UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

#### RAFAEL DE CARVALHO BUENO

### VERIFICAÇÃO DA OCORRÊNCIA DE ONDAS INTERNAS NO RESERVATÓRIO DO VOSSOROCA



Rafael de Carvalho Bueno

### VERIFICAÇÃO DA OCORRÊNCIA DE ONDAS INTERNAS NO RESERVATÓRIO DO VOSSOROCA

Orientador

Prof. Dr. Tobias Bleninger (UFPR)

### ENGENHARIA AMBIENTAL

Curitiba Universidade Federal do Paraná

"If you leave this place, that knowledge is gonna eat you alive from the inside out, until you decide to come back." – Locke

## Agradecimentos

Foram muitas as pessoas que estiveram ao meu lado durante essa caminhada. É difícil sintetizar toda gratidão que tenho por cada uma delas em apenas algumas linhas. Sou extremamente grato por cada uma dessas pessoas, das quais foram essenciais para a minha formação profissional e pessoal. Durante estes anos amadureci muito, mas toda evolução e amadurecimento não seriam iguais sem cada uma delas. Por isso, meus sinceros agradecimentos...

... à minha Mãe e melhor amiga, Maria José, por todo amor, apoio, compreensão e dedicação. Você me ensinou muitas coisas, esteve comigo nos momentos mais difíceis. Nós superamos juntos todas as adversidades que a vida nos impôs. Estarei ao seu lado hoje e sempre. Espero que a mãe dos meu filhos seja pelo menos 1% do que você é como mãe.

... ao meu Pai e amigo, Jorge Luiz. Você foi mais do que um pai, foi um grande amigo e uma extraordinária pessoa. Jamais conheci uma pessoa com o coração tão bom quanto ao teu, você é uma inspiração para mim como pai e pessoa. Hoje não posso mais ter você ao meu lado, mas consigo sentir tua presença em tudo o que faço. Você me ensinou a dar valor não apenas as pessoas, que podemos perder a qualquer momento, mas também a vida.

... ao meu brilhante orientador Tobias Bernward Bleninger. Admiro a sua genialidade, paixão pela ciência e pelo ensino. Obrigado por ter me dado toda confiança. Tenho um enorme prazer e orgulho em tê-lo como meu orientador. Espero tê-lo como orientador por muitos anos, você é uma inspiração para mim como pessoa e pesquisador.

... ao ilustre Julio Werner Yoshioka Bernardo. Você é uma pessoa incrível! Apesar de não ser oficial, tenho você como meu co-orientador.

... aos meu amigos e colegas que estiveram comigo ao longo de todos estes anos. Agradeço imensamente o apoio de todos vocês. Também agradeço aqueles que, por razão do destino ou por minha culpa, perdi o contato ou se afastaram. Além de todo agradecimento, ainda ficam aqui as minhas sinceras desculpas. Desejo tudo de melhor para vocês!

... à todos os meus professores. Vocês foram fundamentais para a minha formação

acadêmica e pessoal. Gostaria de agradecer em especial ao professor Nelson Luís Dias, você é uma inspiração para mim como professor.

... a todos que, direta ou indiretamente, contribuíram para a realização deste trabalho.

### Resumo

O objetivo desta pesquisa foi identificar ondas internas (modos baroclínico) no reservatório do Vossoroca, utilizando, para isso, séries de temperatura da coluna da água coletados entre os meses de Maio e Novembro de 2012. Foi utilizado o método de duas camadas, considerando as camadas do leito e da superfície do reservatório como rígidas. Além do mais, foi aplicada a base teórica de escoamentos potenciais, visto que cada camada foi considerada irrotacional. Através da relação de dispersão, foram obtidos os período teóricos das ondas internas rasas. A densidade espectral de potência da série de temperatura da profundidade média da termoclina, provenientes das transformadas rápidas de Fourier, auxiliaram na identificação dos picos de frequências. Em seguida, os períodos teóricos foram comparados com os espectros de frequências. Utilizando uma cuidadosa análise (excluindo as interferências da radiação solar e da intensidade do vento), foi possível observar um grande pico de frequência durante o mês de Novembro. O pico identificado como uma onda interna de periodicidade de 8 horas, condiz com o período teórico a partir da equação da dispersão para o 1º modo baroclínico. O espectro de potência da profundidade da termoclina, durante o período de passagem da onda interna, estimou uma amplitude de aproximadamente 0,75 metros. Outras ondas internas também foram identificadas no período, no entanto, com menores amplitudes.

### Abstract

The purpose of this research was to identify internal waves (baroclinic mode) in the Vossoroca reservoir by using temperature time series recorded between May to November 2012. A two-layer method was used which considered rigid upper and lower boundaries. Moreover, the potential flow theory was used for both layers, since the flow within each layer was considered irrotational. From the dispersion relation, we obtained the theoretical shallow internal wave period. The power spectral density (PSD) of temperature series of thermocline depth, provided by a fast Fourier transform, helped in the identification of the frequency peaks. Subsequently, the theoretical period was compared with the frequency spectra. Using a careful analysis (excluding the interference of solar radiation and intensity of wind), we observed a huge peak in Novemberdue to an internal wave with period around 8 hours, which matched the theoretical calculation from the dispersion relation equation for the 1st baroclinic mode. The spectrum density (PS) of thermocline depth identified that the internal wave found on the reservoir had amplitude of approximately 0.75 meters. Other internal waves were identified in this period, with lower amplitudes however.

# Lista de Figuras

FIGURA 2.1 –	Massa específica da água como função da temperatura para uma pressão de 1.01 Bar e salinidade igual a zero.	22
FIGURA 2.2 –	Variação sazonal dos perfis de temperatura do reservatório do Vossoroca. Fonte: Adaptado de Polli (2014, p.81).	23
FIGURA 2.3 –	Representação da estratificação térmica em um sistema aquático com os pontos discretos de temperatura obtidos a partir de um sensor.	24
FIGURA 2.4 –	Diferença do número de amostragens de temperatura entre o uso do CTD e do flutuante	25
FIGURA 2.5 –	Esquema de ponderação para o cálculo da profundidade da termoclina.	26
FIGURA 2.6 –	Diferentes movimentos que causam turbulências e oscilações na água e as trocas de energias que ocorrem devido a diversos fatores. Fonte: Straskraba et al. (2013, p.81)	28
FIGURA 2.7 –	Ondas internas formadas na baía próximo ao rio Saguenay, em Quebec- CA. Fonte: SLEIWEX (2014).	28
FIGURA 2.8 –	Esquema para o primeiro modo baroclínico de uma onda interna em um sistema composto por duas camadas com diferentes massas específicas. Fonte: Bengtsson and Herschy (2012, p.219)	30
FIGURA 2.9 –	Variação da temperatura devido à passagem de ondas internas. Fonte: Lam (1999, p.207).	31
FIGURA 2.10 -	-Diferentes modos de vibração de ondas internas: (a) V1H1, (b) V1H2, (c) V2H1 e (d) V3H1. Fonte: Vidal (2005, p.1327)	32
FIGURA 2.11 -	-Ondas internas em um sistema continuamente estratificado. Fonte: Socolofsky and Jirka (2005, p.183).	33
FIGURA 2.12 -	-Ondas internas em um sistema com superfície rígida e sem bordas laterais. Fonte: Socolofsky and Jirka (2005, p.172)	33
FIGURA 2.13 -	-Deflexões devido à ação do vento na superfície	37

FIGURA 2.14	-Exemplo de aplicação da transformada rápida de Fourier para a conversão de dados no domínio do tempo (a) para dados no domínio da frequência (b)	38
FIGURA 3.1 -	- Mapa do reservatório do Vossoroca.	43
FIGURA 3.2 -	- Rosa dos ventos para um período de 72h	44
FIGURA 3.3 –	- Mapa do reservatório do Vossoroca com o dois eixos longitudinais de maior interesse	45
FIGURA 3.4 –	- Variação temporal da radiação solar medida na estação meteoroló- gica do reservatório do Vossoroca.	46
FIGURA 3.5 –	- Distribuição dos sensores de temperatura ao longo da seção transversal.	47
FIGURA 3.6 –	- Dados de temperatura interpolados e ajustados com o nível de cota. A linha aguda representa a cota do reservatório.	48
FIGURA 3.7 –	- Modelo de duas camadas onde A é a média da massa específica do epilímnio e B é a média da massa específica do hipolímnio	51
FIGURA 3.8 –	(a) janelas de dados sem o uso de <i>overlap</i> e (b) janela de dados com o uso de um <i>overlap</i> de 50%	54
FIGURA 4.1 –	- Rosa dos ventos para o período D (16 de Novembro a 24 de Novembro de 2012).	57
FIGURA 4.2 –	Período D: (a) Variação temporal da intensidade do vento para a re- gião de interesse 1, (b) variação temporal da radiação solar medido a partir da estação meteorológica e (c) variação temporal da tem- peratura ao longo da coluna de água através dos dados interpolados de temperatura	58
FIGURA 4.3 –	(a) Diferença de temperatura entre o primeiro e o último sensor, (b) profundidade da termoclina e cota do reservatório, (c) espessura do epilímnio (h1) e hipolímnio (h2), (d) gravidade reduzida na região da termoclina e (e)período teórico da onda interna rasa	59
FIGURA 4.4 –	- Variação temporal da temperatura na altura média da termoclina para o subperíodo D1	60
FIGURA 4.5 –	- Potência do espectro da série de temperaura para o subperíodo D1.	61
FIGURA 4.6 –	- Densidade espectral de potência da série de temperatura para o sub- período D1	61

FIGURA 4.7 –	Densidade espectral de potência da série de velocidade do vento para o subperíodo D1	63
FIGURA 4.8 –	Densidade espectral de potência da série de radiação solar para o subperíodo D1.	63
FIGURA 4.9 –	Densidade espectral de potência do período D	64
FIGURA 4.10	–Densidade espectral de potência para os dias 21 a 24 de Novembro.	65
FIGURA 4.11	-Densidade espectral de potência para: a) intensidade da radiação solar e b) intensidade do vento no período de 21 a 24 de Novembro.	66
FIGURA 4.12	–Densidade espectral de potência para os dias 19 a 21 de Novembro.	67
FIGURA 4.13	–Espectro de potência da variação da cota da termoclina	67
FIGURA 4.14	-Ondas internas identificada no período D (7h, 8h e 12h) através da variação temporal da temperatura ao longo da coluna de água	68
FIGURA 4.15	-Onda interna de periodicidade de 8h identificada no período D atra- vés da variação temporal da temperatura ao longo da coluna de água.	68
FIGURA 4.16	–Densidade espectral de potência para os períodos A, B e C	70
FIGURA 4.17	-Densidade espectral de potência da temperatura, radiação e inten- sidade do vento para o período A	70
FIGURA 4.18	-Densidade espectral de potência da temperatura, radiação e inten- sidade do vento para o período B	71
FIGURA 4.19	–Variação do período teórico da onda interna ao longo do tempo	72
FIGURA 4.20	–Espectro de potência da variação da termoclina para o período B.	73
FIGURA 4.21	-Densidade espectral de potência da temperatura, radiação e inten- sidade do vento para o período C	73
FIGURA 4.22	–Demonstração do erro da onda induzida quando ocorre variação da cota do reservatório	75
FIGURA 4.23	<ul> <li>(a) Diferença de temperatura entre o primeiro e o último sensor, (b)</li> <li>cota da termoclina e cota do reservatório, (c) espessura do epilímnio</li> <li>(h1) e hipolímnio (h2), (d) variação da gravidade reduzida na região</li> <li>da termoclina e (e) Variação do período teórico da onda rasa</li> </ul>	75
FIGURA 4.24	–Variação temporal da temperatura na altura média da termoclina calculada	76

FIGURA 4.25	-Densidade espectral de potência dos dados da variação temporal da	
	temperatura na altura média da termoclina calculada para o inter-	
	valo do dia 1 ao dia 10	77
FIGURA 4.26	–Espectro de potência da variação de temperatura na média da ter-	
	moclina.	77
FIGURA 4.27	–Espectro de potência da variação da altura da termoclina	78
FIGURA 4.28	–Onda interna induzida (entre os dias 2 e 5) através da variação	
	temporal da temperatura ao longo da coluna de água $\ .\ .\ .\ .$	78

# Lista de Tabelas

TABELA 4.1 – Períodos submetidos às análises	s	6
--	---	---

# Lista de Símbolos

$\phi_1$	Potencial de velocidade do epilímnio
$\phi_2$	Potencial de velocidade do hipolímnio
$ ho_1$	Massa específica do epilímnio
$\rho_2$	Massa específica do hipolímnio
$h_1$	Espessura do epilímnio
$h_2$	Espessura do hipolímnio
h	Profundidade do reservatório
$Z_T$	Cota da termoclina
$Z_S$	Cota da superfície do reservatório
$Z_L$	Cota do leito do reservatório $-799$ metros
g	Gravidade
g'	Gravidade reduzida
$\eta(x,t)$	Função do movimento harmônico simples
k	Número da onda
ω	Frequência angular da onda
$\zeta$	Amplitude da onda
$\zeta_s$	Amplitude da onda superficial
$\zeta_i$	Amplitude da onda interna
С	Velocidade da onda
T	Período da onda
$\lambda$	Comprimento da onda
L	Distância do eixo longitudinal de formação da onda interna
N	Tamanho da série de dados
M	Tamanho da função janela/NFFT
w	Função janela da tranformada rápida de Fourier
ENBW	Largura de banda equivalente do ruído
FS	Frequência da série de dados

# Sumário

1	INT	FRODUÇÃO	19
	1.1	Objetivos	20
	1.1	.1 Objetivos específicos	20
2	Re	visão Bibliográfica	21
	2.1	Estratificação térmica	21
	2.2	Medição de perfis de temperatura	23
	2.3	Termoclina	24
	<b>2.4</b>	Circulação da água em reservatórios	27
	2.5	Ondas Internas	28
	2.6	Transformada rápida de Fourier	38
	2.7	Estado da arte da descrição de ondas internas em lagos e reser-	
		vatórios	40
3	MÉ	ÉTODOS	42
	3.1	Região de estudo	42
	3.1	.1 Local	42
	3.1	.2 Dados meteorológicos	44
	3.1	.3 Dados de temperatura	46
	3.2	Análise teórica	48
	3.2	.1 Cálculo dos parâmetros característicos	48
	3.2	.2 Determinação da profundidade da termoclina	50
	3.2	.3 Determinação do modelo em duas camadas	51
	3.2	.4 Cálculo teórico do período	52

	3.2	.5 Transformadas rápidas de Fourier e a densidade espectral	53
4	$\operatorname{Re}$	SULTADOS E DISCUSSÃO	56
	4.1	Caracterização e avaliação dos parâmetros característicos	57
	4.2	Densidade espectral de potência e potência do espectro	60
	4.3	Análise da influência do intervalo utilizado	64
	4.4	Análise dos períodos A,B e C	69
	4.5	Teste de sensibilidade do modelo de identificação de ondas internas	74
5	Со	NCLUSÃO	80
А	PÊND	DICE A – EQUAÇÃO DE ESTADO	88

# 1 Introdução

O estudo do movimento de massas de água geram subsídios para a compreensão de processos físicos, químicos e biológicos que ocorrem em águas superficiais. Segundo Wetzel (2001), os movimentos verticais e horizontais realizam o transporte de calor e substâncias dissolvidas, alterando a distribuição e produtividade do ecossistema aquático. Estes movimentos podem modificar completamente a distribuição de microrganismos, nutrientes e compostos químicos presentes na água e, consequentemente, influenciar de forma significativa a qualidade da água destes ecossistemas. Dentre inúmeros movimentos presentes em sistemas aquáticos estratificados, as ondas internas são consideradas um dos movimentos mais importantes para a mistura vertical (Denny, 2007). Estes movimentos estão sendo cada vez mais estudados devido à sua importância. Um recente e importante estudo, conduzido por Alford et al. (2015), aponta que este fenômeno próximo à região Antártica tem a capacidade de acelerar significativamente o processo de degelo das calotas polares e, consequentemente, é uma das peças fundamentais para o aperfeiçoamento dos modelos de previsões climáticas.

