ORIDES WLADISLAU GOLYJESWSKI

AVALIAÇÃO DA MODELAGEM UNIDIMENSIONAL E BIDIMENSIONAL PARA ESCOAMENTO PERMANENTE NO RIO PARAGUAI

Curitiba

2016

ORIDES WLADISLAU GOLYJESWSKI

AVALIAÇÃO DA MODELAGEM UNIDIMENSIONAL E BIDIMENSIONAL PARA ESCOAMENTO PERMANENTE NO RIO PARAGUAI

Trabalho apresentado como requisito parcial à obtenção do grau de bacharel em Engenharia Ambiental, Setor de Tecnologia da Universidade Federal do Paraná.

Universidade Federal do Paraná – UFPR Setor de Tecnologia Engenharia Ambiental

Orientador: Tobias Bleninger, Dr.-Ing.

Curitiba 2016



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ SETOR DE TECNOLOGIA CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA AMBIENTAL

TERMO DE APROVAÇÃO DE PROJETO FINAL

ORIDES WLADISLAU GOLYJESWSKI

AVALIAÇÃO DA MODELAGEM UNIDIMENSIONAL E BIDIMENSIONAL PARA ESCOAMENTO PERMANENTE NO RIO PARAGUAI

Projeto Final de Curso, aprovado como requisito parcial para a obtenção do Diploma de Bacharel em Engenharia Ambiental no Curso de Graduação em Engenharia Ambiental do Setor de Tecnologia da Universidade Federal do Paraná, com nota <u>45</u>, pela seguinte banca examinadora:

Orientador(a): Tobias B. Bleninger DEA / UFPR Membro(a) 1: Anderson L. Frigo PPGERHA / UFPR Membro(a) 2: Maurício F. Gobbi DEA / UFPR

Curitiba, 04 de julho de 2016

Resumo

Um dos objetivos da modelagem hidrodinâmica é fornecer informações detalhadas de características hidráulicas e hidrológicas de sistemas fluviais sob condições adversas, para por exemplo, garantir a viabilidade e segurança de hidrovias. Assim, faz-se necessário que os modelos disponíveis produzam os melhores resultados possíveis. Neste trabalho os modelos hidrodinâmicos unidimensional e bidimensional desenvolvidos pelo Corpo de Engenheiros do Exército dos Estados Unidos (USACE) são testados e comparados com levantamentos de dados em campo realizados pelo Instituto Tecnológico de Transportes e Infraestrutura (ITTI) e Universidade Federal do Paraná, referentes ao Estudo de Viabilidade Técnica, Econômica e Ambiental da Hidrovia do rio Paraguai. São comparados os níveis d'água, velocidades médias e campo de velocidades resultantes dos modelos com aquelas obtidas pelos aparelhos acústicos de medição de vazão (ADCPs). Verificou-se que para o trecho modelado do rio Paraguai o modelo unidimensional produziu resultados mais acurados do que o modelo bidimensional, exigindo assim um cuidado maior para com os resultados do modelo bidimensional.

Palavras-chave: Modelagem hidrodinâmica. Unidimensional. Bidimensional. ADCP.

Abstract

One of the objectives of hydrodynamic modeling is to provide detailed information of hydraulic and hydrological characteristics of a river system under adverse conditions, for example, to ensure the viability and safety of waterways. Thus, it is necessary that the available models produce the best possible results. In this work the one-dimensional and twodimensional hydrodynamic models developed by the US Army Corps Of Engineer (USACE) are tested and compared with field data. Surveys were conducted by the Thecnological Institute of Transport and Infrastructure (ITTI) and the Federal University of Paraná (UFPR) for the Study of Viability of Technical, Economic and Environmental of the Paraguaiy river waterway. Water levels, average speeds and resulting velocity fields of the models are compared with the data obtained by acoustic devices of flow measurement (ADCP). It was verified that the one-dimensional modeling produced best results compared to the two-dimensional model for the studied region, thus requiring greater care with the results of the two-dimensional model.

Keywords: Hydrodynamic modeling. One dimensional. Two dimensional. ADCP.

Lista de ilustrações

Figura 1 –	Representação do sistema de coordenadas para um canal	7
Figura 2 –	Representação dos termos da equação da Energia $\left(2.3\right)$ entre duas seções.	8
Figura 3 –	Diagrama do processo de modelagem hidrodinâmica ambiental. Adap- tado de (SisBaHiA, 2015)	16
Figura 4 –	Exemplo de uma representação de escoamento unidimensional. Adap- tado de US Army Corps Engineers (2015)	19
Figura 5 –	Exemplo de uma representação de escoamento bidimensional. Adaptado de US Army Corps Engineers (2015)	20
Figura 6 –	Exemplo da representação digital do terreno para um trecho do rio Paraguai	21
Figura 7 –	Área de estudo; Representação do Tramo sul da hidrovia do rio Paraguai e principais tributários. Fonte: (Correia, 2015)	28
Figura 8 –	Distribuição das medições com ADCP e dados de RN para o trecho modelado no modelo HEC–RAS 2D	29
Figura 9 –	Modelo de Perfilador acústico River Surveyor, S5/M9. Fonte: Sontek $\ .$	30
Figura 10 –	 Exemplo de visualização do perfil de velocidades obtido por perfiladores acústicos para uma seção transversal do rio Paraguai; (a) Imagem aérea obdita pelo Google Earth e caminho percorrido pelo barco (linha branca); (b) Mapa das distribuições de velocidades obdita pelo perfilador, nesta figura cores quentes representam velocidades na ordem de 1,0 m/s; (c) Perfil batimétrico medido e margens extrapoladas (em vermelho). Fonte: (Correia, 2015) 	31
Figura 11 –	Distribuição das condições iniciais, condições de contorno e pontos de controle utilizadas num trecho do Tramo Sul da hidrovia do rio Paraguai para o modelo unidimensional. Fonte: Correia (2015).	32
Figura 12 –	Parte dos resultados da elevação da superfície da água obtida pelo modelo unidimensional para o trecho modelado e níveis das réguas RN entre Ladário e Porto da Manga.	35
Figura 13 –	Distribuição longitudinal dos coeficiente de Manning utilizado nos mo- delos 1D e 2D	36
Figura 14 –	Exemplo de visualização do campo de velocidades obtido pelo modelo bidimensional.	38

Figura 15 –	(a) Elevação da superfície d'água obtida para o trecho modelado pelo	
	modelo bidimensional utilizando os dois conjuntos de equações disponí-	
	veis (equações de Saint Venant e onda de difusão). (b) Valor absoluto	
	da diferença dos resultados obtidos	39
Figura 16 –	Localização da seção Meio Ilha Tira Catinga em rosa; uma das seções	
	mais problemáticas para a calibração dos modelos 1D e 2D devido à	
	preseça da ilha.	42
Figura 17 –	Resultados para nível da água e velocidades na seção de ladário. (a)	
	Pefil batimétrico e ESA. (b) Perfil de velocidades	43
Figura 18 –	Resultados para nível da água e velocidades na seção Meio Ilha Tira	
	Catinga. (a) Pefil batimétrico e ESA. (b) Perfil de velocidades	43
Figura 19 –	Comparação entre medições de velocidade feitas por ADCP (valor	
	absoluto) e resultados do modelo 2D para seção Porto da Manga. $\ .\ .$	44
Figura 20 –	Comparação entre medições de velocidade feitas por ADCP (valor	
	absoluto) e resultados do modelo 2D para seção Meio Ilha Tira Catinga.	44
Figura 21 –	Diferentes tamanhos de grade utilizada no modelo 2D	46
Figura 22 –	Margem direita da seção Montante Ilha Tira Catinga	51
Figura 23 –	Margem direita da seção meio Ilha Tira Catinga	51
Figura 24 –	Margem direita da seção km 1440	52
Figura 25 –	Margem direita da seção ilha da manga (proximidades da seção de porto	
	da Manga)	52

Lista de tabelas

Classificação de alguns modelos baseados em suas características de	
modelagem.	18
Altitudes ortométricas da lâmina d'água para as RN implantadas no	
trecho modelado do tramo sul da hidrovia do rio Paraguai $\ .$	29
Identificação de 22 medições de ADCP realizadas em um trecho do rio	
Paraguai.	32
Condições de contorno utilizadas no modelo bidimensional	33
Difereça entre o nível de água obtido pelos modelo 1D relativa às	
medições das RNNN	35
Comparação entre velocidades obtidas pelo modelo 1D com aquelas	
obtidas pelo levantamento com ADCP	36
Diferença entre o nível de água obtido pelos dois sets de equações do	
modelo bidimensional.	37
Comparação entre velocidades medidas com ADCP e resultantes do	
modelo 2D	39
Áreas modeladas e medidas	40
Razão entre áreas modeladas e medidas para os modelos 1D e 2D	40
Comparação entre velocidades obtidas pelos modelos 1D e 2D com os	
levantamentos em campo com ADCP	40
Comparação entre velocidades obtidas pelo modelo 2D e medidas pelo	
ADCP; Grade refinada	42
Comparação entre velocidades obtidas pelo modelo 2D. $v_{2D}^{(1)}$: grade	
grossa ($\Delta x = 50 \text{ m}$); $v_{2D}^{(2)}$: grade fina ($\Delta x = 30 \text{ m}$)	45
	Classificação de alguns modelos baseados em suas características de modelagem

Lista de abreviaturas e siglas

SIGLA	Significado
ADCP	Acoustic Doppler Current Profiler
ANA	Agência Nacional de Águas
DNIT	Departamento Nacional de Infraestrutura e Transporte
EVTEA	Estudo de Viabilidade Técnica, Econômica e Ambiental
GNSS	Global Navigation Sattellite System
HEC–RAS	$Hydrologic\ Engineering\ Centers\ -River\ Analysis\ System$
ITTI	Instituto Tecnológico de Transporte e Infraestrutura
MDA	Modelo Digital de Altitude
RRNN	Referências de Nível
UFPR	Universidade Federal do Paraná
USACE	United States Army Corps of Engineers
CHM	Centro de Hidrografia da Marinha
DHM	Diretoria de Hidrografia da Marinha
ESA	Elevação da superfície d'água
DSW	Equação da onda de difusão (Diffusion Wave Approximation of the Shallow Water Equations)

Lista de símbolos

- x, y, z (m) Coordenadas cartesianas
- t (s) Tempo
- Re (-) Número de Reynolds
- Fr (-) Número de Froude
- u, v, w (m/s) Velocidades
- $g (m/s^2)$ Aceleração da gravidade
- D (m) Profundidade hidráulica, coeficiente de mistura
- R_h (m) Raio hidráulico
- $\nu (m^2/s)$ Viscosidade cinemática
- $\rho (kg/m^3)$ Densidade
- L(z) (m) Perímetro molhado
- z_0 (m) Datum
- z_1, z_2 (m) Elevação do fundo do canal em relação ao Datum
- h_1, h_2 (m) Altura da superfície da água
- α_1, α_2 (-) Coeficientes de energia cinética
- h_e (m) Perda de carga
- L (m) Comprimento do trecho analisado
- C (-) Coeficiente de correção devido à expansões ou contrações
- $L_{\text{lob}}, L_{\text{ch}}, L_{\text{rob}}$ (m) Comprimentos do trecho; Planície de inundação esquerda (*Left Overbank*), canal principal (Channel) e planície de inundação direita (*Right Overbank*)
- $\overline{Q}_{lob}, \overline{Q}_{ch}, \overline{Q}_{rob} (m^3/s)$ Vazões médias; Planície de inundação esquerda (*Left Overbank*), canal principal (Channel) e planície de inundação direita (*Right Overbank*)
- $Q (m^3/s)$ Vazão

$S_0 (m/m)$	Declividade do fundo
$A (m^2)$	Área da seção
$K (\mathrm{m}^3/\mathrm{s})$	Condutância hidráulica
$\overline{S}_f \ (\mathrm{m/m})$	Declividade da linha de fricção
$f_x (\mathrm{m/s^2})$	Forças de corpo
p (Pa)	Pressão
q (m/s)	Fontes ou sumidouros de massa
c_f (s ⁻¹)	Coeficiente de fricção do fundo
f (s ⁻¹)	Parâmetro de Coriolis
$n \; (s/m^{1/3})$	Coeficiente de rugosidade de Manning
$u_* (m/s)$	Velocidade de atrito (ou de corte)
$C_z \ (\mathrm{m}^{1/2}/\mathrm{s})$	Coeficiente de Chezy
$\omega ~({\rm rad/s})$	Velocidade angular da terra
φ (°)	Latitude
C (-)	Coeficiente de Courant
RN	Referências de nível
S5/M9	Perfilador acústico ADCP
$v_{\rm ADCP}~({\rm m/s})$	Velocidade medida pelo $S5/M9$
$v_{1\mathrm{D}} \ (\mathrm{m/s})$	Velocidade resultante do modelo unidimensional
$v_{\rm 2D}~({\rm m/s})$	Velocidade resultante do modelo bidimensional
ϵ	Erro/diferença
$\Delta x, \Delta t $ (m, s)) Intervalo de integração

