty} \theta^k \beta^k \left( \frac{P_{t+k}}{P_t} \right)^{\varepsilon} MC_{t+k|t}^r}{E_t \sum_{k=0}^{\infty} \theta^k \beta^k \left( \frac{P_{t+k}}{P_t} \right)^{\varepsilon-1}}$$

Para o caso dos preços flexíveis em que  $\theta = 0$ :

$$P_t^* = \frac{\varepsilon}{\varepsilon - 1} \frac{\beta^0 P_t^{\varepsilon} MC_{t|t}^r}{\beta^0 P_t^{\varepsilon-1}}$$

Multiplicando o custo marginal real pelo preço  $P_t$ , se obtém a função em termos de custos marginais nominais:

$$P_t^* = \frac{\varepsilon}{\varepsilon - 1} \frac{\beta^0 P_t^{\varepsilon-1} MC_{t|t}^n}{\beta^0 P_t^{\varepsilon-1}}$$

Que é o mesmo que:

$$P_t^* = \frac{\varepsilon}{\varepsilon - 1} MC_{t|t}^n$$

Ou:

$$P_t^* = \frac{\varepsilon}{\varepsilon - 1} P_{t|t}^l$$

O que diferencia esta função da proposta por Galí (2010) é que aqui não foi contabilizado qualquer subsídio, para simplificar o modelo.

Para completar o bloco deve-se log-linearizar as condições de ajuste do preço ótimo, dadas em (2.6):

$$P_t^* = \frac{\varepsilon}{\varepsilon - 1} \frac{E_t \sum_{k=0}^{\infty} \theta^k \beta^k P_{t+k}^{\varepsilon} MC_{t+k|t}^r}{E_t \sum_{k=0}^{\infty} \theta^k \beta^k P_{t+k}^{\varepsilon-1}}$$

Sob as condições de steady state:

$$\begin{aligned}\Pi_t &= \frac{P_t^*}{P_{t-1}} = \frac{P_t^*}{P_t} = \frac{P_t^*}{P_{t+k}} = 1 \\ Y_{t+k|t} &= Y_{t|t} \\ Q_{t,t+k} &= \beta^k \\ MC_{t+k|t}^r &= MC_{t|t}^r = \frac{MC_{t|t}^n}{P_t} = P^I \equiv MC^r\end{aligned}$$

O primeiro passo é dividir (2.6) por  $P_{t-1}$ :

$$\frac{P_t^*}{P_{t-1}} = \frac{\varepsilon}{\varepsilon - 1} \frac{E_t \sum_{k=0}^{\infty} \theta^k \beta^k P_{t+k}^{\varepsilon} MC_{t+k|t}^r}{E_t \sum_{k=0}^{\infty} \theta^k \beta^k P_{t+k}^{\varepsilon-1}}$$

Gerando:

$$\frac{P_t^*}{P_{t-1}} E_t \sum_{k=0}^{\infty} \theta^k \beta^k P_{t+k}^{\varepsilon-1} = \frac{\varepsilon}{\varepsilon - 1} E_t \sum_{k=0}^{\infty} \theta^k \beta^k P_{t+k}^{\varepsilon} MC_{t+k|t}^r \frac{1}{P_{t-1}}$$

Na linearização o lado esquerdo deve ficar:

$$\begin{aligned}& \sum_{k=0}^{\infty} \theta^k \beta^k P^{\varepsilon-1} + \frac{1}{P} E_t \sum_{k=0}^{\infty} \theta^k \beta^k P^{\varepsilon-1} (P_t^* - P) \\ & - \frac{P}{P^2} E_t \sum_{k=0}^{\infty} \theta^k \beta^k P^{\varepsilon-1} (P_{t-1} - P) + E_t \sum_{k=0}^{\infty} \theta^k \beta^k (\varepsilon - 1) P^{\varepsilon-2} (P_{t+k} - P)\end{aligned}$$

Simplificando:

$$\begin{aligned}& \sum_{k=0}^{\infty} \theta^k \beta^k P^{\varepsilon-1} + E_t \sum_{k=0}^{\infty} \theta^k \beta^k P^{\varepsilon-1} (p_t^* - p) - E_t \sum_{k=0}^{\infty} \theta^k \beta^k P^{\varepsilon-1} (p_{t-1} - p) \\ & + E_t \sum_{k=0}^{\infty} \theta^k \beta^k P^{\varepsilon-1} (\varepsilon - 1) (p_{t+k} - p) \\ & \Rightarrow p^{\varepsilon-1} E_t \sum_{k=0}^{\infty} \theta^k \beta^k [1 + (p_t^* - p) - (p_{t-1} - p) + (\varepsilon - 1)(p_{t+k} - p)]\end{aligned}$$