Em bacias, lagos e reservatórios este fenômeno não acarreta efeitos globais, mas continua tendo um grande impacto no ecossistema aquático destes ambientes. Mannich (2013) salienta a necessidade de incorporar as ondas internas em modelos de transporte de calor para reservatórios, visto que tais efeitos podem influenciar no cálculo da difusividade turbulenta. Segundo Jöhnk (2001), quando ignorados os efeitos das ondas internas, a modelagem do hipolímnio também pode apresentar inconsistências.

O efeito de ondas internas torna-se ainda mais importante quando estas ondas ocorrem em períodos de forte estratificação térmica. Estas ondas são responsáveis por facilitar trocas entre as camadas estratificadas, sendo considerado um dos mais importantes fatores de mistura vertical em períodos de forte estratificação térmica.

Apesar da importância, muitos estudos negligenciam diretamente os efeitos das ondas internas. Um problema frequente, é a existência de poucos dados espaciais e temporais de temperatura da água, radiação solar, direção e intensidade do vento. Estes dados são essenciais para uma boa análise e obtenção de importantes dados característicos do problema. Portanto, quando há escassez de dados para a verificação da presença de ondas internas em um sistema, é possível que os resultados obtidos não representem a realidade.

Outro problema comum reside na dificuldade da obtenção de uma solução analítica ou numérica adequada para o problema. Assim, a fim de obter uma solução para o problema, inúmeras simplificações são impostas. Desta forma, mesmo com diversos dados medidos, muitas vezes as simplificações impostas no problema podem gerar distorções da realidade, principalmente quando mal utilizadas.

### 1.1 Objetivos

Esta pesquisa tem como objetivo identificar ondas internas em períodos distintos nos dados medidos no reservatório do Vossoroca. O estudo serve como base para o aprimoramento do modelo de transporte de calor proposto por Polli (2014). Além de servir como base para futuros estudos que buscam quantificar fluxos de nutrientes, compostos químicos e microrganismo no reservatório do Vossoroca. Este trabalho também serve como base para a identificação de ondas internas em outros reservatórios.

#### 1.1.1 Objetivos específicos

Os objetivos específicos desta pesquisa são:

- Identificar períodos favoráveis à formação de ondas internas através da análise de dados meteorológico e alguns parâmetros característicos, dentre eles a força da estratificação, a espessura das camadas do hipolímnio e epilímnio, a gravidade reduzida e o período teórico para uma onda V1H1;
- Aplicar as transformadas rápidas de Fourier nos dados de temperatura da altura média da termoclina para a obtenção da densidade espectral de potência e da potência de espectro, a fim da identificação das ondas internas;
- Aplicar a transformadas rápida de Fourier, em períodos com ondas internas, nos dados da variação da altura da termoclina para a obtenção da densidade espectral de potência e da potência de espectro, a fim de obter a amplitude das ondas internas;
- Comparar as frequências encontradas através das análise rápida de Fourier com as frequências teóricas de ondas internas, a fim de identificar o modo de oscilação da onda interna; e
- Realizar um teste de sensibilidade no modelo proposto, induzindo uma onda interna no sistema.

## 2 Revisão Bibliográfica

### 2.1 Estratificação térmica

A existência de ondas aquáticas, sejam elas de superfície ou internas, estão sempre associada à uma diferença da massa específica entre as camadas dos fluidos e fatores externos responsáveis por perturbações nas camadas, como, por exemplo, o vento. A diferença da massa específica auxilia no processo de propagação e formação das ondas. Segundo Nichols (2009), a diferença da massa específica entre duas camadas influência na amplitude, energia e velocidade de propagação da onda, sendo que as ondas internas apresentam maiores amplitudes, menores velocidades e energias do que as ondas de superfície. Esta diferença está associada exclusivamente devido à magnitude do gradiente da massa específica. Uma abordagem mais detalhada das características destas ondas será feita nas próximas seções desta revisão bibliográfica.

A massa específica da água é uma função de alguns parâmetros físicos, como a temperatura, pressão, salinidade e substâncias dissolvidas (Pickard, 1990). Ao longo dos anos, muitas equações que correlacionam as variáveis de pressão, salinidade e temperatura com a massa específica da água foram formuladas. Dentre as equações mais utilizadas no meio científico internacional destacam-se as equações de Knudsen (Knudsen, 1901) e as diversas equações da UNESCO (Fofonoff, 1983; UNESCO, 1981). Para este trabalho foi utilizada a equação da UNESCO (Fofonoff, 1983). No capítulo 3 (Métodos) deste estudo serão abordadas algumas simplificações para a equação de estado descrita por Fofonoff (1983). Levando em conta as características do local do estudo ficará claro que é possível considerar, para este caso, que a estratificação do sistema aquático está majoritariamente associada à variação de temperatura. A figura 2.1 ilustra a variação da massa específica em função da temperatura, considerando um valor de pressão de 1,01 bar e desconsiderando os efeitos de salinidade.

A radiação solar absorvida pela superfície do reservatório se propaga de molécula a molécula por meio da condução. Neste processo parte da radiação é absorvida pelas moléculas de água, fornecendo cada vez menos energia para as camadas mais profundas do sistema. De acordo com Boyd (2015), a concentração de sólidos suspensos na água é um



FIGURA 2.1 – Massa específica da água como função da temperatura para uma pressão de 1.01 Bar e salinidade igual a zero.

outro fator que auxilia no processo de absorção da energia solar. Estas partículas absorvem a energia solar e, consequentemente, uma menor quantidade de energia é transmitida para as camadas mais profundas do reservatório. Outros fatores também podem influenciar na temperatura da água, nos quais destacam-se o vento que age na superfície, a precipitação, a intrusão de água de outras fontes (Tundisi, 2012) e a temperatura do ar com transferência de calor na superfície.

Em um sistema aquático diferentes perfis de temperatura podem ser observados ao longo das estações do ano. Normalmente os verões apresentam alta incidência de radiação solar e como consequência podem apresentar forte estratificação térmica. Em algumas regiões temperadas no inverno pode causar congelamento da camada superficial do reservatório. Nestes casos a superfície permanece mais fria do que a parte interna do reservatório, criando uma estratificação inversa (Magnuson, 2006). A figura 2.2 apresenta o perfil de temperatura de três diferentes meses ao longo do ano para uma região.

O perfil de temperatura pode ser dividido em três diferentes regiões, ilustradas na figura 2.3. O epilímnio é a camada superior que apresenta uma forte mistura e um baixo gradiente da massa específica e temperatura (Agrawal, 1999). Esta região pode apresentar diferentes profundidades dependendo do vento que age na superfície do reservatório e também de fatores que possam influenciar a absorção da energia solar.

O hipolímnio é a parte mais profunda do reservatório. Esta região apresenta baixa concentração de oxigênio dissolvido e baixas temperaturas, principalmente devido à ausência



FIGURA 2.2 – Variação sazonal dos perfis de temperatura do reservatório do Vossoroca. Fonte: Adaptado de Polli (2014, p.81).

de energia solar. Segundo Williams (1986), em alguns casos, devido à baixa concentração de oxigênio dissolvido, o hipolímnio pode apresentar condições anaeróbias.

A região de transição entre o epilímnio e o hipolímnio é chamada de metalímnio. Esta camada apresenta alto gradiente da massa específica, como consequência funciona como uma barreira no transporte vertical de substâncias e organismos. O ponto de inflexão do perfil de temperatura, inserido dentro da região do metalímnio, é chamado de termoclina. A termoclina tem um papel fundamental no transporte vertical de substâncias e organismos, como por exemplo na dinâmica de nutrientes (Tweddle, 2013), plânctons (Vidussi, 2001) e do oxigênio dissolvido (Blumberg, 1990).

### 2.2 Medição de perfis de temperatura

Como será visto no item 2.3 (Termoclina), a estimativa da profundidade da termoclina depende majoritariamente de uma boa mediação de temperatura ou de um eficiente modelo de transporte de calor. Um dos melhores métodos para a obtenção do perfil de temperatura é a partir de um CTD (do inglês: conductivity, temperature and depth). O CTD é um equipamento constituído por sensores de pressão, temperatura e condutividade acoplados a uma componente computacional que realiza o armazenamento dos dados obtidos. Para a obtenção dos dados de temperatura da água, o CTD é inicialmente mergulhado. Conforme ele imerge ao longo do eixo vertical, o sensor obtém e armazena os dados. No pós tratamento é possível calcular a densidade e a profundidade do reservatório.

No entanto, para a obtenção de uma boa resolução temporal, o custo operacional do



FIGURA 2.3 – Representação da estratificação térmica em um sistema aquático com os pontos discretos de temperatura obtidos a partir de um sensor.

CTD é elevado. Para isso seria necessário operar o CTD de forma interrupta. Desta forma, seria primordial a aquisição de equipamentos de custo elevado para realizar a condução automática do CTD ao longo do eixo vertical. Além destes problemas, o custo energético e o risco de furtos limitam um empreendimento deste porte.

Como para a identificação das ondas internas é necessário uma boa resolução temporal de dados, a utilização de sensores simples de temperatura, dos quais podem ser fixos em diferentes profundidades, é um dos métodos mais eficazes e baratos. Por outro lado, a resolução espacial deste método é diretamente afetada pelo número de sensores de temperatura distribuídos ao longo do eixo vertical. Também é possível perceber que dificilmente a quantidade de sensores será suficiente a ponto de gerar uma resolução espacial melhor do que a amostragem obtida através do CTD. A figura 2.4 mostra de forma esquemática a diferença do número de amostras de temperatura coletadas através dos dois métodos.

### 2.3 Termoclina

Segundo McClatchie (2013), quando existem dados discretos de temperatura, a termoclina pode ser representada facilmente como o ponto médio entre dois pontos que



FIGURA 2.4 – Diferença do número de amostragens de temperatura entre o uso do CTD e do flutuante.

apresentam o maior gradiente da massa específica da coluna de água. Assim, se o gradiente máximo está localizado entre os pontos de medição  $i = \tau$  e  $i = \tau + 1$ , então a profundidade da termoclina,  $Z_T$ , pode ser calculada através da seguinte equação:

$$Z_T \approx \frac{z_{\tau+1} - z_\tau}{2} \tag{2.1}$$

Atualmente existem muitas técnicas para melhor estimar a profundidade da termoclina, sendo que cada método possui diferentes parâmetros de entrada. No entanto, a maioria das técnicas levam em conta dados discretos de temperatura ou são oriundos de modelos de transporte de calor dos quais realizam o cálculo da profundidade da termoclina a partir dos valores de um modelo de temperatura. Huber (1972) propôs um modelo de determinação da termoclina a partir de dados de radiação solar e negligenciando a ação do vento, enquanto Kraus (1967) considerou os efeitos do vento e a mudança da energia potencial.

Segundo Read (2011), nos casos em que existam sensores de temperatura e eles estejam afastados uns dos outros, existe uma forma de ponderação para melhor estimar a termoclina. Este método leva em conta o gradiente da massa específica superior e inferior ao gradiente escolhido, fornecendo ao fim, uma melhor estimativa para a termoclina. O gradiente da massa específica entre cada sensor é calculado pela expressão

$$\frac{\partial \rho}{\partial z} \approx \frac{\rho_{i+1} - \rho_i}{z_{i+1} - z_i} \tag{2.2}$$

Se o gradiente máximo esta localizado entre os sensores  $i = \tau$  e  $i = \tau + 1$ , então a profundidade da termoclina,  $Z_T$ , é dada por

$$Z_T \approx Z_{\tau+1} \left( \frac{\Delta_{\rho+1}}{\Delta_{\rho-1} + \Delta_{\rho+1}} \right) + Z_\tau \left( \frac{\Delta_{\rho-1}}{\Delta_{\rho-1} + \Delta_{\rho+1}} \right)$$
(2.3)

onde:

$$\Delta_{\rho-1} = \frac{\left(Z_{\tau\Delta+1} - Z_{\tau\Delta}\right)}{\left(\frac{\partial\rho}{\partial Z_{\tau\Delta}} - \frac{\partial\rho}{\partial Z_{\tau\Delta+1}}\right)}$$
$$\Delta_{\rho+1} = \frac{\left(Z_{\tau\Delta} - Z_{\tau\Delta-1}\right)}{\left(\frac{\partial\rho}{\partial Z_{\tau\Delta}} - \frac{\partial\rho}{\partial Z_{\tau\Delta-1}}\right)}$$

A figura 2.5 mostra de forma esquemática quais são os valores utilizados para a formulação da equação 2.3. Segundo Read (2011), este esquema apresentou uma redução do erro em comparação à aproximação simples descrita pela equação 2.1 de 39% nos casos em que os sensores estavam separados por 1 metro de distância e em até 18% nos casos de sensores separados por até 2 metros.



FIGURA 2.5 – Esquema de ponderação para o cálculo da profundidade da termoclina.

### 2.4 Circulação da água em reservatórios

A eutrofização de um lago é influenciado pela quantidade de nutrientes presente no sistema, no entanto, o transporte vertical tem também um grande impacto no estado trófico desses ecossistemas (Canfield Jr and Bachmann, 1981). Como o sedimento nesse tipo de ambiente é rico em nutrientes, os fluxos verticais são de extrema importância para a condução destes compostos e uma possível mistura na seção transversal do sistema. Desta forma, esses movimentos acabam influenciando significativamente o estado trófico destas regiões. O movimento vertical em lagos e reservatórios tem consequências químicas e biológicas para as funções destes ecossistemas (Straskraba et al., 2013). Esses movimentos possuem o poder de alterar completamente a forma de mistura e distribuição de nutrientes e outros compostos.

Segundo Straskraba et al. (2013), apesar da existência de inúmeros fatores que contribuem para o movimento das águas, esses movimentos estão sempre associados aos processos de transporte, como o processo de difusão e convecção.

Quando o sistema aquático apresenta estratificação térmica estável, ocorre uma significativa redução no fluxo vertical e, consequentemente, ocorre uma redução no transporte natural de substâncias através da termoclina (Ostrovsky et al., 1996), visto que essas regiões possuem forte estabilidade. Nestes casos, fatores externos que causem movimentos em regiões onde o gradiente da massa específica é elevado, facilitam o fluxo vertical e, consequentemente, o transporte de substâncias para outras regiões do ecossistema aquático.

Apesar de existirem diversos fenômenos que são responsáveis pelo movimento das águas, a onda interna é considerada um dos fenômenos físicos mais importantes para a produtividade biológica e o transporte de sedimento em períodos de forte estratificação (Lamb, 2014). Estes movimentos forçam a instabilidade do sistema e, consequentemente, ocorre um aumento do coeficiente de difusão, acarretando um aumento dos fluxos verticais. No entanto, não é apenas pelo aumento da difusividade que os fluxos verticais se intensificam. Em meios continuamente estratificados, as ondas internas podem se propagar em qualquer ângulo em relação à horizontal. Assim, as ondas criam fluxos não apenas horizontais, mas também fluxos verticais.

A figura 2.6 e 2.7 mostram, respectivamente, diferentes mecanismos que causam movimentos na água e como o efeito da onda interna é significativo na variação térmica vertical. No caso apresentado na figura 2.7, as ondas internas geradas na baía próximo ao rio Saguenay podem ser observadas a olho nu.



FIGURA 2.6 – Diferentes movimentos que causam turbulências e oscilações na água e as trocas de energias que ocorrem devido a diversos fatores. Fonte: Straskraba et al. (2013, p.81).



FIGURA 2.7 – Ondas internas formadas na baía próximo ao rio Saguenay, em Quebec-CA. Fonte: SLEIWEX (2014).