 $A_{1\mathrm{D}}, A_{2\mathrm{D}}, A_{\mathrm{ADCP}} \ (\mathrm{m}^2)$ Áreas modeladas pelos modelos 1D, 2D e S5/M9

Sumário

1	INTRODUÇÃO	1
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA E FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	5
2.1	Engenharia Hidráulica	5
2.2	Hidráulica Fluvial	5
2.2.1	Sistema de coordenadas	7
2.3	Equações governantes no escoamento em canais	8
2.3.1	Equações unidimensionais de Saint Venant	10
2.3.2	Equações bidimensionais de Saint Venant	11
2.3.3	Aproximação da Onda de Difusão das equações de águas rasas (DSW)	13
2.4	Conceitos de Modelagem	14
2.4.1	Modelos disponíveis	17
2.4.2	HEC–RAS	19
2.4.3	HEC–RAS Bidimensional	21
2.4.4	Fonte de erros na modelagem de Mecânica dos Fluidos	22
2.5	Estudos de caso com modelos unidimensionais	22
2.6	Estudos de caso com modelos bidimensionais	23
2.7	Estudos de casos de comparações entre modelos unidimensionais e	
	bidimensionais	23
2.8	Escolha do método	24
3	MATERIAIS E MÉTODOS	27
3.1	Área de estudo	27
3.2	Levantamento de dados	27
3.2.1	Implantação das Referências de Nível (RN)	27
3.3	Dados de ADCP	30
3.4	Condições Iniciais e de Contorno	31
3.5	Metodologia	33
4	RESULTADOS	35
4.1	Modelo Unidimensional	35
4.2	Modelo bidimensional	37
4.2.1	Tempo de processamento e influência do tamanho da grade	41
5	CONCLUSÕES	47

Referênci	as	•••	• •	•	•••	•	•	•	•	•	• •	•	•	•	•	• •	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	49
ANEXO	Α-	- F	от	os	D	A	S	M	A	RC	GE	N	S	DI	Е	AL	.G	UI	M	AS	5 9	SE	ΞÇ	2Õ)E	S.			51

1 Introdução

Dados de nível e vazão em bacias hidrográficas são escassos no Brasil, existindo na maior parte apenas o monitoramento de grandes bacias conduzido pela ANA (Agência Nacional de Águas), empresas de energia elétrica ou empresas de grande porte. Porém, estes dados são poucos e com baixa resolução espacial. A facilidade na aquisição de dados de precipitação frente à dificuldade de medir vazão facilitou o aperfeiçoamento dos modelos que relacionam a precipitação à vazão ou escoamento superficial nas bacias. Grande parte destes modelos foi desenvolvidos nos Estados Unidos com base nas condições fisiográficas, hidrológicas, pedológicas e climáticas daquele país, carecendo assim de informações específicas sobre a utilização segura destes modelos para as condições brasileiras (Baptista, 2006).

Estudos hidrológicos da dinâmica do escoamento em bacias podem ser utilizados para diversos fins, como o fornecimento de vazões de projetos de obras hidráulicas, condições de dispersão de poluentes, dimensionamento de reservatórios de amortecimento de cheias, estudos da dinâmica de transportes de sedimentos e morfologia de canais que podem vir a inviabilizar, ou não, a utilização destes como vias de navegação. Ainda, o mapeamento das planícies de inundação formadas pelas ondas de cheia podem ser utilizados na elaboração de planos diretores de expansão de cidades baseados em suas planícies de inundação, evitando assim tragédias quando eventos extraordinários de chuva ocorrerem.

Os modelos hidráulicos são representações simplificadas dos mecanismos de transporte de água em canais, estes modelos fazem, além do balanço de massa, o balanço da quantidade de movimento, sendo capazes de calcular níveis, velocidades e forças atuantes no canal.

Ante à necessidade de modelos computacionalmente eficientes e com acurácia considerável, diversos métodos vêm sendo desenvolvidos para suprir esta demanda. Assim, os modelos de escoamento em canais, e demais corpos d'água, podem ser divididos em função do tipo de escoamento analisado, bem como simplificações espaciais e temporais das equações que regem o fenômeno.

A modelagem hidráulica unidimensional não resolve as variações transversais e verticais do escoamento, dependendo da aplicação as variações do escoamento nas dimensões perpendiculares ao mesmo são irrelevantes e podem ser desprezadas. Modelos unidimensionais simplificam as seções transversais do terreno, através dos balanços de massa, quantidade de movimento e energia estimam a velocidade média e profundidade da água em cada seção. Os modelos bidimensionais descrevem o escoamento integrado na vertical, já que muitos sistemas fluviais podem ser considerados rasos devido à profundidade baixa em relação à largura ou extensão do rio. Estes modelos representam o terreno como uma superfície discreta de uma grade contínua de elementos finitos ou outros métodos de discretização espacial. A representação bidimensional consegue captar o espalhamento do escoamento do canal principal nas planícies de inundação.

Como dificuldades encontradas na aplicação de modelos unidimensionais pode-se citar a ausência da interação entre uma onda de cheia e as planícies laterais (que tendem a difundir as cheias), e a forma com que o modelo representa a topografia do canal — como seções transversais em vez de superfícies (Cook, 2008).

A acurácia dos resultados dos modelos são função da acurácia dos dados de entrada, como dados de terreno e resolução da grade, bem como a capacidade da estrutura do modelo em representar corretamente os processos hidrológicos (Maidment, 1993).

O Rio Paraguai e o Rio Paraná formam um eixo de 3.442 quilômetros que liga o meio do continente sul americano ao oceano Atlântico. Dentro do território brasileiro o Rio Paraguai faz parte da denominada Hidrovia do Paraguai, porém o potencial desta hidrovia não é totalmente explorado devido à dificuldades operacionais no levantamento de dados e metodologias operacionais (Frigo et al., 2015), assim, os resultados dos modelos hidrológicos podem auxiliar na operação eficiente e segura deste modal de transporte. O Estudos de Viabilidade Técnica, Econômica e Ambiental (EVTEA) desta hidrovia está sendo realizados pelo Departamento Nacional de Infraestrutura e Transporte (DNIT) em conjunto com a Universidade Federal do Paraná (UFPR) e o Instituto Tecnológico de Transporte e Infraestrutura (ITTI).

Em diversos trechos do rio Paraguai foram realizadas medições de vazões pelo ITTI, porém, carece ainda ao projeto outros dados, como velocidades e alturas da lâmina d'água em função das diferentes condições de vazão ao longo do ano, abrindo espaço para a aplicação de modelos hidráulicos, além disso, devido à alta sinuosidade do rio Paraguai, a aplicação de modelos hidráulicos bidimensionais se torna interessante para a obtenção de dados da variação transversal de velocidades — dado importante para a gestão de uma Hidrovia. O objetivo deste trabalho é estudar a aplicabilidade do modelo hidráulico bidimensional HEC–RAS recentemente lançado, num trecho do rio Paraguai com escoamento permanente, e contribuir com os demais trabalhos que vem sendo realizados na modelagem do rio Paraguai.

Este trabalho tem como objetivo comparar as abordagens e resultados das versões unidimensional e bidimensional do modelo HEC–RAS; analisar a viabilidade da aplicação do modelo bidimensional para trechos do Rio Paraguai com escoamento permanente, e por fim, contribuir com as diversas pesquisas em andamento cujo objetivo é modelar o rio Paraguai devido à sua importância estratégica.

Os objetivos específicos do trabalho compreendem:

- a) Revisão bibliográfica dos conceitos e equações utilizadas na modelagem de sistemas fluviais.
- b) Reproduzir os resultados do modelo unidimensional calibrado e validado pelo Instituto Tecnológico de Transportes e Infraestrutura (ITTI)
- c) Modelar o mesmo trecho do item b) com a versão bidimensional e comparar os campos de velocidade resultantes dos modelos unidimensional e bidimensional com os dados levantados em campo.
- d) Calibrar o modelo bidimensional
- e) Estudar a elaboração e viabilidade da aplicação do modelo bidimensional para os mesmos trechos do Rio Paraguai, citados no item c).

2 Revisão Bibliográfica e Fundamentação Teórica

2.1 Engenharia Hidráulica

A engenharia hidráulica é a área da engenharia que correspondente à aplicação dos conceitos de Mecânica dos Fluidos na resolução de problemas ligados à captação, armazenamento, controle, transporte e uso da água. Desempenhando assim um papel significativo em diversas modalidades de engenharia, integrando-se em diversos outros campos profissionais.

O crescimento populacional e o desenvolvimento econômico, com suas demandas correspondentes de água motivam a utilização e valorização crescente dos recursos hídricos. Por outro lado, as questões ambientais exigem a utilização racional destes recursos de forma a obedecer os conceitos de Desenvolvimento Sustentável, e por consequência demandam o desenvolvimento tecnológico da Engenharia Hidráulica.

Os recursos computacionais atuais, com a redução de tempos de processamento e incremento das possibilidades de cálculo, tornam possível a simulação numérica de sistemas hidráulicos complexos.

Assim, face ao papel significativo da hidráulica na sociedade atual e face à crescente complexidade no tratamento das questões envolvidas, criam-se importante desafios científicos e tecnológicos para Engenharia Hidráulica (Baptista, 2006).

2.2 Hidráulica Fluvial

A hidráulica fluvial trata dos escoamentos em canais sujeitos à pressão atmosférica (do Carmo, 2009). Nestes escoamentos, a posição da superfície livre pode variar ao longo do tempo e espaço e as variáveis profundidade do escoamento, vazão, declividade de fundo e posição da superfície livre são dependentes entre si, dificultando uma abordagem analítica deste fenômeno (Chow, 1959).

Os canais podem ser naturais ou artificiais. A aplicação da teoria hidráulica para estes canais, difere levemente em função da regularidade ou irregularidade dos mesmos, assim, para canais artificiais os resultados são normalmente mais acurados, já para canais naturais os resultados são menos acurados (do Carmo, 2009).

Os escoamentos podem ser classificados em função das suas principais propriedades (velocidade e profundidade) e também em função de suas variações temporais e espaciais.

Diz-se que o escoamento é permanente se as velocidades e níveis da água não variam com o tempo. O escoamento é dito não permanente caso estas propriedades variem com o tempo (do Carmo, 2009).

O escoamento é dito uniforme caso a profundidade e velocidade não varie no espaço e dito não uniforme caso contrário. Pode-se ainda classificar os escoamentos como gradualmente ou rapidamente variado em função da velocidade com que as suas características variam de uma seção para outra.

No regime de escoamento permanente gradualmente variado, as trajetórias do escoamento são aproximadamente retilíneas e paralelas e a seção reta do escoamento é sensivelmente plana, podendo se considerar que nela é válida a lei hidrostática de pressões.

Nos escoamentos permanentes rapidamente variados, a curvatura da linha de superfície não é desprezível e a seção varia bruscamente com o percurso; a distribuição de pressões não pode ser considerada hidrostática (Chow, 1959).

Chow, (1959) resume a classificação dos escoamentos da seguinte maneira:

- a) Escoamento permanente
 - Uniforme
 - Variado
 - * Gradualmente variado
 - * Rapidamente variado
- b) Escoamento não permanente
 - Escoamento não permanente e uniforme
 - Escoamento não permanente variado
 - * Gradualmente variado
 - * Rapidamente variado

Há de se considerar, também, as forças de inércia, de gravidade e de atrito. O número de Froude (Fr) e o número de Reynolds (Re) medem a importância relativa entre essas forças e são utilizados na classificação dos fluxos (Fox et al., 2008).

O efeito da gravidade sobre o escoamento em canal aberto é dado pela razão entre as forças inerciais e forças de gravidade. Esta razão é dada pelo Número de Froude, definido como

$$Fr = \frac{v}{\sqrt{gD}},\tag{2.1}$$

onde v é a velocidade média do escoamento, g é a aceleração da gravidade e D é a profundidade hidráulica.