O lado direito da linearização será:

$$\begin{aligned}
& \frac{\varepsilon}{\varepsilon-1} \sum_{k=0}^{\infty} \theta^k \beta^k P^{\varepsilon-1} MC^r - \frac{\varepsilon}{\varepsilon-1} E_t \sum_{k=0}^{\infty} \theta^k \beta^k P^{\varepsilon} MC^r \frac{1}{P^2} (P_{t-1} - P) \\
& + \frac{\varepsilon}{\varepsilon-1} E_t \sum_{k=0}^{\infty} \theta^k \beta^k \varepsilon P^{\varepsilon-1} MC^r \frac{1}{P} (P_{t+k} - P) \\
& + \frac{\varepsilon}{\varepsilon-1} E_t \sum_{k=0}^{\infty} \theta^k \beta^k P^{\varepsilon} \frac{1}{P} (MC_{t+k|t}^r - MC^r)
\end{aligned}$$

Com termos linearizados:

$$\begin{aligned}
& \frac{\varepsilon}{\varepsilon-1} \sum_{k=0}^{\infty} \theta^k \beta^k P^{\varepsilon-1} MC^r - \frac{\varepsilon}{\varepsilon-1} E_t \sum_{k=0}^{\infty} \theta^k \beta^k P^{\varepsilon-1} MC^r (p_{t-1} - p) \\
& + \frac{\varepsilon}{\varepsilon-1} E_t \sum_{k=0}^{\infty} \theta^k \beta^k P^{\varepsilon-1} MC^r \varepsilon (p_{t+k} - p) + \frac{\varepsilon}{\varepsilon-1} E_t \sum_{k=0}^{\infty} \theta^k \beta^k P^{\varepsilon-1} MC^r (mc_{t+k|t}^r - mc^r)
\end{aligned}$$

Simplificando:

$$\begin{aligned}
& \frac{\varepsilon}{\varepsilon-1} P^{\varepsilon-1} MC^r E_t \sum_{k=0}^{\infty} \theta^k \beta^k [1 - (p_{t-1} - p) + \varepsilon (p_{t+k} - p) + (mc_{t+k|t}^r - mc^r)] \\
& \Rightarrow P^{\varepsilon-1} E_t \sum_{k=0}^{\infty} \theta^k \beta^k [1 - p_{t-1} + \varepsilon p_{t+k} - (\varepsilon - 1)p + (mc_{t+k|t}^r - mc^r)]
\end{aligned}$$

Igualando os dois lados:

$$\begin{aligned}
& P^{\varepsilon-1} E_t \sum_{k=0}^{\infty} \theta^k \beta^k [1 + (p_t^* - p) - (p_{t-1} - p) + (\varepsilon - 1)(p_{t+k} - p)] \\
& = P^{\varepsilon-1} E_t \sum_{k=0}^{\infty} \theta^k \beta^k [1 - p_{t-1} + \varepsilon p_{t+k} - (\varepsilon - 1)p + (mc_{t+k|t}^r - mc^r)]
\end{aligned}$$

Resolvendo para  $p_t^*$ :

$$E_t \sum_{k=0}^{\infty} \theta^k \beta^k (p_t^* - p_{t+k}) = E_t \sum_{k=0}^{\infty} \theta^k \beta^k (mc_{t+k|t}^r - mc^r)$$

$$\Rightarrow p_t^* = (1 - \theta\beta)E_t \sum_{k=0}^{\infty} \theta^k \beta^k [(mc_{t+k|t}^r - mc^r) + p_{t+k}]$$

$$\Rightarrow p_t^* = \mu + (1 - \theta\beta)E_t \sum_{k=0}^{\infty} \theta^k \beta^k [mc_{t+k|t}^r + p_{t+k}]$$

Essa equação quer dizer que as firmas determinarão seus preços conforme custo marginal e markup desejado:  $\mu \equiv \frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}$ . O mark-up é um dos mecanismos pelo qual se expressa o poder de mercado, sendo o lucro extraordinário. Nos termos propostos por Gali (2010):

(2.7)

$$P_t^* = \mu^p + (1 - \beta\theta_p) \sum_{k=0}^{\infty} (\beta\theta_p)^k E_t \{p_{t+k}^l\}$$

Isso se dá pois o custo marginal em  $t + k$  será o custo dos insumos produzidos pelas firmas intermediárias e portanto:

$$E_t [mc_{t+k|t}^r + p_{t+k}] = E_t \{p_{t+k}^l\}$$

A partir desta dinâmica de ajuste dos preços deve-se observar a forma da inflação para as firmas de bens finais partindo da definição dos preços agregados proposta em (1.4):

$$P_t = \left( \int_0^1 P_{it}^{1-\varepsilon} di \right)^{\frac{1}{1-\varepsilon}}$$