### 2.5 Ondas Internas

Segundo Bengtsson and Herschy (2012), ondas internas são ondas que se propagam no interior de um fluido estratificado sob a influência de uma forçante de instabilidade. Estas ondas possuem um padrão de oscilação permanente e apesar de não serem vistas, estão presentes tanto em meios aquáticos como também na atmosfera. Nesta pesquisa serão abordadas apenas as ondas internas que ocorrem em ambientes aquáticos, com ênfase aos reservatórios e lagos. Os efeitos e importâncias das ondas internas em outros ambientes não serão abordados neste estudo.

Quando um lago ou reservatório está estratificado e sob a influência de uma forçante de instabilidade, as camadas que possuem diferentes massas específicas oscilam (Wetzel, 2001). Este efeito é muito acentuado próximo à termoclina, região que apresenta o maior gradiente da massa específica da coluna de água. Existem diversas forçantes de instabilidades que contribuem para a formação de ondas internas, como por exemplo a intrusão da água provinda de rios (Nash, 2005) e a interação entre as ondas de Kelvin e a batimetria (Hosegood, 2004). No entanto, o fator mais comum em reservatórios é a ação do vento na superfície do reservatório e lago. Quando o vento age sobre a superfície de um reservatório, ocorre uma inclinação da superfície da água. Em decorrência de forças hidrostáticas, a termoclina também sofre uma inclinação. Uma vez que o vento para de agir sobre a superfície da água, a região da termoclina começa a oscilar ao redor do nó central (Bengtsson and Herschy, 2012).

Segundo Wetzel (2001), as ondas internas, em modos baroclínicos, apresentam amplitudes e períodos muito maiores do que as ondas na superfície e, consequentemente, frequências muito menores. Além do mais, nos casos de reservatórios estratificados é comum a presença de ondas internas que apresentam apenas um único nó central, principalmente na região do metalímnio.

As ondas internas apresentam alguns movimentos típicos que facilitam o fluxo vertical. Dentre estes movimentos destaca-se a dispersão devido as oscilações e também a produção de vórtices através do choque das ondas nas margens do sistema. A oscilação entre as camadas facilitam o fluxo vertical de substâncias e, consequentemente, este processo contribui para a mistura vertical da água. No entanto, as trocas provenientes destas oscilações não proporcionam uma mistura significativa quando comparadas com regiões de quebras de ondas internas (Larson, 2012). Em regiões onde as ondas internas se propagam próximas à batimetria do reservatório, estas podem apresentar quebras, criando assim grandes zonas turbulentas e, consequentemente, facilitando o processo de mistura, mesmo em períodos de forte estratificação térmica. A figura 2.8 esquematiza a forma com que o vento age sobre a superfície da água e, consequentemente, sua influência na formação das ondas internas.

A onda interna é importante pelo fato de proporcionar a mistura do lago mesmo em períodos de forte estratificação, como também por deslocar a termoclina de forma significativa. A figura 2.9 ilustra a variação da temperatura causada pela ação de ondas internas em uma posição no reservatório.

A onda interna é um fenômeno que tem a capacidade de influenciar de diversas maneira os processos biológicos (Evans et al., 2008). Os efeitos das ondas internas afetam diversos lagos, independentemente do tamanho e da profundidade. Estudos realizados no lago



FIGURA 2.8 – Esquema para o primeiro modo baroclínico de uma onda interna em um sistema composto por duas camadas com diferentes massas específicas. Fonte: Bengtsson and Herschy (2012, p.219).



FIGURA 2.9 – Variação da temperatura devido à passagem de ondas internas. Fonte: Lam (1999, p.207).

de Bromont por Pannard et al. (2011), demonstraram que as ondas internas afetam as comunidades de fitoplânctons da região. Este fenômeno acarreta em um grande impacto na produção primária de todo o ecossistema aquático, influenciando desta maneira a dinâmica do ecossistema. Segundo Colebrook (1960), a distribuição de zooplânctons também está associada ao fenômeno de ondas internas. Apesar dos zooplânctons realizarem movimentos migratórios verticais, diversas pesquisas (Kuns, 1997; Easton, 2003) tem apontado que sua distribuição é afetada significativamente por ondas internas.

O reservatório esquematizado na figura 2.8 foi simplificado de acordo com a sua estratificação, que não é continua. O reservatório foi dividido em duas camadas de massa específicas homogêneas, mas diferentes entre si. Esta simplificação é aplicável quando espera-se encontrar ondas internas de apenas um modo de oscilação no eixo vertical, denominadas onda V1. Quando há forte estratificação térmica, a espessura do metalímnio torna-se muito pequena e, consequentemente, uma aproximação em duas camadas torna-se possível. As ondas internas são classificadas de acordo com o seu modo vertical e horizontal de oscilação. O modo horizontal está associado à frequência de oscilação. Assim, quanto maior a frequência, menor será o comprimento de onda e, consequentemente, serão gerados mais modos horizontais. Conforme os modos horizontais aumentam, o sistema pode passar de um modo baroclínico para um modo barotrópico, por este motivo é difícil identificar ondas internas de modos superiores em reservatórios e lagos. Segundo Vidal (2005), ondas do tipo V1H1 fazem parte da categoria de ondas internas mais encontradas em reservatórios e lagos. A figura 2.10 apresenta diferentes modos de oscilação de ondas internas, incluindo o modo V1H1 e V1H2, dos quais permitem a aproximação do sistema em duas camadas.



FIGURA 2.10 – Diferentes modos de vibração de ondas internas: (a) V1H1, (b) V1H2, (c) V2H1 e (d) V3H1. Fonte: Vidal (2005, p.1327).

Embora esta aproximação seja viável principalmente para reservatórios e lagos que apresentam forte estratificação térmica, o gradiente da massa específica em um sistema natural sempre será contínuo (Socolofsky and Jirka, 2005). Em um sistema real onde a estratificação é contínua, é possível verificar a presença de outros modos normais de vibração vertical, que facilitam ainda mais o transporte vertical de substâncias. A figura 2.11 mostra de forma genérica as ondas internas em um sistema continuamente estratificado e seus efeitos para a criação de fluxos verticais.

Um segundo ponto muito importante ao considerar o sistema como sendo continuamente estratificado e com geometria não regular, é a dificuldade da obtenção de uma solução para o sistema de equações diferenciais provindas das equações da quantidade de movimento e da conservação da massa. A dificuldade está no fato de que o gradiente da massa específica é variável ao longo de toda a coluna de água, de modo que não seja possível considerar a hipótese do escoamento irrotacional.

Quando considera-se um sistema de apenas duas camadas, o único ponto em que o fluido apresenta uma descontinuidade da massa específica é na interface entre os dois fluidos de diferentes valores de massa específica. Portanto, para o interior de cada camada é valido utilizar a base teórica de escoamentos irrotacionais (Socolofsky and Jirka, 2005).



FIGURA 2.11 – Ondas internas em um sistema continuamente estratificado. Fonte: Socolofsky and Jirka (2005, p.183).

Considerando a hipótese de irrotacionalidade e incompressibilidade em ambas as camadas, é possível escrever a equação da continuidade em função do potencial de velocidade (Sutherland, 2010). Assim, da equação da conservação da massa encontra-se:

$$\frac{\partial^2 \phi_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi_1}{\partial z^2} = 0 \tag{2.4}$$

$$\frac{\partial^2 \phi_2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi_2}{\partial z^2} = 0 \tag{2.5}$$

onde  $\phi_1$  é o potencial de velocidade da camada 1 e  $\phi_2$  é o potencial de velocidade da camada 2. As equações 2.4 e 2.5 são conhecidas como equação de Laplace. O sistema de coordenadas adotado é apresentado na figura 2.12.



FIGURA 2.12 – Ondas internas em um sistema com superfície rígida e sem bordas laterais. Fonte: Socolofsky and Jirka (2005, p.172).

A partir da equação da quantidade de movimento para cada camada, considerando o escoamento uniforme, incompressível e não viscoso, desprezando a força inercial de Coriolis e assumindo apenas a variação na direção vertical do plano cartesiano, obtém-se:

$$\frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial \phi}{\partial t} \right) + \frac{1}{\rho_1} \frac{\partial p_1}{\partial z} + g = 0 \tag{2.6}$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial \phi}{\partial t} \right) + \frac{1}{\rho_2} \frac{\partial p_2}{\partial z} + g = 0 \tag{2.7}$$

É possível realizar algumas outras simplificações. Considerando que as perturbações na superfície são desprezíveis, as trocas através da interface água-ar são muito pequenas. Estas trocas estão associadas ao processo de difusão molecular e muitas vezes podem ser desconsideradas. Desta forma, pode-se considerar a interface água-ar como sendo uma superfície rígida, na qual não ocorrem grandes pertubações. Analogamente, o mesmo conceito é aplicado para o leito do reservatório, onde a água não interage com o sedimento.

Neste modelo o vento não é mais considerado como forçante para o surgimento das ondas internas, visto que a interface água-ar é considerada rígida. Assim, a função do movimento harmônico simples é considerada como sendo à propulsora das ondas internas. Esta função pode ser escrita como

$$\eta(x,t) = Re[\zeta \cos(kx - \omega t) + i\zeta \sin(kx - \omega t)]$$
(2.8)

em que  $\eta(x,t)$  é a função do movimento harmônico simples, na qual representa a variação da interface entre o fluido mais denso e o fluido menos denso em relação ao estado de estabilidade hidrostática, e  $\zeta$ ,  $k \in \omega$  são, respectivamente, a amplitude, o número e a frequência da onda senoidal.

Para a obtenção da solução do sistema de equações diferenciais formado pelas equações 2.4 - 2.7 é preciso definir as condições de contorno e a condição inicial que satisfazem as condições do sistema proposto. A condição nas extremidades superior e inferior do sistema é a ausência de fluxo perpendicular ao contorno, matematicamente descrita, respectivamente, como

$$\left. \frac{\partial \phi_1}{\partial z} \right|_{z=+h_1} = 0 \tag{2.9}$$

$$\left. \frac{\partial \phi_2}{\partial z} \right|_{z=-h_2} = 0 \tag{2.10}$$

A condição de contorno para a interface entre os dois fluidos será uma condição cine-

mática relacionada à velocidade vertical da oscilação, dada por

$$w = \frac{\partial \eta}{\partial t} + u \frac{\zeta}{\lambda} \frac{\partial \eta}{\partial x}$$
(2.11)

onde  $\lambda$  é o comprimento de onda,  $\zeta$  é a amplitude da onda e w é a velocidade vertical do escoamento.

O termo convectivo da condição de contorno cinemática, equação 2.11, pode ser desprezado, visto que a amplitude da onda é pequena se comparada ao seu comprimento. Utilizando o conceito do potencial de velocidade, é possível definir a condição de contorno cinemática na interface como sendo

$$\left. \frac{\partial \phi_1}{\partial z} \right|_{z=0} = \omega \zeta (kx - \omega t) \tag{2.12}$$

$$\left. \frac{\partial \phi_2}{\partial z} \right|_{z=0} = \omega \zeta (kx - \omega t) \tag{2.13}$$

A condição inicial é obtida a partir da aplicação da equação de Bernoulli para escoamentos não permanentes, equação 2.6, através da linha de corrente que segue o fluxo vertical. Considerando que em z igual a  $\eta$  ambas as camadas estão sob uma mesma pressão, a condição inicial pode ser escrita como

$$\left. \frac{\partial \phi_2}{\partial t} \right|_{z=0} = \left. \frac{\partial \phi_1}{\partial t} \right|_{z=0} \frac{\rho_2}{\rho_1} + g\eta \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2} \tag{2.14}$$

A solução das equações de Laplace, 2.4 e 2.5, pode ser obtida através da técnica de mudanças de variáveis, utilizando as condições de contorno e as condições iniciais encontradas. Como o objetivo não é solucionar este sistema de equações diferenciais, o resultado obtido por Socolofsky and Jirka (2005) é mostrado de forma direta abaixo

$$\phi_1 = \frac{i\zeta\omega\cosh(k(z-h_1))}{k\sinh(kh_1)}\cos(kx-\omega t)$$
(2.15)

$$\phi_2 = -\frac{i\zeta\omega\cosh(k(z+h_2))}{k\sinh(kh_2)}\cos(kx-\omega t)$$
(2.16)

Substituindo as variáveis encontradas em 2.15 - 2.16 e a equação do movimento harmônico simples, definida em 2.8, na equação de Bernoulli para escoamentos não permanentes, equação 2.6, através da linha de corrente que cruza a interface entre as duas camadas, é possível encontrar uma relação entre a frequência da onda ( $\omega$ ) e o número de onda (k), a qual é dada por

$$\omega^2 = gk\Delta\rho \left(\frac{\tanh kh_1 \tanh kh_2}{\rho_1 \tanh kh_2 + \rho_2 \tanh kh_1}\right)$$
(2.17)

esta relação é conhecida como *relação de dispersão* e apresenta uma solução considerando apenas o modo baroclínico, no qual apresenta variação da pressão ao longo das linhas de massa específica constante. Em outras palavras, a solução fornece apenas duas direções de propagação da onda, uma positiva e outra negativa. Este modo representa ondas internas com maiores amplitudes em comparação as ondas de superfície, além de apresentarem ondas superficiais e internas fora de fase. Assim, o modo baroclínico torna-se o modo principal para a identificação de ondas internas. Obviamente o modo barotrópico, no qual apresenta pressão constante ao longo das linhas de massa específica constante, não está presente na solução proveniente da equação 2.17, pois foram negligenciadas as oscilações superficiais.

A equação 2.17 pode ser simplificada quando o comprimento da onda interna for muito maior do que a profundidade do reservatório, fazendo com que a equação 2.17 possa ser reescrita como

$$\omega^2 = \frac{gk^2h_1h_2(\rho_2 - \rho_1)}{h_1\rho_2 + h_2\rho_1} \tag{2.18}$$

A equação 2.18 é conhecida como equação da onda interna rasa e pode ser utilizada nos casos em que  $\lambda \ge 4\pi H$ , onde  $\lambda$  é o comprimento de onda e H a profundidade do reservatório.

A teoria abordada até aqui é válida para ondas não-estacionarias. No entanto, as ondas internas que refletem na lateral do reservatório, superpõe-se a outras ondas internas do sistema, criando, assim, ondas estacionárias. Assim, matematicamente, a superposição de duas ondas é dada por

$$\eta_1 + \eta_2 = 2\zeta \cos(kx) \cos(\omega t) \tag{2.19}$$

De acordo com Fitzpatrick (2013), através da equação ?? é obtida a relação fundamental de ondas estacionárias

$$\lambda = \frac{2L}{n} \tag{2.20}$$

onde  $\lambda$  é o comprimento da onda interna, L é o comprimento da região de ação da onda e n representa o n-ésimo harmônico. Em outras palavras, n representa os diferentes modos baroclínicos. A substituição da expressão 2.20 na equação dispersão, já fornece a solução para ondas estacionárias.

No entanto, quando é considerada a existência de flutuações na superfície, é necessário propor uma nova condição de contorno que atenda as novas condições impostas ao problema. Neste caso, a solução da equação diferencial de Laplace fornece quatro soluções para a velocidade de propagação da onda. As quatro soluções fornecem dois modos distintos de comportamento, sendo um deles o modo barotrópico.

A solução do modo baroclínico não é exatamente igual ao modo baroclínico anterior, onde foi imposta uma condição de contorno rígida na superfície do sistema. No entanto, a diferença nos resultados é tão pequena que é consistente considerar a superfície do reservatório como uma superfície rígida.

Tendo em vista os efeitos de bordas é possível obter importantes relações envolvendo a deflexão das camadas estratificadas, conforme ilustrado na figura 2.13. Considerando o sistema composto por duas camadas e realizando o equilíbrio hidrostático do sistema é possível encontrar a seguinte relação entre as deflexões

$$\zeta_s = \frac{\Delta \rho}{\rho_1} \zeta_i \tag{2.21}$$

onde  $\zeta_s$  e  $\zeta_i$  são, respectivamente, a deflexão da superfície e a deflexão da camada interna. Através da equação 2.21 conclui-se que a magnitude da deflexão interna é muito maior do que a deflexão de superfície, desde que o valor de  $\rho_2 < 2\rho_1$ .