Quando Fr = 1 ($v = \sqrt{gD}$) o escoamento é chamado crítico; se Fr < 1 o escoamento é dito sub crítico — as forças de gravidade são maiores e o escoamento é caracterizado por baixas velocidades; se Fr > 1, o escoamento é super crítico e as forças inerciais são dominantes, predominam no escoamento altas velocidades (do Carmo, 2009).

O número de Reynolds é definido como a razão entre as forças viscosas e as forças inerciais. Para canais, usualmente tem-se a seguinte expressão para o número de Reynolds (Chow et al., 1988):

$$Re = \frac{4R_h v}{\nu},\tag{2.2}$$

onde R_h é o raio hidráulico do canal e ν é a viscosidade cinemática. Para canais naturais predomina-se o escoamento turbulento, já que usualmente Re > 10⁵ Chow (1959).

Com base nestes dois parâmetros, Fr e Re, define-se (Chow, 1959):

- Sub Crítico & LaminarFr < 1Re < 500- Sub Crítico & TurbulentoFr < 1Re > 2000- Super Crítico & LaminarFr > 1Re < 500
- Super Crítico & Turbulento Fr > 1 Re > 2000

2.2.1 Sistema de coordenadas

O sistema de coordenadas usualmente utilizado em trabalhos de hidráulica é apresentados na Figura 1. A figura 1a mostra a vista em planta, com a origem do eixo x no talvegue do canal, e y variando entre zero e as margens. A Figura 1b mostra os eixos y-z, o comprimento em função da profundidade z e o perímetro molhado (linha pontilhada), e a Figura 1c os eixos x-z numa seção longitudinal.



Figura 1 – Representação do sistema de coordenadas para um canal.

2.3 Equações governantes no escoamento em canais

Considerando um escoamento permanente e uniforme as mudanças no nível da linha d'água de uma seção para outra são calculadas através da equação de energia de Bernoulli, que faz o balanço de energia entre duas seções (US Army Corps Engineers, 2010), genéricas, 1 e 2, de um escoamento livre e sem ações de forças externas adversas, e é dada por

$$\left(z_2 + h_2 + \alpha_2 \frac{v_2^2}{2g}\right) - \left(z_1 + h_1 + \alpha_1 \frac{v_1^2}{2g}\right) = h_e, \qquad (2.3)$$

onde os termos z_1 e z_2 são os termos que representam a elevação do fundo do canal em relação a um plano de referência horizontal z_0 — ver Figura 2; os termos h_1 e h_2 representam a altura da superfície livre do fluido nas seções 1 e 2, são referentes à pressão (em termos da profundidade de coluna d'água) a que o fluido está submetido nas seções 1 e 2; os termos $\alpha_1 v_1^2/2g$ e $\alpha_2 v_2^2/2g$ representam a energia cinética dos elementos de fluido passando pelas seções 1 e 2, e α_1 e α_2 são os coeficientes de energia cinética que levam em conta a variação de velocidade na seção, seus valores geralmente estão compreendidos entre 1,0 e 1,1 (US Army Corps Engineers, 2010). Para escoamentos sem atrito ou também para escoamentos turbulentos $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$.



Figura 2 – Representação dos termos da equação da Energia (2.3) entre duas seções.

O princípio da conservação de energia diz que o balanço entre a energia total de um elemento de fluido passando pelas seções 1 e 2, para um escoamento ideal (sem atrito) é zero, já para escoamentos reais o termo h_e deve ser inserido, representando assim a conversão de energia mecânica à outras formas de energia devido ao atrito. O termo h_e pode ser representado pela seguinte expressão:

$$h_e = L\overline{S}_f + C \left| \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} - \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} \right|, \qquad (2.4)$$

onde L representa o comprimento do trecho analisado, S_f representa a declividade da linha de energia e o termo C é um coeficiente de correção utilizado quando existem contrações ou expansões de uma seção a outra.

O comprimento do trecho analisado pode ser calculado — para um canal sujeito a inundação (US Army Corps Engineers, 2010) — através de:

$$L = \frac{L_{\rm lob}\overline{Q}_{\rm lob} + L_{\rm ch}\overline{Q}_{\rm ch} + L_{\rm rob}\overline{Q}_{\rm rob}}{\overline{Q}_{\rm lob} + \overline{Q}_{\rm ch} + \overline{Q}_{\rm rob}},$$
(2.5)

onde $L_{\rm lob}$, $L_{\rm ch}$ e $L_{\rm rob}$ são os comprimentos do trecho específico entre a planície de inundação esquerda (ou leito maior do rio), canal principal e planície de inundação direita respectivamente; já os termos $\overline{Q}_{\rm lob}$, $\overline{Q}_{\rm ch}$ e $\overline{Q}_{\rm rob}$ representam a média das vazões entre as seções especificadas em suas margens esquerda, canal principal e margem direita.

A determinação da velocidade e transporte total para uma seção é feita com a divisão desta seção em m subseções de tal forma que a velocidade possa ser considerada uniformemente distribuída em cada subseção. Então, a vazão total de cada seção do escoamento é calculada com a equação de Manning,

$$Q = \frac{\phi}{n} R^{2/3} S_0^{1/2} A, \tag{2.6}$$

onde A é a área de cada seção; S_0 é a declividade de fundo do canal; R é o raio hidráulico (razão entre área e o perímetro molhado), n é o coeficiente de rugosidade de Manning, com unidades de $[T]/[L]^{1/3}$ e ϕ é apenas uma constante definida em função do sistema de unidades utilizado; ϕ assume o valor de 1 quando os outros parâmetros da equação são dados em unidades do Sistema Internacional (SI) ou 1,486 (0,3048^{-1/3} (ft/m)^{1/3}) quando utilizado o sistema Inglês de Unidades. Os valores de ϕ e as unidades de n são definidas apenas para garantir a consistência das unidades da expressão empírica (2.6).

O agrupamento dos termos ϕ , A, $R^{2/3}$ e n pode ser definido como a condutividade hidráulica (ou *Conveyance*), K, da forma

$$K = \frac{\phi}{n} A R^{2/3},\tag{2.7}$$

este termo possui unidades de vazão e carrega apenas as informações a respeito da rugosidade e geometria do canal, e pode ser interpretado como a capacidade da calha de transportar uma vazão Q, com uma determinada perda de energia definida por S^1 (Vasquez, 2009). A condutância hidráulica é normalmente utilizada em modelos numéricos para estimar a declividade da linha de fricção, \overline{S}_f — utilizada na equação (2.4) — para seções 1 e 2 conforme:

$$\overline{S}_{f} = \left(\frac{Q_1 + Q_2}{K_1 + K_2}\right)^2.$$
(2.8)

¹ Para escoamentos uniformes a declividade da linha de energia é a mesma declividade da superfície d'água, $S_f = S_w$ (Chow, 1959).

O coeficiente α pode ser obtido através de:

$$\alpha = \frac{A_{\rm t}^2}{K_{\rm t}^3} \left(\frac{K_{\rm lob}^3}{A_{\rm lob}^2} + \frac{K_{\rm ch}^3}{A_{\rm ch}^2} + \frac{K_{\rm rob}^3}{A_{\rm rob}^2} \right), \tag{2.9}$$

onde $K_{\text{lob}}, K_{\text{ch}}, K_{\text{rob}}$ e K_{t} são as condutividades hidráulicas da planície de inundação esquerda (*left overbank*), canal principal, planície de inundação direita (*right overbank*) e condutividade hidráulica total. A_{lob}, A_{ch}, A_{rob} e A_t são as áreas da planície de inundação esquerda, canal principal, planície de inundação direita e área total da seção.

2.3.1 Equações unidimensionais de Saint Venant

Considerando um escoamento incompressível, não permanente com fluxo unidimensional, sujeito à pressão hidrostática e com declividade do canal baixa, pode-se deduzir as equações de Saint-Venant através de uma das componentes das equações de Navier Stokes,

A componente x da equação da conservação da quantidade de movimento (Navier-Stokes), pode ser escrita como (US Army Corps Engineers, 1993):

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} + w\frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial x}\frac{1}{\rho} + \nu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right) + f_x, \qquad (2.10)$$

onde $u, v \in w$ são as componentes $x, y \in z$ do campo de velocidades, $t \in o$ tempo, p a pressão, $\rho \in \nu$ são a densidade e viscosidade cinemática do fluido, respectivamente e f_x são as forças de corpo na direção x.

Supondo que as forças viscosas são forças de corpo, $f_{\nu,x} = S_f g$; supondo pressão hidrostática, $p = \rho g h$; fluxo unidirecional (v = w = 0) e reescrevendo as forças de corpo devido à gravidade como, $f_{g,x} = gS_0$, então a equação (2.10) pode ser reescrita como

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + g\frac{\partial h}{\partial x} + g(S_0 - S_f) = 0, \qquad (2.11)$$

com S_0 a declividade do canal e S_f a declividade da linha de energia.

A combinação da equação da continuidade,

$$u\frac{\partial h}{\partial x} + y\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial h}{\partial t} + q = 0, \qquad (2.12)$$

com a equação (2.11) são conhecidas como as equações unidimensionais de Saint Venant comumente utilizadas na representação de escoamentos transientes em canais.

As forças atuantes representadas na equação (2.11) são as forças de pressão, gravidade, fricção, e transferência de quantidade de movimento. Outras deduções levam em conta a presença de vento, geleiras, estratificação de densidades, porém tais efeitos não são percebidos por grande parte das aplicações de Engenharia em ambientes fluviais. A rotação da terra (efeito de Coriolis), que também não é levada em consideração, pode passar a ser importante para grandes corpos d'água com comprimentos passando de dezenas de quilômetros, como os Grandes Lagos nos Estados Unidos (US Army Corps Engineers, 2015).

2.3.2 Equações bidimensionais de Saint Venant

Para rios com razão largura por profundidade maiores do que 20, as equações de Navier Stokes podem ser integradas na vertical, isto é considerando uma profundidade média, para fornecer as equações de escoamentos bidimensionais cuja representação se dá no plano horizontal (US Army Corps Engineers, 2015).

A elevação do solo, em relação a um datum, é dada por z(x, y), e a profundidade da água é dada por h(x,y,t), assim a elevação da superfície d'água (ESA) é definida por

$$H(x,y,t) = z(x,y) + h(x,y,t),$$
(2.13)

ver Figura 2.

Para escoamentos incompressíveis a equação da continuidade (ou conservação da massa) é dada por

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(hu) + \frac{\partial}{\partial y}(hv) + q = 0, \qquad (2.14)$$

onde

H é a elevação da superfície d'água, dada pela equação (2.13).

t o tempo,

u, v as velocidades na direção x e y respectivamente,

q fonte ou sumidouro de massa no sistema.

Supondo que não exista variações de densidade no escoamento, influência do vento e variações de pressão, as equações da conservação da quantidade de movimento podem ser integradas na vertical, desprezando portanto os termos da velocidade vertical e a derivada da velocidade na vertical, pode-se escrever a equação da quantidade de movimento como (US Army Corps Engineers, 2015)

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = -g\frac{\partial H}{\partial x} + \nu_t \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right) - c_f u + fv \qquad (2.15)$$

е

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} = -g\frac{\partial H}{\partial y} + \nu_t \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2}\right) - c_f v + f u \qquad (2.16)$$

onde

 ν_t viscosidade cinemática,

 c_f coeficiente de fricção do fundo,

f parâmetro de Coriolis.

As equações (2.15) e (2.16) são conhecidas como equação de águas rasas, ou equações bidimensionais de Saint-Venant.

É possível reescrever e sumarizar a lei da conservação da quantidade de movimento, equações (2.15) e (2.16), numa forma mais compacta,

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \vec{V} \cdot \nabla \vec{V} = -g \nabla H + \nu_t \nabla^2 \vec{V} - c_f \vec{V} + f_k \times \vec{V}$$
(2.17)

em que

 \vec{V} é o vetor velocidade, $\vec{V} = (u, v)$,

 ∇ operador diferencial Nabla, $\nabla = (\partial/\partial x, \partial/\partial y),$

 $\partial \vec{V} / \partial t$ termo da aceleração,

 $\vec{V}\cdot\boldsymbol{\nabla}\vec{V}$ a aceleração convectiva,

 $-g\boldsymbol{\nabla}H$ pressão barotrópica,

 $\nu_t \nabla^2 \vec{V}$ difusão turbulenta. ∇^2 é o Laplaciano,

 $c_f \vec{v}$ fricção do fundo, e

 $f_k \times \vec{V}$ força de Coriolis.