Dividindo entre as firmas que mantêm seus preços no patamar de  $t - 1$  e as que ajustam seus preços ao valor ótimo, com probabilidade  $(1 - \theta)$ , tem-se:

(2.8)

$$P_t = \left[ \int_{S(t)}^1 P_{it-1}^{1-\varepsilon} di + (1 - \theta)P_t^{*1-\varepsilon} \right]^{\frac{1}{1-\varepsilon}}$$

O mesmo que uma parcela  $\theta$  das firmas mantendo os preços do período anterior, e uma parcela  $(1 - \theta)$  ajustando ao preço ótimo:

$$P_t = [\theta P_{it-1}^{1-\varepsilon} + (1 - \theta)P_t^{*1-\varepsilon}]^{\frac{1}{1-\varepsilon}}$$

Isso nos fornece o que Gali (2010) chama de *motion law*:

(2.9)

$$p_t = \theta_p p_{t-1} + (1 - \theta_p) p_t^*$$

A partir dessa função e dos resultados encontrados para o preço ótimo é possível extrair uma função de inflação, partindo das definições:

$$\pi_t^p \equiv p_t - p_{t-1}$$

$$\hat{\mu}_t^p \equiv \mu_t^p - \mu^p = p_t - p_t^I - \mu^p$$

Partindo de (2.9):

(2.10)

$$\pi_t^p = \beta E_t\{\pi_{t+1}^p\} - \lambda_p \hat{\mu}_t^p$$

### 3) Bens intermediários e fricções:

Visto que a firma de bens intermediários está em perfeita concorrência e não determina os preços, sua decisão será sobre a otimização dos custos de produção (a condição receita marginal igual à custo marginal). Portanto, sabendo que a função de produção seja:

(3.1)

$$Y_t^I(j) = A_t N_t(j)^{1-\alpha}$$

O fator de produção da firma é a mão de obra, assim, deve-se escolher a quantidade de trabalho que maximiza o lucro:

(3.2)

$$N_t(j) = (1 - \delta)N_{t-1}(j) + H_t(j)$$

Sendo  $\delta \in (0,1)$  a taxa de separação exógena de trabalhadores e postos de trabalho. O último componente será as novas contratações dadas por  $H_t(j)$ , ou seja, a partir destes dois componentes tem-se a fricção do mercado de trabalho:

(3.3)

$$H_t(j) = N_t(j) - (1 - \delta)N_{t-1}(j)$$

Dadas as fricções, a demanda por trabalho oferece custos de contratação dados pelo esforço de encontrar e empregar estes novos trabalhadores, o que conforme o nível da razão entre contratações e desemprego involuntário (*tightness*):

(3.4)

$$G_t = G(x_t)$$

$$G_t = \Gamma x_t^\gamma$$

Em que  $x_t$  será o *tightness*: taxa de encontro entre potenciais trabalhadores e vagas, dada pela razão entre contratações e desemprego involuntário  $x_t \equiv H_t/U_t^0$ .

Dessa forma, o problema intertemporal das firmas intermediárias será a maximização de lucro dada pela diferença entre as receitas marginais e os custos marginais. Sendo os custos marginais dados por salários líquidos e custos de contratação:

(3.5)

$$\max_{\Pi_t} \left\{ \sum_{k=0}^{\infty} E_t \left[ Q_{t,t+k} \left( \left( \frac{P_{jt+k}^I}{P_{t+k}} \right) Y_{jt+k|t}^I - \left( \frac{W_{jt+k}}{P_{t+k}} \right) N_{jt+k} - G_{t+k|t}(H_{jt+k|t}) \right) \right] \right\}$$

s.a.

$$Y_{t+k|t}^I(j) = A_{t+k} N_{jt+k}^{1-\alpha}$$

Substituindo a restrição dentro da função objetivo e sabendo que  $H_t(j) = N_t(j) - (1 - \delta)N_{t-1}(j)$  tem-se o seguinte lagrangeano:

(3.6)

$$\mathcal{L} = \sum_{k=0}^{\infty} E_t \left[ Q_{t,t+k} \left( \left( \frac{P_{jt+k}^I}{P_{t+k}} \right) A_{t+k} N_{jt+k}^{1-\alpha} - \left( \frac{W_{jt+k}}{P_{t+k}} \right) N_{jt+k} - G_{t+k|t}(N_{jt+k} - (1 - \delta)N_{jt+k-1}) \right) \right]$$

Derivando com relação à  $N$ , para obter demanda por mão de obra ótima, tem-se:

FOC:

$$\sum_{k=0}^{\infty} E_t \left[ Q_{t,t+k} \left( \left( \frac{P_{jt+k}^I}{P_{t+k}} \right) (1-\alpha) A_{t+k} N_{jt+k}^{-\alpha} - \left( \frac{W_{jt+k}}{P_{t+k}} \right) - G_{t+k} + (1-\delta) G_{t+k+1} \right) \right] = 0$$

Resolvendo para receita marginal do trabalho igual à custo marginal do trabalho, tem-se:

(3.7)

$$\begin{aligned} \sum_{k=0}^{\infty} E_t \left[ Q_{t,t+k} \left( \left( \frac{P_{jt+k}^I}{P_{t+k}} \right) (1-\alpha) A_{t+k} N_{jt+k}^{-\alpha} \right. \right. \\ \left. \left. = \sum_{k=0}^{\infty} E_t \left[ Q_{t,t+k} \left( \left( \frac{W_{jt+k}}{P_{t+k}} \right) + G_{t+k} - (1-\delta) G_{t+k+1} \right) \right] \right] \right] \end{aligned}$$

Para a produção no período  $t$ :

(3.8)

$$\left( \frac{P_{jt}^I}{P_t} \right) (1-\alpha) A_t N_{jt}^{-\alpha} = \left( \frac{W_{jt}}{P_t} \right) + G_t - (1-\delta) E_t [Q_{t,t+1} G_{t+1}]$$

Ou, como apresenta Gali (2010):

(3.9)

$$\text{MRPN}_t(j) = \frac{W_t(j)}{P_t} + G_t - (1-\delta) E_t \{ \Lambda_{t,t+1} G_{t+1} \}$$

Sendo MRPN o retorno marginal do produto de  $N$  que em equilíbrio deve igualar seus custos marginais descontados das vagas fechadas periodicamente, dado por  $E_t \{ \Lambda_{t,t+1} G_{t+1} \}$ .

Isso se dá pois  $\Lambda_{t,t+k} \equiv \beta^k (C_t / C_{t+k})$  e  $Q_{t,t+k} = \beta^k \left( \frac{C_t}{C_{t+k}} \right) \frac{P_t}{P_{t+k}}$ , porém, por  $P_{jt}^I$  ser determinado pelo mercado pode-se considerar que em equilíbrio  $\Lambda_{t,t+k} = Q_{t,t+k}$ .

A partir de (3.7) e dos símbolos introduzidos em (3.9), pode-se extrair  $G_t$  como:

$$\sum_{k=0}^{\infty} E_t \left[ Q_{t,t+k} (\text{MRPN}_{jt+k}) - \left( \frac{W_{jt+k}}{P_{t+k}} \right) \right] = \sum_{k=0}^{\infty} E_t [Q_{t,t+k} (G_{t+k} - (1-\delta) G_{t+k+1})]$$

Para o tempo  $t$ :

$$\left( \text{MRPN}_t(j) - \left( \frac{W_{jt}}{P_t} \right) \right) = G_t \sum_{k=0}^{\infty} E_t[Q_{t,t+k}(-(1-\delta)G_{t+k+1})]$$

Resolvendo para  $G_t$ :

$$G_t = \sum_{k=0}^{\infty} E_t[Q_{t,t+k}((1-\delta)G_{t+k+1})] \left( \text{MRPN}_t(j) - \frac{W_{jt}}{P_t} \right) \quad (3.10)$$

$$G_t = E_t \left\{ \sum_{k=0}^{\infty} \Lambda_{t,t+k} (1-\delta)^k \left( \text{MRPN}_{t+k}(j) - \frac{W_{t+k}(j)}{P_{t+k}} \right) \right\}$$

Por conveniência, deve-se assumir que o custo líquido da contratação de empregados será :

(3.11)

$$B_t \equiv G_t - (1-\delta)E_t\{\Lambda_{t,t+1}G_{t+1}\}$$

De forma resumida temos (3.7) como:

(3.12)

$$\text{MRPN}_t(j) = \frac{W_t(j)}{P_t} + B_t$$

Ou seja, contrata-se até que o produto marginal do trabalho iguale os salários líquidos somados dos custos líquidos de contratação. Nesse momento deve-se linearizar a condição de contratação ótima para encaixar no bloco das firmas intermediárias. Para isso, será utilizada a versão extensa de (3.8), porém, mantendo  $B$  para simplicidade:

$$\left( \frac{P_{jt}^l}{P_t} \right) (1-\alpha) A_t N_{jt}^{-\alpha} = \left( \frac{W_{jt}}{P_t} \right) + B_t$$