FIGURA 2.13 – Deflexões devido à ação do vento na superfície.

### 2.6 Transformada rápida de Fourier

As transformadas discretas de Fourier são ferramentas úteis para a representação de dados no domínio da frequência a partir dos dados no domínio do espaço-tempo (Broughton, 2011). No estudo de ondas internas, as transformadas de Fourier são úteis para a identificação de períodos dominantes de oscilação térmicas, visto que não é possível na prática identificar os períodos através de dados no domínio espaço-tempo.

As transformadas discretas de Fourier pertencem a família das transformadas de Fourier, que é baseada na decomposição de sinais em senóides aplicada a uma função descontínua. A decomposição em senoides é útil, visto que a frequência original da série de dados é preservada. Assim, a utilização deste tipo de decomposição é eficiente para a identificação de ondas internas. A figura 2.14 apresenta um exemplo de como dados no domínio espaço-tempo podem ser representados no domínio da frequência. Através da figura 2.14 é possível verificar a utilidade desta conversão. Na figura 2.14–a não é fácil identificar a existência de uma frequência dominante. Após a aplicação das transformadas rápidas de Fourier foi possível verificar, através da figura 2.14–b, a existência de duas frequências dominantes, 50 Hz e 125 Hz.



FIGURA 2.14 – Exemplo de aplicação da transformada rápida de Fourier para a conversão de dados no domínio do tempo (a) para dados no domínio da frequência (b).

Segundo Greenberg (1988), a transformada de Fourier  $\mathscr{F}$  de uma função f(n) é definida como

$$\mathscr{F}{f(n)} = \hat{f}(k) \equiv \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} f(n) e^{-ikn} dn \qquad (2.22)$$

que compreende a definição da transformada de Fourier para uma função contínua. De

acordo com Smith (2007), considerando uma amostra discreta, a equação torna-se

$$\mathscr{F}{f(n)} = \hat{f}(k) \equiv \sum_{n=0}^{N-1} f(n) e^{-\frac{2\pi}{N}jkn}$$
 (2.23)

onde N é o número de dados.

Através da técnica numérica descrita na equação 2.23 é possível encontrar a expressão para a transformada rápida de Fourier (FFT, na sigla em inglês). Esta mudança é essencial para grandes séries de dados, visto que o tempo de processamento de uma transformada discreta de Fourier é da ordem de  $N^2$  e a FFT possuí uma ordem de processamento de  $N \log_2 N$ , economizando um tempo de processamento relativamente grande para longas séries de dados. Assim, é realizada uma separação da parte ímpar e par utilizando para isso valores de N expresso em potencias de 2. Através de uma simples mudança de variável, onde n é expresso como uma função de r.

$$n = \begin{cases} 2r & \text{para } n \text{ par} \\ 2r + 1 & \text{para } n \text{ impar} \end{cases}$$

onde r vai de zero a N/2. Assim, a transformada rápida de Fourier  $\mathscr{F}$  da função f(n) é definida como

$$\mathscr{F}\{f(n)\} = \sum_{r=0}^{(N/2)-1} f(2r) e^{-\frac{4\pi}{N}jkr} + \sum_{r=0}^{(N/2)-1} f(2r+1) e^{-\frac{4\pi}{N}jkr} e^{-\frac{2\pi}{N}j}$$
(2.24)

As duas parcelas da equação 2.24 preservam a característica periódica em relação a frequência e ao mesmo tempo são funções independentes. Esta representação gera uma economia no cálculo iterativo e, consequentemente, faz com que ocorra um aumento da velocidade de processamento dos dados.

Baseado na FFT também é possível obter a densidade espectral de potência (PSD, do inglês: power spectral density) e o espectro de potência (PS, do inglês: power spectrum), o qual apresenta unidade de acordo com a série de dados utilizada na FFT. No caso de uma séries de temperatura, a PSD é geralmente expressa em °C<sup>2</sup>/Hz, enquanto a PS é expressa em °C<sup>2</sup>. A densidade espectral de potência e o espectro de potência auxiliam na identificação das frequências dominantes em um processo e provém de uma normalização dos resultados das transformadas rápidas de Fourier. O resultado da FFT é um vetor complexo, de largura N/2 + 1. Assim, o espectro de potência (PS) é obtido através da
equação

$$PS = \frac{2|\mathscr{F}\{f(n)\}|^2}{\left(\sum_{n=1}^N w_n^2\right)}; \qquad ^{\circ}\mathbf{C}^2 \qquad m = 0\dots N/2$$
(2.25)

onde w é a função janela utilizada e N o tamanho da série de dados.

A obtenção da densidade espectral de potência (PSD) é análogo ao processo de obtenção do espectro de potência (PS), no entanto, a normalização da FFT também leva em conta a largura de banda equivalente do ruído (ENBW, na sigla em inglês), dado por

$$ENBW = N \frac{\sum_{n=1}^{N} w_n^2}{\left(\sum_{n=1}^{N} w_n\right)^2}$$
(2.26)

Assim, a densidade espectral de potência (PSD) pode ser obtida através da equação

$$PSD = \frac{PS}{ENBW}; \qquad \qquad \frac{(^{\circ}C^2)}{Hz} \qquad m = 0 \dots N/2 \qquad (2.27)$$

# 2.7 Estado da arte da descrição de ondas internas em lagos e reservatórios

Um dos primeiros estudos envolvendo ondas internas em lagos e reservatórios foram conduzidos no lago Ness (Loch Ness) por Watson (1904). Apesar de gerarem poucas conclusões a respeito das consequências da existência de ondas internas, o estudo foi essencial para ampliar a compreensão a respeito deste fenômeno. Após alguns anos sem grandes descobertas, Mortimer (1952) concluiu que a existência das ondas internas estavam relacionadas com a ação do vento na superfície do reservatório. Segundo o estudo, o fenômeno acarretava a formação de ondas internas das quais apresentavam um longo comprimento de onda. Alguns anos depois, Farmer (1978) indicou a característica não linear de ondas internas, a qual é estudada principalmente em pequenos lagos e reservatórios que não possuem influências dos efeitos das ondas de Kelvin e Poincaré.

Recentemente, Ostrovsky (2005) comparou os modelos de ondas internas não lineares com os experimentos realizados em laboratórios. Segundo Ostrovsky (2005), o modelo proveniente da teoria de Korteweg–de Vries é válido para ondas internas de baixas amplitudes. Para ondas de grandes amplitudes a solução foi obtida por Hamdi (2011) através de uma combinação das equações de Korteweg–de Vries e Korteweg–de Vries modificada, no qual apresentam termos cúbicos e quadráticos não lineares.

No início dos anos 90 os estudos voltados as ondas internas ganharam uma nova dimensão. Muitas pesquisas começaram a abordar não apenas o movimento oscilatório do sistema, mas principalmente a dispersão horizontal e a mistura vertical (Thorpe, 1999). Levy (1991) buscou compreender a influencia deste fenômeno na distribuição de organismos no sistema aquático. Mortimer (1982) buscou compreender como as ondas internas influenciam na dinâmica de fitoplâncton no lago de Zurich, Suiça. Equanto, Gloor (1994) estudou o fluxo de nutrientes e compostos químicos em ambientes aquáticos com ondas internas. Ostrovsky et al. (1996) buscou compreender como este fenômeno pode afetar a produtividade primária do sistema aquático.

A comunidade científica também começou a investigar a relação das ondas internas com a topografia. Wessels (1996) concluiu, experimentalmente, que obstáculos no leito do reservatório contribuem para a formação de ondas internas. Sveen (2002) investigou, experimentalmente, a propagação de ondas internas formadas a partir de depleções no leito do reservatório em um sistema composto por duas camadas com leito rígido.

Novos estudos buscaram explorar também a existência de outros modos de oscilações das ondas internas. Lemmin (1986) estudou a existência de ondas internas com ordens de oscilação horizontal múltiplas. Münnich (1996) mostrou que o segundo modo vertical de oscilação é dominante no lago de Lucerne, Suíça. Pérez-Losada (2003) verificou experimentalmente a existência de ondas internas com o terceiro modo vertical. Enquanto, Vidal (2005) verificou a presença de ondas internas com o terceiro modo vertical no reservatório de Sau, Espanha. Apesar de um número crescente de estudos explorarem ondas internas com modos superiores, o primeiro modo baroclínico é o modo mais dominante em reservatórios e lagos.

Atualmente existem diversas técnicas para identificação de ondas internas. Cada modelo apresenta diferentes simplificações para a obtenção da solução de dispersão. Em alguns casos, é necessário adicionar outras variáveis ao sistema, como é o caso de quando temos interações entre as ondas internas e a topografia. Assim, não existe ainda um modelo capaz de identificar e quantificar os efeitos das ondas internas em qualquer lugar. A solução varia de sistema para sistema.

# 3 Métodos

Neste capítulo são apresentados os métodos e as técnicas para identificação de ondas internas no reservatório do Vossoroca. As simplificações impostas neste problema são válidas para a região de estudo. Assim, para a identificação de ondas internas foram analisados dados meteorológicos e dados de temperatura da coluna de água. A partir destes dados foram calculados alguns parâmetros característicos e variáveis relevantes para auxiliar na identificação de períodos favoráveis à formação de ondas internas, como também para realizar a simplificação do sistema em duas camadas. Através destes parâmetros também foi calculado o período teórico das ondas internas. Finalmente o período teórico foi comparado com os períodos reais, obtido a partir dos espectros de potência e da densidade espectral de potência das séries de temperatura na altura média da termoclina. A densidade espectral de potência das séries de radiação solar e intensidade do vento também serviram para auxiliar na detecção das ondas internas. Ainda foram obtidas outras características das ondas internas a partir da análise dos espectros de potência da variação da termoclina.

## 3.1 Região de estudo

#### 3.1.1 Local

O reservatório do Vossoroca é localizado na divisa dos municípios de Tijucas do Sul e São José dos Pinhais a aproximadamente 60 km de Curitiba, capital do estado do Paraná – figura 3.1.

O reservatório possui uma área de 330 ha, volume de  $35,7 \ 10^6 \ m^3$  e apresenta profundidade média de 6 metros e máxima de 17 metros (Mannich, 2013). O reservatório foi construído no final da década de 40 e funciona como um reservatório de regularização de vazões ao reservatório de Salto do Meio, ambos pertencentes ao complexo da usina de Chaminé. O reservatório apresenta índice de desenvolvimento de margem maior do que 20, característica dendrítica incomum das áreas de estudo de trabalhos científicos voltados à identificação de ondas internas. Um dos parâmetros utilizados para avaliar a forma do reservatório é o índice de desenvolvimento de margem (DL), definido como:

$$DL = \frac{P}{2\sqrt{\pi A_o}} \tag{3.1}$$

onde P é o perímetro do reservatório e  $A_o$  é a área do reservatório. O índice de desenvolvimento de margem fornece a informação sobre a irregularidade das margens de um lago, representando o quanto o contorno do lago afasta-se de um circulo perfeito.

O lago de Zurique estudado por Mortimer (1982) apresenta índice de desenvolvimento de margem, de aproximadamente 2,65, sendo um dos lagos que apresenta maior índice dentre os estudos pesquisados neste trabalho.

A região de estudo possui clima subtropical úmido mesotérmico (Cfb), apresentando verões frescos e úmidos com geadas frequentes (COPEL, 1999). A região ainda apresenta chuva média anual acumulada em torno de 1400 mm e 1800 mm e temperatura média anual de aproximadamente 17 °C (Werner, 2013). A figura 3.1 apresenta o mapa do reservatório do Vossoroca com destaque nas regiões onde se encontram a barragem, a estação meteorológica e a plataforma flutuante, local onde são obtidos os dados de temperatura da coluna de água.



FIGURA 3.1 – Mapa do reservatório do Vossoroca.

#### 3.1.2 Dados meteorológicos

Pelo fato de ser um dos principais propulsores para a existência de ondas internas em reservatórios, o vento é um dos dados meteorológicos mais importantes no estudo de ondas internas em reservatórios. Para a caracterização do vento na região foram utilizados dados meteorológicos obtidos na estação meteorológica localizada na margem do reservatório, como mostra a figura 3.1. A partir desta estação foram obtidos dados de intensidade e direção do vento com resolução temporal de 2 minutos.

A figura 3.2 mostra a rosa dos ventos para o período de 03 de Junho 2012 a 05 de Junho de 2012.



FIGURA 3.2 – Rosa dos ventos para um período de 72h.

Visto que o vento é responsável por criar um desnível na interface água-ar, a direção do vento é um importante parâmetro para a formação das ondas internas. Este desnível, causado na superfície, aumenta a pressão hidrostática na camada mais densa, criando, assim, um desníveis nas camadas internas do sistema. Quando o vento para de exercer força sobre o sistema, o sistema tende a retornar ao nível original. Com isso o desnível interno tende a recuperar a estabilidade, gerando com isso oscilações no mesmo eixo longitudinal de ação do vento. A amplitude das ondas internas é proporcional ao tamanho do eixo

45

longitudinal em que se da a formação das oscilações. Portanto, foram determinadas duas direções principais para a identificação de ondas internas. Estas direções foram escolhidas pois apresentam os maiores eixos longitudinais do reservatório e, consequentemente, são regiões onde ocorrem as formações das maiores ondas internas do reservatório. No entanto, as direções de interesse foram utilizadas apenas para a verificação da presença de ondas internas. Nas próximas seções deste estudo, as direções de interesse são flexibilizadas. Assim, não foram estudadas apenas as ondas internas formadas nestas direções, mas também em direções próximas a estas. Desta forma, o cálculo do período teórico das ondas internas foi baseado na rosa dos ventos do período da série de dados estudada. A figura 3.3 apresenta as direções do vento de maior interesse para a identificação de ondas internas no reservatório do Vossoroca.



FIGURA 3.3 – Mapa do reservatório do Vossoroca com o dois eixos longitudinais de maior interesse.

Um outro dado meteorológico pertinente no estudo de ondas internas é a radiação solar. A partir dos dados de radiação solar é possível concluir se a temperatura superficial da água foi influenciada de forma significativa por outros fatores, como o vento e a precipitação. A figura 3.4 apresenta a variação temporal da radiação solar para o mesmo período de 72h apresentado na figura 3.2.



FIGURA 3.4 – Variação temporal da radiação solar medida na estação meteorológica do reservatório do Vossoroca.

#### 3.1.3 Dados de temperatura

Como ondas internas não são fáceis de serem identificadas, uma das formas para auxiliar na identificação destas ondas é a utilização de sensores de temperatura, visto que as ondas internas movem o sistema de forma oscilatória, criando oscilações térmicas.

Neste estudo foram utilizados sensores de temperatura para a obtenção dos valores de massa específica da água. Os dados de temperatura da coluna de água foram obtidos através de sete sensores submersos, dos quais foram ancorados na plataforma flutuante, apresentada na figura 3.1, nas profundidades 1, 3, 5, 7, 9 e 11 metros. O sétimo sensor foi fixo a 1 metro do leito do reservatório, no qual representa a cota de referência para o leito do rio. Esta cota do leito é definida como uma cota de 800 metros. Todos os sensores apresentam resolução temporal de 15 minutos. A figura 3.5 mostra de forma esquemática a distribuição dos sensores ao longo da coluna de água.



FIGURA 3.5 – Distribuição dos sensores de temperatura ao longo da seção transversal.

Com o objetivo de criar uma grade com mais valores de temperatura, estes dados foram interpolados linearmente em uma grade de 1 mm. Um ajuste dos valores de temperatura foi feito através dos dados de cota.