A viscosidade turbulenta, $\nu_t,$ é a responsável pela simulação da turbulência e é definida por

$$\nu_t = Dhu_*,\tag{2.18}$$

onde, D é uma constante empírica adimensional, chamada de coeficiente de mistura e que é definida em função da geometria do sistema — D assume valores entre 0,11 a 5,0 dentro do HEC–RAS; 0,11 – 0,26 para canais retos e lisos, 0,30 – 0,77 para canais com poucos meandros e rugosidade moderada, e 2,0 – 5,0 para canais com fortes meandros e rugosidade elevada (US Army Corps Engineers, 2015). Supõem-se que a turbulência é isotrópica.

O termo u_* é a velocidade de atrito que pode assumir as seguintes formas

$$u_* = \sqrt{gRS} = \frac{\sqrt{g}}{C_z} |\vec{V}| = \frac{n\sqrt{g}}{R^{1/6}} |\vec{V}|$$
(2.19)

- R_h Raio hidráulico, e
 - ${\cal S}\,$ declividade do fundo do canal.

O coeficiente de fricção do fundo é definido com

$$c_f = \frac{g|\vec{V}|}{C_z^2 R}$$
 ou $c_f = \frac{n^2 g|\vec{V}|}{R^{4/3}},$ (2.20)

sendo C_z o coeficiente de Chezy (que está em função do número de Reynolds do escoamento, rugosidade e geometria da calha do Rio (Gobbi, 2016). O coeficiente de Chezy possui dimensões de $[L]^{1/2}[T]^{-1}$.

O efeito de Coriolis que leva em consideração que as referências das equações de Saint-Venant estão fixas na terra, e sendo esta um corpo que está girando em torno de seu eixo, logo, os corpos presentes em sua superfície devem sofrer uma força aparente proporcional ao parâmetro de Coriolis, f, que é dado por

$$f = 2\omega \sin \varphi \tag{2.21}$$

onde ω é a velocidade angular da terra² e φ a latitude. A componente vertical do efeito de Coriolis é desprezada conforme suposições das equações de águas rasas.

2.3.3 Aproximação da Onda de Difusão das equações de águas rasas (DSW)

Uma outra aproximação possível de ser utilizada para escoamentos rasos e controlados pela gravidade dão origem as equações da onda de difusão (*Diffusion Wave Approximation of the Shallow Water equations (DSW)*).

Esta aproximação consiste em desconsiderar os termos não permanentes $(\partial \vec{V}/\partial t)$, advectivos $(\vec{V} \cdot \nabla \vec{V})$, turbulentos $(\nu_t \nabla^2 \vec{V})$ e a força de Coriolis $(f_k \times \vec{V})$ da equação (2.17). Assim, o escoamento é controlado apenas pelo gradiente de pressão barotrópica $(-g\nabla H)$ e fricção de fundo $(c_f \vec{V})$. A equação da conservação da quantidade de movimento é então reescrita como

$$\frac{n^2 |\vec{V}| V}{R^{4/3}} = -\nabla H, \tag{2.22}$$

ou dividindo esta última igualdade pela raiz de sua norma,

$$\vec{V} = -\frac{R^{2/3}}{n} \frac{\nabla H}{|\nabla H|^{1/2}},$$
(2.23)

onde R = R(H) é o raio hidráulico, ∇H é o gradiente da elevação de superfície d'água e *n* o coeficiente de Manning.

² $\omega = 0,0007292115855306587$ ^{rad}/s.

A substituição da equação (2.23) na equação da conservação da massa (2.14), reduz o problema do escoamento a

$$\frac{\partial H}{\partial t} - \nabla \cdot \frac{R(H)^{5/3}}{n |\boldsymbol{\nabla} H|^{1/2}} \boldsymbol{\nabla} H + q = 0.$$
(2.24)

Esta hipótese permite simplificar a lei que define o escoamento e agilizar os cálculos, porém, sua utilização é muito restrita. O modelo HEC–RAS permite a utilização das duas formulações para conservação da quantidade de movimento, (2.17) e (2.24), mas adverte e instrui o usuário a testar as duas opções, e na presença de diferenças consideráveis nos resultados, deve-se sempre optar pela utilização da equação completa da conservação (2.17), pois esta deve gerar resultados mais acurados.

A não linearidade das equações de águas rasas não permite solução analítica, assim aproximações devem ser obtidas através da aplicação de métodos numéricos, e a acurácia da solução depende da qualidade dos dados que descrevem a região de estudo (Horrit, 2002), as dificuldades na determinação das condições de contorno e irregularidade dos canais naturais também podem trazer incertezas aos resultados (Leopardi et al., 2002).

2.4 Conceitos de Modelagem

A necessidade da aplicação de modelos para estudos, projetos e auxílio à gestão de recursos hídricos é inquestionável face à complexidade do ambiente em corpos de água naturais, especialmente em lagos, reservatórios, estuários e zona costeira adjacente das bacias hidrográficas.

Modelos são ferramentas integradoras, sem as quais dificilmente se consegue uma visão dinâmica de processos dos sistemas ambientais. Christofoletti (1999) diz que um modelo é qualquer representação simplificada da realidade ou de um aspecto do mundo real e que possibilite prever um comportamento, uma transformação ou uma evolução. Assim, o objetivo dos modelos é entender a realidade, representá-la e prevê-la.

Na prática os resultados dos modelos matemáticos são úteis à gestão ambiental pois permitem diagnosticar e otimizar os custos de monitoramento e medição, já que permitem a interpolação e extrapolação de resultados onde não se tem dados. Eles auxiliam na comparação e interpretação de medições, além de permitir a simulação de diversos cenários de estudos e projetos. São ferramentas indispensáveis para o Licenciamento Ambiental, facilitando a geração de mapas de áreas de risco, estimando a dispersão de substâncias, bem como a definição de estratégias de ação e planos de emergência em caso de acidentes e eventos extremos. A modelagem matemática também assiste na definição de planos de mitigação, previsão e evolução de eventos em tempo real (SisBaHiA, 2015). Apesar de ser uma ferramenta extremamente importante para a gestão e gerenciamento ambiental, os resultados dos modelos são na verdade apenas estimativas, e a utilização incorreta destes pode gerar resultados equivocados e graves consequências em obras de engenharia e cotidiano das pessoas. Sendo assim necessário um entendimento profundo dos fenômenos que estão sendo modelados, só assim o pesquisador ou tomador de decisão poderá julgar a qualidade dos dados gerados e rejeitá-las se necessário.

O diagrama apresentado na Figura 3 apresenta um resumo da metodologia aplicada na modelagem de algum fenômeno físico. Surgindo um fenômeno de interesse, como a quantidade e qualidade da água e através de observações e medições é possível gerar modelos conceituais sobre as causas, efeitos e agentes relevantes ao sistema; esses modelos são geralmente chamados de "leis" ou "princípios". Com a tradução destas leis para a linguagem matemática surgem os modelos matemáticos; quanto mais sofisticado for o modelo matemático mais difícil será a obtenção de uma solução geral analítica, assim muitas vezes a aplicação dos métodos e modelos numéricos é necessária.

Os modelos conceituais permitem ainda a obtenção de soluções por modelos físicos e analógicos; os modelos físicos são representações em pequena escala, chamados de "modelos reduzidos" ou "protótipos" (SisBaHiA, 2015), cuja aplicação depende da hipótese de semelhança de determinado fenômeno em diferentes escalas. E os Modelos Analógicos são construídos com base em analogias entre fenômenos completamente diferentes mas que compartilham os mesmos princípios, como a conservação de massa ou energia. Como exemplo temos as "leis de kirchroff", ou "lei dos nós", cuja lógica pode ser utilizada tanto para calcular fluxos de cargas em circuitos elétricos, como vazões em sistemas de distribuição de água.

Os Modelos Numéricos, que vem ganhando cada vez mais popularidade graças à eficiência dos computadores atuais, são indispensáveis para gerar resultados rápidos quando a solução analítica ou as outras maneiras de se obter estimativas confiáveis não existir ou for muito custosa. Estes métodos podem ser de diferenças finitas, volumes finitos, elementos finitos ou modelos estocásticos, entre outros. Apesar de seu fácil entendimento e implementação, estes métodos muitas vezes exigem certas condições para sua convergência, isto é, gerar resultados confiáveis e com sentido físico.

A etapa caracterizada por Pré–Processamento é a obtenção de informações quantitativas à respeito do estado físico do sistema (como condições iniciais, de contorno e de controle), e a preparação do modelo e dados de entrada; Após a simulação do modelo computacional a calibração é a etapa que faz a combinação entre dados medidos com resultados obtidos, com o intuito de garantir a confiabilidade e replicabilidade dos resultados. O pós processamento é a tradução dos dados de saída à uma maneira clara e inteligível com a elaboração de mapas, gráficos e tabelas, que propiciam e facilitam a interpretação dos resultados por pessoas com diversos graus de instrução — o que pode ser fundamental



Figura 3 – Diagrama do processo de modelagem hidrodinâmica ambiental. Adaptado de (SisBaHiA, 2015).

na gestão ambiental.

Uma vez que os dados de saída foram gerados, a validação do modelo deve ser executada. Caso o resultado não seja condizente com a realidade (experimento ou medição), deve-se retornar ao pré-processamento dos dados e verificar se os parâmetros utilizados estão corretos. Caso os resultados ainda não sejam satisfatórios — linha vermelha do diagrama apresentado na Figura 3 — deve-se retornar ao modelo conceitual e verificar a consistência das equações e hipóteses assumidas. Caso o modelo gere resultados de acordo com as observações e simulações cujo resultado seja conhecido, é que o modelo é validado e pode ser utilizado na tomada de decisão ou para gerar dados onde não existem medições.

2.4.1 Modelos disponíveis

Para atender à demanda das diversas aplicações dos modelos na área dos recursos hídricos, diversos softwares foram desenvolvidos dependendo dos objetivos esperados. A Tabela 1 traz um resumo desses diferentes modelos, com base em suas premissas de modelagem.

Modelos Hidrológicos simulam parte do ciclo hidrológico. Como exemplos podemos citar os modelos clássicos que fazem a conversão de precipitação em vazão ou aqueles baseados na curva chave, que transformam nível d'água em vazão.

Modelos Hidrodinâmicos podem ser uni, bi ou tridimensionais dependendo dos dados requeridos ou da escala de interesse. Pode-se ainda analisar escoamentos permanentes, não permanentes ou gradualmente variados, resolvendo numericamente as equações da continuidade e quantidade de movimento.

Souza (2010) cita que modelos hidrodinâmicos unidimensionais são indicados para o fluxo de longo alcance e para longos períodos de tempo onde os vetores velocidade podem ser assumidos como aproximadamente paralelos à direção do escoamento.

Modelos de escoamento unidimensionais gradualmente variados em regime permanente são mais utilizados para a geração de mapas com risco de inundação. São geralmente executados simulando remansos com as vazões de pico dos eventos de tempestade. A qualidade dos resultados destes modelos está condicionada à presença de diques e demais obras de engenharia bem como ondas de choque resultantes do rompimento de barragens.

Modelos unidimensionais supõem que o fluxo se move em só uma direção, desconsiderando as variações transversais de verticais de velocidade. A geometria do canal é representada por seções transversais perpendiculares à direção do fluxo (Vasquez, 2009). São adequados para escoamentos de longo alcance e longos períodos de tempo. Estes modelos assumem que a velocidade é paralela à direção do escoamento. A Figura 4 mostra um esquema do tipo de resultado gerado por um modelo 1D.

Modelos Quasi-2D são modelos híbridos que utilizam dos resultados das equações unidimensionais para representar inundações em mapas bidimensionais; estes modelos representam canais e planícies de inundação como "células de inundação" que podem trocar água entre si e com direções de fluxo predefinidos.