A partir dessa igualdade, pode-se estimar a log linearização do markup partindo da definição  $\hat{\mu}_t^p \equiv \mu_t^p - \mu^p = p_t - p_t^l - \mu^p$ . Uma vez que o em equilíbrio  $P_t = P_t^*$  e que  $P_t^l$  seja o custo marginal em equilíbrio  $P_t^* = P_t^l \mu_t$ , podemos chamar  $\frac{P_{jt}^l}{P_t}$  de  $\mu_t$ , assim:

$$\mu_t(1 - \alpha)A_tN_t^{-\alpha} = \left(\frac{W_{jt}}{P_t}\right) + B_t$$

Aplicando a linearização por serie de Taylor para o lado esquerdo:

$$\mu_t(1 - \alpha)A_tN_t^{-\alpha} - \alpha\mu_t(1 - \alpha)A_tN_t^{-1-\alpha}(N_t - N) = \mu_t[-\alpha\hat{n}_t - a_t]$$

Para o lado direito:

$$\left(\frac{W_t}{P_t}\right) + B + \left(\frac{W_t}{P_t}\right)(W_t - W) + B(B_t - B) = \left(\left(\frac{W_t}{P_t}\right) + B\right)[\hat{\omega} - \hat{b}_t]$$

Sendo  $\omega_t \equiv w_t - p_t$ , o autor exibe a álgebra dos custos de contratação em função da razão dos gastos de contratação em relação aos gastos totais dados por  $\Phi \equiv \frac{B}{(W/P)+B}$ , introduzindo isso do lado direito da função, obtém-se:

$$[(1 - \Phi)\hat{\omega}_t - \Phi\hat{b}_t]$$

Na igualdade das partes da linearização:

$$\mu_t[-\alpha\hat{n}_t - a_t] = [(1 - \Phi)\hat{\omega}_t - \Phi\hat{b}_t]$$

Resolvendo para a condição de contratação ótima obtemos:

(3.13)

$$\alpha\hat{n}_t = a_t - [(1 - \Phi)\hat{\omega}_t + \Phi\hat{b}_t] - \hat{\mu}_t^p$$

O proximo passo é linearizar a função (3.12), que fornece o custo líquido das contratações dado por  $B$ :

$$B_t \equiv G_t - (1 - \delta)E_t\{\Lambda_{t,t+1}G_{t+1}\}$$

Em que  $\Lambda_{t,t+k} \equiv \beta^k(C_t/C_{t+k})$  e em equilíbrio  $C_t = C_{t+k}$ , sendo  $E_t\{\Lambda_{t,t+1}G_{t+1}\}$  a equação de Euler relativa às contratações, assim:

$$B_t \equiv G_t - (1 - \delta)E_t\beta^{t+1}(C/C)\{G_{t+1}\}$$

Log linearizando em relação a  $G_t$ :

$$\hat{b}_t = G_t - (1 - \delta)E_t\beta^{t+1}\{G_{t+1}\} - 1(G_t - G) - (1 - \delta)E_t\beta^{t+1}\{G_{t+1}\}(G_{t+1} - G)$$

$$\hat{b}_t = (1 - \delta)E_t\beta^{t+1}\{G_{t+1}\}[(g_t - g) - (g_{t+1} - g)]$$

Uma vez que o termo da esperança seja dado pelo custo futuro das contratações, encontrados na equação de Euler linearizada em (1.27) como  $\hat{c}_t = E_t\{\hat{c}_{t+1}\} - \hat{r}_t$ , dada por:

$$\hat{b}_t = (1 - \delta)\beta\hat{g}_t - (1 - \delta)\beta(E_t\{\hat{g}_{t+1}\} - \hat{r}_t)$$

Em forma de média ponderada de  $1 - \beta$  relativo à taxa de desconto e  $1 - \delta$  da taxa de separação exógena dos postos de trabalho, tem-se:

(3.14)

$$\hat{b}_t = \frac{1}{1 - \beta(1 - \delta)}\hat{g}_t - \frac{\beta(1 - \delta)}{1 - \beta(1 - \delta)}(E_t\{\hat{g}_{t+1}\} - \hat{r}_t)$$

A linearização dos demais resultados deve ser dada inicialmente por linearizações das condições propostas na função de produção em (3.1):

(3.15)

$$\hat{y}_t = a_t + (1 - \alpha)\hat{n}_t$$

Além das condições do mercado de trabalho. A começar pela função que determina as contratações em (3.3), linearizada na forma:

(3.16)

$$\delta\hat{h}_t = \hat{n}_t - (1 - \delta)\hat{n}_{t-1}$$

Custos de contratação na forma de (3.4):

(3.17)

$$\hat{g}_t = \gamma\hat{x}_t$$

Sob as condições de  $x_t \equiv H_t/U_t^0$ , pode-se extrair a taxa de contratação na forma linearizada de:

(3.18)

$$\hat{x}_t = \hat{h}_t - \hat{u}_t^0$$

Sob a condição do mercado de trabalho partindo de (1.10):

$$L_t = N_t + \psi U_t$$

(3.19)

$$\hat{l}_t = \left(\frac{N}{L}\right) \hat{n}_t + \left(\frac{\psi U}{L}\right) \hat{u}_t$$

A força de trabalho também demonstrada no bloco das famílias, pode ser linearizada como:

$$N_t + U_t \equiv F_t$$

(1.11)

$$\hat{f}_t = \left(\frac{N}{F}\right) \hat{n}_t + \left(\frac{U}{F}\right) \hat{u}_t$$

(3.20)

O desemprego na função  $U_t = (1 - x_t)U_t^0$  pode ser dado por:

$$\hat{u}_t = \hat{u}_t^0 - \frac{x}{1-x} \hat{x}_t$$

(3.21)

E por fim, ainda sob a função de (1.11), realocada na forma:

$$U_t = F_t - N_t$$

Linearizada como:

$$\widehat{u}_t = \hat{f}_t - \hat{n}_t$$

(3.22)

#### (4) Política monetária em regra de Taylor:

$$i_t = \rho + \phi_\pi \pi_t^p + \phi_\gamma \hat{y}_t + v_t$$

(4.1)

Em que  $i_t \equiv -\log Q_t$ ,  $\rho \equiv -\log \beta$  e  $v_t$  é o componente exógeno de um choque de política econômica que se assume ser um AR (1), com coeficiente  $\rho_v$  e variância  $\sigma_v^2$ .

### (5) Salários:

A negociação dos salários parte da barganha sobre os ganhos de cada uma das partes. Os ganhos da família em relação ao emprego serão dados por:

(5.1)

$$\mathcal{V}_t^N(j) = \frac{W_t(j)}{P_t} - MRS_t + E_t\{\Lambda_{t,t+1}((1 - \delta)\mathcal{V}_{t+1}^N(j) + \delta\mathcal{V}_{t+1}^U)\}$$

Sendo formado por salários líquidos menos a taxa marginal de substituição consumo trabalho dada por  $MRS_t \equiv \chi C_t L_t^\varphi$  (1.22). Espera-se que se tal valor iguale os salários líquidos no caso do mercado de trabalho sem fricções, além dos ganhos intertemporais da oferta de trabalho no período futuro, dado pela chance da destruição da vaga vezes o ganho de estar empregado; esse produto é somado à chance de permanecer no trabalho multiplicada pelos ganhos de se estar desempregado.

(5.2)

$$\mathcal{V}_t^U = x_t \int_0^1 \frac{H_t(z)}{H_t} \mathcal{V}_t^N(z) dz + (1 - x_t)(-\psi MRS_t + E_t\{\Lambda_{t,t+1} \mathcal{V}_{t+1}^U\})$$

O benefício do desemprego será dado pelo *tightness*  $x_t$ , multiplicado pelas contratações no período corrente  $\int_0^1 \frac{H_t(z)}{H_t}$  e pelo benefício de se conseguir um emprego  $\mathcal{V}_t^N(z)$ , somando esse produto à taxa das vagas sem match  $(1 - x_t)$  que multiplicam o negativo da taxa marginal de substituição somado à o benefício intertemporal esperado no desemprego  $(-\psi MRS_t + E_t\{\Lambda_{t,t+1} \mathcal{V}_{t+1}^U\})$ .

Assume-se nesse modelo que  $\mathcal{V}_t^U = 0$ , resolvendo para a taxa marginal de substituição consumo-lazer:

(5.3)

$$\psi MRS_t = \frac{x_t}{1 - x_t} \int_0^1 \frac{H_t(z)}{H_t} \mathcal{S}_t^H(z) dz$$

Em que  $\mathcal{S}_t^H(z)dz$  será o excedente das famílias relativo às contratações e assim  $\mathcal{S}_t^H(j) \equiv \mathcal{V}_t^N(j) - \mathcal{V}_t^U(j) = \mathcal{V}_t^N(j)$  e portanto:

(5.4)

$$\mathcal{S}_t^H(j) = \frac{W_t(j)}{P_t} - MRS_t + (1 - \delta)E_t\{\Lambda_{t,t+1}\mathcal{S}_{t+1}^H(j)\}$$

Pelo lado das firmas esse excedente será: a diferença entre a produtividade marginal desse empregado subtraído do salário líquido e descontado do componente intertemporal do desligamento dos empregados, conforme observado na seção de mercado de trabalho, pois  $\mathcal{S}_t^F(j) = G_t$ :