Os dados de cota possuem resolução temporal de 15 minutos, no entanto, não são pareados com os dados de temperatura, sendo que um ajuste foi feito através dos horários mais próximos entre os dados de temperatura e cota. Nos casos em que a cota apresentou valores muito baixos a ponto de um ou mais sensores móveis ficarem abaixo da cota do último sensor, estes sensores foram desconsiderados na fase das interpolações. A figura 3.6 apresenta os dados de temperatura da coluna de água no período de 06 de Abril de 2012 a 26 de Maio de 2012.



FIGURA 3.6 – Dados de temperatura interpolados e ajustados com o nível de cota. A linha aguda representa a cota do reservatório.

Na figura 3.6 é possível verificar que o último sensor está fixo através de uma cota de referência de 800 metros e distante 1 metro do leito do reservatório. Já o primeiro sensor está a uma distância de 1 metro da cota, onde a cota está representada por uma linha aguda de cor azul.

## 3.2 Análise teórica

#### 3.2.1 Cálculo dos parâmetros característicos

#### 3.2.1.1 Cálculo da massa específica

As massas específicas foram obtidas através da simplificação da equação apresentado por Fofonoff (1983). De acordo com Wilderer (2010), em casos de reservatórios de água doce, muitas vezes é possível desconsiderar os efeitos da salinidade. Esta simplificação pode ser feita pois os valores de salinidade são muito baixos a ponto de não gerarem alterações significativas nos valores de massa específica. Outra simplificação imposta neste trabalho é o fato de desconsiderar a variação temporal da pressão. Sendo assim, para este estudo foi considerado uma pressão de referência de 91 kPa para a região do reservatório do Vossoroca. A equação de estado, abordada no capítulo 1 deste estudo e com as devidas simplificações, pode ser vista no apêndice A deste trabalho.

A conversão de temperatura para massa específica foi feita tanto para a grade interpolada de temperatura quanto para a grade não interpolada. Os dados de massa específica obtidos a partir da grade não interpolada de temperatura serviram para a determinação da profundidade da termoclina enquanto os dados de massa específica obtidos através da grade interpolada de temperatura foram utilizados na obtenção das frequências de oscilação através das transformadas rápidas de Fourier.

#### 3.2.1.2 Cálculo da intensidade de estratificação

Um fator importante para a detecção de períodos favoráveis ao surgimento de ondas internas é a intensidade do gradiente da massa específica do sistema. Ondas internas de maior porte são identificadas em períodos de forte estratificação térmica. Além da identificação de regiões de forte estratificação térmica através do gráfico 3.6, é importante também verificar qual é a magnitude desta estratificação. Com o objetivo de verificar a intensidade da estratificação térmica, foi comparada a variação da temperatura entre a superfície e o leito do reservatório ao longo do tempo. Como não existem dados da superfície e do leito do reservatório, foram utilizados os dados do primeiro e último sensor para a verificação da diferença de massa específica.

#### 3.2.1.3 Cálculo da gravidade reduzida

Outro parâmetro relevante a ser calculado é a gravidade reduzida (g'). A gravidade reduzida pode ser compreendida como a mudança da aceleração da gravidade devido a força de empuxo, no qual age em virtude da diferença de massa específica do fluido. Como a força de empuxo tende a desacelerar o movimento vertical no sentido de ação da força gravitacional, a gravidade reduzida será diretamente proporcional ao gradiente da massa específica. Este parâmetro é importante não apenas na quantificação dos fluxos verticais, mas também contribuem para caracterização das ondas internas. Assim, de modo a obter ondas com a mesma característica de oscilação, buscou-se identificar períodos em que a gravidade reduzida se manteve aproximadamente constante. De acordo com Kundu (2015), a gravidade reduzida pode ser calculada como

$$g' = g \frac{\Delta \rho}{\rho_o} = g \frac{\rho_{i+1} - \rho_i}{\rho_i} \tag{3.2}$$

onde g é a gravidade,  $\rho_{i+1}$  é a massa específica no ponto  $Z_{i+1}$ ,  $\rho_i$  é a massa específica do ponto  $Z_i$  e  $\rho_o$  é a massa específica de referência, que para este caso equivale ao  $\rho_i$ .

Considerando um sistema dividido em duas camadas de massas específicas homogêneas, a equação 3.2 pode ser escrita como

$$g' = g \,\frac{\rho_{hipolimnio} - \rho_{epilimnio}}{\rho_{hipolminio}} \tag{3.3}$$

#### 3.2.2 Determinação da profundidade da termoclina

A profundidade da termoclina foi obtida com o objetivo de realizar a divisão do sistema em duas camadas. Pela presença de apenas sete sensores, o cálculo da profundidade da termoclina foi feito pelo esquema de ponderação proposto por Read (2011). A partir deste método é possível estimar em que região dentro da zona de maior gradiente da massa específica pode estar localizada a termoclina. Se o maior gradiente da massa específica está localizado entre os sensores  $\tau \in \tau + 1$ , como mostra a figura 2.5, então a cota da termoclina pode ser estimada pela equação 3.4. A equação 3.4 difere da equação 2.3, apresentada no capítulo anterior, apenas no que diz respeito à direção do eixo z. O ajuste foi feito pois no esquema proposto por Read (2011) os valores de profundidade são apresentados na ordem crescente da superfície do reservatório ao leito. Assim, o esquema para o cálculo da cota da termoclina torna-se

$$Z_T \approx Z_{\tau+1} \left( \frac{\Delta_{\rho+1}}{\Delta_{\rho-1} + \Delta_{\rho+1}} \right) + Z_\tau \left( \frac{\Delta_{\rho-1}}{\Delta_{\rho-1} + \Delta_{\rho+1}} \right)$$
(3.4)

onde:

$$\Delta_{\rho-1} = \frac{(Z_{\tau\Delta+1} - Z_{\tau\Delta})}{\left(\frac{\rho_{\tau+1} - \rho_{\tau}}{Z_{\tau} - Z_{\tau+1}} - \frac{\rho_{\tau+2} - \rho_{\tau+1}}{Z_{\tau+2} - Z_{\tau+1}}\right)}$$
$$\Delta_{\rho+1} = \frac{(Z_{\tau\Delta} - Z_{\tau\Delta-1})}{\left(\frac{\rho_{\tau+1} - \rho_{\tau}}{Z_{\tau} - Z_{\tau+1}} - \frac{\rho_{\tau} - \rho_{\tau-1}}{Z_{\tau-1} - Z_{\tau}}\right)}$$

Devido ao método proposto por Read (2011), no qual utiliza o primeiro gradiente superior e inferior para realizar o cálculo da cota da termoclina, o gradiente máximo não pode estar entre os dois primeiros e os dois últimos sensores. Desta forma, quando verificou-se que o gradiente máximo estava fora dos limites aceitáveis, foi aplicada a simples aproximação, descrita pela equação 2.1, de que a termoclina se encontra no centro dos dois sensores que apresentam o maior gradiente da massa específica. De forma análoga ao procedimento visto anteriormente, a equação 2.1 difere da equação 3.5 apenas no que diz respeito à direção do eixo z.

$$Z_T \approx \frac{z_\tau - z_{\tau+1}}{2} \tag{3.5}$$

A aproximação descrita pela equação 3.5 foi aplicada também nos casos em que o método das ponderações apresentou inconsistências.

#### 3.2.3 Determinação do modelo em duas camadas

Esta pesquisa buscou identificar inicialmente ondas internas pertencentes ao primeiro modo baroclínico e apenas com o primeiro modo vertical, ondas do tipo V1H1. Considerando apenas um modo de oscilação na vertical é possível considerar o sistema composto apenas por duas camadas, no qual a termoclina está localizada na interface entre a camada 1 e a camada 2. De acordo com esta simplificação o sistema é dividido apenas em epilímnio (camada 1) e hipolímnio (camada 2), onde ambas as camadas apresentam massas específicas homogêneas, conforme ilustrado na figura 3.7. Para a determinação da massa específica de cada camada foi calculada a média simples da massa específica pertencente à camada de interesse.



FIGURA 3.7 – Modelo de duas camadas onde A é a média da massa específica do epilímnio e B é a média da massa específica do hipolímnio.

Para o cálculo das espessuras da camada 1 e 2 foram utilizadas as seguintes expressões

$$h_1 = Z_S - Z_T \tag{3.6}$$

$$h_2 = Z_T - Z_L \tag{3.7}$$

onde  $h_1$  é a espessura da camada 1,  $h_2$  é a espessura da camada 2,  $Z_S$  é a cota superficial,  $Z_L$  é a cota de referência para o leito do reservatório (800 m) e  $Z_T$  é a cota da termoclina.

#### 3.2.4 Cálculo teórico do período

Através da dedução das frequências de oscilações provindas da seção 2.5 (Ondas Internas) deste estudo, é possível determinar o período teórico das ondas internas. Para o cálculo é utilizado os parâmetros característicos previamente calculados neste capítulo, como por exemplo a espessura do hipolímnio e do epilímnio e a massa específica de cada camada.

No capítulo 2 foi definida uma relação de dispersão, equação 2.17, na qual correlaciona a frequência das ondas internas,  $\omega$ , com o número de onda, k. Esta frequência foi obtida desconsiderando as trocas com a superfície e considerando a onda interna como uma onda rasa. Visto que o objetivo é encontrar ondas internas do primeiro modo baroclínico, segue que o comprimento da onda,  $\lambda$ , é da ordem do comprimento do reservatório, L. Assim, se o eixo longitudinal de direção de interesse do reservatório supera 1 km de extensão, é evidente que a profundidade do reservatório tem ordem de magnitude inferior ao comprimento de onda e, consequentemente, a equação 2.17 pode ser utilizada.

Através das equações básicas da onda, em que o período pode ser escrito como  $2\pi/\omega$ e a velocidade de propagação da onda é dada por  $\omega/k$ , é possível determinar o período e a velocidade da onda a partir da equação 2.18. Assim encontra-se que

$$c = \pm \sqrt{\frac{gh_1h_2(\rho_2 - \rho_1)}{h_1\rho_2 + h_2\rho_1}} \tag{3.8}$$

$$T = \lambda \sqrt{\frac{h_1 \rho_2 + h_2 \rho_1}{g h_1 h_2 (\rho_2 - \rho_1)}}$$
(3.9)

onde c, T e  $\lambda$  são, respectivamente, a velocidade de fase, o período da onda interna rasa e o comprimento da onda. Considerando que as ondas formadas no reservatório são predominantemente ondas pertencentes ao primeiro modo baroclínico, ondas V1H1, então a equação 3.9 pode ser reescrita como

$$T = 2L\sqrt{\frac{h_1\rho_2 + h_2\rho_1}{gh_1h_2(\rho_2 - \rho_1)}}$$
(3.10)

onde L é distância do eixo longitudinal de formação da onda interna. Assim, para a definição do L correto, foi necessário avaliar a direção predominante do vento para o período analisado.

Através da equação 3.8 é perceptível que a velocidade de propagação da onda não depende do número de onda, fazendo com que a onda interna rasa seja uma onda não dispersiva. Isso significa que a crista das ondas e a energia se propagam com a mesma velocidade. Em contrapartida, em ondas dispersivas a energia viaja mais lentamente que as cristas das ondas.

#### 3.2.5 Transformadas rápidas de Fourier e a densidade espectral

As séries de dados submetidas às FFTs e, consequentemente, utilizadas posteriormente para a avaliação de diferentes espectros, foram os dados de temperatura de uma profundidade média da termoclina em um dado intervalo de tempo. Nesta profundidade os valores apresentaram uma oscilação de temperatura, das quais foram identificadas frequências compatíveis as frequências teóricas. De modo a tornar os dados mais suaves, foi aplicada a função *smooth* (SCIPY, 2014) a fim de suavizar os dados e, consequentemente, os espectros de frequências gerados pelas transformadas rápidas de Fourier, como também para a plotagem do gráfico da densidade espectral de potência e outras normalizações úteis.

Antes de realizar as transformadas rápidas de Fourier nos dados discretos de temperatura, foi realizado um pré-processamento dos dados para aumentar a qualidade da resolução de frequência, como também foram definidos algumas funções para realizar um pós processamento dos dados. Assim, antes da execução do programa foi definido alguns parâmetros iniciais.

O primeiro passo foi definir o tipo da janela de dados que seria utilizado para o cálculo das transformadas rápidas de Fourier. A janela de dados auxilia no processo de suavização das extremidades dos blocos de dados, reduzindo o vazamento de espectro. Segundo Papandreou-Suppappola (2002), essa técnica permite reduzir o espalhamento de energia em frequências adjacentes devido ao início e fim da série de dados. O uso das janelas envolve a multiplicação dos dados no domínio do tempo por uma função de janela. Esta multiplicação no domínio do tempo é semelhante a uma convolução dos espectros de frequência.

Atualmente existem inúmeros tipos de janelas, sendo que a escolha da melhor dependerá do caso a ser estudado. A janela mais simples é a retangular. Optar por utilizar uma janela retangular, na realidade, significa não utilizar uma janela. De acordo com Bloch (2004), a janela retangular possui interrupção repentina nas extremidades, gerando alta difração do espectro e, consequentemente, uma baixa resolução. Neste estudo, no préprocessamento dos dados para o cálculo das transformadas rápidas de Fourier foi escolhido a janela de dados de *Hamming*, uma variante da janela de *Hanning*. O motivo da escolha é devido a qualidade da janela de Hamming em minimizar as perdas nas extremidades dos dados. A janela de *Hamming* é definida pela seguinte equação:

$$w(m) = 0,54 - 0,46\cos\left(2\pi\frac{m}{M-1}\right), \quad 0 \le m \le M - 1$$
 (3.11)

onde M é um número ímpar que representa o tamanho da janela. Harris (1978) mostra de forma detalhada os diferentes tipos de janelas e suas aplicabilidades.

Outro passo no pré-processamento dos dados, é a definição do valor do NFFT. O NFFT é o número de pontos usados para formar cada espectro da transformada discreta de Fourier, assim os dados são divididos em diversos subgrupos. O valor ideal dependerá da resolução de frequência, ou seja, do tamanho da série de dados utilizada para criar o espectro de frequência. Para uma boa resolução do espectro Heinzel (2002) recomenda utilizar uma potência de 2 como valor do NFFT. Valores elevados de NFFT podem causar perda de resolução espectral, no entanto também é uma ferramenta útil para reduzir a variância dos resultados. Visto que as ondas internas podem não agir por todo o período analisado, esta técnica torna-se útil a fim de reduzir a variância dos resultados.

Um terceiro parâmetro escolhido foi a porcentagem de *overlap*. Devido a função janela utilizada no processo de convolução, parte da série de dados é ignorada. Para reduzir está perda, é utilizado uma sobreposição das funções janelas. A figura 3.8 ilustra a diferença de janelas sobrepostas e não sobrepostas.



FIGURA 3.8 - (a) janelas de dados sem o uso de *overlap* e (b) janela de dados com o uso de um *overlap* de 50%.

De acordo com Albertí (2006), este método é muito utilizado quando o objetivo é aplicar as transformadas rápidas de Fourier em grandes séries de dados. Normalmente quando é utilizada janelas de dados largas, como a janela de *Hamming*, é recomendado utilizar um *overlap* de 50%. Para janelas mais estreitas, um valor maior de *overlap* pode ser apropriado. Heinzel (2002) apresenta uma explicação da porcentagem ideal de *overlap* que é recomendado para cada tipo janela de dados. Neste estudo, devido ao uso da janela de *Hamming*, foi utilizado para todas as séries de dados analisadas um *overlap* de 50%.

Outro pré-processamento importante quando o objetivo é investigar frequências altas do espectro, é realizar a remoção da tendência linear do sinal. Neste caso, a variação temporal do nível da água foi removida para a aplicação das FFTs. Assim, foi aplicada a função *detrend* (SCIPY, 2016) nos dados submetidos às transformadas rápidas de Fourier. A remoção da tendência linear do sinal omite do espectro de frequências as variações devido à variação temporal da cota superficial. No entanto, a remoção desta tendência pode afetar as frequências menores, causando certas distorções no espectro de baixa frequência. Portanto, para os casos de períodos teóricos grandes (> 20 horas), não foi utilizada a remoção da tendência linear.