Os modelos bidimensionais resolvem as equações básicas da conservação da massa e quantidade de movimento. Assim os resultados são expressos com a magnitude e direção de vetores de velocidade e média de profundidade em cada ponto de cálculo; a distribuição de velocidade na vertical é considerada uniforme e a distribuição de pressão é hidrostática (Vasquez, 2009). De maneira geral esses modelos requerem dados de entrada como: topografia do leito do canal — parte mais crítica e custosa computacionalmente, condições de

Tipo	Descrição	Exemplos
Modelos Hidrológicos	Conversão Chuva–vazão	SMAP, HEC-HMS, IPH II, Hidro-Flu
Modelos 1D com esco- amento permanente e gradualmente variado	Escoamento permanente com pequenas mudanças de profundidade e veloci- dade ao longo do canal	"Standard Step Method" HEC–RAS
Modelos Hidrodinâmicos	Resolução das equa- ções se Saint Venant	EPA SWMM, XPSWMM, IPH IV, MIKE11
Modelos Quasi–2D	Resolução de equações unidimensionais visu- alizadas sobre uma superfície por meio de células de inundação	EPA SWMM, XPSWMM, ModCel
Modelos 2D	Equações de Navier- Stokes resolvidas em duas dimensões.	FESWMS-2D, TU- FLOW, SisBaHiA, MIKE21, HEC–RAS 5.0
Modelos 1D/2D	São modelos mistos, utilizam um modelo 1D para o escoamento em tubos e canais vinculados a um modelo 2D em regiões de alagamento.	xpswmm2D, SO- BEK, MIKEFLOOD
Modelos 3D	Equações de Navier- Stokes resolvidas em três dimensões.	SisBaHiA, Delft3D

Tabela 1 – Classificação de alguns modelos baseados em suas características de modelagem.

Fonte: Souza (2010)

contorno e condições iniciais de vazão. Estes modelos são utilizados para a modelagem hidráulica fluvial e costeira, e mais recentemente utilizados para modelagem de inundações. A Figura 5 mostra um esquema do tipo de resultado gerado por modelo 2D.

Horrit e Bates (2002) comentam que modelos bidimensionais são mais adequados quando a troca de energia devido ao escoamento turbulento entre o canal principal e as planícies de inundação são mais significantes, assim os resultados dos modelos 2D podem não representar de maneira adequada os processos de inundação das planícies de todos os eventos de cheia.

A qualidade e confiabilidade dos resultados gerados pelos modelos 2D está condicionada à estimativa de um número considerável de parâmetros. Leopardi et al. (2002) comenta também, que na ausência destes dados e sem a presença de dificuldades adversas, a aplicação de modelos unidimensionais é mais recomendada. Modelos 1D/2D utilizam de equações 2D onde o escoamento é realmente bidimensional, e passam a utilizar as equações unidimensionais quando o escoamento se dá dentro de tubos, canais e outras geometrias definidas, simplificando assim o problema e economizando tempo de modelagem, enquanto evita instabilidade numérica e processamento onde o escoamento é praticamente unidimensional (Navarro, 2007).

Modelos 3D resolvem as equações tridimensionais de Navier–Stokes. Sua complexidade geralmente os limita à escoamentos em águas profundas ou estratificados SisBaHiA (2015).



Figura 4 – Exemplo de uma representação de escoamento unidimensional. Adaptado de US Army Corps Engineers (2015).

2.4.2 HEC-RAS

HEC-RAS (*Hydrologic Engineering Centers — River Analysis System*) é um software proprietário desenvolvido pelo USACE (United States Army Corps of Engineers). Este software é capaz de efetuar os cálculos para escoamentos unidimensionais, com fluxo permanente e não permanente, transporte de sedimentos, modelos de temperatura da água. Este modelo conta com uma interface gráfica que auxilia o gerenciamento de arquivos, entrada e manipulação de dados, análise dos seções dos rios, apresentação de gráficos dos dados de entrada e saída, entre outros.



Figura 5 – Exemplo de uma representação de escoamento bidimensional. Adaptado de US Army Corps Engineers (2015)

A estimativa do perfil da linha d'água para escoamentos unidimensionais gradualmente variado é realizada através do método numérico iterativo denominado *Standard Step Method* (ver Chow, 1959, pág. 265–268).

O procedimento para a obtenção da elevação da superfície de água para escoamento permanente em alguma seção é dado pela solução iterativa das equações (2.3) e (2.4). O programa inicialmente define um valor para a elevação da superfície de água, em relação ao datum (z + y), nas seções 1 *ou* 2 dependendo do regime sendo analisado (supercrítico ou subcrítico), em seguida calcula a condutância hidráulica K, equação (2.7), e consequentemente a velocidade v; o parâmetro \overline{S}_f , equação (2.8), e finalmente encontra h_e através de (2.4). Assim, utilizando da equação (2.3), estima-se o nível da água para a seção seguinte. O critério de parada é atendido quando a diferença entre o valor estabelecido inicialmente e valor encontrado para o nível d'água depois das operações descritas acima é menor do que 0,01 m, ou 0,01 ft.

2.4.3 HEC–RAS Bidimensional

Com base nos modelos digitais de altitude, a versão 5.0 do HEC–RAS lançado em 01/10/2014 integra as equações bidimensionais de Saint–Venant definidas na seção 2.3.2.



Figura 6 – Exemplo da representação digital do terreno para um trecho do rio Paraguai.

O Modelo Digital de Altitude (MDA) da região para o Tramo Sul da hidrovia do Rio Paraguai, bem como o modelo unidimensional foi construído pelo ITTI com base na interpolação das seções do modelo unidimensional e com base nas cartas náuticas disponíveis no site da Diretoria de Hidrografia da Marinha (DHM) e Centro de Hidrografia da Marinha (CHM). Estas cartas possuem dados na escala de 1:25.000, 1:15.000, 1:10.000 e 1:5000 dependendo do trecho.

O número de Courant define o critério de estabilidade para o modelo bidimensional. Para o equacionamento completo da conservação de quantidade de movimento, o seguinte critério deve ser obedecido:

$$C = \frac{V\Delta t}{\Delta x} \le 1.0 \tag{2.25}$$

onde,

- C Número de Courant;
- V Celeridade da onda de cheia (m/s);
- Δt Passo de integração temporal (s);
- Δx Passo de integração espacial (m).

Já para o equacionamento da onda de difusão o número de Courant deve ser menor ou igual a 2,0 (US Army Corps Engineers, 2015).

2.4.4 Fonte de erros na modelagem de Mecânica dos Fluidos

Na melhor das hipóteses, a não acurácia dos métodos computacionais causam apenas perda de tempo, dinheiro e trabalho desnecessário, na pior das hipóteses, podem ocorrer falhas catastróficas de componentes, estruturas e maquinário. A aplicação de modelos computacionais como ferramenta de engenharia só é justificada com base na acurácia e confiança de seus resultados (Versteeg, 2007).

Versteeg (2007) cita as seguintes definições para erro e incerteza de modelos utilizados em mecânica dos fluidos:

- a) Erro: deficiência no método que não é causada por falta de conhecimento. Assim, as principais causas de erros são
 - Erros numéricos erros de arredondamento, erros devido ao processo iterativo de convergência, erros de discretização.
 - Erros de código erros de programação ou "bugs" no software.
 - Erros do usuário erro humano decorrente da utilização incorreta do programa.
- b) Incertezas: Uma potêncial deficiência no método que é causada pela falta de conhecimento. As principais fontes de incerteza são:
 - Incerteza de dados devido à informações limitadas ou aproximações errôneas das condições de contorno, propriedades do sistema ou materiais etc.
 - Incertezas do modelo físico diferenças entre o fenômeno real causada pela representação inadequada ou super simplificações.

2.5 Estudos de caso com modelos unidimensionais

Modelos unidimensionais vem sendo usados para mostrar as capacidades dos modelos em questão, na validação ou calibração de resultados, extrapolações de dados para locais onde não existe medições e principalmente para estudar a interação entre escoamento e topografia com o mapeamento de planícies de inundação, como Monte (2013) que cita as vantagens dos métodos hidrológicos quanto à sua facilidade de aplicação, cita também os riscos de perda socioeconômica para o município de Rio Largo (AL) caso medidas de controle de cheias não sejam tomadas pelos gestores públicos. E mais, recentemente Estudos de Viabilidade Técnica, Econômica e Ambiental vêm utilizando modelos unidimensionais para avaliar a navegabilidade de trechos de hidrovias, conforme Correia et al. (2015), que mostra como modelos unidimensionais são capazes de identificar seções problemáticas passíveis de intervenção para assegurar a segurança e navegabilidade das vias. Os modelos unidimensionais são utilizados nestes mapeamentos por ser a abordagem mais simples, barata e rápida de ser feita (Souza, 2010).

2.6 Estudos de caso com modelos bidimensionais

Modelagem bidimensional é utilizada para mostrar as capacidades do modelo em questão, calibrar e validar resultados e definições de planícies de inundação. Brasil (2005) trabalha com questões de estabilidade dos métodos numéricos aplicados à escoamentos com variações bruscas em função de um rompimento hipotético de barragem no Rio das Pedras em Minas Gerais; Brasil mostra também que um modelo bidimensional foi capaz de obter resultados mais realistas para as cotas modeladas, mas cita que tais resultados não podem ser atribuídos unicamente à aplicação de equações bidimensionais, já que a resposta das bacias à cheias não é completamente entendida. Brasil conclui seu trabalho reafirmando a importância e dificuldade de se obter base cartográfica em escala maior do que 1:25.000, e que idealmente mapas em escala 1:10.000 com curvas de nível de metro em metro deveriam ser utilizadas nestas simulações.

Azenha (2014) aplica modelos bidimensionais e tridimensionais na evolução morfológica do leito do rio Paraguai em função da presença da ponte Eurico Gaspar Dutra. Azenha, mostra com base nos modelos que a presença dos pilares influenciaram e ainda influenciam a variação da profundidade na região, e que tal situação pode trazer problemas estruturais futuros para a própria ponte.

2.7 Estudos de casos de comparações entre modelos unidimensionais e bidimensionais

Souza (2010) comparou os modelos unidimensionais IPH4 e *Standard Step Method* com o modelo Quasi-2D ModCel para cenários de escoamentos permanentes e não permanentes na bacia do rio Iguaçu–Sarapuí (RJ). Em seu estudo, os resultados para escoamento permanente dos modelos 1D praticamente idênticos ao modelo Quasi-2D, porém em escoamentos não permanentes, com presença de planícies de inundação, os modelos 1D passaram a superestimar o nível d'água real.

Em outro estudo, Cook (2008) comparou os modelos HEC–RAS 1D com o modelo 2D completo FESWMS no mapeamento de uma planície (escoamento não permanente) de inundação do rio Strouds na Carolina do Norte (USA) e rio Brazos no Texas (USA). Cook (2008) encontrou o mesmo resultado de Souza (2010) — modelo 1D superestima o nível d'água, além disso, o modelo 1D se mostrou mais sensível à variação da resolução espacial e com frequência trazia problemas de descontinuidade na definição das planícies de inundação devido à metodologia utilizada (HEC–RAS 1D encontra as áreas inundadas pela subtração do nível d'água dos dados topográficos). Foi encontrada como vantagem do modelo unidimensional a velocidade com que os resultados eram gerados (alguns segundos contra algumas horas do modelo bidimensional), e a facilidade de calibração, já que estes modelos utilizam como parâmetro de calibração o coeficiente de Manning, n, enquanto os modelos bidimensionais podem ser calibrados com o coeficiente de Manning e pelo coeficiente de viscosidade turbulenta (*Eddy Viscosity*).

Horrit e Bates (2002) trabalharam com os modelos unidimensionais HEC-RAS 1D e LISFLOOD-FP e com o modelo bidimensional TELEMAC 2D, num trecho de 60 km com escoamento não permanente para o rio Severn no Reino Unido com o objetivo de analisar as capacidades preditivas para as planícies de inundação de cada modelo. Neste trabalho os pesquisadores utilizaram de dados de satélite das planícies de inundação para validar os modelos. Os coeficientes de Manning utilizados no modelo 2D foi cerca de 10 vezes menor do que os coeficientes utilizados no modelos 1D; porém é comentado que não se pode comparar os valores absolutos destes coeficientes pois eles podem ter significados diferentes em função da discretização das equações — nos modelos 1D os coeficientes de rugosidade levam em consideração a perda de energia devido à variações planialtimétricas do terreno, enquanto nos modelos 2D de elementos finitos os coeficientes estão representados diretamente na geometria do gradeamento, isto é, o coeficiente é definido para cada face das células da grade e pode ter uma influencia maior nos resultados. Os resultados deste trabalho indicam que dentre os modelos 1D o modelo HEC–RAS 1D melhor descreveu a região, enquanto o modelo LISFLOOD-FP apresentou dificuldades na calibração devido a grande sensibilidade à alterações nos coeficientes de rugosidade. O modelo TELEMAC 2D também produziu bons resultados para a região, e a diferença nos resultados é função da forma com que os modelos respondem a parametrização da rugosidade do fundo.