(5.5)

$$\mathcal{S}_t^F(j) = MRPN_t(j) - \frac{W_t(j)}{P_t} + (1 - \delta)E_t\{\Lambda_{t,t+1}\mathcal{S}_{t+1}^F(j)\}$$

O salário de reserva para as famílias será o mínimo que gere algum excedente ao ofertar trabalho, sob a condição:

(5.6)

$$\Omega_t^H(j) = MRS_t - (1 - \delta)E_t\{\Lambda_{t,t+1}\mathcal{S}_{t+1}^H(j)\}$$

Ou seja, a taxa marginal de substituição da oferta de trabalho pelo lado das famílias descontado do fator intertemporal de perder o benefício deste trabalho. Algo parecido com o ganho de reserva da contratação de um trabalhador pelas firmas:

(5.7)

$$\Omega_t^F(j) = MRPN_t + (1 - \delta)E_t\{\Lambda_{t,t+1}\mathcal{S}_{t+1}^F(j)\}$$

A decisão da firma de contratar depende de haver algum excedente na relação entre produtividade marginal do trabalho somado ao componente intertemporal da destruição das vagas.

Os salários, portanto, advém da divisão destes excedentes que será uma barganha de Nash no formato Cobb Douglas:

(5.8)

$$\max_{w_t(j)} \mathcal{S}_t^H(j)^{1-\xi} \mathcal{S}_t^F(j)^\xi$$

Em que  $\xi \in (0,1)$  será o poder de barganha das firmas relativo ao dos trabalhadores. Dessa forma, derivando essa função com relação ao poder de barganha, tem-se:

$$\xi \mathcal{S}_t^H(j) = (1 - \xi) \mathcal{S}_t^F(j)$$

Que associado aos salários será:

$$\frac{W_t(j)}{P_t} = \xi \Omega_t^H(j) + (1 - \xi) \Omega_t^F(j) \quad (5.9)$$

$$\frac{W_t(j)}{P_t} = \xi MRS_t + (1 - \xi) MRPN_t(j)$$

Introduzindo na equação (3.7) e resolvendo pra salários líquidos, tem-se:

$$G_t - (1 - \delta) E_t \{ \Lambda_{t,t+1} G_{t+1} \} = \xi (MRPN_t - MRS_t)$$

Permitindo que ser reescreva (5.3) como:

$$\xi \psi MRS_t = (1 - \xi) \frac{x_t}{1 - x_t} G_t$$

Linearizando a função de (5.9):

$$\frac{W_t(j)}{P_t} = \xi MRS_t + (1 - \xi) MRPN_t(j)$$

$$\frac{W_t}{P_t} w_t - p_t = \xi MRS_t + (1 - \xi) MRPN_t(j) [(MRS_t - MRS) - (MRPN_t - MRPN)]$$

$$w_t - p_t = \frac{\xi MRS_t}{W/P} \hat{MRS}_t + \frac{(1 - \xi) MRPN_t(j)}{W/P} \hat{MRPN}_t$$

Substituindo as definições propostas na função linearizada da produtividade marginal do trabalho em (3.13) e a taxa marginal de substituição dos fatores de  $MRS_t = \chi C_t L_t^\varphi$ .

$$MRPN_t = \alpha \hat{n}_t - a_t + \hat{\mu}_t^p$$

$$MRS_t = \hat{c}_t + \varphi \hat{l}_t$$

$$\hat{\omega}_t = w_t - p_t$$

Gera a seguinte função de barganha de nash linearizada:

(5.12)

$$\hat{\omega}_t = (1 - \Upsilon)(\hat{c}_t + \varphi \hat{l}_t) + \Upsilon(-\hat{\mu}_t^p + a_t - \alpha \hat{n}_t)$$

$$\text{Em que } \Upsilon \equiv \frac{(1-\xi)MRPN}{W/P}.$$

Partindo da linearização da função (5.11) tem-se a condição de participação ótima quando  $\psi > 0$ :

$$\xi \psi MRS_t = (1 - \xi) \frac{x_t}{1 - x_t} G_t$$

$$\xi \psi MRS_t = (1 - \xi) \frac{x_t}{1 - x_t} G_t [(x_t - x) - (G_t - G)]$$

(5.13)

$$\hat{c}_t + \varphi \hat{l}_t = \frac{1}{1 - x} \hat{x}_t + \hat{g}_t$$

## (6) Market Clearing:

Sobre a suposição de que o produto da economia seja uma integral dos produtos de cada uma das  $j$  firmas do modelo, tem-se  $Y_t \equiv \left( \int_0^1 Y_t(i)^{1-\frac{1}{\epsilon}} di \right)^{\frac{\epsilon}{\epsilon-1}}$  indo de encontro com a afirmação de que os produtos ofertados dependam do markup  $\mathcal{M}^p \equiv \frac{\epsilon}{\epsilon-1}$ . O equilíbrio, portanto, deve ser dado pelas atribuições impostas no modelo das famílias:

(6.1)

$$Y_t(i) = \left( \frac{P_t(i)}{P_t} \right)^{-\epsilon} (C_t + G_t H_t)$$

Nesse ponto, não foi assumido que  $Y = C$ , pois introduziu-se os custos de contratação que tornam o produto uma função dos preços em relação a consumo e custos de contratação, ou seja:

(6.2)

$$Y_t = C_t + G_t H_t$$

Nesse lado da oferta, há uma relação entre produtos finais e intermediários, dada por:

$$X_t \equiv \int_0^1 X_t(i) dj$$

(6.3)

$$X_t = Y_t \int_0^1 \left( \frac{P_t(i)}{P_t} \right)^{-\epsilon} di$$

Em termos dos bens intermediários:

$$X_t = \int_0^1 Y_t^I(j) dj$$

Ou, em termos de demanda por trabalho:

(6.4)

$$X_t = A_t N_t^{1-\alpha} \int_0^1 \left( \frac{N_t(j)}{N_t} \right)^{1-\alpha} dj$$

(6.5)

$$Y_t = A_t N_t^{1-\alpha}$$

O equilíbrio em relação aos choques de política monetária, inicia-se por assumir que  $A = 1$ , e que não haja distorção de preços, fazendo com que o market clearing por parte da produção seja dado, em estado estacionário, por:

(6.6)

$$N^{1-\alpha} = C + \delta N \Gamma x^\gamma$$

Ou seja, o produto do trabalho deve igualar consumo mais postos de trabalho separados, vezes custo de contratação  $G_t = \Gamma x^\gamma$ . Observando essas condições de equilíbrio para a função (5.10)  $G_t - (1 - \delta)E_t\{\Lambda_{t,t+1}G_{t+1}\} = \xi(MRPN_t - MRS_t)$  tem-se:

(6.7)

$$(1 - \beta(1 - \delta))\Gamma x^\gamma = \xi \left( \frac{1 - \alpha}{\mathcal{M}^p} N^{-\alpha} - \chi CL^\varphi \right)$$

Finalmente, a taxa de participação em equilíbrio será:

(6.8)

$$(1 - x)\xi\psi\chi CL^\varphi = (1 - \xi)\Gamma x^{1+\gamma}$$

Para fechar o bloco restam as condições de desemprego e força de trabalho, que dentro dos termos propostos, serão:

(6.9)

$$xU = (1 - x)\delta N$$

(6.10)

$$L = N + \psi U$$

Que já foram introduzidas e linearizadas na parte das firmas intermediárias, porém com outros termos. Deste bloco, deve-se extrair e linearizar a função do produto em equilíbrio de mercado dada por (6.2):

$$Y_t = C_t + G_t H_t$$

Relembrando as condições de equilíbrio de (6.5) e (6.6), dado que  $A_t$  é uma constante, igual a 1:

$$Y_t = A_t N_t^{1-\alpha}$$

$$N^{1-\alpha} = C + \delta N \Gamma x^\gamma$$

Então, uma vez que  $G = \Gamma x^\gamma$ :

(6.11)

$$Y_t = C_t + \delta N_t G_t$$

Linearizando essa função (6.11) e sabendo que  $\delta N_t$  seja o mesmo que  $H$ :

$$Y_t \hat{y}_t = C_t + \delta N_t G_t + (C_t - C) + G_t (H_t - H) + \delta N_t (G_t - G_t)$$

$$\hat{y}_t = \frac{C}{Y} \frac{\delta NG}{Y} [(\hat{c}_t - c) - (\hat{g}_t - g) - (\hat{h}_t - h)]$$

Separando a parte do consumo e dos custos de contratação, tem-se:

$$\hat{y}_t = \frac{C}{Y} \hat{c}_t \frac{\delta NG}{Y} (\hat{g}_t + \hat{h}_t)$$

Sabendo que  $Y_t = C_t + \delta N_t G_t$ , ou que o produto é um inteiro formado por consumo e custos de contratação, pode-se assumir  $\Theta = \frac{\delta NG}{Y}$  e  $(1 - \Theta) = \frac{C}{Y}$  e portanto:

(6.12)

$$\hat{y}_t = (1 - \Theta) \hat{c}_t + \Theta (\hat{g}_t + \hat{h}_t)$$

Encerrando as deduções necessárias para que se encontre as principais funções do modelo apresentado por Gali (2010) e aqui simulado.