Finalmente, o último valor definido para a aplicação das transformadas rápidas de Fourier foi a frequência da série de dados FS. O FS, geralmente apresentado em 1/horas ou em Hz, representa a frequência relacionada ao período de tempo entre os dados discretos. Como apresentado anteriormente no capítulo 3.1.3 (Dados de temperatura), os dados discretos de temperatura foram obtidos através de uma resolução temporal de 15 minutos. Assim, foi utilizado um FS de 4/horas (0,0011 Hz).

Após a definição de algumas ferramentas utilizadas para o pré e o pós processamento, o programa realiza o cálculo das transformadas rápidas de Fourier e, em sequência, normaliza os resultados para a obtenção dos espectros de potência (PS) e a densidade espectral de potência (PSD). A rotina foi implementada em Python. O programa gera os gráficos do espectro de potência (PS) e da densidade espectral de potência (PSD), como também os dados característicos mencionados anteriormente, como por exemplo a variação da gravidade reduzida, da profundidade da termoclina e do período teórico.

A partir dos gráficos gerados, foram comparados os valores dos períodos teóricos obtidos através da método descrita na seção 3.2.4 (Cálculo teórico do período) com os picos encontrados nos gráficos das densidades espectrais de potência e nos espectros de potência. Assim, foi possível identificar se a série de frequência apresentou valores significativos de frequência para os valores teóricos. Também foi avaliada a existência de ondas internas que apresentam dois ou mais modos de oscilação vertical.

# 4 Resultados e discussão

Neste capítulo são apresentados os resultados do estudo para verificação da presença de ondas internas no reservatório do Vossoroca no ano de 2012 e um teste de sensibilidade do modelo implementado para a verificação da presença de ondas internas. Com relação à identificação de ondas internas no reservatório do Vossoroca, o objetivo para esta análise foi apresentar os resultados de diversos parâmetros característicos mencionados no capítulo anterior para diferentes períodos de dados, todos compreendidos no ano de 2012. Através dessa análise foi possível concluir quais períodos de dados são relativamente importantes para a identificação de ondas internas. Em seguida, foram gerados os espectros de frequências através dos dados de temperatura na altura média da termoclina. Através dos espectros foi possível avaliar a existência de ondas internas nos períodos selecionados. Em alguns casos também foi avaliada a existência de ondas internas de outros modos de oscilação. A tabela 4.1 mostra um resumo dos períodos submetidos às análises. Para cada período, foram obtidos dados de temperatura da coluna de água, dados da cota do reservatório e dados meteorológicos, da intensidade do vento e radiação solar. Foram selecionados ao todo quatro períodos principais, divididos em 4 diferentes meses. A seleção dos períodos foi baseada na análise dos parâmetros característicos e na qualidade e disponibilidade dos dados de temperatura e cota.

Nº	Período
Α	06 de Agosto a 17 de Agosto
В	$10~{\rm de}$ Setembro a 19 ${\rm de}$ Setembro
$\mathbf{C}$	18 de Outubro a 27 de Outubro
D	16 de Novembro a 24 de Novembro

TABELA 4.1 – Períodos submetidos às análises

Inicialmente é apresentada a análise do período D, compreendido entre os dias 16 de Novembro a 24 de Novembro de 2012, que apresentou fortes indícios da presença de ondas internas. Nas três próximas seções deste estudo, 4.1 a 4.2, são apresentados diversos parâmetros característicos e testes, a fim de comprovar a presença de ondas internas no período D. Em seguida, na seção 4.3, é apresentado o cálculo de alguns importantes parâmetros das ondas internas identificadas e uma análise da influência devido à escolha do intervalo utilizado nas análises, apenas para o período D. A seção 4.4 apresenta uma visão geral das análises dos espectros de frequência para os demais períodos presentes na tabela 4.1, identificando possíveis ondas internas. Finalmente, a seção 4.5 apresenta um teste de sensibilidade para uma onda interna induzida no sistema, com o objetivo de avaliar a sensibilidade do modelo de previsão de ondas internas.

## 4.1 Caracterização e avaliação dos parâmetros característicos

Assim, como comentado acima, a primeira análise é referente ao grupo D. A figura 4.1 apresenta a rosa dos ventos para o período D. A figura 4.2-a apresenta a variação temporal da intensidade do vento para a direções de interesse 2 – figura 3.3, nas quais foram computados desvios de até 22,5 ° na direção do vento de maior interesse. A figura 4.2-b mostra a variação da radiação solar ao longo do tempo e a figura 4.2-c apresenta a variação temporal da temperatura ao longo da coluna de água para o período D.



FIGURA 4.1 - Rosa dos ventos para o período D (16 de Novembro a 24 de Novembro de 2012).



FIGURA 4.2 – Período D: (a) Variação temporal da intensidade do vento para a região de interesse 1, (b) variação temporal da radiação solar medido a partir da estação meteorológica e (c) variação temporal da temperatura ao longo da coluna de água através dos dados interpolados de temperatura.

Através dos dados de temperatura da coluna de água, foram gerados alguns gráficos contendo vários parâmetros característicos calculados. A figura 4.3-a apresenta a variação da diferença de temperatura entre a superfície e o leito do reservatório durante o período D. A partir dos dados de profundidade da termoclina obtidos através de um algorítimo implementado com base nas equações 3.4 e 3.5, foram gerados dois gráficos. A figura 4.3-b apresenta o gráfico da variação temporal da termoclina, enquanto a figura 4.3-c mostra, a partir das equações 3.6 e 3.7, a variação temporal da espessura de ambas as camadas. A figura 4.3-d mostra a variação temporal da gravidade reduzida devido a

variação da média da massa específica do epilímnio e do hipolímnio. Finalmente, a figura 4.3-e apresenta a variação do período teórico da onda interna rasa, dada pela equação 3.9. Para este período, foi avaliada a distância longitudinal do reservatório na direção predominante do vento, a fim de utiliza-lo no cálculo do período teórico. Para o período D, foi verificado, através da análise da figura 4.1, que a ação predominante do vento foi na direção lés-nordeste (ENE), do qual possui uma direção longitudinal de aproximadamente 1 km. Visto que neste estudo foi verificado inicialmente o primeiro modo baroclínico das ondas internas, para o cálculo do período teórico foi utilizado uma comprimento de onda de 2 km.



FIGURA 4.3 – (a) Diferença de temperatura entre o primeiro e o último sensor, (b) profundidade da termoclina e cota do reservatório, (c) espessura do epilímnio (h1) e hipolímnio (h2), (d) gravidade reduzida na região da termoclina e (e)período teórico da onda interna rasa.

Através da análise da figura 4.3 e devido à qualidade dos dados de temperatura, foi possível subdividir o período D em um subperíodo compreendido entre os dias 16 de Novembro a 19 de Novembro de 2012. O subperíodo foi criado pois apresentou baixas variações da diferença de temperatura entre o leito e a superfície (figura 4.3-a), gravidade reduzida (figura 4.3-d) e do período teórico (figura 4.3-e). Variações altas na gravidade reduzida, evidentes entre os dias 19 de Novembro e 25 de Novembro, podem ser um indício de estimativas inconsistentes da altura da termoclina ou também variações significativas nas características ondulatórias das ondas internas, tais variações modificam o período e, consequentemente, a frequência, gerando resultados de difícil compreensão. Apesar da

divisão do período D, não foi necessário recalcular o período teórico, visto que o vento continuou agindo na mesma direção, em um eixo longitudinal de aproximadamente 2km.

# 4.2 Densidade espectral de potência e potência do espectro

A figura 4.4 apresenta a variação da temperatura na altura média da profundidade da termoclina. Para o subperíodo D1, a cota média da termoclina calculada foi de 806,72 metros, localizado a uma profundidade de 6,72 metros do leito do reservatório. Estes dados foram usados para realizar as transformadas rápidas de Fourier e, consequentemente, gerarem os gráficos de potência do espectro, figura 4.5, e da densidade espectral de potência, figura 4.6.



FIGURA 4.4 – Variação temporal da temperatura na altura média da termoclina para o subperíodo D1.



FIGURA 4.5 – Potência do espectro da série de temperaura para o subperíodo D1.



FIGURA 4.6 – Densidade espectral de potência da série de temperatura para o subperíodo D1.

Como é observado através dos gráficos 4.5 e 4.6, ambos os gráficos geram picos de frequências semelhantes, no entanto, com dimensão do eixo das ordenadas diferente. Em diversos estudos que avaliam a presença de ondas internas existe uma preferência pela densidade espectral de potência. De acordo com Konstantin-Hansen (2010), a densidade espectral de potência é recomendada para sinais aleatórios, quando a variável discreta analisada não pode ser reproduzida de forma exata e repetida. Já a potência de espectro

é recomendada quando o sinal é determinístico. Assim, neste estudo foi utilizado o gráfico da densidade espectral de potência, gráfico 4.6, para auxiliar na identificação de ondas internas. No entanto, a escolha é puramente devido a facilidade de visualização dos picos, visto que em ambos os gráficos os picos são conservados nas mesmas frequências.

Alguns picos importantes podem ser identificados através da análise da figura 4.6. O pico de 24h está relacionado às variações diárias da temperatura devido à variação da radiação solar, não necessariamente tendo relações com as ondas internas. Estes picos podem também camuflar ondas internas, portanto, é muito importante verificar indícios de que ondas internas não estejam sendo formadas em picos já esperados. O cálculo do período teórico auxilia nesta identificação.

Na figura 4.6 é possível identificar um pico de grande magnitude de 8h. Este pico apresenta fortes indícios de representar variações da temperatura devido à passagem de ondas internas, visto que o período teórico calculado, figura 4.3-e, condiz com uma variação de aproximadamente 8h. Apesar do valor teórico apresentar valores mais próximos de 6h, existem alguns fatores que fazem com que o modelo subestime o valor real do período. Será verificado em detalhe este efeito no capítulo 4.5 deste estudo – Teste de sensibilidade do modelo de identificação de ondas internas. Outro fator crucial para evidenciar que o pico de 8h é realmente devido às ondas internas, é a presença de um pico altamente energético. Geralmente picos adjacentes de menor energia representam picos ressonantes. No entanto, o pico de 8h possui maior energia do que os picos de menor frequência, responsáveis pelos picos ressonantes.

A variação de 6h pode representar ondas internas, visto que a energia armazenada neste período também não condiz com uma oscilação devido a ressonância do pico de 24h. No entanto, este pico, como também o pico de 2h40, pode representar ondas internas ressonantes do pico de 8h.

Ainda existem outros indícios da existência de ondas internas neste período. Um importante indício provem de Polli (2014). O estudo, realizado também no reservatório do Vossoroca, evidenciou um coeficiente de difusão turbulenta na região da termoclina maior do que o esperado pelo modelo. O modelo de transferência de calor proposto por Polli (2014) não leva em conta ondas internas. Sendo assim, a presença de ondas internas nesse período pode ser um dos fatores que elevaram o coeficiente de difusão turbulenta próxima a região do metalímnio.

Uma segunda análise que evidencia a existência de ondas internas nesse período, é a ausência de oscilações devido às variações da velocidade do vento. A figura 4.7 mostra a densidade espectral de potência da velocidade do vento para o subperíodo D1. Através da figura 4.7, é evidente que as oscilações de 8h não estão relacionadas com o vento, visto que a oscilação do vento possui um período predominante de aproximadamente 24h. Isso não quer dizer que o vento não seja o propulsor das ondas internas, apenas evidencia que as oscilações não são devido a ação do vento durante todo o período. Ou seja, o vento pode forçar o sistema em um primeiro instante, mas sua variação não é responsável pelas oscilações de temperatura durante todo o período.



FIGURA 4.7 – Densidade espectral de potência da série de velocidade do vento para o subperíodo D1.



FIGURA 4.8 – Densidade espectral de potência da série de radiação solar para o subperíodo D1.

Utilizando a mesma técnica, foi verificado que a radiação solar também não está re-

lacionada às variações de temperatura na termoclina média. A figura 4.8 apresenta a densidade espectral de potência da radiação solar para o período D1. Através da figura 4.8 é possível verificar que as variações da radiação são, como esperado, de 24h.

### 4.3 Análise da influência do intervalo utilizado

Nesta seção é apresentado a densidade espectral de potência para todo o período D, compreendido entre os dias 16 de Novembro a 24 de Novembro, e para períodos próximos ao subperíodo D1. A figura 4.9 apresenta a densidade espectral de potência para o período D. É importante compreender que ao utilizar o período completo, sem a análise dos parâmetros característicos, a identificação das ondas internas está cada vez mais sujeita a erros.



FIGURA 4.9 – Densidade espectral de potência do período D.

A figura 4.9 evidencia a existência de três picos relativamente importantes. O pico de 8h, do qual contem maior energia, é a devido à passagem da onda interna identificada no subperíodo D1. A análise preliminar dos parâmetros característicos conseguiu identificar o período predominante da onda interna de um período completo. Os picos de 9h e 12h, dos quais serão analisados em sequência, podem representar ondas internas em outros subperíodos. A grande distorção gerada no espectro de baixa frequência está relacionado a função *detrend*. Quanto maior o período analisado, maior será a correção de nível e, consequentemente, maior será a distorção no espectro de baixa frequência. Também é possível identificar por meio da figura 4.9 a existência de mais ruídos no espectro, principalmente no espectro de alta frequência, resultado de um período maior submetido às transformadas de Fourier.

Outro importante fato, é a qualidade dos dados de temperatura do período D. Variações abruptas da termoclina, como identificadas entre os dias 20 de Novembro a 23 de Novembro, podem representar inconsistências nos dados de temperatura. No entanto, quando poucas variações são identificadas, tais inconsistências não afetam o espectro de frequência. Por outro lado, caso essas inconsistências perdurem por longos períodos, resultados inconsistentes no espectro de frequência podem ser obtidos. Assim, os picos de 9h e 12h, identificados na figura 4.9, devem ser avaliados com cuidado, visto que ambos provem provavelmente do período compreendido entre os dias 20 de Novembro a 24 de Novembro. Para avaliar esta hipótese, foi gerado o gráfico da densidade espectral de potência para os dias 21 de Novembro a 24 de Novembro.



FIGURA 4.10 – Densidade espectral de potência para os dias 21 a 24 de Novembro.

O pico de 12h reaparece para o período de 21 a 24 de Novembro. Portanto, neste período existe uma oscilação de periodicidade de 12h. A fim de avaliar se este pico não é devido à radiação solar ou à ação contínua do vento, foram geradas as densidades espectrais de potência para a variação da intensidade do vento e da radiação solar – figura 4.11.

A figura 4.11 indica que o período de 12h não está relacionado diretamente com o vento e com a radiação solar. No entanto, o período teórico calculado para este intervalo foi de aproximadamente 6h, não apontando uma relação com as onda internas de modo V1H1. Desta forma, o pico de 12h representa a passagem de uma onda interna de outro modo de oscilação. O valor energético alto condiz com uma onda V2H1, principalmente pela presença de uma onda V1H1 de menor energia. Também é possível perceber a ausência dos picos de 8h e 9h na figura 4.10. Portanto, a onda interna de periodicidade de 8h ocorreu apenas no subperíodo D1.



FIGURA 4.11 – Densidade espectral de potência para: a) intensidade da radiação solar e b) intensidade do vento no período de 21 a 24 de Novembro.

Em uma avaliação posterior foi obtida a densidade espectral de potência para o período compreendido entre os dias 19 a 21 de Novembro. Assim, a figura 4.12 apresenta a PSD da temperatura média da termoclina para o período compreendido entre os dias 19 a 21 de Novembro. Como é possível perceber, este intervalo contem a variação de 9h, do qual pode representar uma onda interna de modo V2H1, visto que o período teórico calculado para este intervalo não condiz com uma oscilação de 9h. Os picos de 12h e 8h são picos

que também representam o efeito das ondas internas já encontradas. Para este intervalo, a onda interna de 8h não é predominante, mas ainda tem um peso significativo.