2.8 Escolha do método

Segundo o Corpo de Engenheiros do Exército dos Estados Unidos (US Army Corps Engineers (2010)) a escolha do modelo está em função de:

- a) Objetivo do estudo: o modelo deve atender às exigências e objetivos do estudo.
- b) Nível de detalhamento: o nível de detalhamento dos resultados está em função da abrangência do estudo. Estudos muito abrangentes podem aceitar simplificações que seriam consideradas inaceitáveis para estudos mais específicos e detalhados (Souza, 2010).

- c) Classificação do escoamento como permanente ou não permanente (propagação de ondas).
- d) Disponibilidade de dados: diferentes modelos requererão diferentes quantidades de dados em sua calibração, como nível da água, vazões, Modelos Digitais de Altitude (MDA).
- e) Disponibilidade de tempo e recursos disponíveis.

3 Materiais e Métodos

3.1 Área de estudo

A região hidrográfica do rio Paraguai situada em território brasileiro dispõe de uma das maiores extensões úmidas contínuas do mundo: o Pantanal. Nessa região destacam-se os biomas do Cerrado e do Pantanal, além de zonas de transição. A vegetação predominante é a Savana Arborizada (Cerrado) e a Savana Florestada (Cerradão). Residem na região cerca de 1,9 milhão de pessoas, concentradas em Cuiabá (MT), Várzea Grande (MT), Rondonópolis (MT), Corumbá (MS) e Cáceres (MT) (Correia, 2015).

Nesta região encontram-se os rios Paraguai e Rio Paraná, os dois principais rios da região, que possuem 3.442 quilômetros de extensão. O Rio Paraguai é um dos componentes da Hidrovia do Paraguai, que em território brasileiro percorre aproximadamente 1.272 km, compreendidos nos estados do Mato Grosso (MT) e Mato Grosso do Sul (MS). Esta hidrovia foi dividida em Tramo Norte e Sul; o Tramo Norte é localizado entre as cidades de Cáceres (MT) e Corumbá (MS) e o Tramo Sul entre Corumbá (MS) até a foz do rio Apa. A Figura 7 mostra o tramo Sul da Hidrovia e a indicação de alguns locais de levantamento de dados.

3.2 Levantamento de dados

Expedições realizadas em junho e novembro de 2014 e fevereiro de 2015 com o objetivo de coletar dados topo-batimétricos foram realizadas pela UFPR/ITTI e disponibilizados em forma de relatórios mensais e de campanha (por medições). Os dados coletados e que serão utilizados neste trabalho são referentes a:

- a) Dados planialtimétricos de Referências de Nível (RN) implantadas ao longo do rio Paraguai;
- b) Medições de vazão.

3.2.1 Implantação das Referências de Nível (RN)

A implantação e nivelamento das RN baseada em levantamentos por *Global Navi*gation Sattellite System (GNSS) possibilita a obtenção dos valores de altitude ortométrica do nível d'água — em relação ao nível médio dos mares — que servem de base para a elaboração do Modelo Digital de Altitude (MDA) utilizado pelo modelo HEC–RAS bidimensional.



Figura 7 – Área de estudo; Representação do Tramo sul da hidrovia do rio Paraguai e principais tributários. Fonte: (Correia, 2015).



Figura 8 – Distribuição das medições com ADCP e dados de RN para o trecho modelado no modelo HEC–RAS 2D.

Ao todo, foram instaladas 17 RN ao longo tramo sul da Hidrovia do rio Paraguai. O geoprocessamento dessas RN foi efetuado pelo ITTI/UFPR e a Tabela 2 apresenta as altitudes ortométricas obtidas durante os levantamentos para duas RN compreendidas no trecho modelado neste trabalho. Já a Figura 8 apresenta um gráfico com as RN e os levantamentos em campo feitos com ADCP na seção longitudinal modelada (trecho de Ladário até Porto da Manga). Ladário se localiza no km 1515 e Porto da Manga no km 1448 ao longo do rio; a curva terreno corresponde à altitude ortométrica do talvegue do canal.

Tabela 2 – Altitudes ortométricas da lâmina d'água para as RN implantadas no trecho modelado do tramo sul da hidrovia do rio Paraguai

ID_RN	E (m)	N (m)	Altitude ortométrica da lâmina d'água (m)	Data de implantação
RN AUX LÁDARIO	437 401,2	7 898 821	84,91	08/01/2015 13:53
21A	470 315,3	7 883 059	83,53	10/01/2015 14:00

Fonte: Correia (2015)

3.3 Dados de ADCP

Dentre os métodos para se medir vazão, destaca-se o método acústico. Perfiladores acústicos ADCP — Acoustic Doppler Current Profiler, foram desenvolvidos para aprimorar técnicas antigas de medição de velocidades devido à não permanência dos escoamentos e à dificuldade na utilização de molinetes em locais com grandes profundidades.

O aparelho funciona com base no efeito Doppler. Emite-se uma onda sonora em direção ao fundo do corpo d'água e conforme esta onda reflete nas partículas em suspensão que viajam corpo d'água abaixo, é calculada a velocidade destas partículas. Supondo que as partículas em suspensão viajam na mesma velocidade da água em seu entorno, obtém-se o campo de velocidades tridimensional do escoamento (Gamaro, 2012).

A utilização dos aparelhos acústicos, como o Sontek M9, Figura 9, requer investimentos altos devido ao preço do aparelho e demanda de mão de obra especializada. Além disso, o conhecimento prévio de alguns detalhes do local onde se deseja fazer a medição é importante, já que existem aparelhos que trabalham em faixas sonoras diferentes conforme a profundidade do local e em função da intensidade do transporte de sedimento — o aparelho pode não retornar dados confiáveis em locais com movimento intenso de sedimento no leito ou em locais onde não há transporte de material suspenso.



Figura 9 – Modelo de Perfilador acústico RiverSurveyor, S5/M9. Fonte: Sontek.

A utilização deste método requer pós-processamento dos dados, pois o aparelho não é capaz de medir todo o campo de velocidades do rio. A Figura 10 mostra um perfil transversal para uma seção do Rio Paraguai e as regiões não captadas pelo ADCP — nas proximidades do leito, devido ao movimento intensificado de sedimentos e presença de outros materiais, como rochas e leito móvel, e nas margens e superfície devido ao fato de o aparelho trabalhar submerso.

A Tabela 3 identifica as oito seções medidas com ADCP para o trecho modelado do Rio Paraguai.



(b) Perfil da seção transversal com distribuição de velocidades.



(c) Perfil batimétrico da seção transversal.

Figura 10 – Exemplo de visualização do perfil de velocidades obtido por perfiladores acústicos para uma seção transversal do rio Paraguai; (a) Imagem aérea obdita pelo Google Earth e caminho percorrido pelo barco (linha branca); (b) Mapa das distribuições de velocidades obdita pelo perfilador, nesta figura cores quentes representam velocidades na ordem de 1,0 m/s; (c) Perfil batimétrico medido e margens extrapoladas (em vermelho). Fonte: (Correia, 2015)

3.4 Condições Iniciais e de Contorno

Os modelos hidráulicos devem ser calibrados para que os resultados sejam condizentes com a realidade, conforme comentado na seção 2.4. Os modelos hidráulicos exigem como condições de contorno dados de vazões na montante e níveis da água na jusante da base geométrica. As condições de contorno utilizadas neste trabalho são apresentadas na Tabela 2.

Pontos de controle como estações fluviométricas e RN também são levados em consideração na hora de calibrar o modelo, já que deve-se levar em conta eventuais vazões afluentes existentes no trecho modelado.

Data da medição	ID seção	Nome da seção	Vazão (m^3/s)
09/01/2015	125738.5	Ladário	1.218
10/01/2015	101239.5	Passo Santana ou Jatobá	1.379
10/01/2015	90761.1	Jusante Ilha do Formigueiro	1.329
10/01/2015	86746.4	Montante Miguel Henrique	1.322
10/01/2015	71935.5	Montante Ilha Tira Catinga	1.531
10/01/2015	69729.3	Meio Ilha Tira Catinga	1.252
10/01/2015	61993.5	km 1.440	1.373
10/01/2015	56487.5	Porto da Manga (Régua)	1.346

Tabela 3 – Identificação de 22 medições de ADCP realizadas em um trecho do rio Paraguai.

Fonte: (Correia, 2015)

A Figura 11 ilustra um exemplo de como foi feita a distribuição das condições iniciais e de contorno para o modelo unidimensional do Trecho Sul da hidrovia do Rio Paraguai.

A Tabela 4 mostra as condições de contorno utilizadas no modelo bidimensional; vazão constante na seção de Ladário e altitude ortométrica constante na seção de Porto da Manga. Ao longo da trecho foi adicionado um complemento de vazão conforme modelo unidimensional.



Figura 11 – Distribuição das condições iniciais, condições de contorno e pontos de controle utilizadas num trecho do Tramo Sul da hidrovia do rio Paraguai para o modelo unidimensional. Fonte: Correia (2015).

A calibração dos modelos é feita pelo arbitramento do coeficiente de rugosidade de Manning (n). Este coeficiente, varia muito em função da aspereza da superfície do leito, presença de vegetação, irregularidades no canal, alinhamento do canal, erosão e deposição

Condição de contorno	Ladário (íni- cio do trecho)	Porto da Manga (final do trecho)
Vazão constante $(m^3 s^{-1})$ Altitude ortométrica constante (m)	1.218,00	83,34

Tabela 4 – Condições de contorno utilizadas no modelo bidimensional.

de sedimentos, obstruções, tamanho e forma do canal, perfis e vazões, temperatura e material sólido em suspensão (Correia, 2015).

3.5 Metodologia

A simulação do escoamento se dará pelo HEC–RAS 5.0 e a calibração e validação do modelo bidimensional será feita com base nas Tabelas 2 e 3.

Pretende-se avaliar, além da complexidade da aplicação e execução do programa, a conformidade com que o escoamento é representado e suas diferenças com base nos perfis de velocidade obtidos pelo ADCP e pelo modelo unidimensional.

A velocidade resultante do modelo unidimensional será comparada com o valor médio das velocidades resultantes do modelo bidimensional e com os valores médios obtidos em campo através do ADCP para as seções correspondentes.

O trabalho se iniciará com a reprodução da modelagem 1D disponibilizado pelo ITTI, e com a construção de tabelas de dados ou outras ferramentas de visualização para depois comparar os resultados com os do modelo 2D.

Em seguida o modelo 2D será construído utilizando o MDA disponível, utilizando das mesmas condições de contorno do modelo 1D e número de Manning, para que seus resultados de níveis, perfis de velocidades sejam comparáveis. Caso a calibração não seja suficiente, um novo processo de calibração será conduzido à fim de adequar os resultados do modelo bidimensional com os níveis medidos, e novamente os resultados serão comparados aos resultados do modelo unidimensional e dados medidos pelo ADCP.

Num segundo momento, outras possibilidades de calibração serão analisadas, bem como a sensibilidade dos modelos à variação das condições de contorno ou resolução espacial.

Espera-se concluir sobre a importância da dimensionalidade dos modelos aplicados, bem como as diferenças e dificuldades encontradas em sua aplicação.

Resultados 4

4.1 Modelo Unidimensional

O modelo unidimensional foi construído de Ladário até Porto Esperança, compreendendo cerca de 125 km do trecho sul da Hidrovia do rio Paraguai, ver Figura 7. A elevação da superfície da água obtida pelo modelo unidimensional é mostrada na Figura 12; os coeficientes de Manning utilizados no canal principal deste trecho são mostrados na Figura 13.

A Tabela 5 mostra a diferença entre a elevação da superfície da água obtida pelo modelo unidimensional com o valor medido pelas RN situadas no trecho compreendido entre Ladário e Porto da Manga.



Figura 12 – Parte dos resultados da elevação da superfície da água obtida pelo modelo unidimensional para o trecho modelado e níveis das réguas RN entre Ladário e Porto da Manga.

Tabela 5 – Difereça entre o nível de água obtido pelos modelo 1D relativa às medições das RNNN

	RN (m)	ESA 1D (m)	Δ (m)
1	84,91	83,59	-1,32
2	83,53	83,75	$0,\!22$



Figura 13 – Distribuição longitudinal dos coeficiente de Manning utilizado nos modelos 1D e 2D.

A Tabela 6 apresenta uma breve comparação entre os valores das velocidades médias medidas pelo ADCP e simuladas pelo modelo unidimensional. Percebe-se pelas Tabelas 5 e 6 uma boa aproximação entre dados medidos e modelados. O modelo 1D no máximo subestimou 1,32 m o nível da água para uma das RN aferidas o valor da elevação da superfície d'água em relação às RN, e cerca de 10,6% os valores da velocidade.