FIGURA 4.12 – Densidade espectral de potência para os dias 19 a 21 de Novembro.



FIGURA 4.13 – Espectro de potência da variação da cota da termoclina.

Para finalizar a análise do período D, foi gerado o gráfico do espectro de potência da variação da cota da termoclina, figura 4.13, com a finalidade de realizar a estimação da amplitude das ondas internas. Na figura 4.13, a onda interna de periodicidade de 9h tem amplitude de aproximadamente 0,45 metros. Já a onda interna com período de 12h apresenta uma amplitude de aproximadamente 0,47 metros. A onda interna de maior amplitude é a onda de periodicidade de 8h, no qual apresenta amplitude de 0,55 metros.

A figura 4.14 apresenta as ondas internas, como uma soma de senos, através da variação temporal da temperatura ao longo da coluna de água. Apesar do pico de 8h apresentar alta energia, é difícil identificar através das imagens da variação de temperatura a presença das ondas internas.



FIGURA 4.14 – Ondas internas identificada no período D (7h, 8h e 12h) através da variação temporal da temperatura ao longo da coluna de água.



FIGURA 4.15 – Onda interna de periodicidade de 8h identificada no período D através da variação temporal da temperatura ao longo da coluna de água.

A figura 4.15 mostra uma figura semelhante a figura 4.14, no entanto foi considerada apenas a onda interna de maior valor energético, a onda interna de 8h. Como é observado, ainda não é possível identificar um padrão oscilatório no gráfico da variação temporal da temperatura. Na seção 4.5 (Teste de sensibilidade do modelo de identificação de ondas internas) será forçada uma onda interna de alto valor energético. Como será observado, o gráfico da variação temporal da temperatura pode detectar os padrões oscilatórios das ondas internas, desde que as variações apresentem alto valor energético.

## 4.4 Análise dos períodos A,B e C

Nesta seção é apresentada a densidade espectral de potência da temperatura média da termoclina para os três períodos restantes, presentes na tabela 4.1. O tratamento e análise dos parâmetros característicos dos períodos A, B e C não serão apresentados, visto que seguiram o mesmo método apresentado para o período D. Desta forma, os intervalos A, B e C foram submetidos a um tratamento, semelhante ao tratamento realizado para o período D, excluindo intervalos que apresentaram valores inconsistentes para qualquer parâmetro característico analisado, como variações significativas da gravidade reduzida e mudanças bruscas na altura da termoclina durante longos intervalos da série. A figura 4.16 apresenta a densidade espectral de potência para os três períodos avaliados, sendo eles: A, B e C. Os dados foram obtidos na média da termoclina para cada período, em que os períodos A, B e C apresentaram a cota da termoclina média igual a, respectivamente, 810,26, 808,50 e 806,71 m.

Através da figura 4.16 observa-se que o pico de maior energia para os três períodos foi um pico correspondente à variação diurna. É evidente na figura 4.16 que a variação diurna não necessariamente precisa apresentar periodicidade exatamente de 24h. Na figura 4.16, os três períodos não estão sobrepostos. Neste caso, a periodicidade diurna variou entre 22h e 27h.

As variações de maior frequência, vistas no espectro da figura 4.16, podem representar variações ressonantes das variações diurnas. A figura 4.17 mostra a densidade espectral da temperatura, do vento e da radiação, para o período A, a fim de comprovar a tendência de ocorrência de ressonância das variações diurnas. Na figura 4.17, a ocorrência das flutuações de temperatura na média da termoclina são devidas as variações da intensidade do vento e da radiação solar.



FIGURA 4.16 – Densidade espectral de potência para os períodos A, B e C.



FIGURA 4.17 – Densidade espectral de potência da temperatura, radiação e intensidade do vento para o período A.



FIGURA 4.18 – Densidade espectral de potência da temperatura, radiação e intensidade do vento para o período B.

A figura 4.18 apresenta a densidade espectral da temperatura, da intensidade do vento e da radiação solar para o período B. Onde nota-se que o espectro de frequência da temperatura está majoritariamente sobreposto ao espectro de intensidade do vento e da radiação solar, semelhante ao período A. No entanto, no período de 15h, o espectro de frequência da temperatura apresenta um pico fora do padrão dos espectros de radiação e intensidade do vento. Assim, é possível que o pico de 15h represente uma onda interna. Através da análise da figura 4.19, é possível notar que o pico de 15h não está próximo do período teórico calculado, do qual apresentou média de aproximadamente 7h30. Assim, é possível que o período de 15h não represente uma onda interna de modo V1H1. O fato dele possuir nível energético baixo e periodicidade alta, pode indicar uma onda de modo V2H1 de oscilação. Segundo Vidal (2007), os modos V1 e V2 geralmente são dominantes em um sistema e apresentam periodicidades pequenas comparados aos modos verticais superiores.



FIGURA 4.19 – Variação do período teórico da onda interna ao longo do tempo.

Conforme a figura 4.18, o pico de 15h tem um pico de aproximadamente 700 °C<sup>2</sup>/Hz, isto pode não representar muita coisa caso seja avaliado sem o conhecimento prévio da largura de banda equivalente do ruído, como comentado no capítulo 2 deste estudo. Então, para avaliar a variação da temperatura associada ao período de 15h é necessário recorrer a equação 2.26. Assim, a largura de banda equivalente do ruído para este período é de aproximadamente 1,5 10<sup>-5</sup> Hz. Através dessa informação é possível obter a diferença de temperatura associada ao período de 15h. Assim,  $PS \approx 0,01$  °C<sup>2</sup>, representando um  $\Delta T$ = 0,1 °C<sup>2</sup>. Este resultado representa a variação de temperatura causada na passagem da onda interna. Conforme é observado, a variação é muito pequena, consequência de uma energia muito baixa. Uma outra consequência, é que a amplitude da onda interna seja também muito pequena. Assim, a partir do espectro de potência da variação temporal da termoclina, figura 4.20, foi avaliada a provável amplitude da possível onda interna de 15h.

![](_page_69_Figure_1.jpeg)

FIGURA 4.20 – Espectro de potência da variação da termoclina para o período B.

Conforme é possível observar na figura 4.20, a amplitude da onda é de aproximadamente 14 cm ( $\sqrt{0,02}$ ). Sendo assim, a onda não produz grandes efeitos ao processo de mistura e, consequentemente, pode ser desprezada.

![](_page_69_Figure_4.jpeg)

FIGURA 4.21 – Densidade espectral de potência da temperatura, radiação e intensidade do vento para o período C.

A analise do espectro de frequência, radiação solar e intensidade do vento, mostrados

na figura 4.21, segue a mesma analogia dos períodos anteriores. Como é possível visualizar, o espectro de temperatura segue a tendência geral dos espectros de radiação solar e intensidade do vento, como observado no período A. Assim, conclui-se que não haja ondas internas ocorrendo neste período.

# 4.5 Teste de sensibilidade do modelo de identificação de ondas internas

Nesta seção é apresentada uma análise detalhada da detecção de ondas internas, cobrindo todos os cálculos de parâmetros característicos e análises dos espectros de frequência, para um período de 10 dias, do qual foi forçada uma ondas internas durante um intervalo de 4 dias, a fim de testar o modelo proposto. A onda interna induzida foi adicionada nas flutuações de temperatura no segundo e terceiro sensor durante o 2º e o 5º dia de um total de 10 dias. A fim de minimizar os efeitos das interpolações entre sensores, a função senoidal foi adicionada em dois sensores. As alterações foram feitas no segundo e terceiro sensor pois a altura média da termoclina, para este período, encontra-se entre estes dois sensores. A onda foi introduzida no sistema como uma flutuação senoidal da variação da temperatura, dada pela seguinte equação:

$$T_{induzida} = T_{real} + A\sin\left(2\pi ft + \phi\right) \tag{4.1}$$

onde  $T_{induzida}$  representa a temperatura após a adição da variação senoidal,  $T_{real}$  representa a temperatura real do período obtido, A representa a amplitude da variação de temperatura adicional, f representa a frequência, t a variação temporal e  $\phi$  a fase da onda.

Também foi mantido fixo a cota para o período aleatório escolhido. Esta modificação foi necessária pois as variações da cota do reservatório representam variações desiguais da onda induzida na altura média da termoclina, visto que a função senoidal foi adicionada apenas nos sensores e não nos dados de temperatura na altura média da termoclina. Assim, para que a onda induzida propague-se na direção horizontal do sistema e não tangencialmente à cota do reservatório, a cota foi mantida fixa. A figura 4.22 ilustra como o erro da cota pode afetar a onda interna induzida.

![](_page_71_Figure_1.jpeg)

FIGURA 4.22 – Demonstração do erro da onda induzida quando ocorre variação da cota do reservatório.

![](_page_71_Figure_3.jpeg)

FIGURA 4.23 – (a) Diferença de temperatura entre o primeiro e o último sensor, (b) cota da termoclina e cota do reservatório, (c) espessura do epilímnio (h1) e hipolímnio (h2), (d) variação da gravidade reduzida na região da termoclina e (e) Variação do período teórico da onda rasa.

Neste exemplo foi considerada uma variação de temperatura de 0,5 °C. O valor da frequência utilizada foi de 3,47  $10^{-5}$  Hz, que representa um período de 8h. Outro fato importante é que a função senoidal foi introduzida em todo o intervalo entre o 2° e o 5° dia. Assim, independentemente da localização da altura média da termoclina, o período e o comprimento de onda das oscilações de temperatura foram mantidos os mesmo. Através dos dados de temperatura modificados, foi gerada a figura 4.23, semelhante a figura 4.3
para o período D. A figura 4.23 apresenta vários parâmetros característicos, dentre eles a variação temporal do período teórico e da cota da termoclina, com média de 809,5 metros. Como observado na figura 4.23, o período teórico médio foi de aproximadamente 7h. Como mencionado anteriormente, o período calculado através do modelo subestimou os valores reais, exatamente o que ocorreu na análise do período D. No entanto, o valor calculado foi próximo do valor real, não criando grandes problemas para a estimação dos períodos de ondas internas.

A figura 4.24 apresenta a variação temporal de temperatura na altura média da termoclina com destaque no período de ação da onda interna, dias 2 ao 5, que apresenta que onda interna induzida no sistema é forte. Fica claro pela figura 4.24, a existência de um viés na oscilação no período de ação das ondas internas.



FIGURA 4.24 – Variação temporal da temperatura na altura média da termoclina calculada.

Através dos dados de temperatura na altura média da termoclina foi gerado o gráfico da densidade espectral de potência, figura 4.25, que identificou o pico de 8h. Para avaliar a amplitude da variação de temperatura causada pela onda interna e a amplitude da onda interna, foram gerados os gráficos do espectro de potência (PS) da variação da temperatura na média da termoclina e da variação da altura da termoclina. As figuras 4.26 e 4.27 mostram, respectivamente, o espectro de potência da variação de temperatura na altura média da termoclina e o espectro de potência da variação da altura da termoclina.



FIGURA 4.25 – Densidade espectral de potência dos dados da variação temporal da temperatura na altura média da termoclina calculada para o intervalo do dia 1 ao dia 10.



FIGURA 4.26 – Espectro de potência da variação de temperatura na média da termoclina.



FIGURA 4.27 – Espectro de potência da variação da altura da termoclina.

Na figura 4.26, o gráfico do espectro da potência fornece que a variação da temperatura associada à periodicidade de 8h, da qual é de aproximadamente 0,51 °C. Este valor condiz com a variação induzida pela função seno de 0,5 °C. O desvio de 0,01 °C está associada às variações reais do sistema. Através da figura 4.27 também foi possível estimar a amplitude da onda interna. De acordo com o espectro de potência da variação da altura da termoclina, a amplitude da onda interna é de aproximadamente 1,16 metros ( $\sqrt{1,34}$ ).



FIGURA 4.28 – Onda interna induzida (entre os dias 2 e 5) através da variação temporal da temperatura ao longo da coluna de água

A figura 4.28 mostra a onda interna induzida, como uma função senoidal, através da variação temporal da temperatura ao longo da coluna de água. É possível identificar o padrão de oscilação no próprio gráfico das variações térmicas. A amplitude das oscilações de temperatura, observadas no gráfico 4.28, não corresponde ao valor da amplitude calculada. Isto ocorre pois as alterações nos valores de temperatura foram feitas em dois sensores. Assim, para este caso, o período corresponde de forma exata ao valor calculado, mas a amplitude não pode ser estimada apenas através da visualização do gráfico da variação de temperatura.

# 5 Conclusão

Nesta pesquisa foi desenvolvido uma rotina para identificação de ondas internas no reservatório do Vossoroca a partir dos dados de sensores submersos de temperatura e dados meteorológicos, da velocidade do vento e intensidade da radiação solar. Para a identificação das ondas internas foram analisadas as densidades espectrais de potência e os espectros de potência da variação da temperatura na altura média da termoclina, ferramentas provindas das transformadas rápidas de Fourier. Para a identificação das ondas internas também foram analisados diversos parâmetros característicos, dentre eles a gravidade reduzida, a análise do período teórico considerando o sistema composto por duas camadas e a diferença de temperatura entre o leito e a superfície do reservatório. Através dos espectros de potência da variação da altura da termoclina também foi possível identificar a amplitude das ondas internas.

O estudo contou com a avaliação dos dados dos últimos meses do ano de 2012, Agosto, Setembro, Outubro e Novembro. Para a escolha dos intervalos submetidos aos teste, foram analisados os parâmetros característicos calculados, os dados meteorológicos e a qualidade dos dados obtidos. O estudo não identificou qualquer indício de ondas internas nos meses de Agosto e Outubro. No entanto, foi identificada a presença de uma pequena oscilação de periodicidade de 15h para o período compreendido entre os dias 10 de Setembro a 19 de Setembro. Através da análise dos gráficos da densidade espectral de potência e do espectro de potência da variação de temperatura na altura média da termoclina e da variação da altura da termoclina, foi identificada que a amplitude de oscilação da onda interna era de 14 cm. Assim, para efeitos de misturas esta oscilação foi desprezada.

O estudo identificou ondas internas no período compreendido entre os dias 16 de Novembro a 24 de Novembro. Os espectros de frequência identificaram uma onda interna V1H1 de forte intensidade com periodicidade de 8h e amplitude de 0,55 m no intervalo compreendido entre os dias 16 de Novembro a 19 de Novembro. Esta onda foi identificada, com menor intensidade, nos dias posteriores. No intervalo entre os dias 20 de Novembro a 24 de Novembro foram identificadas a presença de duas ondas internas, com períodos de 9h e 12h. As ondas de 12h e 9h apresentaram amplitudes de, respectivamente, 0,47 m e 0,45 m. Ambas foram classificadas como ondas de modo superior, pois os períodos teóricos calculados não condizem com os valores observados. O valor energético alto condiz com uma onda V2H1, principalmente pela presença de uma onda V1H1 de menor energia.

De forma geral, a identificação das ondas internas no mês de Novembro condiz com a teoria descrita anteriormente, na qual indica que a maior probabilidade de ocorrência de ondas internas é em períodos de maior estratificação térmica. Assim, para trabalhos futuros, é recomendado a obtenção de melhores dados de temperatura para os meses de Dezembro e Janeiro, a fim de investigar a existência de ondas internas também nestes períodos.

O presente trabalho realizou um teste de sensibilidade, introduzindo uma onda interna de alta energia em um período aleatório sem a presença de ondas internas. O modelo conseguiu identificar a periodicidade da onda introduzida no sistema e ainda realizou o cálculo da amplitude da onda.