Nome da Seção	Velocidade média no canal, v_{ADCP} (m/s)	Velocidade modelada no canal, v_{1D} (m/s)	$\begin{array}{c} v_{ADCP} - v_{1D} \\ (\mathrm{m/s}) \end{array}$	$\epsilon~(\%)$
Ladário	0,69	0,70	-0,01	-1,4
Santana (ou Jatobá)	$0,\!66$	$0,\!59$	$0,\!07$	$10,\!6$
Jusante Ilha do Formigueiro	$0,\!57$	$0,\!53$	$0,\!04$	7,0
Montante Miguel Henrique	$0,\!63$	$0,\!59$	$0,\!04$	6,3
Montante Ilha Tira Catinga	$0,\!63$	$0,\!59$	$0,\!04$	6,3
Meio Ilha Tira Catinga	$0,\!68$	0,75	-0,07	-10,3
km 1440	$0,\!68$	$0,\!62$	0,06	8,8
Porto da Manga (régua)	$0,\!62$	$0,\!65$	-0,03	-4,8
Média			0,02	2,82

Tabela 6 – Comparação entre velocidades obtidas pelo modelo 1D com aquelas obtidas pelo levantamento com ADCP.

4.2 Modelo bidimensional

O modelo bidimensional foi simulado de 07/01/2015 a 12/01/2015, datas que compreendem os levantamentos em campo e período de tempo necessário para o aquecimento do modelo e estabilização dos resultados. Inicialmente estabeleceu-se um gradeamento com $\Delta x = 50$ m e um passo temporal de $\Delta t = 5$ min (300 s).

O trecho modelado possui cerca de 65 km, correspondente ao trecho de Ladário até Porto da Manga. O coeficiente de rugosidade utilizado foi o mesmo do modelo unidimensional apresentado na Figura 13. Não foi inserido no modelo bidimensional o coeficiente de rugosidade das margens devido à dificuldade de identificá-las no MDA mostrado pelo *mapper* do HEC–RAS 5.0.

Algumas opções de visualização do campo de velocidades são apresentadas nas Figuras 14a, 14b e 14c.

Avaliou-se conforme indicação do manual hidráulico do HEC–RAS os resultados das equações completas de Saint–Venant e onda de Difusão. O resultado obtido para a ESA é apresentado na Figura 15. Já a Tabela 7 mostra a diferença entre o nível d'água modelado com o nível d'água medido.

Tabela 7 – Diferença entre o nível de água obtido pelos dois sets de equações do modelo bidimensional.

	RN(m)	ESA Saint–Venant (m)	Δ (m)	ESA Difusão (m)	Δ (m)
1	84,91	84,6	-0,31	85,6	0,69
Ζ	83,33	83,0	0,07	83,8	0,27

Devido à grande diferença entre os resultados, optou-se por somente utilizar o equacionamento completo da conservação da quantidade de movimento nos testes posteriores.

A seguir avaliou-se a influência do termo de Coriolis $(f_k \times \vec{V})$ nos resultados. Concluiu-se que este termo pode ser seguramente descartado, pois sua influência produziu uma diferença máxima de apenas 0,0005 m na ESA; e o tempo de processamento aumentou em não mais que 1 minuto.

Comparando os resultados dos modelos 1D com os modelos 2D, observa-se que o modelo bidimensional foi capaz de obter resultados mais acurados em relação às medições de nível, quando utilizado o mesmo número de Manning. Porém deve-se levar em consideração que o modelo unidimensional foi calibrado para um trecho praticamente duas vezes maior do que o modelo bidimensional — o modelo 1D foi construído de Ladário até Porto Esperança, enquanto o modelo 2D foi construído de Ladário até Porto da Manga; ver Figura 7.



Figura 14 – Exemplo de visualização do campo de velocidades obtido pelo modelo bidimensional.



Figura 15 – (a) Elevação da superfície d'água obtida para o trecho modelado pelo modelo bidimensional utilizando os dois conjuntos de equações disponíveis (equações de Saint Venant e onda de difusão). (b) Valor absoluto da diferença dos resultados obtidos.

Tabela 8 – Comparação entre velocidades medidas com ADCP e resultantes do modelo 2D.

Nome da Seção	Velocidade média no canal, v_{ADCP} (m/s)	Velocidade modelada no canal, v_{2D} (m/s)	$\begin{array}{c} v_{ADCP} - v_{2D} \\ (\mathrm{m/s}) \end{array}$	$\epsilon~(\%)$
Ladario	0,69	0,66	0,03	4,34
Santana	0,66	0,53	0,13	19,70
Montante Miguel Henrique	0,63	0,55	0,08	$12,\!69$
Montante Ilha Tira Catinga	$0,\!63$	$0,\!54$	0,09	$14,\!29$
Meio Ilha Tira Catinga	0,68	0,69	-0,01	-1,47
Jusante Ilha do Formigueiro	$0,\!57$	0,52	0,05	8,77
km 1440	0,68	0,60	0,08	11,76
Porto da Manga	$0,\!62$	0,56	0,06	9,67
Média			0,06	9,97

Nome da Seção	ESA modelo 1D (m)	Área Modelo 1D (m ²)	ESA Modelo 2D (m)	Área Modelo 2D (m ²)	$\begin{array}{c} {\rm \acute{A}rea}\\ {\rm Medida}\\ {\rm ADCP}\\ ({\rm m}^2) \end{array}$
Ladário	85,04	$1.734,\!83$	84,74	2.008,9	1.767,95
Santana (ou Jatobá)	84,31	$2.067,\!45$	84,19	2.409,4	2.101,75
Jusante Ilha do Formigueiro	$84,\!05$	$2.284,\!24$	$83,\!95$	2.374,2	2.320, 91
Montante Miguel Henrique	$83,\!98$	$2.065,\!86$	83,89	2.169,3	2.100,03
Montante Ilha Tira Catinga	$83,\!59$	2.390,76	83,63	2.603,3	2.429,72
Meio Ilha Tira Catinga	83,51	$1.619,\!38$	83,59	2.348,0	1.850,95
km 1440	$83,\!25$	$1.979,\!49$	83,49	2.497,1	2.014,03
Porto da Manga	83,11	1.875,75	83,39	2.423,5	2.186,49

Tabela9-Áreas modeladas e medidas

Tabela10 – Razão entre áreas modeladas e medidas para os modelos 1D e 2D.

Nome da Seção	A_{1D}/A_{ADCP}	A_{2D}/A_{ADCP}
Ladário	$0,\!98$	1,14
Santana (ou Jatobá)	0,98	$1,\!15$
Jusante Ilha do Formigueiro	0,98	1,02
Montante Miguel Henrique	0,98	1,03
Montante Ilha Tira Catinga	0,98	1,07
Meio Ilha Tira Catinga	$0,\!87$	$1,\!27$
km 1440	$0,\!98$	$1,\!24$
Porto da Manga	$0,\!86$	1,11

Tabela 11 – Comparação entre velocidades obtidas pelos modelos 1D e 2D com os levantamentos em campo com ADCP.

Nome da Seção	$\left \begin{array}{c} v_{\mathrm{ADCP}} \\ \mathrm{(m/s)} \end{array} \right $	$v_{1\mathrm{D}}$ (m/s)	$v_{ m 2D}$ (m/s)	$\begin{vmatrix} v_{\rm ADCP} - v_{\rm 1D} \\ (m/s) \end{vmatrix}$	$ \epsilon \ 1D \\ \% $	$\begin{vmatrix} v_{\rm ADCP} - v_{\rm 2D} \\ (m/s) \end{vmatrix}$	$ \epsilon \ 2D \\ \% $
Ladário	0,69	0,70	$0,\!66$	-0,01	-1,4	0,03	4,2
Santana	0,66	$0,\!59$	$0,\!53$	0,07	$10,\!6$	0,13	19,1
Jus. Ilha formigueiro	0,57	$0,\!53$	$0,\!52$	0,04	7,0	0,05	8,0
Mon. Miguel Henrique	0,63	$0,\!59$	$0,\!55$	0,04	6,3	0,08	$12,\!5$
Mon. Tira Catinga	0,63	$0,\!59$	$0,\!55$	0,04	6,3	0,08	$13,\!5$
Meio Ilha Tira Catinga	0,68	0,75	$0,\!54$	-0,07	-10,3	0,14	20,7
km 1440	0,68	$0,\!62$	$0,\!60$	0,06	8,8	0,08	12,2
Porto da Manga	0,62	$0,\!65$	$0,\!56$	-0,03	-4,8	0,06	10,2
Média				0,02	2,81	0,08	12,6

Pelas Tabelas 9 e 10 nota-se que o modelo bidimensional simulou o escoamento em uma área das seções transversais maior do que o modelo unidimensional, e maior até do que as áreas medidas pelo ADCP, explicando parte dos resultados de velocidade obtidas e mostradas na Tabela 8. Como a vazão é constante e v = Q/A, uma área maior implicará em velocidades menores, ainda em áreas maiores existe mais dissipação de energia por atrito e consequentemente velocidades menores.

Uma das seções mais problemáticas para o modelo bidimensional é a seção Meio Ilha Tira Catinga, cuja média de velocidades modelada é cerca de 20% menor em relação à media dos dados obtidos pelo ADCP. A explicação para este fato decorre de uma série de limitações tanto dos métodos de aquisição de dados como da calibração dos modelos. A Figura 16 mostra a localização desta seção. Como o nome da seção indica, a seção está contida no meio de uma ilha, assim, quando as medições com ADCP foram feitas, mediu-se apenas um lado do rio (ver Figura 20), consequentemente quando o modelo unidimensional foi calibrado um lado do rio foi bloqueado no modelo com o propósito de melhor aproximar os dados de velocidade na seção. Aplicar a mesma metodologia no modelo bidimensional é extremamente custosa e sem benefícios evidentes. À título de comparação, ao fazer as médias do campo de velocidades resultante do modelo bidimensional de apenas um lado do rio obtém-se o valor de 0,688 m/s, enquanto a média dos dados do ADCP é de 0,677 m/s; o modelo unidimensional supõem que a velocidade é igual a 0,75 m/s em toda a seção.

As Figuras 17 e 18, mostram os perfis transversais da batimetria e ESA e de perfil de velocidades absolutas para as seções de Ladário e Meio da Ilha Tira Catinga. Já as Figuras 19 e 20, mostram uma comparação entre os perfis de velocidades absolutas modeladas pelo HEC–RAS 5.0 e observados pelo ADCP. Qualitativamente é possível observar que o modelo foi capaz de representar o perfil de velocidades nestas seções.

4.2.1 Tempo de processamento e influência do tamanho da grade

O modelo bidimensional foi inicialmente construído com um gradeamento médio de $\Delta x = 50 \text{ m}$, e um $\Delta t = 5 \text{ min}$, assim para o trecho de 65 km modelados foram necessárias 12.569 células, onde para cada célula (exceto aquelas dispostas nos limites da grade) são realizadas 4 operações (cálculo da velocidade em cada face do quadrado), para esta configuração, foram necessários 17 min para rodar o modelo. O segundo teste realizado foi com um gradeamento médio de $\Delta x = 30 \text{ m}$, totalizando 35.609 células, e um $\Delta t = 1 \text{ min}$. Este segundo teste demorou 2 hrs e 57 min para ser processado.

Os resultados apresentados nas Tabelas 12 e 13 são levemente diferentes daqueles apresentados na Tabela 11. Isso acontece pois o movimento da água é controlado pela malha; uma elevação da superfície d'água é calculada para cada face das células da grade (US Army Corps Engineers, 2010).



- Figura 16 Localização da seção Meio Ilha Tira Catinga em rosa; uma das seções mais problemáticas para a calibração dos modelos 1D e 2D devido à preseça da ilha.
- Tabela 12 – Comparação entre velocidades obtidas pelo modelo 2D e medidas pelo ADCP; Grade refinada.

Nome da Seção	Velocidade média no canal, v_{ADCP} (m/s)	Velocidade modelada no canal, v_{2D} (m/s)	$\begin{array}{c} v_{ADCP} - v_{2D} \\ (m/s) \end{array}$	$\epsilon~(\%)$
Ladário	0,69	0,68	0,01	1,45
Santana	$0,\!66$	$0,\!51$	$0,\!15$	22,73
Jusante Ilha do Formigueiro	$0,\!57$	$0,\!51$	0,06	10,52
Montante Miguel Henrique	$0,\!63$	0,52	$0,\!11$	17,46
Montante Ilha Tira Catinga	$0,\!63$	0,52	$0,\!11$	17,46
Meio Ilha Tira Catinga	$0,\!68$	$0,\!69$	-0,01	-1,47
km 1440	$0,\!68$	$0,\!58$	0,1	14,71
Porto da Manga	$0,\!62$	$0,\!52$	0,1	$16,\!13$
Média			0,08	12,37

Alguns trechos do rio possuem 300 m de largura, enquanto outros trechos podem possuir larguras de até 900 m. Assim, partes do rio podem sofrer influências das bordas



Figura 17 – Resultados para nível da água e velocidades na seção de ladário. (a) Pefil batimétrico e ESA. (b) Perfil de velocidades.



Figura 18 – Resultados para nível da água e velocidades na seção Meio Ilha Tira Catinga. (a) Pefil batimétrico e ESA. (b) Perfil de velocidades.



Figura 19 – Comparação entre medições de velocidade feitas por ADCP (valor absoluto) e resultados do modelo 2D para seção Porto da Manga.

Comparação entre perfis de velocidades: modelado e medido Seção: Meio Ilha Tira Catinga



Figura 20 – Comparação entre medições de velocidade feitas por ADCP (valor absoluto) e resultados do modelo 2D para seção Meio Ilha Tira Catinga.

da grade (com escoamento nulo) e gerar resultados distintos para o mesmo fenômeno. As Figuras 21a e 21b mostram um trecho com largura mínima de 280 m discretizadas pelas

Nome da Seção	$v_{2D}^{(1)} (m/s)$	$v_{2D}^{(2)} (m/s)$	$v_{2D}^{(1)} - v_{2D}^{(2)}$ (m/s)	Δ (%)
Ladário	0,66	0,68	-0,02	-3,03
Santana	$0,\!53$	$0,\!51$	0,02	3,78
Jusante Ilha do Formigueiro	$0,\!52$	$0,\!51$	0,01	1,92
Montante Miguel Henrique	$0,\!55$	$0,\!52$	0,03	$5,\!45$
Montante Ilha Tira Catinga	$0,\!55$	$0,\!52$	0,03	$5,\!45$
Meio Ilha Tira Catinga	$0,\!54$	$0,\!55$	-0,01	-1,85
km 1440	$0,\!60$	$0,\!58$	0,02	$3,\!33$
Porto da Manga	0,56	0,52	$0,\!04$	$7,\!14$
Média			0,02	2,78

Tabela 13 – Comparação entre velocidades obtidas pelo modelo 2D. $v_{2D}^{(1)}$: grade grossa $(\Delta x = 50 \text{ m}); v_{2D}^{(2)}$: grade fina $(\Delta x = 30 \text{ m}).$

grades com $\Delta x = 50 \,\mathrm{m} \,\mathrm{e} \,\Delta x = 30 \,\mathrm{m}.$

A diminuição arbitrária do tamanho da grade nem sempre pode significar resultados mais acurados, já que erros de arredondamento podem refletir nos resultados. O manual do usuário do HEC–RAS 5.0 informa que o tamanho das células deve ser baseado na inclinação da elevação da superfície d'água na região (US Army Corps Engineers, 2015). Lugares com mudanças rápidas no declive exigem células menores para que estas condições reflitam nos resultados, enquanto lugares cujas inclinações da ESA são baixas, ou mudam gradativamente, podem ser representadas de maneira adequada por células maiores. Assim, para se obter bons resultados com modelos bidimensionais faz-se necessário um bom conhecimento do local sendo modelado, e um pré–processamento da malha identificando possíveis seções problemáticas.



(a) Células com $\Delta x = 50 \,\mathrm{m}$



(b) Células com $\Delta x = 30\,\mathrm{m}$

Figura 21 – Diferentes tamanhos de grade utilizada no modelo 2D.

5 Conclusões

Este trabalho mostra algumas diferenças básicas entre modelos 1D e 2D: modelos unidimensionais trabalham com as velocidades médias em cada seção, enquanto modelos bidimensionais produzem um campo de velocidades. Os modelos bidimensionais fazem isso a custo de um modelo digital de terreno. Porém, aumentar a dimensão do modelo pode não trazer muitos benefícios em relação ao esforço computacional empregado e necessidade de obtenção de dados.

Até o presente momento o modelo unidimensional foi mais adequado para representar a velocidade média das seções do rio Paraguai (em relação às medições com ADCP), porém o modelo bidimensional é capaz de prever o perfil de velocidades na seção. Aqui, a adequação das velocidades do modelo 2D exige a utilização de coeficientes de Manning baixos demais para um rio com as características do rio Paraguai, porém conforme comentado por Horrit e Bates (2002), deve-se analisar a forma com que os modelos 1D e 2D interpretam o coeficiente de rugosidade, não podendo comparar os seus valores absoluto. O anexo A mostra algumas imagens das margens de algumas seções. A variação dos outros parâmetros associados à calibração do modelo 2D como o tamanho da grade e coeficiente de mistura (D) também devem ser consistentes com a região estudada, mas as suas variações não foram capazes de produzir resultados mais compatíveis com as medições.

As principais dificuldades encontradas na construção do modelo bidimensional estão associadas à: representação digital adequada do terreno, definição das condições iniciais, de contorno e passos de integração tais que não gerem instabilidades nos resultados e definição dos coeficientes adequados para a simulação da rugosidade e turbulência.

A forma com que o HEC–RAS 5.0 pós processa os resultados ainda é insatisfatória pois esta não fornece dados como perímetro ou área molhada das seções, sendo necessário iniciativa do usuário.

As principais fontes de incerteza por falta de conhecimento (baseada nas definições de incerteza de Versteeg 2007) deste trabalho são:

- Equacionamento da onda de Difusão: este conjunto de equações pode ser considerado uma super simplificação do escoamento, já que desconsidera os termos não permanentes, advectivos, turbulentos e forças de Coriolis, produzindo grandes diferenças no nível d'água na região quando comparado com o outro conjunto de equações (equações de Saint Venant).
- Aproximações errôneas: a utilização da hidrógrafa e nível d'água constantes por um longo período de tempo como condições de contorno do modelo 2D, também é uma

supersimplificação do escoamento.

- Incertezas de representação: a discretização do terreno nunca será perfeita.
- Incerteza de dados: os dados utilizados para validar os modelos (medições com ADCP) também não é perfeita; as incertezas associadas a este método podem variar de medição a medição conforme: utilização inadequada do aparelho, extrapolações exageradas das margens, extrapolações inadequadas do perfil de velocidades nas proximidades do leito do canal e pós processamento inadequado.

Os resultados do modelo 2D se mostraram mais adequados para a representação do nível d'água e visualização dos resultados, pois o programa possui uma melhor integração com outras ferramentas de sistemas de informação geográficas modernas, em comparação com o modelo unidimensional. Assim é possível com os resultados do modelo 2D a criação de bons mapas temáticos da dinâmica do rio com suas planícies de inundação.

Finaliza-se este trabalho reafirmando a qualidade dos resultados produzidos pelos modelos unidimensionais frente a sua simplicidade; tanto das hipóteses aceitas quanto ao requerimento de dados. Sugere-se a realização de mais estudos comparativos entre os resultados do modelo HEC–RAS 2D com dados obtidos em campo. É necessária também uma melhor definição dos parâmetros de calibração do modelo 2D para a região estudada, já que com base nos resultados presentes o modelo bidimensional não foi capaz de representar adequadamente o escoamento, e pode não atender algumas restrições rígidas de projeto.

Referências

- Azenha, T. D. (2014). Efeitos da Ponte Eurico Gaspar Dutra na morfologia do rio Paraguai. Dissertação de Mestrado; UFPR. 23
- Baptista, M.; Lara, M. (2006). Fundamentos de Engenharia Hidráulica. UFMG. 1, 5
- Brasil, L. S. S. (2005). Utilização de modelagens uni e bidimensional para a propagação de onda de cheia proveniente de ruptura hipotética de barragem. estudo de caso: Barragem de rio de Pedras MG. Dissertação de Mestrado, Escola de Engenharia da UFMG. 23
- Chow, V. T. (1959). Open-Channel Hydraulics. McGraw-Hill. 5, 6, 7, 9, 20
- Chow, V. T., Maidment, D. R., Mays, L. W., et al. (1988). Applied hydrology. 7
- Cook, A. C. (2008). Comparison of one-dimensional HEC–RAS with two-dimensional FESWMS model in flood inundation mapping. Dissertação de Mestrado; Purdue University. 2, 23
- Correia, R. (2015). Utilização de dados topo-batimétricos para a modelagem hidrodinâmica integrada a um sistema de informação geográfica – estudo de caso do rio Paraguai. Dissertação de Mestrado — Dados não publicados. , 27, 28, 29, 31, 32, 33
- Correia, R., Bleninger, T., Guarneri, H., Tomas, G. P., Ratton, P., and Ratton, E. (2015). Modelagem hidrodinâmica para a avaliação da navegabilidade em um trecho da hidrovia do rio Paraguai. 9 Seminario De Transporte e Desenvolvimento Hidroviario Interior. 22
- do Carmo, J. (2009). *Modelação em hidráulica fluvial e ambiente*. Imprensa da Univ. de Coimbra. 5, 6, 7
- Fox, R., Pritchard, P., and McDonald, A. (2008). *Introduction to Fluid Mechanics*. Wiley. 6
- Frigo, A., Tomas, G., Golyjeswski, O. W., Bleninger, T. B., Correia, R., Ratton, P., Barsotti, H., Guarneri, H., Waydzik, F., Hoepker, R., Ratton, E., and Godoy, P. (2015). Análise da condição de navegabilidade da hidrovia do rio Paraguai. XXI Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos. Segurança hídrica e desenvolvimento sustentável. 2
- Gamaro, P. (2012). Medidores Acústicos Doppler de Vazão. Itaipu Binacional. 30
- Gobbi, M. F. (2016). Introdução à modelagem da Poluição Ambiental. UFPR. 13
- Horrit, M. S; Bates, P. B. (2002). Evaluation of 1D and 2D numerical models for predicting river flood inundation. *Journal of Hydrology*, pages 87–99. 14, 18, 24, 47

- Leopardi, A., Oliveri, E., and Greco, M. (2002). Two–Dimensional Modeling of Floods to Map Risk–Prone Areas. Journal of Water Resources Planning and Management, page 11. 14, 18
- Maidment, D. (1993). Handbook of hydrology. Civil engineering. McGraw-Hill. 2
- Monte, B. E. O. (2013). Mapeamento de inundações no município de rio Largo AL. 22
- Navarro, P.G.; Playán, E. (2007). Numerical Modelling of Hydrodynamics for Water Resources: Proceedings of the Conference on Numerical Modelling of Hydrodynamic Systems (Zaragoza, Spain, 18-21 June 2007). BALKEMA - proceedings and monographs in engineering, water and earth sciences. Taylor & Francis. 19
- SisBaHiA (2015). SisBaHiA Sistema Base de Hidrodinâmica Ambiental Referência Técnica. Programa de Engenharia Oceânica da COPPE — UFRJ., 14, 15, 16, 19
- Souza, M. M. d. (2010). Comparação Entre Ferramentas de Modelagem Unidimensional e Quasi-Bidimensional, Permanente e Não-Permanente, em Planejamento e Projetos de Engenharia Hidráulica. Dissertação de Mestrado; UFRJ/COPPE, page 160. 18, 23, 24
- US Army Corps Engineers (1993). River Hydraulics Engineering and Design; Engineer Manual. Corpo de Engenheiros dos Estados Unidos. 10
- US Army Corps Engineers (2010). *HEC-RAS River Analysis System User's Manual*. Corpo de Engenheiros dos Estados Unidos. 8, 9, 24, 41
- US Army Corps Engineers (2015). HEC-RAS River Analysis System 2D Modeling User's Manual. Corpo de Engenheiros dos Estados Unidos., 11, 12, 19, 20, 21, 45
- Vasquez, Jose A; Lima, G. (2009). Modelagem Numérica Bidimensional Aplicada a Hidráulica de Pontes. XVIII Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos, page 20. 9, 17
- Versteeg, H.K.; Malalasekera, W. (2007). An Introduction to Computational Fluid Dynamics: The Finite Volume Method. Pearson Education Limited. 22, 47

ANEXO A – Fotos das margens de algumas seções.



Figura 22 – Margem direita da seção Montante Ilha Tira Catinga



Figura 23 – Margem direita da seção meio Ilha Tira Catinga



Figura 24 – Margem direita da seção k
m1440



Figura 25 – Margem direita da seção ilha da manga (proximidades da seção de porto da Manga)