Este estudo identificou ondas internas no reservatório do Vossoroca, mas o modelo implementado também pode ser utilizado em outros reservatórios ou lagos. O modelo pode ser facilmente modificado para muitos lagos e reservatório de diferentes tamanhos, principalmente quando não apresentam uma topografia muito acidentada. O presente estudo identificou e forneceu algumas características importantes das ondas internas identificadas no sistema. No entanto, o efeito destas ondas na qualidade da água do reservatório não foi avaliado. Através deste estudo torna-se muito mais fácil compreender e estudar a diferença de fluxos de nutrientes, compostos químicos e organismos no sistema. Estudos futuros podem buscar avaliar a qualidade da água em períodos com e sem a presença de ondas internas, como também quantificar a diferença da difusividade térmica em cada uma das situações.

## Referências

Agrawal, S. (1999). Limnology. APH Publishing. 22

- Albertí, E. B. (2006). Procesado digital de señales-II: Fundamentos para comunicaciones y control, volume 170. Universitat Politècnica de Catalunya. Iniciativa Digital Politècnica. 55
- Alford, M. H., Peacock, T., MacKinnon, J. A., Nash, J. D., Buijsman, M. C., Centuroni, L. R., Chao, S.-Y., Chang, M.-H., Farmer, D. M., Fringer, O. B., et al. (2015). The formation and fate of internal waves in the south china sea. *Nature*, 521(7550):65–69. 19
- Bengtsson, L. and Herschy, R. (2012). Encyclopedia of lakes and reservoirs. Monographiae Biologicae, 53:411–412. x, 28, 29, 30
- Bloch, S. C. (2004). Excel para engenheiros e cientistas. Livros Técnicos e Científicos. 53
- Blumberg, Alan F e Di Toro, D. M. (1990). Effects of climate warming on dissolved oxygen concentrations in lake erie. Transactions of the American Fisheries Society, 119(2):210–223. 23
- Boyd, C. E. (2015). Water quality: an introduction. Springer. 21
- Broughton, S Allen e Bryan, K. M. (2011). Discrete Fourier analysis and wavelets: applications to signal and image processing. John Wiley & Sons. 38
- Canfield Jr, D. E. and Bachmann, R. W. (1981). Prediction of total phosphorus concentrations, chlorophyll a, and secchi depths in natural and artificial lakes. *Canadian Journal of Fisheries and Aquatic Sciences*, 38(4):414–423. 27
- Colebrook, J. (1960). Plankton and water movements in windermere. The Journal of Animal Ecology, pages 217–240. 31
- COPEL, C. P. d. E. (1999). Relatório de impacto ambiental rima: Usina hidrelétrica chaminé. page 7. 43

- Denny, Mark W e Gaines, S. D. (2007). Encyclopedia of tidepools and rocky shores. Number 1. Univ of California Press. 19
- Easton, J e Gophen, M. (2003). Diel variation in the vertical distribution of fish and plankton in lake kinneret: a 24-h study of ecological overlap. *Hydrobiologia*, 491(1-3):91–100. 31
- Evans, M. A., MacIntyre, S., and Kling, G. W. (2008). Internal wave effects on photosynthesis: Experiments, theory, and modeling. *Limnology and Oceanography*, 53(1):339. 29
- Farmer, D. M. (1978). Observations of long nonlinear internal waves in a lake. Journal of Physical Oceanography, 8(1):63–73. 40
- Fitzpatrick, R. (2013). Oscillations and waves: An introduction. CRC Press. 36
- Fofonoff, Nick P e Millard, R. C. (1983). Algorithms for computation of fundamental properties of seawater. 21, 48, 88
- Gloor, M e Wüest, A. e. M. M. (1994). Benthic boundary mixing and resuspension induced by internal seiches. *Hydrobiologia*, 284(1):59–68. 41
- Greenberg, M. D. (1988). Advanced engineering mathematics. Prentice Hall. 38
- Hamdi, Samir e Morse, B. e. H. B. e. S. W. (2011). Analytical solutions of long nonlinear internal waves: Part i. *Natural hazards*, 57(3):597–607. 40
- Harris, F. J. (1978). On the use of windows for harmonic analysis with the discrete fourier transform. *Proceedings of the IEEE*, 66(1):51–83. 54
- Heinzel, Gerhard e Rüdiger, A. e. S. R. (2002). Spectrum and spectral density estimation by the discrete fourier transform (dft), including a comprehensive list of window functions and some new at-top windows. 54, 55
- Hosegood, Phil e van Haren, H. (2004). Near-bed solibores over the continental slope in the faeroe-shetland channel. Deep Sea Research Part II: Topical Studies in Oceanography, 51(25):2943–2971. 29
- Huber, Wayne C e Harleman, D. R. e. R. P. J. (1972). Temperature prediction in stratified reservoirs. *Journal of the Hydraulics Division*, 98(4):645–666. 25
- Jöhnk, KD e Umlauf, L. (2001). Modelling the metalimnetic oxygen minimum in a medium sized alpine lake. *Ecological Modelling*, 136(1):67–80. 19

Knudsen, Martin e Forch, C. (1901). Hydrographical tables. GECGAD. 21

Konstantin-Hansen, H e Wismer, J. e. T. N. e. G. S. (2010). Brüel & kjær b k. 61

- Kraus, Eric Bradshaw e Turner, J. S. (1967). A one-dimensional model of the seasonal thermocline ii. the general theory and its consequences. *Tellus*, 19(1):98–106. 25
- Kundu, P. K. e Cohen, I. M. e. D. D. R. (2015). Fluid mechanics. Academic Press. 49
- Kuns, MM e Whiteside, M. e. D. J. (1997). Spatial distributions of zooplankton during coastal upwelling in western lake superior. *Limnol Oceanogr*, 42(5):827–840. 31
- Lam, Frans-Peter A e Gerkema, T. e. M. L. R. (1999). Preliminary results from observations on internal tides and solitary waves in the bay of biscay. In *The 1998* WHOI/IOS/ONR Internal Solitary Wave Workshop: Contributed Papers, page 203. x, 31
- Lamb, K. G. (2014). Internal wave breaking and dissipation mechanisms on the continental slope/shelf. Annual Review of Fluid Mechanics, 46:231–254. 27
- Larson, M. (2012). Mixing in lakes. In Encyclopedia of Lakes and Reservoirs, pages 527–530. Springer. 29
- Lemmin, Ulrich e Mortimer, C. H. (1986). Tests of an extension to internal seiches of defant's procedure for determination of surface seiche characteristics in real lakes. *Limnol. Oceanogr*, 31(6):1207–1231. 41
- Levy, David A e Johnson, R. L. e. H. J. M. (1991). Shifts in fish vertical distribution in response to an internal seiche in a stratified lake. *Limnology and oceanography*, 36(1):187–192. 41
- Magnuson, John J e Kratz, T. K. e. B. B. J. (2006). Long-term dynamics of lakes in the landscape: long-term ecological research on north temperate lakes. Oxford University Press on Demand. 22
- Mannich, M. (2013). Estimativa de emissões de gases de efeito estufa em reservatórios e lagos. pages 86–87. 19, 42
- McClatchie, S. (2013). Regional Fisheries Oceanography of the California Current System. Springer. 24
- Mortimer, C. H. (1952). Water movements in lakes during summer stratification; evidence from the distribution of temperature in windermere. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London B: Biological Sciences*, 236(635):355–398. 40
- Mortimer, Clifford H e Horn, W. (1982). Internal wave dynamics and their implications for plankton biology in the lake of zurich. *Vier. Natur. Gesell. Zurich*, 127:299–318. 41, 43

- Münnich, M. (1996). The influence of bottom topography on internal seiches in stratified media. *Dynamics of atmospheres and oceans*, 23(1):257–266. 41
- Nash, Jonathan D e Moum, J. N. (2005). River plumes as a source of large-amplitude internal waves in the coastal ocean. *Nature*, 437(7057):400–403. 29
- Nichols, C Reid e Williams, R. G. (2009). *Encyclopedia of marine science*. Infobase Publishing. 21
- Ostrovsky, I., Yacobi, Y., Walline, P., and Kalikhman, I. (1996). Seiche-induced mixing: Its impact on lake productivity. *Limnology and Oceanography*, 41(2):323. 27, 41
- Ostrovsky, LA e Stepanyants, Y. A. (2005). Internal solitons in laboratory experiments: Comparison with theoretical models. *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, 15(3):037111. 40
- Pannard, A., Beisner, B. E., Bird, D. F., Braun, J., Planas, D., and Bormans, M. (2011). Recurrent internal waves in a small lake: Potential ecological consequences for metalimnetic phytoplankton populations. *Limnology and Oceanography: Fluids and Envi*ronments, 1(1):91–109. 31
- Papandreou-Suppappola, A. (2002). Applications in time-frequency signal processing, volume 10. CRC press. 53
- Pérez-Losada, Joaquim e Roget, E. e. C. X. (2003). Evidence of high vertical wave-number behavior in a continuously stratified reservoir: Boadella, spain. *Journal of Hydraulic Engineering*, 129(9):734–737. 41
- Pickard, George L e Emery, W. J. (1990). Descriptive physical oceanography: an introduction. Elsevier. 21
- Polli, B. A. (2014). Modelagem 1d do fluco vertical de calor em corpos de água horizontalmente homogêneos. x, 20, 23, 62
- Read, Jordan S e Hamilton, D. P. e. J. I. D. e. M. K. e. W. L. A. e. K. R. e. W. C. H. e.
  G. E. (2011). Derivation of lake mixing and stratification indices from high-resolution lake buoy data. *Environmental Modelling & Software*, 26(11):1326–1327. 25, 26, 50
- SCIPY (2014). scipy.interpolate.interp1d interpolate a 1-d function. 53
- SCIPY (2016). scipy.signal.detrend remove linear trend along axis from data. 55
- SLEIWEX (2014). St. lawrence estuary internal wave experiment (sleiwex). x, 28
- Smith, J. O. (2007). Mathematics of the discrete Fourier transform (DFT): with audio applications. Julius Smith. 39

- Socolofsky, S. A. and Jirka, G. H. (2005). Special topics in mixing and transport processes in the environment. Engineering—lectures, fifth ed., Coastal and Ocean Engineering Division, Texas A&M University. x, 32, 33, 35
- Straskraba, M., Tundisi, J. G., and Duncan, A. (2013). Comparative reservoir limnology and water quality management, volume 77. Springer Science & Business Media. x, 27, 28
- Sutherland, B. R. (2010). Internal gravity waves. 33
- Sveen, J Kristian e Guo, Y. e. D. P. A. e. G. J. (2002). On the breaking of internal solitary waves at a ridge. *Journal of Fluid Mechanics*, 469:161–188. 41
- Thorpe, S. (1999). The generation of alongslope currents by breaking internal waves. Journal of Physical Oceanography, 29(1):29–38. 41
- Tundisi, J.G. e Tundisi, T. (2012). Limnology. CRC Press. 22
- Tweddle, Jacqueline F e Sharples, J. e. P. M. R. e. D. K. e. M. S. (2013). Enhanced nutrient fluxes at the shelf sea seasonal thermocline caused by stratified flow over a bank. *Progress in Oceanography*, 117:37–47. 23
- UNESCO (1981). Background papers and supporting data on the international equation of state of seawater 1980. Unesco. 21
- Vidal, Javier e Rueda, F. J. e. C. X. (2007). The seasonal evolution of high vertical-mode internal waves in a deep reservoir. *Limnology and oceanography*, 52(6):2656. 71
- Vidal, Javier e Casamitjana, X. e. C. J. e. S. T. (2005). The internal wave field in sau reservoir: Observation and modeling of a third vertical mode. *Limnology and* oceanography, 50(4):1326–1333. x, 31, 32, 41
- Vidussi, Francesca e Claustre, H. e. M. B. B. e. L. A. e. M. J.-C. (2001). Phytoplankton pigment distribution in relation to upper thermocline circulation in the eastern mediterranean sea during winter. *Journal of Geophysical Research: Oceans*, 106(C9):19939– 19956. 23
- Watson, E. (1904). Movements of the waters of loch ness, as indicated by temperature observations. *The Geographical Journal*, 24(4):430–437. 40
- Werner, J. (2013). Interpretation and applicability of local residence time in reservoirs. pages 37–40. 43
- Wessels, Frank e Hutter, K. (1996). Interaction of internal waves with a topographic sill in a two-layered fluid. *Journal of Physical Oceanography*, 26(1):5–20. 41

- Wetzel, R. G. (2001). Lake and river ecosystems. *Limnology, Academic Press, London*, page 1006. 19, 29
- Wilderer, P. A. (2010). Treatise on Water Science, Four-Volume Set. Newnes. 48
- Williams, Robert B e Culp, G. L. (1986). *Handbook of public water systems*. Van Nostrand Reinhold. 23

# Apêndice A - Equação de estado

Desconsiderando os efeitos de salinidade é possível escrever a equação da UNESCO (Fofonoff, 1983) como

$$\rho(0, P, T) = \frac{\rho_w}{(1-P)} K_s \tag{A.1}$$

onde P é a pressão atmosférica dada em d<br/>bar eT é a temperatura em °C. Assim, os termoas da equação A.1 valem

$$\rho_w(T) = a_0 + a_1T + a_2T^2 + a_3T^3 + a_4T^4 + a_5T^5$$

$$K_s(P,T) = Pc_1 + P^2c_2 + e_0 + e_1T + e_2T^2 + e_3T^3 + e_4T^4$$

$$c_1(T) = h_0 + h_1T + h_2T^2 + h_3T^3$$

$$c_2(T) = k_0 + k_1T + k_2T^2$$

onde os coeficientes das equações acima valem

 $\begin{aligned} a_0 &= 999,842594 \text{ kg/m}^3 \\ a_1 &= 0,06793952 \text{ kg/m}^3 \circ \text{C} \\ a_2 &= -0,009095290 \text{ kg/m}^3 \circ \text{C}^2 \\ a_3 &= 1,001685 10^{-4} \text{ kg/m}^3 \circ \text{C}^3 \\ a_4 &= -1,120083 10^{-6} \text{ kg/m}^3 \circ \text{C}^4 \\ a_5 &= 6,536332 10^{-9} \text{ kg/m}^3 \circ \text{C}^5 \\ e_0 &= 19652,21 \\ e_1 &= 148,4206 \text{ l/} \circ \text{C} \\ e_2 &= -2,327105 \text{ l/} \circ \text{C}^2 \end{aligned}$ 

 $e_{3} = 1,360477 \, 10^{-2} \, 1/\circ C^{3}$   $e_{4} = -5,155288 \, 10^{-5} \, 1/\circ C^{4}$   $h_{0} = 3,239908 \, 1/\text{dbar}$   $h_{1} = 1,43713 \, 10^{-3} \, 1/\text{dbar} \, \circ C$   $h_{2} = 1,16092 \, 10^{-4} \, 1/\text{dbar} \, \circ C^{2}$   $h_{3} = -5,77905 \, 10^{-7} \, 1/\text{dbar} \, \circ C^{3}$   $k_{0} = 8,50935 \, 10^{-5} \, 1/\text{dbar}^{2}$   $k_{1} = -6,12293 \, 10^{-6} \, 1/\text{dbar}^{2} \, \circ C^{2}$   $k_{2} = 5,2787 \, 10^{-8} \, 1/\text{dbar}^{2} \, \circ C^{2}$ 



1.

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ SETOR DE TECNOLOGIA CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA AMBIENTAL

### TERMO DE APROVAÇÃO DE PROJETO FINAL

#### Rafael de Carvalho Bueno

### Verificação da presença de ondas internas no Reservatório Vossoroca.

Projeto Final de Curso, aprovado como requisito parcial para a obtenção do Diploma de Bacharel em Engenharia Ambiental no Curso de Graduação em Engenharia Ambiental do Setor de Tecnologia da Universidade Federal do Paraná, com nota  $\underline{IO}$ , pela seguinte banca examinadora:

Orientador(a):	Vela mai	
	Tobias Bleninger (DEA)	
i .		
Membro(a) 1: _	below franch	
/	Michael Mannich (DEA)	
Membro(a) 2:	And.	
	Mauricio Gobbi (DEA)	

Curitiba, 28 de novembro 2014